

固有振動数成分除去法を用いた残留振動制御に関する研究

栗原, 海

<https://hdl.handle.net/2324/4060161>

出版情報 : Kyushu University, 2019, 博士 (工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

固有振動数成分除去法を用いた
残留振動制御に関する研究

2020年1月

九州大学大学院 工学府 機械工学専攻

栗原 海

目次

第1章 緒言	1
1.1 残留振動の制御	1
1.2 クレーンの残留振動制御	2
1.3 固有振動数成分除去法	4
1.4 本論文の構成	5
第2章 固有振動数成分除去法を用いた台車軌道の設計	7
2.1 基本概念	7
2.2 天井走行クレーンモデル	8
2.3 固有振動数成分除去の条件	9
2.4 成分を除去する振動数について	10
2.5 台車の目標軌道の設計	11
2.6 数値シミュレーション結果	14
2.7 実験による検証	16
2.7.1 実験装置の概略	16
2.7.2 台車の目標軌道の設計	18
2.7.2 実験結果	19
2.8 第2章のまとめ	20
第3章 固有振動数の推定誤差に対するロバスト性向上手法	21
3.1 推定誤差が残留振動に及ぼす影響の検討	21
3.2 ロバスト性向上の条件	23
3.2.1 複数成分除去条件	24
3.2.2 推定誤差に関する微分条件	24
3.2.3 2種類の条件の関係	25
3.3 数値シミュレーション結果	26
3.4 ロバスト性向上手法が制御時間の適用可能範囲に及ぼす影響の検討	32
3.5 実験による検証	35
3.6 第3章のまとめ	38

第4章 吊り荷の昇降を考慮した制御	39
4.1 吊り荷の昇降が残留振動に及ぼす影響の検討	39
4.1.1 ロープ長変化の設定	39
4.1.2 数値シミュレーション結果	40
4.2 吊り荷の昇降を考慮した台車軌道の設計	43
4.3 吊り荷の昇降がロバスト性に及ぼす影響の検討	46
4.4 吊り荷の昇降による障害物回避	52
4.4.1 障害物を回避する目標軌道およびロープ長変化の設計	52
4.4.2 余剰項数の検討	54
4.4.3 障害物の形状の検討	58
4.5 第4章のまとめ	62
第5章 二重振子型系への適用	63
5.1 二重振子型天井走行クレーンモデル	63
5.2 フックの質量および位置が残留振動に及ぼす影響の検討	65
5.3 二重振子型系に対する固有振動数成分除去法の適用	68
5.3.1 台車軌道の設計手法	68
5.3.2 数値シミュレーション結果	69
5.4 最適化手法の適用	70
5.4.1 数値シミュレーション結果	70
5.4.2 余剰項数の影響の検討	72
5.4.3 制御時間による変化	74
5.5 第5章のまとめ	76
第6章 結言	77
謝辞	79
参考文献	80

第 1 章 緒言

1.1 残留振動の制御

残留振動とは、機械システムの動作停止時に残っている振動を指し、天井走行クレーンやロボットアームといった、産業界で広く用いられている機械では残留振動が問題となる。残留振動が生じると、安全性の低下や、待ち時間の発生による作業効率の低下などを引き起こす。このことから、残留振動の抑制が強く求められている。

残留振動の抑制手段としては **Input Shaping** と呼ばれる手法がよく知られている⁽¹⁻⁸⁾。 **Input Shaping** とは、線形減衰系を対象とした手法である。 **Input Shaper** と呼ばれる複数のインパルスの組み合わせを用い、任意の入力と **Input Shaper** の畳み込みで制御入力を設計する。最初の入力で生じた振動を打ち消すように残りのインパルスの大きさとタイミングを決めることにより、残留振動を抑制することができる。最も簡単なものは 2 つのインパルスから成る **Zero vibration (ZV) shaper** であり、制御に用いるパラメータが全て既知であれば残留振動を完全に抑制することが可能である。 **Input Shaping** は **ZV shaper** の他にも様々な手法が提案されており、ロバスト性を向上させるための手法として、 **Zero vibration and derivative (ZVD) shaper**, **Zero vibration and double derivative (ZVDD) shaper**, **Zero vibration and triple derivative (ZVDDD) shaper**, **Extra insensitive (EI) shaper**, **Specified insensitivity (SI) shaper** が提案されている⁽⁷⁾。従来のローパスフィルターやノッチフィルターを用いた手法と比較しても、制御時間の短さや残留振動の抑制効果の面で **Input Shaping** が優れている⁽⁶⁾。また、平滑な入力を持つローパスフィルターのような性質を利用して、 **Input Shaping** と平滑化を組み合わせた多自由度系における低次モードのみでなく高次モードの残留振動も抑制する手法が提案されている⁽⁸⁻¹⁰⁾。

上記のように、 **Input Shaping** は複数のインパルスを用いた入力設計により残留振動を打ち消す手法であるが、結局制御入力のラプラス変換が制御系の固有振動数で零になるように入力を設定することに等しく、これは残留振動を抑制するための必要十分条件であることが知られている⁽¹¹⁾。この性質を利用した多自由度線形減衰系の残留振動を抑制する制御入力の設計手法も提案されている⁽¹¹⁾。また、線形不減衰系について、制御入力のフーリエ変換が固有振動数の成分を持たないことが残留振動抑制の必要十分条件であることが証明されている⁽¹²⁾。

線形系を対象とした、制御入力の持つ固有振動数成分に着目した制御としては、固有振動数を含めた付近にある複数個の振動数の成分の和を目的関数に用いて最小化することによりロバスト性を持った制御入力を設計する手法⁽¹³⁾、制御入力のフーリエ変換と固有振動

数を中心としたガウス関数の積を目的関数に用いてロバスト性を持った制御入力を設計する手法⁽¹⁴⁾が挙げられる。

1.2 クレーンの残留振動制御

クレーンは港湾や工場などで重量物の搬送に広く用いられている機械である。一口にクレーンといっても様々な種類があり、天井を平面的に台車が走行する天井走行クレーン、それを大型化したようなガントリークレーン、一本の柱から旋回するアームが伸びたタワークレーン、支点となる台座から旋回および起伏するアームが伸びたブームクレーンなどがある^(15, 16)。クレーンを用いた搬送においては、しばしば動作停止時に吊り荷に残留振動が発生して作業効率が著しく低下する。搬送には高速かつ正確な位置決めが求められているが、一般に残留振動は搬送が高速であるほど顕著となり、吊り荷の正確な位置決めを妨げる。現状では高速かつ正確な運転の実現を長年の経験に基づいた熟練者に頼らざるを得ないが、物流が年々拡大傾向にある中で、安全性の向上や作業の効率化のため、クレーンの運転を自動化することへの要望は強くなっている。また、熟練者の減少が将来的には避けられないことも要望の一因である。

クレーンの自動化を行うにあたっては、上記のように、目標位置における吊り荷の残留振動を抑制するための手法が必要となる。クレーンの残留振動抑制に関しては多くの研究が行われており、Abdel-Rahman ら⁽¹⁵⁾は 2001 年以前の、Ramli ら⁽¹⁶⁾は 2000 年から 2016 年までの、クレーンのモデリングおよび制御に関する研究を取りまとめている。研究は主にクローズドループ制御とオープンループ制御に大別できる。

クローズドループ制御を用いた研究例としては、時間的に変化するロープ長さをもとに適宜ゲインを更新しながらフィードバック制御を行う手法⁽¹⁷⁻¹⁹⁾、Input Shaping に吊り荷振れ角の PD 制御を合わせた手法⁽²⁰⁻²²⁾、遺伝的アルゴリズムを用いて PD コントローラやニューロコントローラを最適化する手法^(23, 24)、オンラインでパラメータを推定しながら制御する手法⁽²⁵⁾、が提案されている。その他、ファジィ制御⁽²⁶⁻²⁸⁾や H_{∞} 制御⁽²⁹⁾を適用した研究もある。クローズドループ制御は制御系のパラメータ変化に対するロバスト性が高く、外乱にも対応できるという長所がある一方で、吊り荷の振れ角を測定するための計測機器が必要となるという短所もある。計測機器にはその設置費用やメンテナンス費用がかかり、また、計測機器が故障した際に信頼性が低下してしまうリスクもはらんでいる。

オープンループ制御にはクローズドループ制御で必要となる計測機器が不要なため、上述したような問題点は生じない。オープンループ制御を用いた研究例として、Singer らは 1.1 節で述べた Input Shaping をクレーンに適用した手法⁽³⁰⁾を提案している。しかし、Input

Shaping は線形減衰系を対象とした手法であり、無視できないほど大きな非線形性が含まれる系に対してはそれを考慮できず、残留振動を完全には抑制できないという欠点が存在する。クレーンの搬送においては、作業効率向上に不可欠な高速搬送を行った際に吊り荷の大振幅が避けられず、この大振幅が原因でクレーンには非線形性が生じることから、非線形性に対応できる手法が求められる。学習型または進化型の最適化手法を用いることによって非線形系に対する残留振動抑制を図った制御法の研究があり、阿部らはニューラルネットワークの学習法として Particle Swarm Optimization (PSO)を採用し、サイクロイド関数を元にした台車軌道の生成手法⁽³¹⁾を、小島らはべき乗で表した台車の速度パターンを遺伝的アルゴリズムにより決定する最適軌道アルゴリズム⁽³²⁾を、寺嶋らは制御入力を表す正弦波多項式の角周波数を遺伝的アルゴリズムにより最適化する手法⁽³³⁾を提案している。しかし、これらの手法では試行錯誤的なパラメータ設定が必要であり、一般に膨大な計算量を要することが問題である。

実際にクレーンを制御することを考えると、搬送物の形状や保持状態は毎回同じとは限らず、ロープ長さも変化することから、常に正確に系を同定することは困難である。そのため、ある程度の誤差を許容可能なロバスト性を持った制御法が必要となる。オープンループ制御で線形化したクレーンを対象とした残留振動抑制のロバスト性に関する研究としては、固有振動数とその近傍で固有振動数を挟むもう 2 つの振動数の成分を制御入力から除去することで固有振動数近傍の周波数成分を小さくする手法⁽¹²⁾や、周波数の変動範囲で生じる残留振動の積分値を評価値として最小化する手法⁽³⁴⁾がある。しかし、これらは適用対象が線形系に留まっているため実際の機械への適用を考えると不十分である。非線形系を対象とした制御法としては、阿部が荷の位置が異なる複数の場合で生じる残留振動の総和を評価関数として、PSO で評価関数を最小化する最適軌道を求めてロバスト性を向上させる手法を提案している⁽³⁵⁾。しかし、進化型計算であることに加えて系パラメータの異なる複数の条件に対する計算が必要であることから、一般にその計算量は膨大となると考えられる。

クレーンの搬送においては、吊り荷の初期位置と目標位置の高さが異なる場合や、初期位置と目標位置の間に障害物があり、吊り荷の高さを変えずに搬送を行えば吊り荷と障害物が衝突する場合など、吊り荷の巻き上げが必要な状況がある。そのため、吊り荷の巻き上げを行いながら搬送を行った上で残留振動の抑制が可能ならば、搬送効率の向上が見込める。線形化したクレーンで搬送中にロープ長が一定の速度で変化するような場合の研究として、栗本らはロープ長の変化と吊り荷振れの位相変化の関係を示し、一定の加速度の入力時間を残留振動が生じないように設定する手法⁽³⁶⁾を、Alghanim らはロープ長の変化速

度によりかかるコリオリ力を吊り荷の振れ角速度に対してかかる減衰とみなして制御する手法⁽³⁷⁾を提案している。しかし、これらは限定されたロープ長の変化に対してのみの考慮に留まっている。Input Shaping を適用した研究⁽³⁸⁻⁴⁰⁾やローパスフィルターを用いた研究⁽⁴¹⁾もあるが、いずれも残留振動を完全に抑制できる手法ではない。

ここまでオープンループ制御の研究例として挙げてきたものはいずれも台車と吊り荷がロープでつながれた単振子型系でモデル化されたものであった。しかし、実際のクレーンでは吊り荷の質量と比べてフックの質量が無視できないほど大きいために単振子型系ではモデル化として不適切な場合がある。そのような場合にはクレーンを二重振子型系などの多自由度系でモデル化しなければならず、複数モードの残留振動に対する抑制も必要となる。二重振子型系でモデル化されたクレーンの制御には、Input Shaping を用いたものがある。入力により生じる 1 次モードおよび 2 次モードの残留振動の大きさを計算し、両方ともが小さくなるように入力を設計する手法 (Two-mode SI Shaper)^(42, 43)、シミュレーションで Input Shaping の入力に台車とロープの成す角の角加速度フィードバックを用いた制御を行い、結果を元に Input Shaping の入力を修正した制御入力を用いる手法^(44, 45)、平滑化によりローパスフィルターのような効果が表れることを利用した手法^(9, 10)が提案されている。また、二重振子型系のクレーンの操作について、オペレータによるマニュアル制御と PD 制御または Input Shaping による補助を行った制御の比較が行われており、制御時間や操作回数において Input Shaping によるものが優れた結果を示している^(46, 47)。しかし、Input Shaping が線形系に対する制御手法であることから、非線形性を考慮できていない点は問題であるといえる。

1.3 固有振動数成分除去法

本研究では、天井走行クレーンを対象としたオープンループ制御による残留振動抑制を目的とし、そのための手段として、固有振動数成分除去法を用いて残留振動の生じない台車軌道进行を設計する方法を提案している^(48, 49)。固有振動数成分除去法は、線形不減衰系に関して有限時間作用する外力が系の固有振動数の成分を持たなければ残留振動は生じない、という性質^(12, 50)を利用したものである。Bhat ら⁽¹¹⁾および山浦ら⁽¹²⁾はこの性質を利用したオープンループ制御による多自由度系の制振について検討している。しかし、両者とも適用対象は線形系に留まっているため、実際の機械への適用を考えると不十分である。クレーンの残留振動制御において系の固有振動数と残留振動の関係に着目した研究として、Lewis らは操作者の入力に対して線形固有振動数成分を除去するフィルターをかけることで残留振動の抑制を図っているが、非線形性の考慮を行っていないため、残留振動を完全には抑制できていない⁽⁵¹⁾。三好らは線形系において固有振動数の変動に対するロバスト性を向上

させることで非線形性への対応を行うとともに、ロバスト性と制御入力 of 周波数特性の関係を数学的に示している⁽³⁴⁾。しかし、非線形性の影響が明確ではないこと、および加速度が不連続に変化していることが問題である。これらに対して、本研究で提案している固有振動数成分除去法では線形系のみならず非線形系に対しても上記の性質を利用した制振が可能である^(48,49)。

固有振動数成分除去法では、上記の性質を非線形減衰系についても適用するために、クレーンの減衰や非線形性の影響を線形不減衰系にかかる外力とみなしたみなし外力を用いている。このように、運動方程式からみなし外力を求めて固有振動数成分を除去するという明快な手続きで一般的な系に対して適用できることから、高い簡便性と汎用性を有した手法であるといえる。

また、本手法は非線形性を考慮した上で周波数領域において残留振動抑制に関する検討ができる点で優れた手法である。例えば、線形系に対して外力の持つ固有振動数付近の成分を低減させることによってロバスト性を向上させる手法には 1.1 節および 1.2 節で援用したものがあがるが、非線形系に対してこれらの手法をそのまま適用することはできない。これに対して、本手法では外力そのものではなく、みなし外力の持つ固有振動数付近の成分を低減させることで、非線形系に対してもロバスト性の向上が期待できる。

1.4 本論文の構成

1.2 節で述べたように、非線形性および減衰、同定の誤差に対するロバスト性、時間的なパラメータ変化、および多自由度系の複数モードに生じる残留振動はクレーンの残留振動制御において問題となり得る。本論文では、固有振動数成分除去法を用いてこれらを考慮した残留振動制御を行い、これらの問題に対する手法の有効性を検証する。

本論文は 6 つの章から構成される。

第 1 章では、クレーンを中心とした残留振動制御に関する状況についてまとめた。また、クレーンの残留振動を抑制する上での問題点を示した。

第 2 章では、天井走行クレーンに固有振動数成分除去法を適用して台車軌道を設計する方法について述べる。まず、線形不減衰系を用いて固有振動数成分除去法の基本概念を示す。次に、天井走行クレーンモデルを提示し、固有振動数成分除去法を用いた台車軌道の設計方法について述べる。最後に、数値シミュレーションおよび実験によって本手法の有効性を検証する。

第 3 章では、固有振動数の推定誤差に対するロバスト性の向上手法について検討する。まず、推定誤差が残留振動の抑制に及ぼす影響を調べる。その後、みなし外力の持つ固有

振動数周りの成分を低減することによるロバスト性向上を図って、みなし外力から複数の振動数成分を除去する条件と振動数成分の微分係数を零にする条件の 2 種類の条件を与えて台車軌道の設計を行う。設計した台車軌道のロバスト性及び適用可能な制御時間の範囲について、数値シミュレーションおよび実験によって検証し、2 種類の条件の比較を行う。

第 4 章では、搬送中に台車と吊り荷をつなぐロープ長が時間的に変化して吊り荷の昇降が生じる場合について検討する。まず、ロープ長の変化が残留振動抑制へ及ぼす影響を調べる。次に、非線形性や減衰の影響と同様にロープ長の影響もみなし外力に含めて台車軌道の設計を行い、残留振動抑制に対する有効性を数値シミュレーションで検証する。さらに、ロープ長の変化に冗長性を持たせて、最適化手法を用いた障害物を回避する軌道の設計方法を示し、その有効性の検証および回避できる障害物の大きさについて検討を行う。

第 5 章では、フックと吊り荷から成る二重振子型系で天井走行クレーンをモデル化した場合について検討する。まず、単振子型系で台車軌道を設計した際に二重振子型系に生じる残留振動について調べる。次に、固有振動数成分除去法の二重振子型系への適用方法について述べ、数値シミュレーションにより有効性を検証する。さらに、台車加速度に関して最適化を行うことで、台車軌道の改善を図る。

第 6 章では、第 2 章から第 5 章までの内容を踏まえ、本論文を総括する。

第 2 章 固有振動数成分除去法を用いた台車軌道の設計

本研究では、オープンループ制御による天井走行クレーンの残留振動抑制を目的として、台車軌道の設計手法に固有振動数成分除去法を提案している。この手法は線形不減衰系に関して外力が系の固有振動数成分を持たなければ残留振動は生じない、という性質を利用したものである。

本章では、固有振動数成分除去法の基本概念について述べた後に、天井走行クレーンに固有振動数成分除去法を適用して台車軌道を設計する方法について述べ、数値シミュレーションおよび実験により本手法の残留振動抑制に対する有効性を検証する。

2.1 基本概念

本節では、質量 m の質点とばね定数 k のばねから成る線形不減衰 1 自由度系に対して有限時間だけ外力が作用するときの残留振動を例に、固有振動数成分除去法の基本概念について述べる。外力 $f(t)$ が $t=0$ から $t=T$ まで作用するときの系の運動方程式は、質点の変位を x とし、固有角振動数 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ を用いて次のように表される。

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{f(t)h(t)}{m}, \quad h(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq T) \\ 0 & (t < 0, T < t) \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、系は $t=0$ で静的平衡状態にあるものとする。 $0 \leq t \leq T$ で定義された外力 $f(t)$ の複素フーリエ変換 $F(\omega)$ を考えると、外力 $f(t)$ が固有角振動数 ω_n の成分を持たない条件は次のように示される。

$$\begin{aligned} F(\omega_n) &= \int_0^T f(t) \cos \omega_n t \, dt - i \int_0^T f(t) \sin \omega_n t \, dt = 0 \\ &\Leftrightarrow \int_0^T f(t) \cos \omega_n t \, dt = 0 \quad \wedge \quad \int_0^T f(t) \sin \omega_n t \, dt = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

また、式(2.2)が満足される時、 $t=T$ (強制外力が作用し終わった時間) における質点の変位 $x(T)$ および、質点の速度 $\dot{x}(T)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x(T) &= \frac{\sin \omega_n T}{m \omega_n} \int_0^T f(\tau) \cos \omega_n \tau \, d\tau - \frac{\cos \omega_n T}{m \omega_n} \int_0^T f(\tau) \sin \omega_n \tau \, d\tau = 0 \\ \dot{x}(T) &= \frac{\cos \omega_n T}{m} \int_0^T f(\tau) \cos \omega_n \tau \, d\tau + \frac{\sin \omega_n T}{m} \int_0^T f(\tau) \sin \omega_n \tau \, d\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

このように、系に作用する外力 $f(t)$ に固有角振動数の成分が含まれない場合には

$x(T)=0, \dot{x}(T)=0$ が成立し, $t>T$ で振動が発生しないことがわかる⁽⁵⁰⁾.

このような固有角振動数 ω_n を有する線形系で外力の作用が終了した $t \geq T$ における振動が発生しないための必要十分条件は, 式(2.2)のように, 外力 $f(t)$ が角振動数 ω_n の成分を持たないことであることを, Bhat ら⁽¹¹⁾は減衰系でラプラス変換を用いて, 山浦ら⁽¹²⁾は不減衰系でフーリエ変換を用いて明らかにしている.

2.2 天井走行クレーンモデル

本章および第3章, 第4章では, 図2.1に示すような天井走行クレーンモデルを取り扱う. この系は, 質量 M の台車, 質量 m の吊り荷, 長さ l のロープで構成されている. ここで, 吊り荷は質点であると仮定し, 台車と吊り荷を連結するロープは質量が無視でき, かつ伸縮せずたわまないものとする. また, ロープの長さ l は時間的に変化するものとし, 制御開始時のロープ長を l_0 とする. 台車は水平方向の外力 f_x によって直線状のレール上を移動可能であり, 台車と吊り荷の運動はレールを含む鉛直平面内に拘束される. 台車および吊り荷の並進運動に関する粘性減衰係数をそれぞれ C および c とし, 重力加速度を g とする. 台車の変位を x (右向きを正) および台車に対する吊り荷の振れ角を θ (反時計回りを正) とすると, x および θ に関する運動方程式は次のように導出される.

$$\left. \begin{aligned} (M+m)\ddot{x} + ml\cos\theta \cdot \ddot{\theta} + (C+c)\dot{x} + cl\cos\theta \cdot \dot{\theta} - ml\sin\theta \cdot \dot{\theta}^2 \\ + m\ddot{l}\sin\theta + 2m\dot{l}\cos\theta \cdot \dot{\theta} + c\dot{l}\sin\theta = f_x \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\cos\theta \cdot \ddot{x} + cl^2\dot{\theta} + cl\cos\theta \cdot \dot{x} + mgl\sin\theta + 2ml\dot{l}\dot{\theta} = 0 \quad (2.5)$$

ここに, " $\dot{\cdot}$ " = d/dt である.

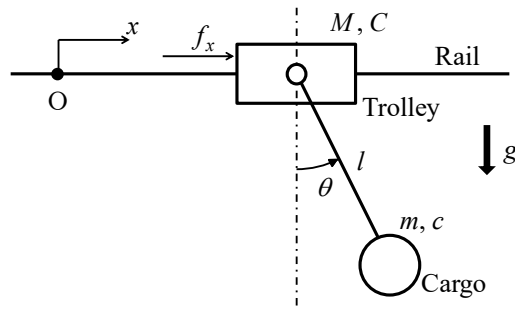


Fig. 2.1 Analytical model of overhead crane.

制御目標は、目標到達時間 $t=T$ で台車を $x=d$ まで移動させ、かつ吊り荷の残留振動を抑制することである。ここで、実時間 t を目標到達時間 T で除した無次元時間 $\tau = t/T$ を導入し、いくつかの無次元パラメータを用いて、上の運動方程式を次のように書き換える。

$$\left. \begin{aligned} (1+\mu)\xi'' + \mu\rho\cos\theta\cdot\theta'' + 2\mu(\zeta_\xi + \zeta_\theta)\omega_a\xi' + 2\mu\rho\zeta_\theta\omega_a\cos\theta\cdot\theta' - \mu\rho\sin\theta\cdot\theta'^2 \\ + \mu\rho''\sin\theta + 2\mu\rho'\cos\theta\cdot\theta' + 2\mu\rho'\zeta_\theta\omega_a\sin\theta = \sigma_\xi \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

$$\rho^2\theta'' + \rho\cos\theta\cdot\xi'' + 2\rho^2\zeta_\theta\omega_a\theta' + 2\rho\zeta_\theta\omega_a\cos\theta\cdot\xi' + \rho\rho_0\omega_a^2\sin\theta + 2\rho\rho'\theta' = 0 \quad (2.7)$$

ここに、 $\prime = d/d\tau$ であり、 L を代表長さとして、次のような変数および無次元パラメータを用いた。

$$\left. \begin{aligned} \xi = \frac{x}{L}, \quad \mu = \frac{m}{M}, \quad \omega_a = T\tilde{\omega}_a, \quad \tilde{\omega}_a = \sqrt{\frac{g}{l_0}} \\ \zeta_\xi = \frac{C}{2m\tilde{\omega}_a}, \quad \zeta_\theta = \frac{c}{2m\tilde{\omega}_a}, \quad \sigma_\xi = \frac{f_x T^2}{ML}, \quad \rho = \frac{l}{L}, \quad \rho_0 = \frac{l_0}{L} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

このうち、 ω_a は無次元固有角振動数を表す。後の第3章で固有振動数の推定誤差に対するロバスト性について議論する際には、数値シミュレーションと台車軌道の設計で用いる固有振動数の間に推定誤差を設定することで、固有振動数に推定誤差がある場合の残留振動の大きさを調べる。そのため、あらかじめ、 ω_a を無次元固有角振動数の真値とし、台車軌道の設計に用いる推定誤差を含む推定値を ω_e としておく。

また、制御入力 σ_ξ は、目標到達位置における台車の位置決め精度を保証するために、台車変位のフィードバックを用いて次のように与える。

$$\sigma_\xi = G(\xi_t - \xi) \quad (2.9)$$

ここに、 ξ_t は台車が追従すべき目標軌道、 G はフィードバックゲインである。

なお、本章および第3章では $\rho(\tau) = \rho_0$ としたロープ長が一定の場合を扱い、第4章でロープ長の時間変化を考慮した場合について検討する。

2.3 固有振動数成分除去の条件

固有振動数成分除去法は、線形不減衰系に関して外力が系の固有振動数成分を持たなければ残留振動は生じないという性質を、みなし外力を用いることにより非線形減衰系にも適用可能にしようという手法である。無次元固有角振動数を推定値 ω_e とし、その場合の台車の目標軌道を ξ_{te} とすれば、固有振動数成分除去法を適用する運動方程式は、式(2.6), (2.7)

および(2.9)より次のようになる。ただし、本章ではロープ長は $\rho(\tau) = \rho_0$ で一定として扱うため、 $\rho = \rho_0$, $\rho' = \rho'' = 0$ を代入している。

$$\left. \begin{aligned} (1 + \mu)\xi'' + \mu\rho_0 \cos\theta \cdot \theta'' + 2\mu(\zeta_\xi + \zeta_\theta)\omega_e \xi' \\ + 2\mu\rho_0\zeta_\theta\omega_e \cos\theta \cdot \theta' - \mu\rho_0 \sin\theta \cdot \theta'^2 = G(\xi_{te} - \xi) \\ \theta'' + \omega_e^2\theta = \sigma_{\theta e} \\ \sigma_{\theta e} = \omega_e^2(\theta - \sin\theta) - \frac{\cos\theta \cdot \xi'' + 2\rho_0\zeta_\theta\omega_e\theta' + 2\zeta_\theta\omega_e \cos\theta \cdot \xi'}{\rho_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

ここに、 $\sigma_{\theta e}$ は吊り荷に対するみなし外力であり、吊り荷に作用する非線形性および減衰の影響を無次元固有角振動数が ω_e の線形不減衰系に作用する外力として捉えたものである。2.1 節で示した性質より、線形不減衰系に外力が有限時間作用する場合、残留振動が生じないための必要十分条件は作用する外力が系の固有振動数の成分を持たないことである。したがって、無次元固有角振動数が ω_e の系では、 $\sigma_{\theta e}$ が ω_e の成分を持たなければ吊り荷に残留振動は生じない。この条件は次式で与えられる。

$$\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos\omega_e \tau \, d\tau = 0 \quad \wedge \quad \int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin\omega_e \tau \, d\tau = 0 \quad (2.11)$$

式(2.10)から、 $\sigma_{\theta e}$ は台車の変位 ξ および吊り荷の振れ角 θ を含む関数であることがわかる。これら ξ および θ は、台車の目標軌道 ξ_{te} を時間関数として与えると、式(2.10)を数値積分することによって求められる。したがって、吊り荷の残留振動を抑制する問題は、式(2.11)を満足するような ξ_{te} を導出する問題となる。

2.4 成分を除去する振動数について

2.3 節では固有振動数成分除去の条件について述べた。式(2.10)の第2式の固有角振動数が ω_e であることから、式(2.11)を満たすようにみなし外力 $\sigma_{\theta e}$ から ω_e の成分を除去することで残留振動の抑制を図っている。しかし、式(2.10)の第2式の左辺第2項である $\omega_e^2\theta$ は式(2.7)を式(2.10)に変形する過程で両辺に加えられたものであり、式(2.7)の運動方程式にそのような項はないため、ここで ω_e を用いる必然性はない。すなわち、式(2.10)の第2式の固有角振動数は ω_e 以外でもよいはずであるが、選ぶ固有角振動数によって残留振動を抑制できないようなことがあれば適切な固有角振動数を選ぶ手段が必要となる。この節では、式(2.10)の第2式の固有角振動数として ω_e を用いてよいか検討する。

非線形性や減衰の項を $N(x, \dot{x}, t)$ とおいた次のような運動方程式を用いて考える。

$$\ddot{x} + N(x, \dot{x}, t) = f(t) \quad (2.12)$$

x を y に変え、任意の振動数 Ω を用いて、式(2.12)を次のように変形する.

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = \Omega^2 y + f(t) - N(y, \dot{y}, t) \quad (2.13)$$

ここに、式(2.13)の右辺はみなし外力である. みなし外力を $g(t) = \Omega^2 y + f(t) - N(y, \dot{y}, t)$ とおくと、式(2.13)の解は次式で表される.

$$y(t) = \frac{1}{\Omega} \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau \quad (2.14)$$

ここで、式(2.14)を t で微分することで次式が求まる.

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}(t) &= \int_0^t g(\tau) \cos \Omega(t - \tau) d\tau \\ \ddot{y}(t) &= -\Omega \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau + g(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

式(2.15)は式(2.13)を満足する. 式(2.14)および式(2.15)の $y(t)$, $\dot{y}(t)$, $\ddot{y}(t)$ を式(2.12)の $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ に代入すると、式(2.12)の左辺は次のようになる.

$$\begin{aligned} \ddot{y} + N(y, \dot{y}, t) &= -\Omega \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau + g(t) + N(y, \dot{y}, t) \\ &= -\Omega \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau + \left\{ \Omega^2 y + f(t) - N(y, \dot{y}, t) \right\} + N(y, \dot{y}, t) \\ &= -\Omega \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau \\ &\quad + \left\{ \Omega^2 \cdot \frac{1}{\Omega} \int_0^t g(\tau) \sin \Omega(t - \tau) d\tau + f(t) - N(y, \dot{y}, t) \right\} + N(y, \dot{y}, t) \\ &= f(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

式(2.16)より、式(2.13)の解である式(2.14)は式(2.12)の解でもあることがわかる. したがって、式(2.13)のみなし外力から Ω の成分を除去することは、非線形減衰系である式(2.12)の残留振動を抑制することに等しい. このとき、みなし外力から成分を除去すべき振動数である Ω は任意の振動数であることから、式(2.10)の第2式の固有角振動数も任意の振動数を用いることができる. そのため、そこに ω_e を用いることにも問題はない. ただし、上記の議論はみなし外力を正確に求められていることが前提になっており、パラメータに推定誤差が含まれるような場合にはみなし外力が正確に求められないため、 $\omega_e \neq \omega_a$ の場合には式(2.10)の第2式の固有角振動数にどのような振動数を用いても推定誤差の影響が現れる.

2.5 台車の目標軌道の設計

2.3 節では残留振動を抑制するための固有振動数成分除去の条件について述べた. 本節で

は、クレーンに搬送をさせるための境界条件を与え、固有振動数成分除去の条件および境界条件を満足するような台車軌道の設計に時間関数を用いる。

台車の軌道を導出するにあたり、式(2.11)の条件に加えて、制御時間 $0 \leq \tau \leq 1$ の間に台車が初期位置 ($\xi = 0$) から目標到達位置 ($\xi = \delta = d/L$) まで移動する条件、制御開始時と終了時に台車が静止している条件、および無理のない始動と停止を実現する条件として、台車軌道に関する以下の境界条件を与える。なお、制御入力を式(2.9)のように変位のフィードバックで与えていることから、台車は目標軌道に完全には追従しないため、実際の台車軌道と目標軌道との間にはずれが生じる。そこで、制御開始時は ξ_{te} 、制御終了時は ξ を境界条件に用いている。

$$\left. \begin{aligned} \xi_{te}(0) = 0, \quad \xi(1) = \delta \\ \xi_{te}'(0) = \xi'(1) = 0 \\ \xi_{te}''(0) = \xi''(1) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

ξ_{te} としては、関数形を次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} \xi_{te} &= \sum_{n=0}^{N_a} a_n P_n(\tau) \\ P_n(\tau) &= \frac{1}{n!} \frac{1}{\tau^3} \frac{d^n}{d\tau^n} \left[\tau^6 (\tau^2 - \tau)^n \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

式(2.18)の a_n は未定係数、 $P_n(\tau)$ は目標軌道 $\xi_{te}(\tau)$ を構成する基底関数であり、 $P_n(\tau)$ は次式を満足する。

$$\int_0^1 P_n(\tau) \cdot P_m(\tau) d\tau = \begin{cases} 0 & (n \neq m) \\ \frac{1}{2n+7} & (n = m) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$P_n(0) = 0, \quad P_n'(0) = 0, \quad P_n''(0) = 0 \quad (2.20)$$

式(2.19)は $0 \leq \tau \leq 1$ の範囲において異なる P_n が互いに独立であり、直交していることを表す。式(2.20)は P_n, P_n', P_n'' が $\tau = 0$ で零となり、あらかじめ式(2.17)における $\tau = 0$ の 3 個の条件が満足されることを表す。したがって、 ξ_{te} が満たすべき条件は式(2.11)の条件 2 個と式(2.17)のうち $\tau = 1$ の条件 3 個を合わせた 5 個となるため、 $N_a = 4$ になる。

Table 2.1 Modified Legendre polynomials

n	$P_n(\tau)$
0	τ^3
1	$8\tau^4 - 7\tau^3$
2	$45\tau^5 - 72\tau^4 + 28\tau^3$
3	$220\tau^6 - 495\tau^5 + 360\tau^4 - 84\tau^3$
4	$1001\tau^7 - 2860\tau^6 + 2970\tau^5 - 1320\tau^4 + 210\tau^3$
5	$4368\tau^8 - 15015\tau^7 + 20020\tau^6 - 12870\tau^5 + 3960\tau^4 - 462\tau^3$

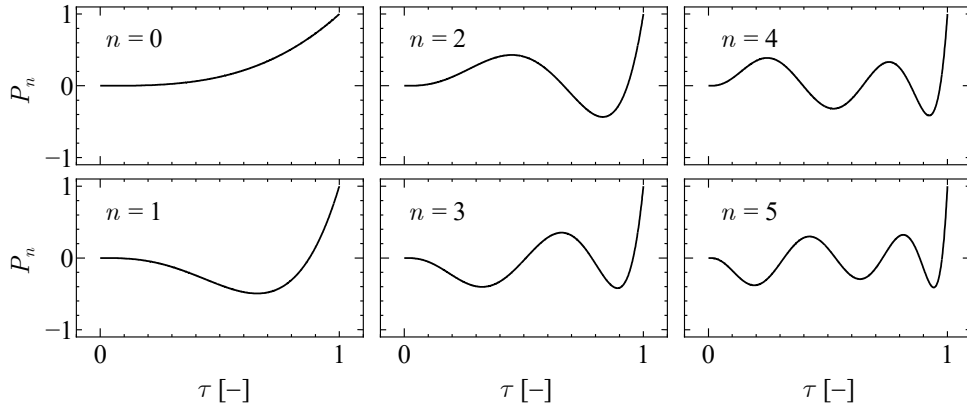


Fig. 2.2 Graphs of modified Legendre polynomials.

以上より、式(2.11)および式(2.17)の条件を満足する未定係数 a_n ($n=0\sim 4$) を求めることにより残留振動を抑制する台車軌道を決定することができる。なお、非線形性および減衰の影響を考慮する場合には未定係数を解析的に求めることは不可能であるため、本報では固有振動数成分除去の条件である式(2.11)および境界条件である式(2.17)を満足する未定係数 a_n をニュートン法により求めた。ニュートン法の初期値には、基本的には減衰を無視して線形化した運動方程式から設計した目標軌道の係数を用いる。その初期値で収束しないパラメータである場合は、それとは別のパラメータで収束した係数を初期値に用いて、パラメータを目的の値に徐々に近づけながら目標軌道を求めてそれを次の初期値に用いるという手順を繰り返し、最終的に目的のパラメータにおける目標軌道を求める。

基底関数 P_n としては他にも多数考えられるが、種々検討した結果、本手法で未定係数 a_n を求める際に用いるニュートン法の収束性に基底関数の直交性が大きな影響を及ぼすことがわかったため、ルジャンドル多項式を参考にして、式(2.17)における $\tau=0$ の3個の境界条

件をあらかじめ満足するように作成した直交多項式を用いることとした。ここでは、この $P_n(\tau)$ を修正ルジャンドル多項式と呼ぶ。 $n=0\sim 5$ の P_n について、表 2.1 にはそれぞれの具体的な式を、図 2.2 には関数形状を示す。

2.6 数値シミュレーション結果

本節では、2.3 節および 2.5 節で提案した手法を天井走行クレーンモデルの制振制御へ適用したときの有効性を数値シミュレーションによって検証する。その際、台車の目標軌道 ξ_{te} は無次元固有角振動数を推定値 ω_e とする式(2.10)から求め、数値シミュレーションは無次元固有角振動数を真値 ω_a とする式(2.6)および式(2.7)に目標軌道 ξ_{te} を用いた次式から求めた。

$$\left. \begin{aligned} (1+\mu)\xi'' + \mu\rho_0 \cos\theta \cdot \theta'' + 2\mu(\zeta_\xi + \zeta_\theta)\omega_a \xi' \\ + 2\mu\rho_0\zeta_\theta\omega_a \cos\theta \cdot \theta' - \mu\rho_0 \sin\theta \cdot \theta'^2 = G(\xi_{te} - \xi) \\ \theta'' + \omega_a^2\theta = \sigma_{\theta a} \\ \sigma_{\theta a} = \omega_a^2(\theta - \sin\theta) - \frac{\cos\theta \cdot \xi'' + 2\rho_0\zeta_\theta\omega_a\theta' + 2\zeta_\theta\omega_a \cos\theta \cdot \xi'}{\rho_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

これらの数値積分にはいずれも Runge-Kutta-Gill 法を利用し、制御時間 $0 \leq \tau \leq 1$ の分割数を 1024 とした。数値シミュレーションに用いた系パラメータを表 2.2 に示す。ここで、台車の減衰比 ζ_ξ の値は制御装置のカatalog値を参考にして決めた。また、無次元固有角振動数の真値 ω_a と推定値 ω_e の差を、推定誤差 ε を用いて次のように定義する。

$$\omega_a = (1+\varepsilon)\omega_e \quad (2.22)$$

このように推定値を基準として真値を表すのは、目標軌道を設計する際には設計者の知り得る推定値を用いざるを得ないためである。さらに、制御時間の長短を表すために次のような無次元パラメータ ν を導入する。

$$\nu = \frac{T}{2\pi/\tilde{\omega}_e} \quad (2.23)$$

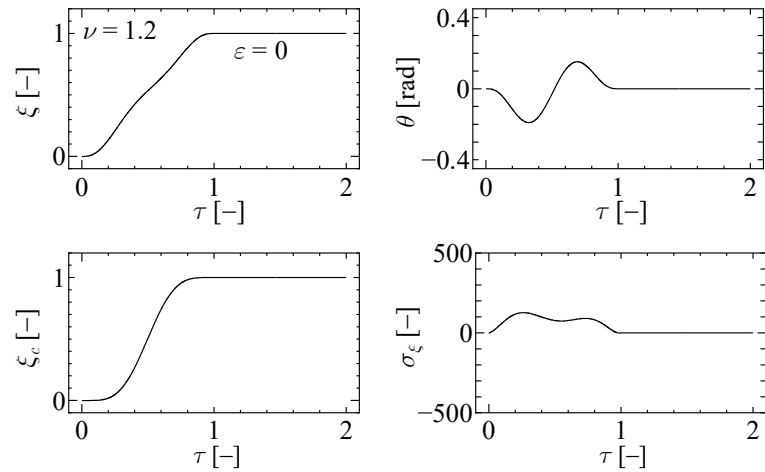
ここに、 ν は制御時間 $t=T$ と吊り荷の固有周期の推定値 $2\pi/\tilde{\omega}_e$ ($\omega_e = T\tilde{\omega}_e$) の比であり、この値が小さいほど短い時間で台車が目標位置まで移動することを意味する。

Table 2.2 Dimensionless parameters

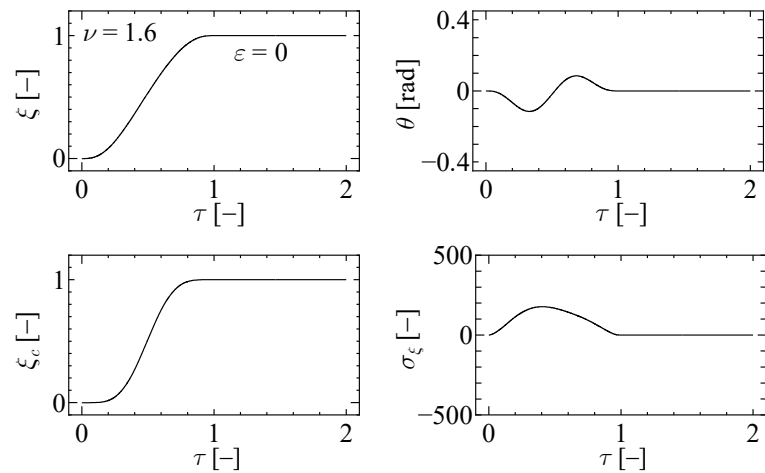
μ	ζ_ξ	ζ_θ	G	δ	ρ_0
1.0	5.00	0.05	1.0×10^5	1.0	1.0

$\nu=1.2$ および $\nu=1.6$ の場合の数値シミュレーション結果を図 2.3 に示す. なお, 誤差はない ($\varepsilon=0$) ものとしている. 上段が左から台車の位置 ξ , 台車に対する吊り荷の振れ角 θ , 下段が左から ξ 方向の吊り荷の位置 $\xi_c = \xi + \rho \sin \theta$, 台車への入力 σ_ξ である. 図 2.3(a)が $\nu=1.2$, 図 2.3(b)が $\nu=1.6$ の場合である.

図 2.3 より, $\nu=1.2$ および $\nu=1.6$ の両方の場合で吊り荷の振れ角 θ が制御終了以降($\tau > 1$)で変動していないことから, 本設計法の残留振動抑制に対する有効性が確認された. また, 搬送中 ($0 \leq \tau \leq 1$) の吊り荷の振れ角は大きいにもかかわらず, 吊り荷の位置 ξ_c は比較的滑らかに動いていることがわかる.



(a) $\nu=1.2$



(b) $\nu=1.6$

Fig. 2.3 Simulations using target trolley trajectories which derive apparent external forces not having the natural frequency component.

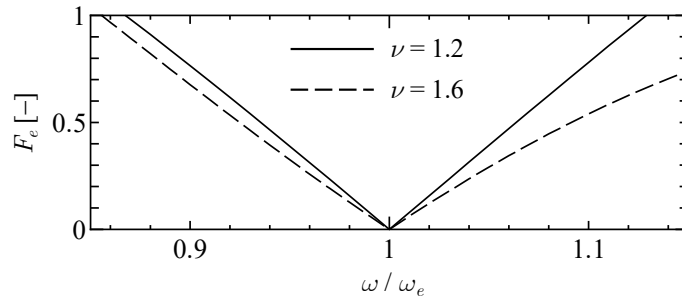


Fig. 2.4 Frequency component of $\sigma_{\theta e}$.

さらに、図 2.3 の各数値シミュレーション結果について、みなし外力 $\sigma_{\theta e}$ の持つ振動数成分を F_e とし、角振動数 ω 毎の F_e を図 2.4 に示す。 F_e は次式により求められる。

$$F_e = \sqrt{\left(\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos \omega \tau d\tau\right)^2 + \left(\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin \omega \tau d\tau\right)^2} \quad (2.24)$$

図 2.4 より、式(2.11)の固有振動数成分除去の条件の狙いどおりに、どちらの結果も、 $\omega = \omega_e$ で $F_e = 0$ となっていることが確認できる。

2.7 実験による検証

本節では、2.6 節で数値シミュレーションを用いて行った有効性の検証を実験により行う。

2.7.1 実験装置の概略

本論文で用いた実験装置の概略図を図 2.5 に示す。実験装置はベルトによって直線のレール上を駆動される台車と、台車に連結された剛体棒の振り子から構成される。ベルトの両端にはそれぞれ台車駆動用のモータと移動距離測定用のエンコーダを取り付けてある。また、台車上にはエンコーダが取り付けられてあり、振り子の上端をこのエンコーダに固定して振り子の振れ角を測った。それぞれの測定およびモータの制御はサンプリング時間 1ms で行った。

振り子の質量を m 、全長を l_r 、根元の減衰係数を c とし、密度は一様であるとみなす。台車の変位を x (右向きを正) および台車に対する振り子の振れ角を θ (反時計回りを正) とすると、 x および θ に関する運動方程式は次のように導出される。ただし、台車の質量 0.610kg に対して振り子の質量 0.090kg が小さいことに加えて、後に示す台車の減衰に相当する値が大きいことから、振り子の運動は台車の運動に影響を及ぼさないとみなし、 x に関する運動方程式を簡略化している。

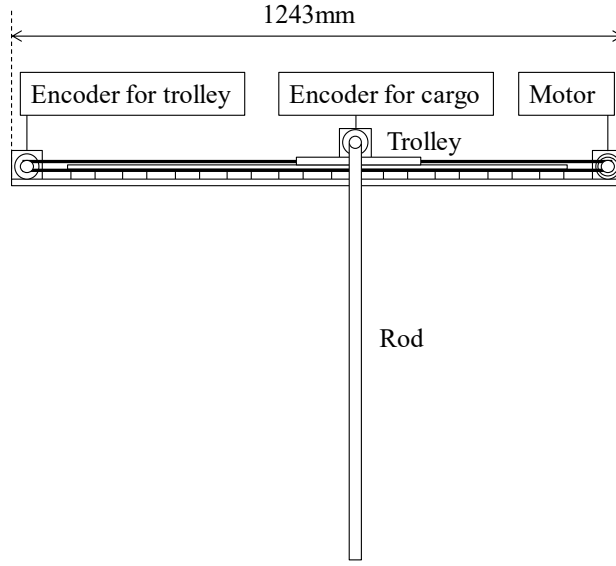


Fig. 2.5 Schematic diagram of experimental setup.

Table 2.3 Parameters of an experimental equipment

α [$\text{m}^{1/2} / (\text{s} \cdot \text{V}^{1/2})$]	β [$(\text{V} / \text{m})^{1/2}$]	ζ [-]	m [kg]	$\tilde{\omega}_a$ [rad / s]
4.81	4.12	0.004	0.090	4.31

$$\ddot{x} + 2\alpha\beta\dot{x} = \alpha^2 u \quad (2.25)$$

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\tilde{\omega}_a\dot{\theta} + \tilde{\omega}_a^2 \sin\theta + \frac{3}{2} \frac{\ddot{x}}{l_r} \cos\theta = 0 \quad (2.26)$$

ここに、 α 、 β は制御系を含む台車のパラメータ、 u は台車への制御入力、 $\tilde{\omega}_a (= \sqrt{3g/2l_r})$ は振子の線形固有角振動数、 $\zeta (= 3c/2ml_r^2\tilde{\omega}_a)$ は減衰比である。実験装置より同定されたパラメータを表 2.3 に示す。ただし、 $\tilde{\omega}_a$ は振子を自由振動させて測定した周期から求めており、厳密には振子の固有角振動数と一致しないものと思われる。ここで、測定された値を真値 $\tilde{\omega}_a$ として用いているのは、後の第 3 章で推定誤差がある場合の実験を行う際に、推定誤差 ε を設定して $\tilde{\omega}_a$ より推定値 $\tilde{\omega}_e$ を求めて台車軌道の設計に用いる都合のためである。誤差がある場合の実験方法については第 3 章で詳しく述べる。

式(2.25)および式(2.26)の運動方程式は数値シミュレーションに用いた式(2.6)および式(2.7)の運動方程式と異なる点があるが、固有振動数成分除去法の残留振動抑制に対する有効性の検証という観点で考えた場合、みなし外力から固有振動数成分を除去することで残留振動が抑制されることが検証できるならば運動方程式の差異は問題ないと考えられる。

制御入力 u は、シミュレーションと同様に、台車が目標軌道 x_t に追従するために次式のような台車変位のフィードバックを与える。

$$u = G(x_t - x) \quad (2.27)$$

2.7.2 台車の目標軌道の設計

2.6 節と同様の方法で台車の目標軌道 x_t を求める。固有角振動数を推定値 $\tilde{\omega}_e$ ，その場合の台車の目標軌道を x_{te} とすれば，固有振動数成分除去法を適用する運動方程式は，式(2.25)，(2.26)および(2.27)より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + 2\alpha\beta &= \alpha^2 G(x_{te} - x) \\ \ddot{\theta} + \tilde{\omega}_e^2 \theta &= \sigma_{\theta e} \\ \sigma_{\theta e} &= \tilde{\omega}_e^2 (\theta - \sin\theta) - \frac{3}{2} \frac{\ddot{x}}{l_r} \cos\theta - 2\zeta\tilde{\omega}_e \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

ここに， $\sigma_{\theta e}$ は振子に対するみなし外力である。みなし外力が固有角振動数 $\tilde{\omega}_e$ の成分を持たない条件は次式で与えられる。

$$\int_0^T \sigma_{\theta e} \cos \tilde{\omega}_e t \, dt = 0 \quad \wedge \quad \int_0^T \sigma_{\theta e} \sin \tilde{\omega}_e t \, dt = 0 \quad (2.29)$$

ここに， T は制御時間である。また，台車の軌道を導出するにあたり，式(2.29)の条件に加えて，制御時間 $0 \leq t \leq T$ の間に台車が初期位置 ($x=0$) から目標到達位置 ($x=d$) まで移動する条件，制御開始時と終了時に台車が静止している条件，および無理のない始動と停止を実現する条件として，台車軌道に関する以下の境界条件を与える。なお，制御入力を式(2.28)のように変位のフィードバックで与えていることから，台車は目標軌道に完全には追従しないため，実際の台車軌道と目標軌道との間にはずれが生じる。そこで，制御開始時は x_{te} ，制御終了時は x を境界条件に用いている。

$$\left. \begin{aligned} x_{te}(0) &= 0, x(T) = d \\ \dot{x}_{te}(0) &= \dot{x}(T) = 0 \\ \ddot{x}_{te}(0) &= \ddot{x}(T) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

x_{te} として，式(2.18)と同じく修正ルジャンドル多項式 P_n を用いて，関数形を次式で与える。

$$x_{te}(t) = \sum_{n=0}^{N_n} a_n P_n \left(\frac{t}{T} \right) \quad (2.31)$$

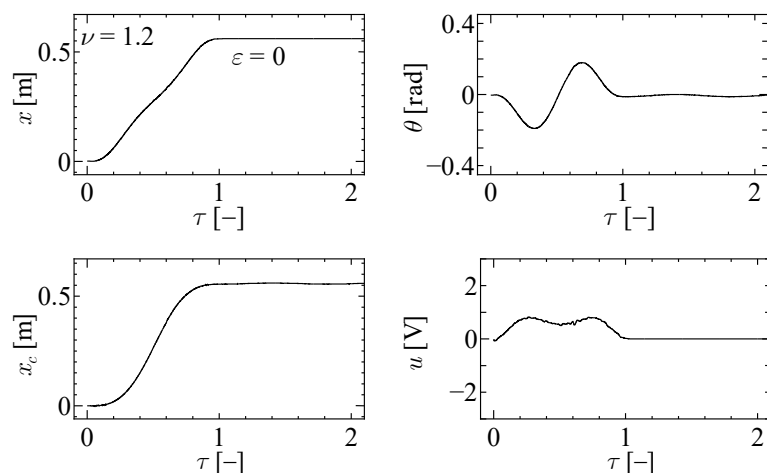
ここに、 P_n を t/T の関数としているのは、異なる $P_n(\tau)$ が直交しているのは $0 \leq \tau \leq 1$ の範囲だからである。式(2.20)に示したように、 $P_n(\tau)$ 、 $P_n'(\tau)$ 、 $P_n''(\tau)$ が $\tau=0$ で零となるため、あらかじめ式(2.30)における $\tau=0$ の 3 個の条件が満足される。したがって、 x_{te} が満たすべき条件は式(2.29)の条件 2 個と式(2.30)のうち $\tau=1$ の条件を合わせた 5 個となるため、 $N_a = 4$ になる。

以上より、式(2.29)および式(2.30)の条件を満足する未定係数 a_n ($n=0 \sim 4$) を求めることにより、残留振動を抑制する台車軌道を決定することができる。なお、式(2.29)および式(2.30)を満足する未定係数 a_n をニュートン法により求めた。

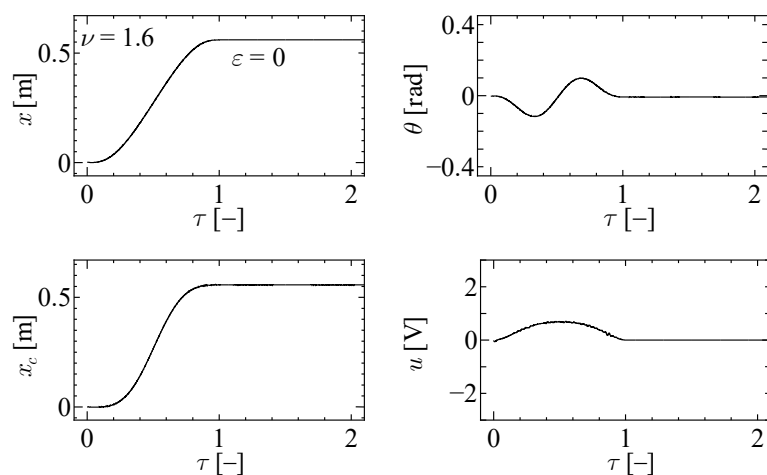
2.7.3 実験結果

2.7.1 項で示した実験装置に対し、2.7.2 項で求めた目標軌道 x_{te} を用いた式(2.27)の制御入力を台車に与えて実験を行い、手法の有効性を検証する。本論文の実験では、フィードバックゲインを $G = 60$ 、目標位置を $d = 0.56\text{m}$ とした。

$\nu = 1.2$ および $\nu = 1.6$ の場合の実験結果を図 2.6 に示す。上段が左から台車の位置 x 、台車に対する振子の振れ角 θ 、下段が左から x 方向の振子の重心位置 $x_c = x + l_r \sin \theta / 2$ 、台車への入力 u である。横軸は無次元時間 $\tau = t/T$ にしている。図 2.6(a)が $\nu = 1.2$ 、図 2.6(b)が $\nu = 1.6$ の場合である。図 2.6 より、 $\nu = 1.2$ および $\nu = 1.6$ の両方の場合で制御終了時以降 ($\tau > 1$) における振子の振れ角 θ の振動が小さく、残留振動をよく抑えられていることがわかる。このことから、本設計法の有効性が実験によっても示された。



(a) $\nu = 1.2$



(b) $\nu = 1.6$

Fig. 2.6 Experimental results.

2.8 第2章のまとめ

本章では、固有振動数成分除去法を用いて台車軌道の設計を行い、オープンループ制御による天井走行クレーンの残留振動抑制を行った。吊り荷の運動方程式における非線形性や減衰の影響をすべて線形不減衰系に作用するみなし外力として考慮し、そのみなし外力から固有振動数成分を除去する固有振動数成分除去法について述べ、その有効性を数値シミュレーションおよび実験により検証した。その結果、非線形性や減衰を考慮した残留振動の抑制が可能であることを示した。

第3章 固有振動数の推定誤差に対するロバスト性向上手法

実際にクレーンを制御することを考えると、搬送物の形状や保持状態は毎回同じとは限らず、ロープ長さも変化することから、常に正確に系を同定することは困難である。そのため、ある程度の誤差を許容可能なロバスト性を持った制御法が必要となる。

本章では、まず固有振動数の推定誤差が固有振動数成分除去法による残留振動抑制に及ぼす影響について調べる。その後、ロバスト性向上の条件を2種類提案し、新たに目標軌道の条件として加え、その有効性を検証するとともに比較を行う。

3.1 推定誤差が残留振動に及ぼす影響の検討

数値シミュレーションにより、無次元固有角振動数の推定誤差が残留振動に及ぼす影響について調べる。

$\nu=1.2$ および $\nu=1.6$ の場合の数値シミュレーション結果を図 3.1 に示す。図 3.1(a)が $\nu=1.2$ 、図 3.1(b)が $\nu=1.6$ の場合である。図中の実線は固有角振動数の推定値 ω_e が真値 ω_a と一致する推定誤差のない場合 ($\varepsilon=0$)、破線は推定誤差のある場合 ($\varepsilon=0.15$) である。ここで、推定誤差のある場合を $\varepsilon=0.15$ としたのは、先行研究^(12-14, 34)より誤差として許容すべき大きさがその程度であると考えたためである。

図 3.1 より、 $\nu=1.2$ および $\nu=1.6$ のどちらの場合も台車の軌道 ξ は実線と破線がほぼ重なっており、台車軌道は推定誤差の影響をほとんど受けていないことがわかる。一方、吊り荷の振れ角 θ は、実線はどちらも $\tau>1$ での変動が見られないが、破線は $\tau>1$ でも変動し続けており、系に推定誤差が含まれる場合には残留振動を十分に抑制できていないことがわかる。さらに、制御時間が短く台車が速く動いている $\nu=1.2$ の場合の方が $\nu=1.6$ の場合よりも残留振動が大きくなっている。

次に、推定誤差が残留振動抑制に及ぼす影響についてより詳しく調べるために、次式で表される $\tau=1$ における吊り荷の力学的エネルギー相当値 E_{res} を考える。

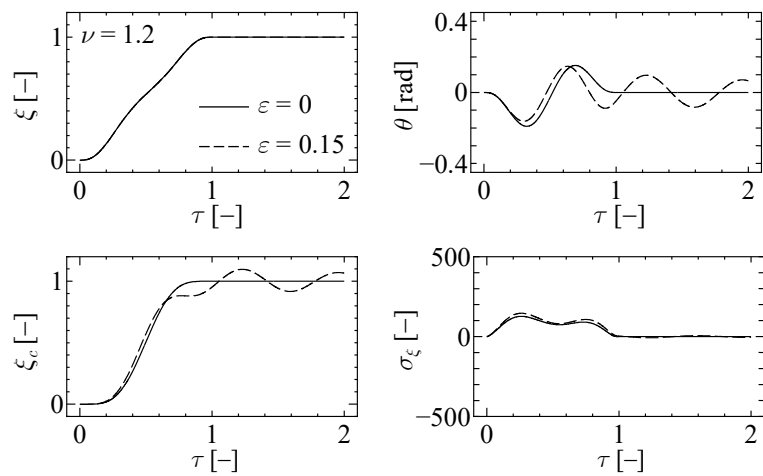
$$E_{\text{res}} = \left. \left\{ \frac{1}{2} \rho^2 \theta'^2 + \rho \rho_0 \omega_a^2 (1 - \cos \theta) \right\} \right|_{\tau=1} \quad (3.1)$$

E_{res} の値が大きいほど残留振動も大きい。また、 ε を変化させながらシミュレーションを実施することで、 E_{res} に対する ε の影響を調べることができる。その結果を図 3.2 に示す。図中の実線および破線は、それぞれ $\nu=1.2$ の場合および $\nu=1.6$ の場合の結果である。図 3.2 より、 ν がどちらの場合でも $\varepsilon=0$ では E_{res} が零であるが、 $|\varepsilon|$ が大きくなるほど E_{res} の値が増加する。 ε が同じ値のときには、 $\nu=1.2$ の場合の方が $\nu=1.6$ の場合よりも大きく、した

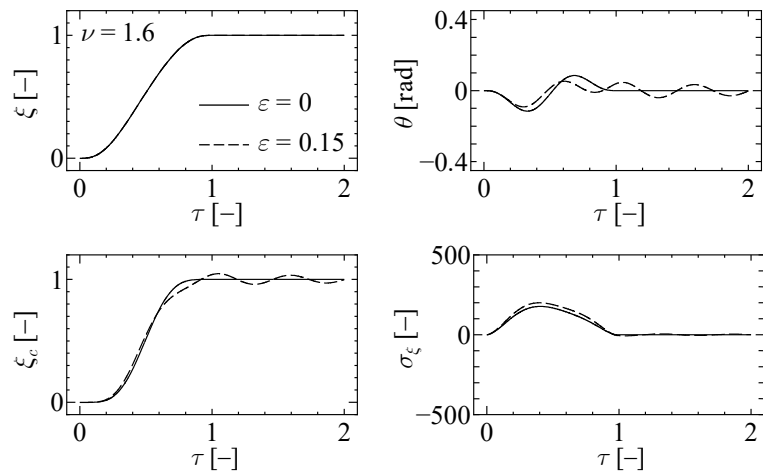
がって、制御時間の短い方が E_{res} が大きくなっている。

系パラメータが推定誤差を持つときに残留振動を抑制できない原因について考えるために、式(2.21)に示した吊り荷に対するみなし外力 $\sigma_{\theta a}$ の持つ ω_a 成分の大きさを F_a とし、この F_a に対する ε の影響を調べた結果を図 3.3 に示す。 F_a は次式により求められる。

$$F_a = \sqrt{\left(\int_0^1 \sigma_{\theta a} \cos \omega_a \tau d\tau\right)^2 + \left(\int_0^1 \sigma_{\theta a} \sin \omega_a \tau d\tau\right)^2}, \quad \omega_a = (1 + \varepsilon)\omega_e \quad (3.2)$$



(a) $\nu = 1.2$



(b) $\nu = 1.6$

Fig. 3.1 Effect of estimation error on residual vibration.

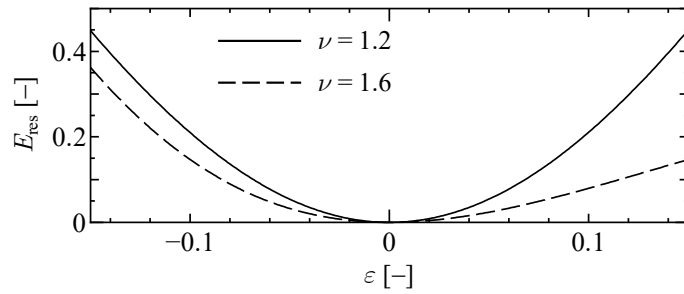


Fig. 3.2 Effect of ε on residual energy E_{res} .

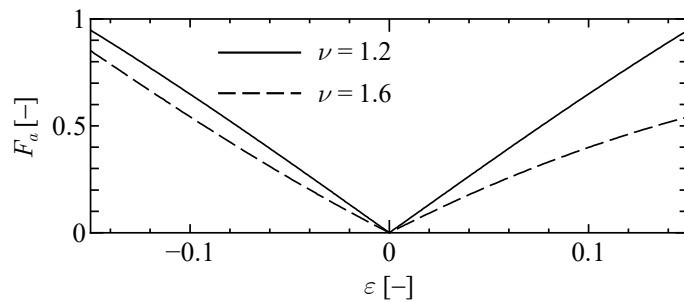


Fig. 3.3 Effect of ε on natural frequency component F_a .

図 3.3 より，図 3.2 の E_{res} と同様に， $\varepsilon = 0$ では $F_a = 0$ であるのに対して， $\varepsilon \neq 0$ では $F_a \neq 0$ であって $|\varepsilon|$ が大きいほど F_a が大きいこと，および $\nu = 1.2$ の場合の方が $\nu = 1.6$ の場合よりも F_a が大きいことがわかる．2.3 節で述べたように， σ_{θ_a} が系の固有振動数の成分を持たないこと，すなわち $F_a = 0$ が残留振動抑制の必要十分条件であるため， $\varepsilon \neq 0$ の場合に残留振動を抑制できないのは $F_a \neq 0$ であることが原因であるといえる．その上， $\varepsilon = 0$ の近傍で F_a の勾配は比較的急であるため，系パラメータが推定誤差を持つときに対して本設計法の有効性を高めるには何らかの対策が必要である．

3.2 ロバスト性向上の条件

本節では，推定誤差がある場合にも残留振動の抑制効果を高める方法について考える．3.1 節では推定誤差が大きくなるほど吊り荷に対するみなし外力 σ_{θ_a} の持つ固有振動数成分 F_a が大きくなるため，残留振動が大きくなることを示した．この性質を踏まえると，推定値を用いたみなし外力 σ_{θ_e} を微修正することでなるべく広い ε の範囲で F_a を小さく抑えることができれば，推定誤差がある場合の残留振動の抑制効果を向上させることができると考えられる．本節では，その具体策として，以下の 2 種類の条件を台車の目標軌道 ξ_{te} の設計に適用する．

3.2.1 複数成分除去条件

ω_e 近傍にある複数の振動数の成分をみなし外力 σ_{θ_e} から除去することで、 $\varepsilon=0$ まわりの広い範囲における F_a の低減を図る。そこで、次の条件を台車軌道の条件として加える。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \sigma_{\theta_e} \cos(1+\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau = 0 \wedge \int_0^1 \sigma_{\theta_e} \sin(1+\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau = 0 \\ \int_0^1 \sigma_{\theta_e} \cos(1-\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau = 0 \wedge \int_0^1 \sigma_{\theta_e} \sin(1-\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

式(3.3)は、推定値から誤差 $\pm\varepsilon_p$ の振動数の成分をみなし外力から除去するための条件である。制御性能の比較における便宜上、目標軌道の条件に固有振動数成分除去の条件(式(2.11))と境界条件(式(2.17))のみを用いる場合を ZF¹制御 (Single zero frequency component control)、式(2.11)の代わりに2成分除去の条件(式(3.3))を用いる場合を ZF²制御 (Double zero frequency component control)、式(2.11)と式(3.3)の双方を用いる3成分除去の場合を ZF³制御 (Triple zero frequency component control) と呼ぶ。

なお、ZF²制御では条件数が式(2.17)の3個と式(3.3)の4個の計7個、ZF³制御ではZF²制御に式(2.11)の2個が加わった計9個であるため、式(2.18)に示した目標軌道の項数をそれぞれ7項 ($N_a=6$) と9項 ($N_a=8$) にした式を目標軌道に用いる。

3.2.2 推定誤差に関する微分条件

みなし外力 σ_{θ_e} の持つ振動数成分の $\varepsilon=0$ 近傍における変化率を小さくすることによって、 $\varepsilon=0$ まわりの広い範囲における F_a の低減を図る。そこで、次の条件を台車軌道の条件として加える。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta_e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right]_{\varepsilon=0} &= -\omega_e \int_0^1 \tau \cdot \sigma_{\theta_e} \sin \omega_e \tau d\tau = 0 \\ \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta_e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right]_{\varepsilon=0} &= \omega_e \int_0^1 \tau \cdot \sigma_{\theta_e} \cos \omega_e \tau d\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

式(3.4)は、 σ_{θ_e} の持つ振動数成分は ε の関数と考えられるので、その勾配が $\varepsilon=0$ で零になるための条件である。

さらに、式(3.4)に加えて次の条件を用いることで、 $\varepsilon=0$ 近傍の振動数成分をより低減させるを試みる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} &= -\omega_e^2 \int_0^1 \tau^2 \cdot \sigma_{\theta e} \cos \omega_e \tau d\tau = 0 \\ \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} &= -\omega_e^2 \int_0^1 \tau^2 \cdot \sigma_{\theta e} \sin \omega_e \tau d\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ZF¹制御の条件に式(3.4)の条件を加える場合をD¹ZF¹制御(First order differential single zero frequency component control), さらに式(3.5)の条件を加える場合をD²ZF¹制御(Second order differential single zero frequency component control)と呼ぶ。

なお, D¹ZF¹制御は条件数がZF¹制御に式(3.4)の加わった計7個, D²ZF¹制御はさらに式(3.5)の2個が加わった計9個であるため, 式(2.18)に示した目標軌道の項数をそれぞれ7項($N_a=6$)と9項($N_a=8$)にした式を目標軌道に用いる。3.2.1項の議論と比較すると, ZF²制御とD¹ZF¹制御, ZF³制御とD²ZF¹制御がそれぞれ同じ項数である。したがって, 3.2.1項と3.2.2項で提案した手法の間の比較は, ZF²制御とD¹ZF¹制御, およびZF³制御とD²ZF¹制御で行う。

3.2.3 2種類の条件の関係

3.2.1項で提案した複数成分を除去するZF²制御と, 3.2.2項で提案した微分係数を零とするD¹ZF¹制御の関係について考える。式(3.3)をマクローリン展開すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau &= \int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos \omega_e \tau d\tau + \varepsilon_p \cdot \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 \cdot \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon_p^3) = 0 \\ \int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau &= \int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin \omega_e \tau d\tau + \varepsilon_p \cdot \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 \cdot \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon_p^3) = 0 \\ \int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1-\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau &= \int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos \omega_e \tau d\tau - \varepsilon_p \cdot \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 \cdot \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon_p^3) = 0 \\ \int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1-\varepsilon_p) \omega_e \tau d\tau &= \int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin \omega_e \tau d\tau - \varepsilon_p \cdot \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 \cdot \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta e} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon_p^3) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

式(3.6)の第1式と第3式の和と差および第2式と第4式の和と差をとり整理すると.

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \sigma_{\theta \varepsilon} \cos \omega_e \tau d\tau = O(\varepsilon_p^2), \int_0^1 \sigma_{\theta \varepsilon} \sin \omega_e \tau d\tau = O(\varepsilon_p^2) \\ \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta \varepsilon} \cos(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} = O(\varepsilon_p^2), \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^1 \sigma_{\theta \varepsilon} \sin(1+\varepsilon) \omega_e \tau d\tau \right] \Big|_{\varepsilon=0} = O(\varepsilon_p^2) \end{aligned} \right\} (3.7)$$

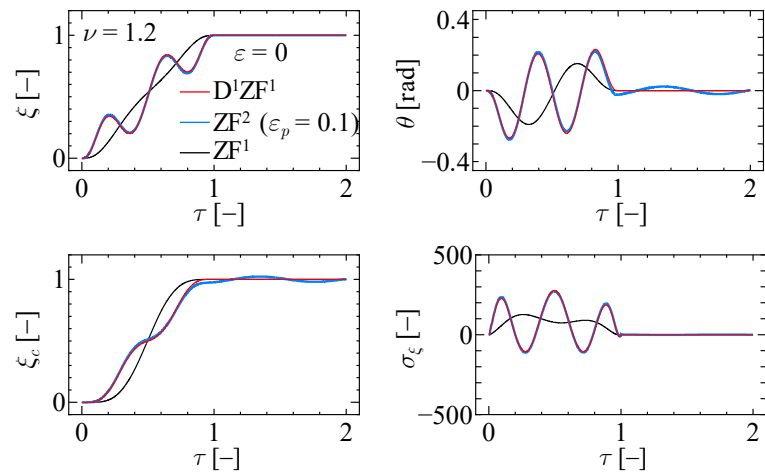
式(3.7)より, ε_p が微小なときには式(2.11)および式(3.4)の条件が成り立つ. すなわち, ZF²制御において $\varepsilon_p \rightarrow 0$ とすると D¹ZF¹制御と同じになる. ZF³制御と D²ZF¹制御についても同様のことがいえる. したがって, 複数成分除去の ε_p が小さい場合の制御性能は微分係数を零とする場合と近くなる.

3.3 数値シミュレーション結果

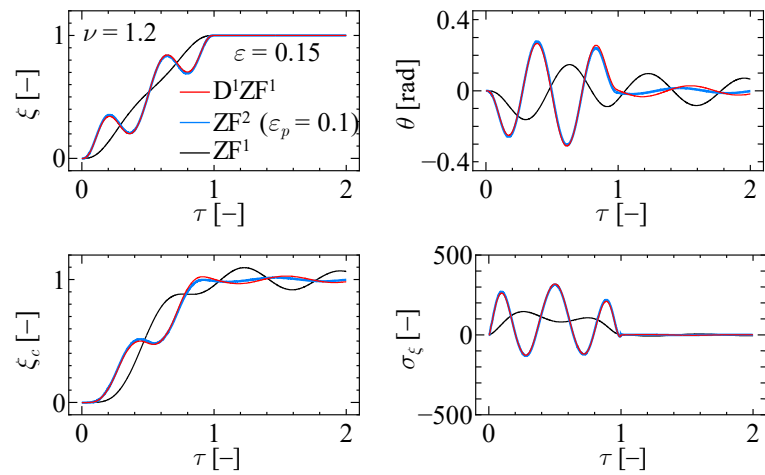
3.2節で提案したロバスト性向上手法の有効性を数値シミュレーションによって検証する.

$\nu=1.2$ および $\nu=1.6$ の場合に ZF²制御および D¹ZF¹制御を適用したときの数値シミュレーション結果を図3.4および図3.6に示す. 図3.4(a)および図3.6(a)が $\varepsilon=0$, 図3.4(b)および図3.6(b)が $\varepsilon=0.15$ の場合である. また, 図3.2および図3.3と同様に E_{res} および F_a に対する ε の影響を図3.5および図3.7に示す. 図3.5(a)および図3.7(a)が E_{res} , 図3.5(b)および図3.7(b)が F_a である. いずれの図も, D¹ZF¹制御の結果を赤線, ZF²制御 ($\varepsilon_p=0.1$) の結果を青線, ZF¹制御の結果を黒線で示しており, さらに, 図3.5および図3.7には ZF²制御 ($\varepsilon_p=0.05$) の結果を青破線で示している. なお, ε_p を 0.1 または 0.05 としたのは, 0.15 以下できりのよい値を選んだためである.

図3.4より, ZF²制御と D¹ZF¹制御の ξ はほぼ重なっており差がわずかであることから, 台車軌道はほぼ一致している. $0 \leq \tau \leq 1$ の範囲を見ると, 台車が経路を戻す折り返しの運動が2回発生しており, 折り返しによる台車の加速度が増大した影響で θ は大きくなっている. 同時に, 台車への入力 σ_ξ も変動が大きくなっている. ただし, 吊り荷の軌道 ξ_c には ξ のような大きな折り返しは生じない. 一方, $\tau > 1$ では, 図3.4(a)より, 誤差のない ($\varepsilon=0$) とときには ZF¹制御および D¹ZF¹制御では θ の変動がなく, 残留振動を抑制できているが, ZF²制御は式(2.11)の条件を満たしていないため残留振動が生じている. しかし, 図3.4(b)より, 誤差のある ($\varepsilon=0.15$) とときには ZF¹制御よりも D¹ZF¹制御の残留振動が小さく, さらに ZF²制御の残留振動が最も小さい.

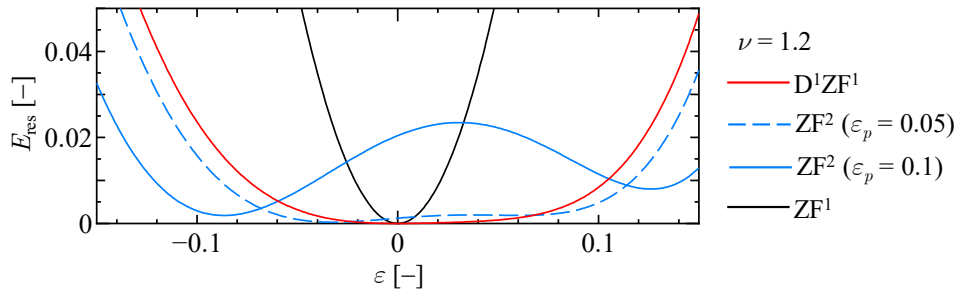


(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)

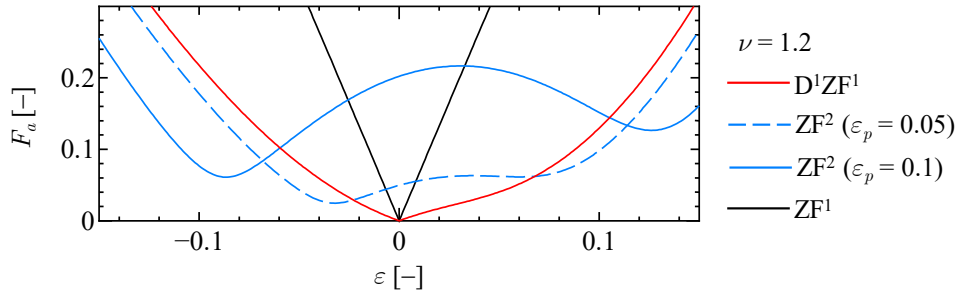


(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.4 Simulation using ZF^2 control and D^1ZF^1 control for $\nu = 1.2$.



(a) Residual energy E_{res}

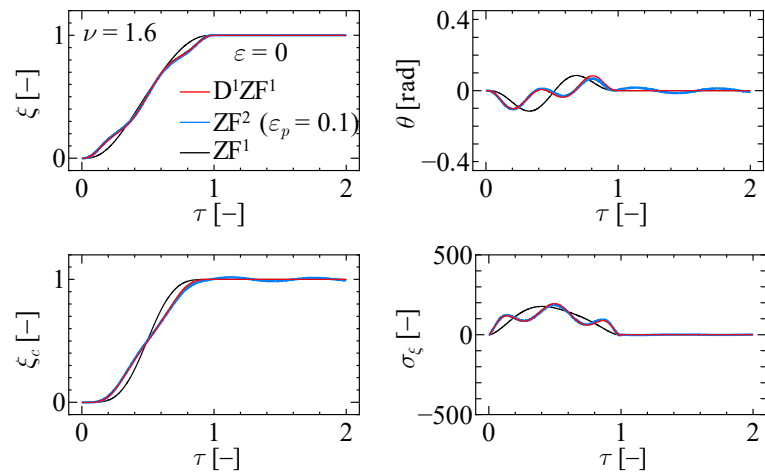


(b) Natural frequency component F_a

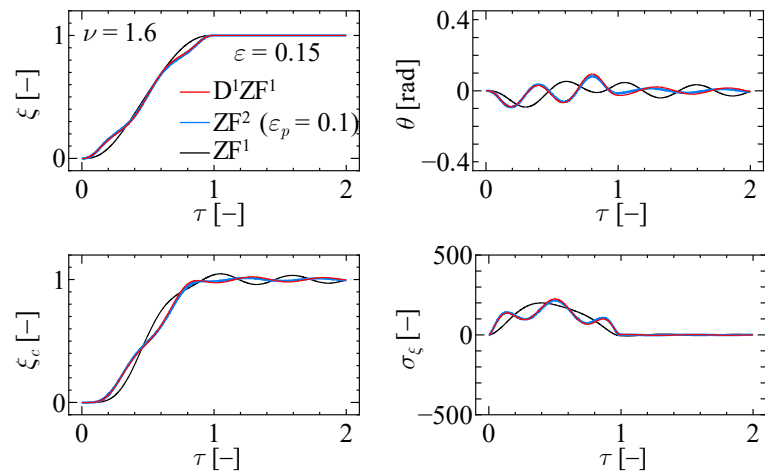
Fig. 3.5 Effect of ε for $\nu = 1.2$.

図 3.5 より，図 3.5(b)を見ると，ZF¹制御と比較して，D¹ZF¹制御とZF²制御は推定誤差がある場合でも F_a を低減できている．また，図 3.5(a)より， E_{res} も小さくなっていることから，固有振動数成分が低減されることで残留振動が抑制されることを確認できた．ZF²制御とD¹ZF¹制御の結果を比較すると， $|\varepsilon|$ がある程度大きいときにはZF²制御 ($\varepsilon_p = 0.1$)，ZF²制御 ($\varepsilon_p = 0.05$)，D¹ZF¹制御の順に残留振動は小さいが， $|\varepsilon|$ が小さいときには逆になっており，D¹ZF¹制御がもっとも残留振動が小さい．なお，ZF²制御で σ_{θ_e} の持つ振動数成分を除去した $\varepsilon = \pm 0.1$ または $\varepsilon = \pm 0.05$ で $E_{\text{res}} \neq 0$ および $F_a \neq 0$ となっているのは，式(3.2)の F_a は式(2.21)から求められるみなし外力 σ_{θ_a} の持つ固有振動数成分だからである．

図 3.6 および図 3.7 より， $\nu = 1.6$ の場合は $\nu = 1.2$ の場合と比べて全体的に残留振動が小さくなっているが，推定誤差に対する残留振動の変化については同様の傾向が見られる．

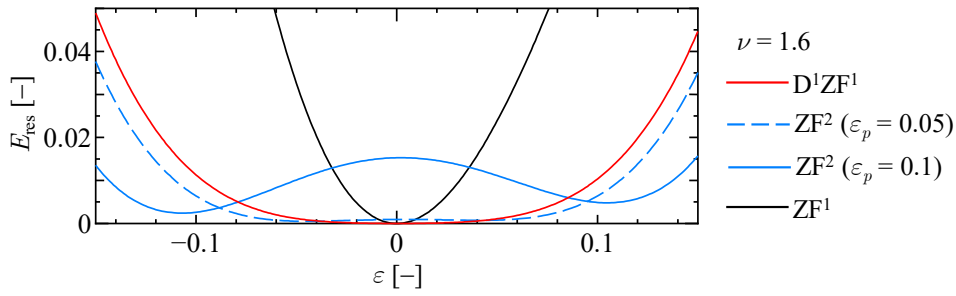


(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)

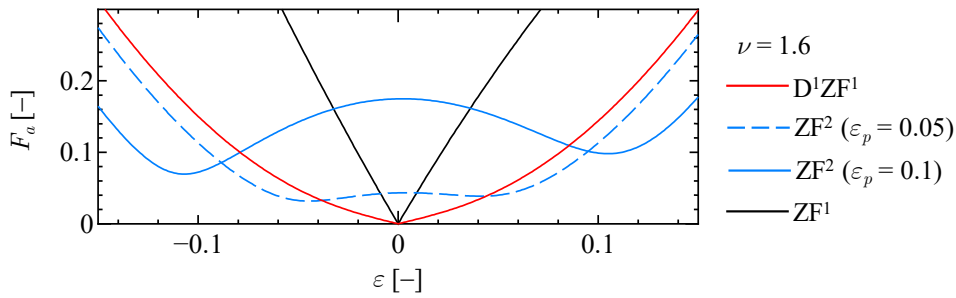


(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.6 Simulations using ZF^2 control and D^1ZF^1 control for $\nu = 1.6$.



(a) Residual energy E_{res}



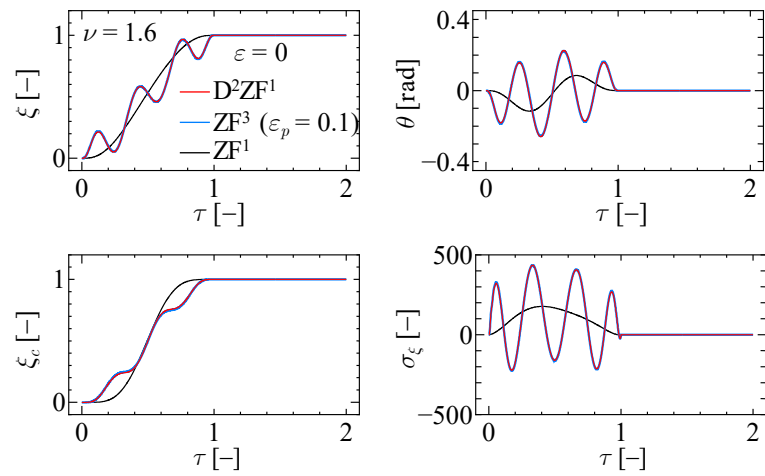
(b) Natural frequency component F_a

Fig. 3.7 Effect of ε for $\nu = 1.6$.

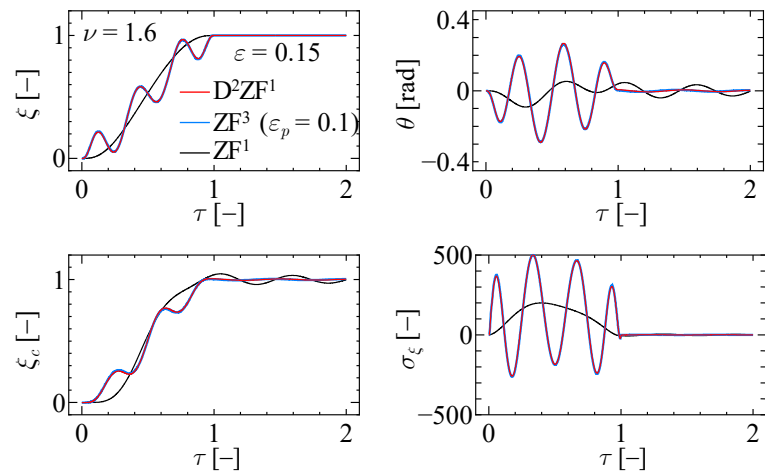
次に、 $\nu = 1.6$ の場合に ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御を適用したときの数値シミュレーション結果を図 3.8 に、 E_{res} および F_a に対する ε の影響を図 3.9 に示す。いずれの図も D^2ZF^1 制御の結果を赤線、 ZF^3 制御 ($\varepsilon_p = 0.1$) の結果を青線、 ZF^1 制御の結果を黒線で示しており、さらに、図 3.9 には ZF^3 制御 ($\varepsilon_p = 0.05$) の結果を青破線で示している。なお、 $\nu = 1.2$ の場合の ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御の結果を示していないのは、後の 3.4 節で詳しく述べるが、 $\nu = 1.2$ の場合は ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御では制御ができなくなるためである。

図 3.8 より、 ZF^2 制御と D^1ZF^1 制御の関係と同様に、 ZF^3 制御と D^2ZF^1 制御においても ξ の差は小さく、台車軌道はほぼ一致している。 $0 \leq \tau \leq 1$ の範囲を見ると、台車に折り返しの運動が 3 回発生しており、 θ や σ_ξ の変動も $\nu = 1.6$ の場合の ZF^1 制御や図 3.6 の ZF^2 制御および D^1ZF^1 制御と比較して大きくなっている。ただし、図 3.4 と同様に、 ξ_c には ξ ほど大きな折り返しの運動は生じない。一方、 $\tau > 1$ では、図 3.8(a) より、どの場合でも推定誤差のない場合には残留振動は生じておらず、図 3.8(b) より、推定誤差がある場合には図 3.6 のいずれの制御と比較しても ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御では残留振動をより小さくできている。

図 3.9 より、 ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御では図 3.7 の ZF^2 制御および D^1ZF^1 制御と比較しても推定誤差のある場合の E_{res} と F_a がより低減できており、 ZF^2 制御および D^1ZF^1 制御よりも高いロバスト性を有していることが確認できる。

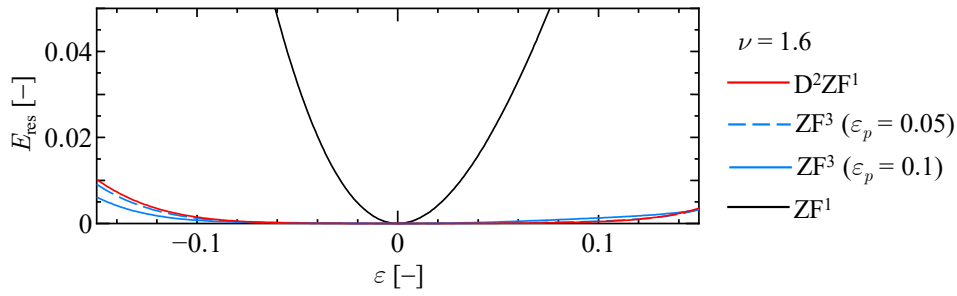


(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)

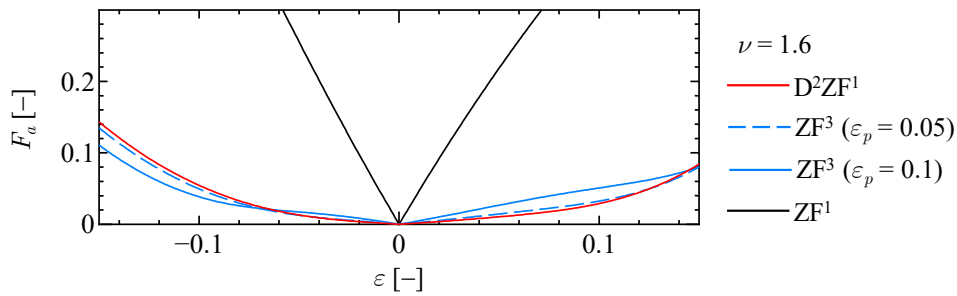


(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.8 Simulations using ZF^3 control and D^2ZF^1 control for $\nu = 1.6$.



(a) Residual energy E_{res}



(b) Natural frequency component F_a

Fig. 3.9 Effect of ε for $\nu = 1.6$.

ZF²制御やZF³制御といった複数成分を除去する手法では、D¹ZF¹制御やD²ZF¹制御といった微分係数を零とする手法とは異なり、式(3.3)のように成分を除去する振動数の値を決めなければならない。除去する成分の数が増えるほどそのパターンは多くなる。また、 ε_p の値によって制御性能は変わり、図3.5および図3.7のように誤差が小さいときの残留振動が大きくなり得る。そのため、想定される誤差が過大でない場合には、余分な設計パラメータを必要としない微分係数を零とする条件を適用するのが便利であると考えられる。

図3.7および図3.9より、ZF¹制御よりもZF²制御およびD¹ZF¹制御のロバスト性が高く、ZF³制御およびD²ZF¹制御のロバスト性が最も高いことがわかる。このことから式(3.3)のように除去する振動数成分の数を増やす、または式(3.4)および式(3.5)のように $\varepsilon = 0$ で零とする振動数成分の微分階数を増やすことで、ZF³制御およびD²ZF¹制御からさらにロバスト性を向上できる可能性が高い。しかし、そのための条件を追加することで、図3.4と図3.8の間で見られるような台車の折り返し運動が増加することに注意が必要である。

3.4 ロバスト性向上手法が制御時間の適用可能範囲に及ぼす影響の検討

3.3節に示したように、提案した2種類の手法によってロバスト性の向上が可能であるが、図3.4および図3.8における θ の波形を見ると提案手法の適用後に搬送中の吊り荷の振れ角

が増大している．吊り荷の振れ角が大きくなるとロープにかかる張力の最小値が小さくなる恐れがあり，その値が負になるとロープがたるむため正常な搬送が不可能となる．そこで，搬送中の吊り荷の最大振れ角とロープにかかる張力の最小値の関係を明らかにするとともに，正常な搬送が可能な制御時間の範囲に対してロバスト性向上手法が及ぼす影響について調べる．吊り荷の最大振れ角 θ_{\max} ，張力相当値の最小値 S_{\min} を次式で定義する．

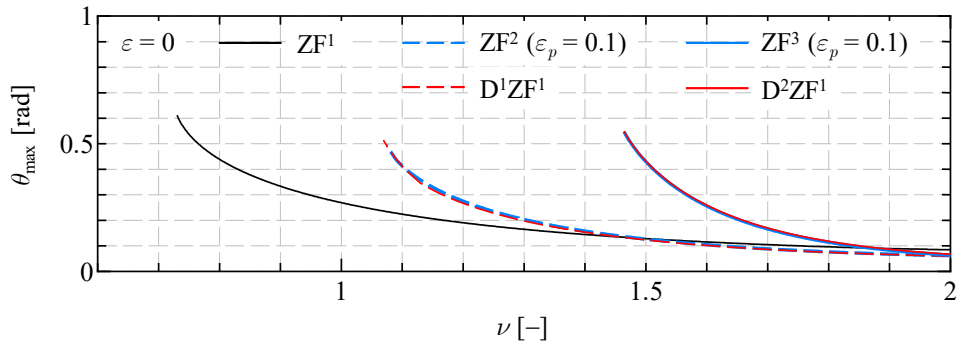
$$\theta_{\max} = \max \{ |\theta(\tau)| \mid 0 \leq \tau \leq 1 \} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\min} &= \min \{ S(\tau) \mid 0 \leq \tau \leq 1 \} \\ S(\tau) &= \cos \theta + \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\theta'^2}{\omega_a^2} - \frac{\xi'' \sin \theta + \rho'' + 2\omega_a \zeta_\theta (\xi' \sin \theta + \rho')}{\rho_0 \omega_a^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

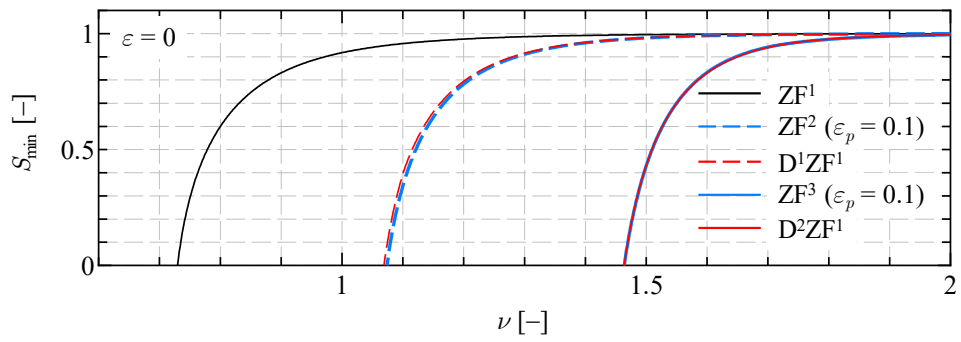
図 3.10 は $\varepsilon = 0$ の場合における ν と θ_{\max} および S_{\min} の関係を調べた結果である．図 3.10(a) は θ_{\max} ，図 3.10(b) は S_{\min} である．両図とも ZF¹ 制御を黒の実線，ZF² 制御および D¹ZF¹ 制御をそれぞれ青および赤の破線，ZF³ 制御および D²ZF¹ 制御をそれぞれ青および赤の実線で示している． $S_{\min} = 0$ となる ν は正常な搬送が可能な ν の下限であり，この ν を ν_{\min} とする．

まず，いずれの結果においても ν が減少するにつれて θ_{\max} は増大している．それにとともに S_{\min} は減少しており， $\nu = \nu_{\min}$ において θ_{\max} が最大となっている．次に，手法間の比較を行うと，ZF² 制御と D¹ZF¹ 制御の結果および ZF³ 制御と D²ZF¹ 制御の結果はそれぞれほぼ一致している．ZF¹ 制御と比較すると，ZF² 制御および D¹ZF¹ 制御では ν_{\min} が大きくなっており，ZF³ 制御および D²ZF¹ 制御ではさらに大きくなっている．このことから，ロバスト性を向上させる条件を増やすことにより ν_{\min} は大きくなり，搬送可能な制御時間が大きくなることわかる．3.3 節で $\nu = 1.2$ の場合の ZF³ 制御および D²ZF¹ 制御の結果を示していなかったのはこのためである．

なお，上記は推定誤差のない $\varepsilon = 0$ の場合に対する結果であり，誤差のある $\varepsilon \neq 0$ の場合については ε の値が結果に影響を及ぼす可能性がある．本研究で提案している制御入力的设计ではロバスト性向上手法を含めて $\varepsilon \neq 0$ の場合に関する計算を行わないため，仮に ε の値により ν_{\min} が大きく変化するようであれば何らかの対策が必要となる．そこで， ε に対する ν_{\min} の変化を調べた結果を図 3.11 に示す．図 3.11 中の各線の意味は図 3.10 と同様である．図 3.11 より，いずれの場合も ν_{\min} は ε の増加につれてわずかに小さくなっているが，ほぼ一定値を保つことが確認できる．したがって，特別な対策は必要としないことがわかる．



(a) Maximum absolute angular displacement of the cargo θ_{\max}



(b) Minimum tension S_{\min}

Fig. 3.10 Effect of ε on θ_{\max} and S_{\min} for $\varepsilon = 0$.

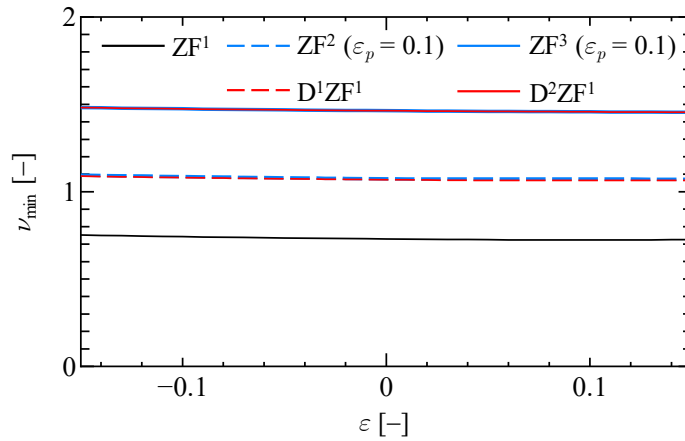


Fig. 3.11 Effect of ε on ν_{\min} .

3.5 実験による検証

本節では、2.7 節で示した実験機を用いて、ロバスト性向上手法の実験による検証を行う。ロバスト性向上の条件として、3.2.1 項および 3.2.2 項で提案したものと同様に、次式の条件を目標軌道の設計に適用し、台車の目標軌道 x_{te} は 2.7.2 項と同様の方法で求める。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^T \sigma_{\theta_e} \cos(1+\varepsilon_p) \tilde{\omega}_e t dt = 0 \wedge \int_0^T \sigma_{\theta_e} \sin(1+\varepsilon_p) \tilde{\omega}_e t dt = 0 \\ \int_0^T \sigma_{\theta_e} \cos(1-\varepsilon_p) \tilde{\omega}_e t dt = 0 \wedge \int_0^T \sigma_{\theta_e} \sin(1-\varepsilon_p) \tilde{\omega}_e t dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^T \sigma_{\theta_e} \cos(1+\varepsilon) \tilde{\omega}_e t dt \right]_{\varepsilon=0} &= -\tilde{\omega}_e \int_0^T t \cdot \sigma_{\theta_e} \sin \tilde{\omega}_e t dt = 0 \\ \frac{d}{d\varepsilon} \left[\int_0^T \sigma_{\theta_e} \sin(1+\varepsilon) \tilde{\omega}_e t dt \right]_{\varepsilon=0} &= \tilde{\omega}_e \int_0^T t \cdot \sigma_{\theta_e} \cos \tilde{\omega}_e t dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^T \sigma_{\theta_e} \cos(1+\varepsilon) \tilde{\omega}_e t dt \right]_{\varepsilon=0} &= -\tilde{\omega}_e^2 \int_0^T t^2 \cdot \sigma_{\theta_e} \cos \tilde{\omega}_e t dt = 0 \\ \frac{d^2}{d\varepsilon^2} \left[\int_0^T \sigma_{\theta_e} \sin(1+\varepsilon) \tilde{\omega}_e t dt \right]_{\varepsilon=0} &= -\tilde{\omega}_e^2 \int_0^T t^2 \cdot \sigma_{\theta_e} \sin \tilde{\omega}_e t dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

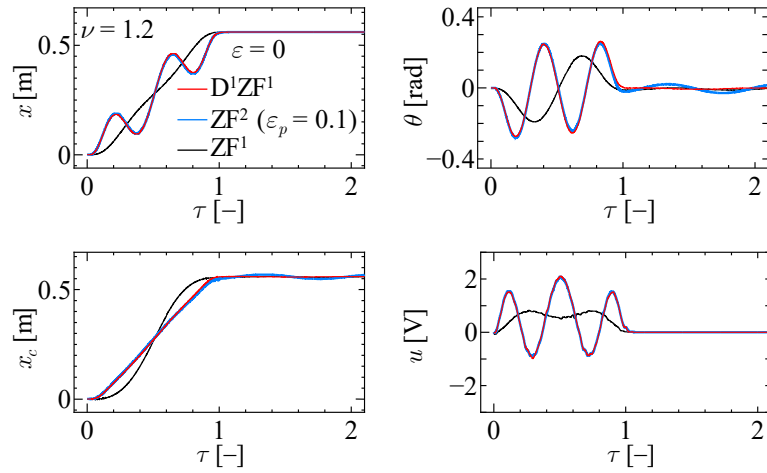
3.2 節と同様に、式(2.29)および式(2.30)を条件に用いる場合を ZF¹ 制御、式(2.29)の代わりに式(3.10)を用いる場合を ZF² 制御、式(2.29)と式(3.10)の双方を用いる場合を ZF³ 制御と呼び、ZF¹ 制御に式(3.11)の条件を加える場合を D¹ZF¹ 制御、さらに式(3.12)の条件を加える場合を D²ZF¹ 制御と呼ぶ。

なお、誤差のある場合 ($\varepsilon \neq 0$) の実験は、無次元固有角振動数の真値 $\omega_a (= T\tilde{\omega}_a)$ と推定値 $\omega_e (= T\tilde{\omega}_e)$ の差が式(2.22)のように定義されていることから、表 2.3 の $\tilde{\omega}_a = 4.31$ と設定した ε から求めた $\tilde{\omega}_e = 4.31/(1+\varepsilon)$ を用いて目標軌道の設計を行う。そのため、式(2.23)のように制御時間を表す ν が固有周期の推定値と制御時間の比であることから、 ν が同じでも ε の値によって制御時間が異なる。ただし、設計の際には $\tilde{\omega}_e$ のみを用いることから、 $\tilde{\omega}_a$ および ε は未知であるものとして設計している。

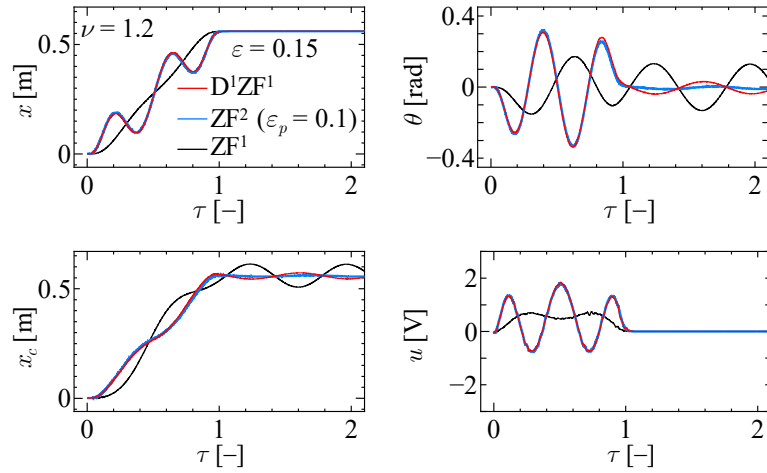
$\nu = 1.2$ および $\nu = 1.6$ の場合に ZF² 制御および D¹ZF¹ 制御を適用したときの実験結果を図 3.12 および図 3.13 に示す。両図とも、図 3.12(a) および図 3.13(a) が $\varepsilon = 0$ 、図 3.12(b) および図 3.13(b) が $\varepsilon = 0.15$ の場合である。いずれの図も、D¹ZF¹ 制御の結果を赤線、ZF² 制御 ($\varepsilon_p = 0.1$) の結果を青線、ZF¹ 制御の結果を黒線で示している。

図 3.12 より、図 3.4 の数値シミュレーション結果と似通った結果が見られる。図 3.12(a) より、誤差のない ($\varepsilon = 0$) 場合は D¹ZF¹ 制御と ZF¹ 制御の残留振動はよく抑えられている

ものの, ZF²制御では他2つと比べて大きな残留振動が生じている. 一方で, 図 3.12(b)より, 誤差のある ($\varepsilon = 0.15$) 場合には ZF¹制御よりも D¹ZF¹制御の残留振動が小さく, さらに ZF²制御の残留振動が最も小さい.



(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)



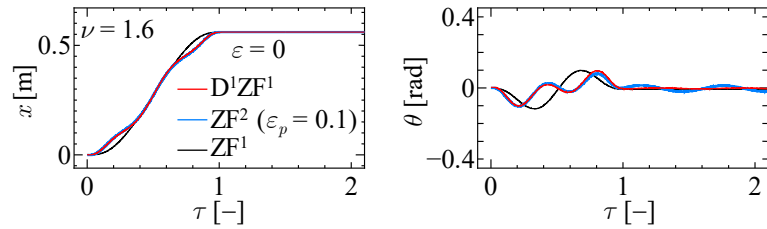
(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.12 Experimental results using ZF² control and D¹ZF¹ control for $\nu = 1.2$.

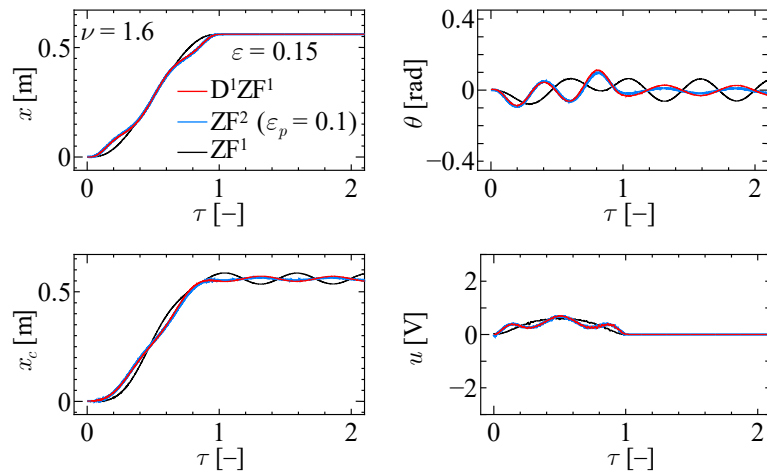
図 3.13 より、 $\nu = 1.6$ の場合は図 3.12 の $\nu = 1.2$ の場合と比べて全体的に残留振動が小さくなっているが、推定誤差に対する残留振動の変化については同様の傾向が見られる。

次に、 $\nu = 1.6$ の場合に ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御を適用したときの実験結果を図 3.14 に示す。図 3.14(a)が $\varepsilon = 0$ 、図 3.14(b)が $\varepsilon = 0.15$ の場合である。どちらの図も D^2ZF^1 制御の結果を赤線、 ZF^3 制御 ($\varepsilon_p = 0.1$) の結果を青線、 ZF^1 制御の結果を黒線で示している。

図 3.14 より、こちらも図 3.8 の数値シミュレーション結果と似通った結果が見られる。図 3.14(a)より、誤差のない場合はどの場合でも残留振動をよく抑えられており、図 3.14(b)より、誤差のある場合には図 3.13 のいずれの制御と比較しても ZF^3 制御および D^2ZF^1 制御では残留振動をより小さくできている。

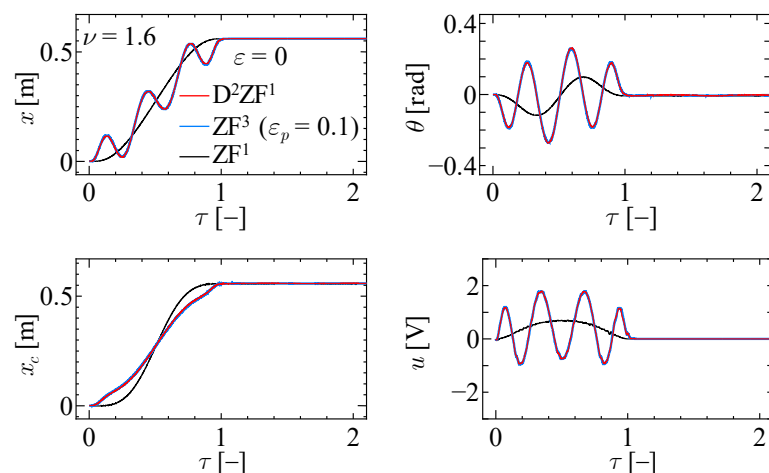


(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)

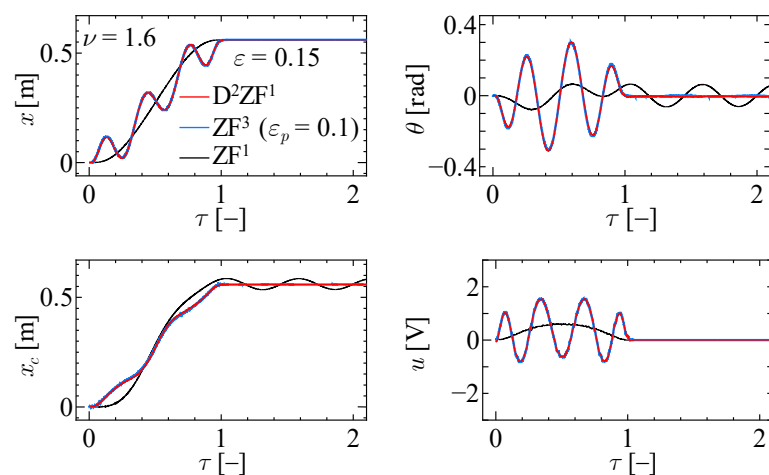


(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.13 Experimental results using ZF^2 control and D^1ZF^1 control for $\nu = 1.6$.



(a) Without estimation error ($\varepsilon = 0$)



(b) With estimation error ($\varepsilon = 0.15$)

Fig. 3.14 Experimental results using ZF³ control and D²ZF¹ control for $\nu = 1.6$.

3.6 第3章のまとめ

本章では、固有振動数成分除去法を用いた台車軌道の設計法に関して、固有振動数の推定誤差に対するロバスト性の向上法について検討した。そのための基本的なアイデアとして、みなし外力から複数の振動数成分を除去する方法とみなし外力の振動数成分の微分係数を零とする方法の2種類を用い、それぞれの有効性を数値シミュレーションおよび実験により検証した。その結果、両者ともにロバスト性の向上に有効であり、その性能もほぼ同一であることが示された。ただし、複数の振動数成分を除去する方法では除去する振動数を設定する必要があり、その設定によって性能が変化することから、微分係数を零とする方法の方が実用の面で優位性があると考えられる。

第4章 吊り荷の昇降を考慮した制御

搬送中に吊り荷の昇降をとまなうような場合には、時間的に吊り荷の固有振動数が変化するため、これまでの手法では残留振動を抑制できない可能性が高い。しかし、実際のクレーンの運転では、制御開始時と制御終了時の吊り荷の高さが異なる場合など、吊り荷の昇降が必要な状況は十分考えられる。そのため、吊り荷の昇降を考慮した上で残留振動抑制が可能ならば、搬送の効率向上が見込める。

本章では、搬送中にロープ長が時間的に変化し吊り荷の昇降が生じる場合を取り扱い、まず、吊り荷の昇降が残留振動抑制に与える影響について調べる。その後、吊り荷の昇降を考慮した目標軌道の設計方法を提案し、その有効性を検証する。さらに、吊り荷の昇降を利用した障害物の回避手法についても検討する。

4.1 吊り荷の昇降が残留振動に及ぼす影響の検討

本節では、第2章および第3章で行ったようにロープ長を一定として目標軌道を設計し、求められた目標軌道を用いてロープ長の変化を考慮した数値シミュレーションを行うことで吊り荷の昇降が残留振動に及ぼす影響を調べる。

4.1.1 ロープ長変化の設定

本章では2種類のロープ長の時間的変化について検討を行う。それらの例を図4.1に示す。図の縦軸の下向きを正にしているのは、 ρ が小さくなる（ロープが短くなる）と吊り荷が上昇することから、吊り荷の視覚的な変化と合わせるためである。1つ目（Case 1）は、図4.1(a)に示すように、制御開始時（ $\rho = \rho_0$ ）から制御終了時（ $\rho = \rho_T$ ）までロープ長が単調に増加または減少する場合である。このとき、ロープ長には次の拘束条件を与える。

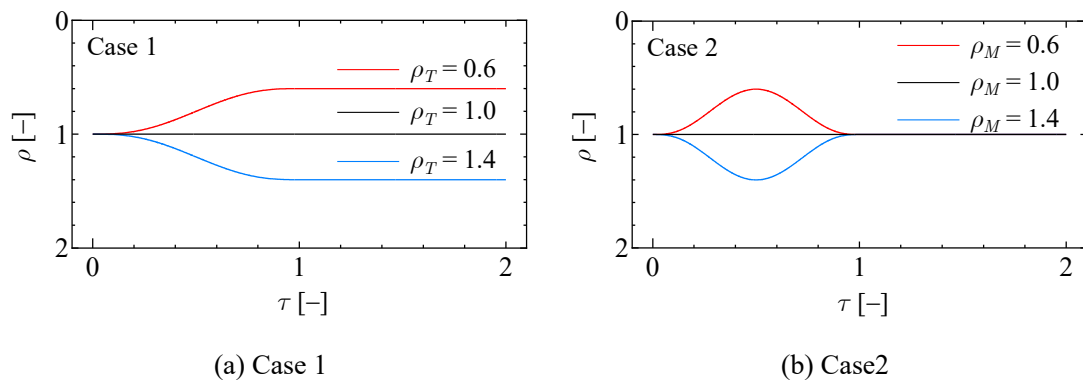


Fig. 4.1 Rope length variation.

$$\rho(0)=\rho_0, \rho'(0)=0, \rho''(0)=0, \rho(1)=\rho_T, \rho'(1)=0, \rho''(1)=0 \quad (4.1)$$

式(2.18)で用いた修正ルジャンドル多項式 P_n を用いて、ロープ長 ρ の関数形を次式で与える.

$$\rho = \rho_0 + \sum_{q=0}^{N_b} b_q P_q(\tau) \quad (4.2)$$

式(2.20)の性質より $P_q(0)=0, P'_q(0)=0, P''_q(0)=0$ であるため、あらかじめ式(4.1)における $\tau=0$ の3個の条件が満足される. したがって、 ρ が満たすべき条件は式(4.1)のうち $\tau=1$ の条件3個となるため、 $N_b=2$ である. このとき、式(4.1)の条件を満足する未定係数 b_q ($q=0\sim 2$) は次のようになる.

$$b_0 = \frac{37}{24}(\rho_T - \rho_0), b_1 = -\frac{27}{40}(\rho_T - \rho_0), b_2 = \frac{2}{15}(\rho_T - \rho_0) \quad (4.3)$$

2つ目 (Case 2) は、図 4.1(b)に示すように、 $\tau=0.5$ でロープ長が最大または最小 ($\rho = \rho_M$) になった後、制御終了時には制御開始時と同じ長さ ($\rho = \rho_0$) に戻る場合である. このとき、ロープ長には次の拘束条件を与える.

$$\rho(0)=\rho_0, \rho'(0)=0, \rho''(0)=0, \rho(0.5)=\rho_M, \rho(1)=\rho_0, \rho'(1)=0, \rho''(1)=0 \quad (4.4)$$

ここで、 $\tau=0.5$ でロープ長が最大または最小になるとしているが、 $\tau=0.5$ の条件は変位のみであり、速度の条件はない. これは、基底関数に修正ルジャンドル多項式を用い、 $\tau=0$ と $\tau=1$ の変位、速度および加速度の条件がそれぞれ同じであることから、 ρ が $\tau=0.5$ を軸とした線対称になり、 $\tau=0.5$ でロープ長が最大または最小になるためである.

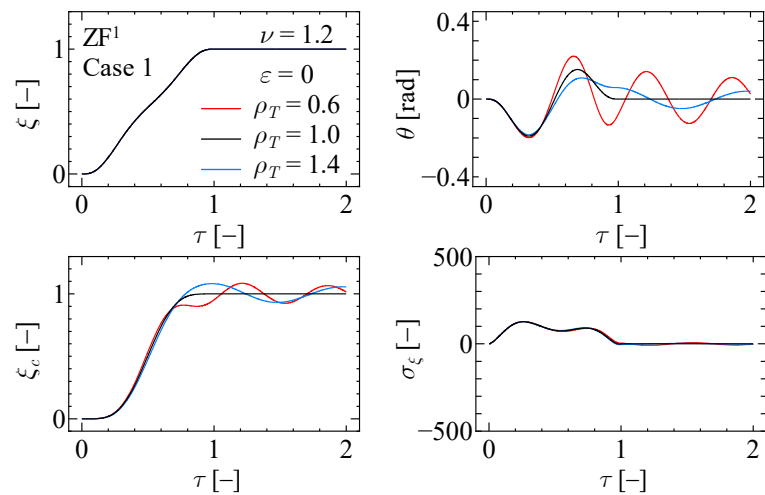
ロープ長 ρ に式(4.2)を用いると、 ρ が満たすべき条件は式(4.4)のうち $\tau=0.5$ と $\tau=1$ の条件4個となるため、 $N_b=3$ である. このとき、式(4.4)の条件を満足する未定係数 b_q ($q=0\sim 3$) は次のようになる.

$$b_0 = \frac{8}{15}(\rho_M - \rho_0), b_1 = -\frac{72}{55}(\rho_M - \rho_0), b_2 = \frac{16}{15}(\rho_M - \rho_0), b_3 = -\frac{16}{55}(\rho_M - \rho_0) \quad (4.5)$$

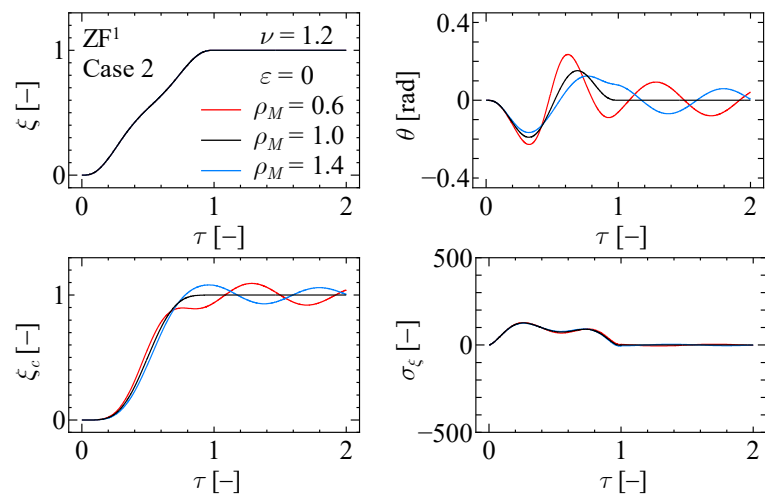
4.1.2 数値シミュレーション結果

吊り荷の昇降が残留振動に及ぼす影響を調べるため、ロープ長を一定として式(2.10)より目標軌道を求め、ロープ長に式(4.2)と式(4.3)または式(4.5)を用いた運動方程式 (式(2.6), 式(2.7)) および制御入力 (式(2.9)) で数値シミュレーションを行う. $\nu=1.2$ で ZF¹ 制御を用い

た場合の結果を図 4.2 に示す. 図 4.2(a)は Case 1, 図 4.2(b)は Case 2 であり, 線の色は図 4.1 の同色のロープ長変化を用いた場合の結果であることを示している. 図は, 第 2 章および第 3 章のシミュレーション結果を示した図と同じく, 上段は左から台車の位置 ξ , 台車に対する吊り荷の振れ角 θ , 下段は左から ξ 方向の吊り荷の位置 $\xi_c = \xi + \rho \sin \theta$, 台車への入力 σ_ξ である. 図 4.2(a)および図 4.2(b)のどちらも ξ が重なっていることから, いずれも台車軌道は同じものであることが確認できる. 図 4.2(a)の $\rho_T = 1.0$ および図 4.2(b)の $\rho_M = 1.0$ の場合は θ が $\tau > 1$ で振動していないことから残留振動は抑制できている. しかし, その他の図 4.2(a)の $\rho_T = 0.6, 1.4$ および図 4.2(b)の $\rho_M = 0.6, 1.4$ の場合は残留振動が抑制できていない. このことから, ZF¹ 制御では吊り荷の昇降がある場合には残留振動を抑制できないことがわかる.



(a) Case 1

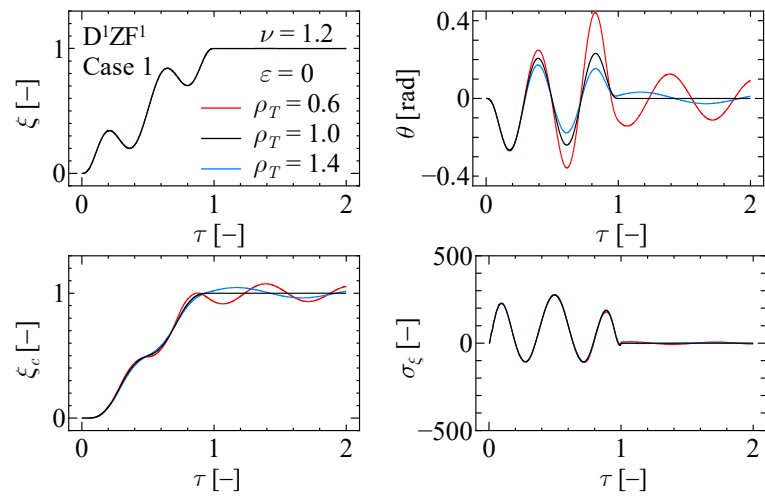


(b) Case 2

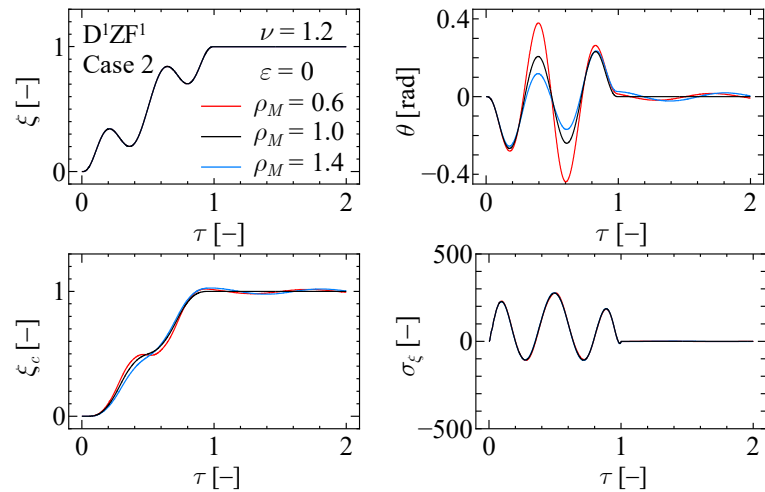
Fig. 4.2 Simulation using ZF¹ control not considering rope length variation for $\nu = 1.2$.

吊り荷の固有振動数はロープ長に依存する値であるため、ロープ長の時間的な変化は固有振動数の時間的な変化であるともいえる。そこで、第 3 章で提案した固有振動数の推定誤差に対するロバスト性向上手法がロープ長の変化に対しても有効であると考えられる。

有効性の有無を確かめるために、図 4.2 と同様の方法で、 $\nu=1.2$ で D^1ZF^1 制御を用いた場合の結果を図 4.3 に示す。図 4.3(a) を図 4.2(a) と比較すると、 $\tau > 1$ の θ より、 $\rho_T = 1.4$ では残留振動が小さくなっているが、 $\rho_T = 0.6$ では振幅の大きな変化は見られない。一方、図 4.3(b) を図 4.2(b) と比較すると、 $\rho_M = 0.6$ と $\rho_M = 1.4$ のどちらともで残留振動が小さくなっている。

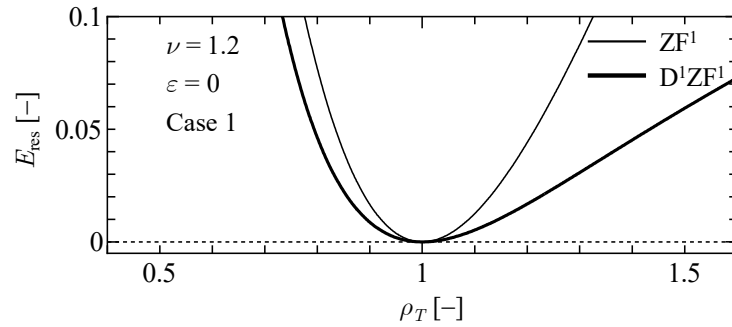


(a) Case 1

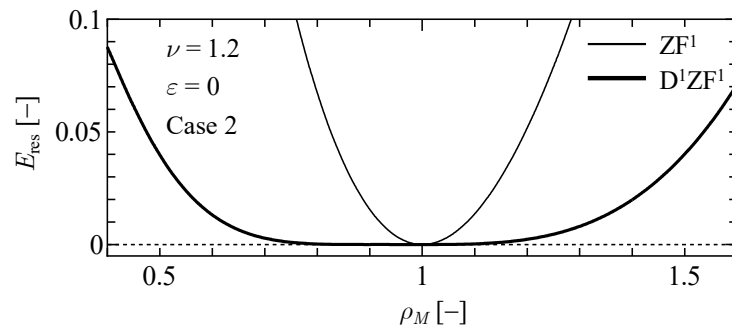


(b) Case 2

Fig. 4.3 Simulation using D^1ZF^1 control not considering rope length variation for $\nu=1.2$.



(a) Case 1



(b) Case 2

Fig. 4.4 Effect of rope length variation on E_{res} .

吊り荷の昇降が残留振動抑制に及ぼす影響をより詳しく調べるために、式(3.1)で示した $\tau=1$ における吊り荷の力学的エネルギー相当値 E_{res} を用いる。Case 1 および Case 2 のそれぞれについて、 ρ_T および ρ_M の変化に対する E_{res} の変化を図 4.4 に示す。図 4.4(a)は Case 1、図 4.4(b)は Case 2 であり、どちらも ZF¹ 制御および D¹ZF¹ 制御の結果をそれぞれ黒の細線および太線で示している。図 4.4 より、D¹ZF¹ 制御は吊り荷の昇降の影響で生じる残留振動に対しても抑制効果が見られる。しかし、図 4.4(a)より、Case 1 ではその効果は小さく、 $\rho_T < 1.0$ では ZF¹ 制御からの変化はごくわずかである。一方で、図 4.4(b)より、Case 2 では ZF¹ 制御と比べると D¹ZF¹ 制御は残留振動を ρ_M の広い範囲でよく抑えられているが、 ρ_M の値が 1 から大きく離れると残留振動は大きくなってしまふ。

4.2 吊り荷の昇降を考慮した台車軌道的设计

本節では、ロープ長の変化を考慮した台車の目標軌道の設計方法について述べ、その有効性を数値シミュレーションによって検証する。

ロープ長の変化を考慮した目標軌道を設計するため、目標軌道の設計に式(2.10)ではなく、

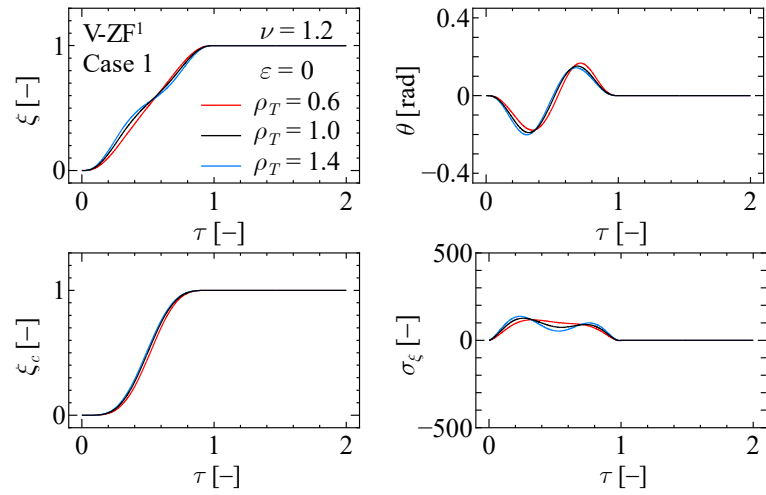
次式を用いる.

$$\left. \begin{aligned}
 & (1 + \mu)\xi'' + \mu\rho \cos\theta \cdot \theta'' + 2\mu(\zeta_\xi + \zeta_\theta)\omega_e \xi' + 2\mu\rho\zeta_\theta\omega_a \cos\theta \cdot \theta' - \mu\rho \sin\theta \cdot \theta'^2 \\
 & + \mu\rho'' \sin\theta + 2\mu\rho' \cos\theta \cdot \theta' + 2\mu\rho'\zeta_\theta\omega_a \sin\theta = G(\xi_{te} - \xi) \\
 & \theta'' + \omega_e^2\theta = \sigma_{\theta e} \\
 & \sigma_{\theta e} = \omega_e^2 \left(\theta - \frac{\rho_0}{\rho} \sin\theta \right) - \frac{\cos\theta \cdot \xi'' + 2\rho\zeta_\theta\omega_e \theta' + 2\zeta_\theta\omega_e \cos\theta \cdot \xi' + 2\rho'\theta'}{\rho}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

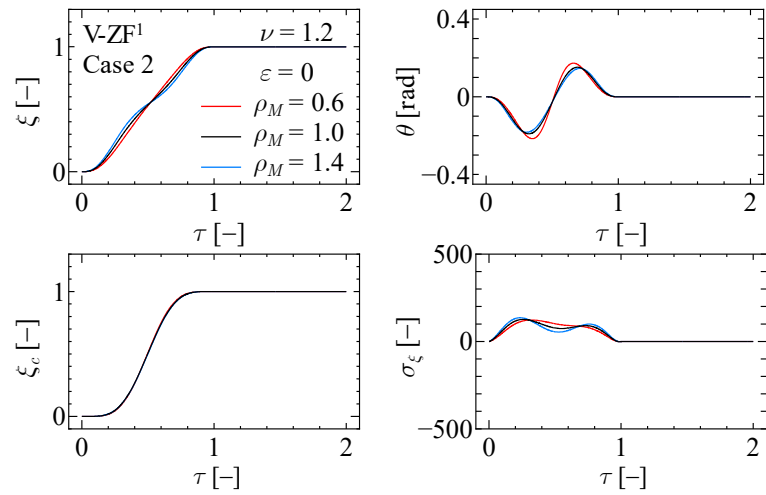
ここに, 吊り荷に対するみなし外力 $\sigma_{\theta e}$ には, 吊り荷に作用する非線形性および減衰の影響のみならずロープ長の変化 ρ による影響も加えている. 分母の ρ や ρ' の項がロープ長の変化による影響にあたる. 2.3節と同様に, 式(4.6)より求められるみなし外力 $\sigma_{\theta e}$ が ω_e の成分を持たなければ吊り荷に残留振動は生じない. 以下では, 式(2.10)を用いたロープ長一定とみなした制御と区別するため, 式(4.6)を用いてロープ長変化を考慮した制御を V-ZF¹ 制御 (ZF¹ control considering variable rope length), V-D¹ZF¹ 制御(D¹ZF¹ control considering variable rope length)および V-D²ZF¹ 制御(D²ZF¹ control considering variable rope length)と呼ぶ.

$\nu = 1.2$ の場合に, V-ZF¹ 制御および V-D¹ZF¹ 制御を適用したときの数値シミュレーション結果を図 4.5 および図 4.6 に示す. 図 4.5(a)および図 4.6(a)が Case 1, 図 4.5(b)および図 4.6(b)が Case 2 である. 図 4.5 および図 4.6 のすべての場合において, $\tau > 1$ の θ が変化しておらず, 残留振動が生じていないことがわかる. ρ_T および ρ_M の値による軌道の変化は図 4.6 がわかりやすく, ξ の折り返しは図 4.6(a)および図 4.6(b)の両方で ρ_T および ρ_M が大きな 1.4 で大きくなっている. $0 \leq \tau \leq 1$ の θ は, 図 4.6(a)では ρ_T による差はそれほど大きくはないが, 図 4.6(b)では ξ と同じく $\rho_M = 1.4$ で振幅が大きく, $\rho_M = 0.6$ で振幅が小さくなっている. 一方で, ξ の大きな折り返しや θ の大きな振れが現れているのに対して, ξ_c はどれも比較的滑らかに変化しており, ρ_T および ρ_M による変化も小さい.

以上より, 式(4.6)のようにみなし外力 $\sigma_{\theta e}$ にロープ長変化の影響も含めて設計した目標軌道が残留振動の抑制に有効であることが確認できた.

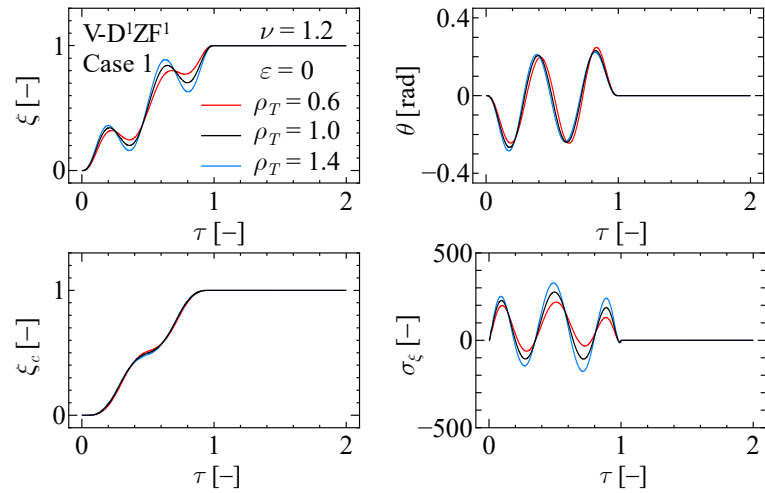


(a) Case 1

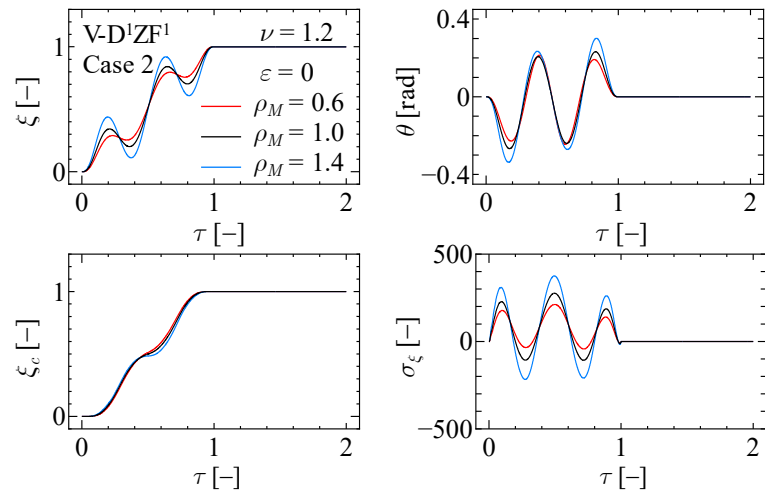


(b) Case 2

Fig. 4.5 Simulation using V-ZF¹ control for $\nu = 1.2$.



(a) Case 1



(b) Case 2

Fig. 4.6 Simulation using V-D¹ZF¹ control for $\nu = 1.2$.

4.3 吊り荷の昇降がロバスト性に及ぼす影響の検討

前節では、ロープ長変化の影響を含めて目標軌道在设计することで残留振動抑制が可能であることがわかった。しかし、推定誤差に対するロバスト性についての検討は行っておらず、第3章で提案したロバスト性向上手法が吊り荷の昇降をとともなう場合でも有効であるかは確認できていない。本節では、吊り荷の昇降が固有振動数の推定誤差に対するロバスト性に及ぼす影響について検討する。

まず、 $\varepsilon = -0.05, 0, 0.05$ の場合について、 ρ_T および ρ_M に対する E_{res} の変化を図4.7に示す。図の図4.7(a)がCase 1、図4.7(b)がCase 2である。V-ZF¹制御およびV-D¹ZF¹制御をそれぞれ

れ細線および太線で示し、 $\varepsilon = -0.05, 0, 0.05$ それぞれを一点鎖線、実線、破線で示している。図 4.7 より、 $\varepsilon = 0$ の場合はいずれも $E_{\text{res}} = 0$ と重なっており、推定誤差のない場合には ρ_T および ρ_M に関わらず残留振動を完全に抑制できている。一方で、 $\varepsilon = 0.05$ および $\varepsilon = -0.05$ の場合には残留振動が生じている。V-ZF¹ 制御と V-D¹ZF¹ 制御を比較すると、図 4.7(a) および図 4.7(b) はともに、V-D¹ZF¹ 制御は V-ZF¹ 制御よりも E_{res} が小さくなっており、ロバスト性向上の効果が出ている。

次に、 $\rho_T = 0.6, 1.0, 1.4$ および $\rho_M = 0.6, 1.0, 1.4$ の場合について、 ε に対する E_{res} の変化を図 4.8 に示す。図 4.8(a) は Case 1、図 4.8(b) は Case 2 である。図 4.8 より、いずれの場合も V-D¹ZF¹ 制御は V-ZF¹ 制御よりも E_{res} が小さく、高いロバスト性を示している。V-D¹ZF¹ 制御の異なる ρ_T および ρ_M を比較すると、図 4.8(a) および図 4.8(b) はともに ρ_T および ρ_M が 1.4 の場合には $\varepsilon > 0$ で E_{res} が他と比べて小さく、0.6 の場合には逆に $\varepsilon < 0$ で E_{res} が小さい傾向が見られる。

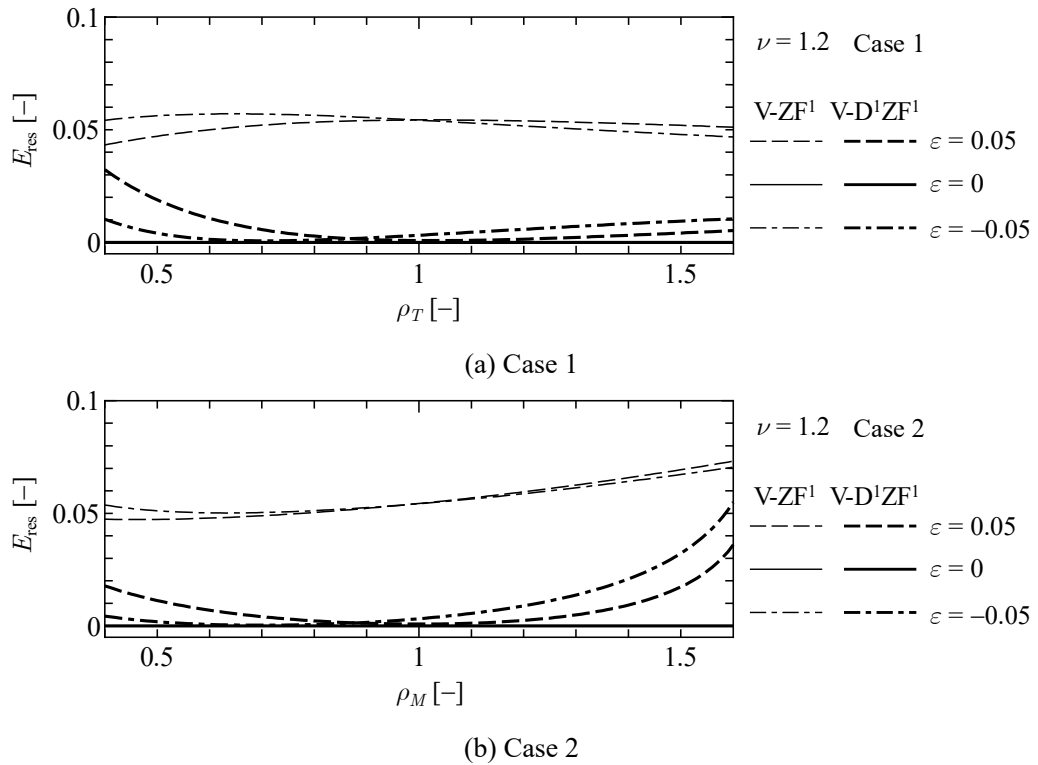
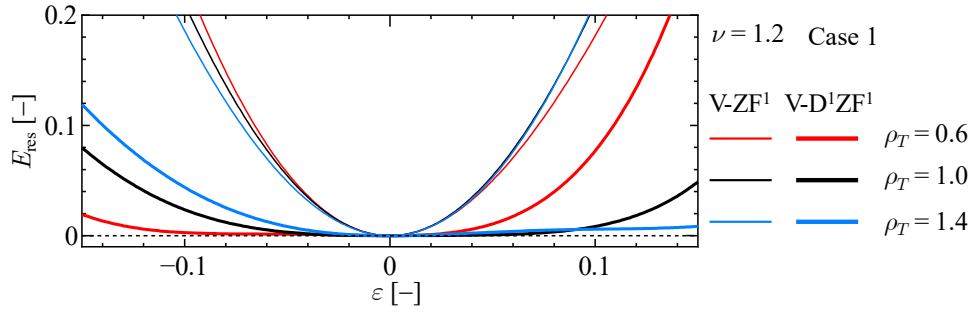
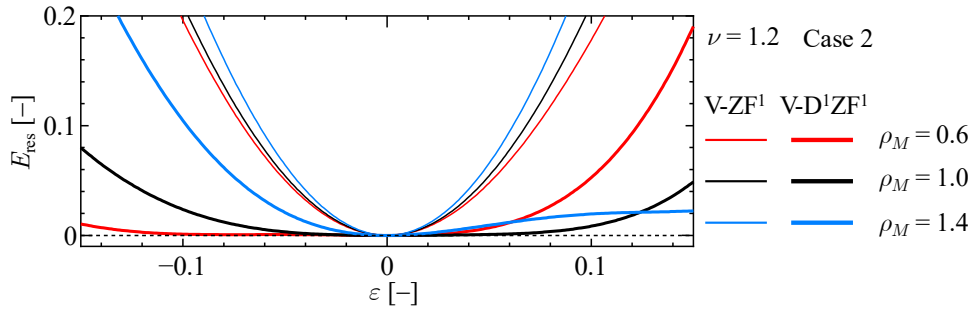


Fig. 4.7 Effect of rope length variation on E_{res} for $\nu = 1.2$.



(a) Case 1

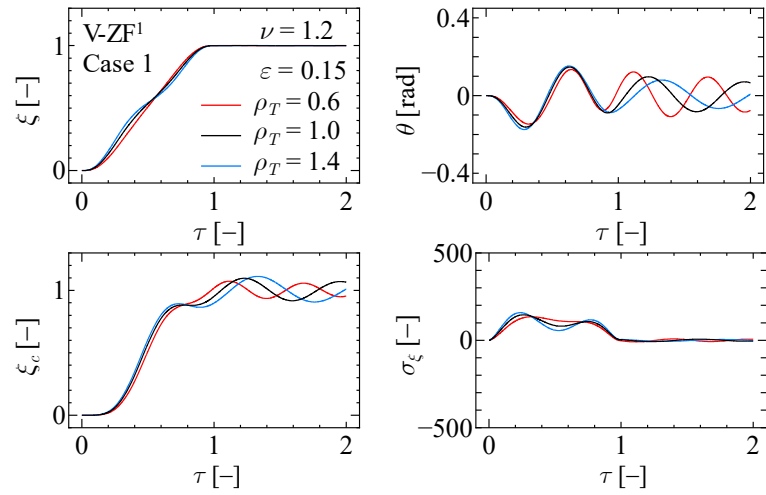


(b) Case 2

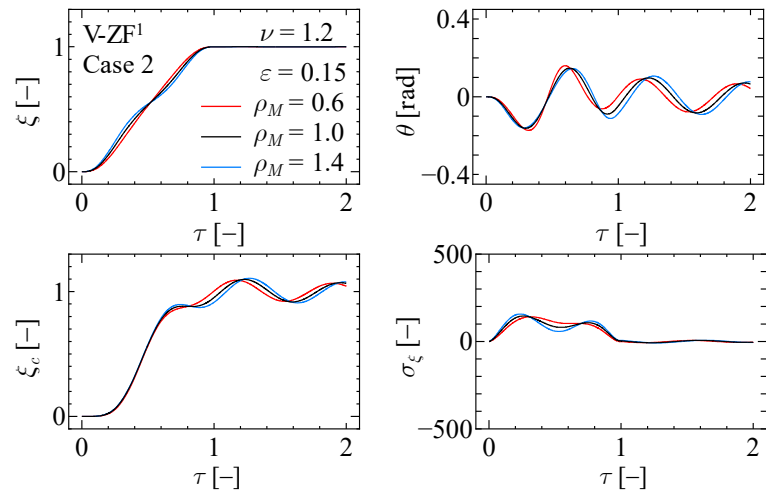
Fig. 4.8 Effect of ε on E_{res} for $\nu=1.2$.

推定誤差がある場合の数値シミュレーションの具体例として、 $\nu=1.2$ の場合に V-ZF¹ 制御および V-D¹ZF¹ 制御を用いた数値シミュレーションの結果をそれぞれ図 4.9 および図 4.10 に示す。結果はすべて $\varepsilon=0.15$ の場合であり、図 4.9(a) および図 4.10(a) が Case 1、図 4.9(b) および図 4.10(b) が Case 2 である。図 4.9 より、V-ZF¹ 制御ではいずれの場合も大きな残留振動が生じている。一方で、図 4.10 より、V-D¹ZF¹ 制御を図 4.9 の V-ZF¹ 制御と比較すると、 $\rho_T=1.0, 1.4$ および $\rho_M=1.0, 1.4$ では残留振動が小さくなっている。しかし、 $\rho_T=0.6$ および $\rho_M=0.6$ ではわずかな減少しか見られない。

さらに、V-D²ZF¹ 制御を用いた場合に、ロープ長の変化がない場合と同様に V-D¹ZF¹ 制御からさらにロバスト性を向上させられるか検証する。図 4.8 と同様に $\nu=1.6$ の場合について、 ε に対する E_{res} の変化を図 4.11 および図 4.12 に示す。図 4.11 の太線は V-D¹ZF¹ 制御、図 4.12 の太線は V-D²ZF¹ 制御であり、細線はどちらの図も V-ZF¹ 制御である。

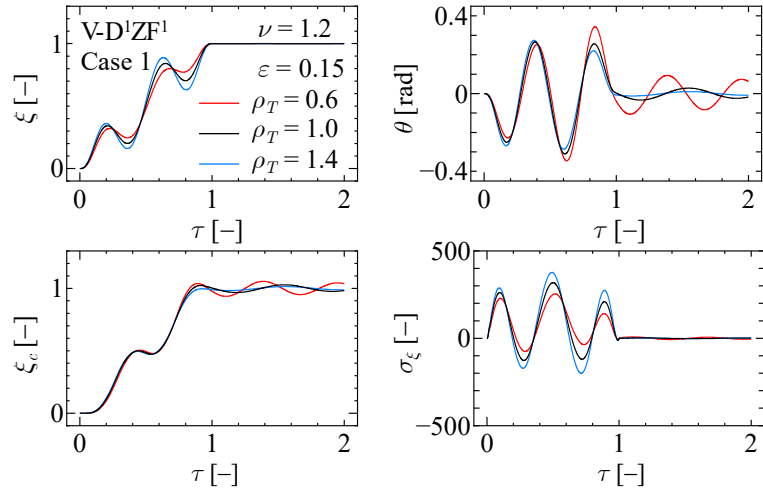


(a) Case 1

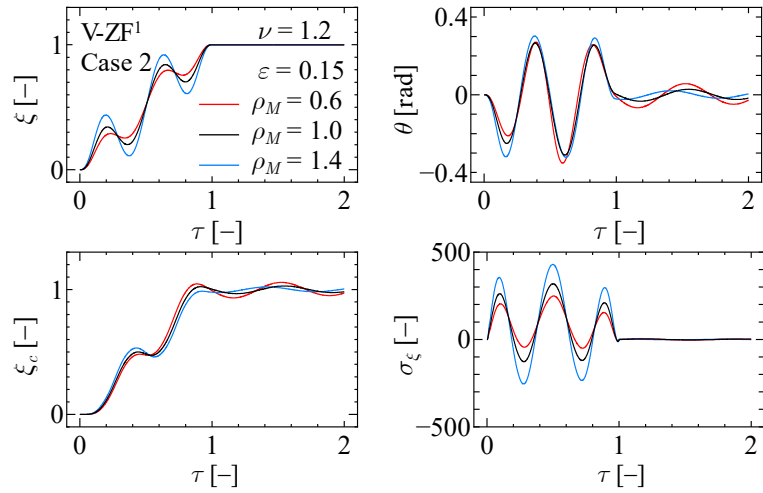


(b) Case 2

Fig. 4.9 Simulation using V-ZF¹ control for $\nu = 1.2$ with estimation error ($\varepsilon = 0.15$).



(a) Case 1

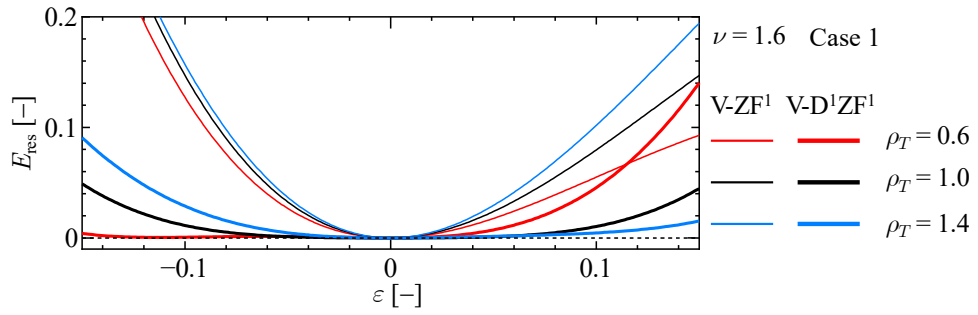


(b) Case 2

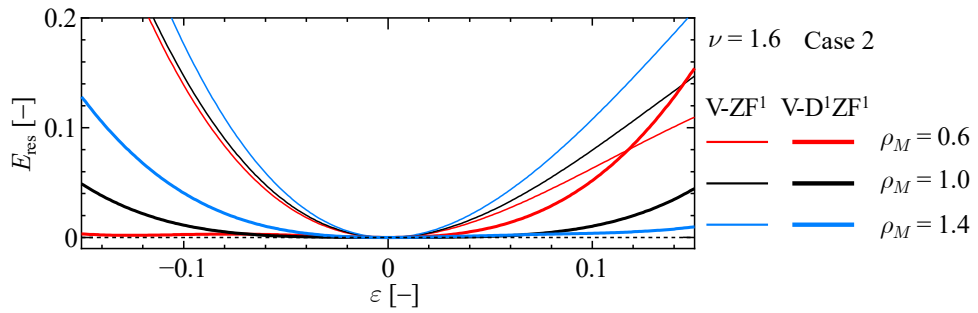
Fig. 4.10 Simulation using V-D¹ZF¹ control for $\nu = 1.2$ with estimation error ($\varepsilon = 0.15$).

図 4.11 より， $\rho_T = 1.0, 1.4$ および $\rho_M = 1.0, 1.4$ の場合は V-D¹ZF¹ 制御はどの ε でも V-ZF¹ 制御よりも残留振動が小さくなっている。しかし， $\rho_T = 0.6$ および $\rho_M = 0.6$ の場合は ε が正に大きくなると V-D¹ZF¹ 制御の残留振動が V-ZF¹ 制御よりも大きくなっている。

図 4.12 より，V-D²ZF¹ 制御を用いた場合は，Case 1 の $\rho_T = 0.6$ の場合を除いて，V-ZF¹ 制御および図 4.11 に示した V-D¹ZF¹ 制御よりも残留振動を小さくすることができる。一方で，Case 1 の $\rho_T = 0.6$ の場合には，V-ZF¹ 制御と比べると ε が正に大きくなったときに V-D²ZF¹ 制御の方が残留振動が大きくなり，V-D¹ZF¹ 制御と比べると ε が 0 から 0.1 程度の範囲でのみ V-D²ZF¹ 制御の方がわずかに小さくなっているものの，その範囲を除けば V-D²ZF¹ 制御の方が残留振動が大きくなっている。

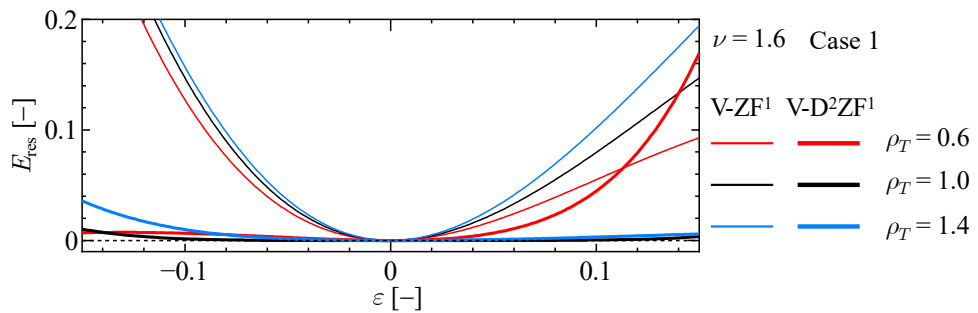


(a) Case 1

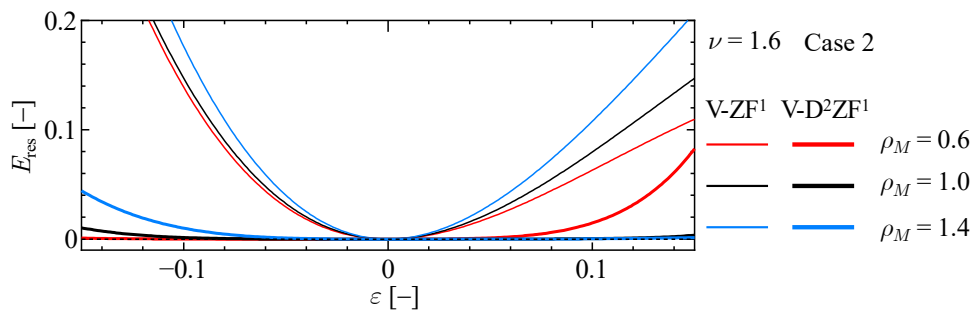


(b) Case 2

Fig. 4.11 Effect of ε on E_{res} for $\nu = 1.6$.



(a) Case 1



(b) Case 2

Fig. 4.12 Effect of ε on E_{res} for $\nu = 1.6$.

以上より，ロープ長が搬送中に変化する場合でも，多くの場合で V-D¹ZF¹ 制御および V-D²ZF¹ 制御は V-ZF¹ 制御よりも固有振動数の推定誤差に対して高いロバスト性を示すことがわかった．一方で，V-D¹ZF¹ 制御および V-D²ZF¹ 制御はロープ長の変化の仕方により推定誤差に対する E_{res} の変化に違いが表れており，場合によっては ε が大きいときに残留振動が大きくなっていた．

4.4 吊り荷の昇降による障害物回避

吊り荷の昇降が必要な場合として，制御の開始地点と目標位置の間に障害物があり，吊り荷の高さを変えずに搬送を行えば吊り荷と障害物が衝突するような場合が考えられる．図 4.1 に示したようなロープ長変化を用いて吊り荷を持ち上げることで障害物を回避できる状況もあるだろうが，対応できる障害物はそのロープ長変化で回避できるものに限定される．障害物を確実に回避するためには，障害物の形状毎にその障害物を回避できる台車軌道およびロープ長変化を求める手法が必要となる．

本節では，制御開始地点と搬送の目標位置の間に障害物があるような場合について，吊り荷の昇降を利用して障害物を回避する手法を提案し，その有効性を数値シミュレーションによって示す．以下では V-D¹ZF¹ 制御を用いる．

4.4.1 障害物を回避する目標軌道およびロープ長変化の設計

障害物および吊り荷に関するパラメータを図 4.13 のように設定する．台車を基準とする鉛直方向の無次元変位を η （下向きを正）とする．台車から地面までの距離は η_g である．障害物には ξ 方向および η 方向の無次元長さがそれぞれ $2\kappa_\xi$ および κ_η の大きさの直方体を用いる．障害物は制御開始地点とそこから ξ 方向に δ 離れた目標位置のちょうど中間（ $\xi = \delta/2$ ）の位置で地面（ $\eta = \eta_g$ ）に置かれている．吊り荷の位置を (ξ_c, η_c) とすると，台車変位 ξ と吊り荷の振れ角 θ を用いて $(\xi_c, \eta_c) = (\xi + \rho \sin \theta, \rho \cos \theta)$ と表される．ここで，制御開始時には吊り荷は静的平衡状態であるため， $\tau = 0$ での吊り荷の位置を (ξ_0, η_0) とすると， $\xi_0 = 0$ ， $\eta_0 = \rho_0$ である．推定誤差がない場合には，制御終了時も吊り荷は静的平衡状態にあるため， $\tau = 1$ での吊り荷の位置を (ξ_T, η_T) とすると， $\xi_T = \delta$ ， $\eta_T = \rho_T$ である．また，吊り荷が地面や台車にぶつかるようなことは避けなければならないため，吊り荷は $\eta_b < \eta_c < \eta_g$ の範囲内で運動するものとする．

障害物を回避する目標軌道およびロープ長変化の設計には最適化手法を用いる． ρ の拘束条件には Case 1 と同じ式(4.1)を用い，式(4.2)に示したロープ長変化の項数を 4.1.1 項の Case 1 で用いた 3 項（ $N_b = 2$ ）に冗長な項を加えた $3 + n_{sb}$ 項（ $N_b = 2 + n_{sb}$ ）にして用いる．ここ

に, $n_{sb} = 0, 1, 2, \dots$ であり, 条件数 3 個に対して冗長な項を表す. ここでは, この冗長な項を余剰項と呼ぶ. 余剰項を加える目的はロープ長変化の自由度を増やすためであり, ξ の拘束条件 (式(2.11), 式(2.17), 式(3.4)) および ρ の拘束条件 (式(4.1)) に加え, 次の目的関数 h を極小化する条件により未定係数 a_n および b_q を定める.

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{h_1 + h_2}{2} \\ h_1 &= \int_0^1 \{\rho''(\tau)\}^2 d\tau \\ h_2 &= \int_0^1 \frac{1}{\left\{ \left(\frac{\xi_c - \delta/2}{\sqrt[4]{2}\kappa_\xi} \right)^4 + \left(\frac{\eta_c - \eta_g}{\sqrt[4]{2}\kappa_\eta} \right)^4 - 1 \right\} (\eta_g - \eta_c)^2 (\eta_c - \eta_b)^2} d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

式(4.7)の h_1 はロープ長加速度の自乗積分値であり, ロープ長変化を滑らかにするために用いている. h_2 の被積分関数について, 分母の波括弧内は, 中心が $(\delta/2, \eta_g)$ で ξ および η 方向の半径が $\sqrt[4]{2}\kappa_\xi$ および $\sqrt[4]{2}\kappa_\eta$ の, 障害物を囲む超楕円上で零となる. h_2 は吊り荷をその超楕円外かつ可動範囲内 ($\eta_b < \eta_c < \eta_g$) で運動させるための関数である.

式(4.7)の h_2 より, 障害物を囲む超楕円が $\eta = \eta_b$ と重ならず, 制御開始時および終了時の吊り荷の位置が超楕円の内側に含まれないようにしなければならない. そのため, $\eta_0 \geq \eta_T$ の場合には障害物の大きさの条件は次のようになる.

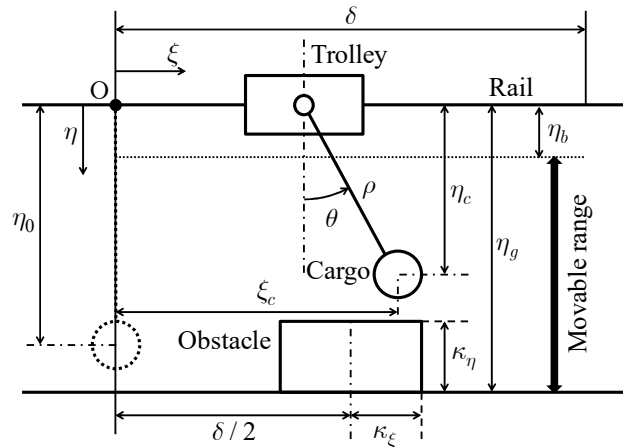


Fig. 4.13 Geometrical parameters of the cargo and the obstacle.

$$\left. \begin{aligned} 0 < \kappa_\eta < \frac{\eta_g - \eta_b}{\sqrt[4]{2}} & \left(0 < \kappa_\xi < \frac{\delta/2}{\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{1 - \left\{ (\eta_g - \eta_0) / (\eta_g - \eta_b) \right\}^4}} \right) \\ 0 < \kappa_\eta < \frac{\eta_g - \eta_0}{\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{1 - \left\{ (\delta/2) / \sqrt[4]{2} \kappa_\xi \right\}^4}} & \left(\kappa_\xi \geq \frac{\delta/2}{\sqrt[4]{2} \sqrt[4]{1 - \left\{ (\eta_g - \eta_0) / (\eta_g - \eta_b) \right\}^4}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

ここに、 $\eta_0 < \eta_T$ の場合には式(4.8)の η_0 を η_T に置き換えればよい。式(4.8)の第1式は、超楕円が $\eta = \eta_b$ と重ならないための条件である。このときの κ_ξ の最大値は $(\delta/2, \eta_b)$ （超楕円が $\eta = \eta_b$ と重なるときの位置）および (ξ_0, η_0) （制御開始時の吊り荷の位置）と重なる超楕円の κ_ξ であるため、それよりも κ_ξ が小さい第1式の範囲では制御開始時の吊り荷の位置は必ず超楕円の外側になる。それよりも κ_ξ が大きくなると、超楕円が $\eta = \eta_b$ と重なるときの κ_η よりも制御開始時の位置と重なるときの κ_η が小さくなる。したがって、第2式は制御開始時の吊り荷の位置が超楕円の内側に含まれないための条件である。

拘束条件を満たした上で、式(4.7)の目的関数を極小化する a_n および b_q の組み合わせを求めるために、Lagrangeの未定乗数法を用いる。

4.4.2 余剰項数の検討

式(4.7)の目的関数に対する余剰項数の影響を示し、適切な余剰項数について検討を行う。 $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.6), (0.3, 0.5), (0.4, 0.4)$ の3種類の場合について、余剰項数 n_{sb} を増やしたときの目的関数 h の変化を図4.14に示す。 $\nu = 1.2$ 、 $\rho_T = \rho_0 = 1.0$ とし、目的関数（式(4.7)）のパラメータには $\eta_b = 0.2$ 、 $\eta_g = 1.2$ を用いた。

図4.14より、いずれの結果も n_{sb} が大きくなるにつれて h は減少し続けているが、その減少量は n_{sb} が増加すると小さくなり、 h は横ばいとなってくる。そのため、加える余剰項は少ない数で十分な効果が見込める。また、 $n_{sb} = 2, 4, 6, \dots$ など n_{sb} が偶数のときの減少量がわずかである一方で、 $n_{sb} = 3, 5, 7, \dots$ など n_{sb} が奇数のときの減少量は大きく、余剰項を加える効果が大きい。この原因は、ロープ長が $\tau = 0.5$ を軸とした線対称に近い変化を行っていることにあると考えられる。線対称な形状を多項式で作る場合、その最大次数は偶数になる。式(4.2)のように修正ルジャンドル多項式 P_n を用いて ρ を表した場合は、 τ の最大次数が $3 + N_b = 5 + n_{sb}$ であることから、 n_{sb} が奇数のときに最大次数が偶数となる。 τ の最大次数が奇数（ n_{sb} が偶数）のときには、最大次数の P_n が ρ の形状を表すのにほとんど寄与しないため、図4.12のように n_{sb} が偶数のときの減少量が小さいのだと考えられる。

実際に ξ および ρ の変化を見るため、 $n_{sb} = 1, 3$ の場合のシミュレーション結果を図4.15および図4.16にそれぞれ示す。左図は上から台車の位置 ξ 、吊り荷の振れ角 θ 、台車への入力

σ_ξ を示している。右図は一定時間ごとのクレーンの状態を表しており、黒線がロープ、青四角が台車、赤丸が吊り荷であり、同色の線はそれぞれの軌跡である。また、上の点線は $\eta = \eta_b$ 、下の実線は $\eta = \eta_g$ を表し、実線の長方形は障害物、それを囲む点線は式(4.7)で定めた超楕円である。

図 4.15(a), (b), (c)および図 4.16(a), (b), (c)は両方とも、それぞれ $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.6)$, $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.3, 0.5)$ および $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.4, 0.4)$ の結果を示している。いずれの結果も右図の吊り荷の軌跡(赤線)が境界を表す点線および実線と重なっていないことから、式(4.7)の目的関数の狙いどおりに吊り荷が障害物を回避する ξ_{te} および ρ が求められていることが確認できる。図 4.15(a), (b), (c)および図 4.16(a), (b), (c)をそれぞれ比較すると、いずれも $n_{sb} = 3$ の場合は $n_{sb} = 1$ の場合よりも吊り荷の最高点が低くなっており、吊り荷の上下動が小さくなっている。

上記のとおり、吊り荷の軌跡と境界が重なっていないことから目的関数の狙いは達成されているが、吊り荷を表す赤丸が境界と重なっている結果がある。これは、吊り荷を質点であるとしてその大きさを考慮していないためである。吊り荷の大きさを考慮する場合は、 h_2 の超楕円の半径を表す $\sqrt[4]{2}\kappa_\xi$ および $\sqrt[4]{2}\kappa_\eta$ に吊り荷の半径を足すなどして、障害物の大きさに対して障害物を囲む超楕円を大きめに設定することで、障害物と境界である超楕円の間に余裕を持たせればよい。

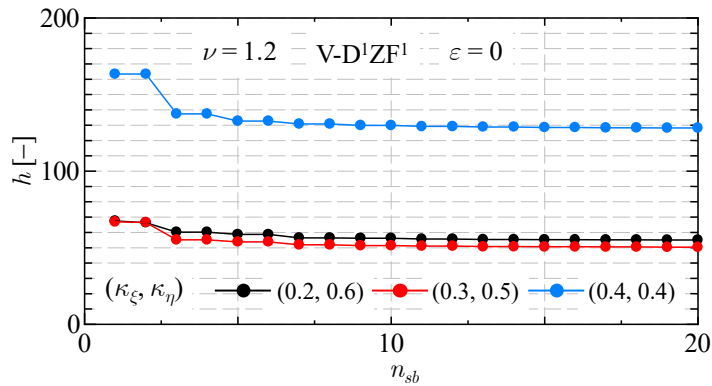
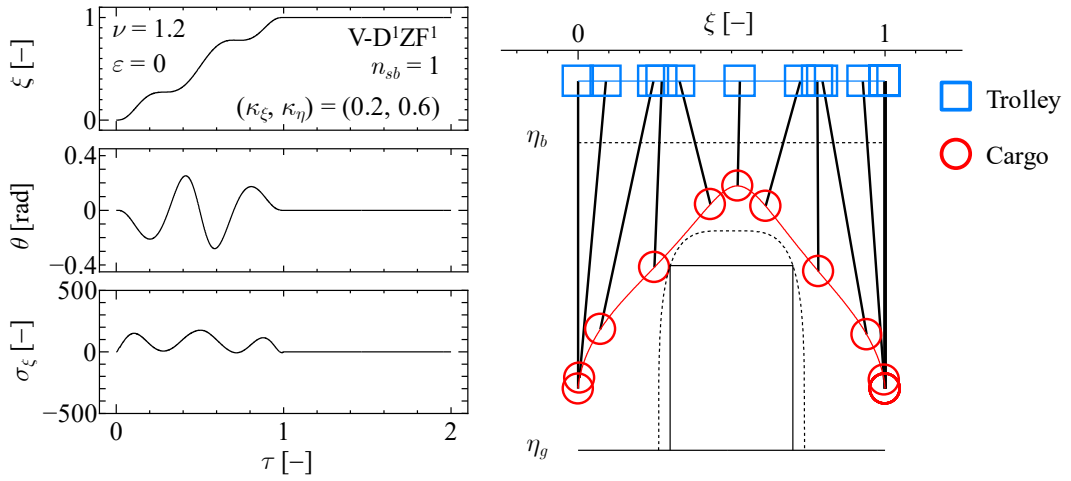
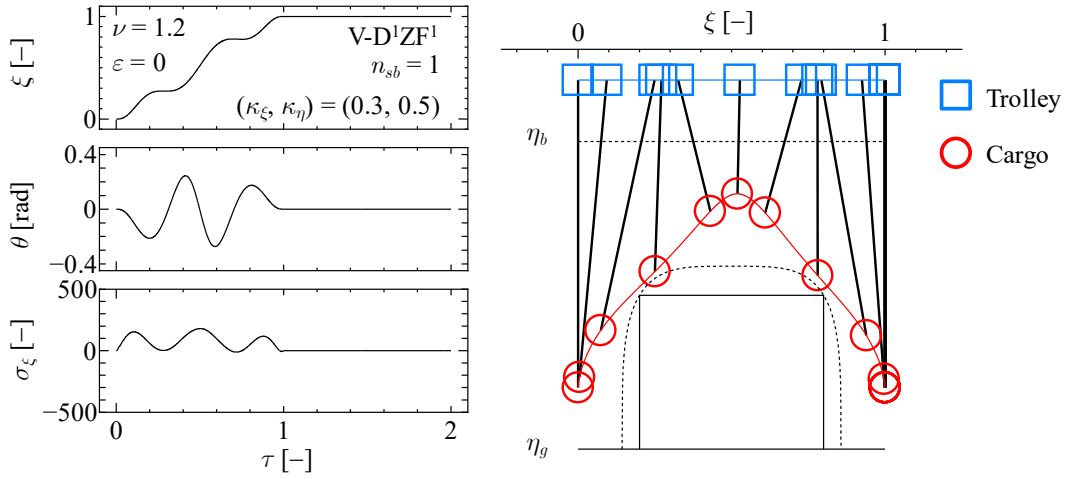


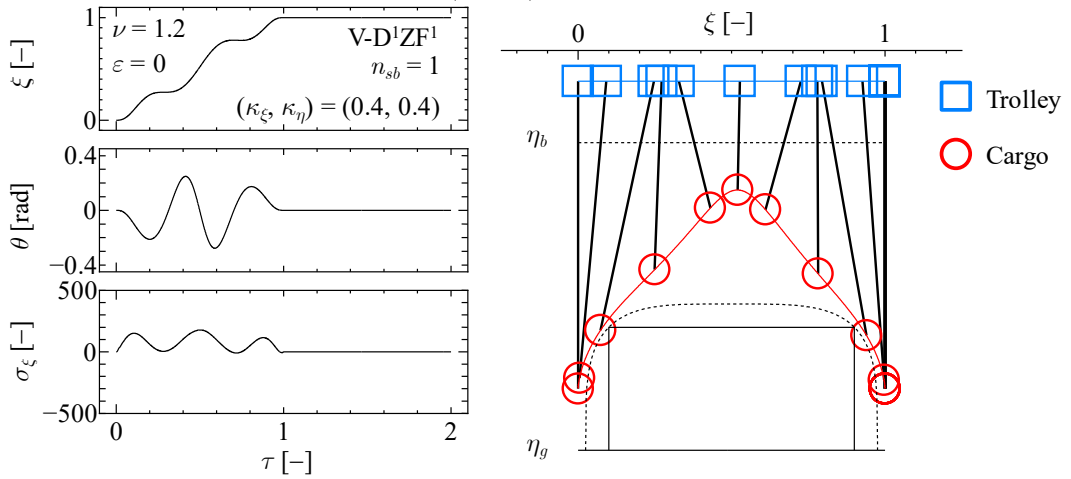
Fig. 4.14 Effect of n_{sb} on h for $\nu = 1.2$.



(a) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.6)$

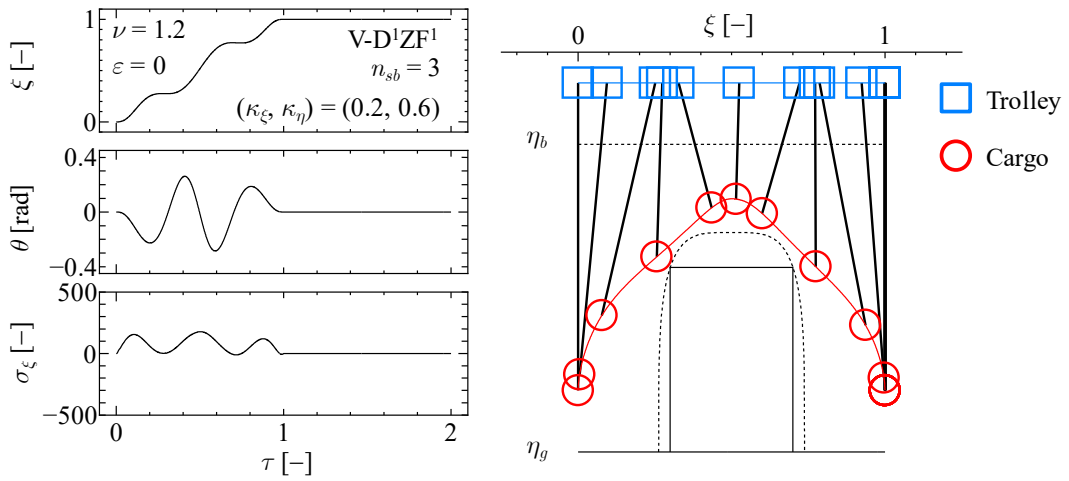


(b) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.3, 0.5)$

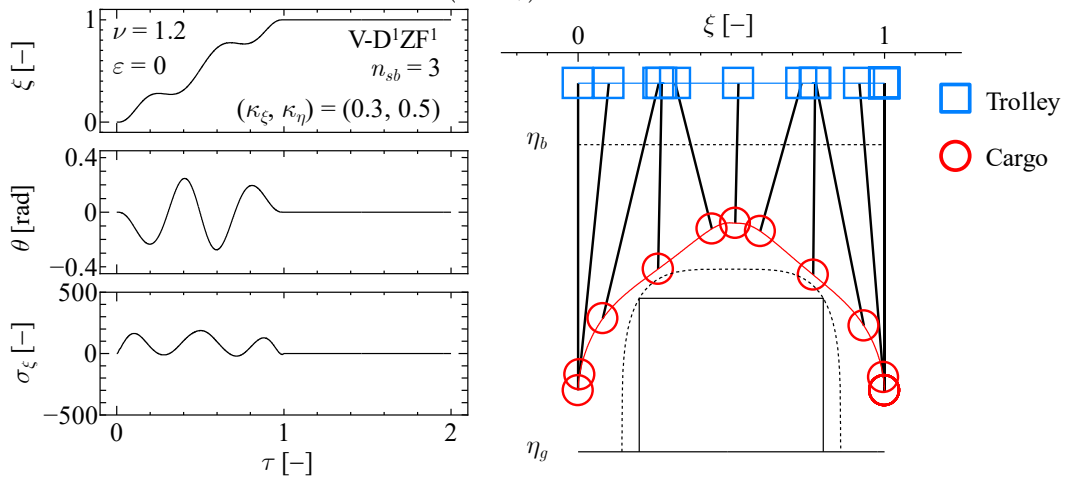


(c) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.4, 0.4)$

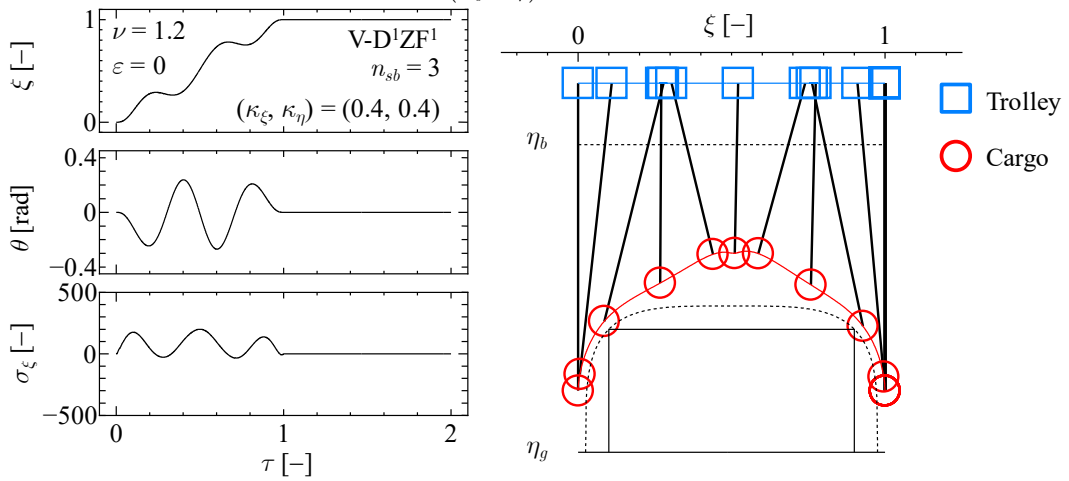
Fig. 4.15 Simulations using target trolley trajectories and rope length variations avoiding obstacles with $n_{sb} = 1$.



(a) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.6)$



(b) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.3, 0.5)$



(c) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.4, 0.4)$

Fig. 4.16 Simulations using target trolley trajectories and rope length variations avoiding obstacles with $n_{sb} = 3$.

4.4.3 障害物の形状の検討

障害物の大きさは、式(4.7)の h_2 より求まる式(4.8)の範囲に収まるものであるという制限がある。しかし、台車の目標軌道およびロープ長の変化は式(2.18)および式(4.2)で表せるものに限定されるため、実際は式(4.8)の範囲に収まる障害物すべてを回避できるわけではなく、回避できる障害物の大きさには限界がある。また、4.4.2項の図4.15および図4.16の数値シミュレーション結果のように、余剰項数 n_{sb} によって吊り荷の軌道は変わるため、 n_{sb} によって回避できる障害物の大きさに差が出てくることが考えられる。本項では、回避できる障害物の大きさの上限を調べるとともに、余剰項数によって上限に差が現れるかを調べる。

式(4.7)で定めた h_2 は4.4.1項で述べたとおり、設定した範囲内で吊り荷を運動させるための目的関数であり、境界である $\eta = \eta_b$ 、 $\eta = \eta_g$ および障害物を囲む超楕円に近づくほど値は増大する。また、障害物が大きくなると吊り荷は境界に近づく軌道を取らざるを得ないため、 h_2 は増大する傾向にある。さらに、障害物が大きくなりすぎると、障害物を回避できるような吊り荷の軌道がなくなるため制御はできなくなり、その直前には吊り荷の軌道と境界の間隔が微小となるため h_2 は急増する。そのため、 h_2 の値は障害物の大きさの上限を調べるための目安となるといえる。

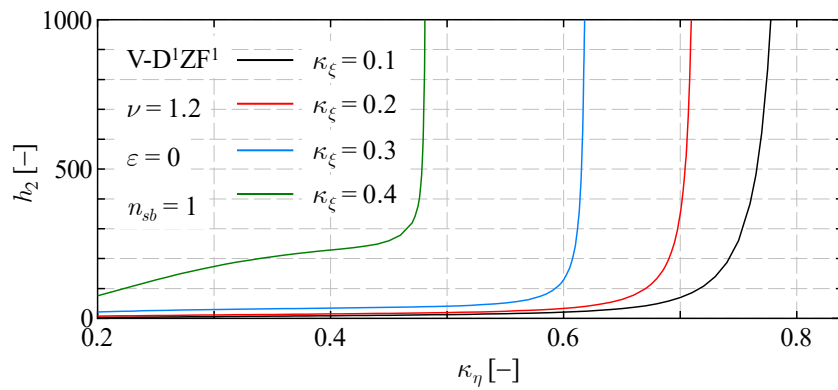
κ_ξ を一定にして κ_η を変化させ、目的関数 h_2 の推移を見ることで障害物の大きさの上限について検討する。 $n_{sb} = 1, 3$ それぞれの場合について、 κ_η に対する h_2 の変化を図4.17に示す。図4.17(a)は $n_{sb} = 1$ 、図4.17(b)は $n_{sb} = 3$ の場合であり、 $\kappa_\xi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ それぞれの場合を黒、赤、青および緑の線で示している。 κ_η は、障害物が吊り荷の初期位置 η_0 と同じ高さになる $\eta_g - \eta_0 = 0.2$ から、超楕円と $\eta = \eta_b$ が重なる障害物の大きさである $(\eta_g - \eta_b) / \sqrt[4]{2} = 0.84$ まで表示している。

図4.17より、いずれの結果も h_2 があるところから急増している。目安として $h_2 = 1000$ となる κ_η を $\kappa_{\eta 1000}$ とおく。 $\kappa_{\eta 1000}$ は図4.17(a)および図4.17(b)の両方で $\kappa_\xi = 0.1$ の場合が最も大きく、 κ_ξ が大きくなるにつれて小さくなっている。 $n_{sb} = 1$ の図4.17(a)では κ_ξ 毎の $\kappa_{\eta 1000}$ の差が大きいが、 $n_{sb} = 3$ の図4.17(b)では $\kappa_{\eta 1000}$ が0.7から0.8の範囲に収まっている。図4.17(a)と図4.17(b)の各 κ_ξ での結果を比較すると、どの結果も図4.17(b)の方が $\kappa_{\eta 1000}$ が大きい。また、 $\kappa_\xi = 0.1$ では $\kappa_{\eta 1000}$ の差は小さいが、 κ_ξ が大きくなるごとに差は広がっている。このことから、 $n_{sb} = 1$ では回避できる障害物の大きさの上限が小さいため、 n_{sb} には3以上を用いるのがよい。

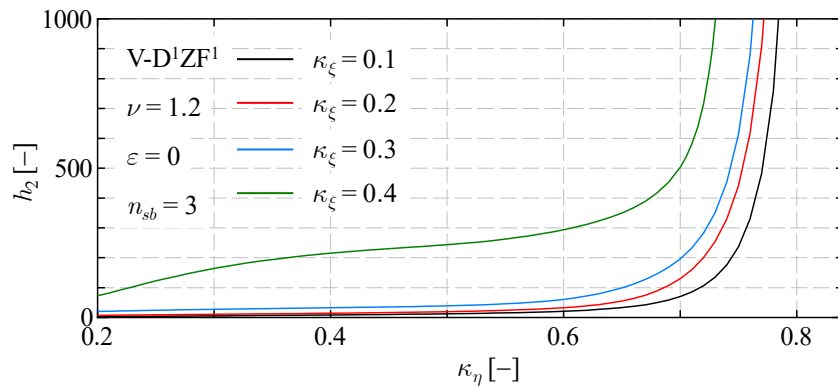
障害物の大きさが上限に近い場合の吊り荷の軌道を見るため、図4.17中の $\kappa_{\eta 1000}$ 以下で最大の κ_η を用いたシミュレーション結果を図4.18および図4.19に示す。図4.18(a), (b), (c)は $n_{sb} = 1$ 、図4.19(a), (b), (c)は $n_{sb} = 3$ のときの、それぞれ $\kappa_\xi = 0.2, 0.3, 0.4$ の場合である。

まず、図 4.18(a), (b), (c)の右図より、 $n_{sb} = 1$ の場合は 3 つの吊り荷の軌道の差があまりなく、いずれも吊り荷が最高点に至る前後の軌道が直線的である。障害物の角付近に吊り荷の軌道が接近し、最高点では $\eta = \eta_b$ に接近しており、障害物がこれ以上大きくなればどちらから吊り荷が境界を越えてしまう。このように 3 つの結果が似通っている原因は、余剰項を 1 個しか加えていないため軌道の自由度が小さいことであると考えられる。 κ_ξ 毎に $\kappa_{\eta 1000}$ に差が出たのも、吊り荷の軌道の自由度が小さいため、限界の大きさが障害物の角の座標に依存していたことが原因であると思われる。

次に、図 4.19 の右図より、 $n_{sb} = 3$ の場合は膨らむ軌道で吊り荷が障害物を回避している。膨らみ方は κ_ξ が大きな 0.4 のときが最も大きい。一方で、吊り荷の振れ角 θ も $\kappa_\xi = 0.4$ で最も大きくなっており、吊り荷の最高点付近では吊り荷が輪を描くような動きをしている。

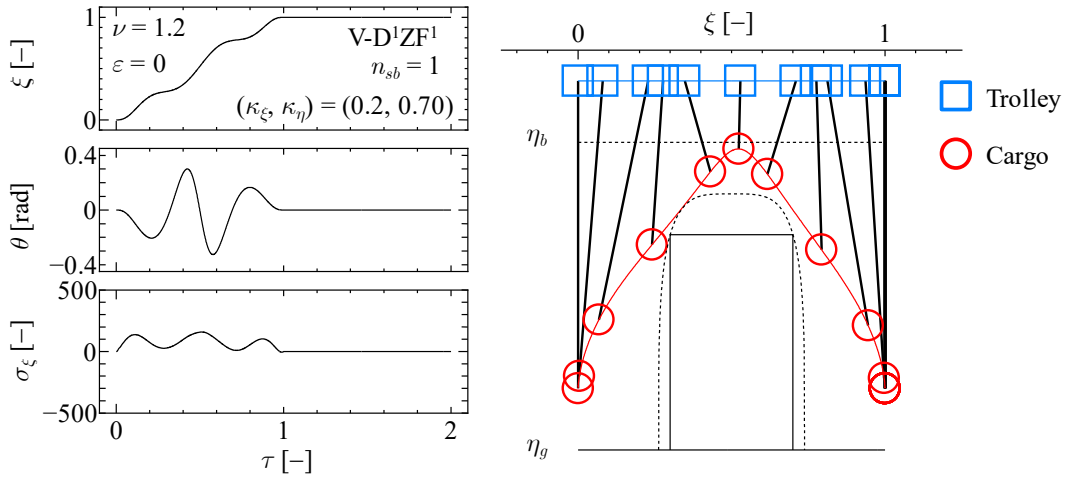


(a) $n_{sb} = 1$

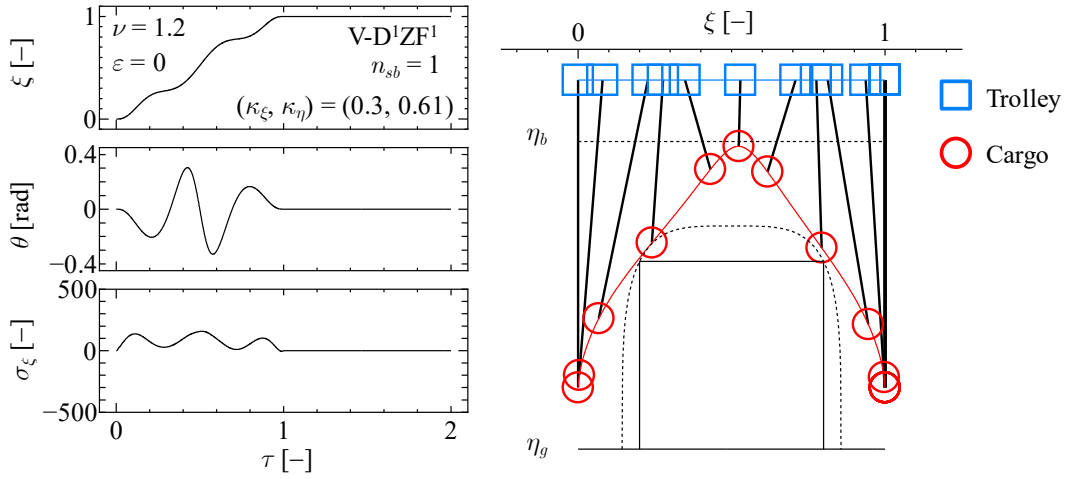


(b) $n_{sb} = 3$

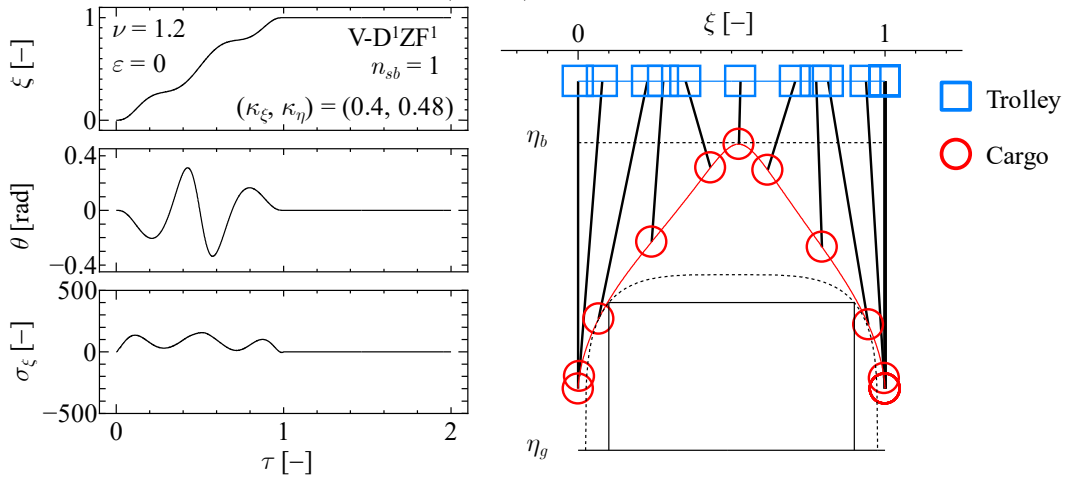
Fig. 4.17 Limit of obstacle size.



(a) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.70)$



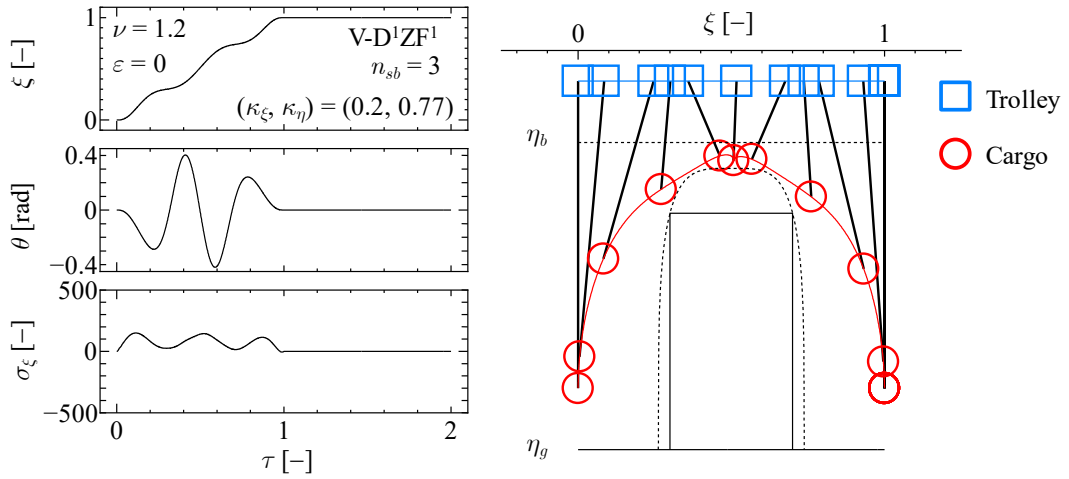
(b) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.3, 0.61)$



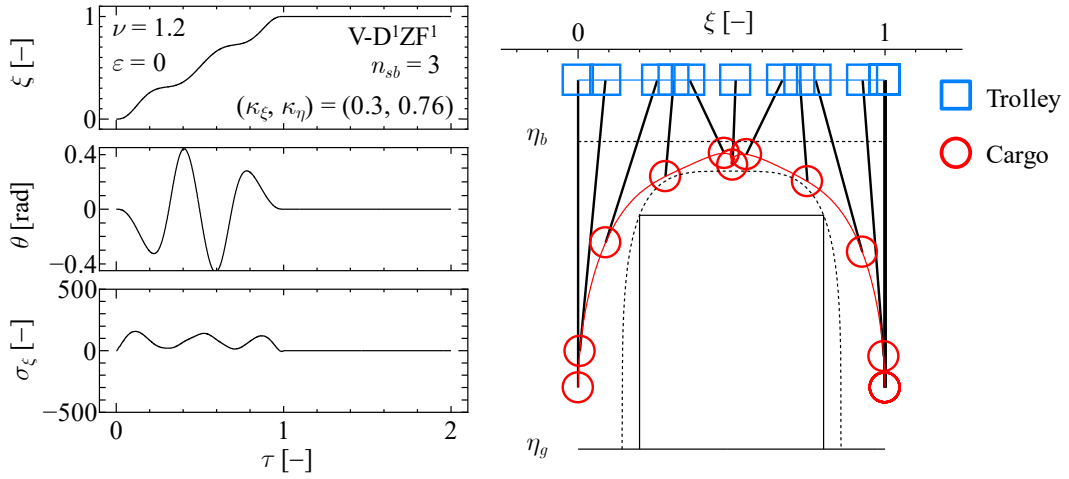
(c) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.4, 0.48)$

Fig. 4.18 Simulations using target trolley trajectories and rope length variations avoiding obstacles

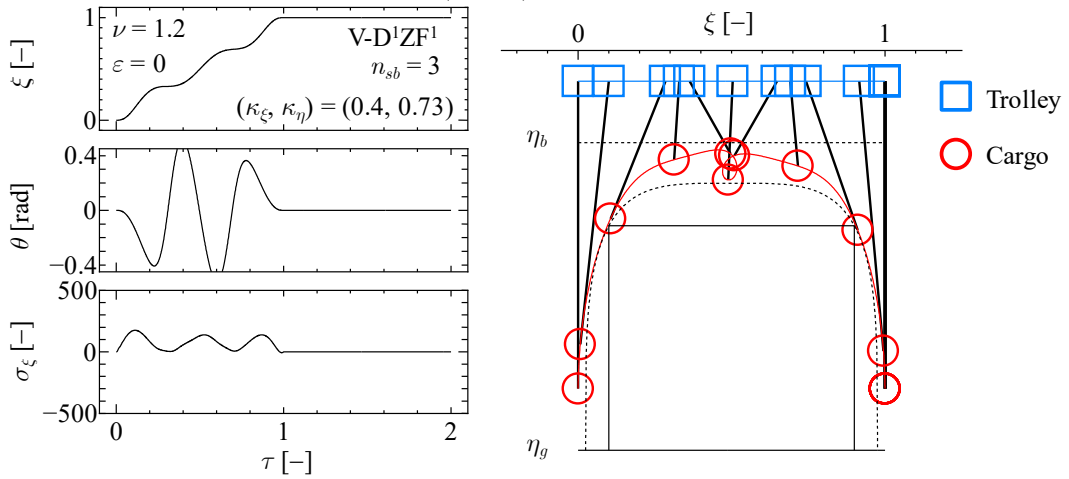
whose κ_η is maximum under $h_2 = 1000$ with $n_{sb} = 1$.



(a) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.2, 0.77)$



(b) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.3, 0.76)$



(c) $(\kappa_\xi, \kappa_\eta) = (0.4, 0.73)$

Fig. 4.19 Simulations using target trolley trajectories and rope length variations avoiding obstacles

whose κ_η is maximum under $h_2 = 1000$ with $n_{sb} = 3$.

4.5 第4章のまとめ

本章では、搬送中に吊り荷の昇降をとまなうような制御について、固有振動数成分除去法を用いて台車軌道の設計を行い、天井走行クレーンの残留振動抑制を行った。吊り荷の運動方程式における非線形性や減衰の影響と同様に、時間的なロープ長変化の影響も線形不減衰系に作用するみなし外力として考慮し、みなし外力から固有振動数成分を除去することで残留振動抑制が可能であることを数値シミュレーションにより示した。また、第3章で提案した固有振動数の推定誤差に対するロバスト性向上手法が、吊り荷の昇降をとまなうような場合でも多くの場合で有効であることも示した。さらに、クレーンの制御開始位置から目標位置までの間に障害物を設定し、吊り荷の昇降による障害物回避を行う軌道を設計した。吊り荷高さの上限と下限および障害物を囲うように境界を設けるような目的関数を与え、それを極小化する条件を新たに与えることで、障害物を回避する軌道が求められることがわかった。

第5章 二重振り子型系への適用

ここまでは台車と吊り荷から成る単振り子型系の天井走行クレーンモデルを取り扱ってきた。しかし、実際のクレーンでは、フックの質量が吊り荷と比べて無視できないほど大きい場合など、単振り子型系ではクレーンのモデル化が不適当な場合がある。そのような場合には複数モードの残留振動に対する抑制が必要となる。

本章では、フックと吊り荷から成る二重振り子型系で天井走行クレーンをモデル化する。そのモデルを用いて、単振り子型系で設計した台車軌道を用いた場合に二重振り子型系に生じる残留振動について調べた後、二重振り子型系への固有振動数成分除去法の有効性を検証する。さらに、最適化により台車軌道の改善を図る。

5.1 二重振り子型天井走行クレーンモデル

本章では図 5.1 に示すような二重振り子型の天井走行クレーンモデルを取り扱う。この系は、質量 M の台車、質量 m_1 のフック、質量 m_2 の吊り荷、長さ l_1 と l_2 のロープで構成されている。ここで、フックおよび吊り荷は質点であると仮定し、台車とフックおよびフックと吊り荷を連結するロープは質量が無視でき、かつ伸縮せずたわまないものとする。また、ロープ長さは時間的に変化しないものとする。台車は水平方向の外力 f_x によって直線状のレール上を移動可能であり、台車、フックおよび吊り荷の運動はレールを含む鉛直平面内に拘束される。台車、フックおよび吊り荷の並進運動に関する粘性減衰係数をそれぞれ C 、 c_1 、 c_2 とし、重力加速度を g とする。台車の変位を x （右向きを正）、台車に対するフックおよびフックに対する吊り荷の振れ角を θ_1 および θ_2 （反時計回りを正）とすると、 x 、 θ_1 および θ_2 に関する運動方程式は次のように導出される。

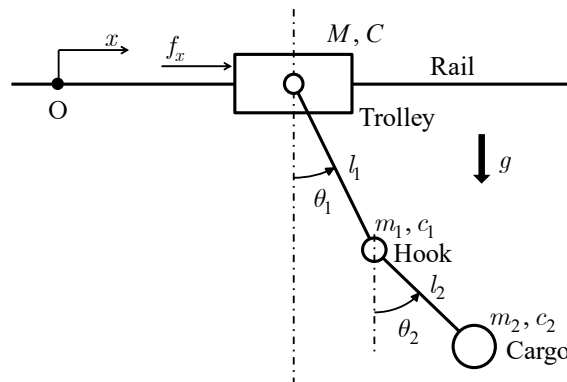


Fig. 5.1 Analytical model of double pendulum type overhead crane.

$$\left. \begin{aligned} (M + m_1 + m_2)\ddot{x} + (m_1 + m_2)l_1 \cos \theta_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \cos \theta_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \\ + (C + c_1 + c_2)\dot{x} + (c_1 + c_2)l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + c_2 l_2 \cos \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 \\ - (m_1 + m_2)l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 - m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 = f_x \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2)l_1 \cos \theta_1 \cdot \ddot{x} + (m_1 + m_2)l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_2 \\ + (c_1 + c_2)l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{x} + (c_1 + c_2)l_1^2 \dot{\theta}_1 + c_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2 \\ + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2)g l_1 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

$$\left. \begin{aligned} m_2 l_2 \cos \theta_2 \cdot \ddot{x} + m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 \\ + c_2 l_2 \cos \theta_2 \cdot \dot{x} + c_2 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \dot{\theta}_1 + c_2 l_2^2 \dot{\theta}_2 \\ - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2 g l_2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

ここに, " \cdot " = d/dt である.

2.2 節と同様に, 実時間 t を目標到達時間 T で除した無次元時間 $\tau = t/T$ を導入し, いくつかの無次元パラメータを用いて, 上の運動方程式を次のように書き換える.

$$\left. \begin{aligned} (1 + \mu_1 + \mu_2)\xi'' + (\mu_1 + \mu_2)\rho_1 \cos \theta_1 \cdot \theta_1'' + \mu_2 \rho_2 \cos \theta_2 \cdot \theta_2'' \\ + 2\omega_n (\zeta_\xi + \zeta_{\theta_1} + \zeta_{\theta_2})\xi' + 2\omega_n (\zeta_{\theta_1} + \zeta_{\theta_2})\rho_1 \cos \theta_1 \cdot \theta_1' + 2\omega_n \zeta_{\theta_2} \rho_2 \cos \theta_2 \cdot \theta_2' \\ - (\mu_1 + \mu_2)\rho_1 \theta_1'^2 \sin \theta_1 - \mu_2 \rho_2 \theta_2'^2 \sin \theta_2 = \sigma_\xi \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

$$\left. \begin{aligned} (\mu_1 + \mu_2)\rho_1 \cos \theta_1 \cdot \xi'' + (\mu_1 + \mu_2)\rho_1^2 \theta_1'' + \mu_2 \rho_1 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_2'' \\ + 2\omega_n (\zeta_{\theta_1} + \zeta_{\theta_2})\rho_1 \cos \theta_1 \cdot \xi' + 2\omega_n (\zeta_{\theta_1} + \zeta_{\theta_2})\rho_1^2 \theta_1' + 2\omega_n \zeta_{\theta_2} \rho_1 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_2' \\ + \mu_2 \rho_1 \rho_2 \theta_2'^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (\mu_1 + \mu_2)\rho_1^2 \omega_{n1}^2 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_2 \rho_2 \cos \theta_2 \cdot \xi'' + \mu_2 \rho_1 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_1'' + \mu_2 \rho_2^2 \theta_2'' \\ + 2\omega_n \zeta_{\theta_2} \rho_2 \cos \theta_2 \cdot \xi' + 2\omega_n \zeta_{\theta_2} \rho_1 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_1' + 2\omega_n \zeta_{\theta_2} \rho_2^2 \theta_2' \\ - \mu_2 \rho_1 \rho_2 \theta_1'^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \mu_2 \rho_2^2 \omega_{n2}^2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

ここに, " \prime " = $d/d\tau$ であり, L を代表長さとして, 次のような変数および無次元パラメータを用いた.

$$\left. \begin{aligned}
&\xi = \frac{x}{L}, \mu_1 = \frac{m_1}{M}, \mu_2 = \frac{m_2}{M}, \rho_1 = \frac{l_1}{L}, \rho_2 = \frac{l_2}{L} \\
&\omega_n = T\tilde{\omega}_n, \tilde{\omega}_n = \sqrt{\frac{g}{l_1+l_2}}, \omega_{n1} = T\tilde{\omega}_{n1}, \tilde{\omega}_{n1} = \sqrt{\frac{g}{l_1}}, \omega_{n2} = T\tilde{\omega}_{n2}, \tilde{\omega}_{n2} = \sqrt{\frac{g}{l_2}} \\
&\zeta_\xi = \frac{C}{2M\tilde{\omega}_n}, \zeta_{\theta 1} = \frac{c_1}{2M\tilde{\omega}_n}, \zeta_{\theta 2} = \frac{c_2}{2M\tilde{\omega}_n}, \sigma_\xi = \frac{f_x T^2}{ML}
\end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

ここに、 ω_n はフックを無視した単振子型系（図 2.1）における吊り荷の無次元固有角振動数を表す。また、制御入力は式(2.9)を用いる。

なお、本章では固有振動数の推定誤差はないものと考え、ロバスト性についての検討は行わない。

5.2 フックの質量および位置が残留振動に及ぼす影響の検討

本節では、天井走行クレーンモデルのフックを無視した単振子型系に固有振動数成分除去法を適用して得られた台車軌道を二重振子型系に適用し、フック質量および位置が残留振動に及ぼす影響を数値シミュレーションにより検証し、これらを考慮する必要性の有無について検討する。

フックの質量および減衰を無視（ $\mu_1 = 0, \zeta_{\theta 1} = 0$ ）した単振子型系の運動方程式には、式(2.10)に $\mu = \mu_2, \rho_0 = \rho_1 + \rho_2, \zeta_\theta = \zeta_{\theta 2}, \omega_e = \omega_n$ を代入したものをを用いる。台車の目標軌道 ξ_t は 2.5 節の手法で設計し、フックの位置および質量が残留振動に及ぼす影響は二重振子型系の運動方程式である式(5.4), (5.5), (5.6)および制御入力である式(2.9)に目標軌道 ξ_t を用いて求めた。制御時間の長短を表すための無次元パラメータは単振子型系の固有周期 $2\pi / \tilde{\omega}_e$ を用いた式(2.23)と対応をとるために次のように定めた。

$$\nu = \frac{T}{2\pi / \tilde{\omega}_n} \quad (5.8)$$

フックの質量および位置を変化させながら上記のシミュレーションを行うことで、残留振動に対するフックの質量および位置の影響を調べる。数値シミュレーションに用いた系パラメータを表 5.1 に示す。

Table 5.1 Dimensionless parameters

μ_2	ζ_ξ	$\zeta_{\theta 1}$	$\zeta_{\theta 2}$	G	δ
1.0	5.00	0.01	0.05	1.0×10^5	1.0

残留振動の大きさを示すために、次式で表される $\tau=1$ におけるフックおよび吊り荷の力学的エネルギー相当値 $E_{1\text{res}}$ および $E_{2\text{res}}$ の和 E_{res} を用いる.

$$\left. \begin{aligned}
 E_{\text{res}} &= E_{1\text{res}} + E_{2\text{res}} \\
 E_{1\text{res}} &= \left\{ \frac{1}{2} \mu_1 \rho_1^2 \theta_1'^2 + \mu_1 \rho_1^2 \omega_{n1}^2 (1 - \cos \theta) \right\} \Big|_{\tau=1} \\
 E_{2\text{res}} &= \left\{ \mu_2 \frac{\rho_1^2 \theta_1'^2 + \rho_2^2 \theta_2'^2 + 2 \rho_1 \rho_2 \theta_1' \theta_2' \cos(\theta_1 - \theta_2)}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \mu_2 (\rho_1 + \rho_2)^2 \omega_n^2 \left(1 - \frac{\rho_1 \cos \theta_1 + \rho_2 \cos \theta_2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \right\} \Big|_{\tau=1}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

図 5.2 は $\nu=0.8$ の場合において μ_1 および ρ_1 が変化したときの E_{res} を調べた結果である. 図の横軸は ρ_1 であり, $\rho_2=1-\rho_1$ としている. 図中の黒線は $\mu_1=0.1$, 赤線は $\mu_1=0.2$, 青線は $\mu_1=0.3$, 緑線は $\mu_1=0.4$ の場合の結果である.

図 5.2 より, E_{res} は μ_1 が大きくなり ρ_1 が小さい方が大きくなりやすい傾向にあることがわかる. しかし, ρ_1 がどのような値でも μ_1 が大きければ E_{res} が大きくなるというわけではなく, ρ_1 の値によっては μ_1 が小さいときの方が E_{res} が大きくなる場合もある.

図 5.2 で E_{res} がピークとなっている μ_1 および ρ_1 を選んで, シミュレーション結果の具体例を示す. ただし, ρ_1 が小さすぎる場合は現実的ではないため, ρ_1 はある程度大きい値にしている. $\mu_1=0.3$, $\rho_1=0.68$, $\rho_2=0.32$ の場合 (Parameter A, 図 5.2 中の青×印) と $\mu_1=0.4$, $\rho_1=0.38$, $\rho_2=0.62$ の場合 (Parameter B, 図 5.2 中の緑×印) のシミュレーション結果を図 5.3(a), (b)にそれぞれ示す. 左図上は台車の位置 ξ , 左図中はフックおよび吊り荷の振れ角 θ_1 , θ_2 をそれぞれ黒線および赤線で示しており, 左図下は台車への入力 σ_ξ を示している. 右図は一定時間ごとのクレーンの状態を表しており, 黒線がロープ, 青四角が台車, 緑丸がフック, 赤丸が吊り荷であり, 同色の線はそれぞれの軌跡である.

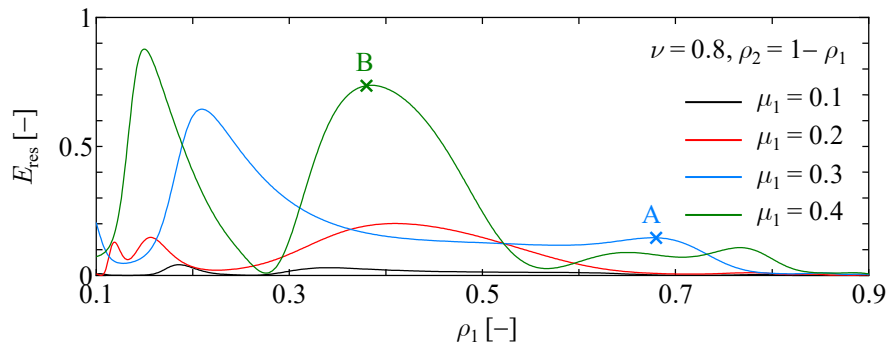
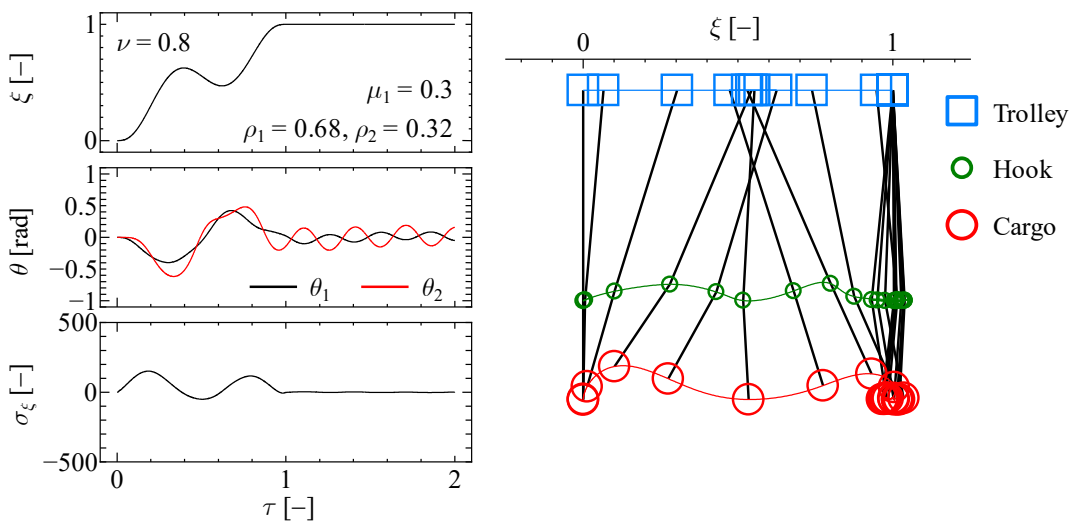
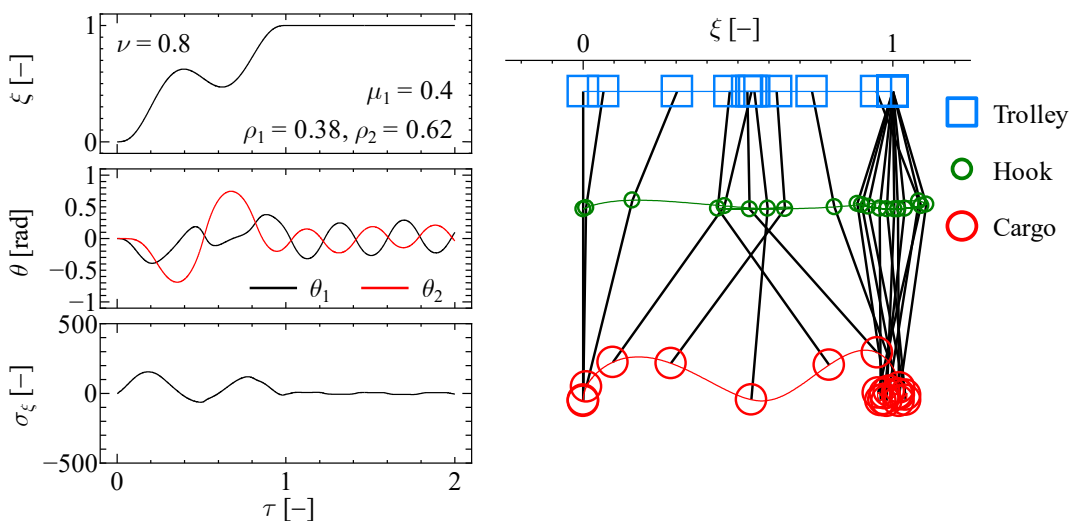


Fig. 5.2 The effect of μ_1 and ρ_1 on E_{res} .



(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).



(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.3 Simulations using target trolley trajectories for single pendulum type system.

図 5.3 の ξ より、両者に大きな違いはなく、台車軌道はフックの影響をほとんど受けていないことがわかる。 θ_1 および θ_2 を見ると、 $\tau > 1$ において図 5.3(a) および図 5.3(b) の両者ともに振動しており、どちらの場合も θ_1 と θ_2 が逆位相の振動が大きく現れている。それぞれの場合の θ_1 および θ_2 の変化の違いを詳しく見ると、図 5.3(a) の θ_1 と θ_2 は $0 \leq \tau \leq 1$ においてはほぼ同位相であり、右図からもフックと吊り荷は比較的滑らかに動いている。一方、図 5.3(b) では台車軌道に折り返しの運動が生じる $\tau = 0.5$ 付近で θ_1 と θ_2 が逆位相となっており、右図より、フックにも折り返しの運動が生じている。

以上より、フックの影響により残留振動が抑制できていないことから、二重振子型系であることを考慮した台車軌道の設計が必要であるといえる。以下では、これら 2 種類のパラメータ (Parameter A, B) を用いた場合について検討する。

5.3 二重振子型系に対する固有振動数成分除去法の適用

本節では、二重振子型系に固有振動数成分除去法を適用する場合の台車軌道の設計方法について述べ、その有効性を数値シミュレーションによって検証する。

5.3.1 台車軌道の設計手法

フックおよび吊り荷の運動方程式である式(5.5)および式(5.6)を次のように変形する。

$$\left. \begin{aligned} \theta_1'' + \omega_{n1}^2 \theta_1 &= \sigma_{\theta 1} \\ \sigma_{\theta 1} &= \omega_{n1}^2 (\theta_1 - \sin \theta_1) - \frac{\cos \theta_1 \cdot \xi''}{\rho_1} - \frac{\mu_2 \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_2''}{(\mu_1 + \mu_2) \rho_1} \\ &\quad - \frac{2\omega_n (\zeta_{\theta 1} + \zeta_{\theta 2}) \cos \theta_1 \cdot \xi' + 2\omega_n (\zeta_{\theta 1} + \zeta_{\theta 2}) \rho_1 \theta_1' + 2\omega_n \zeta_{\theta 2} \rho_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_2'}{(\mu_1 + \mu_2) \rho_1} \\ &\quad - \frac{\mu_2 \rho_2 \theta_2'^2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{(\mu_1 + \mu_2) \rho_1} \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_2'' + \omega_{n2}^2 \theta_2 &= \sigma_{\theta 2} \\ \sigma_{\theta 2} &= \omega_{n2}^2 (\theta_2 - \sin \theta_2) - \frac{\cos \theta_2 \cdot \xi''}{\rho_2} - \frac{\rho_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_1''}{\rho_2} \\ &\quad - \frac{2\omega_n \zeta_{\theta 2} \cos \theta_2 \cdot \xi' + 2\omega_n \zeta_{\theta 2} \rho_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \theta_1' + 2\omega_n \zeta_{\theta 2} \rho_2 \theta_2'}{\mu_2 \rho_2} + \frac{\rho_1 \theta_1'^2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\rho_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

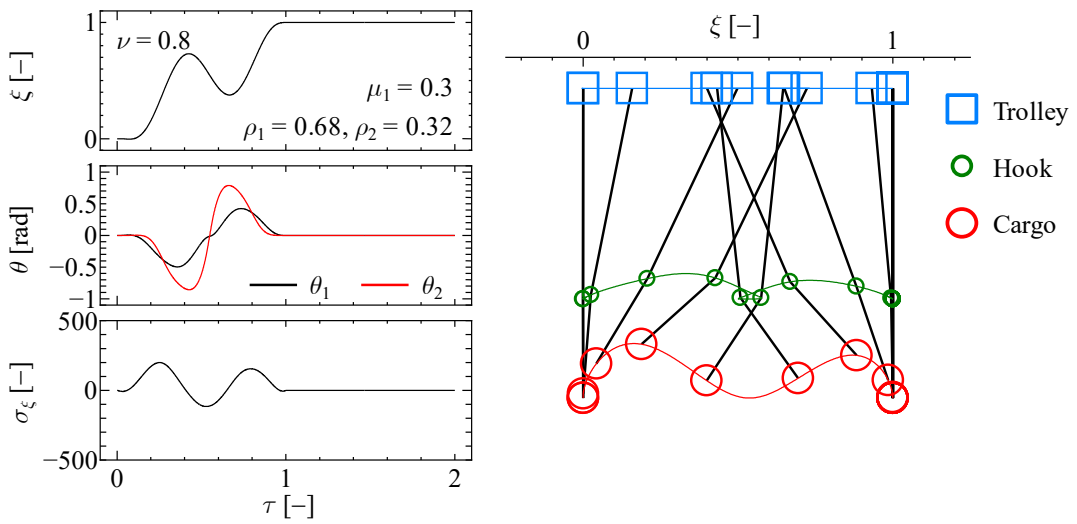
ここに、 $\sigma_{\theta 1}$ および $\sigma_{\theta 2}$ はそれぞれフックおよび吊り荷に作用する非線形性および減衰の影響を無次元固有角振動数が ω_{n1} および ω_{n2} の線形不減衰系に作用する外力として捉えたものである。残留振動が生じないための条件は $\sigma_{\theta 1}$ が ω_{n1} の成分を持たず、 $\sigma_{\theta 2}$ が ω_{n2} の成分を持たないことである。したがって、二重振子型系に対する固有振動数成分除去の条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \sigma_{\theta 1} \cos \omega_{n1} \tau \, d\tau = 0 \quad \wedge \quad \int_0^1 \sigma_{\theta 1} \sin \omega_{n1} \tau \, d\tau = 0 \\ \int_0^1 \sigma_{\theta 2} \cos \omega_{n2} \tau \, d\tau = 0 \quad \wedge \quad \int_0^1 \sigma_{\theta 2} \sin \omega_{n2} \tau \, d\tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

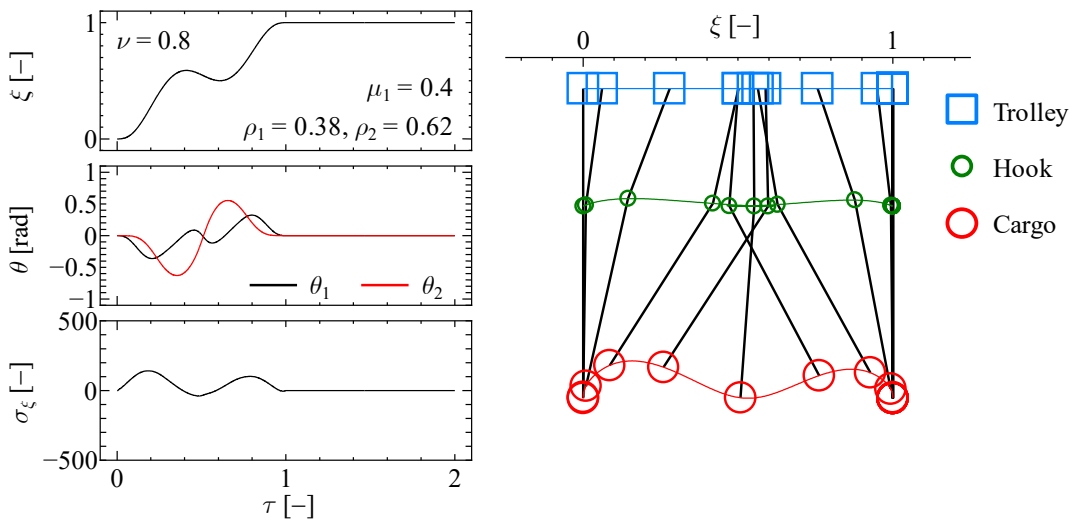
なお、二重振り子型系の残留振動を抑制する台車軌道の設計には境界条件である式(2.17)と固有振動数成分除去条件の式(5.12)を用いるため、条件数は式(2.17)のうち $\tau=1$ の条件 3 個と式(5.12)の 4 個を合わせた 7 個となる。そのため、式(2.18)に示した目標軌道の項数を 7 項 ($N_a=6$) にした式を目標軌道に用いる。

5.3.2 数値シミュレーション結果

5.3.1 項で述べた二重振り子型系に対する残留振動抑制手法の有効性を数値シミュレーションによって検証する。



(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).



(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.4 Simulations using target trolley trajectories for double pendulum type system.

5.3.1 項で述べた方法で台車軌道を求めて数値シミュレーションを行った結果を図 5.4 に示す。図 5.4(a)が Parameter A, 図 5.4(b)が Parameter B の場合である。

図 5.4 の θ より, 両者とも $\tau > 1$ における θ_1 および θ_2 の変動がないことから, 残留振動を抑制できていることがわかる。それぞれの場合で見ると, 図 5.4(a)より, 台車の位置 ξ には大きな折り返しの運動が生じており, 折り返しにより加速度が増大した影響で搬送中のフックおよび吊り荷の振れ角も大きい。台車が大きな折り返し運動をすることにより, 右図のようにフックも折り返し運動をしており, それらの影響で吊り荷の上下動も大きい。図 5.4(b)より, ξ に折り返しの運動は見られるが図 5.4(a)のものよりも小さく, θ_1 および θ_2 も比較的小さい。しかし, $\tau = 0.5$ 付近で θ_1 と θ_2 が逆位相となっていることにより, 右図のようにフックも折り返し運動をしている。

5.4 最適化手法の適用

天井走行クレーンを運転する際には, 搬送終了時の残留振動抑制に加えて, 搬送中のフックおよび吊り荷の振幅もなるべく小さくなることが望ましい。そこで, 台車軌道の最適化手法を適用することで搬送中のフックおよび吊り荷の振幅を小さくすることを図る。

式(2.18)に示した目標軌道の項数を, 5.3 節で用いた 7 項 ($N_a = 6$) に冗長な項を加えた $7 + n_{sa}$ 項 ($N_a = 6 + n_{sa}$) にして用いる。ここに, $n_{sa} = 0, 1, 2, \dots$ であり, 条件数 7 個に対して冗長な項を表す。ここでは, この冗長な n_{sa} 個の項を余剰項と呼ぶ。余剰項を加える目的は目標軌道の自由度を増やすためであり, 拘束条件 (式(2.17), 式(5.12)) の 7 個に加え, 次の目的関数 h を極小化する条件により未定係数 a_n を定める。

$$h = \int_0^1 \left\{ \xi_t''(\tau) \right\}^2 d\tau \quad (5.13)$$

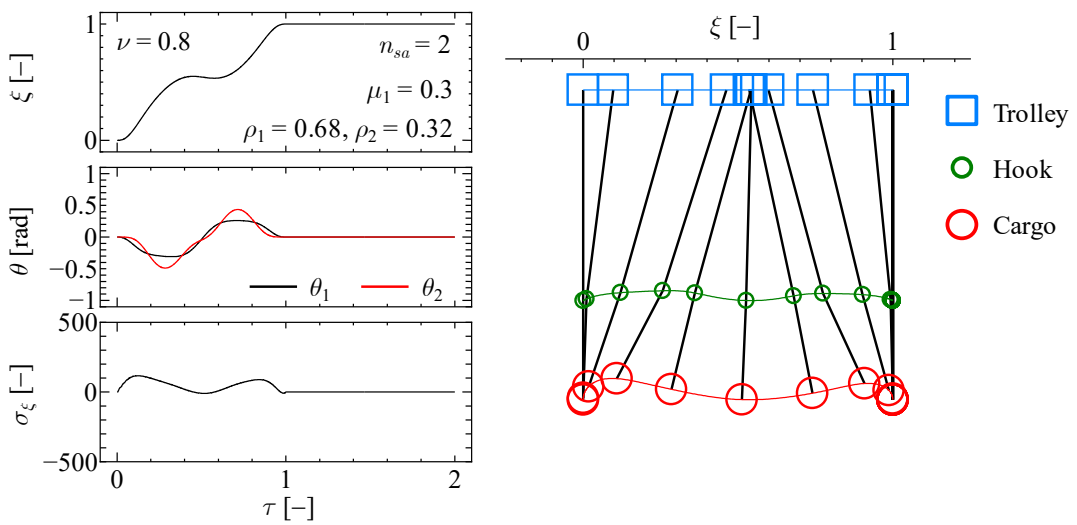
ここで, 式(5.13)は目標軌道の加速度の自乗積分値である。フックおよび吊り荷の運動には台車加速度による慣性力が大きく寄与していることから, 台車加速度を小さくすることで振れ角の低減が期待できる。

拘束条件を満たした上で, 式(5.13)の目的関数を極小化する a_n の組み合わせを求めるために, 4.5 節の吊り荷の昇降を利用した障害物回避手法と同じく, Lagrange の未定乗数法を用いる。

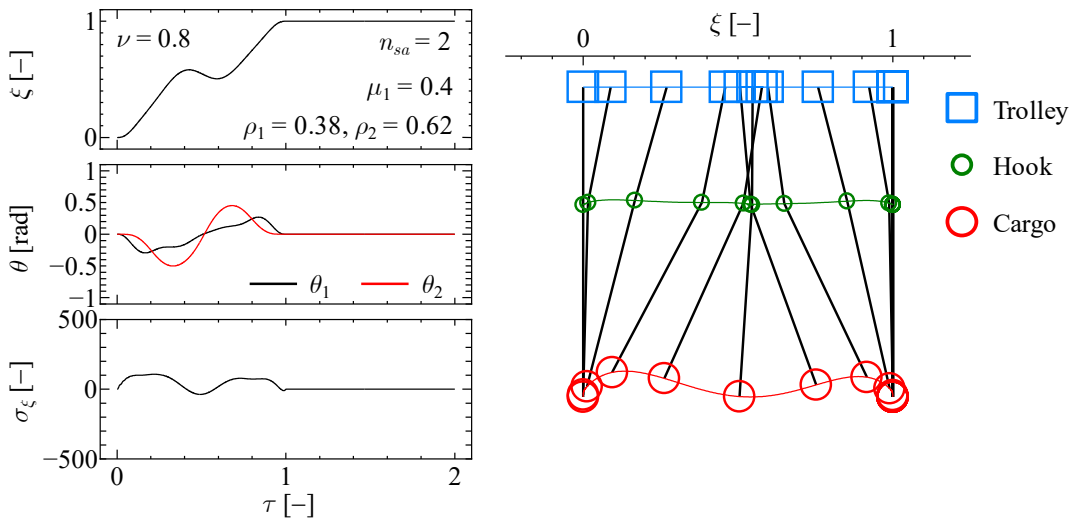
5.4.1 数値シミュレーション結果

5.3 節と同様に, 最適化手法の有効性を数値シミュレーションによって検証する。

$n_{sa} = 2$ および $n_{sa} = 4$ の場合の数値シミュレーション結果を図 5.5 および図 5.6 に示す. 図 5.5(a) および図 5.6(a) が Parameter A, 図 5.5(b) および図 5.6(b) が Parameter B の場合である. 図 5.5(a) を図 5.4(a) と比較すると, ξ の折り返し運動が非常に小さくなっており, $0 \leq \tau \leq 1$ における θ_1 および θ_2 の振幅も小さくなっている. 図 5.5(b) を図 5.4(b) と比較すると, こちらは ξ の変化はそれほど大きくないが, θ_1 および θ_2 の振幅は小さくなっており, $0 \leq \tau \leq 1$ 全域で θ_1 と θ_2 がほぼ同位相となっている. それにより, 図 5.5 の右図のように, 両者ともフックと吊り荷が比較的滑らかに動いている. 余剰項をさらに 2 個増やした図 5.6 と図 5.5 の差はそれほど大きくない.

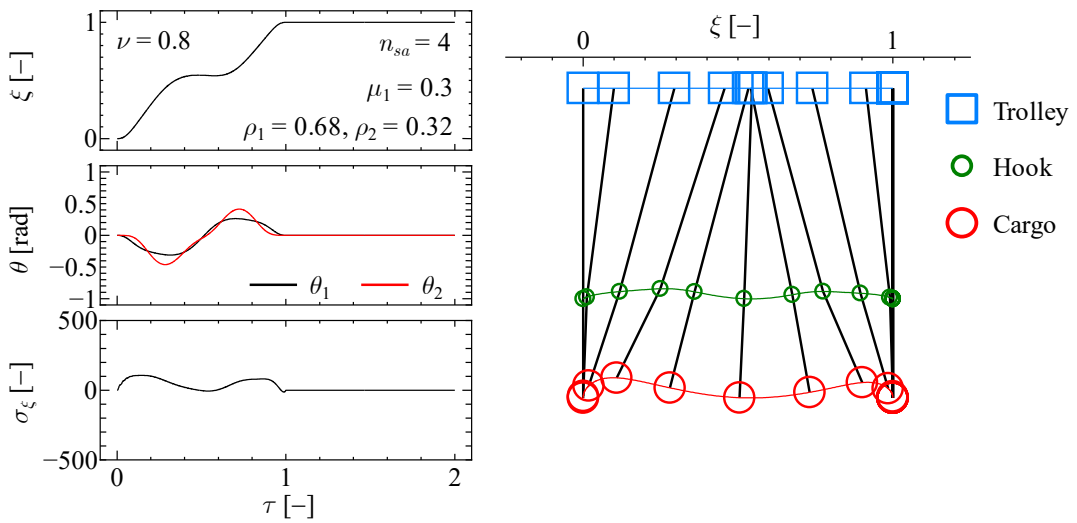


(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).

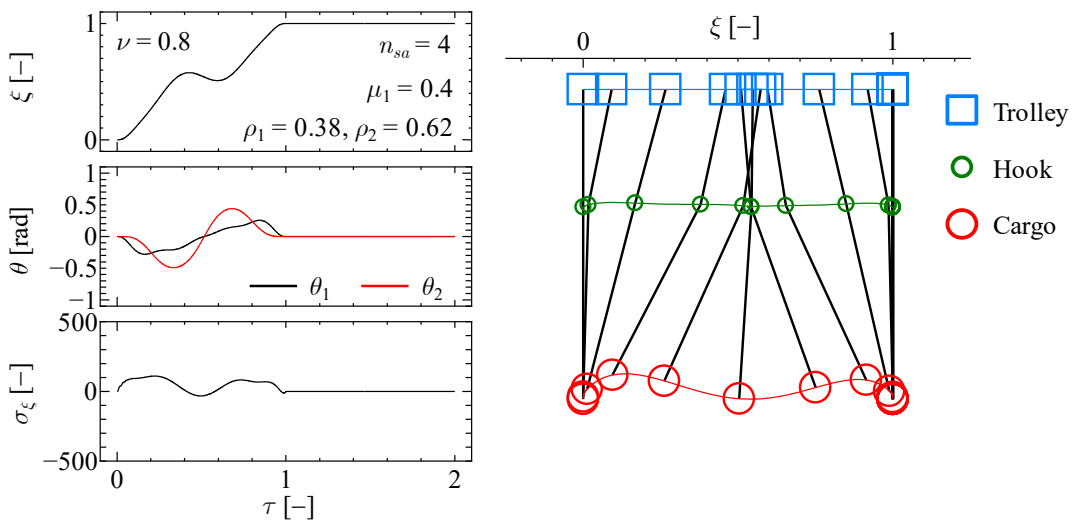


(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.5 Simulations using target trolley trajectories optimized with $n_{sa} = 2$.



(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).



(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.6 Simulations using target trolley trajectories optimized with $n_{sa} = 4$.

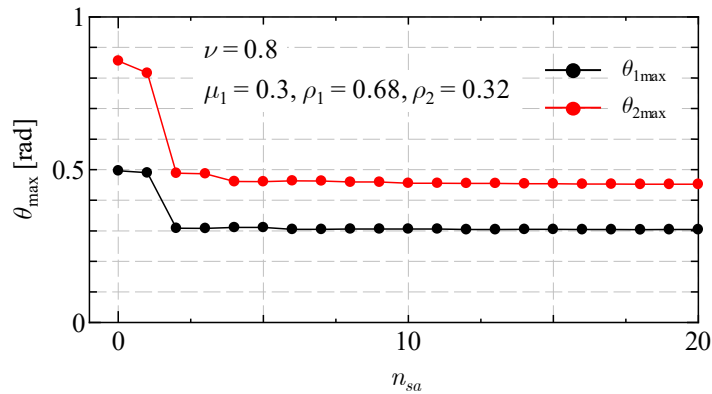
5.4.2 余剰項数の影響の検討

前項で図 5.4, 図 5.5 および図 5.6 を比較したところ, $n_{sa} = 0$ と $n_{sa} = 2$ の場合には大きな差が表れたが, $n_{sa} = 2$ と $n_{sa} = 4$ の場合には差がほとんど見られなかった. そこで, 余剰項の数とフックおよび吊り荷の振れの関係を見ることにより, 余剰項数が最適化の効果に与える影響を調べる.

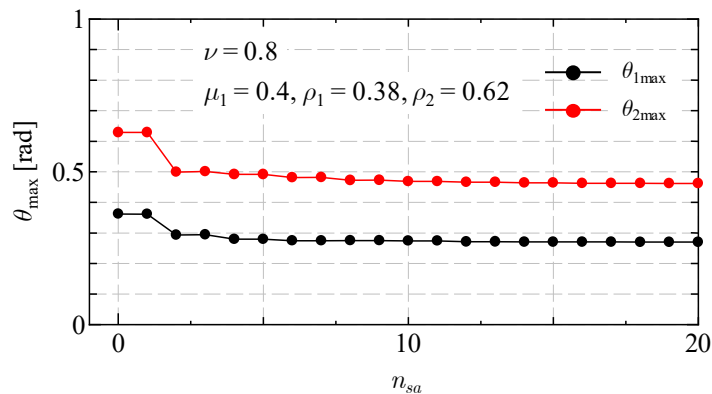
最適化の効果をより詳しく調べるために, 次式で表される搬送中のフックおよび吊り荷の最大振幅 $\theta_{1\max}$ および $\theta_{2\max}$ を考える.

$$\theta_{p\max} = \max \left\{ \left| \theta_p \right| \mid 0 \leq \tau \leq 1 \right\} \quad (p=1, 2) \quad (5.14)$$

余剰項数 n_{sa} を横軸にとり、 $\theta_{1\max}$ を黒の点および線で、 $\theta_{2\max}$ を赤の点および線で表したものを図 5.7 に示す. 図 5.7(a) が Parameter A, 図 5.7(b) が Parameter B の場合である. 図 5.7(a) および図 5.7(b) の両者に共通する特徴として、 n_{sa} が大きいほど $\theta_{1\max}$ および $\theta_{2\max}$ が小さくなってはいるが、始めの数個以降はほぼ横ばいであり、少ない余剰項の数で十分に最適化の効果が表れている. また、 $n_{sa} = 2$ や $n_{sa} = 4$ など余剰項が偶数のときの変化が奇数のときのものより大きい傾向にあり、 $n_{sa} = 1$ から $n_{sa} = 2$ での変化が最も大きい点も共通している.



(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).



(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.7 Effect of n_{sa} on $\theta_{1\max}$ and $\theta_{2\max}$ for $\nu = 0.8$.

4.4 節で吊り荷の昇降により障害物を回避する目標軌道およびロープ長変化の設計を行った際にも同様に最適化手法を用いたが、その際は余剰項が奇数のときの変化が大きい傾向にあった。しかし、ここでは偶数のときの変化が大きいという違いが現れている。この原因は、4.4 節で余剰項を加えたロープ長が $\tau=0.5$ を軸とした線対称に近い変化を行っていたのに対し、ここで余剰項を加えた台車軌道が $\tau=0.5$ を軸とした点対称に近い変化を行っていることにあると考えられる。点対称な形状を多項式で作る場合、その最大次数は奇数になる。式(2.18)のように修正ルジャンドル多項式を用いて ξ_t を表した場合は、 τ の最大次数が $3+N_a=9+n_{sa}$ であることから、 n_{sa} が偶数のときに最大次数が奇数となる。 τ の最大次数が偶数 (n_{sa} が奇数) のときには、最大次数の P_n が ξ_t の形状を表すのにほとんど寄与しないため、図 5.7 のように n_{sa} が奇数のときの減少量が小さいのだと考えられる。

5.4.3 制御時間による変化

ここまでは $\nu=0.8$ の場合について検討を行い、最適化により台車軌道が改善されることがわかった。ところで、第 3 章より、単振子型系では制御時間が小さい場合には台車の折り返し運動や吊り荷の振れ角が大きくなる傾向にあることがわかっている。この傾向が二重振子型系にも表れるとすると、制御時間が小さい場合には最適化を行う前の台車加速度が大きいため、台車加速度が元々小さい場合よりも、最適化による軌道の改善効果が大きくなると考えられる。本項では、余剰項数毎に ν に対するフックおよび吊り荷の最大振れ角の変化を見ることで、制御時間が及ぼす最適化の効果への影響を調べる。

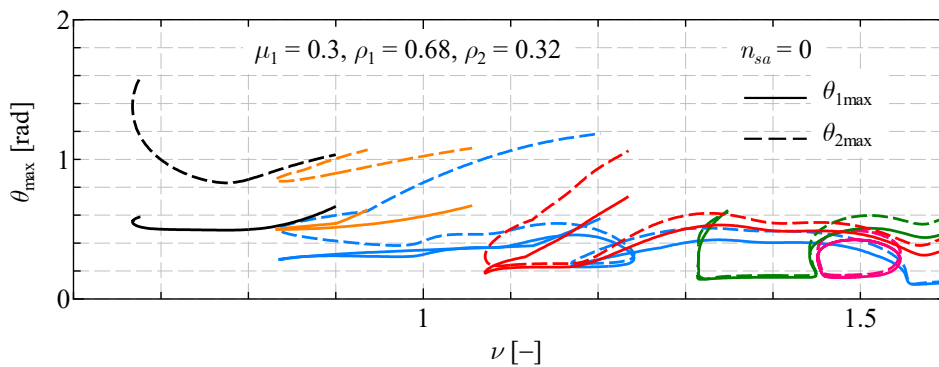
ν を横軸にとり、式(5.14)に示す目標軌道毎の搬送中のフックおよび吊り荷の最大振れ角である $\theta_{1\max}$ を実線で、 $\theta_{2\max}$ を破線で示したものを図 5.8 および図 5.9 に示す。図 5.8 は最適化していない ($n_{sa}=0$) 場合で、複数の色で示しているのは一続きの線を 1 色で表しているためである。配色の仕方には特に意味はない。図 5.9 は最適化した ($n_{sa}=2, 4$) 場合で、 $n_{sa}=2$ の場合を黒線、 $n_{sa}=4$ の場合を赤線で示している。なお、線が途切れているのは、それより先の表示していない領域ではロープにかかる張力の最小値が搬送中に負の値となり、実際にはロープにたるみが生じて正常な搬送が不可能となるためである。

図 5.8 より、 $n_{sa}=0$ の場合には一続きの線がいくつもあるが、両者とも $\nu=1.6$ から黒線の最小の ν まで一続きとなっている線はない。また、 $\theta_{1\max}$ および $\theta_{2\max}$ が複数存在している ν があることから、1 つの ν に対して複数の目標軌道が求められるような、解の多値性が見られる。図 5.8 のように解が多値性を持つ場合には、適切な目標軌道を選び出すための基準が必要となる。一方、図 5.9 より、 $n_{sa}=2, 4$ の場合には $\nu=1.6$ から最小の ν まで連続的に求められ、図 5.8 の $n_{sa}=0$ の場合のように目標軌道が複数求まるような ν は、表示されている範

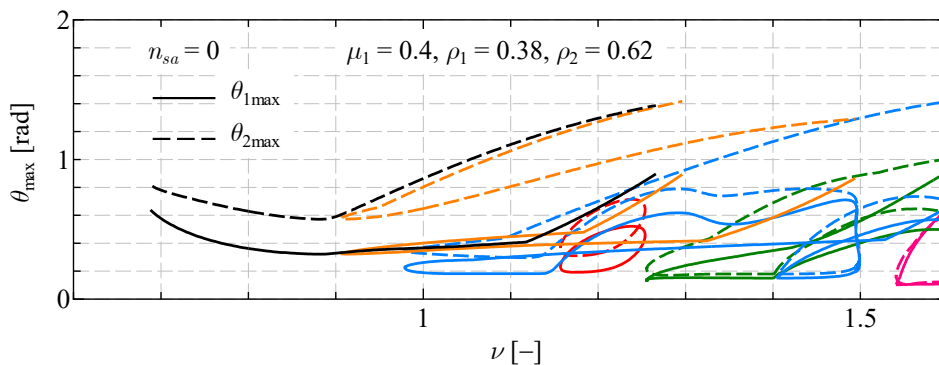
囲では図 5.8(a)の最小値付近で見られるのみである．実際は表示されていない軌道が求まることもあるため，解の多値性は失われていない．しかし，図 5.9 に表示している軌道は，図 5.8(a)の多値性が見られる ν 以下を除いて，減衰を無視して線形化した運動方程式から目標軌道在设计してニュートン法の初期値に設定する，という決まった操作から求まるため，新たに目標軌道を選び出すための基準を作る必要はない．このように，目標軌道を求める際に余計な手間が増えない，という観点からも余剰項を付与して最適化を行う利点がある．

図 5.9 の $n_{sa} = 2$ と $n_{sa} = 4$ の場合を比較すると， $n_{sa} = 2$ (黒線) の場合には，局所的に θ_{max} が大きくなるような起伏がところどころに見られるが， $n_{sa} = 4$ (赤線) の場合には起伏が抑えられている．

以上より，台車の加速度に関して最適化を行うことでフックおよび吊り荷の振幅を小さくできるだけでなく，決まった操作で目標軌道を求められるようになり，多値性を持つ場合の手間を解消できることがわかった．

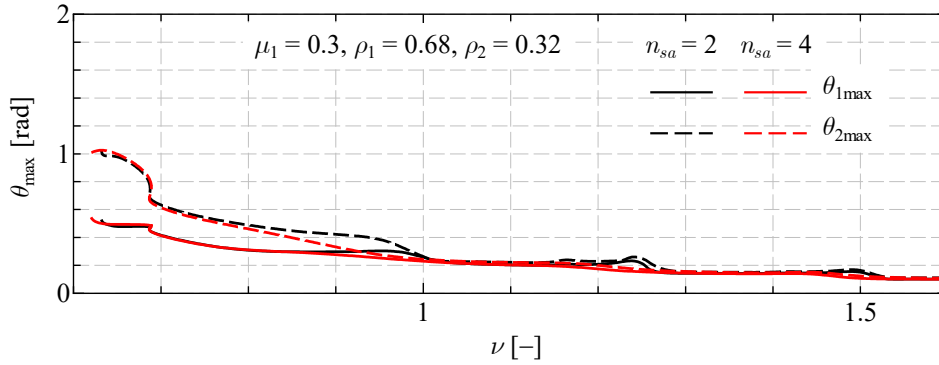


(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).

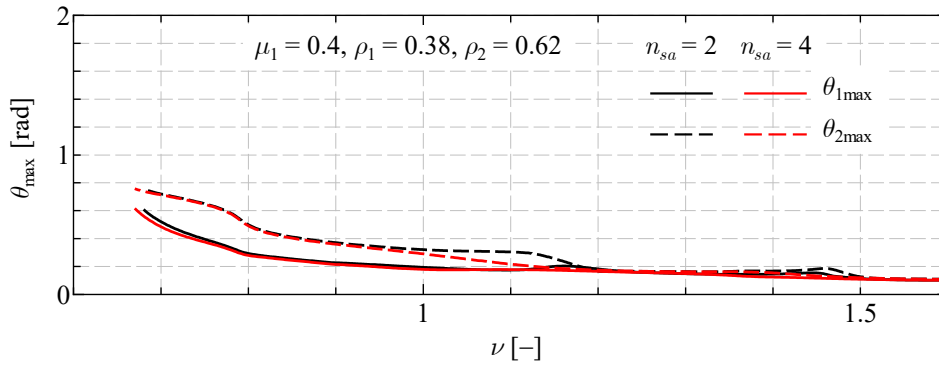


(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.8 Effect of ν on θ_{1max} and θ_{2max} for $n_{sa} = 0$.



(a) Parameter A ($\mu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 0.68$, $\rho_2 = 0.32$).



(b) Parameter B ($\mu_1 = 0.4$, $\rho_1 = 0.38$, $\rho_2 = 0.62$).

Fig. 5.9 Effect of ν on $\theta_{1\max}$ and $\theta_{2\max}$ for $n_{sa} = 2$ and $n_{sa} = 4$.

5.5 第5章のまとめ

本章では、台車と吊り荷をつなぐロープにフックがついているような二重振子型系でクレーンをモデル化し、固有振動数成分除去法を適用した残留振動抑制を行った。フックおよび吊り荷の運動方程式それぞれからみなし外力を求め、対応する振動数成分を除去することで残留振動の抑制が可能であることを数値シミュレーションにより示した。さらに、台車軌道の加速度の自乗積分を目的関数とした最適化を行い、台車軌道の改善を図った。その結果、台車軌道の折り返しやフックおよび吊り荷の振れの大きさに低減が見られ、最適化による台車軌道の改善が可能であることがわかった。また、解が多値性を持っており、最適化を行わない場合は適切な目標軌道を選び出す基準が必要であったが、最適化を行うことによって決まった操作で目標軌道を求められるようになり、そのような手間を解消できることがわかった。

第6章 結言

本研究では、オープンループ制御による天井走行クレーンの残留振動抑制を目的として、固有振動数成分除去法を用いた台車軌道の設計方法を提案した。本章では、以下のように本論文を総括する。

第1章では、クレーンを中心とした残留振動制御に関する状況についてまとめた。従来のオープンループ制御法では非線形性を考慮することは難しく、非線形性を考慮できる手法が必要であることについて述べ、それを実現するための手法として本研究で提案している固有振動数成分除去法について述べた。また、本研究の目的および本論文の構成を示した。

第2章では、天井走行クレーンに固有振動数成分除去法を適用して台車軌道の設計を行った。吊り荷の運動方程式における非線形性や減衰の影響をすべてみなし外力として考慮し、そのみなし外力から固有振動数成分を除去することで、残留振動の抑制が可能であることを数値シミュレーションおよび実験により示した。

第3章では、固有振動数の推定誤差に対するロバスト性の向上法について検討した。ロバスト性向上の条件として、複数の振動数成分を除去する方法とみなし外力の振動数成分の微分係数を零とする方法の2種類の条件を提案し、それぞれの有効性を数値シミュレーションおよび実験によって検証した。その結果、両者ともにロバスト性の向上に有効であり、その性能もほぼ同一であることが示された。

第4章では、搬送中に吊り荷の昇降をとまなうような場合について検討した。吊り荷の運動方程式における非線形性や減衰の影響と同様に、時間的なロープ長変化の影響も線形不減衰系に作用するみなし外力として考慮し、みなし外力から固有振動数成分を除去することで残留振動抑制が可能であることを数値シミュレーションにより示した。また、ロバスト性向上手法が、吊り荷の昇降をとまなうような場合でも多くの場合で有効であることも示した。さらに、障害物を囲うような境界を設ける目的関数を用いて最適化を行うことで、吊り荷の昇降を利用して障害物を回避することが可能であることがわかった。

第5章では、フックと吊り荷から成る二重振子型系でモデル化したクレーンに対して固有振動数成分除去法を適用して残留振動抑制を行った。フックおよび吊り荷の運動方程式それぞれからみなし外力を求め、対応する振動数成分を除去することで残留振動の抑制が可能であることを数値シミュレーションにより示した。さらに、台車軌道の加速度の自乗積分を目的関数に用いて最適化を行うことで、台車軌道の改善が可能であることがわかった。

以上より，固有振動数成分除去法を用いて様々な条件の下でクレーンの残留振動抑制の制御を行い，いずれについても本手法の有効性が示された．

謝辞

本論文をまとめるに際して、学部 4 年から現在に至るまで懇切丁寧なご指導ご鞭撻をいただきとともに、本論文の主査を務めていただきました九州大学大学院 工学研究院 機械工学部門 力学システム講座 近藤孝広教授には心より感謝申し上げます。井上卓見教授ならびに山本元司教授には副査として貴重なご助言をいただきました。厚くお礼申し上げます。

本研究の遂行にあたり、森博輝准教授、宗和伸行助教ならびに鹿児島大学学術研究院 理工学域工学系 理工学研究科 松崎健一郎教授には多大なご支援をいただきました。活発なご討論をいただきとともに、本論文を完成させるにあたり多くのご助言をいただきました。皆様に厚くお礼申し上げます。また、研究活動や研究行事等でお世話になりました当時機械振動学研究室に在籍していた大学院生および卒業研究生、力学システム大講座の皆様には感謝いたします。九州大学の力学システム大講座という非常に恵まれた環境で研究が行えたこと、ならびに日本学生支援機構による経済的支援に感謝いたします。

最後に、これまで理解を示し支えてくれた家族に感謝いたします。

令和 2 年 1 月
九州大学大学院 工学府 機械工学専攻
栗原 海

文献

- (1) Singer, N. C. and Seering, W. P., Preshaping command inputs to reduce system vibration, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112 (1990), pp. 76-82.
- (2) Singhose, W., Seering, W. and Singer, N., Residual vibration reduction using vector diagrams to generate shaped inputs, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 116 (1994), pp. 654-659.
- (3) Singhose, W. E., Porter, L. J. and Singer, N. C., Vibration reduction using multi-hump extra-insensitive input shapers, 1995 American Control Conference, 1995.
- (4) Singhose, W. E., Seering, W. P. and Singer, N. C., Input shaping for vibration reduction with specified insensitivity to modeling errors, *Proceedings of the 1996 Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, 1996.
- (5) Singer, N., Singhose, W. and Seering, W., Comparison of filtering methods for reducing residual vibration, *European Journal of Control*, Vol. 5 (1999), pp. 208-218.
- (6) Smith, J. Y., Kozak, K. and Singhose, W. E., Input shaping for a simple nonlinear system, *Proceedings of the American Control Conference*, 2002, pp. 821-826.
- (7) Vaughan, J., Yano, A. and Singhose, W., Comparison of robust input shapers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 315 (2008), pp. 797-815.
- (8) Singhose, W., Eloundou, R. and Lawrence, J., Command generation for flexible systems by input shaping and command smoothing, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 6 (2010), pp. 1697-1707.
- (9) Xie, X., Huang, J. and Liang, Z., Vibration reduction for flexible systems by command smoothing, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 39 (2013), pp. 461-470.
- (10) Huang, J., Liang, Z. and Zang, Q., Dynamics and swing control of Double-pendulum bridge cranes with distributed-mass beams, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 54-55 (2015), pp.357-366.
- (11) Bhat, S.P. and Miu, D.K., Precise point-to-point positioning control of flexible structures, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112 (1990), pp. 667-674.
- (12) 山浦弘, 小野京右, 長瀬徹, ロバスト性を有する制振アクセス制御, *日本機械学会論文 文集 C 編*, Vol. 58, No. 549 (1992), pp. 1399-1405.
- (13) Meckl, P. H. and Seering, W. P., Reducing residual vibration in system with uncertain resonances, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 8 (1988), pp. 73-76.
- (14) Ruf, M., Residual vibration reduction of flexible joint systems using a frequency domain trajectory planning algorithm, 2016 IEEE Conference on Control Applications, 2016, pp.

1494-1499.

- (15) Abdel-Rahman, E.M., Nayfeh, A.H. and Masoud, Z.N., Dynamics and control of cranes: a review, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 9, No. 7 (2003), pp. 863-908.
- (16) Ramli, L., Mohamed, Z., Abdullahi, A. M., Jaafar, H. I. and Lazim, I. M., Control strategies for crane systems: a comprehensive review, *Mechanical Systems and Signal Proceedings*, Vol. 95 (2017), pp. 1-23.
- (17) 兼重明宏, 北岡敏民, 宗利秀和, 寺嶋一彦, 巻き上げ, カーブ軌道を有する天井クレーンの搬送制御, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 63, No. 607 (1997), pp. 921-928.
- (18) Kawada, K., Sogo, H. and Yamamoto, T., Variable gain PD sway control of a lifted load, *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, pp. 953-958.
- (19) Kawada, K., Sogo, H. and Yamamoto, T., Gain scheduled PD sway control of a lifted load for a mobile crane, *Control and Intelligent systems*, Vol. 33 (2005), pp. 48-54.
- (20) Omar, H. M. and Nayfeh, A. H., Anti-swing control of gantry and tower cranes using fuzzy and time-delayed feedback with friction compensation, *Shock and Vibration*, Vol. 12 (2005), pp. 73-89.
- (21) Sorensen, K. L., Singhose, W. and Dickerson, S., A controller enabling precise positioning and sway reduction in bridge and gantry cranes, *Control Engineering Practice*, Vol. 15 (2007), pp. 825-837.
- (22) Mar, R., Goyal, A., Nguyen, V., Yang, T. and Singhose, W., Combined input shaping and feedback control for double-pendulum systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 85 (2017), pp. 267-277.
- (23) 川田和男, 十河宏行, 山本透, 間田泰弘, GA を用いたロバスト PD 制御法によるクレーンの吊り荷の振れ止め制御, *電気学会論文誌 D*, Vol. 123, No. 10 (2003), pp. 1097-1103.
- (24) 中園邦彦, 金城寛, 顔玉玲, 山本哲彦, 非厳密評価基準 GA を用いたニューロコントローラによるクレーンの振動抑制, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 65, No. 635 (1999), pp. 2779-2786.
- (25) Sun, N., Fang, Y., Chen, H. and He, B., Adaptive nonlinear crane control with load hoisting/lowering and unknown parameters: design and experiments, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 20, No. 5 (2015), pp.2107-2119.
- (26) 日野順市, 藤田邦彦, 芳村敏夫, 旋回および起伏操作時のトラッククレーンの吊り荷のファジィ制御, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 64, No. 626 (1998), pp. 3798-3804.
- (27) 多田博夫, 芳村敏夫, 大谷良治, 井上善雄, 旋回式クレーンの吊り荷振れ止め制御に

- 関する研究(ファジィ理論による旋回振れ止め制御), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 65, No. 634 (1999), pp. 2352-2359.
- (28) Smoczek, J. and Szpytko, J., Evolutionary algorithm-based design of a fuzzy TBF predictive model and TSK fuzzy anti-sway crane control system, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 28 (2014), pp. 190-200.
- (29) Tumari, M. Z. M., Saealal, M. S., Wahab, Y. A. and Ghazali, M. R., H-Infinity controller with LMI region schemes for a lab-scale rotary pendulum crane system, *International Journal of Systems Signal Control and Engineering Application*, Vol. 5 (2012), pp. 14-20.
- (30) Singer, N., Singhose, W. and Kriekku, E., An input shaping controller enabling cranes to move without sway, *American Nuclear Society 7th Topical Meeting on Robotics and Remote Systems*, 1997.
- (31) 阿部晶, 伊藤周太郎, ソフトコンピューティングを用いた巻き上げ機構を有する天井クレーンのオープンループ制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 778 (2011), pp. 2201-2210.
- (32) 小島宏行, 羽廣賢一, 遺伝的アルゴリズムを用いた直進系クレーンの最適軌道計画と残留振動抑制制御の実験, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 682 (2003), pp. 1479-1485.
- (33) 寺嶋一彦, 多賀正昭, 三好孝典, 制振高速起動制御のためのフィードフォワード正弦波多項式制御入力の導出とクレーンシステムへの応用, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 680, pp. 898-905.
- (34) 三好孝典, 寺嶋一彦, 共振周波数の変動を考慮した最適ロバストフィードフォワード制御入力の導出とクレーンへの応用, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 69, No. 682 (2003), pp. 1550-1555.
- (35) 阿部晶, 旋回クレーンのロバストフィードフォワード制御に関する研究, *産業応用工学会論文誌*, Vol. 6, No. 1 (2018), pp. 9-16.
- (36) 栗本雅裕, 藪野浩司, クレーンの吊り荷振動の位相を考慮した振れ止め制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 75, No. 752 (2009), pp. 858-864.
- (37) Alghanim, K. A., Alhazza, K. A. and Masoud, Z. N., Discrete-time command profile for simultaneous travel and hoist maneuvers of overhead cranes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 345 (2015), pp. 47-57.
- (38) Singhose, W., Porter, L., Kenison, M. and Kriekku, E., Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes, *Control Engineering Practice*, Vol. 8, No. 10 (2000), pp. 1159-1165.

- (39) Hong, K. T. and Hong, K. S., Input shaping and VSC of container cranes, International Conference on Control Applications, 2004, pp.1570-1575.
- (40) Stergiopoulos, J., Konstantopoulos, G. and Tzes, A., Experimental verification of an adaptive input shaping scheme for hoisting cranes, 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2009, pp. 730-735.
- (41) Economou, D. and Antoniadis, I., Vibration reduction of gantry crane loads with hoisting using finite impulse response (FIR) digital filters, Adv. Syst. Sci. Meas. Circuits Control, 2001, pp. 22-28.
- (42) Singhose, W., Kim, D. and Kenison, M., Input shaping control of double-pendulum bridge crane oscillations, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 130 (2008), pp. 034504-1 – 034504-7.
- (43) Vaughan, J., Kim, D. and Singhose, W., Control of tower cranes with double-pendulum payload dynamics, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 18, No. 6 (2010), pp. 1345-1358.
- (44) Masoud, Z. N. and Alhazza, K. A., Frequency-modulation input shaping control of double-pendulum overhead cranes, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 136 (2014), pp. 021005-1 – 021005-11.
- (45) Masoud, Z., Alhazza, K., Abu-Nada, E. and Majeed, M., A hybrid command-shaper for double-pendulum overhead cranes, Journal of Vibration and Control, Vol. 20 (2012), pp. 24-37.
- (46) Kim, D. and Singhose, W., Performance studies of human operators driving double-pendulum bridge cranes, Control Engineering Practice, Vol. 18 (2010), pp. 567-576.
- (47) Karajgikar, A., Vaughan, J. and Singhose, W., Double-pendulum crane operator performance comparing PD-feedback control and input shaping, ECCOMAS Thematic Conference, 2011, pp. 1-14.
- (48) 栗原海, 近藤孝広, 森博輝, 松崎健一郎, 宗和伸行, 固有振動数成分除去法による天井走行クレーンの制振, 日本機械学会論文集, Vol. 84, No. 860 (2018), DOI: 10.1299/transjsme.17-00477.
- (49) 栗原海, 近藤孝広, 森博輝, 松崎健一郎, 宗和伸行, 固有振動数成分除去法による天井走行クレーンの制振 (固有振動数の推定誤差に対するロバスト性の向上), 日本機械学会論文集, Vol. 84, No. 868 (2018), DOI: 10.1299/transjsme.18-00274.
- (50) 佐藤勇一, 振動の捉え方 (2010), p. 58, オーム社.
- (51) Lewis, D., Parker, G. G., Driessen, B. and Robinett, R. D., Command shaping control of an

operator-in-the-loop boom crane, American Control Conference, 1998, Proceedings of the 1998, Vol. 5, IEEE (1998), pp. 2643-2647.