









### ŒUVRES

COMPLÈTES

# DE NIELS HENRIK ABEL

TOME SECOND



物理 08 A 2.2

### ŒUVRES

COMPLÈTES

## DE NIELS HENRIK ABEL

NOUVELLE ÉDITION

PUBLIÉE AUX FRAIS DE L'ÉTAT NORVÉGIEN

PAR MM. L. SYLOW ET S. LIE

#### TOME SECOND

CONTENANT LES MÉMOIRES POSTHUMES D'ABEL



CHRISTIANIA Imprimerie de grøndahl & søn

M DCCC LXXXI



物理 08 A 2。2

.

### TABLE DES MATIÈRES DU TOME SECOND.

|       |   | PAGES     |
|-------|---|-----------|
| · I.  | Les fonctions transcendantes $\Sigma \frac{1}{a^2}$ , $\Sigma \frac{1}{a^4}$ , $\Sigma \frac{1}{a^4}$ ,, $\Sigma \frac{1}{a^6}$ |           |
|       | exprimées par des intégrales définies   | 1.        |
| П.    | Sur l'intégrale définie $\int_{-0}^{1} x^{a-1} \left(1-x\right)^{c-1} \left(l - \frac{1}{x}\right)^{a-1} dx$ .                  | 7.        |
| III.  | Sommation de la série $y = q(0) + q(1)x + q(2)x^2 + q(3)x^3 + \dots + q(n)x^n$ ,  |           |
|       | n étant un nombre entier positif fini ou infini, et $q(n)$ une fonction   | Carl Anna |
|       | algébrique rationnelle de n   | 14.       |
| IV.   | Sur l'équation différentielle $dy + (p + qy + ry^2) dx = 0$ , où $p$ , $q$ et $r$   |           |
|       | sont des fonctions de x seul.   | 19.       |
| V.    | Sur l'équation différentielle $(y+s) dy + (p+qy+ey^2) dx \equiv 0$ .  | 26.       |
| VI.   | Détermination d'une fonction au moyen d'une équation qui ne con-  |           |
|       | tient qu'une seule variable   | 36.       |
| VII.  | Propriétés remarquables de la fonction $y \equiv q x$ déterminée par l'équa-  |           |
|       | tion $fy \cdot dy = dx \sqrt{(a-y)(a_1-y)(a_2-y) \cdot \cdot \cdot (a_m-y)} = 0$ , $fy$ etant                                   |           |
|       | une fonction quelconque de $y$ qui ne devient pas nulle ou infinie  |           |
|       | lorsque $y \equiv a, a_1, a_2, \ldots a_m$  | 40,       |
| VIII. | Sur une propriété remarquable d'une classe très étendue de fonctions  | 1 1 H     |
|       | transcendantes  | 43.       |
| IX.   | Extension de la théorie précédente  | 47.       |
| Х.    | Sur la comparaison des fonctions transcendantes   | 55.       |
| XI.   | Sur les fonctions génératrices et leurs déterminantes   | 67.       |
| XII.  | Sur quelques intégrales définies  | 82.       |
| XIII. | Théorie des transcendantes elliptiques ,  | . 87.     |



#### TABLE DES MATIÈRES. x2 x3

|      | Note sur la fonction $\psi_x = x + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$ | 189.  |
|------|---|-------|
| XV.  | Démonstration de quelques formules elliptiques  | 194.  |
|      | Sur les séries  | 197.  |
| VII. | Mémoire sur les fonctions transcendantes de la forme $\int y  dx$ , où $y$ .                      |       |
|      | est une fonction algébrique de x  | 206.  |
| ΪΠ.  | Sur la résolution algébrique des équations  | .217. |
| IX.  | Fragmens sur les fonctions elliptiques  | 244.  |
| XX.  | Extraits de quelques lettres à Holmboe.   | 254.  |
| XI.  | Extrait d'une lettre à Hansteen   |       |
| XП.  | Extraits de quelques lettres à Crelle   |       |
| Ш.   | Lettre à Legendre   | 271.  |
|      | Aperçu des manuscrits d'Abel conservés jusqu'à présent  |       |
|      | Notes aux mémoires du tome I  |       |
|      | Notes aux mémoires du tome II   |       |
|      | Table pour faciliter la recherche des citations   |       |
|      |   |       |

I.

LES FONCTIONS TRANSCENDANTES  $\Sigma \frac{1}{a^2}$ ,  $\Sigma \frac{1}{a^3}$ ,  $\Sigma \frac{1}{a^4}$ , ...,  $\Sigma \frac{1}{a^n}$ EXPRIMÉES PAR DES INTÉGRALES DÉFINIES.

Si l'on différentie plusieurs fois de suite la fonction  $\Sigma \frac{1}{a}$ , on aura

 $\frac{d\Sigma\frac{1}{a}}{da} = \frac{\Sigma d\frac{1}{a}}{da} = -\Sigma\frac{1}{a^2},$  $\frac{d^2\Sigma \frac{1}{a}}{da^2} = \frac{\Sigma d^2 \left(\frac{1}{a}\right)}{da^2} = +2\Sigma \frac{1}{a^3},$  $\frac{d^3 \Sigma \frac{1}{a}}{da^3} = \frac{\Sigma d^3 \left(\frac{1}{a}\right)}{da^3} = -2.3 \Sigma \frac{1}{a^4},$  $\frac{d^n \Sigma \frac{1}{a}}{da^n} = \frac{\Sigma d^n \left(\frac{1}{a}\right)}{da^n} = \pm 2.3.4 \dots n.\Sigma \frac{1}{a^{n+1}},$ 

où le signe + a lieu, lorsque *n* est pair, et le signe -, lorsque *n* est impair.

On en conclut réciproquement

 $\Sigma \frac{1}{a^{2}} = -\frac{d\Sigma \frac{1}{a}}{da}, \ \Sigma \frac{1}{a^{3}} = +\frac{d^{2}\Sigma \frac{1}{a}}{2.da^{2}}, \ \Sigma \frac{1}{a^{4}} = -\frac{d^{3}\Sigma \frac{1}{a}}{2.3.da^{3}} + \text{etc.},$ Tome II.

X

XX