

## 複数周波数を含む重畳応力条件下における疲労亀裂 伝播挙動評価の高精度化に関する研究

高木, 芳史

<https://doi.org/10.15017/4060144>

---

出版情報 : Kyushu University, 2019, 博士 (工学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 :

複数周波数を含む重畳応力条件下における  
疲労亀裂伝播挙動評価の高精度化に関する  
研究

2020 年 1 月

高木 芳史



# 目次

第1章 緒論	1
1.1 疲労強度評価の歴史	1
1.2 Whipping 等の重畳応力現象について	7
1.3 変動応力履歴下における疲労強度評価	8
1.4 本論文の構成	12
第1章 参考文献	13
第2章 亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション	15
2.1 緒言	15
2.2 亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション	15
2.2.1 最大荷重時（現荷重により形成される塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも外側に存在する場合）	20
2.2.2 最小荷重時	23
2.2.3 RPG 荷重時	26
2.2.4 最大荷重時（現塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも内側に存在する場合）	27
2.2.5 RCPG 荷重時	28
2.3 結言	30
第2章 参考文献	30
第3章 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション	31
3.1 緒言	31
3.2 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデル	31
3.2.1 最大荷重時（現荷重により塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも外側に存在する場合）	31
3.2.2 最小荷重時	32
3.2.3 RPG 荷重時	34
3.2.4 最大荷重時（現塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも内側に存在する場合）	35
3.2.5 RCPG 荷重時	37
3.3 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂結合カモデルによる亀裂開口変位の推定	38
3.3.1 仮想 COD の算出	39
3.3.2 FEM モデルと解析条件	39
3.3.3 荷重条件	41

3.3.4 拡張亀裂開閉口モデルにおける妥当性の検証.....	42
3.5 結言.....	70
第3章 参考文献.....	70
第4章 一定振幅応力条件下と重畳応力履歴が連続して出現する条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション.....	71
4.1 緒言.....	71
4.2 一定振幅応力条件下における初期亀裂面の接触を考慮した疲労亀裂伝播シミュレーション.....	71
4.2.1 応力比 $R=0.05$ における改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーション結果による比較検討.....	71
4.2.2 応力比が負の場合における改良前後の疲労亀裂伝播.....	77
4.3 亀裂先端近傍の両振塑性仕事に着目した有効応力抽出基準値.....	81
4.4 全載荷期間連続した重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播試験.....	82
4.4.1 参照試験1.....	82
4.4.2 参照試験2.....	89
4.4.3 参照試験3.....	95
4.4.4 参照試験4.....	101
4.5 全載荷期間連続した重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション.....	111
4.5.1 参照試験1との比較検証.....	111
4.5.2 参照試験2との比較検証.....	118
4.5.3 参照試験3との比較検証.....	122
4.5.4 参照試験4との比較検証.....	125
4.6 結言.....	132
第4章 参考文献.....	132
第5章 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション.....	135
5.1 緒言.....	135
5.2 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播試験.....	135
5.3 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション.....	140
5.3.1 各応力期間を変更した間欠重畳応力条件下の場合.....	145
5.3.2 低周波応力期間を変更した間欠重畳応力条件下の場合.....	168
5.4 結言.....	175
第5章 参考文献.....	176
第6章 結論.....	177
付録A 高アスペクト比の表面亀裂を対象とした亀裂結合モデルの検討.....	179
A.1 緒言.....	179

A. 2 K 値重み関数 .....	180
A. 2.1 Wang と Glinka による重み関数.....	180
A. 2.2 表面亀裂に対する K 値重み関数.....	181
A. 3 Paris の相反定理に基づく弾性 COD.....	190
A. 4 三次元亀裂に対する亀裂結合力モデル .....	191
A. 4.1 塑性域形状の予測 .....	191
A. 4.2 弾塑性 COD.....	194
A. 5 結論.....	197
付録 A 参考文献.....	197
謝辞 .....	198







# 第 1 章 緒論

## 1.1 疲労強度評価の歴史

疲労損傷は、19 世紀ヨーロッパにおいて当時普及しつつあった蒸気機関車のクランク軸や車軸の破損事故が多発したことに端を発した。1837 年にドイツの Albert は鉱山の鉄製チェーンの疲労に関する実験結果<sup>1)</sup>を報告した。Albert は鉄製チェーンの巻き付けの繰返しが原因であると仮説を立て、安定した繰返し荷重をチェーンに作用させるために水車の仕組みを応用して鎖の疲労試験を実施した。試験結果から Albert は静的な破断限界よりも小さな繰返し力でも突然破断することを確認した。Wöhler は自作した回転曲げ疲労試験機を用いて鉄道用車軸の疲労試験を行った。その疲労試験結果から S-N 曲線により疲労破壊特性が整理可能なことを発見した<sup>2)</sup>。

今から 100 年以上前の 20 世紀初頭に Ewing と Humfley<sup>3)</sup>が繰返し応力を受ける材料の表面を観察し、すべり帯の発生と拡大の結果、疲労亀裂が生じることを確認した<sup>4)</sup>。

また、Paris-Erdogan 論文以前では疲労亀裂進展の定量的な評価手法は (1.1) 式で表されるような亀裂進展速度  $da/dN$  を応力振幅  $\sigma_a$  と亀裂長さ  $a$  の関数で表す方法であった。

$$da/dN=f(\sigma_a,a,etc) \quad (1.1)$$

その中でも (1.2) 式のように応力と亀裂長さのべき乗級数をとるものが多い。

$$da/dN=C\sigma_a^m a^n \quad (1.2)$$

ここで、 $N$  は応力の繰返し数、 $C$ 、 $m$ 、 $n$  は材料定数である。

この形式の評価手法は理論的根拠が必ずしも明確ではなく、材料定数  $C$ 、 $m$ 、 $n$  などは試験的に求めることが容易ではない問題がある。

1963 年に Paris ら<sup>5)</sup>は (1.3) 式のように亀裂の進展速度、 $da/dN$  が応力拡大係数範囲  $\Delta K$  で整理ができ亀裂進展速度が予測可能なことを示した。

$$da/dN=C(\Delta K)^m \quad (1.3)$$

ただし、

$da/dN$ :	疲労亀裂伝播速度
$\Delta K$ :	応力拡大係数範囲
$C, m$ :	材料定数

(1.3) 式は Paris 則と呼ばれ、現在でも最も一般的な疲労亀裂伝播推定式として知ら

れている。(1.3) 式の Paris 則は広範囲で疲労亀裂伝播速度を算出することはできないことが知られている。Fig. 1.1 に疲労亀裂伝播速度と応力拡大係数範囲との関係を示す。

(1.3) 式が成立する範囲は Fig. 1.1 の Stage II の疲労亀裂が比較的安定成長する領域である。

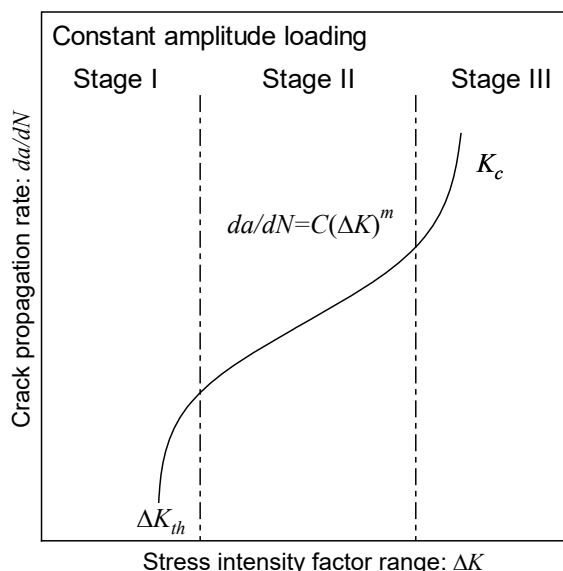


Fig.1.1 Schematic illustration of the relation between  $da/dN$  and  $\Delta K$

Fig.1.1 に示すように亀裂伝播速度  $da/dN$  と応力拡大係数範囲  $\Delta K$  の関係は逆 S 字形になることを Frost ら<sup>6)</sup>が示した。

長年疲労亀裂は除荷時には開口していると考えられてきた。しかしながら、ある程度十分成長した疲労亀裂は除荷時には閉口していることが Elber<sup>7)</sup>の観察結果により明らかになった。Fig.1.2 には Elber<sup>3)</sup>による疲労亀裂閉口現象についての説明図を示す。Fig. 1.2 (a) に示す疲労亀裂は過去の荷重履歴で生じた引張塑性領域内を進展するが、亀裂縁に引張の残留変形層を残し、この残留変形層が周囲の弾性域に拘束されて亀裂縁付近に圧縮の残留応力場が形成される。従って同一荷重下において残留引張変形層が生じていない理想亀裂 (Fig. 1.2 (b) ) に比べて疲労亀裂の開口量は小さくなる。すなわち疲労亀裂の開口量は、亀裂縁に取り込まれた残留引張変形層の影響により小さくなることが確認された。また Elber<sup>7)</sup>は、亀裂が閉口している状態では亀裂先端における応力特異性が無くなるので、(1.4) 式に示すように疲労亀裂の伝播に影響を与えるのは、亀裂が完全に開口している範囲に対応する有効応力拡大係数範囲  $\Delta K_{eff}$  であると考えた。

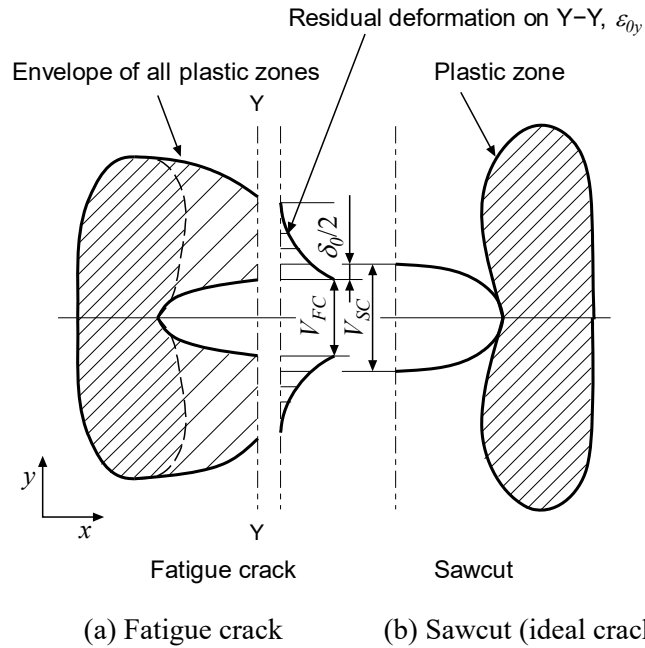


Fig.1.2 Plastic deformation fields near a crack tip for a fatigue crack and a saw cut crack<sup>7)</sup>.

$$\Delta K_{eff} = (\sigma_{max} - \sigma_{op})\sqrt{\pi a}f = K_{max} - K_{op} \quad (1.4)$$

ただし,

$\Delta K_{eff}$ :	有効応力拡大係数範囲
$\sigma_{max}$ :	最大応力
$\sigma_{op}$ :	亀裂開口応力
$K_{max}$ :	最大応力拡大係数
$K_{op}$ :	亀裂開口時点の応力拡大係数
$f$ :	亀裂位置と自由境界までの距離など亀裂先端の応力特異場の強さに 2 次的な影響を与える係数, 修正係数

そこで, Elber は (1.5) 式で定義される亀裂開口比を使用して (1.3) 式の Paris 則を修正し, (1.6) 式に示す疲労亀裂伝播推定式を提案した.

$$U = \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{op})}{(\sigma_{max} - \sigma_{min})} \quad (1.5)$$

$$da/dN = C(\Delta K_{eff})^{m'} = C(U\Delta K)^{m'} \quad (1.6)$$

また、Elber はアルミニウム合金 2024-T-3 の亀裂開口比  $U$  が (1.7) 式で近似でき、亀裂進展速度に応力比  $R$  が影響を及ぼすことを確認した<sup>8)</sup>。

$$U=0.5+0.4R, \quad -0.1 < R < 0.7 \quad (1.7)$$

さらに、Elber は過大荷重による亀裂伝播の遅延現象は過大荷重負荷により亀裂開口応力が上昇し  $\Delta K_{eff}$  が減少するためであるとし、低～高 2 段変動荷重直後の亀裂進展速度の加速現象は最初に荷重される低レベル荷重影響で後の高レベル荷重に対する亀裂開口点変動荷重でない一定振幅負荷の場合より低下するためであることを示した<sup>8)</sup>。様々な応力比で疲労亀裂伝播試験を実施した結果を Fig.1.3 に示す<sup>9)</sup>。Fig.1.3 から、応力比が異なっても  $da/dN$  と  $\Delta K_{eff}$  の関係は一義的に表現可能であることが確認できる。しかしながら  $\Delta K_{eff}$  を用いても  $da/dN$  の値が小さい範囲において亀裂伝播の下限界値が確認され、 $\Delta K_{eff}$  は広範囲で適用可能でないことが示唆された。

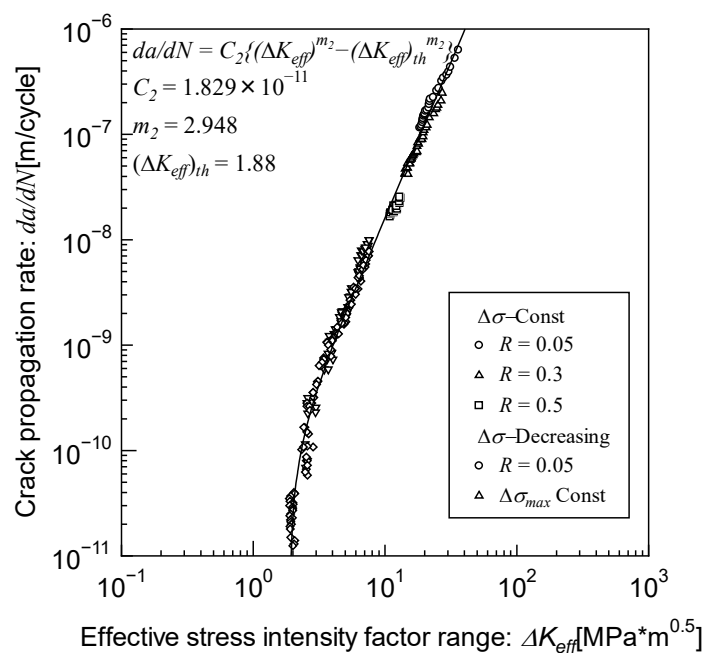


Fig.1.3 Crack propagation rates plotted against  $\Delta K_{eff}$ <sup>9)</sup>

Fig. 1.4 は Toyosada ら<sup>9)</sup>による 1 サイクル中 (最大荷重→最小荷重→最大荷重) に疲労亀裂先端近傍における開閉口挙動と亀裂線垂直方向応力分布を模式図である。

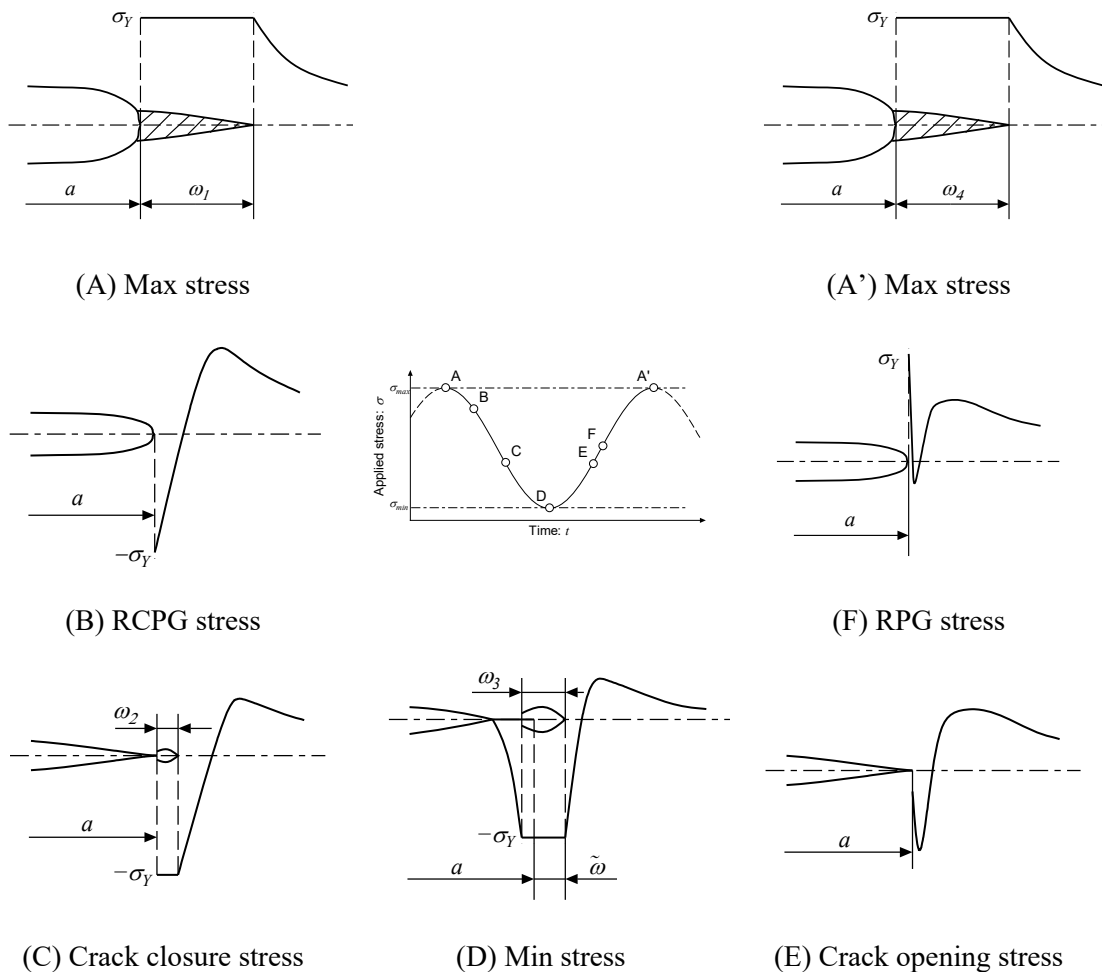


Fig.1.4 Plastic deformations and the working stress distribution along the crack line in one loading cycle during the fatigue crack propagation <sup>9)</sup>.

Fig.1.4 (A)に示す最大荷重のときは亀裂が開口している。この場合、亀裂先端には引張塑性域  $\omega_1$  が形成される。

その後除荷が進むと亀裂前方のリガメント全体が弾性状態になるが、亀裂先端には亀裂自身の応力集中のため圧縮塑性域が形成され始める。圧縮塑性域が亀裂先端に生じ始める荷重(Fig.1.4 (B))は RCPG (Re-compressive Plastic zone's Generated load) 荷重と呼ばれる。最大荷重から RCPG 荷重までの除荷過程では、リガメント全体が弾性挙動するため、任意点でひずみは線形的に変化する。

RCPG 荷重からさらに除荷が進行すると亀裂先端の圧縮塑性域は成長するが、圧縮塑性域変形のため亀裂開口変位の減少量は大きくなるため、以前に亀裂縁に取り込んだ残留引張変形層の影響により亀裂先端が閉口し始める。この場合の荷重が亀裂閉口荷重 (Fig.1.4 (C)) であり、圧縮塑性域寸法は  $\omega_2$  となる。

亀裂閉口荷重からさらに除荷が進行すると亀裂閉口領域が成長する。最大荷重から亀

裂閉口荷重に至る除荷過程では亀裂は完全に開口しているため亀裂部では荷重を受け持てないが、亀裂閉口領域の亀裂面は圧縮荷重を受け持つことができる。したがって、亀裂閉口荷重から最小荷重までの過程では亀裂面も荷重を受け持つため圧縮塑性域の成長速度は RCPG 荷重から亀裂閉口荷重に至る過程よりも遅くなる。そして、最小荷重 (Fig.1.4 (D)) のときには、負荷条件次第では亀裂面にも圧縮塑性域が形成される場合もある。

最小荷重を示した後に負荷過程に入った直後は亀裂閉口域およびリガメント全体が再び弾性状態に入る。このとき、亀裂閉口箇所は応力集中源として作用するため、開口しやすくなり、負荷とともに亀裂閉口域が小さくなり、最終的に亀裂は完全に開口し (Fig.1.4 (E)), 亀裂先端に再び引張塑性域が形成され始める。その場合の荷重は RPG 荷重 (Re-tensile Plastic zone's Generated load) と称される。

さらに負荷し最大荷重 (Fig.1.4 (A')) に至ると亀裂端で引張塑性域  $\omega_2$  が現れ、(A)~(A') のサイクルを繰り返す。

以上説明した亀裂先端近傍の弾塑性挙動に関する考察に基づき、彼らは塑性ひずみエネルギーの蓄積がなければ疲労亀裂は伝播しないという考えを提唱し、この考えに立脚した亀裂先端の塑性挙動を考慮した疲労亀裂伝播則 ((1.10) 式) を提案した。

$$\Delta K_{RPG} = (\sigma_{\max} - \sigma_{RPG}) \sqrt{\pi a} f \quad (1.8)$$

$$U_{RPG} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{RPG}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{K_{\max} - K_{RPG}}{K_{\max} - K_{\min}} \quad (1.9)$$

ただし、

$\sigma_{RPG}$ :	RPG 応力
$U_{RPG}$ :	塑性有効荷重比
$f$ :	修正係数

$$da/dN = C'' (\Delta K_{RPG})^{m''} = C'' (U_{RPG} \Delta K)^{m''} \quad (1.10)$$

ただし、

$\Delta K_{RPG}$ :	RPG 応力基準の有効応力拡大係数 (亀裂先端に引張塑性域が生じている間の、荷重範囲に対する応力拡大係数範囲)
$C'', m''$ :	材料定数

Fig.1.5<sup>9)</sup>は、疲労試験にて計測された RPG 応力から (1.8) 式を用いて有効応力拡大係数  $\Delta K_{RPG}$  を求め実験データを整理した結果である。データのばらつきが少なく、 $\Delta K_{RPG}$  の値が低領域で閾値が表れていないことが確認できる。また、 $\Delta K_{RPG}$  と  $da/dN$  の関係は

低疲労亀裂伝播速度領域も含めて両対数グラフ上で直線となる。これは応力拡大係数範囲漸減試験のように最大応力を一定とし、最小応力を漸減させた場合、亀裂開口状態で弾性挙動しか呈さなくなる状態に近づくため、RPG 応力は最大応力に、亀裂開口応力は最小応力に漸近するためである。つまり、RPG 応力が最大応力に漸近することは有効応力範囲 ( $\Delta\sigma_{RPG}=\sigma_{max}-\sigma_{RPG}$ ) が 0 に漸近すること、亀裂開口応力が最小応力に漸近することは有効応力範囲 ( $\Delta\sigma_{RPG}=\sigma_{max}-\sigma_{RPG}$ ) が正の値に漸近することを意味する。

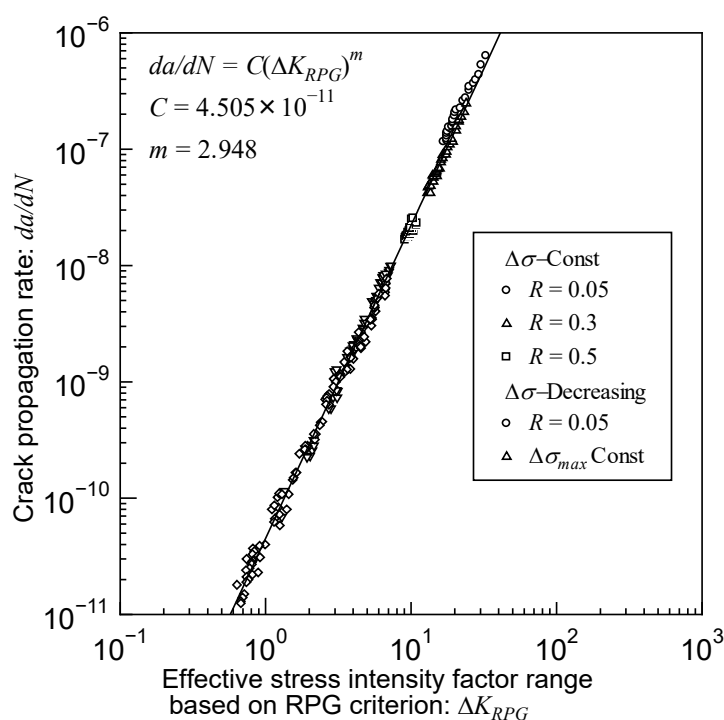


Fig.1.5 Crack propagation rates plotted  $\Delta K_{RPG}$  <sup>4)</sup>

## 1.2 Whipping 等の重畳応力現象について

前節までに疲労強度評価の歴史について述べたが、その手法の大多数は一定応力振幅下における検討に留まっている。応力履歴が変動する問題についても研究レベルでは多数の報告があるが、繰返し応力履歴が単一の周波数条件下における場合に留まっている。一方、稼働中のディーゼル機関ピストンクランク、車両台車枠、タービン、送風機の翼、船用推進軸等の多くの構造物において、複数周波数成分を有する重畳応力が作用することが確認されている。

海洋を航行する船舶や海洋構造物では、Fig.1.6 に例示するように、静水中の縦曲げ応力に加えて、波浪変動に起因する応力、さらに whipping や springing 等に起因する高周

波数の弾性振動などが重畳した応力履歴が作用していることが広く知られている。また船舶や海洋構造物で生じる **whipping** や **springing** は時間の経過とともに減衰するため、複数周波数成分を有する重畳応力状態が全載荷履歴中の一部区間においてのみ生じている。

この事例のように、構造物や輸送機器には複数周波数成分を含む変動応力履歴が間欠的に出現していることが一般的であるため、これらの作用応力履歴下における疲労強度評価の精度向上は、構造物や輸送機器の安全性の担保のために重要な課題である。

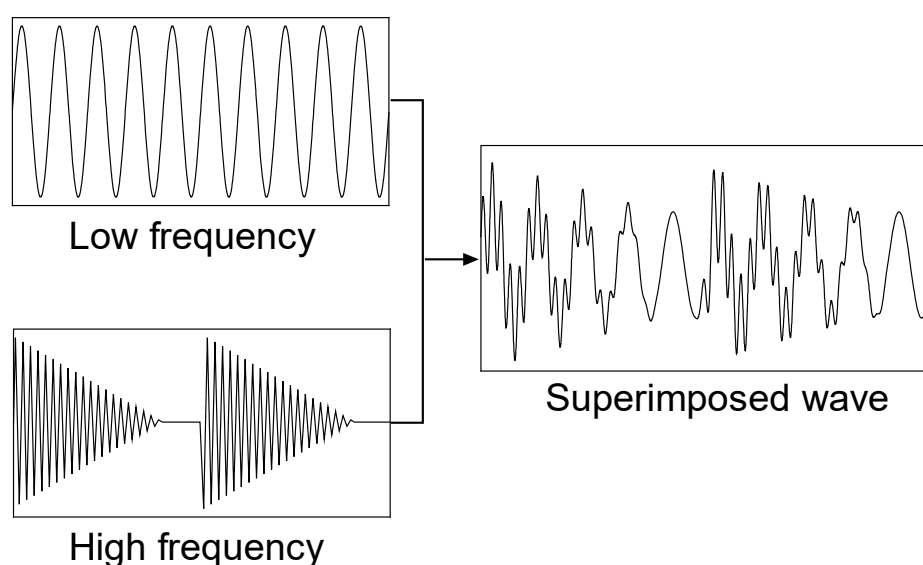


Fig.1.6 Schematic illustration of superimposed wave.

### 1.3 変動応力履歴下における疲労強度評価

繰返し荷重を受ける構造物の疲労照査は、一定振幅応力履歴下で得られた S-N 曲線に基づいて行われることが一般的である。

構造物に作用する応力履歴は様々であるため、構造物の稼働中に生じる変動応力履歴下の疲労寿命は、作用応力変動を再現、あるいは模擬した応力履歴条件下で実施した疲労試験結果に基づいて評価されることが理想的である。しかしながら応力変動履歴は無数に存在しうるため、一般的には一定振幅応力試験で求めた S-N 曲線と作用応力頻度を考慮して Miner 則に代表される線形累積被害則を用いて評価されることが一般的である<sup>10)</sup>。

線形累積被害則とその改良について以下に概説する。

実働応力履歴に Rain flow 法<sup>11)</sup>などの応力変動の頻度計数により求めた応力振幅（ま



たは応力範囲) 頻度分布を構成する応力範囲成分を  $\Delta\sigma_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ), その頻度 (サイクル数) を  $n_i$ ,  $\Delta\sigma_i$  が単独で繰り返されたときの疲労寿命を  $N_i$  とする.  $\Delta\sigma_i$  が  $n_i$  回繰り返されたときの疲労被害度  $D_i$  を  $(n_i/N_i)$  と定義し,  $n_i/N_i$  の和が 1 となったときに疲労破壊が生じるとするのが線形累積被害則あるいは Palmgren-Miner の方法と呼ばれる. 疲労損傷度  $D_i$  が大きくなると疲労限度以下の応力範囲成分によっても疲労損傷は進行することがある<sup>12)</sup>. この原因は疲労損傷度が大きくなれば疲労亀裂が進展し, 疲労限度以下の応力範囲まで亀裂進展に影響を与えることから推察される. したがって, Palmgren-Miner の方法は危険側の評価となってしまう可能性がある. 森と林<sup>5)</sup>は, 橋梁に作用する応力範囲は疲労限度以下で占められていることを報告しているが, 船舶や鉄骨構造建築物などの他の大型構造物と構造様式が類似していることもあり, 応力の作用状況は他の大型構造物も同様であると考えられる.

このような疲労限度以下の  $\Delta\sigma_i$  を考慮した手法として, 修正 Miner 則<sup>13)</sup>や Haibach<sup>14)</sup>の手法がある. 修正 Miner 則<sup>13)</sup>では, Fig.1.6 に示すように疲労限度以下の S-N 曲線を単寿命側の S-N 曲線を直線外挿して (1.11) 式に適用することにより疲労寿命を求める.

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (1.11)$$

Haibach<sup>14)</sup>の手法は 疲労限度以上の S-N 曲線の傾きが  $-1/m$  で与えられる場合に疲労限度以下の傾きを  $-1/(2m-1)$  とし,  $\Delta\sigma_i$  に対する  $N_i$  を求めるものである.

$$\Delta\sigma^m N = B_1 \quad (1.12)$$

$$\Delta\sigma^{2m-1} N = B_2 \quad (1.13)$$

ただし,

$\Delta\sigma$ :	応力範囲
$N$ :	サイクル数
$m, B_1, B_2$ :	材料, 形状に対する定数

また, Corten-Dolan<sup>15)</sup>は Fig.1.7 に示すように変動荷重中の最大応力の点を基準として, 疲労限以上の範囲における S-N 曲線部の傾きを修正する方法を考案した.

これら評価方法は種々の疲労設計基準類で用いられている. 1974 年の日本鋼構造協会疲労設計指針 (案)<sup>16)</sup>では修正 Miner の手法<sup>13)</sup>, 英国の橋梁設計基準 (BS5400)<sup>17)</sup>では Haibach の手法が採用されている. 欧州鋼構造物連合の疲労設計指針<sup>18)</sup>では Haibach の手法に応力範囲の打ち切り限界を考慮して疲労寿命評価を行うことが規定されている.

しかしながら、変動荷重履歴下では荷重履歴が疲労寿命に多大な影響を与えることが一般的に知られており、S-N 曲線と線形累積被害則による手法では荷重履歴の影響を考慮できないため、単に Fig.1.7 に示すような S-N 曲線の修正を施すだけでなく、疲労被害度  $D$  に適切な安全率を考慮して、耐疲労性能を評価することが必要である。

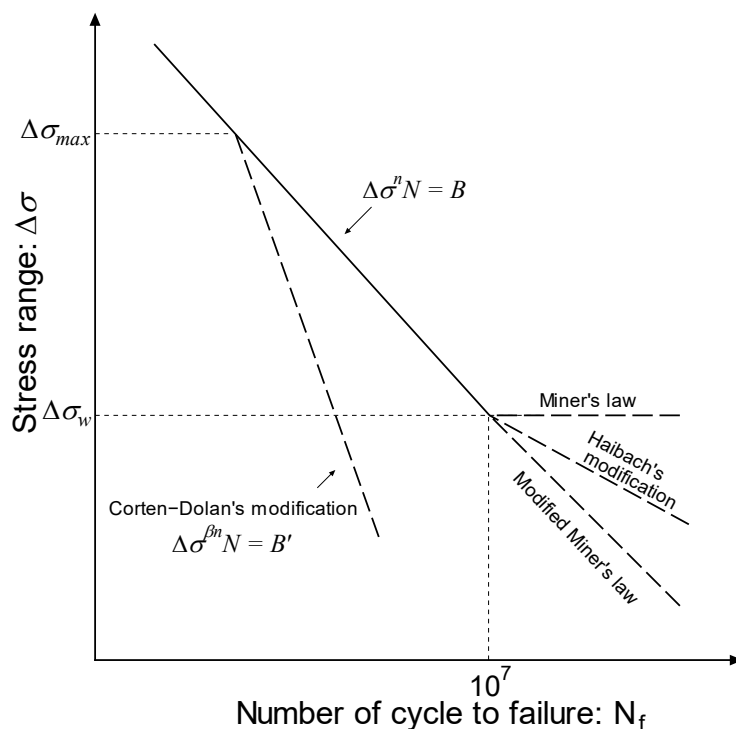


Fig.1.7 Schematic illustration of the modifications of the S-N curve.

Whipping 等の高周波振動に起因する応力が重畳する場合の船体構造の疲労強度評価でも、Rain flow 法による応力変動の頻度計数と S-N 曲線から線形累積被害則により計算される疲労被害度を指標とすることが一般的である。例えば、Fircke ら<sup>19)</sup>は、十字すみ肉溶接継手を用いて規則的な重畳応力履歴を付与した疲労試験を実施し、線形累積被害則による疲労強度評価の妥当性を示している。しかしながら、複数周波数成分を有する変動荷重条件下において Rain flow 法と線形累積損傷則を適用するには、複数载荷成分の周波数の影響を考慮するために修正係数の導入が必要であるとの指摘<sup>20)</sup>を考慮すれば、Fircke ら<sup>19)</sup>の報告は、彼らが疲労試験を実施した応力履歴に限定されるものであり、任意の応力履歴に対する拡張性については、検討の余地が残されたものと考えられる。

航行中の船体が晒される重畳応力状態は全载荷履歴中の一部で間欠的に出現しており、応力振幅の高周波成分が常に重畳しているわけではない。大沢ら<sup>21)</sup>は重畳応力履歴条件下における応力変動の頻度計数法として高周波成分による応力振幅増大効果のみ

を評価する enlargement 応力カウント法を提案し、これと修正 Miner 則を間欠重畳応力履歴が作用する面外ガセット溶接継手に適用し疲労寿命を推定している。enlargement 法の計算手順を以下に示す。また、以下では波浪変動荷重を模擬した低周波荷重を一次波と呼ぶ。

- I. 歪が極大・極小になったときの時刻と歪に関する記録を作成する。
- II. 極大・極小値データを一次波周期  $T_{LF}$  毎に分割し、各区分が一次波 1 サイクルと考える。
- III. 第( $i$ )一次波サイクル中の極大値中の最大値  $\sigma_{max(i)}$  と極小値中の最小値  $\sigma_{min(i)}$  を記録する。
- IV. 第( $i$ ) 一次波サイクルの peak-to-peak 範囲  $\Delta\sigma_{ENL(i)}$  を  $\Delta\sigma_{ENL(i)} = \sigma_{max(i)} - \sigma_{min(i)}$  と評価する。なお、疲労被害度は、振幅  $\Delta\sigma_{ENL(i)}$ 、周期  $T_{LF}$  の応力波形を想定して計算している。ここで、

$T_{LF}$ :	一次波（低周波荷重）の周期、
$\sigma_{max(i)}$	$i$ 番目周期中の最大荷重
$\sigma_{min(i)}$	$i$ 番目周期中の最小荷重

この手法を用いて間欠重畳応力の疲労寿命を推定すると過度に安全側の評価となる場合があることに加え、サイクル数計測法として Rain flow 法が広く知られていることもあり、現状の重畳応力履歴下における負荷サイクル数計測法としては Rain flow 法が採用されている。

Matsuda と Gotoh による先行研究<sup>22)</sup>では、重畳応力履歴下における疲労亀裂先端の塑性挙動に着目し、亀裂先端に形成される両振塑性域内で消費される繰返し塑性仕事を両振り塑性域寸法で除した値を閾値とし、疲労亀裂伝播に寄与する有効応力履歴を抽出する有効応力履歴選択アルゴリズムを考案し、RPG 応力基準による疲労亀裂伝播則を用いて疲労亀裂伝播シミュレーションを実施した。そして、重畳応力条件下における疲労亀裂伝播試験結果と解析結果を比較し、提案手法の妥当性を検証した。また、種々の平均応力条件を設定した重畳応力履歴下における疲労亀裂伝播試験を実施し、数値シミュレーション結果との比較を通して同手法の平均応力影響を検証した。それらの検証結果から、Matsuda らによる先行研究<sup>22)</sup>において提案した、不規則な応力履歴の中から疲労亀裂伝播に有効な応力成分を抽出する有効応力履歴選択アルゴリズムと、それを導入した RPG 応力基準の疲労亀裂成長シミュレーションは種々の低周波応力振幅、高周波振幅、及び平均応力条件下での一定振幅重畳応力履歴下において比較的良好な疲労亀裂伝播挙動推定を行うことができることを確認している。

以上に紹介した事例のように、重畳応力状態を含む変動応力履歴条件下における疲労強度評価法は、S-N 曲線、応力頻度計数結果及び線形累積被害則を組み合わせて実施さ

れることが一般的である。この手法は簡便であるため多くの疲労設計指針で用いられているが、過度に安全側の評価となる場合や逆に危険側の評価を与える場合もある。そのため、損傷実績を考慮した安全率を疲労被害度に対して設定することが必要不可欠である。一方、上述の S-N 曲線に基づく方法では、疲労亀裂成長履歴の推定が困難であるため発生した疲労損傷がどの段階の不安定破壊で構造物の機能喪失に直結する脆性破壊に至るかを推定できないという問題点もある。この問題に対しては上述の Matsuda ら<sup>22)</sup>が提案した破壊力学的手法を適応することが解決策となり得るが、重畳応力条件下が間欠的に生じる場合を含む変動荷重履歴条件下における亀裂成長履歴については、その推定精度に関する検証は報告されていない。

## 1.4 本論文の構成

以上に述べた研究背景を考慮し、本研究は重畳応力状態が間欠的に出現する応力履歴下における疲労亀裂伝播履歴を精度良く推定することを目的に、Matsuda らにより提案された重畳応力履歴条件下において疲労亀裂進展に有効な応力履歴を抽出する「有効応力選択アルゴリズム」と Toyosada らによる RPG 応力基準による疲労亀裂伝播則および疲労亀裂伝播シミュレーション手法の適用可能性を検証した。これに際して、応力履歴次第で初期亀裂部が接触する現象が生じる場合へ対処する必要性を確認し、疲労亀裂伝播シミュレーション手法の改良を実施した。

本論文は 6 つの章で構成されている。

第 1 章は緒論であり、研究背景及び研究目的について説明した。

第 2 章では、本研究で用いる疲労亀裂伝播シミュレーションの基礎理論である Toyosada らによる疲労亀裂伝播シミュレーションの概要を説明した。

第 3 章では、初期亀裂面の接触を考慮した RPG 応力基準の疲労亀裂伝播シミュレーションの概要と定式化について示した後、FE 解析による亀裂開口変位と初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルによる亀裂開口変位を比較することにより、初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルの妥当性について検証する。

第 4 章では、初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルと重畳応力履歴条件下において疲労亀裂成長に有効な応力履歴だけを抽出するアルゴリズムを疲労亀裂伝播シミュレーションに実装させ、これを用いて一定応力履歴及び重畳応力条件が連続する応力履歴条件下における疲労亀裂伝播履歴を実施した。この結果を疲労亀裂伝播試験結果と比較することで、提案手法の妥当性を検証した。

第 5 章では、重畳応力状態が間欠的に出現する応力履歴条件下において疲労亀裂伝播試験を実施し、その結果得られた疲労亀裂成長履歴を、前章でその有効性を検証した疲労亀裂伝播シミュレーションによる推定結果と比較し、間欠的な重畳応力履歴下でも提

案手法の妥当性を検証した。

第 6 章は結論であり，本研究の総括と将来課題を述べた。

## 第 1 章 参考文献

- 1) 例えば，酒井達雄：図解入門よくわかる最新金属疲労の基本と仕組み，2011，pp.12-14.
- 2) 例えば，佐藤建吉：絵とき「金属疲労」基礎のきそ，2008，pp.82-83.
- 3) Ewing, J.A. and Humfrey, J.C.W.: The Fracture of Metals under Repeated Alternations of Stress, Philosophical transactions of the royal society, A200, pp.241-250, 1903.
- 4) Murakami, Y.: History and Future Perspective of Reseach activity on Fracture Mechanics in Japan and Abroad II History and perspective of Fracture Mechanics Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.67, No.3, 2018, pp.407-412.
- 5) Paris, P.C. and Erdogan, F.: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Transaction of the ASME, Series D, Vol. 85, pp. 528-534, 1963.
- 6) Frost, N.E., Pook, L.P. and K. Denton: A Fracture Mechanics Analysis of Fatigue Crack Growth Data for Various Materials, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 3, pp.109-126, 1971.
- 7) Elber, W.: The Singnificance of Fatigue Crack Closure, ASTM STP-486, 1971, pp.230-242.
- 8) 城野政弘，宋智浩：疲労き裂，き裂開閉口と進展速度推定法，2004，p11.
- 9) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.: Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, International Journal of Fatigue, Vol.26, No9, 2004, pp.983-992.
- 10) 森猛，林彦：変動振幅荷重を受ける鋼部材の疲労寿命評価方法の提案，土木学会論文集，No.537/I-35, 1996, pp.107-137.
- 11) 遠藤達雄，松石正典，光永公一，小林角市，高橋清文：Rain Flow Method の提案とその応用，九州工業大学研究報告，No.28, 1974, pp.33-62.
- 12) 中村 宏，田中 真一：機械の疲れ寿命算出法，養賢堂，1972.
- 13) 日本材料学会編：疲労設計便覧，養賢堂，2005，p220~221.
- 14) Haibach, E.: The Allowable Stresses under Variable Amplitude Loading of welded Joints, Proc. Conf. Fatigue Welded Structures 2, The Welding Institute, 1971, pp.328-339.
- 15) Corten, H. T. and Dolan, T. J.: Proceedings of International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, ASME, pp.235-246, 1956.
- 16) 日本鋼構造協会疲労委員会：日本鋼構造協会疲労設計指針・同解説（案），JSSC, Vol.10, No.101, 1974, pp.22-34.

- 17) British Standard Institution: BS5400-10, Steel, concrete and composite bridges. Code of Practice for Fatigue, 1980.
- 18) European Convention for Constructional Steelwork (ECCS): Recommendation for the Fatigue Design of Steel Structures, 1985.
- 19) Fricke, W. and Paetzold, H.: Experimental Investigation of the Effect of Whipping Stresses on the Fatigue Life of Ships, Proceedings of IMDC 2012, 2012.
- 20) Wirsching, P.H. and Shehata, A.M.: Fatigue under Wide Band Random Stresses Using the Rain-Flow Method, J. of Eng. Mat. Tech., ASME, 1977, pp.205-211.
- 21) 大沢直樹, 中村哲也, 山本規雄, 澤村淳司: 曲げ振動疲労試験機を用いた高周波重畳波浪荷重を受ける溶接接手の疲労強度に関する研究, 日本船舶海洋工学論文集, Vol.22, 2015, pp.175-185.
- 22) Matsuda, K. and Gotoh, K.: Numerical simulation of fatigue crack propagation under superimposed stress histories containing different frequency components with several mean stress conditions, Marine Structures, Vol. 41, 2015, pp. 77-95.

## 第2章 亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション

### 2.1 緒言

本章では、本研究で採用した亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション<sup>1)</sup>に関する基礎理論を説明する。

本研究において採用する疲労亀裂伝播則において適用されるパラメータである  $\Delta K_{RPG}$  を亀裂の伝播に応じて順次与えるためには、疲労亀裂先端近傍で亀裂面に取り込まれた残留引張変形層や亀裂閉口領域の接触状況を定量的に考慮しつつ、第1章で説明した RPG 応力を求める必要がある。

疲労亀裂先端近傍で亀裂面に取り込まれた残留引張変形層や亀裂閉口領域の接触直応力分布に関する研究が Dill と Saff<sup>2)</sup>によりなされた。Newman<sup>3)</sup>はこれを基に Dugdale<sup>4)</sup>モデルを改良し様々な荷重条件下において中央貫通亀裂材の亀裂開閉口モデルに発展させた。Newman の疲労亀裂開閉口モデルは亀裂結合カモデル (Dugdale モデル)<sup>4)</sup>を利用し、同モデルから計算される仮想亀裂開口変位と同じ長さの剛塑性体の棒要素を仮想亀裂の上下面に配置することで亀裂成長に伴って実亀裂に取り込まれる残留引張変形層を表現した。しかしながら、亀裂面に配置した棒要素を剛塑性体としたため、除荷/再負荷時の棒要素の弾性変形を考慮できないという問題点があった。そこで Toyosada<sup>ら</sup><sup>1)</sup>は亀裂面に配置した棒要素を剛塑性体から弾完全塑性体に変更し、除荷/再負荷時の弾性変形を考慮可能な亀裂開閉口モデルを構築した。

なお、本研究では Toyosada<sup>ら</sup><sup>1)</sup>が提案した亀裂開閉口モデルにおいて、荷重履歴次第で考慮が必要となる初期亀裂面の接触を考慮できるように改良を加えるが、改良の詳細は第3章で説明する。

### 2.2 亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション

亀裂先端に生じる塑性域が細長く限りなく薄いと仮定する。亀裂先端の塑性域も含めて仮想的に亀裂と考えた場合、仮想亀裂周辺の弾性変形は塑性域に降伏応力を生じさせる結合カが作用するモデルを考えればよい。

前提として、Fig.2.1 に示すように長さ  $2a$  の亀裂を有する板に無限遠方で一様引張応力  $\sigma$  が作用し亀裂先端部に大きさ  $w$  の塑性域が生じているとする。

Dugdale<sup>4)</sup>はこれを Fig.2.1 (b) と (c) に示すようにモデル化した。すなわち実亀裂に加えて塑性域先端までを仮想的に亀裂と見なし、塑性域に相当する仮想亀裂部に降伏応力  $\sigma_y$  が作用するモデルを考えた。

このモデル化から、Fig.2.2 (a) に示すように外荷重  $P$  が作用する亀裂の応力分布は、図 (b) に示す無亀裂材に作用する応力分布、図 (c) に示す  $c$  の長さの亀裂面に (b) の応力分布が内圧として作用する場合と、(d) 塑性域 (仮想亀裂面) に降伏点と等しい負圧が作用する場合を重ね合わせることで表現可能となる。Fig.2.2 (a) の場合において、仮想亀裂先端である  $x=c$  では応力特異性を持たないので、仮想亀裂先端の応力拡大係数  $K$  は  $0$  となり、塑性域先端位置  $c$  を求めることが可能となる。以上から Fig.2.2 (b) ~ (d) における応力拡大係数の和は  $0$  となる。なお Fig.2.2 (b) の応力拡大係数は、亀裂が存在しないため特異応力場が存在しないので  $0$  である。

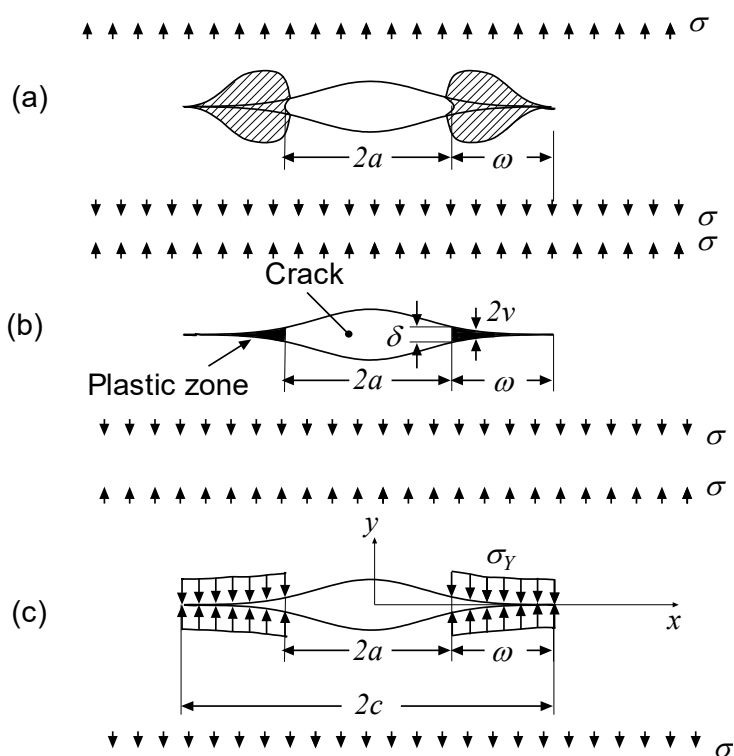


Fig.2.1 Schematic illustration of Dugdale model.

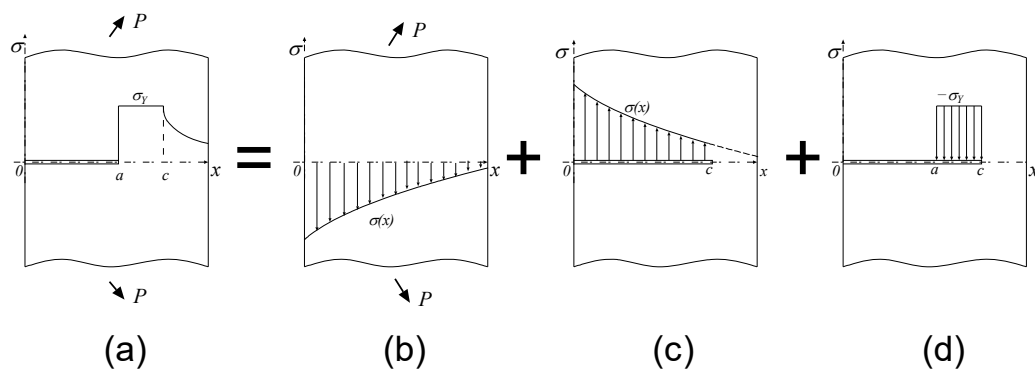


Fig.2.2 Principle of superposition concerning generalized strip yield model.



亀裂結合力モデルに基づく塑性域先端位置と亀裂開口変位の計算手法を以下に示す。Fig.2.3 に示すように長さ  $c$  の亀裂の亀裂面上位置  $x$  に集中荷重  $P$  が作用する場合の  $K$  値が (2.1) 式で与えられるとする。

$$K = Pg(x, c) \quad (2.1)$$

ただし、 $g(x, c)$ は重み関数。

Fig.2.2 (c) に示す、亀裂線上に応力分布  $\sigma(x)$ が作用するときの応力拡大係数は (2.1) 式を応力分布に関して積分することで与えられ、その結果は (2.2) 式となる。

$$K = \int_0^c \sigma(x)g(x, c)dx \quad (2.2)$$

Fig.2.2 (d) は、仮想亀裂面上の区間  $[a, c]$  に大きさが降伏応力に等しい結合力が作用する状態に対応するため、応力拡大係数は (2.3) 式で与えられる。

$$K = -\sigma_y \int_a^c g(x, c)dx \quad (2.3)$$

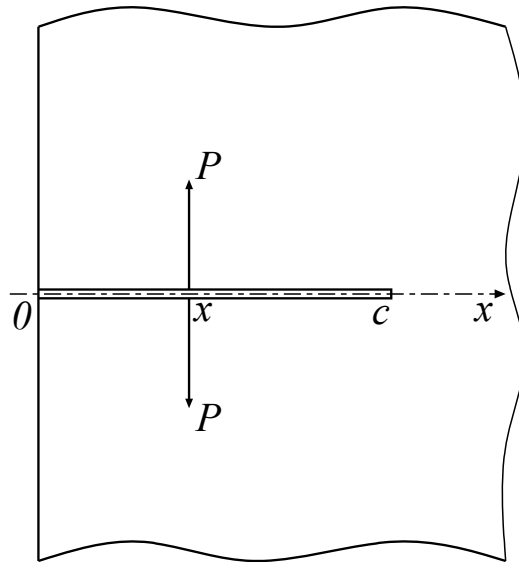


Fig.2.3 Schematic of crack subjected to concentrated force on crack surface.

(2.2) 式と (2.3) 式の和が亀裂結合力モデルにおける仮想亀裂先端の  $K$  値であり、仮想亀裂先端で  $K$  値がゼロであるのため、(2.4) 式が得られる。

$$\int_0^c \sigma(x)g(x,c)dx - \sigma_Y \int_a^c g(x,c)dx = 0 \quad (2.4)$$

(2.4) 式を仮想亀裂先端位置  $c$  について解くことで、塑性域長さを与えることができる。さらに、長さ  $c$  の亀裂の亀裂面位置  $x$  に単位荷重が作用したときの位置  $x=x_j$  における亀裂開口変位は、Paris の相反定理<sup>5)</sup>から (2.5) 式で与えられる。

$$V(x_j) = \frac{2}{E'} \int_0^c g(x,a)g(x_j,a)da \quad (2.5)$$

ただし、平面応力の場合  $E'=E$ 、平面ひずみの場合  $E'=E/(1-\nu^2)$ である。

Fig.2.2 (c) において、亀裂面に作用する応力分布  $\sigma(x)$  を考慮して(2.5)式を積分すると、亀裂線上の位置  $x=x_j$  における亀裂開口変位  $V(x_j)$  は (2.6) 式で与えられる。

$$V(x_j) = \frac{2}{E'} \int_0^c \sigma(x) \int_0^c g(x,a)g(x_j,a)dadx \quad (2.6)$$

同様に Fig.2.2 (d) の亀裂開口変位は (2.7) 式で表現できる。

$$V(x_j) = \frac{-2\sigma_Y}{E'} \int_0^c \int_0^c g(x,a)g(x_j,a)dadx \quad (2.7)$$

Fig.2.2 (a) の亀裂開口変位は (2.6) 式と (2.7) 式の和として、(2.8) 式で表される。

$$V(x_j) = \frac{2}{E'} \left\{ \int_0^c \sigma(x) \int_0^c g(x,a)g(x_j,a)dadx - \sigma_Y \int_0^c \int_0^c g(x,a)g(x_j,a)dadx \right\} \quad (2.8)$$

Dugdale モデルは材料を等方硬化弾完全塑性体と仮定しているため、Dugdale モデルによる亀裂開口変位は実際の亀裂開口変位よりも大きくなることが知られている。これを補正するために、(2.8) 式中の  $\sigma_Y$  を全面降伏時の実断面応力を降伏応力で除した塑性拘束係数<sup>6)</sup>  $\lambda$  を降伏点に乗じた  $\lambda \sigma_Y$  に置き換えるという方法がある。

Fig.2.4 に例示するように亀裂面を  $n$  個に分割したとき、亀裂開口変位は (2.9) 式となる。

$$V(x_j) = \sum_{i=1}^n v_i(x_j) \quad (2.9)$$

ただし、 $v_i(x_j)$  は (2.10) 式で表される。

$$v_i(x_j) = \frac{2\sigma_i}{E'} \int_{B_i}^{\beta} \sigma(x) \int_a^c g(x,a)g(x_j,a)dadx \quad (2.10)$$

$$= \sigma_i F(x_j, x_i, c) \quad (2.11)$$

ただし、 $x_i = (B_i + B_{i+1})/2$  であり、 $F(x_j, x_i, c) = \frac{2}{E'} \int_{B_i}^{\beta} \sigma(x) \int_a^c g(x,a)g(x_j,a)dadx$  と置いた。

また、

$$x_j < B_i \text{ の時} \quad \alpha = B_i, \beta = \min[B_{i+1}, a]$$

$$B_i \leq x_j \leq B_{i+1} \text{ の時} \quad \alpha = x_j, \beta = \min[B_{i+1}, a]$$

$$B_{i+1} < x_j \text{ の時} \quad \alpha = x_j, \beta = B_{i+1}$$

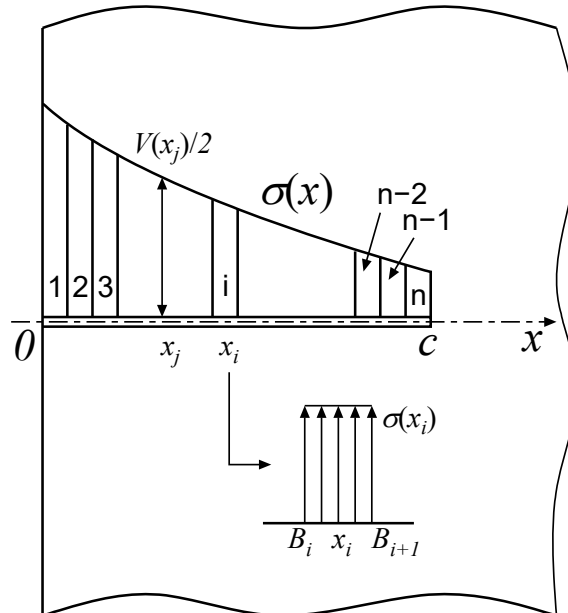


Fig.2.4 Schematic of divided elements in crack surface.

(2.9) 式、(2.10) 式、(2.11) 式より亀裂開口変位  $V(x_j)$  は (2.12) 式で与えられる。

$$V(x_j) = \sigma_i \sum_{i=1}^n F(x_j, x_i, c) \quad (2.12)$$

疲労亀裂伝播シミュレーションでは、最大荷重時の亀裂開口変位を求め、その結果に基づき亀裂開口変位を用いて最小荷重時の亀裂開口変位の算出を行う。それらの過程を経て RPG 荷重を計算し、以降、順次この流れを繰り返す。

2.2.1 最大荷重時（現荷重により形成される塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも外側に存在する場合）

初期亀裂長さが  $a_0$  の亀裂が繰り返し負荷により成長し、実亀裂長さが  $a$  に達した状態を考える。おける最大荷重時の塑性域先端を  $c$  とし、塑性域長さ（区間  $[a, c]$  の長さに相当）を  $\omega$  とする。また、単位荷重が作用した時の無亀裂状態における亀裂線上応力分布を  $\sigma_s(x)$  とする。

亀裂開口変位は Fig.2.5 に示す重ね合わせにより求めることができる。

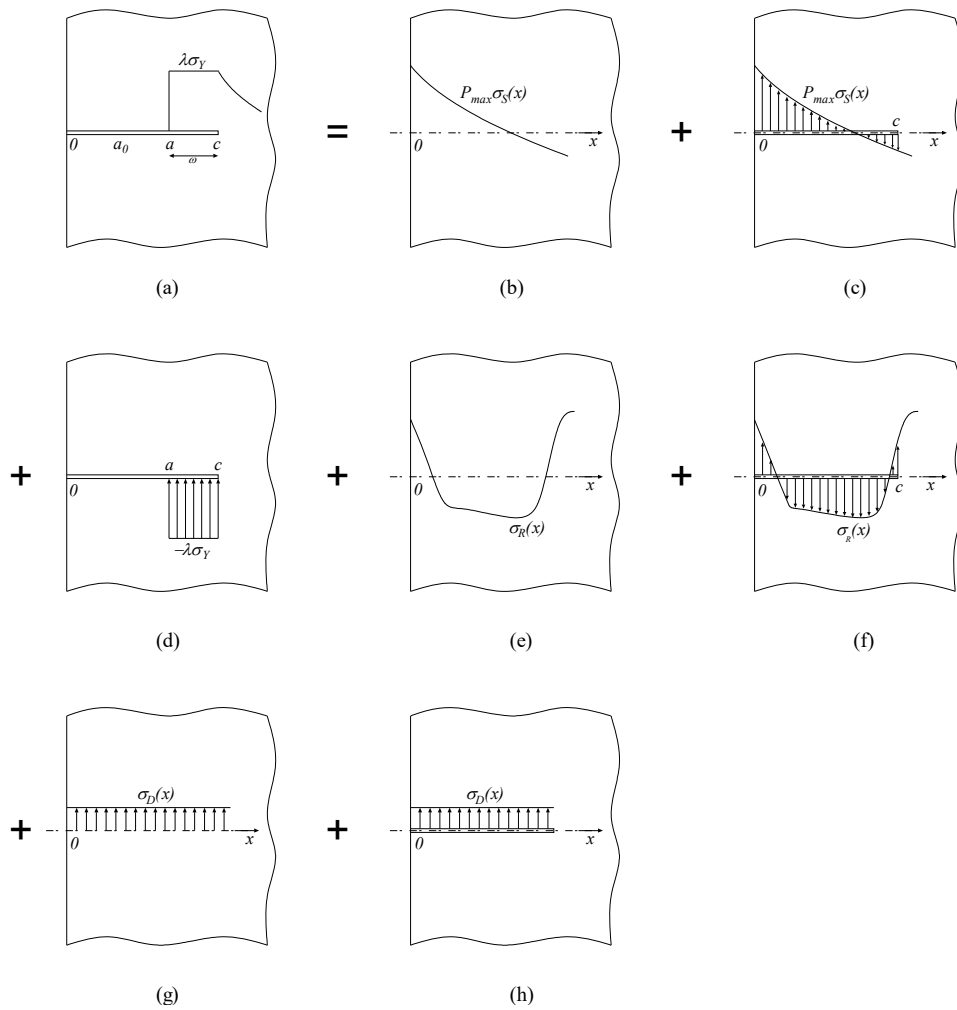


Fig.2.5 Principles of superposition at maximum stress condition.

Fig.2.5 (a) ~ (h) の模式図の説明を以下に示す。

- (a) 亀裂結合モデルにより表現された、実亀裂長さ  $a$ 、仮想亀裂長さ  $c$ （塑性域長さ  $\omega$ ）亀裂材及び亀裂線上の応力分布。
- (b) 無亀裂状態の評価対象部材に外荷重  $P_{max}$  が作用するときの、(想定) 亀裂線上に

作用する応力分布.

- (c) 長さ  $c$  の亀裂に (b) の応力分布が内圧として作用した状態.
- (d) 塑性域に相当する仮想亀裂区間  $[a, c]$  間に, 結合力に相当する  $-\lambda\sigma_Y$  の一様応力が内圧として作用した状態.
- (e) 無亀裂状態の評価対象部材の (想定) 亀裂線上に作用する残留応力分布.
- (f) 長さ  $c$  の亀裂に (e)の応力分布が内圧として作用した状態.
- (g) 無亀裂状態の評価対象部材の (想定) 亀裂線上に作用する平均応力 (死荷重等に相当) 分布.
- (h) 長さ  $c$  の亀裂に (g) の応力分布が内圧として作用した状態.

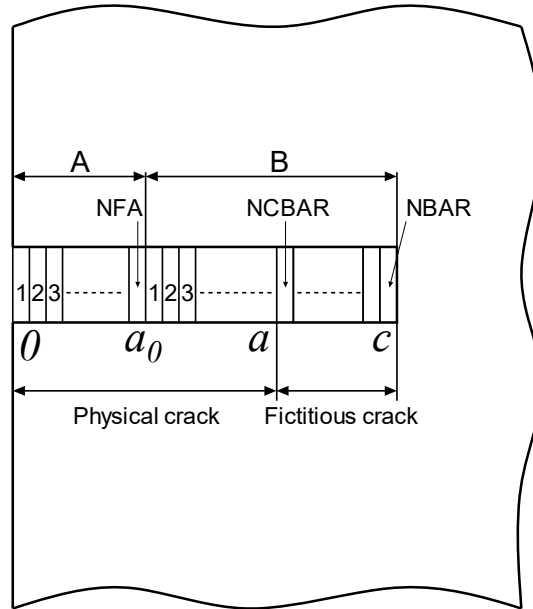


Fig.2.6 Arrangement of bar elements.

Fig.2.5 (a) の亀裂開口変位を求めるために, Fig.2.6 に例示するように亀裂面を微小区間に分割する. 領域 A は初期亀裂面  $[0, a_0]$  領域 B は実亀裂面  $[a_0, a]$  と塑性域  $[a, c]$  である.

次に, 塑性域  $[a, c]$  に亀裂面垂直方向荷重のみを受け持つ小片を埋め込む. 本研究では, この小片を“棒要素”と称する. 実亀裂先端の塑性域内に配置された棒要素は, 亀裂成長に従い実亀裂面  $[a_0, a]$  に取り込まれることになり, これにより残留引張変形層が表現できる. なお, 初期亀裂面である領域 A には, 初期状態でも棒要素は配置されない上, 疲労亀裂伝播に伴う棒要素の亀裂面への取り込みも生じないが, 開口変位計算などの観点及び, 次章で説明する初期亀裂面の接触を考慮するための定式化拡張に対応できるようにするため, 微小区間に分割している.

領域 A の分割番号を 1, 2, 3, … NFA と表現する. 領域 B の棒要素番号は 1, 2, 3, … NBAR とする. また実亀裂先端 (仮想亀裂側) に配置される棒要素番号を NCBAR とする.

Fig.2.5 (a) の  $x=x_j$  の時の亀裂開口変位  $V_{\max}(x_j)$  は Fig.2.5 (c), (d), (f), (h) における亀裂開口変位の和として, (2.13) 式で与えられる.

$$\begin{aligned}
 V_{\max}(x_j) = & P_{\max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & - \lambda \sigma_Y \sum_{i=NCBAR}^{NBAR} F_B(x_j, x_i, c) \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

ただし,

$(\sigma_{SA})_i, (\sigma_{SB})_i$	: $x=x_i$ における単位外荷重による応力 $\sigma_S(x)$
$(\sigma_{RA})_i, (\sigma_{RB})_i$	: $x=x_i$ における残留応力 $\sigma_R(x)$
$(\sigma_{DA})_i, (\sigma_{DB})_i$	: $x=x_i$ における残留応力 $\sigma_D(x)$
$\lambda$	: 塑性拘束係数

Fig.2.6 に示すように, A は初期亀裂に, B は実亀裂と仮想亀裂 (塑性域) に対応する.

仮想亀裂面 (塑性域) における棒要素の仮想変位  $V_{\max}(x_j)$  は塑性変形を生じており, 完全に除荷されたときは, Fig.2.7 (a) に示すように  $V_{\max}(x_j)$  から弾性変形分を差し引いた長さを保持する. このように応力が負荷されていない状態における棒要素の長さを“ゲージ長”と称し, 亀裂線上の位置  $x= x_j$  に配置されている棒要素のゲージ長を  $L_j$  と表記すると,  $L_j$  は次式で与えられる.

$$L_j = \frac{1}{1 + \lambda \sigma_Y / E} V_{\max}(x_j) \tag{2.14}$$

塑性域が初形成される場合は, Fig.2.6 において  $a=a_0$  とし, NCBAR=1 とする.

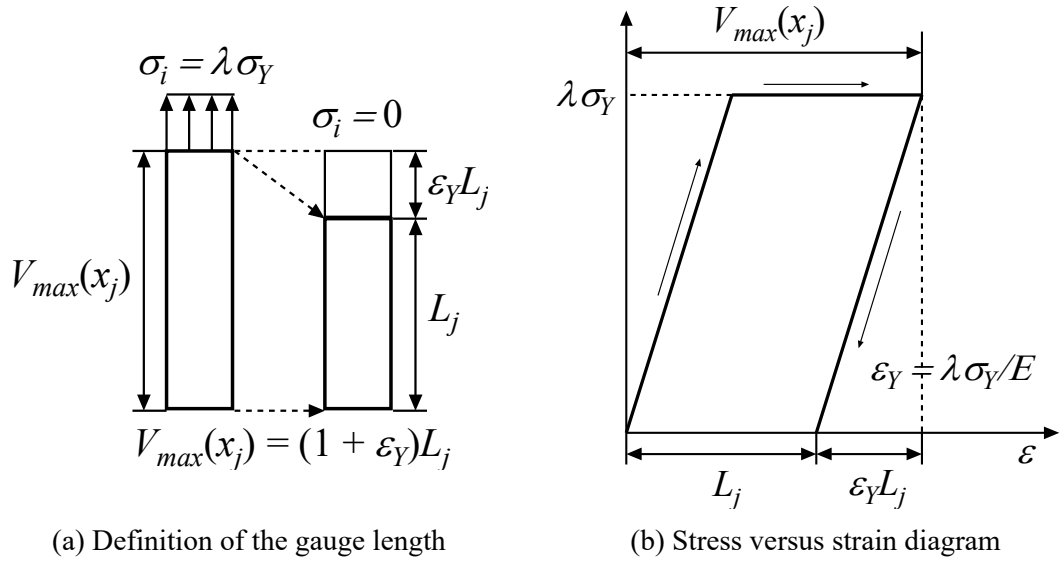


Fig.2.7 Schematic illustration of gauge length and stress versus strain diagram

## 2.2.2 最小荷重時

最小荷重時には、Fig.2.8 に示す重ね合わせの原理が成立するため、最小荷重時の亀裂開口変位  $V_{\min}(x_j)$  は (2.15) 式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 V_{\min}(x_j) = P_{\min} & \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_A)_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

ただし、 $(\sigma_A)_i$  および  $(\sigma_B)_i$  は亀裂線上の位置  $x=x_i$  において、最小荷重時に棒要素に作用する応力である。

ここで紹介する亀裂開閉口モデルでは初期亀裂面は圧縮荷重が作用しても受け持たないものであるので、初期亀裂面に相当する領域 A の全体に渡って  $(\sigma_A)_i=0$  である。一方、残留引張変形層が取り込まれた亀裂面に相当する領域 B に生じる応力  $(\sigma_B)_i$  は未知であるが、以下の手順に従うことで  $(\sigma_B)_i$  の値を導出できる。

最小荷重時に圧縮塑性域外では棒要素は弾性変形しか生じないため、仮想亀裂面の弾性領域と実亀裂部の弾性領域では (2.16) 式が成立する。

$$V_{\min}(x_j) = \left\{ 1 + (\sigma_B)_j / E' \right\} L_j \quad (2.16)$$

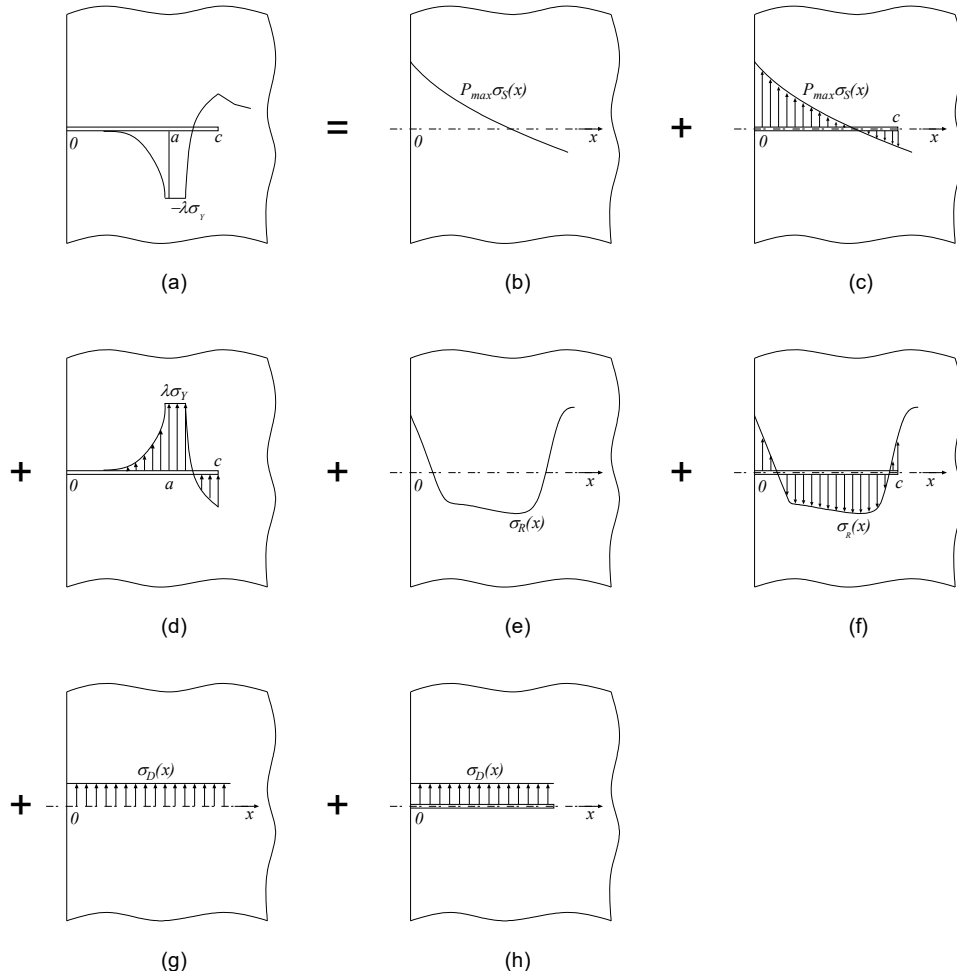


Fig.2.8 Principle of superposition at minimum stress condition.

この領域では、(2.15) 式と (2.16) 式より (2.17) 式が成立する。

$$\begin{aligned} \left\{ 1 + \frac{(\sigma_B)_j}{E'} \right\} L_j &= P_{\min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \\ &\quad + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ &\quad + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$



(2.17) 式を  $(\sigma_B)_j$  について解くと, (2.18) 式が得られる.

$$\begin{aligned}
 (\sigma_B)_j = & \left[ P_{min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
 & - \left\{ \sum_{i=1}^{j-1} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) + \sum_{i=j+1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & \left. - L_j \right] / \left\{ \frac{L_j}{E} + F_B(x_j, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

(2.18) 式を解く際には, (2.19) 式を考慮する必要がある.

実亀裂内  $[x_j < a]$

$$(\sigma_B)_j > 0 \text{ の時} \quad (\sigma_B)_j = 0$$

$$(\sigma_B)_j < -\lambda\sigma_Y \text{ の時} \quad (\sigma_B)_j = -\lambda\sigma_Y$$

仮想亀裂内  $[a < x_j < c]$

$$(\sigma_B)_j > \lambda\sigma_Y \text{ の時} \quad (\sigma_B)_j = \lambda\sigma_Y$$

$$(\sigma_B)_j < -\lambda\sigma_Y \text{ の時} \quad (\sigma_B)_j = -\lambda\sigma_Y$$

(2.19)

以上から  $(\sigma_B)_j$  が得られる. また, 最小荷重時に圧縮降伏している棒要素は  $(\sigma_B)_j = -\lambda\sigma_Y$  となるので,  $(\sigma_B)_j = -\lambda\sigma_Y$  である領域を算出することにより, 圧縮塑性域を同定できる.

圧縮塑性域では, 棒要素のゲージ長は (2.20) 式で与えられる.

$$L_j = \frac{1}{1 - \lambda\sigma_Y/E} V_{\max}(x_j) \tag{2.20}$$

最小荷重時に圧縮降伏を生じない弾性領域は, 最大荷重時のゲージ長 (2.14) 式を保持する.

### 2.2.3 RPG 荷重時

RPG 荷重は再負荷過程において亀裂先端に塑性域が生じ始めるときの荷重である。RPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RPG}(x_j)$  は (2.21) 式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 V_{RPG}(x_j) = & P_{RPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

(2.21) 式より，亀裂先端に配置された NCBAR 番目の棒要素は降伏しているため， $(\sigma_B)_{NCBAR} = \lambda \sigma_Y$  となる。

(2.21) 式で  $(\sigma_B)_{NCBAR} = \lambda \sigma_Y$  を代入して  $P_{RPG}$  について解くと，RPG 荷重が (2.22) 式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 P_{RPG} = & \left[ \left( 1 + \frac{\lambda \sigma_Y}{E^*} \right) L_{NCBAR} + \left\{ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq NCBAR}}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) + \lambda \sigma_Y F_B(x_{NCBAR}, x_{NCBAR}, c) \right\} \right. \\
 & - \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \\
 & \left. - \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \right] \\
 & / \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

また、 $j \neq NCBAR$  の場合に (2.23) 式が成立する。

$$\begin{aligned}
(\sigma_B)_j = & \left[ P_{RPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \lambda \sigma_Y F_B(x_j, x_{NCBAR}, c) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \\ i \neq NCBAR}}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& \left. - L_j \right] / \left( \frac{L_j}{E} + F_B(x_j, x_i, c) \right) \tag{2.23}
\end{aligned}$$

(2.23) 式で、 $L_j$  は直前の最小荷重時のゲージ長である。

(2.22) 式から求めた RPG 荷重を (2.23) 式に代入することで、RPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RPG}(x_j)$  を求めることができる。

#### 2.2.4 最大荷重時（現塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも内側に存在する場合）

最大荷重時に生じた引張塑性域が過去に生じた最大の引張塑性域よりも内側に存在する場合は、同じ最大荷重時でも 2.2.1 で説明した場合と亀裂線上応力分布の一部が異なるため、重ね合わせの原理より (2.24) 式が成立する。

$$\begin{aligned}
\left\{ 1 + \frac{(\sigma_B)_i}{E} \right\} L_j = & P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \right] \tag{2.24}
\end{aligned}$$

(2.24) 式中の  $(\sigma_B)_j$  について解くと

$$\begin{aligned}
(\sigma_B)_j = & \left[ P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{j-1} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) + \sum_{i=j+1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right] \\
& - L_j \left/ \left( \frac{L_j}{E} + F_B(x_j, x_i, c) \right) \right.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

ただし、 $L_j$ は直前の最小荷重時におけるゲージ長である。

引張塑性域では $(\sigma_B)_j = \lambda \sigma_Y$ である。その引張塑性域では棒要素ゲージ長は(2.14)式で計算する。(2.25)式で求めた $(\sigma_B)_j$ により、この場合の最大荷重時の亀裂開口変位 $V_{\max}(x_j)$ は(2.26)式となる。

$$\begin{aligned}
V_{\max}(x_j) = & \left[ P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{2.26}$$

### 2.2.5 RCPG 荷重時

RCPG 荷重は除荷過程において実亀裂先端の圧縮塑性域が形成され始める時の荷重である。RCPG 荷重時の亀裂開口変位 $V_{RCPG}(x_j)$ は、最小荷重時の場合と同様の重ね合わせが適用でき、(2.27)式で与えられる

$$\begin{aligned}
V_{RCPG}(x_j) = & P_{RCPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

(2.27) 式において、亀裂先端に配置されている NCBAR 番目の棒要素は圧縮塑性しているため、 $(\sigma_B)_{NCBAR} = -\lambda\sigma_Y$  となり、これを (2.27) 式に代入して  $P_{RCPG}$  について解くと (2.28) 式を得る。

$$\begin{aligned}
P_{RCPG} = & \left[ \left(1 - \frac{\lambda\sigma_Y}{E}\right) L_{NCBAR} + \left\{ \sum_{i=NCBAR}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) - \lambda\sigma_Y F_B(x_{NCBAR}, x_{NCBAR}, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \right] \\
& / \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

更に、 $j \neq NCBAR$  の場合には (2.29) 式が成立する。

$$\begin{aligned}
(\sigma_B)_j = & \left[ P_{RCPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ -\lambda\sigma_Y F_B(x_j, x_{NCBAR}, c) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \\ i \neq NCBAR}}^{NBAR} (\sigma_B)_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right] \\
& - L_j \Big/ \left( \frac{L_j}{E} + F_B(x_j, x_i, c) \right)
\end{aligned} \tag{2.29}$$

ただし、 $L_j$ は直前の最大荷重時におけるゲージ長である。

(2.28) 式、(2.29) 式より得られた  $P_{RCPG}$  や  $(\sigma_B)_j$  を (2.27) 式に代入し RCPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RCPG}(x_j)$  を求めることが可能となる。

### 2.3 結言

本章では従来の亀裂開閉口モデルと初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルの概説を行った。また、各モデルにおける各荷重段階での応力分布と亀裂開口変位の導出手順について詳細を説明した。次章以降で初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルの妥当性について検証する。

## 第2章 参考文献

- 1) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.: Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, International Journal of Fatigue, Vol. 26, No9, 2004, pp.983-992.
- 2) Dill, H.D. and Saff, C.R.: Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTMSTP-595, 1976, p.157
- 3) Newman, J.C.: Fastran II -A Fatigue Crack Growth Structural Analysis Program, NASA TM-104159, 1992.
- 4) Dugdale, D.S.: Yielding of Steel Sheets Containing Slits, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol.8, 1960, pp.100-104.
- 5) Paris, P.C.: The Mechanics of Fracture Propagation and Solution to Fracture Arresters Problem, Document D2-2195, The Boeing Company, 1957.
- 6) Irwin, G.R.: Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness, Proceedings of the 7<sup>th</sup> Sagamore Conference, 1960, pp.IV.63-IV.77.

# 第 3 章 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂結合力モデルに基づく疲労亀裂伝播シミュレーション

## 3.1 緒言

作用応力に圧縮荷重が含まれる場合，初期亀裂面は接触する可能性が懸念される．一方，前章で説明した疲労亀裂伝播シミュレーションでは，その評価対象とされた応力条件は応力比が正の場合が大部分であったため，従来の亀裂開閉口モデルでは初期亀裂面の接触は考慮されていない．

本章では圧縮応力が含まれる場合に懸念される初期亀裂面の接触を考慮可能なように，前章に示した亀裂開閉口モデルを改良した「拡張亀裂亀裂開閉口モデル」について説明する．

## 3.2 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデル

本項では，各荷重段階における初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルの定式化を示す．

### 3.2.1 最大荷重時（現荷重により塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも外側に存在する場合）

拡張亀裂開閉口モデルは従来の亀裂開閉口モデルと同様に，最大荷重時の亀裂開口変位を Fig.2.3 (b) ~ (h) の重ね合わせにより算出可能である．また，拡張亀裂開閉口モデルにおける初期亀裂先端以降の棒要素の配置は，従来の亀裂開閉口モデルにおける初期亀裂先端以降の棒要素の配置と同様であり，拡張亀裂開閉口モデルの初期亀裂面には NFA 個の棒要素を配置する．初期亀裂面，実亀裂面，仮想亀裂面に配置した棒要素に作用する応力を計算過程に考慮する場合，初期亀裂面からの棒要素番号を 1, 2, 3, … (NFA+NBAR) とする．

Fig.2.3 (a) の  $x=x_j$  における亀裂開口変位は (3.1) 式で与えられる．

$$\begin{aligned}
V_{max}(x_j) = & P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \lambda \sigma_Y \sum_{i=NFA+NCBAR}^{NFA+NBAR} F_{AB}(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

添字の AB は初期亀裂面，実亀裂面，仮想亀裂面に対応する．

仮想亀裂面に配置された棒要素 ( $i=NFA+NCBAR \sim NFA+NBAR$ ) には仮想亀裂  $V_{max}(x_j)$  が生じるが，この領域に配置された棒要素は塑性変形を生じることから，完全に除荷されても Fig.2.7 (a) に示すように， $V_{max}(x_j)$  から弾性変形分を差し引いた長さを保持する．従って，棒要素のゲージ長は (2.14) 式で与えられる．

最大荷重時の引張塑性域が初めて形成される場合，Fig.2.6 で  $a=a_0$  として， $NFA+NCBAR=1$  から順に棒要素番号を設定する．

### 3.2.2 最小荷重時

最小荷重時には Fig.2.8 に示す重ね合わせが成立する．したがって，最小荷重時の亀裂開口変位  $V_{min}(x_j)$  は (3.2) 式で与えられる．

$$\begin{aligned}
V_{min}(x_j) = & P_{min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

ただし， $(\sigma_{AB})_{i;x=x_i}$  における最小荷重時に棒要素に作用する応力である．

$(\sigma_{AB})_i$  は現時点では未知数であり，以下にその算出方法を述べる．

最小荷重時に圧縮塑性しない領域では，棒要素には弾性変形しか生じないため，仮想亀裂部の弾性域及び初期亀裂面を含む実亀裂面の亀裂開口領域の弾性域では (3.3) 式が成立する．



$$V_{\min}(x_j) = \{1 + (\sigma_{AB})_j / E\} L_j \quad (3.3)$$

(3.2) 式と (3.3) 式から (3.4) 式が成立する.

$$\begin{aligned} \left\{1 + \frac{(\sigma_{AB})_j}{E}\right\} L_j &= P_{\min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\ &\quad + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ &\quad + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.4) 式で  $(\sigma_{AB})_j$  について解くと (3.5) 式が得られる.

$$\begin{aligned} (\sigma_{AB})_j &= \left[ P_{\min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\ &\quad - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{j-1} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) + \sum_{i=j+1}^{NBAR} (\sigma_{AB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\ &\quad + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\ &\quad + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\ &\quad \left. - L_j \right] / \left\{ \frac{L_j}{E} + F_{AB}(x_j, x_i, c) \right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

(3.5) 式を解くにあたって (3.6) 式を満たす必要がある.

実亀裂内  $[x_j < a]$

$$\begin{aligned} (\sigma_{AB})_j > 0 \text{ の時} & \quad (\sigma_{AB})_j = 0 \\ (\sigma_{AB})_j < -\lambda\sigma_Y \text{ の時} & \quad (\sigma_{AB})_j = -\lambda\sigma_Y \end{aligned}$$

仮想亀裂内  $[a < x_j < c]$

$$\begin{aligned} (\sigma_{AB})_j > \lambda\sigma_Y \text{ の時} & \quad (\sigma_{AB})_j = \lambda\sigma_Y \\ (\sigma_{AB})_j < -\lambda\sigma_Y \text{ の時} & \quad (\sigma_{AB})_j = -\lambda\sigma_Y \end{aligned} \quad (3.6)$$

以上から初期亀裂面, 実亀裂面, 仮想亀裂面での棒要素に作用する応力  $(\sigma_{AB})_j$  が得られ, 最小荷重時の亀裂開口変位  $V_{\min}(x_j)$  を算出することが可能となる. また, 最小荷重時

において圧縮降伏領域の棒要素は  $(\sigma_{AB})_j = -\lambda\sigma_Y$  となり、これを満たす範囲として圧縮塑性域先端を決定できる。

$(\sigma_{AB})_j = -\lambda\sigma_Y$  を満たす圧縮塑性領域では、棒要素のゲージ長は (3.7) 式で与えられる。

$$L_j = \frac{1}{1 - \lambda\sigma_Y/E} V_{\min}(x_j) \quad (3.7)$$

最小荷重時に圧縮降伏しない領域では、最大荷重時のゲージ長 (2.14) 式を保持する。

### 3.2.3 RPG 荷重時

RPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RPG}(x_j)$  は最小荷重時と同様に考え、(3.8) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_{RPG}(x_j) = & P_{RPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ & - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

亀裂先端に配置された棒要素は引張降伏するため、 $(\sigma_{AB})_{NFA+NBAR} = \lambda\sigma_Y$  となる。したがって  $j = NCBAR$  の場合に (3.8) 式を  $P_{RPG}$  について解くことで (3.9) 式が得られる。

$$\begin{aligned} P_{RPG} = & \left[ \left( 1 + \frac{\lambda\sigma_Y}{E} \right) L_{NFA+NCBAR} + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_{NFA+NCBAR}, x_i, c) + \lambda\sigma_Y F_{AB}(x_{NFA+NCBAR}, x_{NFA+NCBAR}, c) \right\} \right. \\ & - \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \\ & - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \right] \\ & / \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_{NCBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_{NCBAR}, x_i, c) \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$j \neq NFA + NCBAR$  の場合には (3.10) 式が成立する。

$$\begin{aligned}
(\sigma_{AB})_j = & \left[ P_{RPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ \lambda \sigma_Y F_{AB}(x_j, x_{NFA+NBAR}, c) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \\ i \neq NFA+NBAR}}^{NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right] \\
& - L_j \left] / \left( \frac{L_j}{E} + F_{AB}(x_j, x_i, c) \right)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$L_j$ は直前の最小荷重時におけるゲージ長である。

以上から得られた  $P_{RPG}$ ,  $(\sigma_{AB})_j$  を (3.8) 式に代入することで RPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RPG}(x_j)$  を求めることが可能となる。

### 3.2.4 最大荷重時（現塑性域先端が過去に生じた塑性域よりも内側に存在する場合）

最大荷重時に生じた引張塑性域が過去に生じた最大の塑性域よりも内側に留まる場合は (3.4) 式と同様の関係が成立する。すなわち、

$$\begin{aligned}
\left\{ 1 + \frac{(\sigma_{AB})_j}{E} \right\} L_j = & P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

(3.11) 式において  $(\sigma_{AB})_j$  について解くと,

$$\begin{aligned}
(\sigma_{AB})_j = & \left[ P_{min} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left\{ \sum_{i=1}^{j-1} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) + \sum_{i=j+1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& \left. - L_j \right] / \left\{ \frac{L_j}{E} + F_{AB}(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$L_j$  は直前の最小荷重時における棒要素のゲージ長である.

(3.12) 式において, 引張塑性域では  $(\sigma_{AB})_j = \lambda \sigma_Y$  であり, これを満たす範囲として現在の最大荷重による引張塑性域先端を決定可能となる. また,  $(\sigma_{AB})_j = \lambda \sigma_Y$  を満たす引張塑性域では棒要素ゲージ長は (2.14) 式により求められる.

(3.12) 式により算出した  $(\sigma_{AB})_j$  を用いて, 現最大荷重時の亀裂開口変位  $V_{max}(x_j)$  は (3.13) 式で与えられる.

$$\begin{aligned}
V_{max}(x_j) = & P_{max} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

### 3.2.5 RCPG 荷重時

RCPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RCPG}(x_j)$ は最小荷重時と同様の重ね合わせが適用できる.

$$\begin{aligned}
 V_{RCPG}(x_j) = & P_{RCPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & - \sum_{i=1}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \\
 & + \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

ただし, 亀裂先端に配置された棒要素は圧縮降伏しているため,  $(\sigma_{AB})_{NFA+NBAR} = -\lambda\sigma_Y$ となる. したがって,  $j=NBAR$  の場合に (3.14) 式を  $P_{RCPG}$  について解くことで (3.15) 式が得られる.

$$\begin{aligned}
 P_{RCPG} = & \left[ \left(1 - \frac{\lambda\sigma_Y}{E}\right) L_{NFA+NBAR} + \left\{ \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_{NFA+NBAR}, x_i, c) - \lambda\sigma_Y F_{AB}(x_{NFA+NBAR}, x_{NFA+NBAR}, c) \right\} \right. \\
 & - \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_{NBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_{NBAR}, x_i, c) \right\} \\
 & - \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_{NBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_{NBAR}, x_i, c) \right\} \right] \\
 & / \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_{NBAR}, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_{NBAR}, x_i, c) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

また,  $j \neq NFA + NCBAR$  の場合には (3.16) 式が成立する.

$$\begin{aligned}
(\sigma_{AB})_j = & \left[ P_{RCPG} \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{SA})_i F_A(x_j, x_i, c) - \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{SB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& - \left. \left\{ -\lambda \sigma_Y F_{AB}(x_j, x_{NFA+NCBAR}, c) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \\ i \neq NFA+NCBAR}}^{NFA+NBAR} (\sigma_{AB})_i F_{AB}(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{RA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{RB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ \sum_{i=1}^{NFA} (\sigma_{DA})_i F_A(x_j, x_i, c) + \sum_{i=1}^{NBAR} (\sigma_{DB})_i F_B(x_j, x_i, c) \right\} \right] \\
& - L_j \left/ \left( \frac{L_j}{E} + F_B(x_j, x_i, c) \right) \right.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$L_j$  は直前の最大荷重時におけるゲージ長である.

以上から得られた  $P_{RCPG}$ ,  $(\sigma_{AB})_j$  を (3.14) 式に代入することで RCPG 荷重時の亀裂開口変位  $V_{RCPG}(x_j)$  を求めることが可能となる.

### 3.3 初期亀裂面の接触を考慮した亀裂結合カモデルによる亀裂開

#### 口変位の推定

亀裂結合カモデルに基づく疲労亀裂開閉口モデルでは, 亀裂先端に形成される塑性域に相当する仮想亀裂部及び亀裂進展に伴い亀裂面に取り込まれた残留引張変形層を一次元の棒要素で表現することで亀裂開閉口現象を考慮している. (Fig.3.1 参照).

本章では, 従来モデルにおいてゲージ長さ 0 の棒要素を初期亀裂部 (Fig.3.1 中の Initial crack 部) にも配置することで初期亀裂面が接触する領域でも圧縮の反力を受け持てるように亀裂開閉口モデルを改良した.

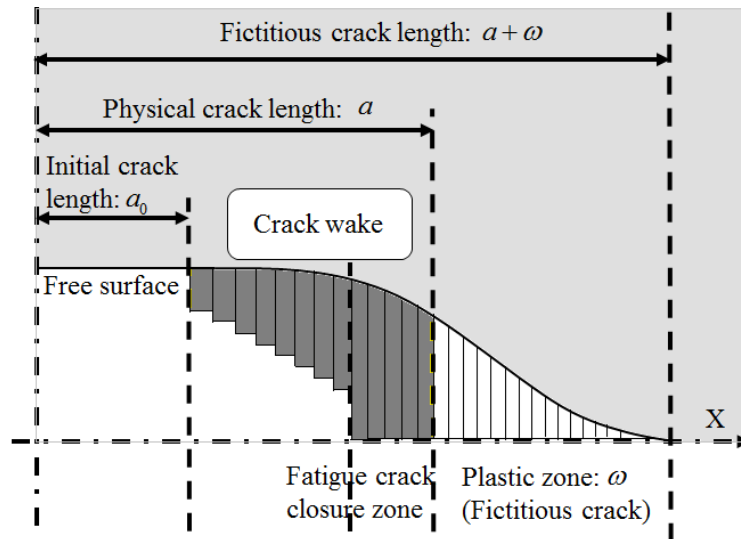


Fig.3.1 Improved strip yield model, which can consider the crack closure over initial crack surface

### 3.3.1 仮想 COD の算出

亀裂結合モデルでは、亀裂先端の塑性域まで仮想の亀裂としている。過去に実施された実験と弾塑性 FE 解析の結果から、亀裂先端近傍の塑性域内の任意位置  $x$  における塑性ひずみを亀裂垂直方向に積分した値  $L(x)$  と仮想亀裂 COD  $V(x)$  の間に次式が成立することが示されている<sup>1)2)3)</sup>。

$$V(x) = 2(1 + \sigma_Y/E)L(x) \quad (3.17)$$

$$L(x) = \int_0^{Y'} \varepsilon_{yy}^p(x, y) dy \quad (3.18)$$

ただし、

$\sigma_Y$ :	降伏応力
$E$ :	ヤング率
$\varepsilon_{yy}^p(x, y)$ :	塑性域任意位置 $(x, y)$ での塑性ひずみ
$Y'$ :	亀裂線垂直方向の塑性域長さ

### 3.3.2 FEM モデルと解析条件

本章で提案する初期亀裂面の接触を考慮可能な亀裂開閉口モデルの妥当性検証のため、無載荷→最大荷重→最小荷重の順序で載荷したときの最小荷重段階における亀裂線上応力分布と亀裂開口変位について、改良モデルに基づく数値解析結果を弾塑性 FE 解析の結果と比較する。弾塑性 FE 解析には汎用非線形 FE 解析コード MSC Marc 2019 用

いた。解析条件を Table 3.1 に示す。Fig.3.2 に FEM モデルを例示し、同図中に節点数と最小要素寸法の一例を示す。FE モデルでは最小寸法の要素を亀裂線上と亀裂先端の塑性域が形成される領域に配置した。

Table 3.1 Analysis conditions.

Specimen type	CCT specimen
Specimen width ( $W$ ) [mm]	50.0
Half crack length ( $a_0$ ) [mm]	12.5, 25.0, 37.5
Number of nodes and elements in FE analysis	216644, 215444
Yield stress ( $\sigma_Y$ ) [MPa]	300
Plastic constraint factor ( $\lambda$ )	1.12
Young's modulus ( $E$ ) [MPa]	206000

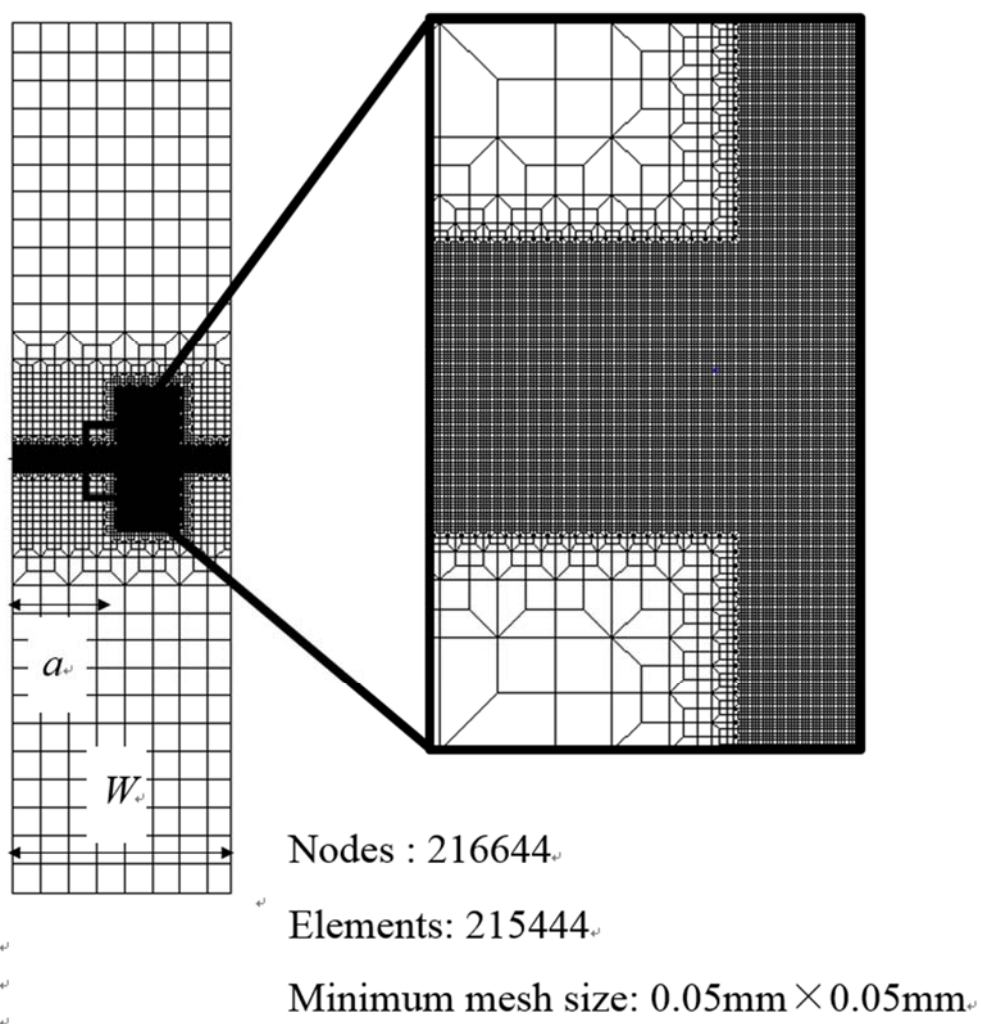


Fig.3.2 Mesh model for FEM analysis



### 3.3.3 荷重条件

以下に示す亀裂寸法と荷重条件で解析を実施した。ただし、 $\sigma_{net}$  はネット応力であり、外荷重を実断面積で除した値である。

Table 3.2 Stress conditions

Calculation ID	$a/W$	$\sigma_{net}/\sigma_Y$		Stress ratio:R
		maximum	minimum	
1-1	0.25	0.50	0.00	0.00
1-2			-0.25	-0.50
1-3			-0.50	-1.00
1-4			-0.75	-1.50
1-5		0.75	0.00	0.00
1-6			-0.25	-0.33
1-7			-0.50	-0.67
1-8			-0.75	-1.00
1-9			-1.00	-1.33
2-1	0.50	0.50	0.00	0.00
2-2			-0.25	-0.50
2-3			-0.50	-1.00
2-4			-0.75	-1.50
2-5		0.75	0.00	0.00
2-6			-0.25	-0.33
2-7			-0.50	-0.67
2-8			-0.75	-1.00
2-9			-1.00	-1.33
3-1	0.75	0.50	0.00	0.00
3-2			-0.25	-0.50
3-3			-0.50	-1.00
3-4			-0.75	-1.50
3-5		0.75	0.00	0.00
3-6			-0.25	-0.33
3-7			-0.50	-0.67
3-8			-0.75	-1.00
3-9			-1.00	-1.33

### 3.3.4 拡張亀裂開閉口モデルにおける妥当性の検証

最小荷重時における亀裂面に作用する応力分布と亀裂開口変位に関して、従来の初期亀裂面の接触を考慮しない亀裂開閉口モデル、改良後の初期亀裂面の接触を考慮可能な亀裂開閉口モデルによる解析結果と FE 解析結果を比較した。ただし、 $\lambda$ は塑性拘束係数である。Dugdale モデルを基礎としたこの亀裂開閉口モデルでは、材料を弾完全塑性体と仮定しており、実際より大きめの COD を与えるため、全面降伏時の実断面応力を降伏応力で除した塑性拘束係数 $\lambda$ を用いることで補正している<sup>3)</sup>。

(1)  $a_0/W=0.25$

(a)  $(\sigma_{net})_{max}/\sigma_Y=0.50, (\sigma_{net})_{min}/\sigma_Y=0.00$

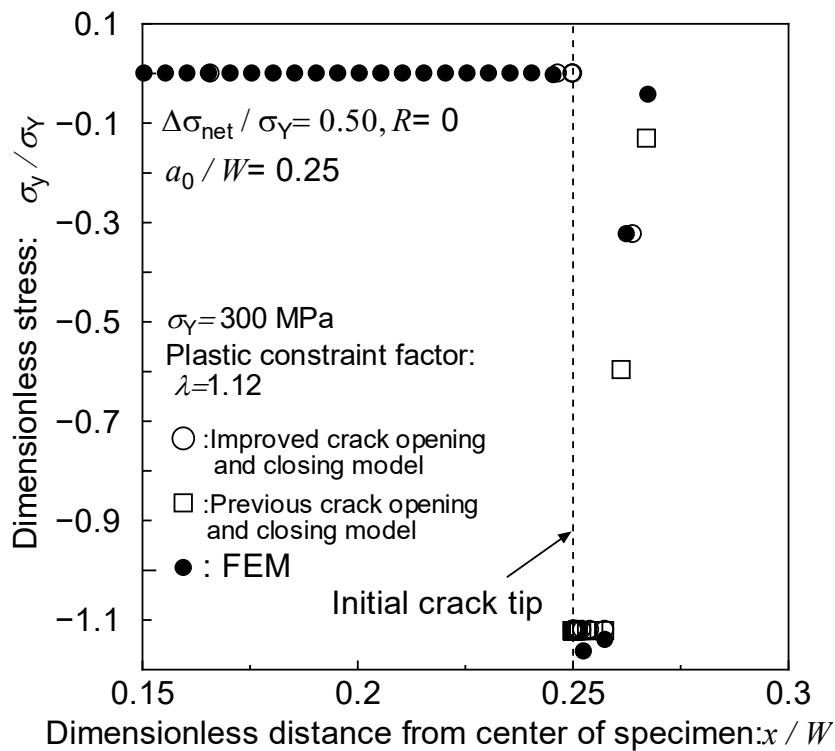


Fig.3.3 Dimensionless stress distribution along a crack line.

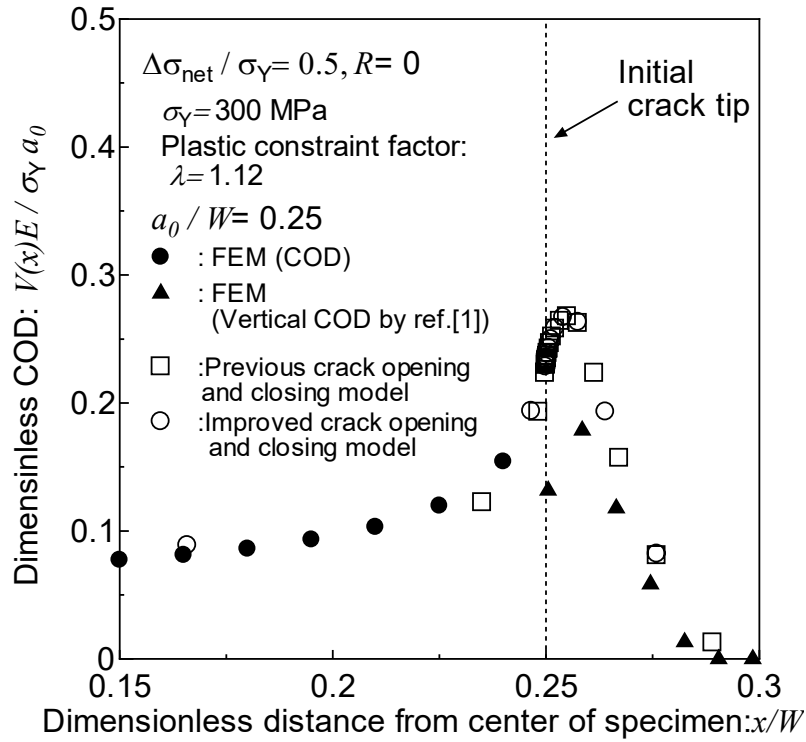


Fig.3.4 Dimensionless COD.

(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

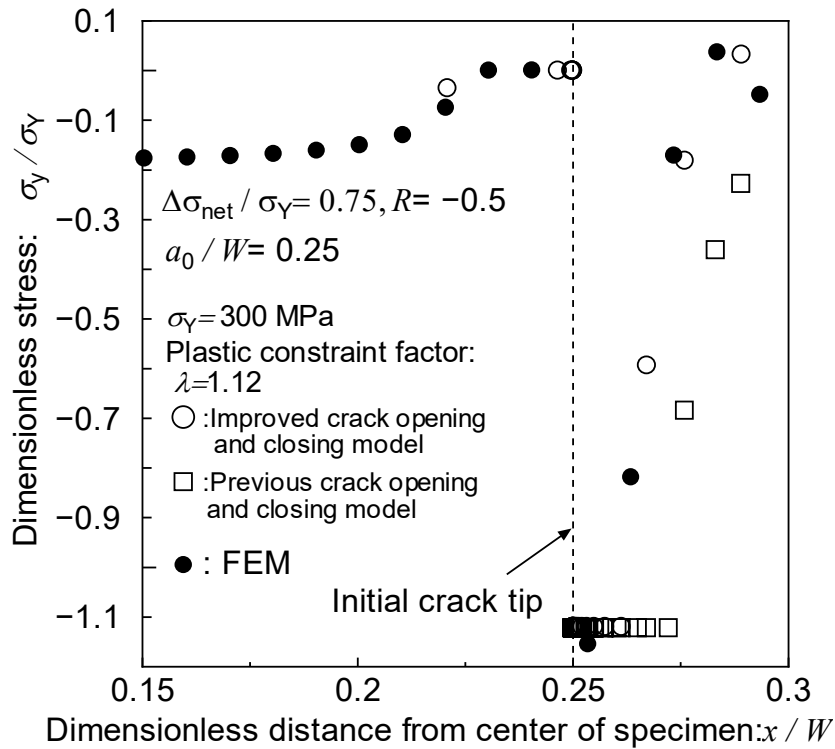


Fig.3.5 Dimensionless stress distribution along a crack line.

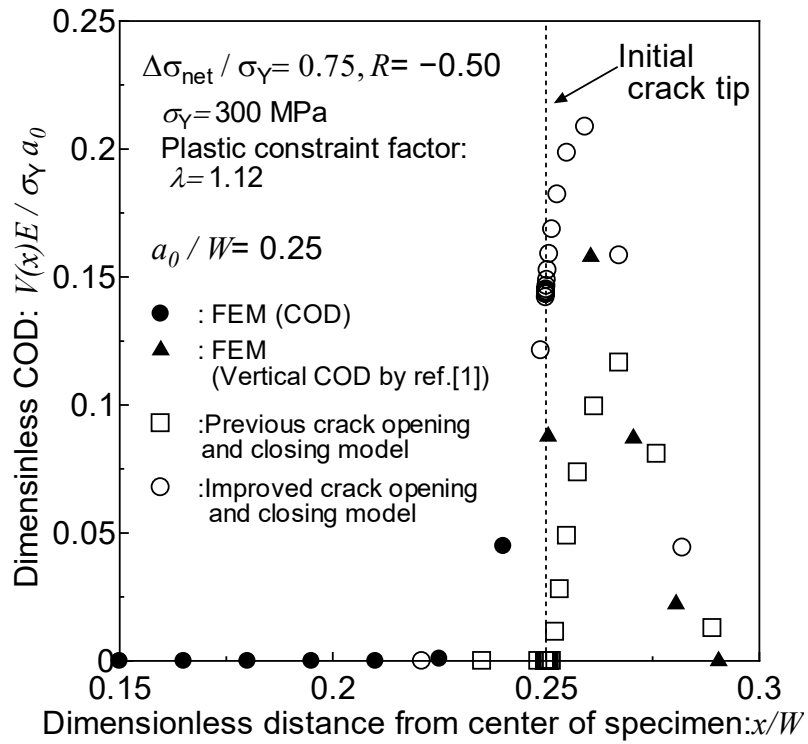


Fig.3.6 Dimensionless COD.

(c)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

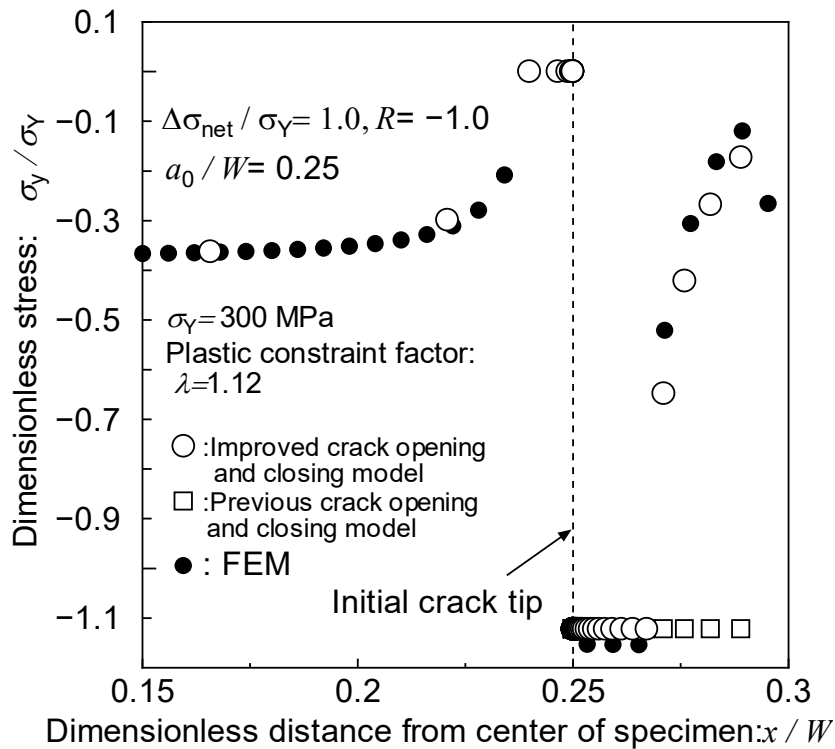


Fig.3.7 Dimensionless stress distribution along a crack line.

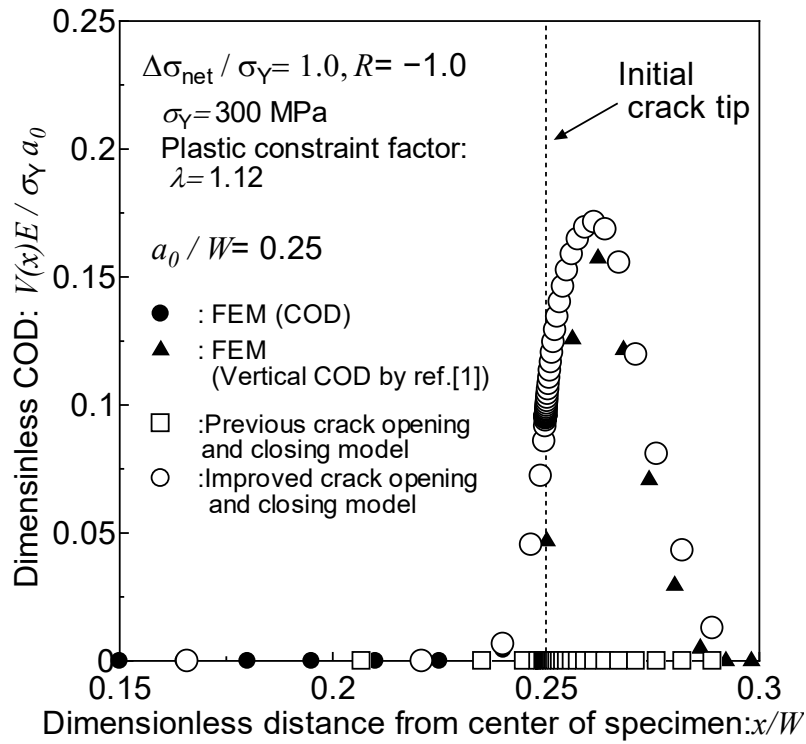


Fig.3.8 Dimensionless COD.

(d)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

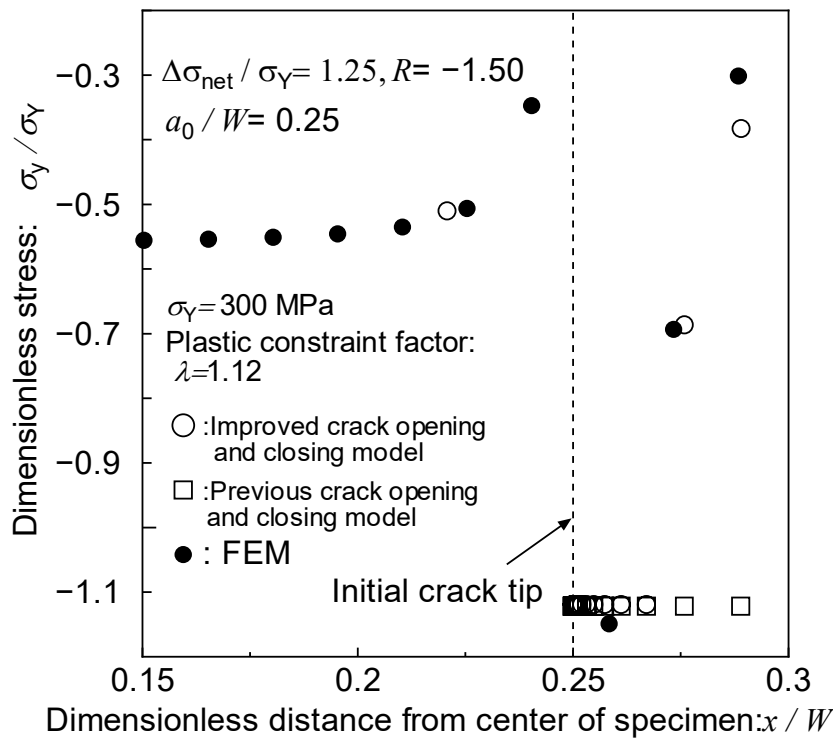


Fig.3.9 Dimensionless stress distribution along a crack line.

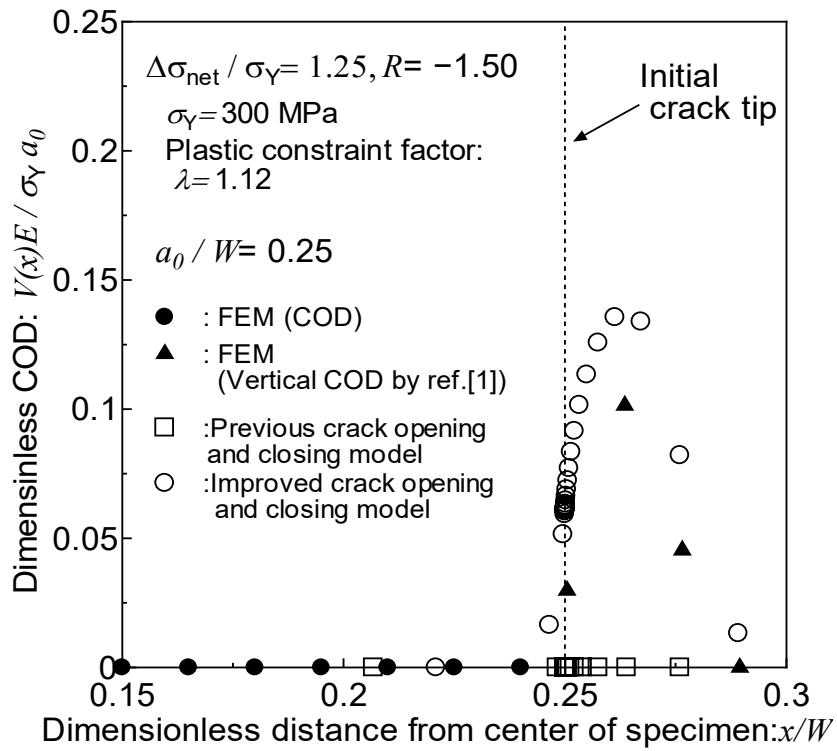


Fig.3.10 Dimensionless COD.

(e)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = 0.00$

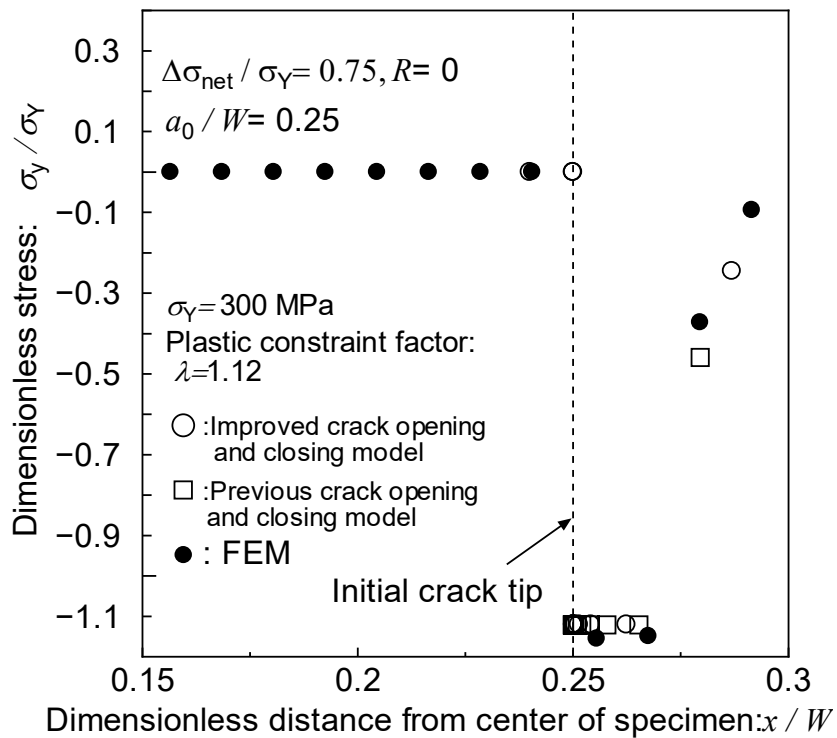


Fig.3.11 Dimensionless stress distribution along a crack line.

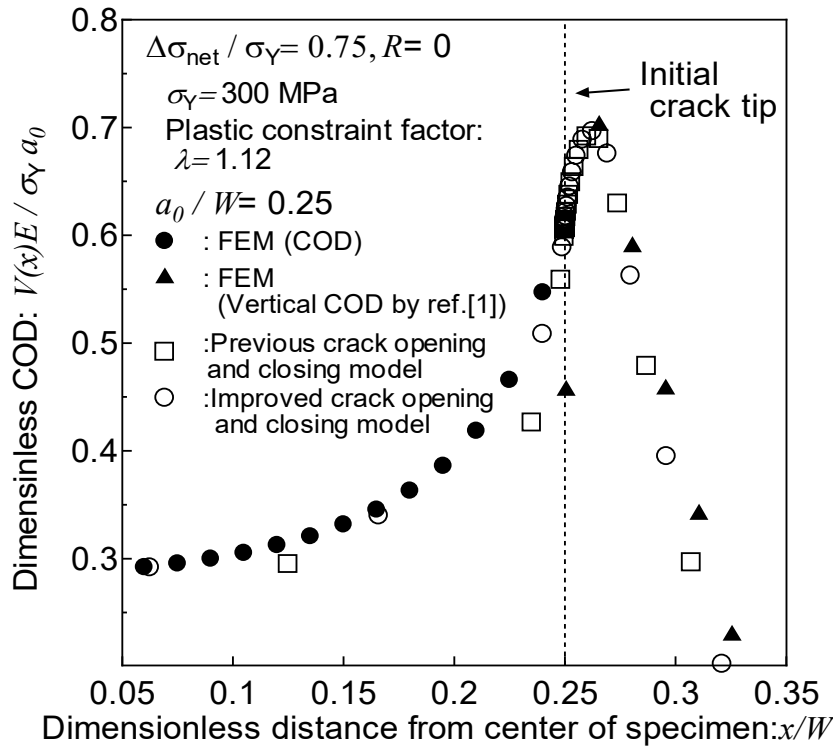


Fig.3.12 Dimensionless COD.

(f)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

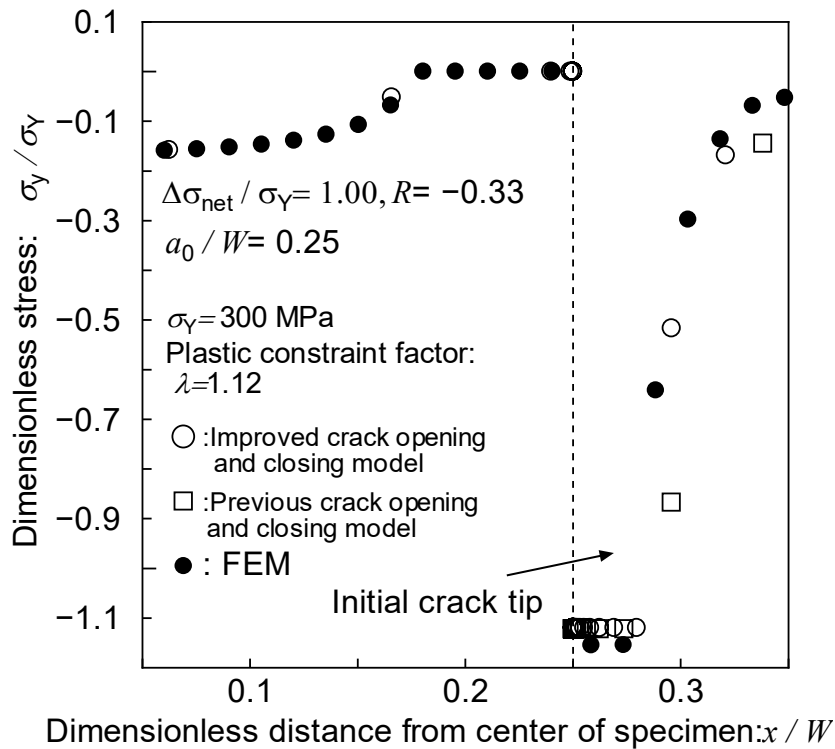


Fig.3.13 Dimensionless stress distribution along a crack line.

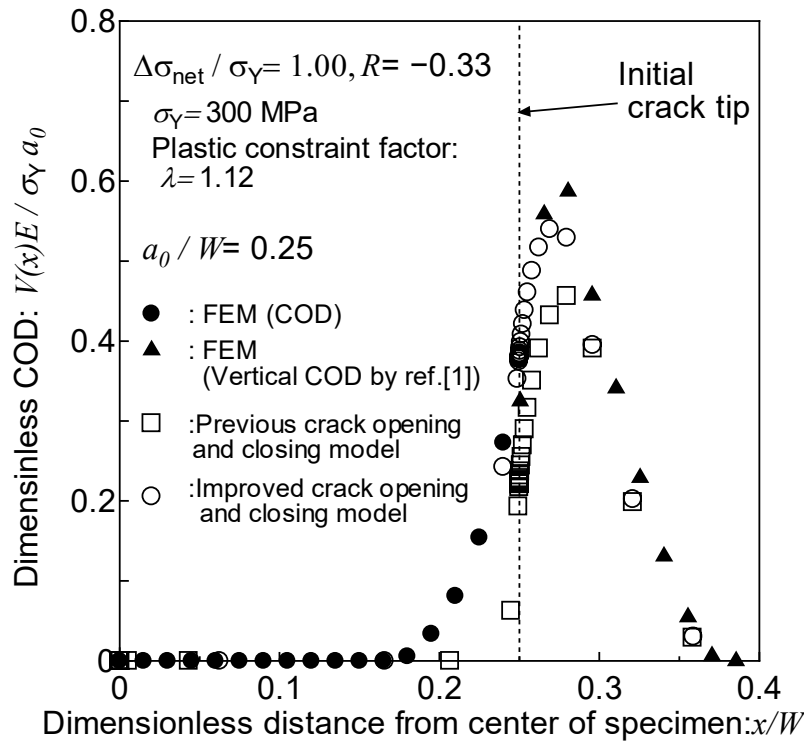


Fig.3.14 Dimensionless COD.

(g)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

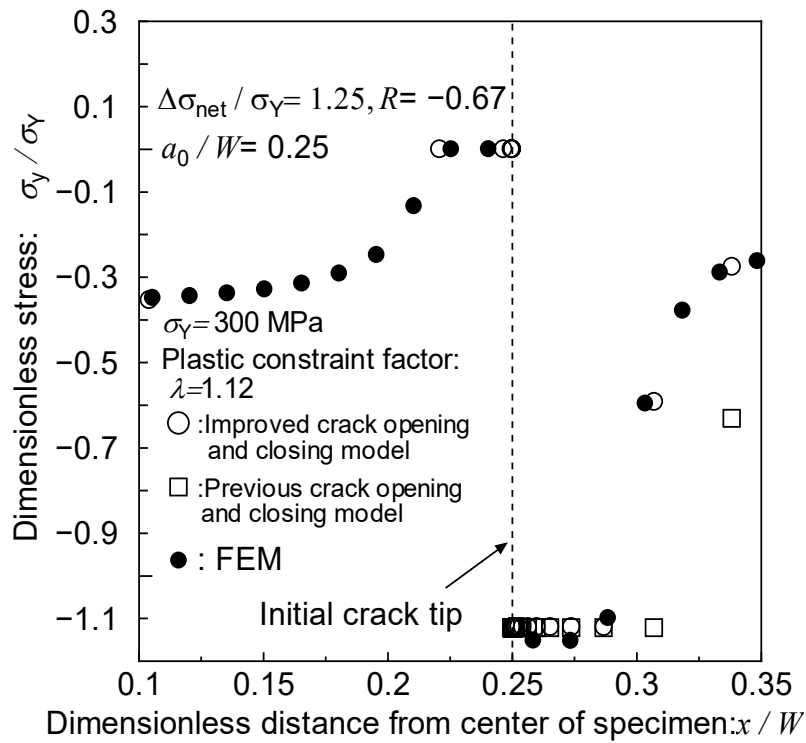


Fig.3.15 Dimensionless stress distribution along a crack line.



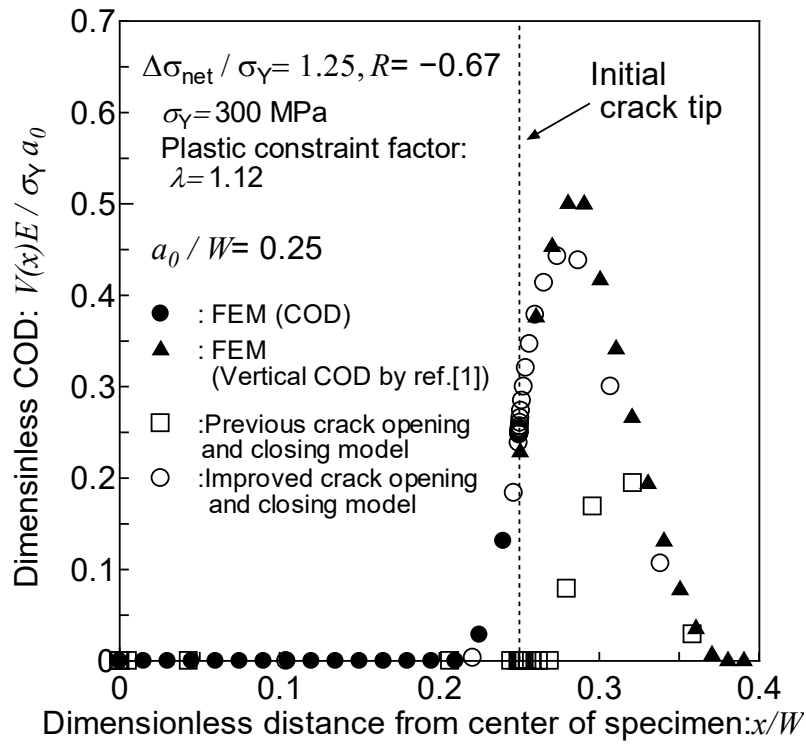


Fig.3.16 Dimensionless COD.

(h)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

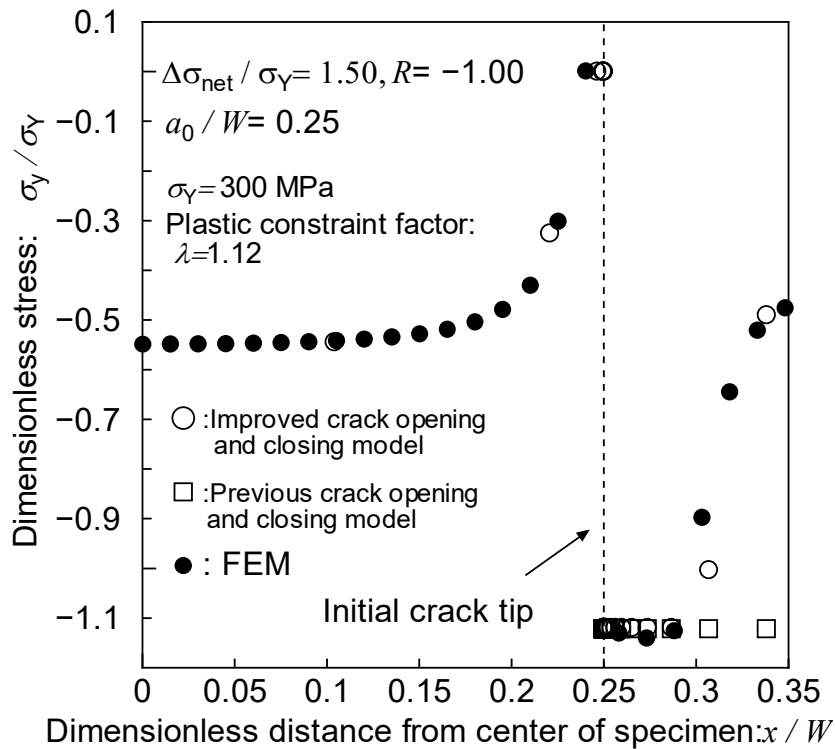


Fig.3.17 Dimensionless stress distribution along a crack line.

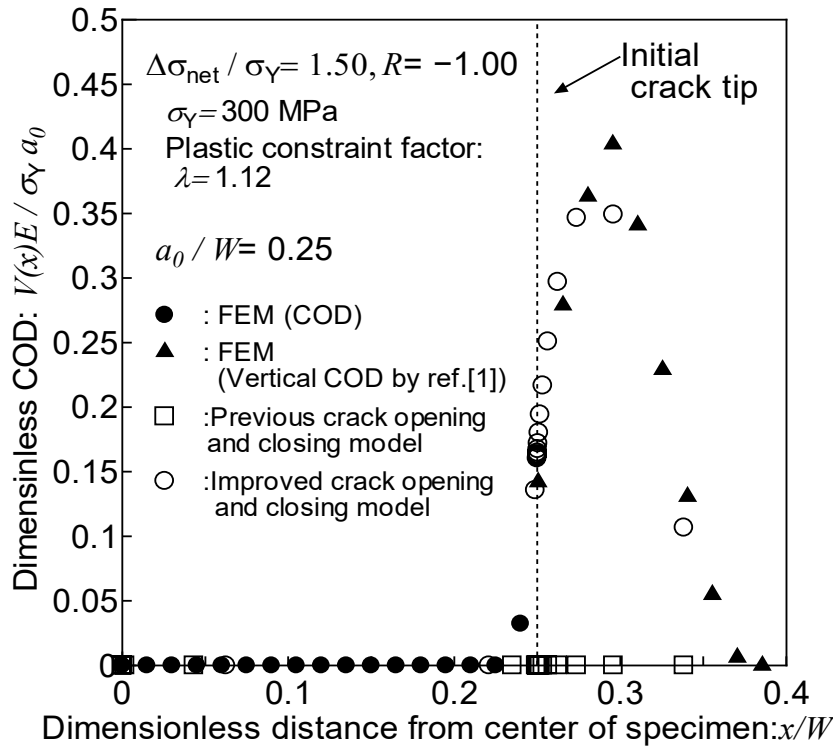


Fig.3.18 Dimensionless COD.

(i)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -1.0$

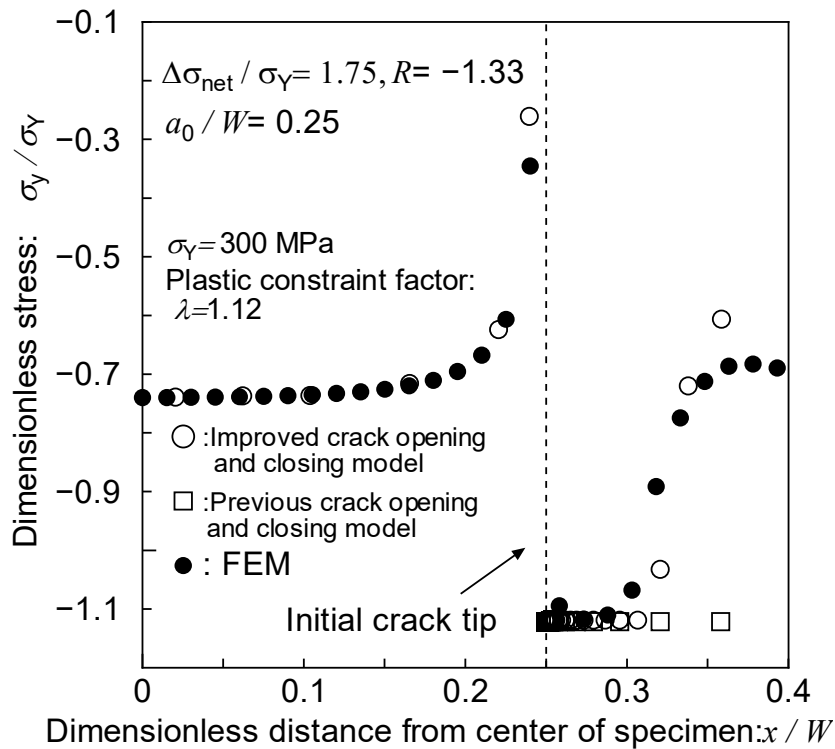


Fig.3.19 Dimensionless stress distribution along a crack line.

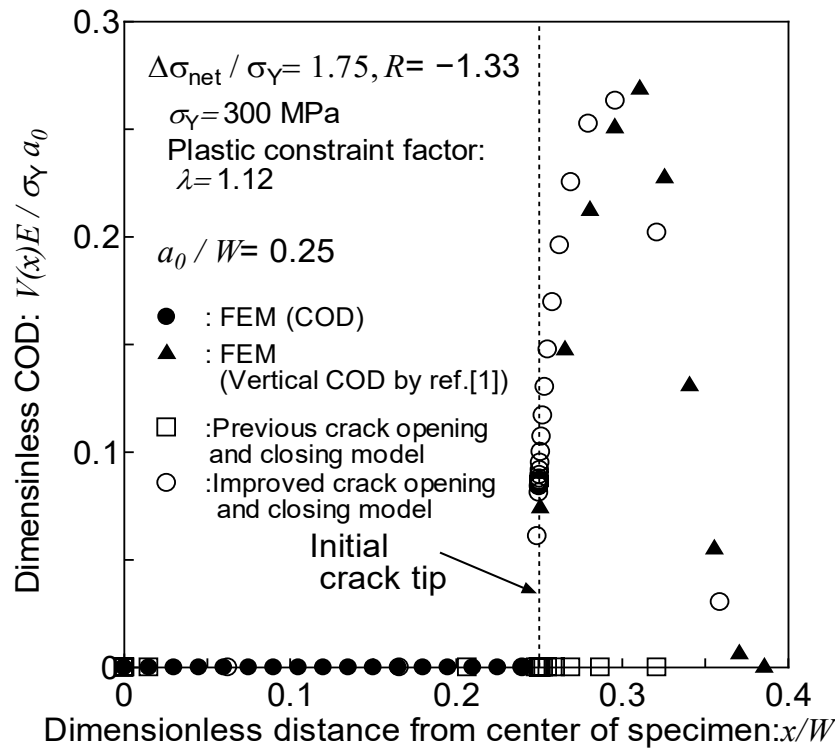


Fig.3.20 Dimensionless COD.

(2)  $a_0/W=0.50$

(a)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = 0.00$

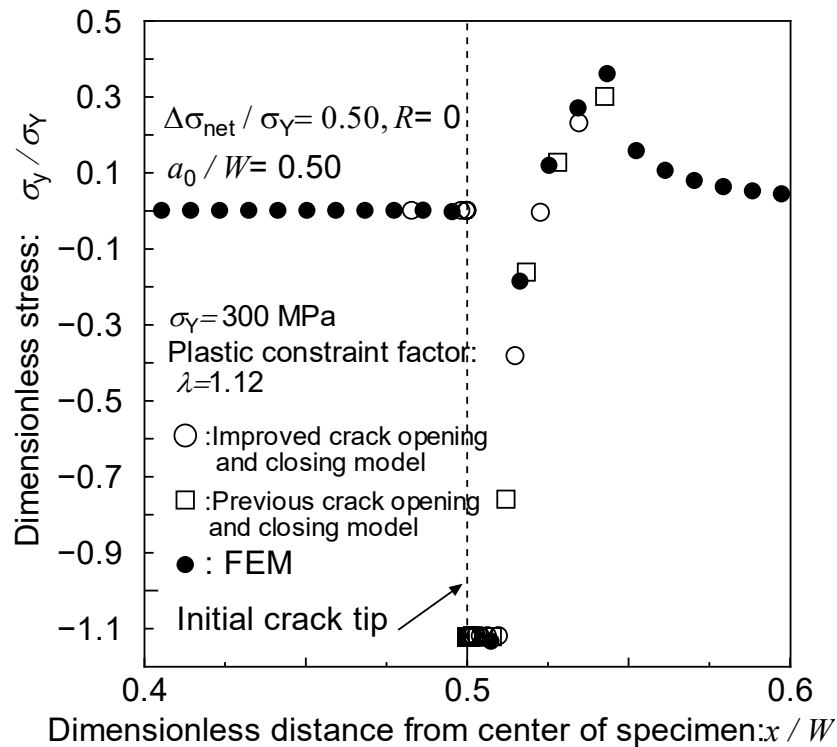


Fig.3.21 Dimensionless stress distribution along a crack line.

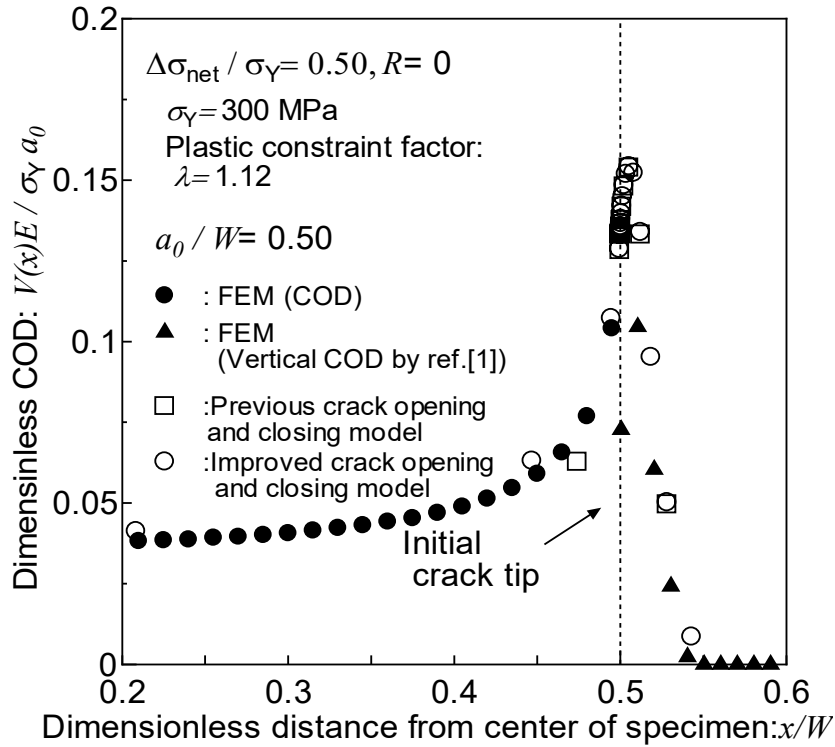


Fig.3.22 Dimensionless COD.

(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

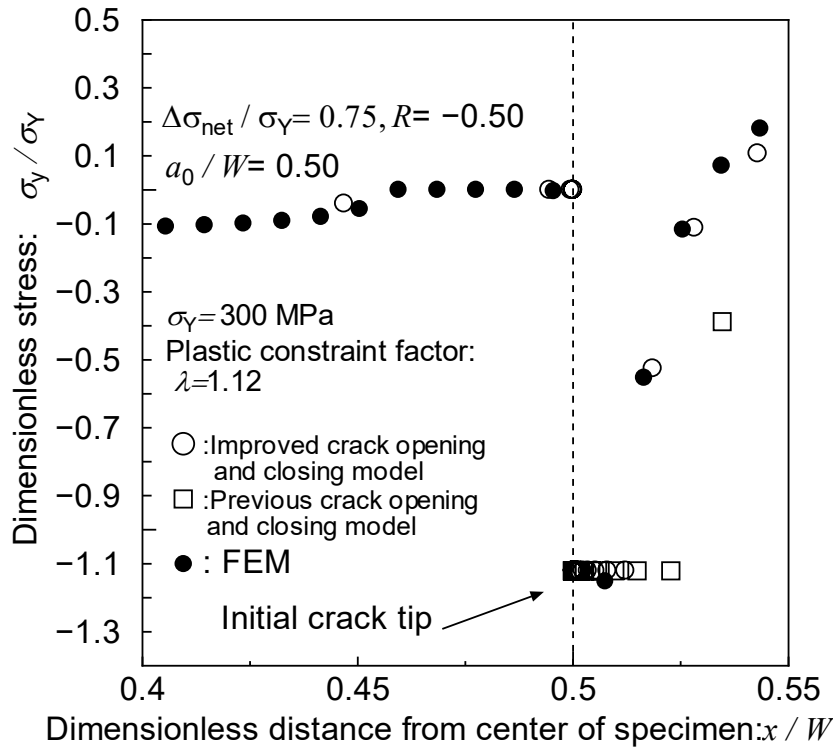


Fig.3.23 Dimensionless stress distribution along a crack line.

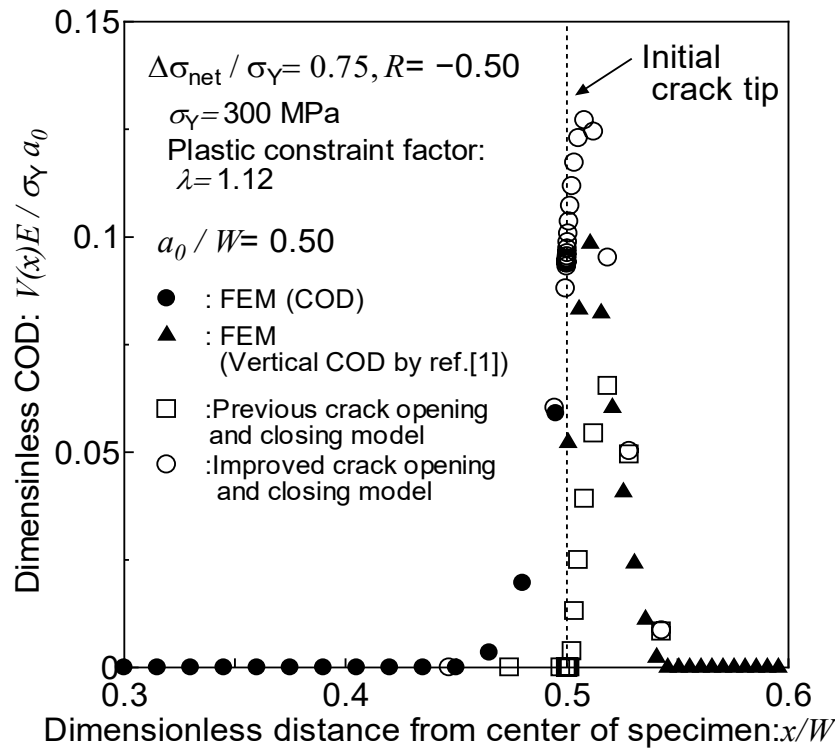


Fig.3.24 Dimensionless COD.

(c)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

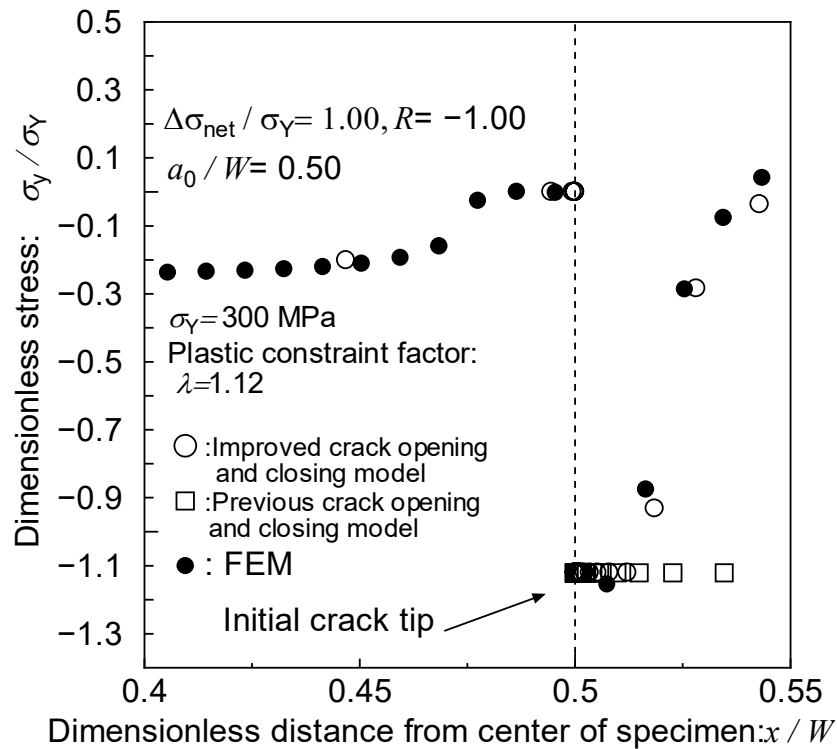


Fig.3.25 Dimensionless stress distribution along a crack line.

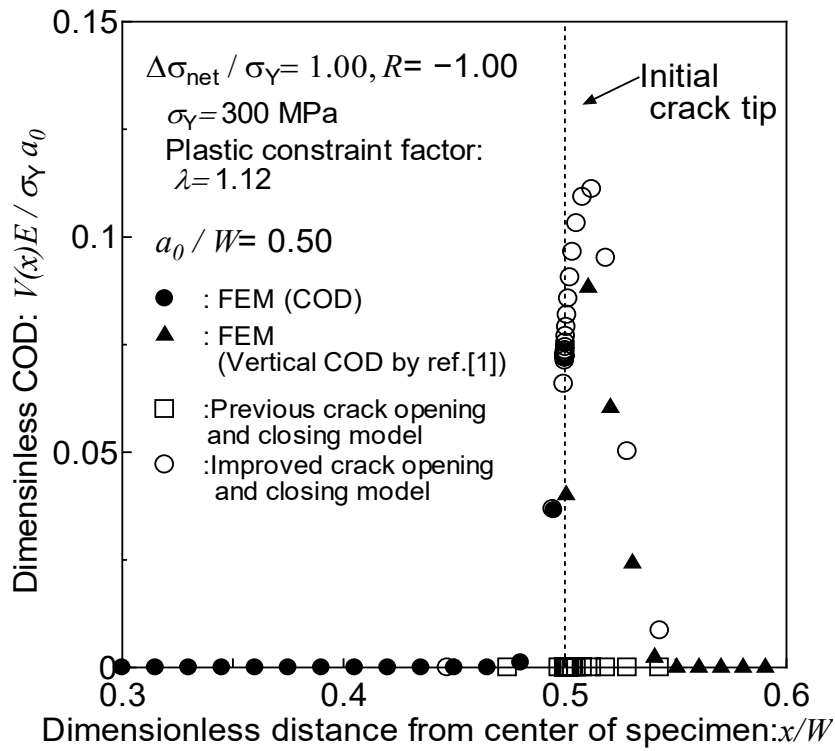


Fig.3.26 Dimensionless COD.

(d)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

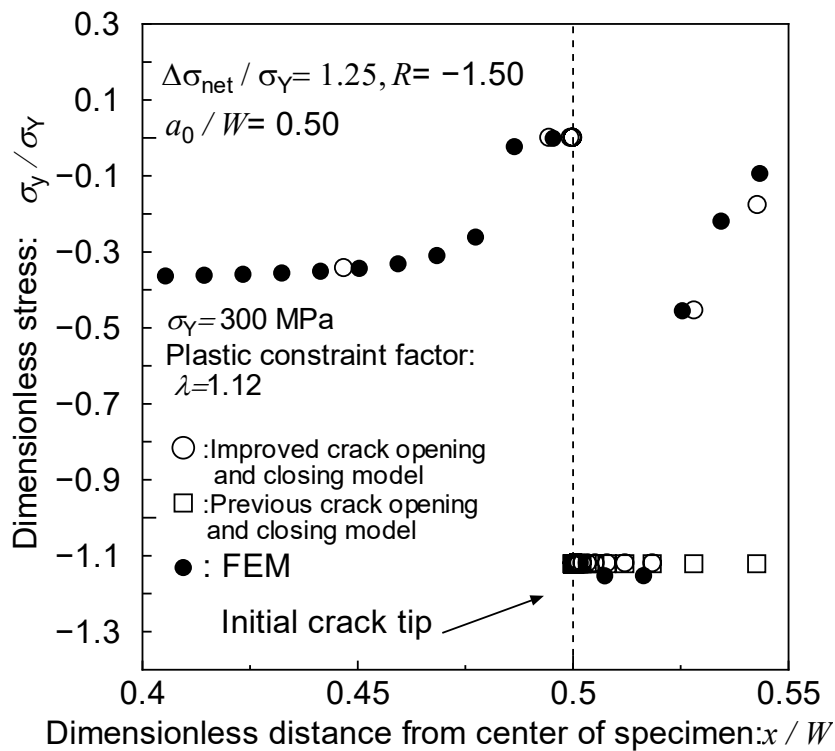


Fig.3.27 Dimensionless stress distribution along a crack line.

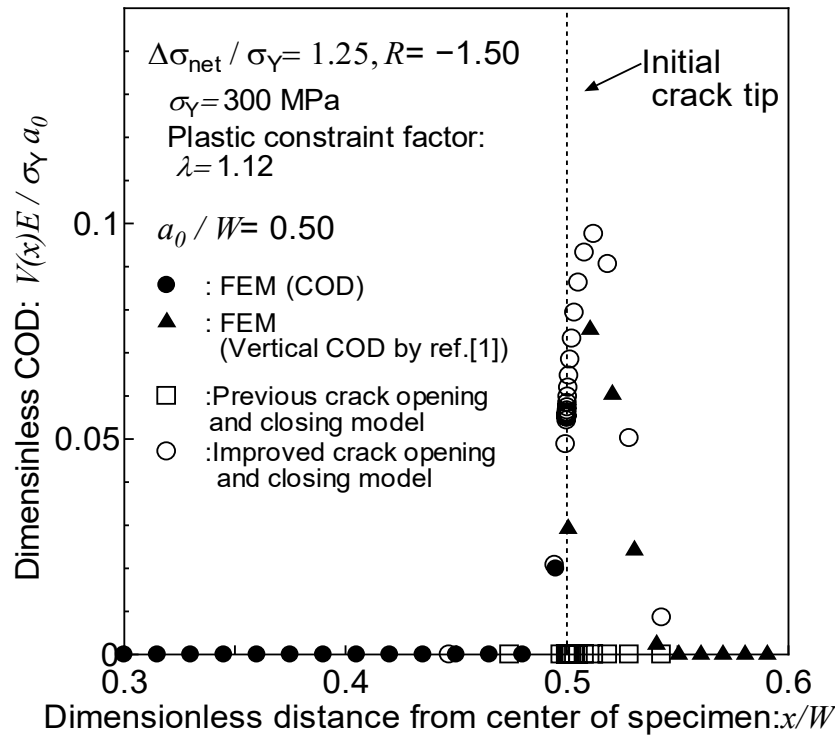


Fig.3.28 Dimensionless COD.

(e)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = 0.00$

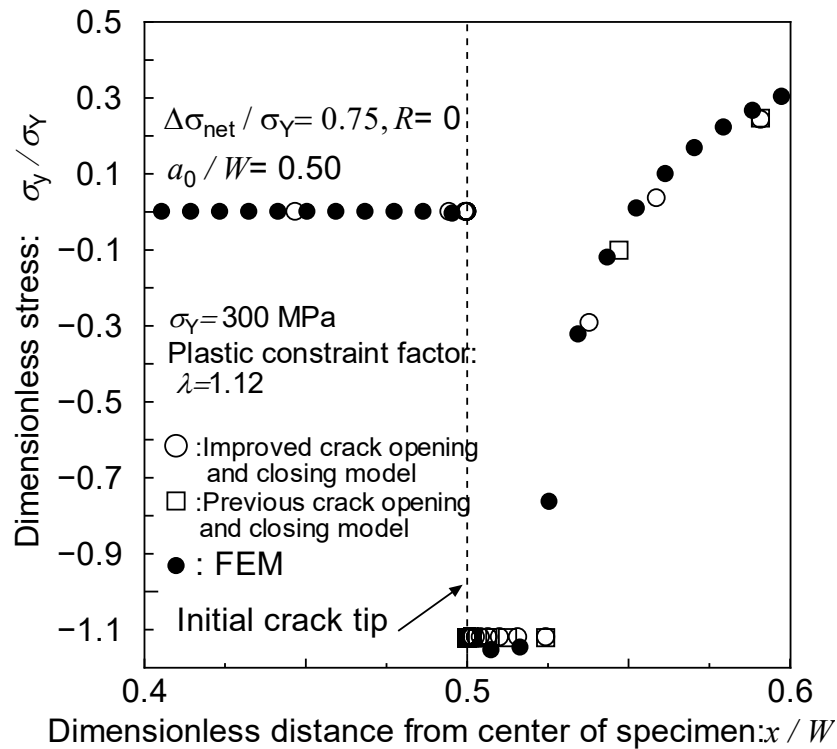


Fig.3.29 Dimensionless stress distribution along a crack line.

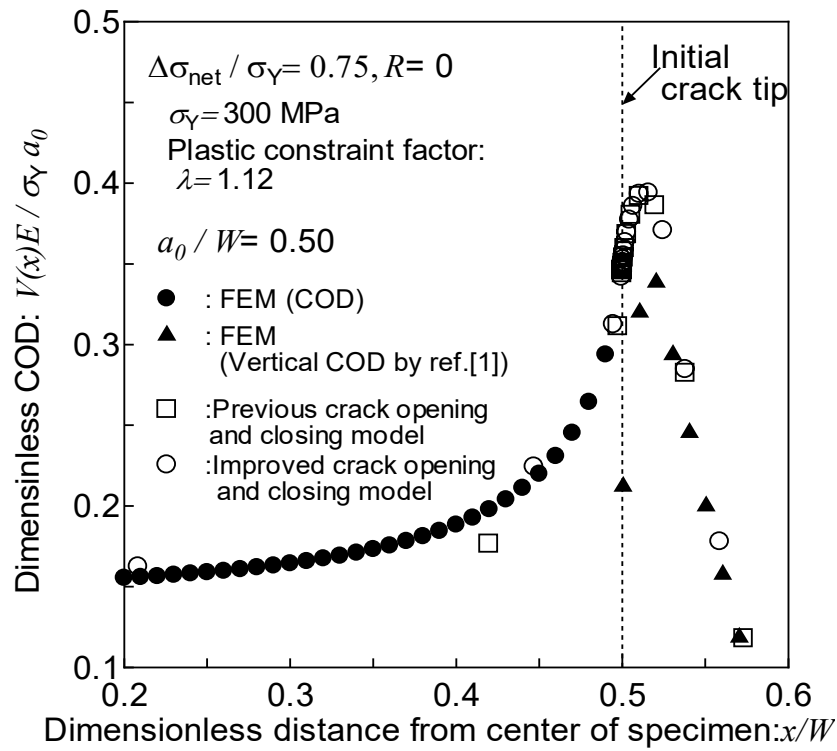


Fig.3.30 Dimensionless COD.

(f)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

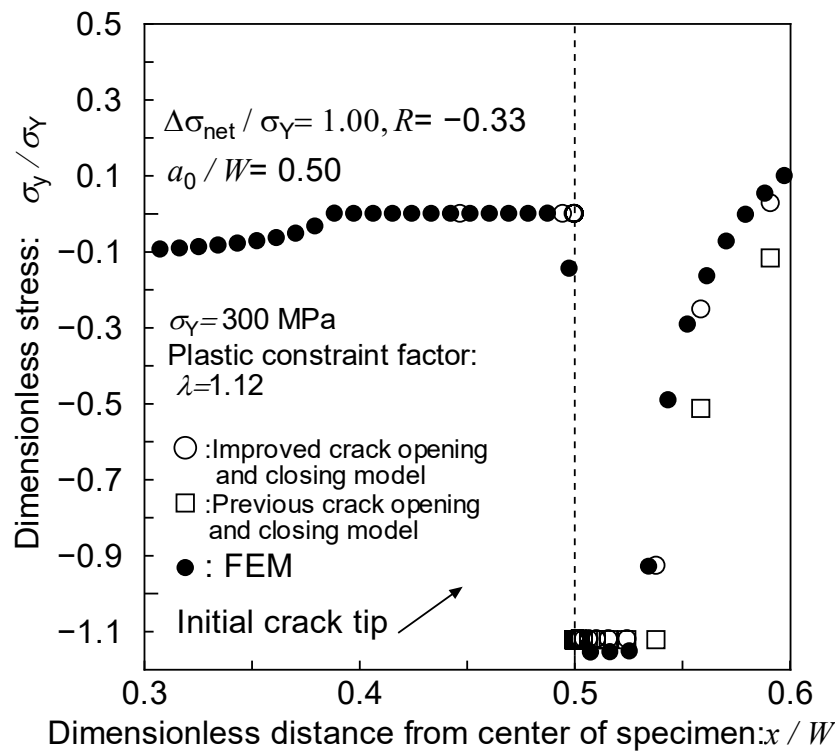


Fig.3.31 Dimensionless stress distribution along a crack line.



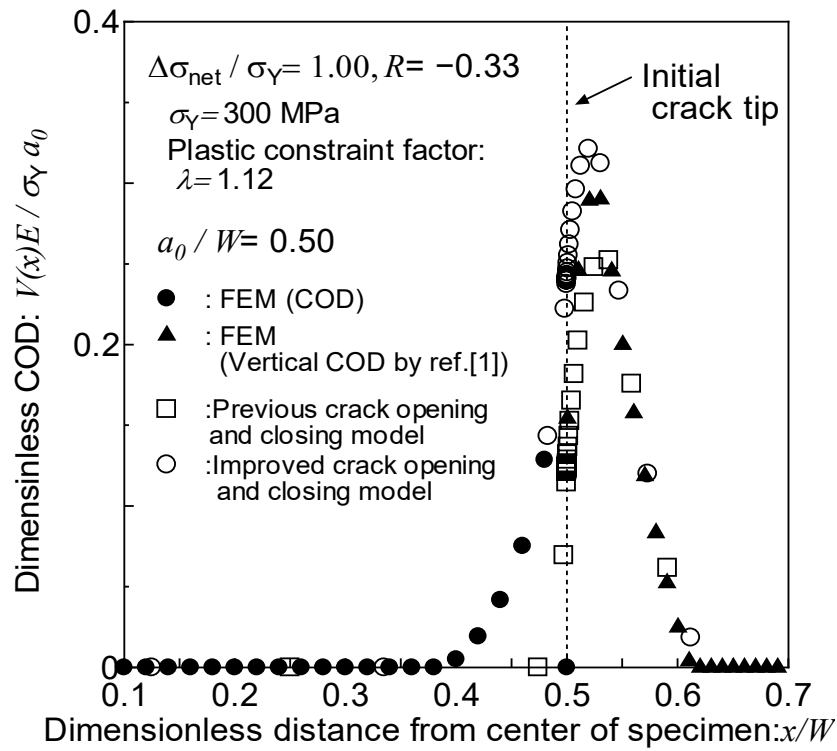


Fig.3.32 Dimensionless COD.

(g)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

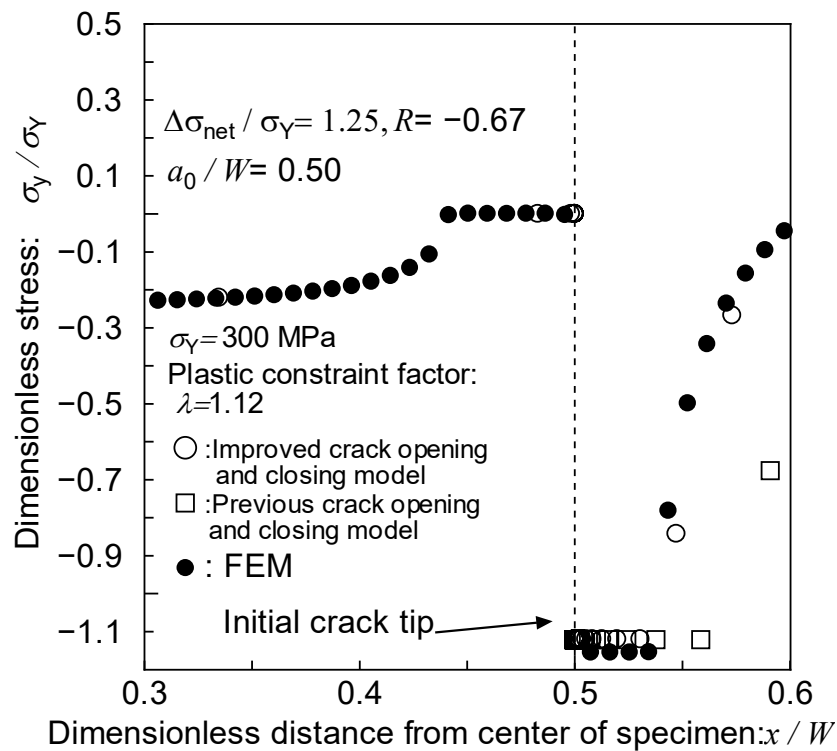


Fig.3.33 Dimensionless stress distribution along a crack line.

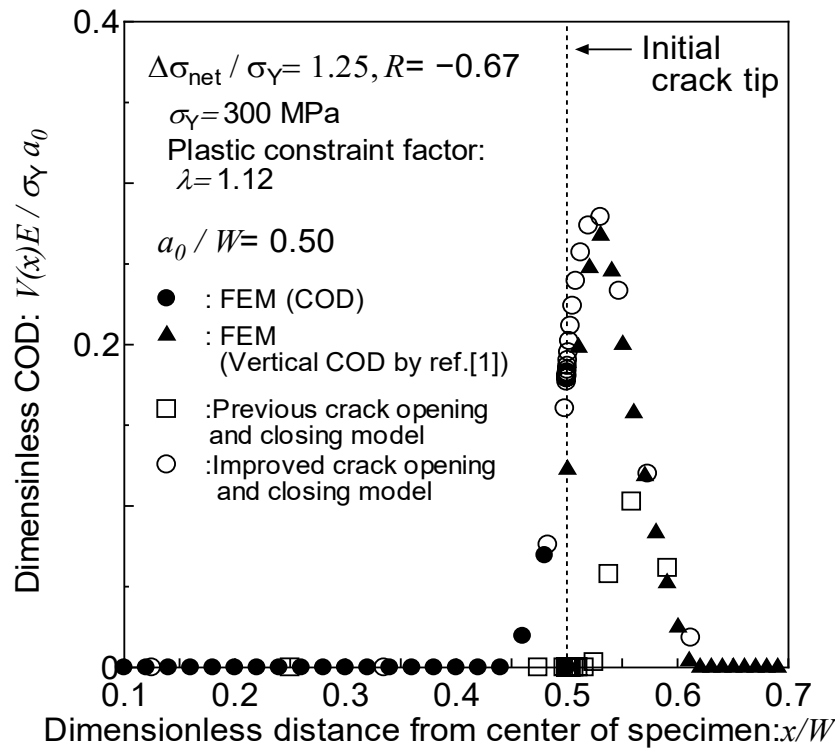


Fig.3.34 Dimensionless COD.

(h)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

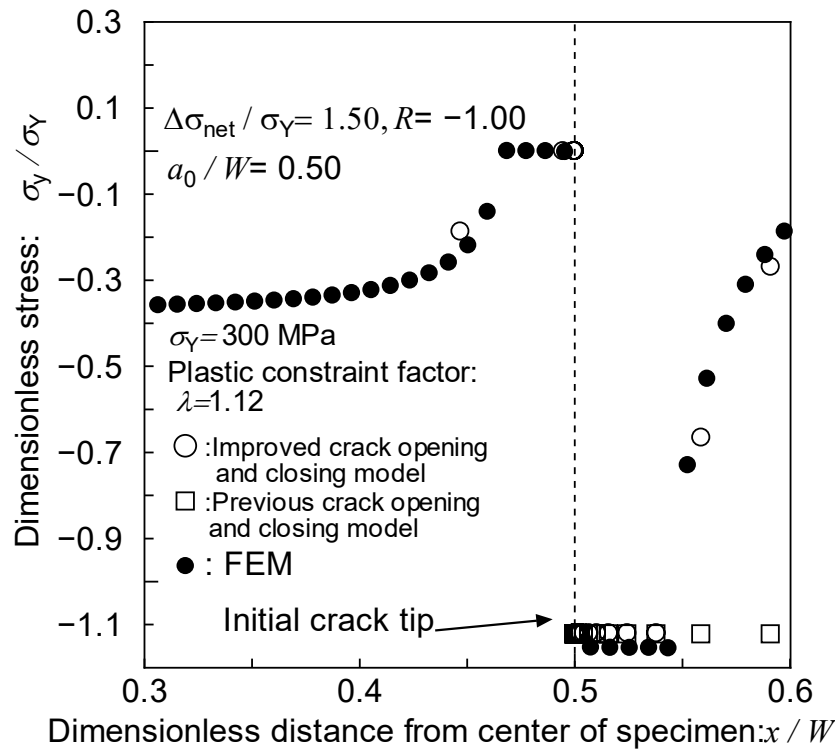


Fig.3.35 Dimensionless stress distribution along a crack line.

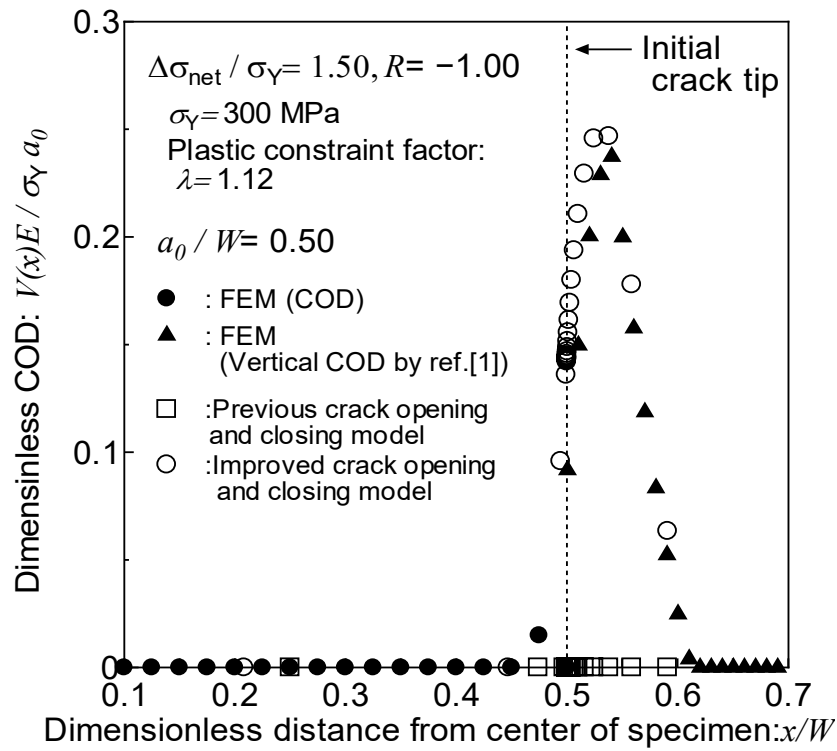


Fig.3.36 Dimensionless COD.

(i)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -1.0$

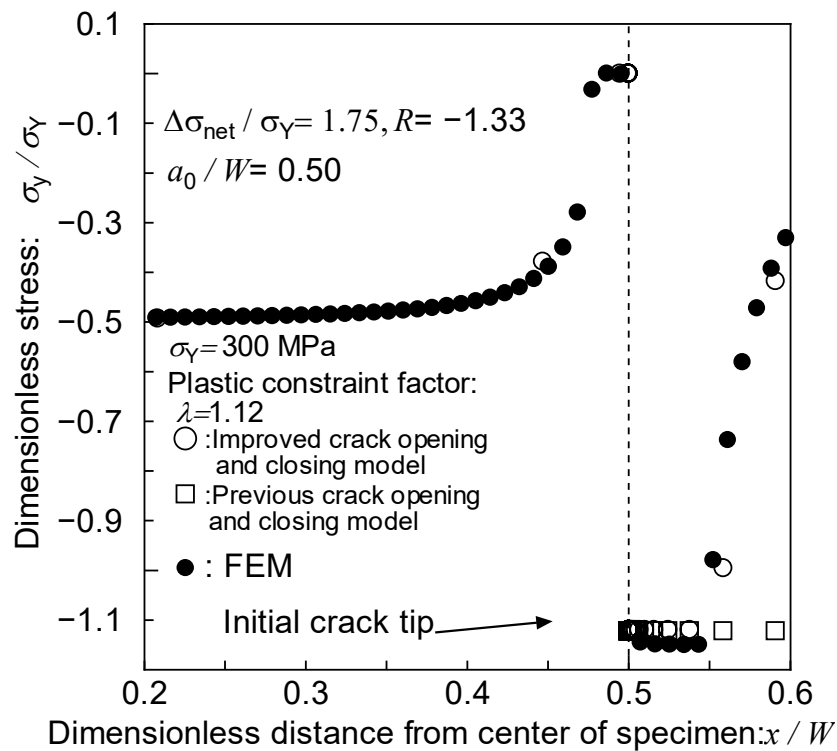


Fig.3.37 Dimensionless stress distribution along a crack line.

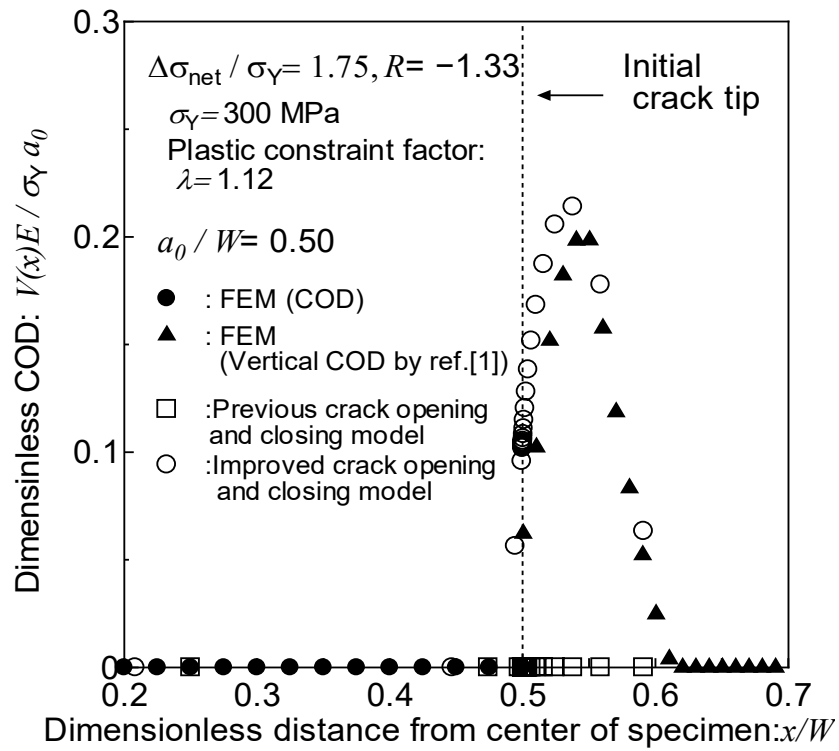


Fig.3.38 Dimensionless COD.

(3)  $a_0/W=0.75$

(a)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = 0.00$

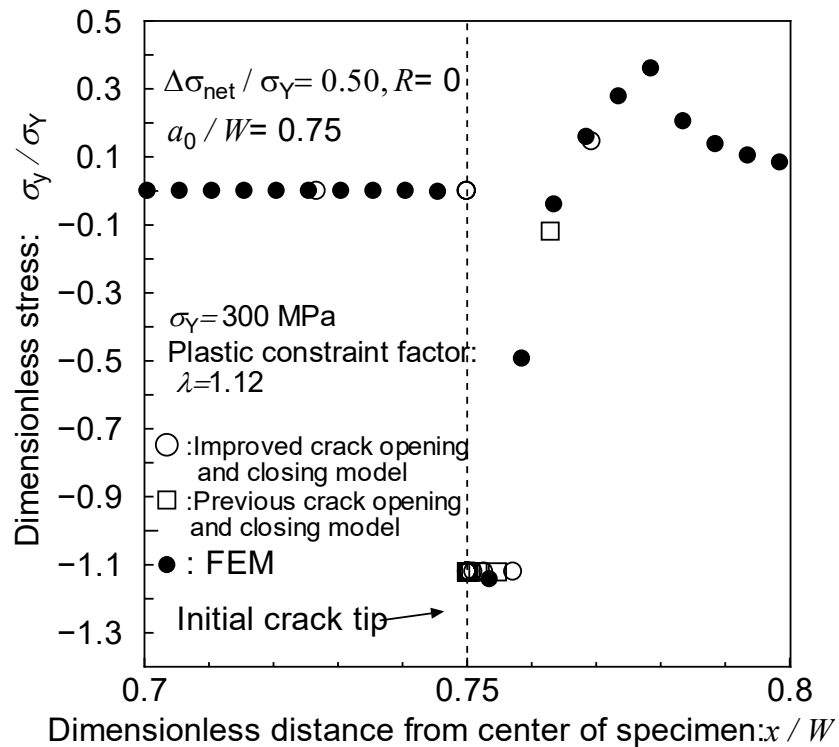


Fig.3.39 Dimensionless stress distribution along a crack line.

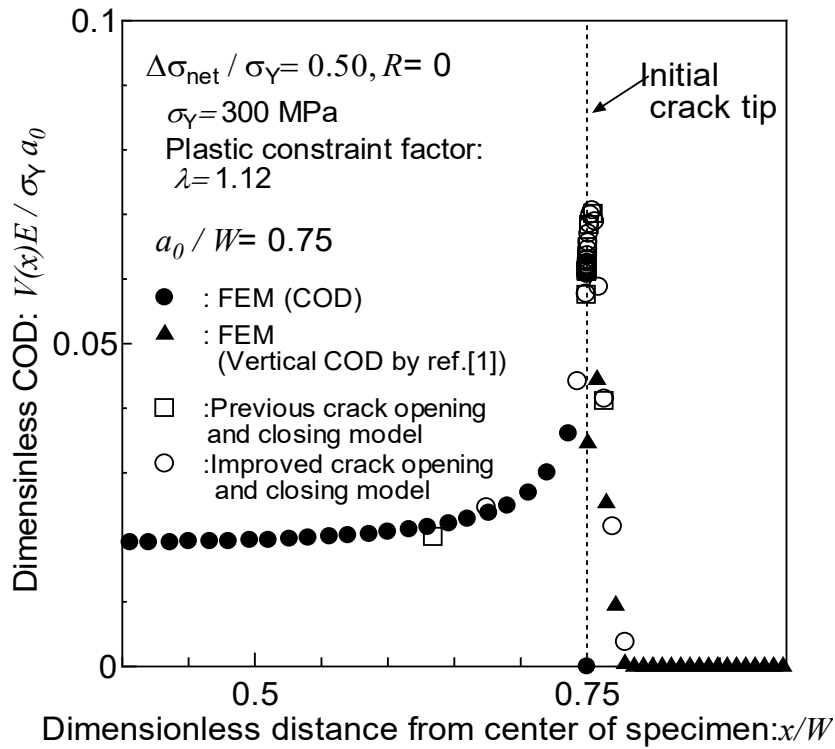


Fig.3.40 Dimensionless COD.

(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

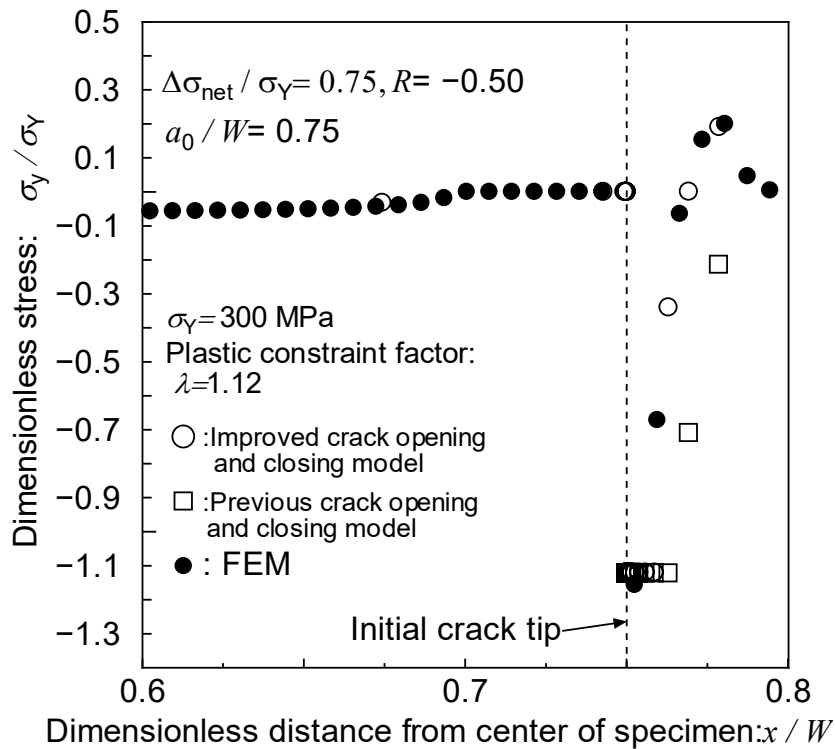


Fig.3.41 Dimensionless stress distribution along a crack line.

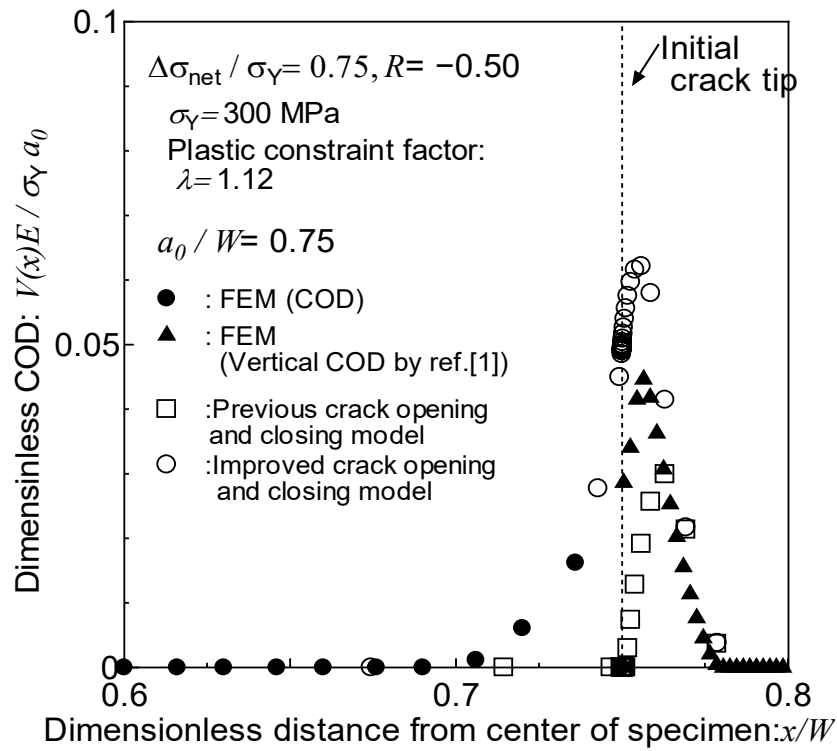


Fig.3.42 Dimensionless COD.

(c)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

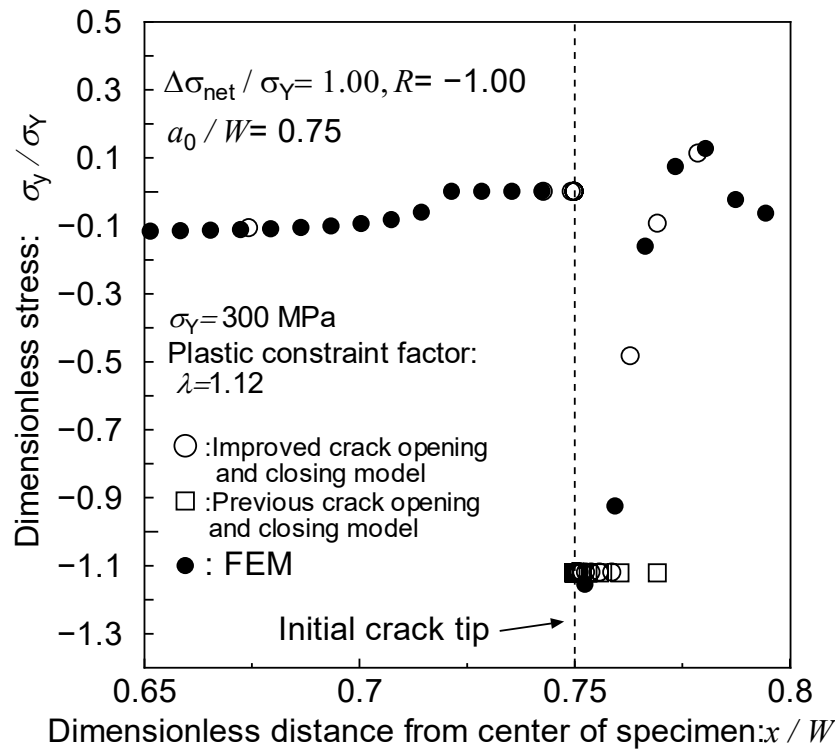


Fig.3.43 Dimensionless stress distribution along a crack line.

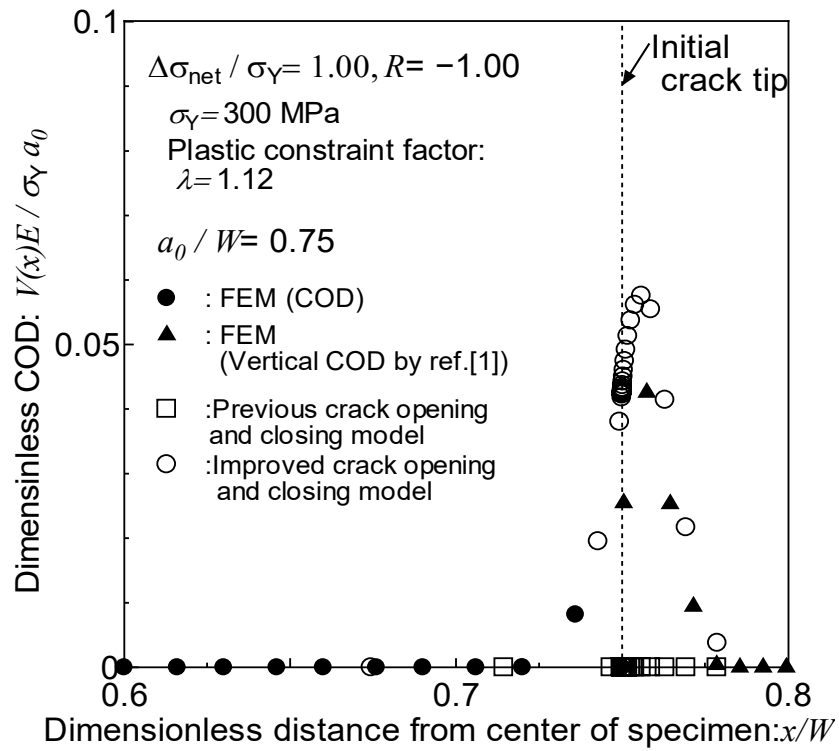


Fig.3.44 Dimensionless COD.

(d)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

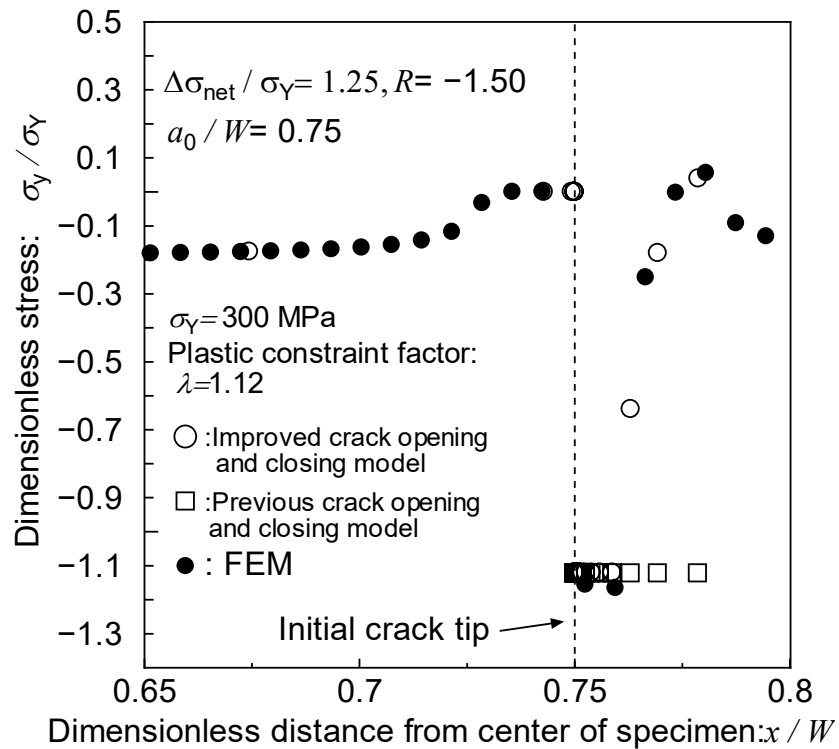


Fig.3.45 Dimensionless stress distribution along a crack line.

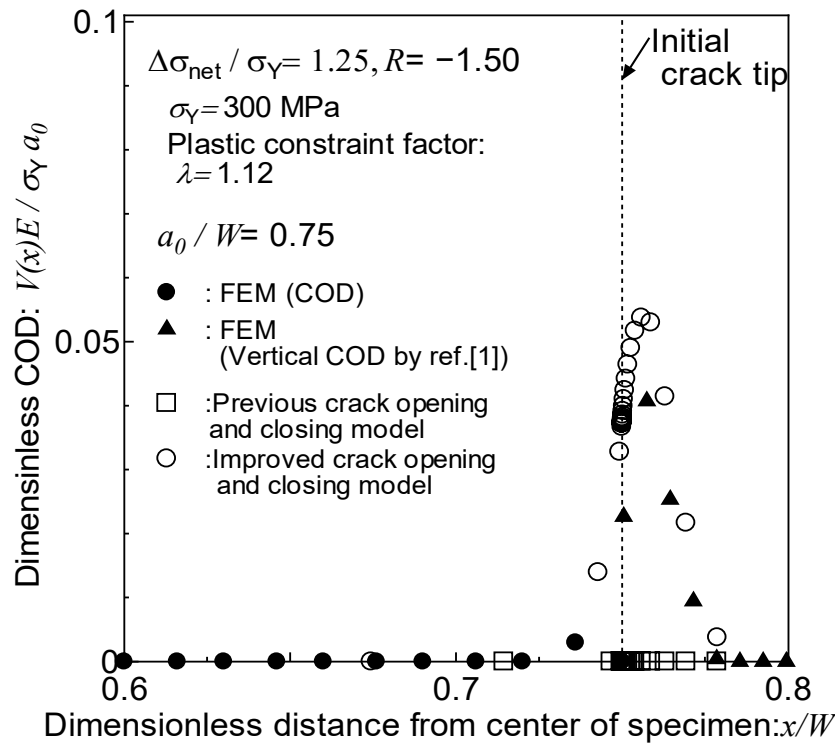


Fig.3.46 Dimensionless COD.

(e)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = 0.00$

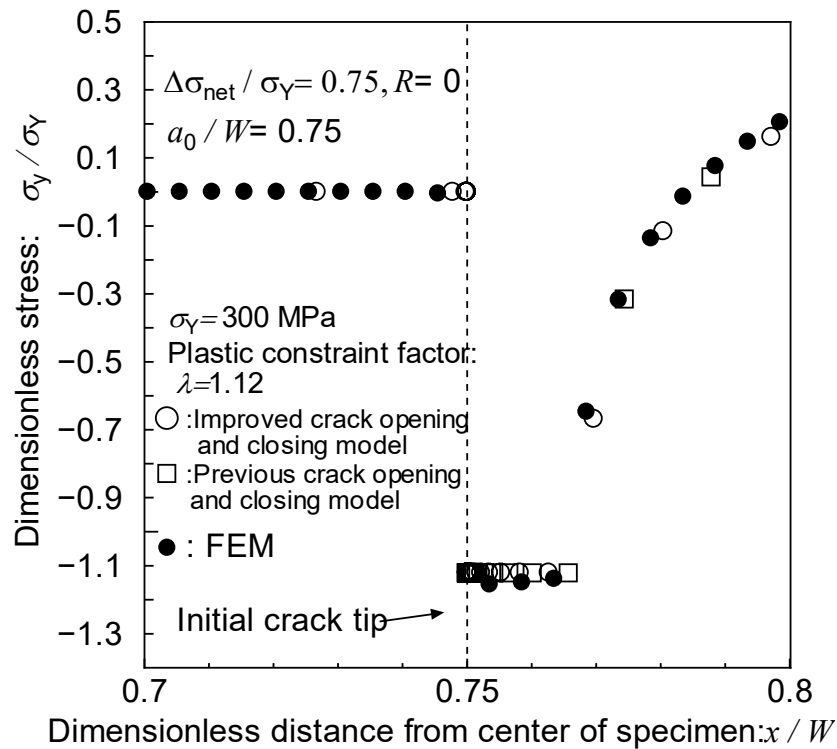


Fig.3.47 Dimensionless stress distribution along a crack line.



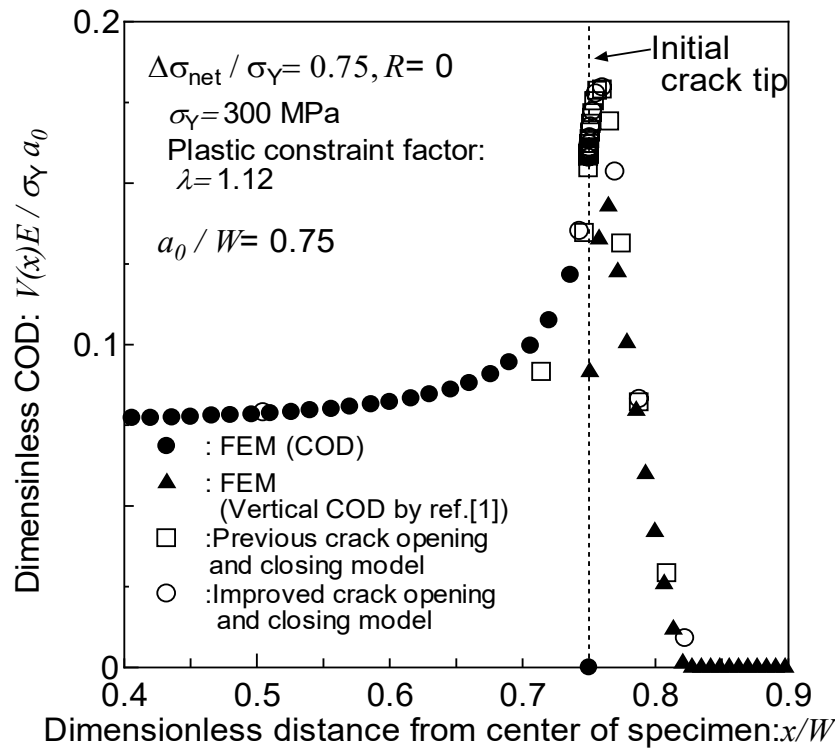


Fig.3.48 Dimensionless COD.

(f)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.25$

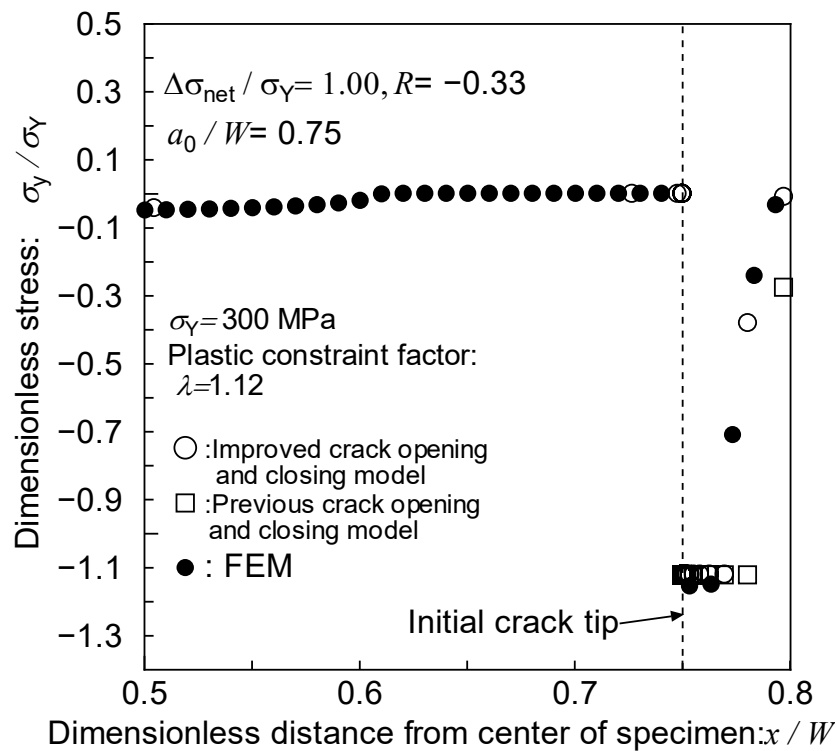


Fig.3.49 Dimensionless stress distribution along a crack line.

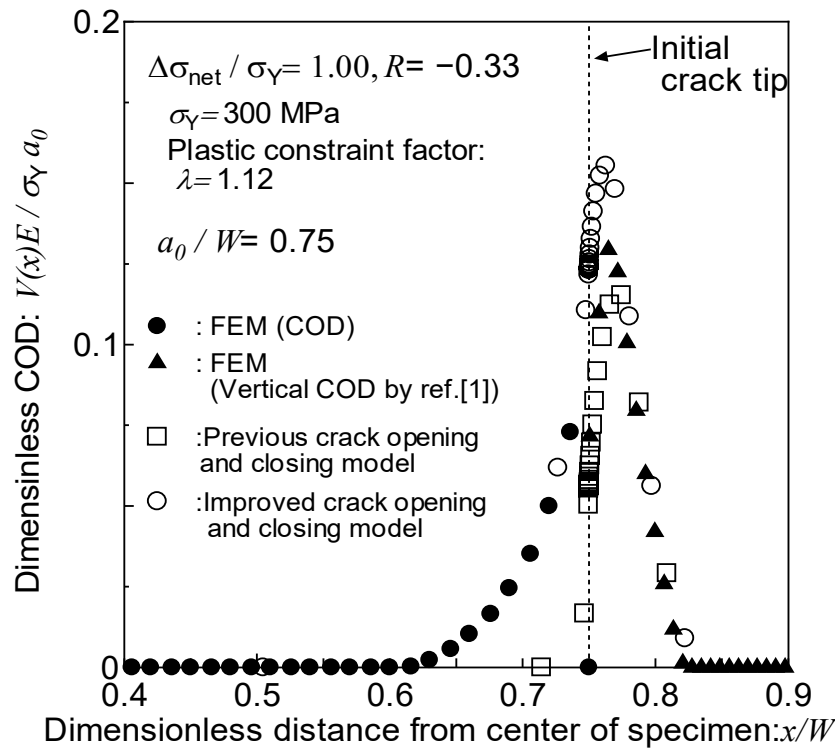


Fig.3.50 Dimensionless COD.

(f)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.50$

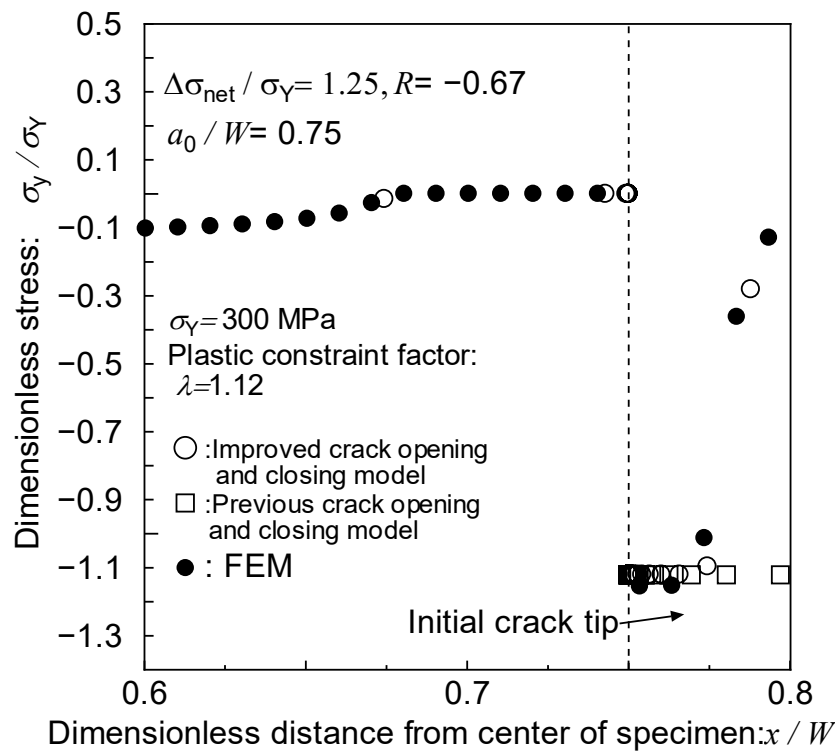


Fig.3.51 Dimensionless stress distribution along a crack line.

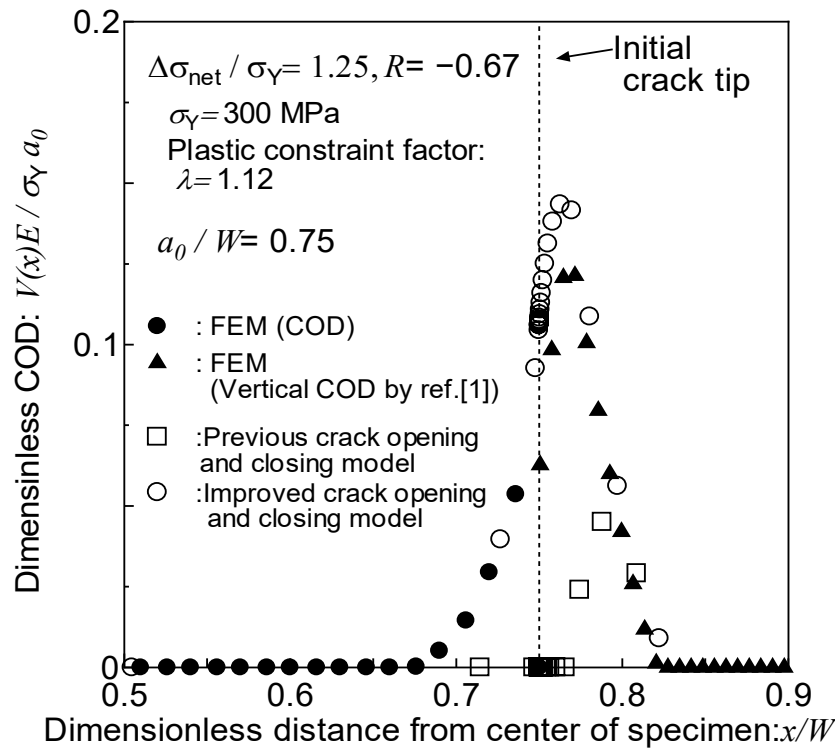


Fig.3.52 Dimensionless COD.

(g)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -0.75$

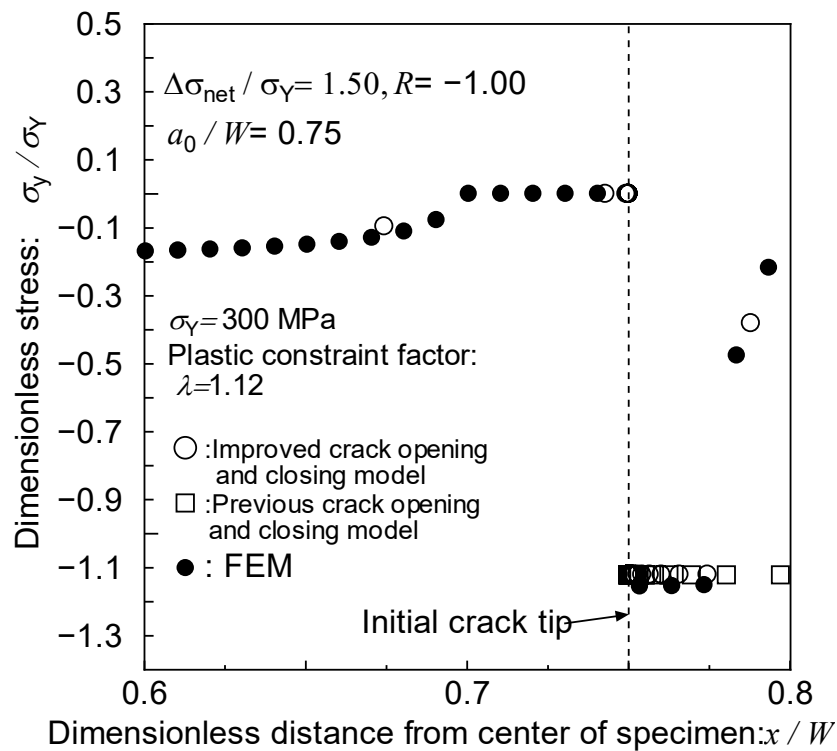


Fig.3.53 Dimensionless stress distribution along a crack line.

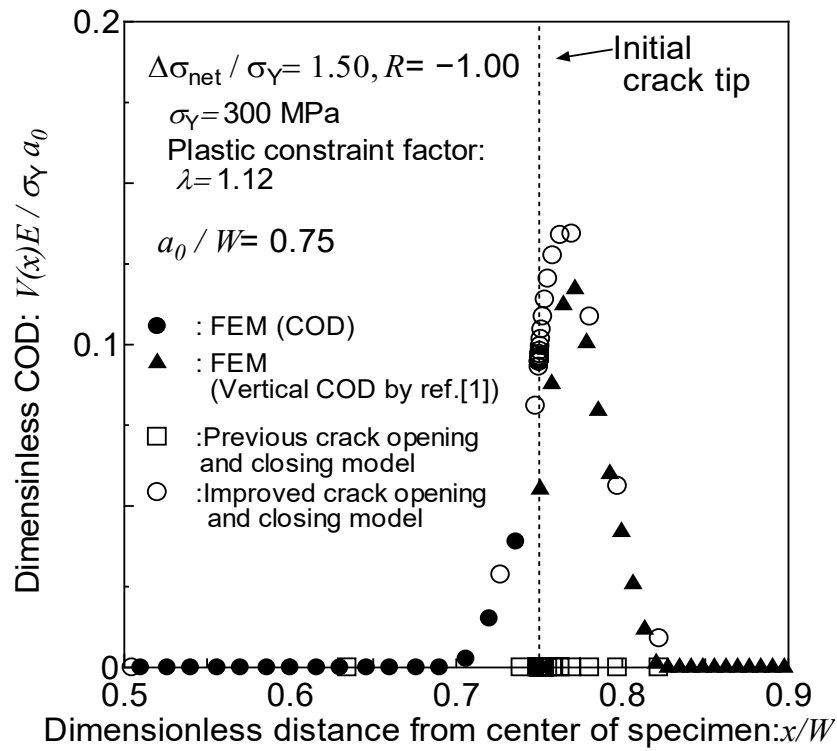


Fig.3.54 Dimensionless COD.

(h)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75, (\sigma_{net})_{min} / \sigma_Y = -1.0$

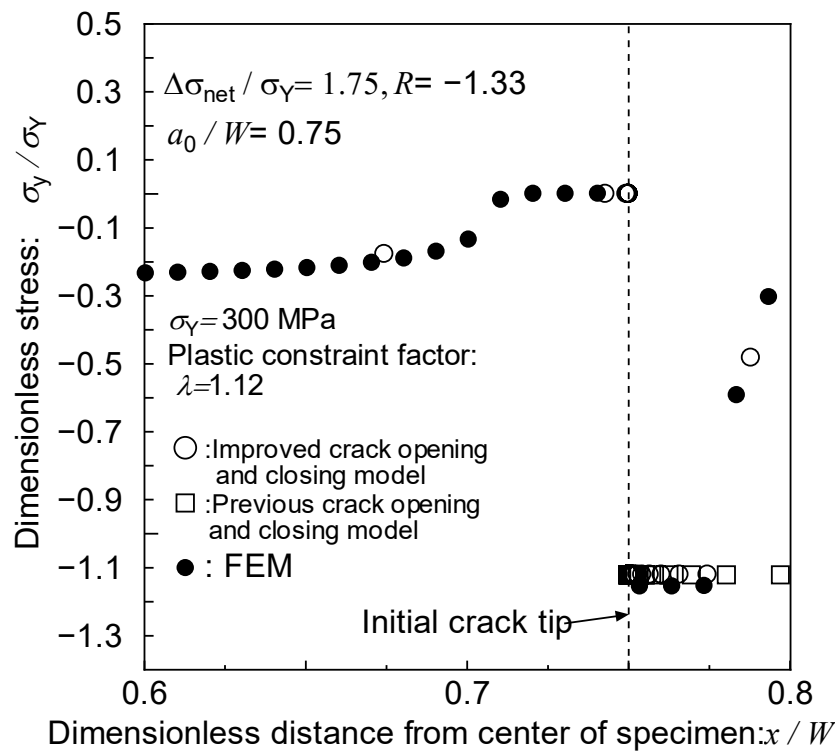


Fig.3.55 Dimensionless stress distribution along a crack line.

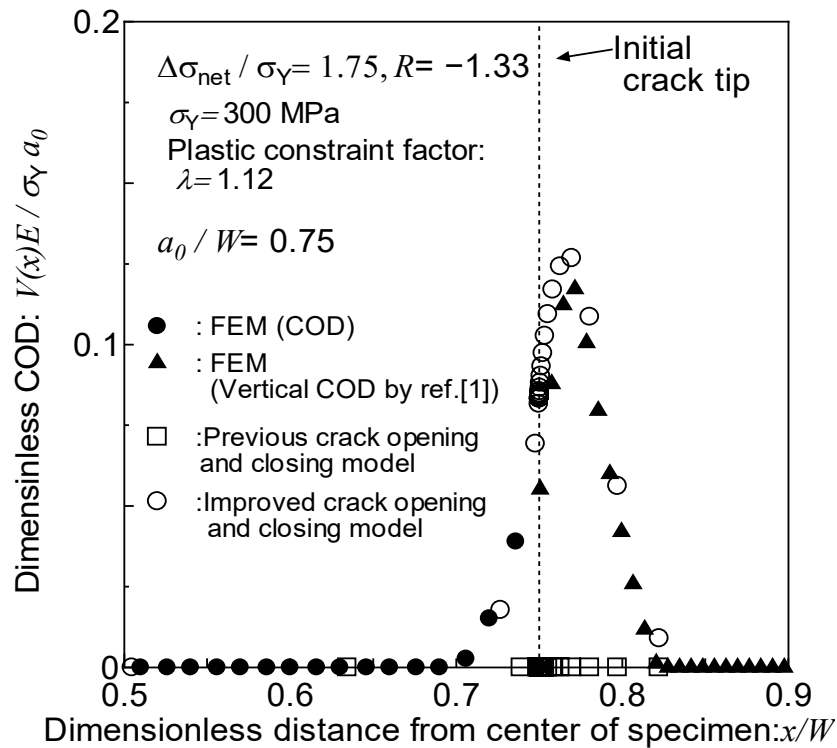


Fig.3.56 Dimensionless COD.

応力比が0の場合のFE解析による初期亀裂部分の応力分布は0となっており、初期亀裂面は接触していないため、従来の亀裂結合カモデルによる亀裂線上の応力分布（□印）と拡張亀裂結合カモデルによる亀裂線上の応力分布（○印）は一致している。また、亀裂線上の応力分布に関して、従来の亀裂結合カモデルによる結果（□印）と拡張亀裂結合カモデルによる結果（○印）はFE解析結果（●印）と良好な一致を示しているため、亀裂開口変位に関しても従来の亀裂結合カモデルによる結果（□印）と拡張亀裂結合カモデルによる結果（○印）とFE解析結果（●印と▲印）は良好な一致を示した。

応力比が負の場合の亀裂線上の応力分布を比較した図（各図の上段）に関して、初期亀裂面で圧縮力を受け持つことができない従来モデルによる結果（□印）とFE解析結果（●印）を比較すると、初期亀裂面で圧縮外力を受け持てないため亀裂前方でより多くの圧縮外力を受け持つ必要が生じ、結果としてより大きな塑性域が形成されている。一方、本章で提案する拡張亀裂結合カモデルによる結果（○印）とFE解析結果（●印）を比較すると、拡張亀裂結合カモデルでは初期亀裂面でも圧縮外力を受け持つことができるため、塑性域寸法や亀裂前方の除荷弾性領域の応力も両方で良好に一致している。

亀裂開口変位を比較した図に関して、▲印で示している物理量は、先行研究により検証された当該位置における亀裂線垂直方向塑性ひずみ成分の積分量であり、亀裂結合カモデルで与えられる仮想亀裂部の開口量に相当するものである<sup>1)</sup>。また、実亀裂面で圧縮外力を受け持てる拡張亀裂結合カモデルでは、従来モデルで表現できていなかった仮

想亀裂部の開口変位に関する計算精度も向上していることが確認できる。

最小荷重時における仮想亀裂部の亀裂開口変位のピーク部分(▲印)に関して、応力比が小さくなる程FE解析結果(▲印)と拡張亀裂結合モデルによる結果(○印)の差が小さくなった。一方で、応力比が大きくなる程FE解析結果(▲印)と拡張亀裂結合モデルによる結果(○印)の差が大きくなった。応力比が小さくなると亀裂先端付近の圧縮塑性ひずみが大きくなり、現状の最小要素寸法で精度良く圧縮塑性ひずみが算出可能であるため、仮想亀裂部の亀裂開口変位に関してFE解析結果(▲印)と拡張亀裂モデルによる結果(○印)の差は小さくなったと考えられる。また、応力比が大きくなると亀裂先端付近の圧縮塑性ひずみが小さくなるため、現状の最小要素寸法で精度良く圧縮塑性ひずみを算出することが困難であるため、仮想亀裂部の亀裂開口変位に関してFE解析結果(▲印)と拡張亀裂モデルによる結果(○印)の差は大きくなったと考えられる。これは、亀裂先端付近の最小要素寸法を現状の最小要素寸法より小さくすることで解決可能であると考えられる。

### 3.5 結言

初期亀裂面が接触する場合に圧縮外力による反力を初期亀裂面でも受け持てるように改良したモデルを用いることで、応力比が負の場合の亀裂開口変位や亀裂線上応力分布の推定精度向上を確認した。

## 第3章 参考文献

- 1) Toyosada, M. and Gotoh, K.: Physical Meaning of the Fictitious Crack Opening Displacement in Dugdale Model, Proceedings of 11<sup>th</sup> International Conference on Fracture, ICF114620, 2005.
- 2) 原田佳輔, 後藤浩二: 材料の加工硬化特性を考慮したき裂結合モデル, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol.14, 2011, pp.39-46.
- 3) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.: Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, Int. J. Fatigue, Vol.26, No.9, 2004, pp.983-992.

## 第 4 章 一定振幅応力条件下と重畳応力履歴が連続して出現する条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション

### 4.1 緒言

本章では、前章で説明した初期亀裂面の接触も考慮可能な拡張亀裂開閉口モデルを疲労亀裂伝播シミュレーションに実装し、一定応力振幅条件下における疲労亀裂伝播履歴を推定して実測結果と比較することで解析モデルの妥当性を検証し、その後、重畳応力履歴が連続して出現する条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション結果を実施し、実測結果との比較することで、解析モデルの妥当性を検証する。

Matsuda と Gotoh<sup>1)</sup>は全応力履歴に渡り連続して作用する重畳応力履歴条件下において定量的な疲労亀裂伝播解析を実施するために、疲労亀裂先端付近で消費される繰返し塑性仕事量に相当する値を下限値として重畳応力履歴中から疲労亀裂成長に有効な応力を選択するアルゴリズムを提案した。本研究でもこの有効応力履歴選択アルゴリズムを採用した。

### 4.2 一定振幅応力条件下における初期亀裂面の接触を考慮した疲労亀裂伝播シミュレーション

前章で説明した初期亀裂面の接触を考慮可能な拡張亀裂開閉口モデルを用いることで、応力比が負の場合における亀裂線上の応力分布、亀裂先端の塑性域寸法や亀裂開口変位の推定精度の向上を達成した。しかしながら、前章は無載荷→最大応力→最小応力の一定振幅応力履歴が CCT 試験片に作用した場合のみの妥当性検証に留まっており、一定振幅応力履歴が繰返し試験片に作用する場合については検討を実施していない。

本項では拡張亀裂開閉口モデルを疲労亀裂伝播シミュレーション<sup>2)3)</sup>に実装し、一定振幅応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーションを行なって実測結果と比較することで、提案モデルの妥当性を検証する。

#### 4.2.1 応力比 $R=0.05$ における改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーション結果による比較検討

応力比が正の値の場合、初期亀裂面は常に開口しているため、改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長履歴は一致すると推察される。そこで、先行研

究で実施された疲労亀裂伝播試験<sup>2)</sup>を参照し、これに示された疲労亀裂伝播試験結果について、改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果を比較する。亀裂寸法や荷重条件等は Table 4.1 に示す。

疲労亀裂伝播シミュレーションでは、亀裂開閉口挙動の推定精度向上の観点から塑性拘束係数（第 2 章で説明した降伏点に乗じられる係数 $\lambda$ に相当）と塑性収縮係数<sup>5)</sup>が導入された。文献<sup>5)</sup>に沿って、塑性拘束係数と塑性収縮係数について説明する。本研究の疲労亀裂伝播シミュレーションにおける材料は等方硬化弾完全塑性体を想定しているため、実際よりも大きめの亀裂開口変異が算出される。そこで全断面降伏時の実断面応力を降伏応力で除した値を塑性拘束係数とし、降伏応力に乗じることによって補正している。亀裂進展時期は作用応力が解放される時期であるため、棒要素のゲージ長に影響する。豊貞らは塑性収縮係数を用いることでその影響を考慮している。亀裂進展時期についてはいくつかのモデルが提案されており、例えば Laird<sup>4)</sup>が主張したように除荷過程で疲労亀裂が進展すると考えると、圧縮塑性域で新しく疲労亀裂面が形成される場合には、その部分に作用していた結合力が解放されるため、亀裂開口変位量が小さくなる。ここで、直前のサイクルで亀裂が進展しないと仮定した場合の最小荷重時 (case A) の亀裂開口変位を $(V_A)_j$ とし、亀裂が $\Delta a$  進展した直後 (case B) の亀裂開口変位を $(V_B)_j$ とする。すなわち、亀裂が $\Delta a$  進展した直後の最小荷重時に完全に接触応力が解放される場合、亀裂開口変位は次式で示す分小さくなる。

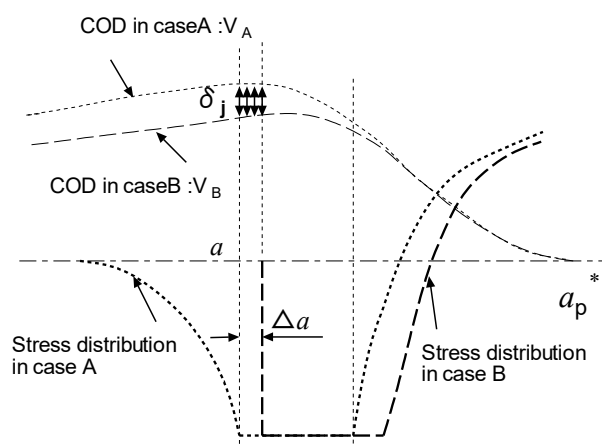


Fig.4.1 Plastic shrinkage at the crack extension

$$\delta_j = (V_A)_j - (V_B)_j \quad (4.1)$$

しかし、実際に亀裂は最小荷重時に一度に進展するのではなく、亀裂が閉口したり、亀裂進展時に接触応力が作用するため、新たに形成される亀裂面において完全には接触応力が解放されず、(4.1) 式のある割合で亀裂開口変位が減少する。豊貞らは、この割合が新しく亀裂が進展する直前までに、その箇所を受けた累積塑性ひずみ $\Sigma(\Delta\epsilon_p)$ に比例すると仮定した。最大荷重時の実亀裂先端の亀裂開口変位を $(V_j)_{\max}$ とすると、最大荷重か



ら最小荷重に至る半サイクルで亀裂先端位置に生じる塑性ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_p$ は次式で表される。

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{(1 - \lambda\sigma_Y / E')(V_j)_{\max} - (1 + \lambda\sigma_Y / E')\{(V_A)_j\}_{\min}}{(V_j)_{\max}} \quad (4.2)$$

ただし、

$\{(V_A)_j\}_{\min}$ : 最小荷重時の亀裂先端における (2.15) 式で表される亀裂開口変位

実亀裂に取り込まれる直前の半サイクルで受ける塑性ひずみ増分を $(\Delta\varepsilon_p)_f$ とし、亀裂前方の任意位置における塑性ひずみ増分は、亀裂先端が近づくにつれて急激に大きくなるため、 $\Sigma(\Delta\varepsilon_p)$ における $(\Delta\varepsilon_p)_f$ の割合は大きい。そこで、 $\Sigma(\Delta\varepsilon_p)$ と $(\Delta\varepsilon_p)_f$ の関係は比例関係にあると仮定し、次式で表されるとする。

$$\Sigma(\Delta\varepsilon_p)_k = \zeta(\Delta\varepsilon_p)_f \quad (4.3)$$

累積塑性ひずみ $\Sigma(\Delta\varepsilon_p)$ は最終サイクルレベルの塑性振幅を受ける回数が多い程大きくなるため (4.3) 式中の比例定数 $\zeta$ は疲労亀裂伝播速度の逆数に比例すると考えられる。また、現在の最大荷重時の仮想亀裂長さ $a_p$ が過去の仮想亀裂内に存在する場合、 $a_p$ が過去の仮想亀裂長さ $a_{p*}$ より前方の場合と比較して亀裂進展が遅くなり、多くの塑性ひずみ増分を繰り返すことになるため、比例定数は大きくなる。そこで、Wheeler モデル<sup>5)</sup>を参考にして過去の載荷履歴より生じた最大の塑性域長さ $\gamma_e$ と現在の載荷履歴より生じる塑性域長さ $\gamma_{pi}$ の関係をを用いると $\Delta a$ 区間のゲージ長は次式で与えられる。

$$L_j = \frac{1}{1 - \lambda\sigma_Y / E'} \{(V_A)_j - \kappa\delta_j\} \quad (4.4)$$

ただし、

$$\kappa = \begin{cases} \alpha(\Delta\varepsilon_p)(\gamma_e / \gamma_{pi})^n & \alpha(\Delta\varepsilon_p)_f(\gamma_e / \gamma_{pi}) < 1 \text{ の場合} \\ 1 & \alpha(\Delta\varepsilon_p)_f(\gamma_e / \gamma_{pi}) \geq 1 \text{ の場合} \end{cases}$$

$\alpha$ : 塑性収縮係数,  $n$ : Wheeler モデルにおける定数

モデルの改良によりこれらの係数の導入が不要になることも考えられた。そこで、これら係数の必要性についても検証するため、Table 4.2 のように設定した。なお、Table 4.2 に示した数値で ( ) を付したものは文献<sup>2)</sup>で提示された値である。

Table 4.1 Analysis conditions

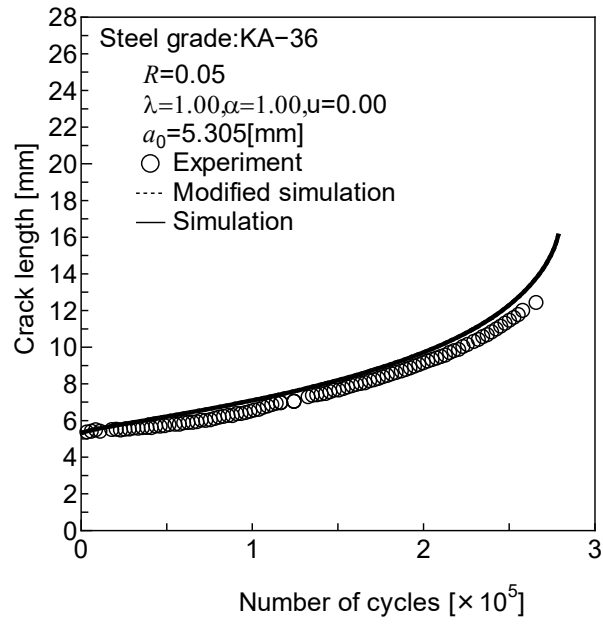
Specimen type	CCT specimen
Specimen width ( $W$ ) [mm]	50
Half crack length ( $a$ ) [mm]	5.305
Young's modulus ( $E$ ) [MPa]	206,000
Yield stress [MPa]	352
Applied maximum stress [MPa]	115
Applied minimum stress [MPa]	7.39
Stress ratio ( $R$ )	0.05
Material constant, $C$	$4.5 \times 10^{-11}$
Material constant, $m$	2.7

ただし、 $da/dN$ の単位は[m/cycle]、 $\Delta K_{RPG}$ の単位は[MPa m<sup>0.5</sup>]である。

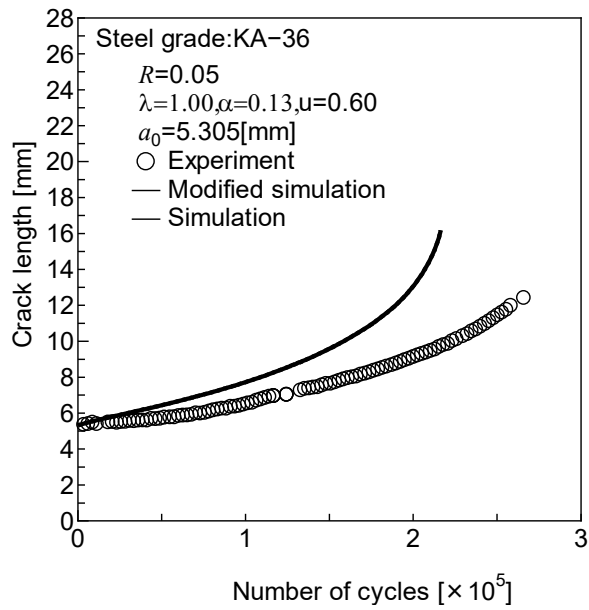
Table 4.2 Applied constans for fatigue crack propagation.

Caluculation ID	Plastic constraint factor : $\lambda$	Plastic shrinkage factor : $\alpha$
1	1.00	1.0
2	1.00	(0.13)
3	(1.12)	1.0
4	(1.12)	(0.13)

疲労亀裂伝播試験の実測値と改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーション結果を以下に示す。また、Fig.4.2中の $u$ はWheeler<sup>5)</sup>モデルにおける定数である。



(a) ID-1



(b) ID-2

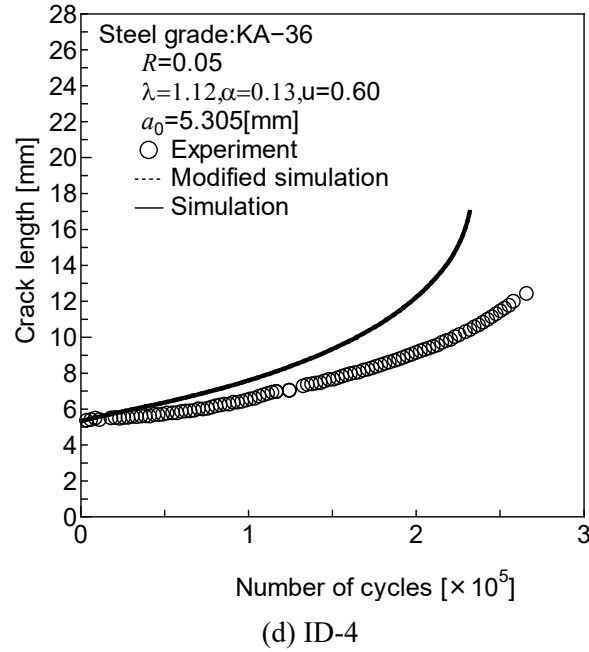
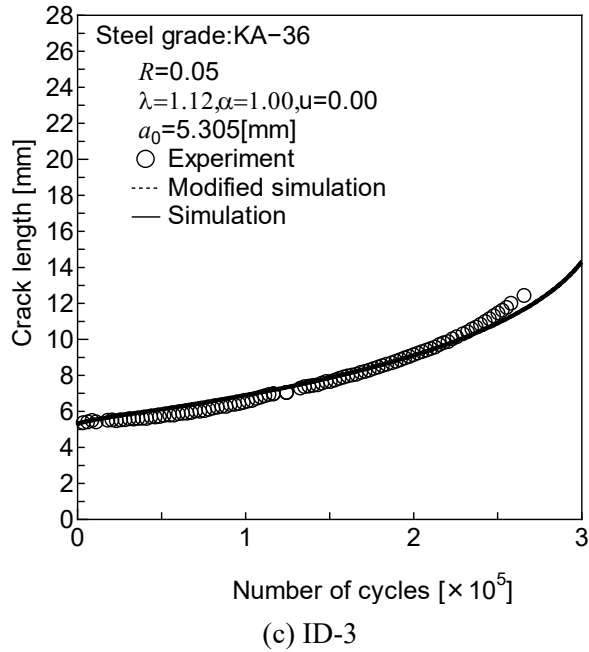


Fig.4.2 Comparison of measured crack growth curves with estimated ones under constant loading sequences.

Fig.4.2 に示した結果より，改良前の疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果と改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果は完全に一致することを確認した。したがって，応力比が正の場合，改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションは前章で示したように初期亀裂面が開口しており，改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションの妥当性について検証できた。

一方、塑性収縮係数を疲労亀裂伝播シミュレーションに導入すると、実測値よりも改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂伝播が速くなった。この理由は、塑性収縮係数を導入することで最小荷重時の亀裂開口変位が小さくなり、両振塑性域が大きくなるためであると推察される。

次に最小応力時に亀裂がある程度成長した状態において、改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる亀裂線上の応力分布を比較した。その結果を Fig.4.3 に示す。なお、Fig.4.3 中の  $u$  は Wheeler<sup>5)</sup>モデルにおける定数である。

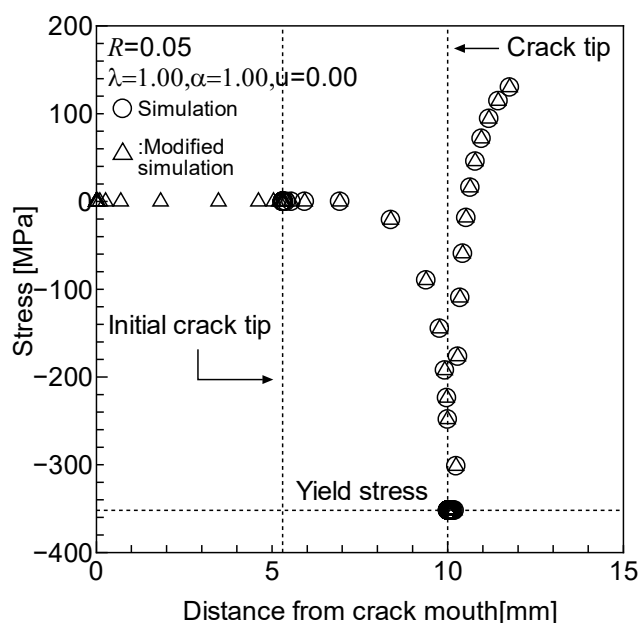


Fig.4.3 Stress distribution along a crack line

Fig.4.3 に示す結果から、改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる亀裂線上の応力分布は改良前の疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果と一致していることが確認できる。また、改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションでは、初期亀裂面の応力分布は 0MPa となっており、初期亀裂面は接触していないことが確認できる。

#### 4.2.2 応力比が負の場合における改良前後の疲労亀裂伝播

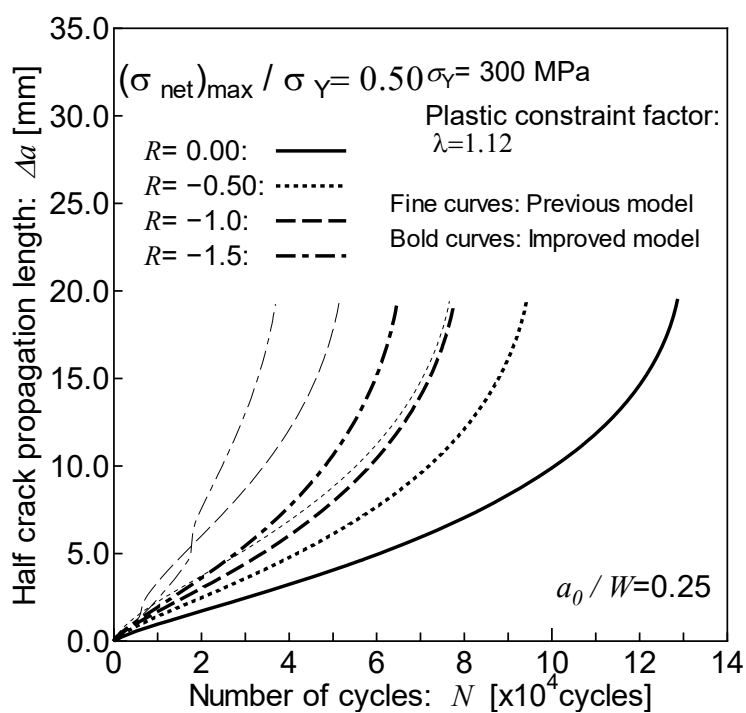
初期亀裂面の接触が疲労亀裂伝播挙動に及ぼす影響を検討するため、負の値を含む複数の応力比を有する一定振幅応力条件下において疲労亀裂伝播解析を実施した。解析条件を Table 4.3 に示す。

Fig.4.4, Fig.4.5, Fig.4.6 は解析により得られたサイクル数 ( $N$ ) と疲労亀裂伝播長 ( $\Delta a$ ) の関係である。同図中で太線が改良モデルによる結果、細線が従来モデルによる結果に相当する。改良後の疲労亀裂伝播シミュレーションにより得られたサイクル数 ( $N$ ) と疲労亀裂伝播長 ( $\Delta a$ ) の関係は応力比が負の条件下に改良前の疲労亀裂伝播シミュレー

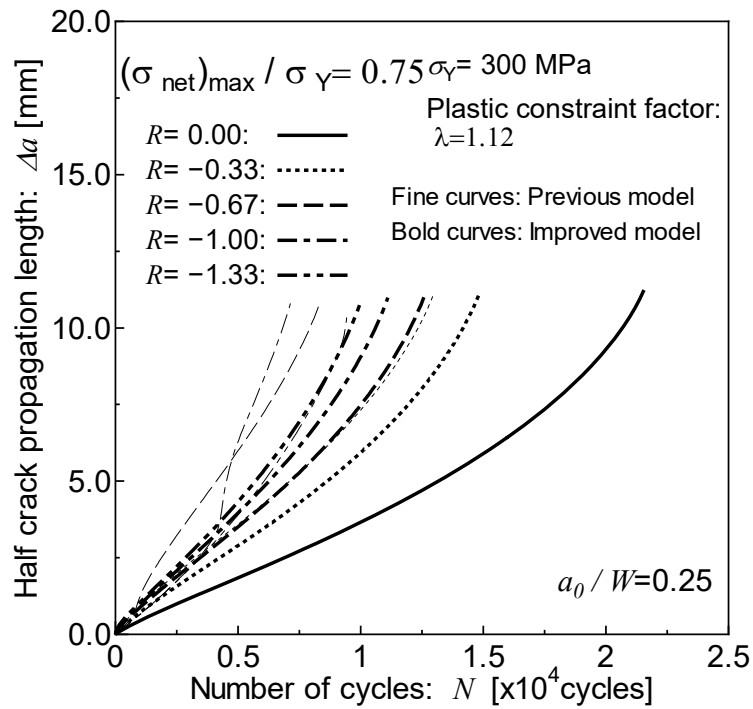
シミュレーション結果の亀裂成長初期段階における不自然な挙動を示すことなく、滑らかな成長挙動を示している。なお、応力比 ( $R$ ) が 0 の場合は、初期亀裂面が圧縮外力を受け持たないため、改良前後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる計算結果は完全に一致している。

Table 4.3 Analysis conditions.

Specimen type	CCT specimen
Specimen width ( $W$ ) [mm]	50.0
Half crack length ( $a$ ) [mm]	12.5, 25.0, 37.5
Yield stress ( $\sigma_Y$ ) [MPa]	300
Plastic constraint factor ( $\lambda$ )	1.12
Young's modulus ( $E$ ) [MPa]	206000
Applied net stress range ( $\Delta\sigma_{net}$ )	$\sigma_Y (= 300 \text{ MPa})$

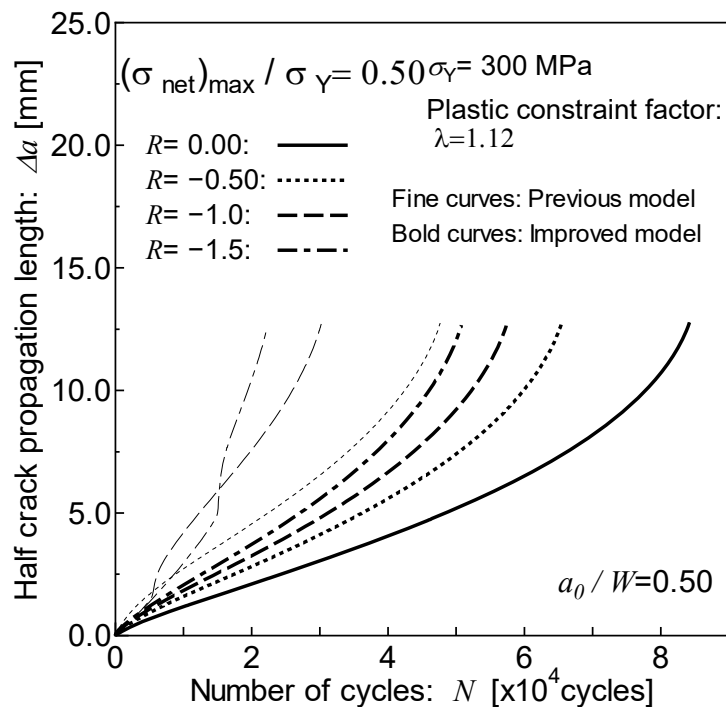


(a)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.50$

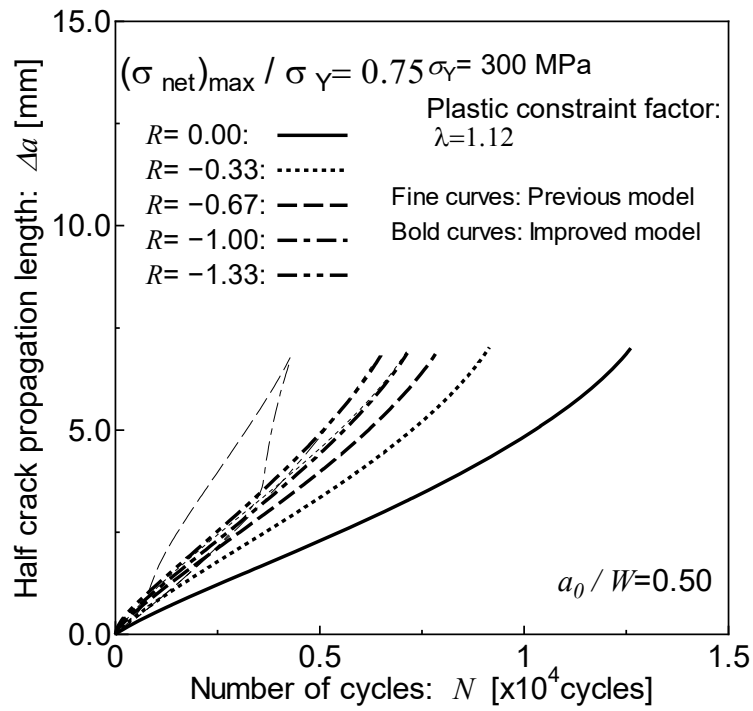


(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_{\gamma} = 0.75$

Fig.4.4 Crack growth curves under constant amplitude loading with different stress ratios.

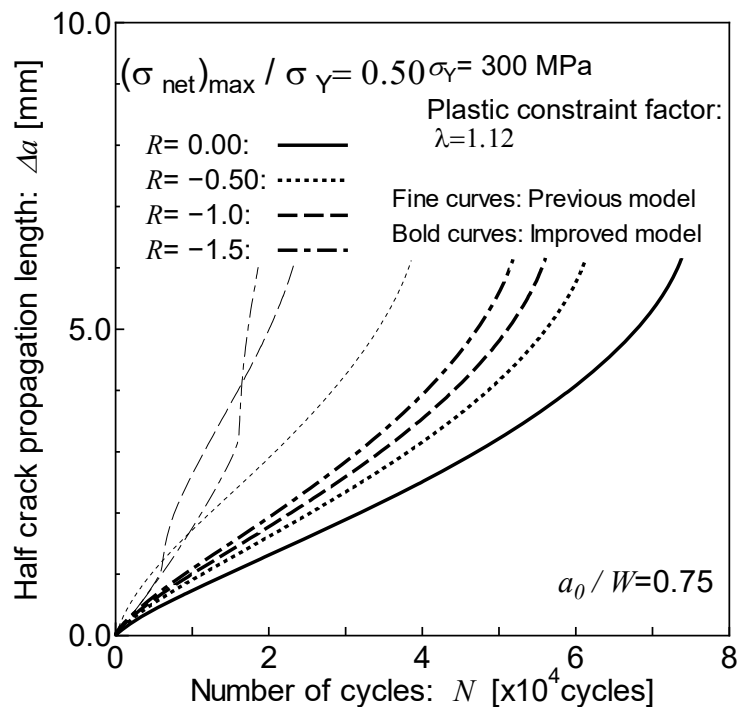


(a)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_{\gamma} = 0.50$



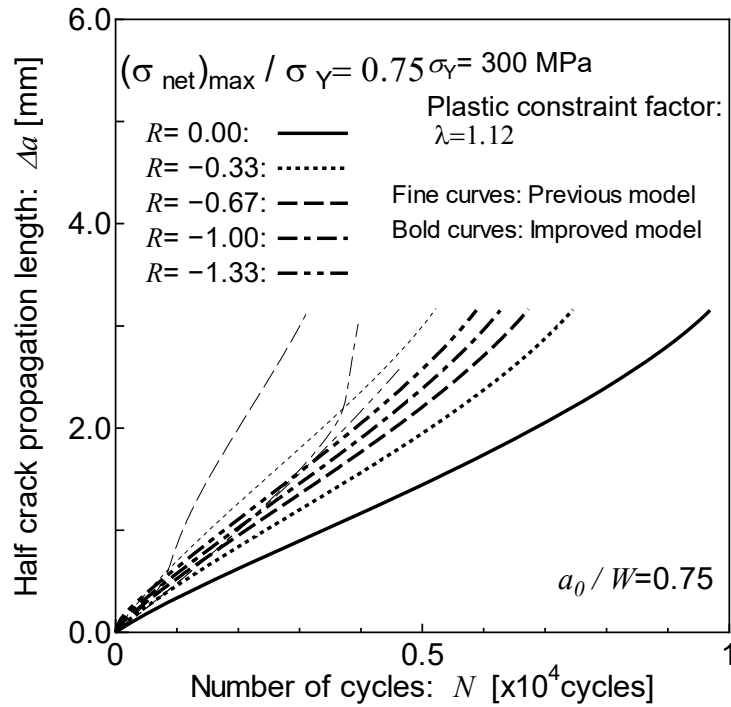
(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_{\gamma} = 0.75$

Fig.4.5 Crack growth curves under constant amplitude loading with different stress ratios.



(a)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_{\gamma} = 0.50$





(b)  $(\sigma_{net})_{max} / \sigma_Y = 0.75$

Fig.4.6 Crack growth curves under constant amplitude loading with different stress ratios.

### 4.3 亀裂先端近傍の両振塑性仕事に着目した有効応力抽出基準値

Matsuda と Gotoh<sup>1)</sup>は重畳応力履歴から疲労亀裂成長に有効な応力履歴を選択するために、応力履歴 1 サイクル中の疲労亀裂先端の塑性挙動に着目した。

$i$  サイクル目の最大応力  $\sigma_{max}^{(i)}$  作用時には疲労亀裂先端には引張塑性域が生じ、同サイクル中の最小応力  $\sigma_{min}^{(i)}$  作用時には疲労亀裂先端には圧縮塑性域が生じる。その後、最小応力作用後は再負荷過程を経て  $i+1$  サイクル目の負荷最大応力  $\sigma_{max}^{(i+1)}$  が作用するが、このとき、疲労亀裂先端に再び引張塑性域が生じる。Matsuda と Gotoh<sup>1)</sup>は疲労亀裂伝播の駆動源が亀裂先端近傍で生じる両振り塑性仕事に起因するという Toyosada ら<sup>2)</sup>の考えに基づき、疲労亀裂伝播に有効な有効応力履歴抽出に関するパラメータ  $\xi$  を (4.5) 式で与えた。

$$\xi = \int_{\tilde{\omega}} \sigma_Y d\varepsilon_p dx \quad (4.5)$$

ただし、

- $\tilde{\omega}$ : 両振塑性域寸法 (Fig.4.6 参照)
- $\sigma_Y$ : 降伏応力
- $d\varepsilon_p$ : 塑性ひずみ増分

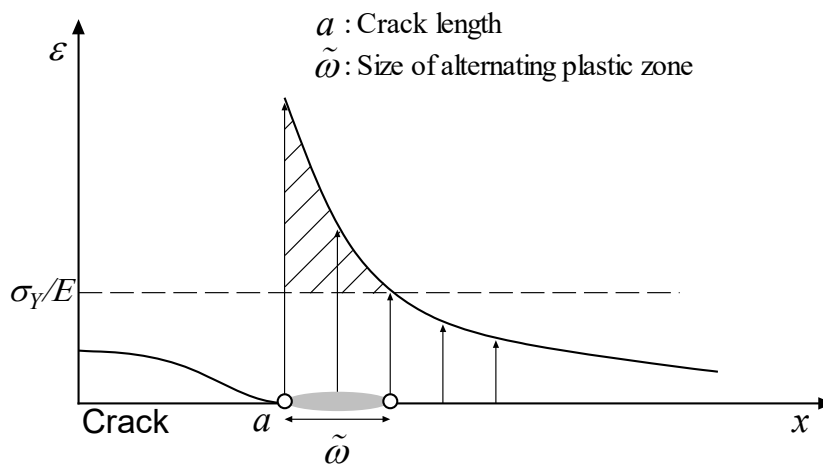


Fig.4.7 Schematic illustration of the strain distribution in vicinity of crack tip.

有効応力基準値 $\xi$ は両振塑性域内の単位板厚あたりの塑性仕事に相当する値である。先行研究<sup>1)</sup>では、除荷過程と再負荷過程のそれぞれにおいて計算された $\xi$ が下限値 $\xi_{limit}$ を上回る負荷履歴が疲労亀裂伝播に寄与する1サイクルを形成すると考え、重畳応力履歴条件下において疲労亀裂伝播試験と数値シミュレーションの比較により、この考え方の妥当性を検証している。

#### 4.4 全載荷期間連続した重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播試験

本節では、次節以降で参照する重畳応力履歴下における疲労亀裂伝播試験結果について紹介する。

##### 4.4.1 参照試験1

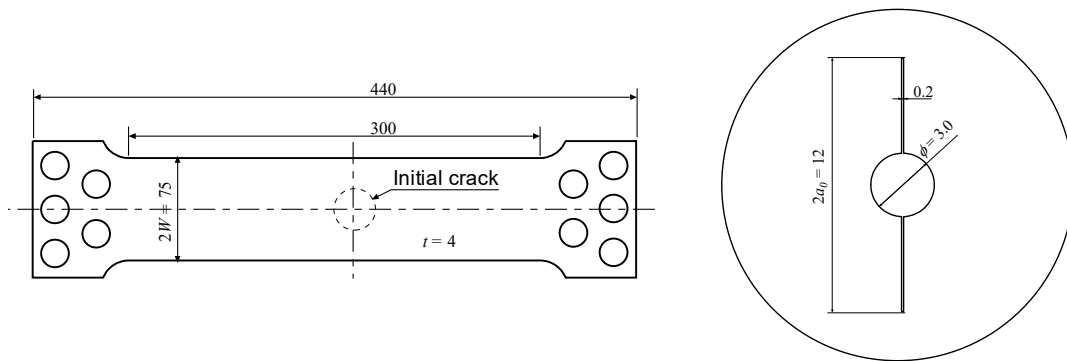
実構造物に作用する応力履歴は飛行機の翼に作用するG-A-G (Ground to Air to Ground) 荷重のように平均応力が顕著に変動する場合が数多く存在することを勘案し、参照試験<sup>1)</sup>では平均応力が変動する重畳応力履歴条件下で疲労亀裂伝播試験が実施されている。本試験の供試鋼材は軟鋼SM400Bであり、その機械的性質をTable 4.4に、その化学組成をTable 4.5に示す。試験片形状をFig.4.8に示すが、ワイヤカットによる幅0.2mmの初期亀裂が導入され、これを起点とする疲労亀裂伝播試験を実施している。

Table 4.4 Mechanical properties.

Yield stress [MPa]	Tensile strength [MPa]	Elongation [%]
299	452	33

Table 4.5 Chemical composition (wt%).

		C	Si	Mn	P	S
Material		0.15	0.20	1.05	0.009	0.002
Rule SM400B	Max	0.20	0.35	1.50	0.035	0.035
	Min	-	-	0.60	-	-



(a) General view.

(b) Detail of an initial crack.

Fig.4.8 Specimen configuration used.

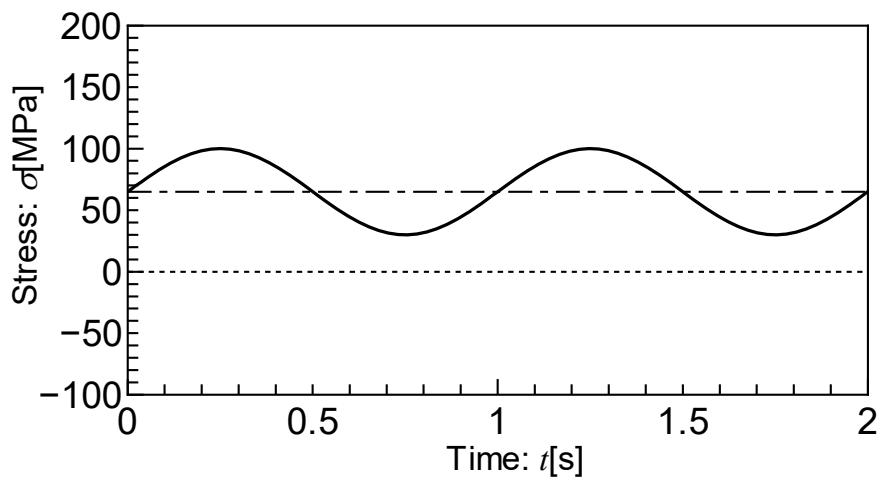
本試験で採用された応力条件を Table 4.6 に、応力波形を Fig.4.9 に示す。

- (試験 ID) L4t : 一定振幅の低周波応力波形.
- (試験 ID) Sa4t\_M : L4t の応力波形にその 5 倍の周波数で応力振幅が L4t と同等の高周波一定応力波形を重畳させた応力波形.
- (試験 ID) Pa4t\_M : Sa4t\_M の最大応力と最小応力を包絡した応力波形 (包絡波条件と称する).
- (試験 ID) Sa4t\_H および Pa4t\_H : それぞれ Sa4t\_M と Pa4t\_M の平均応力を 30MPa 増加させた応力波形.
- (試験 ID) Sa4t\_L および Pa4t\_L : それぞれ Sa4t\_M と Pa4t\_M の平均応力を 30MPa 減少させた応力波形.
- (試験 ID) Sa4t\_LL : Sa4t\_M の平均応力を 45MPa 減少させた応力波形.
- (試験 ID) Sa4t\_LLL : Sa4t\_M の平均応力を 60MPa 減少させた応力波形.
- (試験 ID) Va4t\_HL : Sa4t\_H と Sa4t\_L を低周波応力サイクル数 20,000 回毎に繰り返す応力波形.
- (試験 ID) Va4t\_HML : 平均応力を 65→95→65→35[MPa]と変動させた応力波形.
- (試験 ID) Ra4tD\_M : 平均応力を 65MPa とした実測模擬応力波形.
- (試験 ID) Ra4tD\_HML : Ra4tD\_M の平均応力を 65→95→65→35[MPa]と階段状に変動させた応力波形.

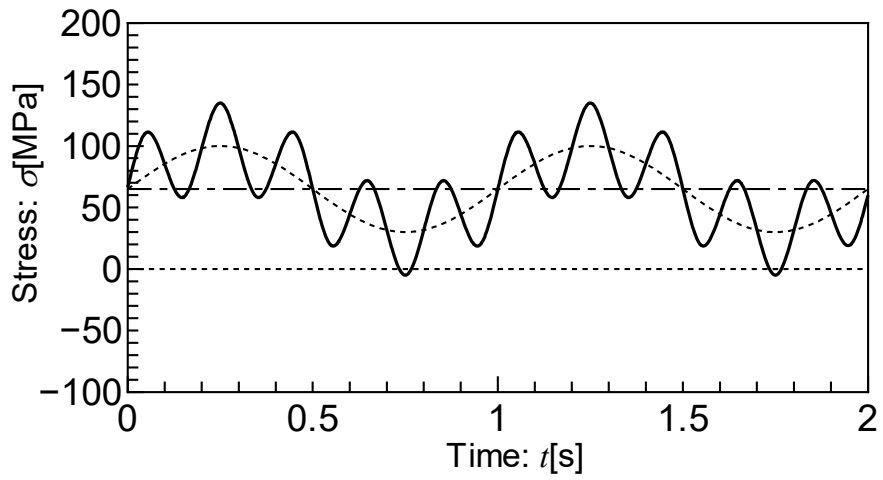
Table 4.6 Applied stress conditions

	Test ID	Amplitude [MPa]		Mean [MPa]	Cycle term
		Low	High		
(a)	L4t	±0	±35	65	Throughout
(b)	Sa4t_M	±35	±35		
(c)	Pa4t_M	±0	±70		
(d)	Sa4t_H	±35	±35	95	
(e)	Pa4t_H	±0	±70		
(f)	Sa4t_L	±35	±35	35	
(g)	Pa4t_L	±0	±70		
(h)	Sa4t_LL	±35	±35	20	
(i)	Sa4t_LLL			5	
(j)	Va4t_HL			95→35	20, 000
(k)	Va4t_HML			65→95→65→35	
(l)	Ra4tD_M	Random		65	Throughout
(m)	Ra4tD_HML			65→95→65→35	20, 000

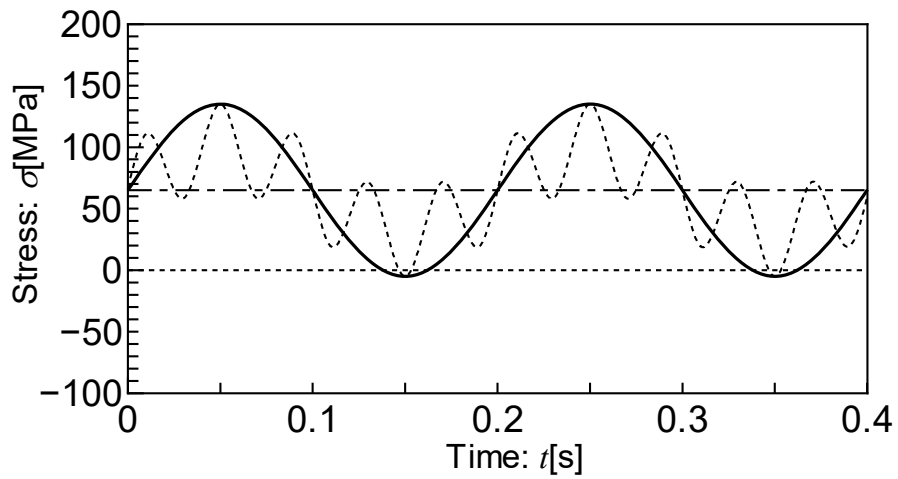
Table 4.9 に示した応力は目標値であり、実際の試験において応力波形は数%の誤差を含んでいたため、次節で示す疲労亀裂伝播シミュレーションでは実際に計測された応力履歴を用いて解析を実施した。



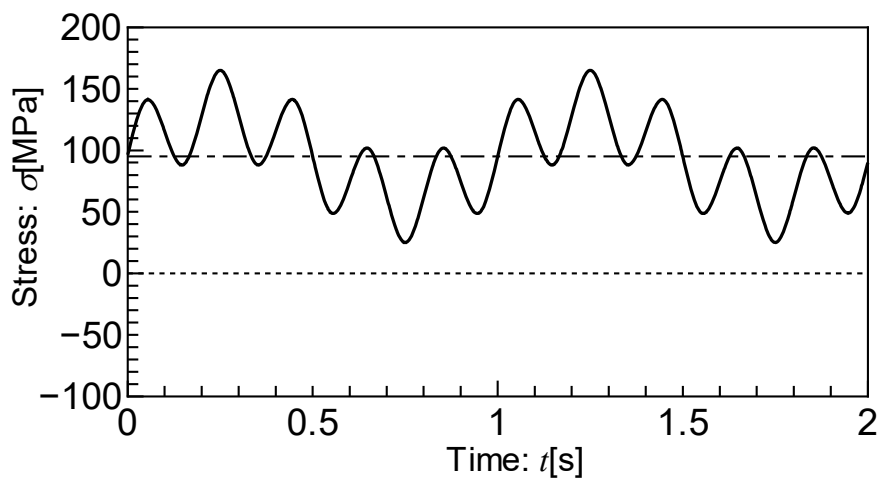
(a) L4t



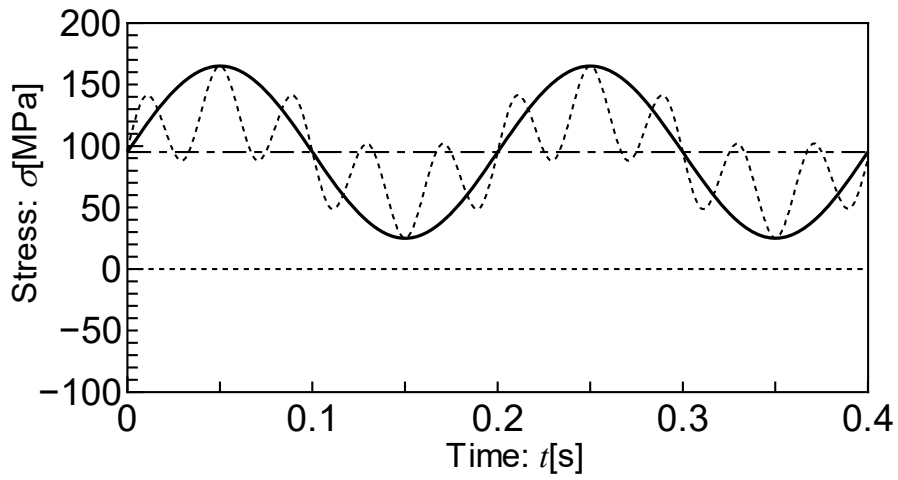
(b) Sa4t\_M



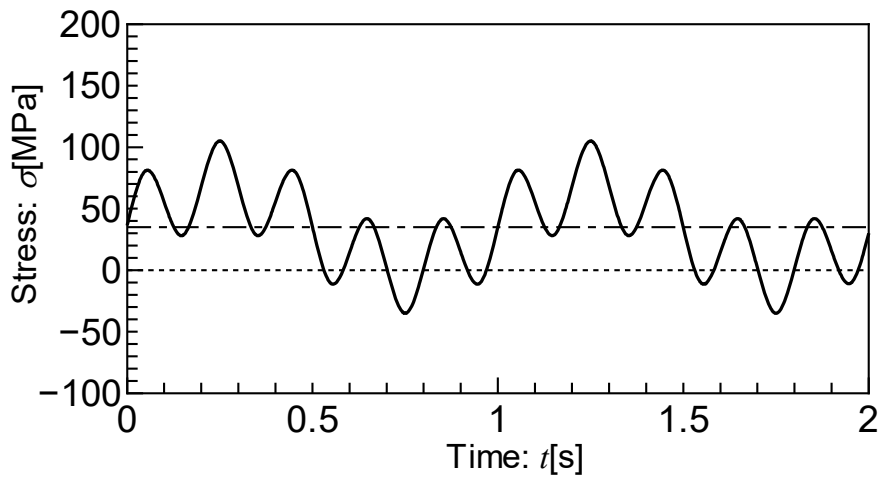
(c) Pa4t\_M



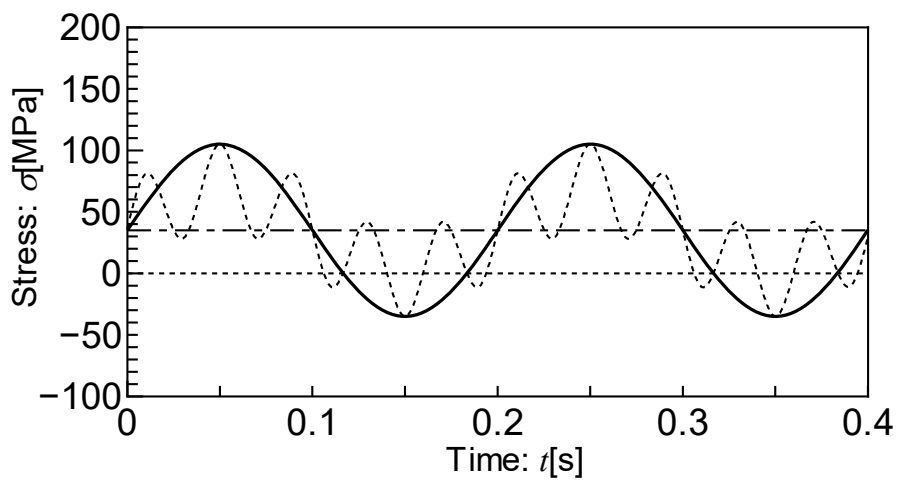
(d) Sa4t\_H



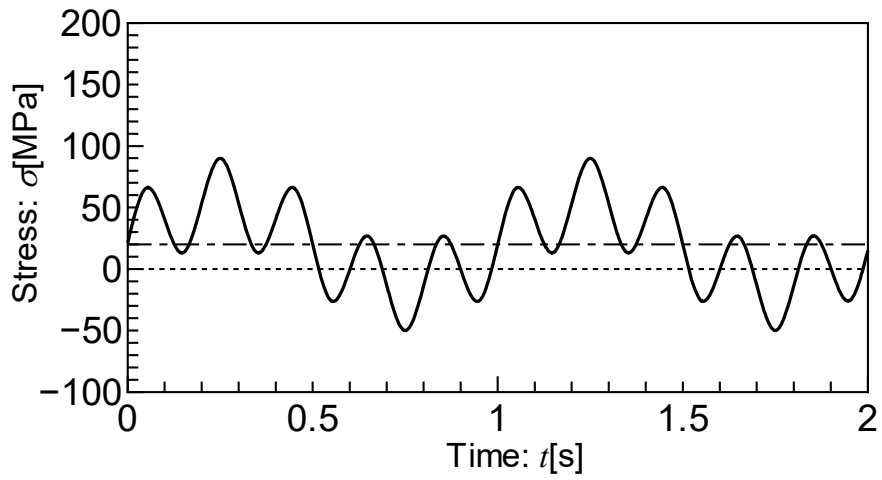
(e) Pa4t\_H



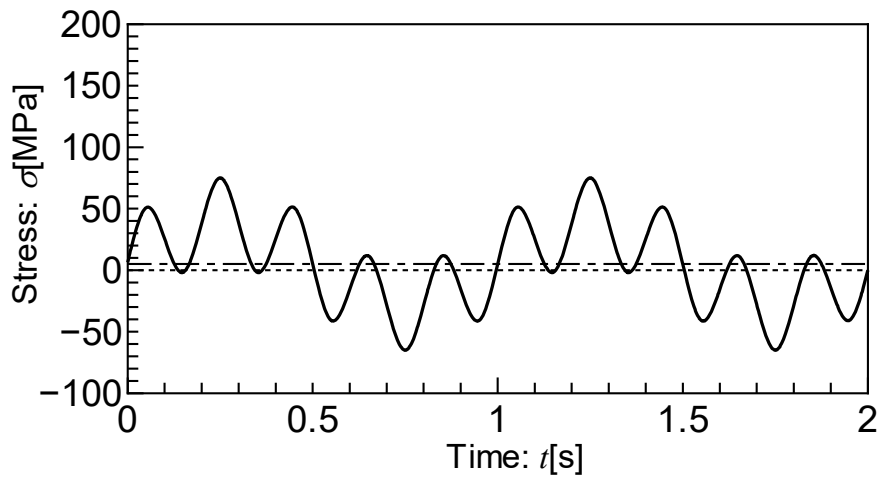
(f) Sa4t\_L



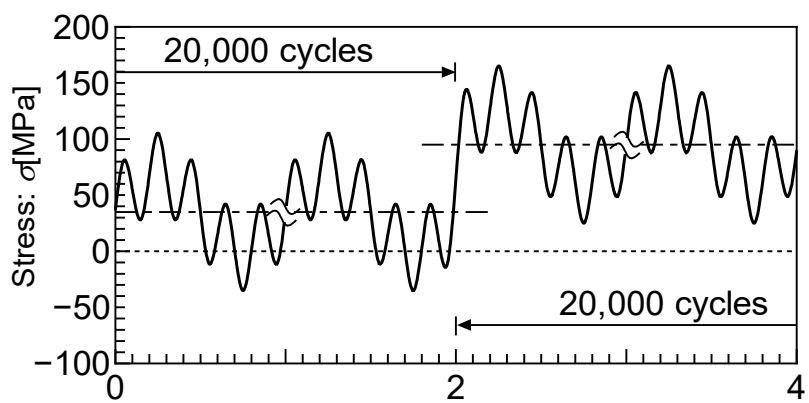
(g) Pa4t\_L



(h) Sa4t\_LL



(i) Sa4t\_LLL



Number of cycles (low frequency component):  $N_L$  ( $\times 10^4$ )

(j) Va4t\_HL

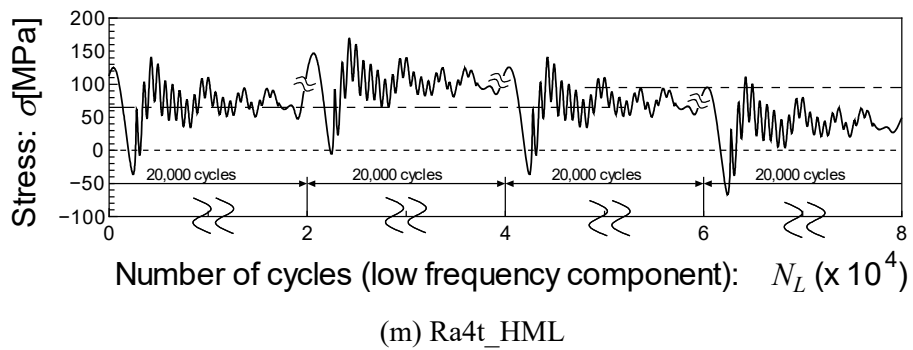
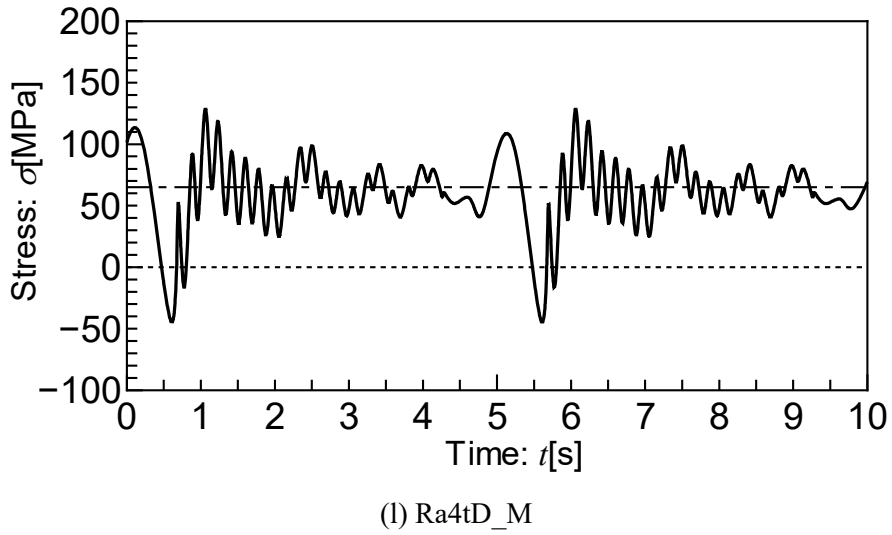
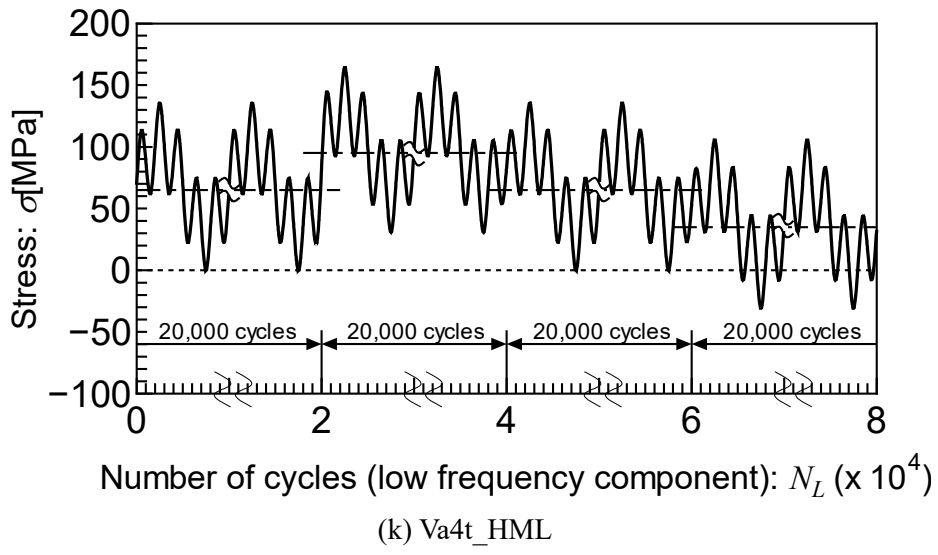


Fig.4.9 Applied stress sequences



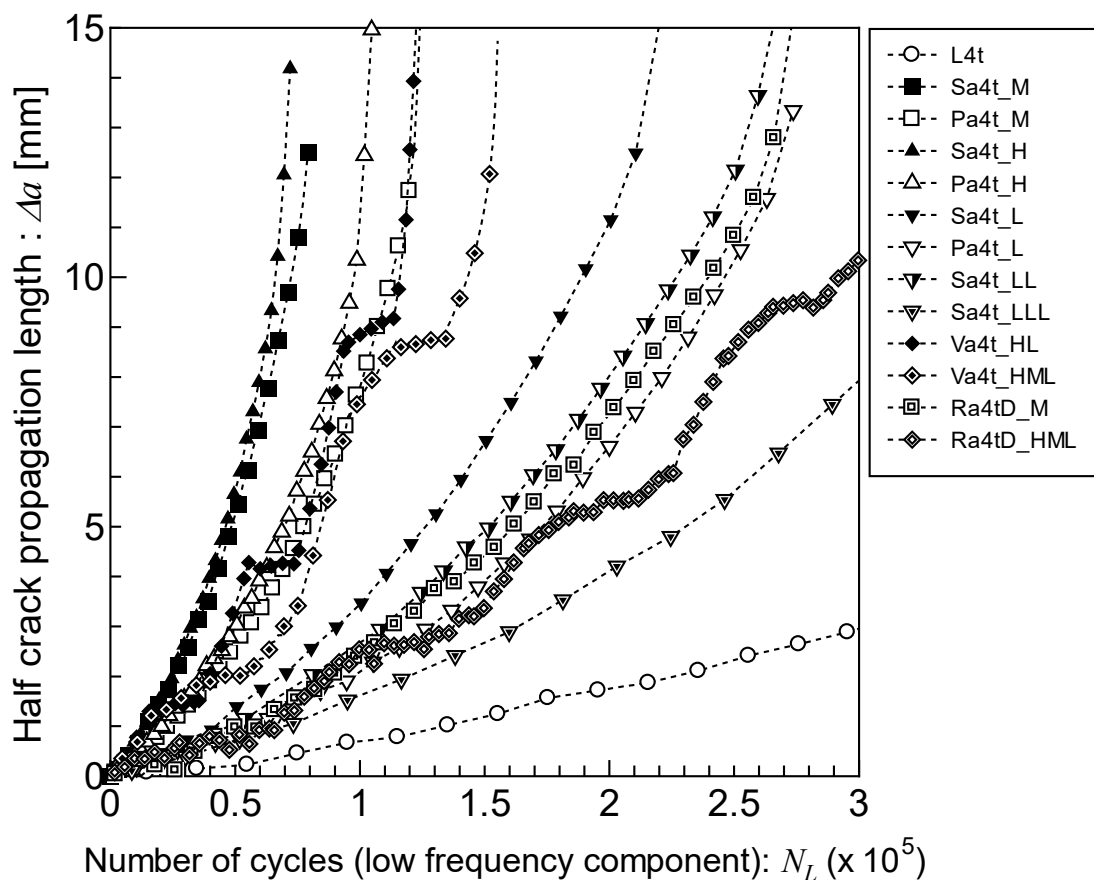


Fig.4.10 Measured fatigue crack growth curves under various stress conditions.

Fig.4.10 は疲労亀裂伝播試験の結果として得られたサイクル数と亀裂伝播量の関係である。ここでサイクル数は低周波応力成分の繰返し数で整理しており、亀裂伝播量はコンプライアンス法により取得された。

Fig.4.10 より、どの平均応力においても重畳応力条件の疲労亀裂伝播速度が包絡波条件の疲労亀裂伝播速度よりも速いことが確認できる。また、重畳波条件と包絡波条件の各々の条件においても平均応力が大きい方が伝播もは速いこと、Sa4t\_H と、Sa4t\_M の伝播速度の差はほとんど無く Sa4t\_M と Sa4t\_L の疲労亀裂伝播速度の差が最も大きいことも確認できる。

#### 4.4.2 参照試験 2

北村ら<sup>6)</sup>は、船体に作用する縦曲げなど長周期の応力の繰返しに whipping や springing 等の弾性振動が重畳するような重畳応力条件下における疲労亀裂伝播挙動を検証している。

本試験で使用した試験片鋼材は日本海事協会規格造船用鋼板 KA36 である。供試材の機械的性質を Table 4.7, 化学組成を Table 4.8 に示す。試験片形状は Fig.4.11 に示す中央

貫通亀裂試験片 (CCT 試験片) とし, 初期亀裂長さは 40mm である. 初期亀裂先端はワイヤカットを用いて幅 0.2mm, 長さ 1mm に加工が施されている.

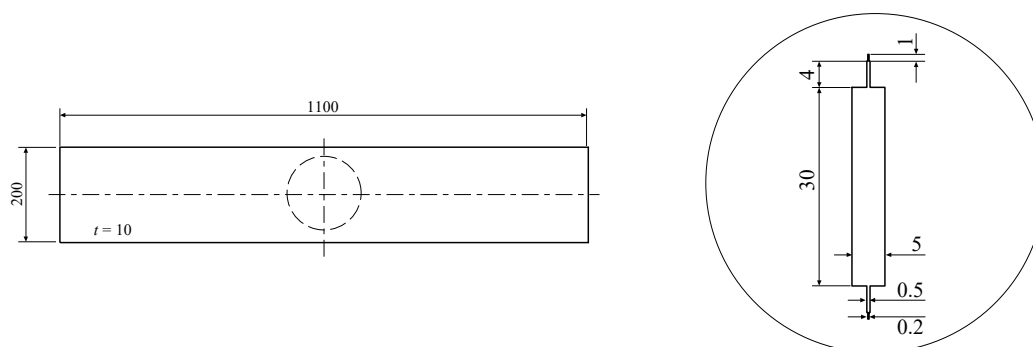
Table 4.6 Mechanical properties

Yield stress [MPa]	Tensile strength [MPa]	Elongation [%]
457	577	20

Table 4.7 Chemical composition (wt%)

		C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	Ceq
Material		0.15	0.27	1.17	0.014	0.006	0.01	0.01	0.03	0.003	0.35
Rule	Max	0.18	0.50	1.60	0.035	0.035	0.35	0.40	0.20	0.008	-
KA36	Min	-	-	0.90	-	-	-	-	-	-	-

$$*Ceq=C+Mn/6+(Ni+Cu)/15+(Cr+Mo+V)/5$$



(a) General view

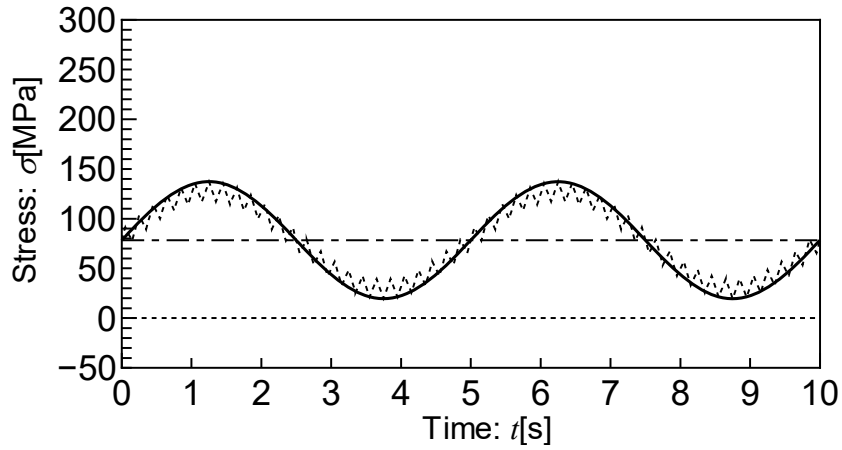
(b) Detail of notches

Fig.4.11 Specimen configuration used.

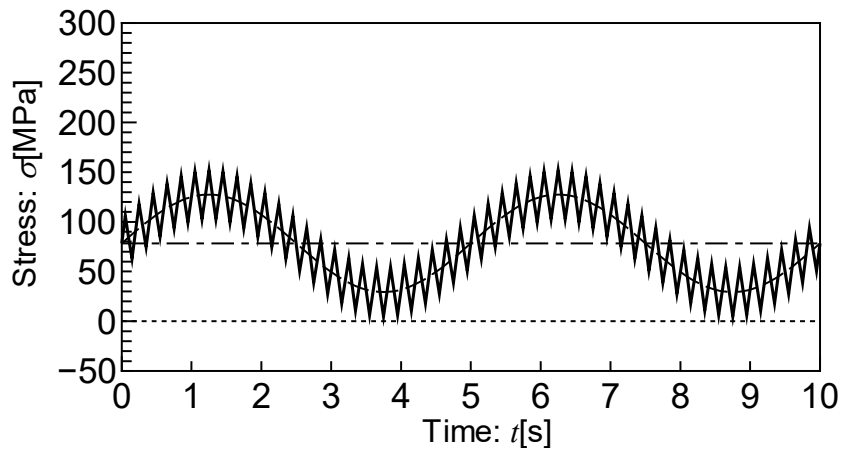
Table 4.8 及び Fig.4.12 に負荷条件を示す. (d) 試験 ID :L49H00M078 は周波数 0.2Hz の低周波応力であり, 応力振幅は一定応力振幅である. この一定振幅応力に周波数 5Hz の高周波成分を重畳させたものが (b) 試験 ID :L49H25M078 と (c) 試験 ID :L49H10M078 である. また, (c)L49H10M078 の応力波形を包絡した応力波形が (a) 試験 ID: L59H00M078 である. さらに, 実船に作用する whipping 振動を模擬した応力波形が (f) 試験 ID: L49H88M137\_D と (g) 試験 ID: L49H88M137\_D である. 実船に生じる whipping に起因する弾性振動の周期は低周波の波浪変動外力の 1/5 程度であり, 低周波応力 5, 6 波間に減衰して消失することが報告されているため, (f) 試験 ID: L49H88M137\_D と (g) 試験 ID: L49H88M137\_D はそれを再現した波形である. (f) 試験 ID: L49H88M137\_D と (g) 試験 ID: L49H88M137\_D の 2 条件から減衰する高周波成分を除いた低周波応力振幅のみの波形が (e) ID: L49H00M137 である.

Table 4.8 Applied stresses and damping conditions

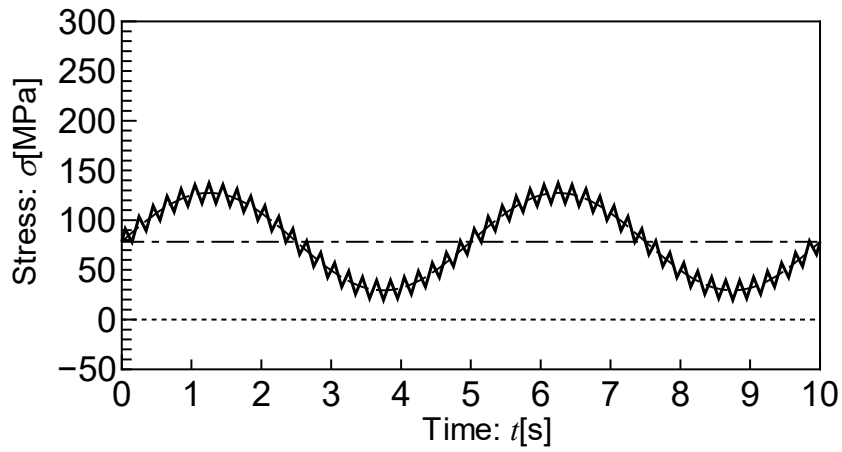
	Test ID	Amplitude [MPa]		Mean [MPa]	Damping
		Low	High		
(a)	L59H00M078	±58.8	±0.0	78.4	None
(b)	L49H25M078	±49.0	±24.5		
(c)	L49H10M078		±9.8		
(d)	L49H00M078		±0.0		
(e)	L49H00M137		±0.0	137.2	Given
(f)	L49H88M137_D	±88.2			
(g)	L49H49M137_D	±49.0			



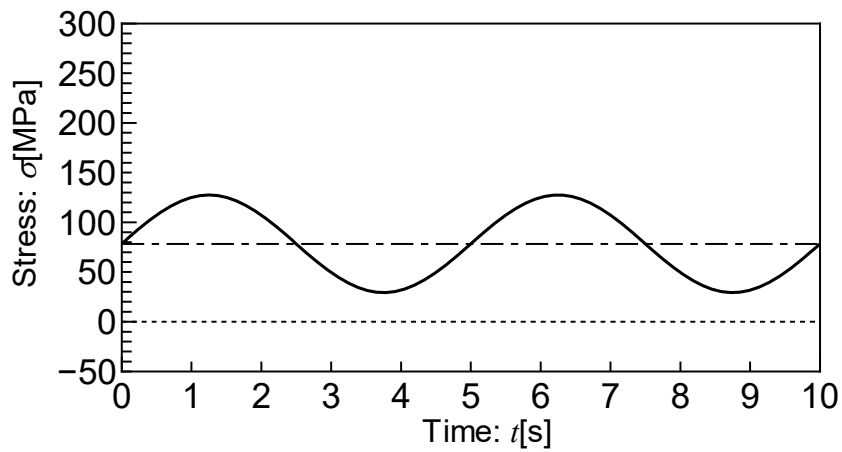
(a) L59H00M078



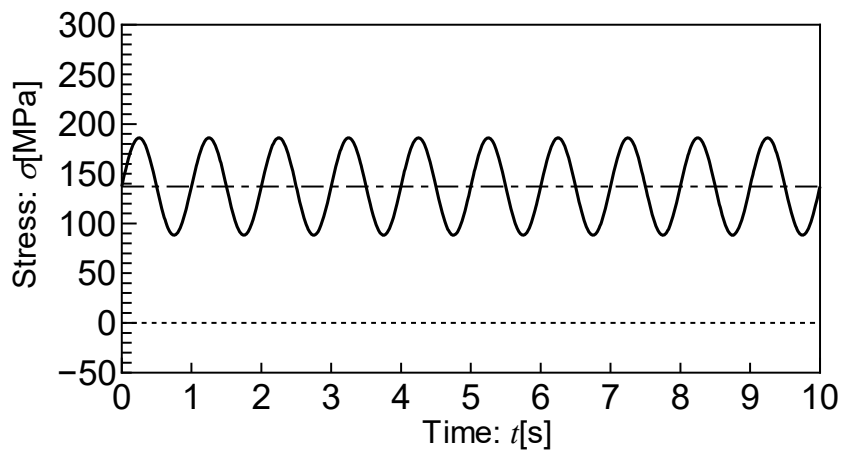
(b) L49H25M078



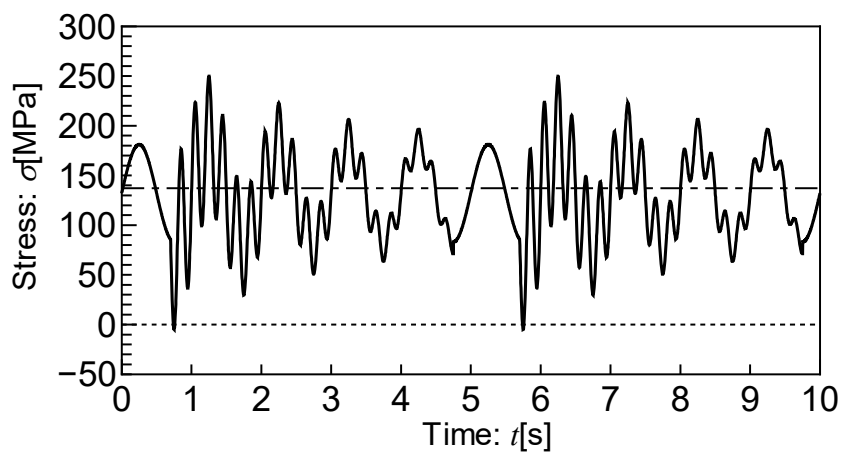
(c) L49H10M078



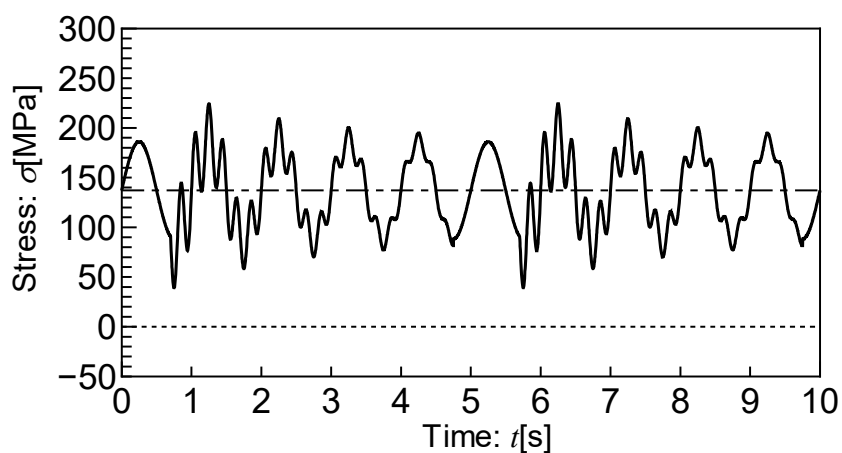
(d) L49H00M078



(e) L49H00M137



(f) L49H88M137\_D



(g) L49H49M137\_D

Fig.4.12 Applied stress sequences

Fig.4.13 は疲労亀裂伝播試験の結果として得られたサイクル数と亀裂伝播量の関係である。ここでサイクル数は低周波応力成分の繰返し数で整理しており、亀裂伝播量は試験片に貼付されたクラックゲージを用いて測定されている。

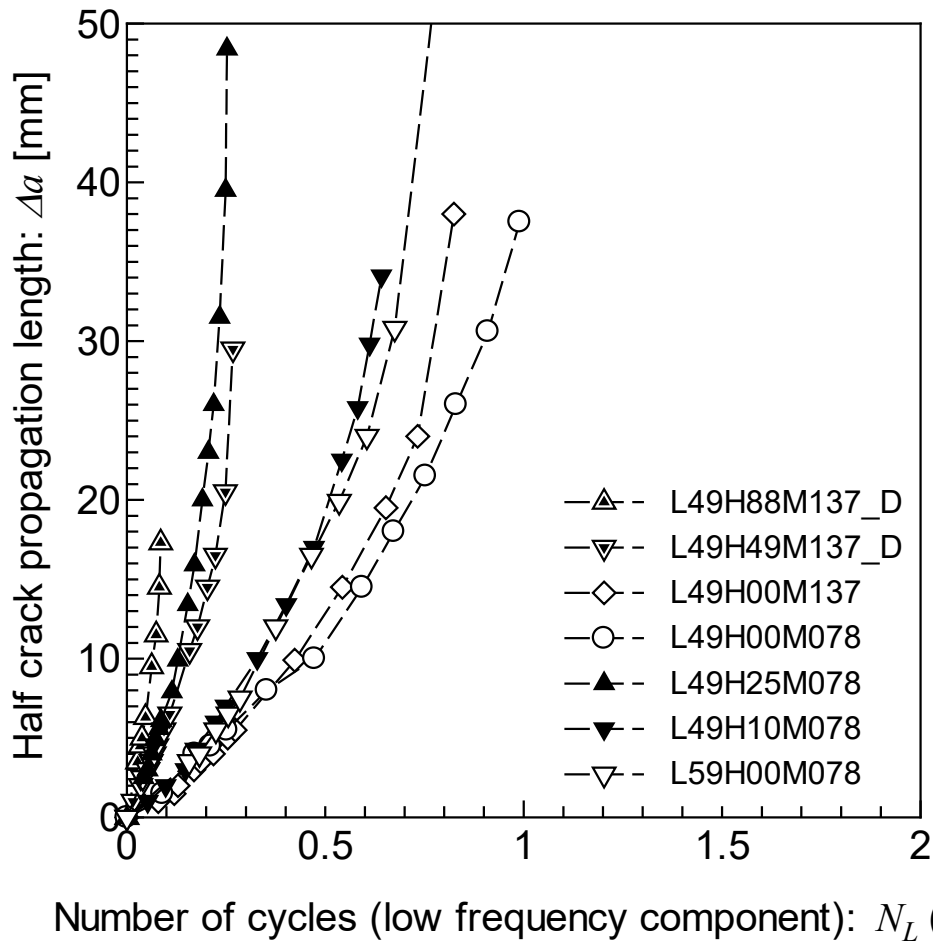


Fig.4.13 Measured fatigue crack growth curves under various stress conditions

試験 ID: L49H10M078 と試験 ID: L59H00M078 における疲労亀裂伝播速度はほぼ同程度である。

試験 ID:L49H25M078 の高周波成分における振幅は試験 ID:L49H10M078 の高周波成分における振幅よりも大きいため、試験 ID:L49H25M078 における疲労亀裂伝播速度は試験 ID:L49H10M078 における疲労亀裂伝播速度よりも大きい。

さらに減衰重畳波応力条件に関して、試験 ID:L49H88M137\_D における高周波成分の振幅は試験 ID:L49H49M137\_D における高周波成分の振幅より大きく、試験 ID:L49H88M137\_D の疲労亀裂伝播速度は試験 ID:L49H49M137\_D の疲労亀裂伝播速度より大きい。

#### 4.4.3 参照試験3

Sumi<sup>7)</sup>は、船体が航行中に遭遇する波浪変動外力を念頭に、規則波形、slamming と whipping 等を重畳させた波形、包絡波形による3種類の応力を負荷した疲労亀裂伝播試験を行っている。

供試材は軟鋼 (SM490A) であり、機械的性質と試験片形状をそれぞれ Table 4.9, Fig.4.14 に示す。

Table 4.9 Mechanical properties

Yield stress [MPa]	Tensile strength [MPa]
353	533

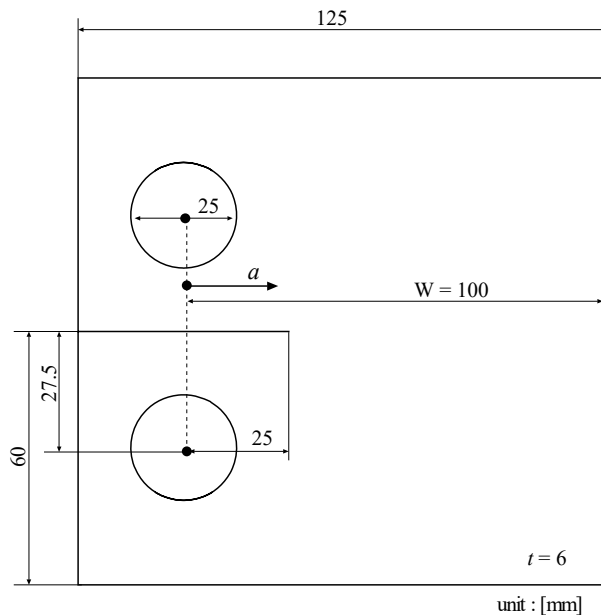


Fig.4.14 Specimen configuration used

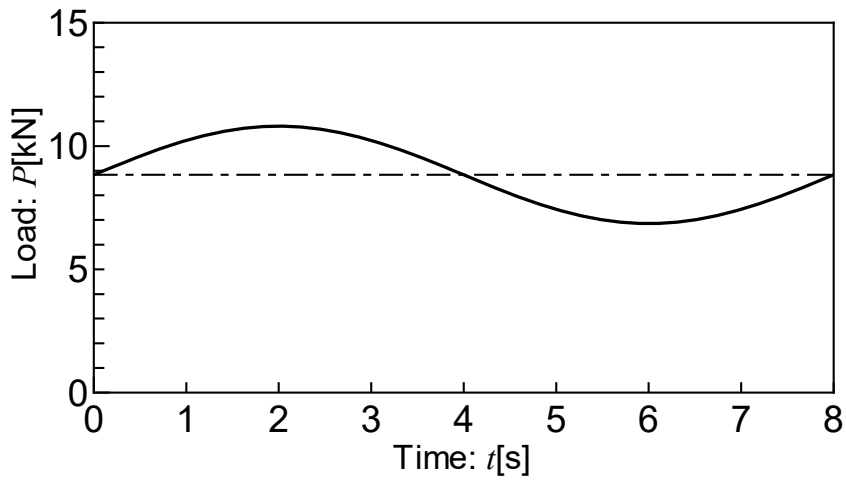
本試験の負荷応力波形を Fig.4.15 に、試験条件を Table 4.10 に示す。

- (試験 ID) W-1.0 : 波浪変動外応力を模擬した一定振幅応力.
- (試験 ID) WH-1.0 : W-1.0 に一定振幅の高周波を重畳させた波形.
- (試験 ID) WS-1.0 : W-1.0 に減衰する減衰する高周波を重畳させた波形
- (試験 ID) M-1.0 : WS-1.0 の波形を包絡した波形.
- (試験 ID) WS-0.5 および WS-1.5 : WS-1.0 の高周波成分の振幅をそれぞれ 0.5 倍, 1.5 倍して W-1.0 に重畳させた波形.
- (試験 ID) M-0.5 および M-1.5 : WS-0.5 と WS-1.5 を包絡した応力波形.

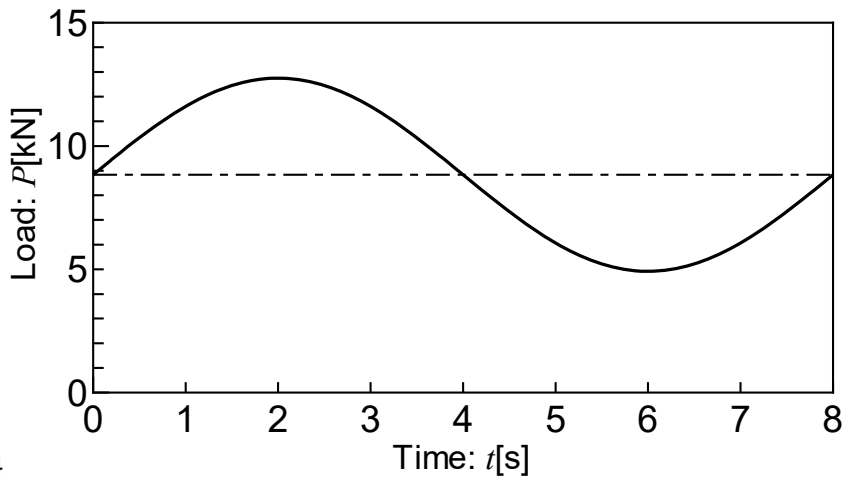
Table 4.10 Applied load conditions.

	Test ID	Load conditions	Mean [KN]	Amplitude [KN]
(a)	W-1.0	Basic constant amplitude test	8.83	1.97
(b)	W-2.0	Load level is twice as high as W-1.0	8.83	3.92
(c)	WH-1.0	W-1.0+High frequency constant amplitude with the same amplitude	8.83	3.92
(d)	WS-1.0	W-1.0+Slam-induced dynamic stress of the same amplitude	8.83	3.22
(e)	WS-0.5	W-1.0+Slam-induced dynamic stress of the half amplitude	8.83	3.22
(f)	WS-1.5	W-1.0+Slam-induced dynamic stress of the 150% amplitude	8.83	2.52
(g)	M-1.0	Low frequency stress with the same maximum and minimum stresses as those of WS-1.0	8.83	2.52
(h)	M-0.5	Low frequency stress with the same maximum and minimum stresses as those of WS-0.5	8.83	3.98
(i)	M-1.5	Low frequency stress with the same maximum and minimum stresses as those of WS-1.5	8.83	3.98

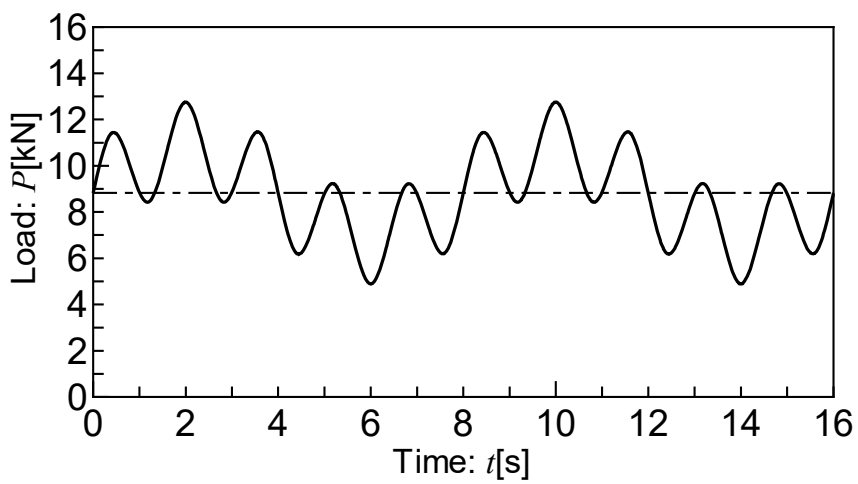




(a) W-1.0

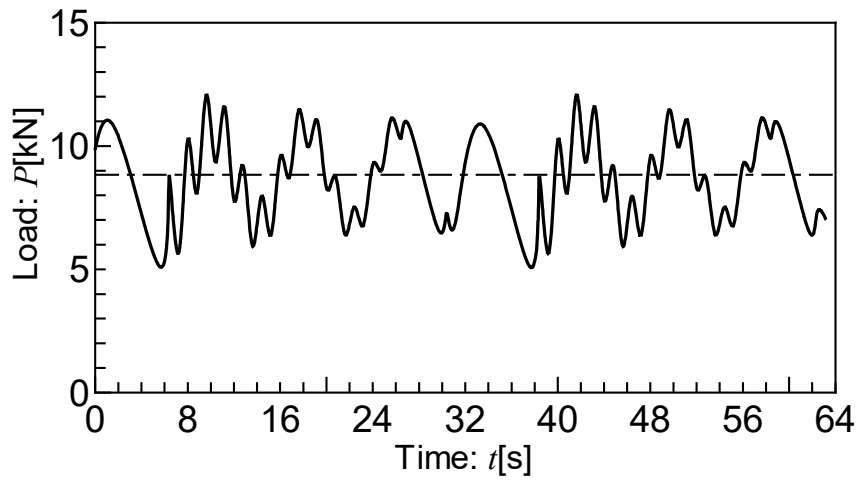


(b) W-2.0

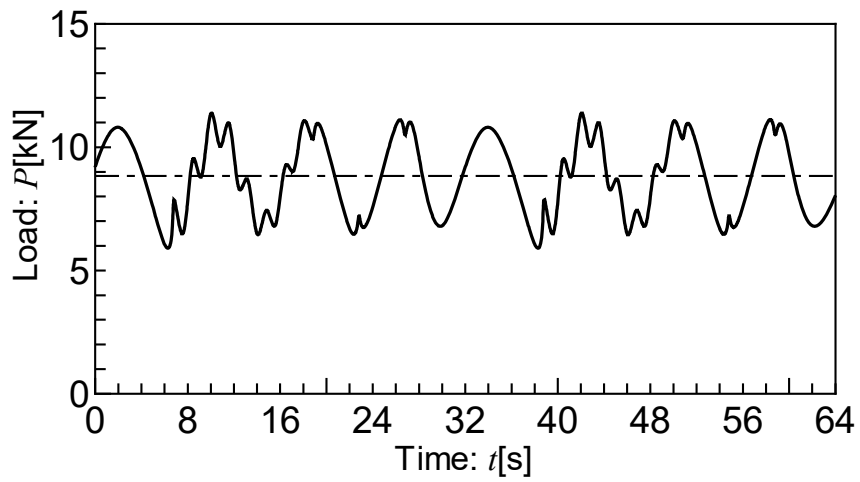


(c) WH-1.0

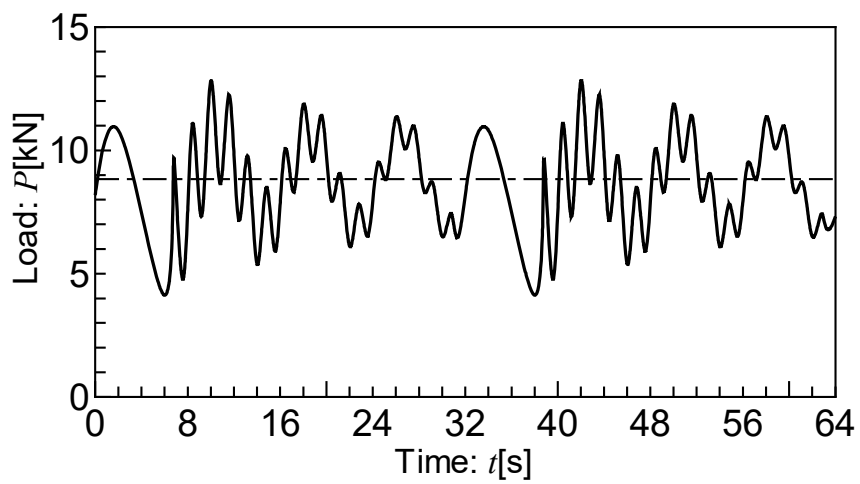
4



(d) WS-1.0



(e) WS-0.5



(f) WS-1.5

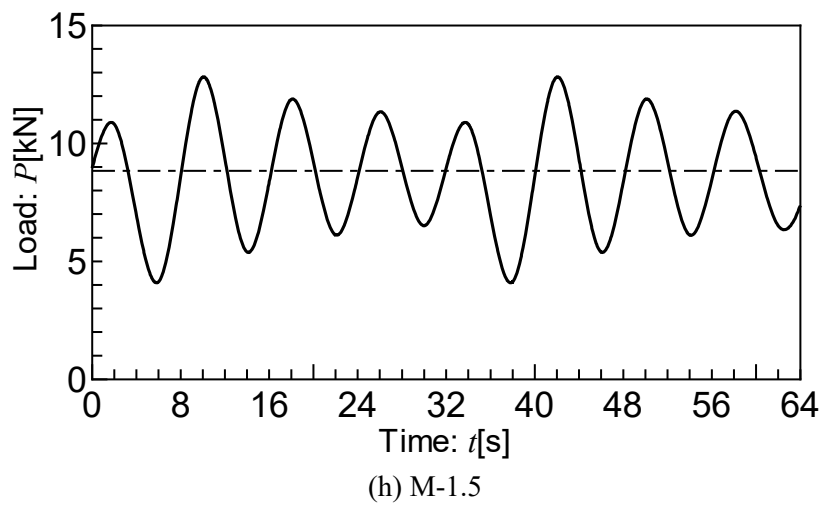
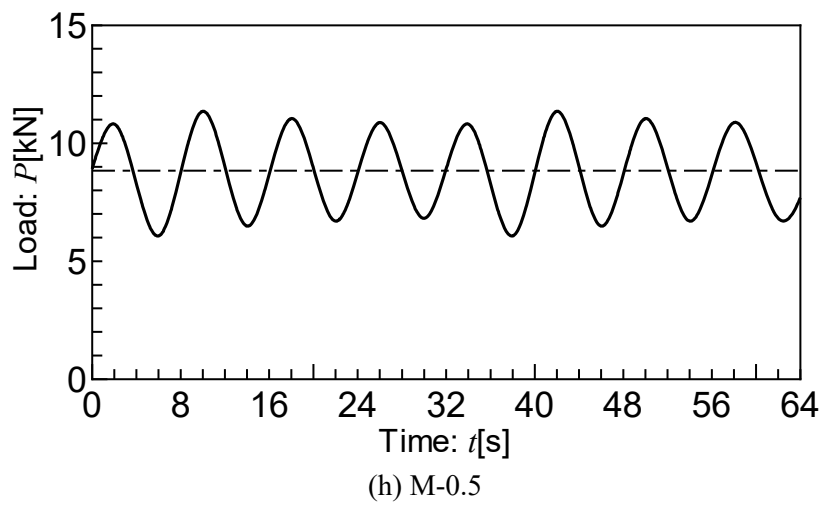
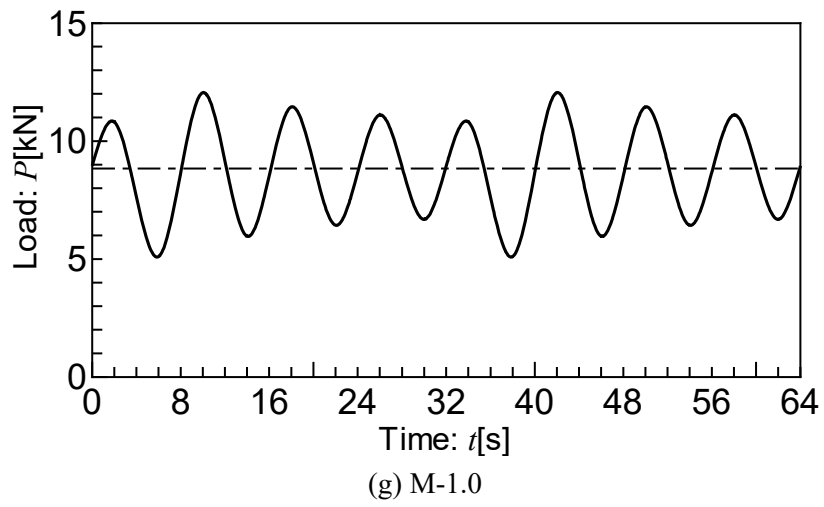


Fig.4.15 Applied loading sequences

Fig.4.16 は疲労亀裂伝播試験の結果として得られたサイクル数と亀裂伝播量の関係である。サイクル数は低周波応力成分の繰返し数で整理している。

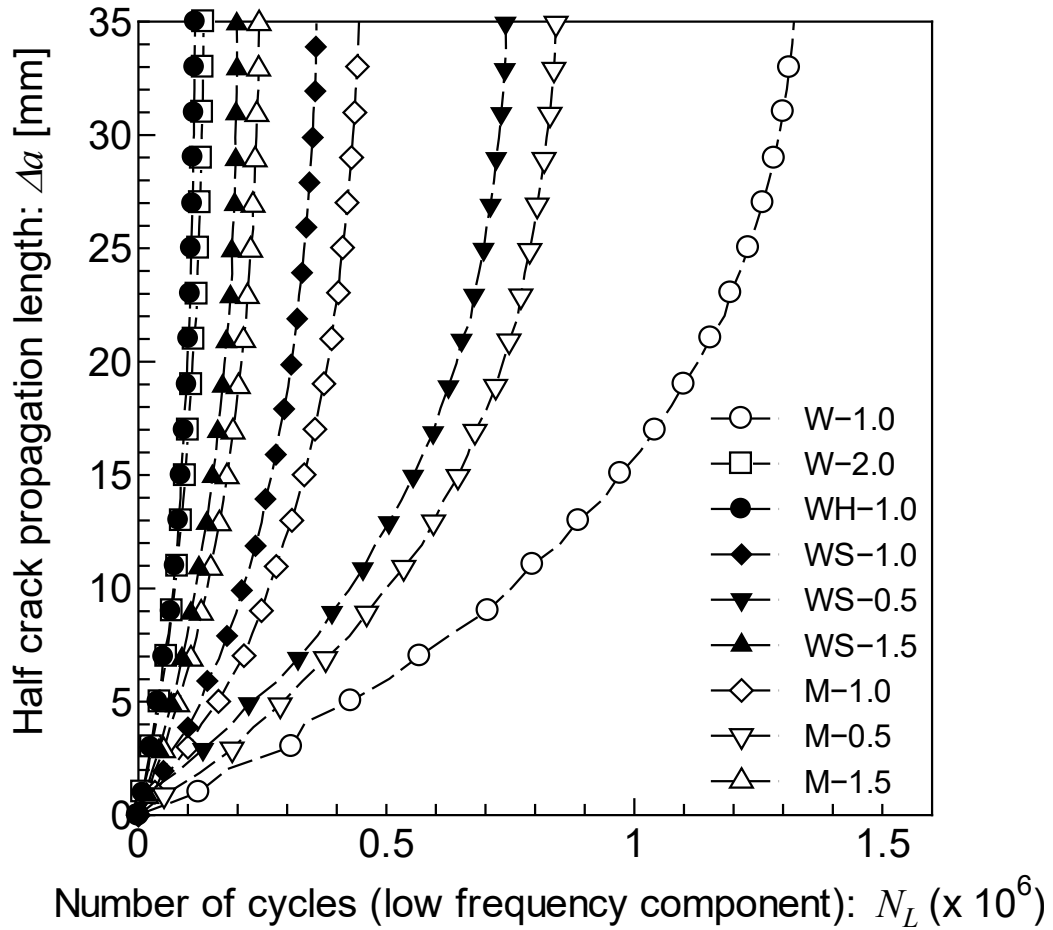


Fig.4.16 Comparison of fatigue crack propagation.

試験 ID: WS-1.0, WS-0.5, WS-1.5 の疲労亀裂伝播速度を比較すると重畳する高周波成分が大きい程、疲労亀裂伝播速度が大きいことが確認できる。

#### 4.4.4 参照試験 4

北村らによる参照試験 2 に引き続き，日本海事協会を中心とする共同研究<sup>8)</sup>において船体に作用する縦曲げなど長周期の応力の繰返しに whipping や springing 等の弾性振動が重畳するような重畳応力条件下における疲労亀裂伝播挙動の検証が実施された。供試材は LR (ロイド船級協会) 規格造船用鋼板 AH36 であり，機械的性質と化学組成を Table 4.11 と Table 4.12 にそれぞれ示す。試験片寸法は Fig.4.11 と同じである。

Table 4.11 Mechanical properties

Yield stress [MPa]	Tensile strength [MPa]	Elongation [%]
435	526	24

Table 4.12 Chemical composition (wt%)

		C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	Ceq
Material		0.15	0.37	1.17	0.014	0.006	0.01	0.01	0.03	0.003	0.35
Rule	Max	0.21	0.50	2.4-6C	0.035	0.035	-	-	-	-	-
AH36	Min	-	-	2.5C	-	-	-	-	-	-	-

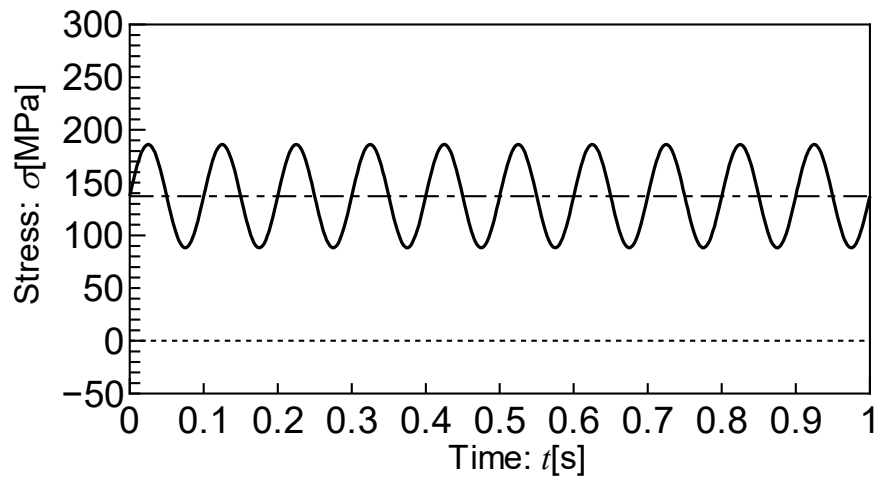
$$*Ceq=C+Mn/6+(Ni+Cu)/15+(Cr+Mo+V)/5$$

本試験における試験条件を Table 4.13 に示し，応力波形を Fig.4.17 に示す。試験 ID: L49H00M137 は一定振幅の応力波形であり，試験 ID: L49H25M137 は試験 ID: L49H00M137 の応力波形に高周波の一定振幅応力を重畳させた波形である。また，高周波成分が減衰しているものは末尾に D を付与しており，本試験では低周波応力振幅を 49MPa とし，高周波振幅/低周波振幅が 0.25~1.00 まで 0.25 刻みで四つの条件がを設定された。Table 4.13 の低周波振幅の欄に”Random”と記された試験条件は低周波成分が実船計測結果の縦曲げ応力の波形を模擬したものである。

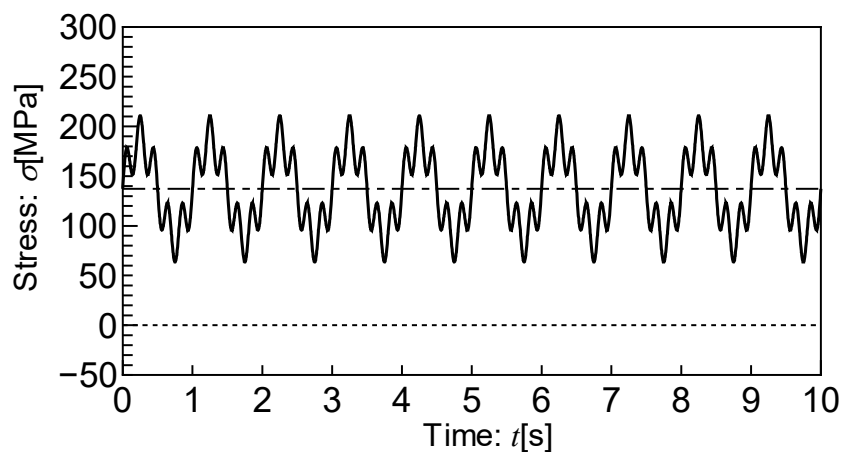
Table 4.13 Applied stress and damping conditions.

	Test ID	Amplitude [MPa]		Mean [MPa]	Damping	Stress ratio (H/L)	Cycle Ratio (H/L)	Number of tests
		Low	High					
(a)	L49H00M137	±49.0	±00.0	137.2	None	0.00	0	2
(b)	L49H25M137		±24.5			0.50	5	2
(c)	L49H12M137_D		±12.3		Given	0.25	5	2
(d)	L49H25M137_D		±24.5			0.50		2
(e)	L49H37M137_D		±36.7			0.75		2

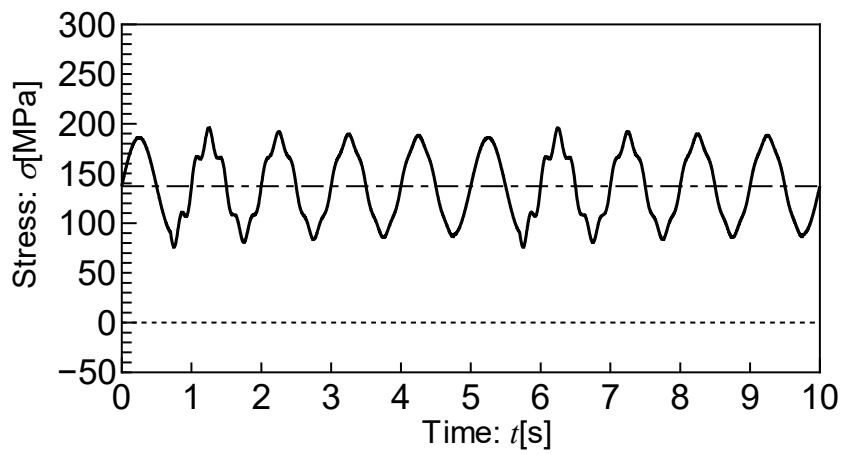
(f)	L49H49M137_D		±49.0			1. 00		1
(g)	L49H88M137_D		±88.2			1. 80		1
(h)	L25H25M137_D	±25.0	±25.0			1. 00		2
(i)	L91H46M137_D	±91.4	±45.7			0. 50		2
(j)	L**H00M137	Random	±00.0			0. 00	0	1
(k)	L**H54M137_D		±54.0		Given	-	5	1



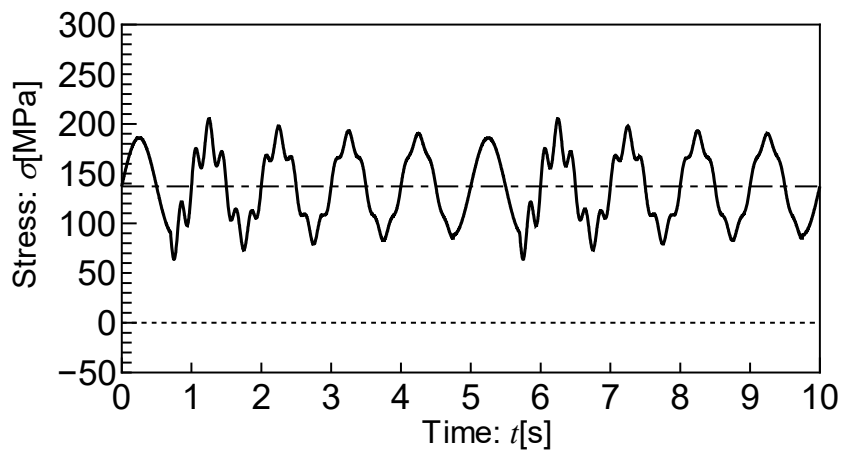
(a) L49H00M137



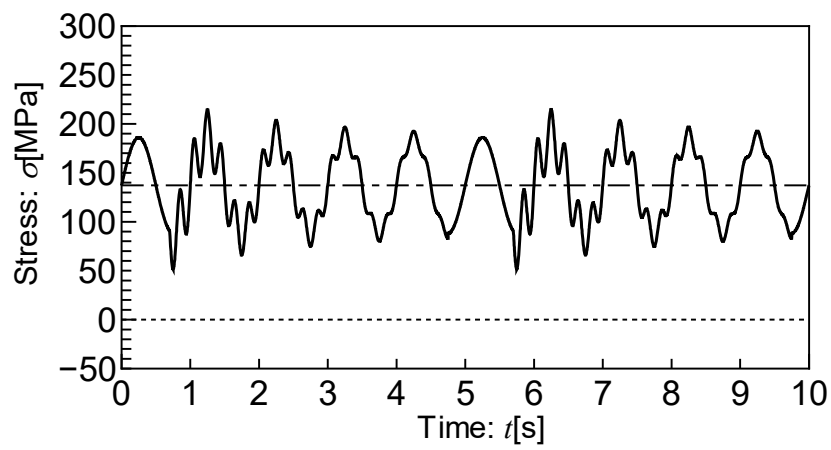
(b) L49H25M137



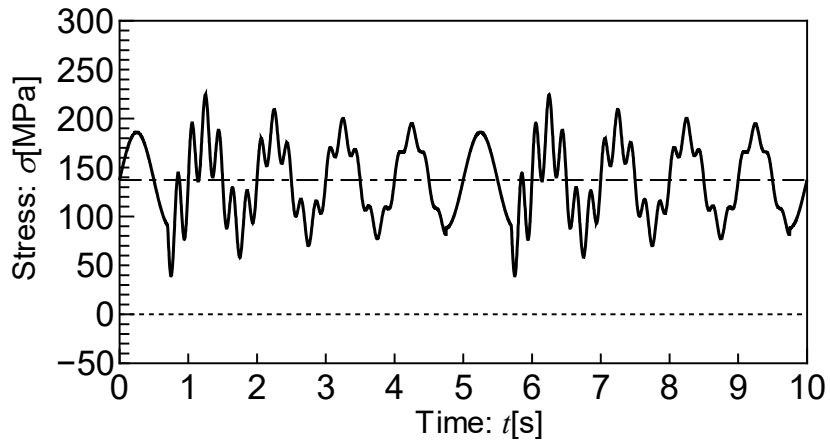
(c) L49H12M137\_D



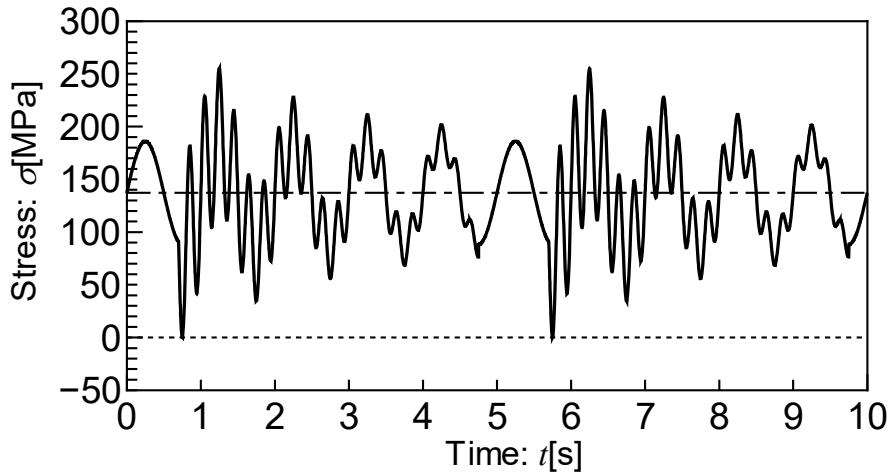
(d) L49H25M137\_D



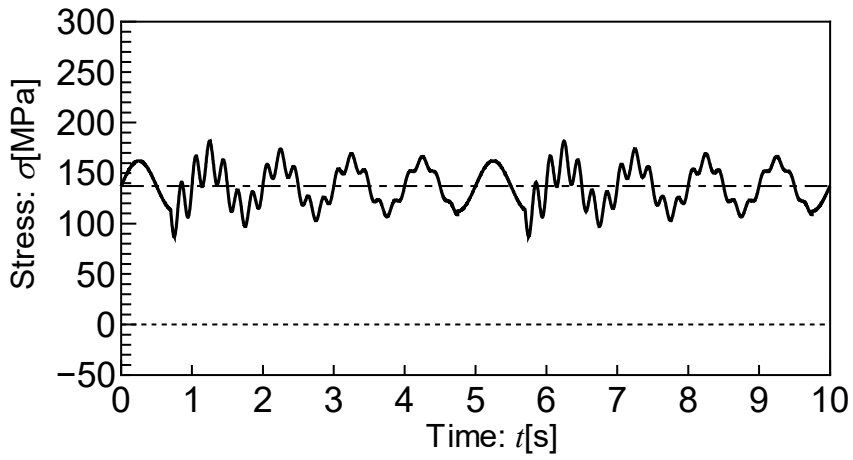
(e) L49H37M137\_D



(f) L49H49M137\_D

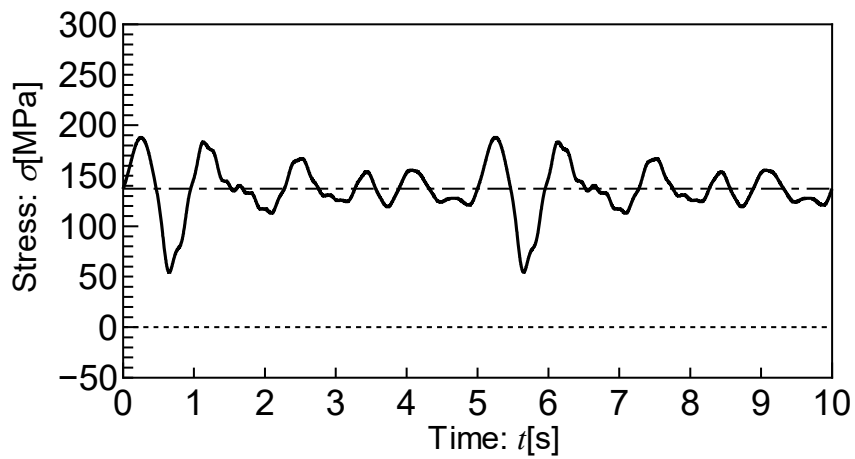


(g) L49H88M137\_D

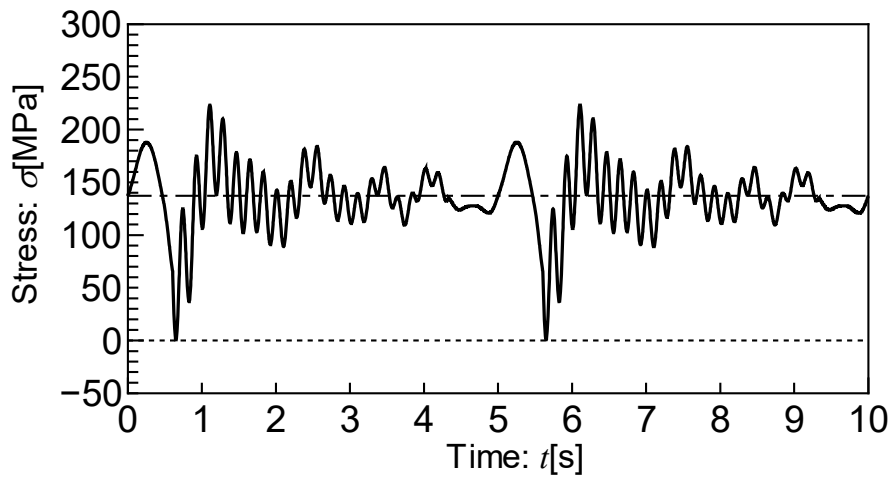


(h) L25H25M137\_D





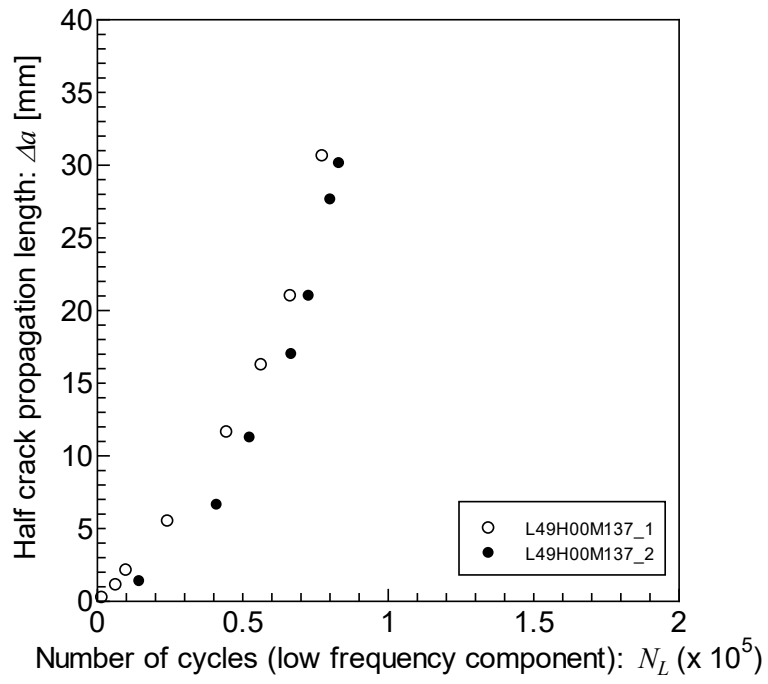
(j) L—H00M137



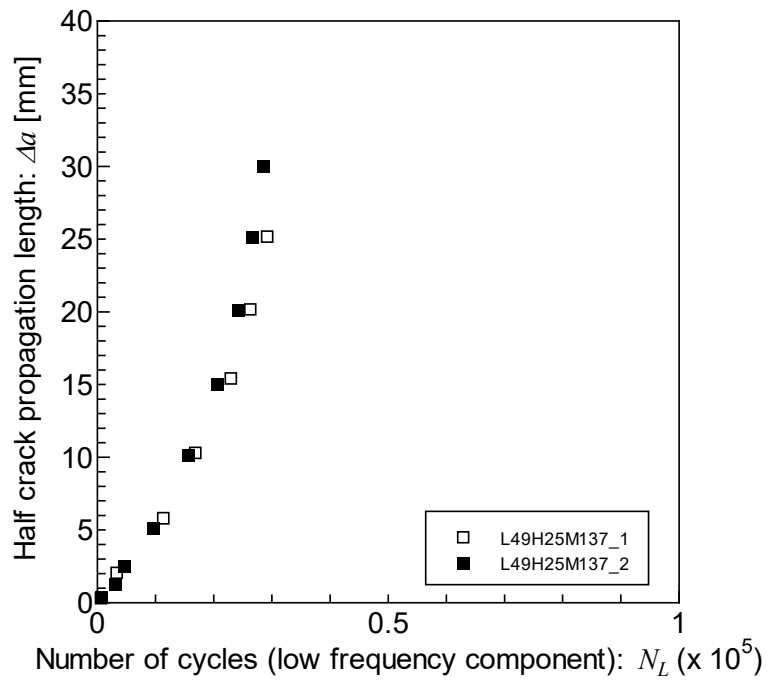
(k) L—H54M137\_D

Fig.4.17 Applied stress sequences

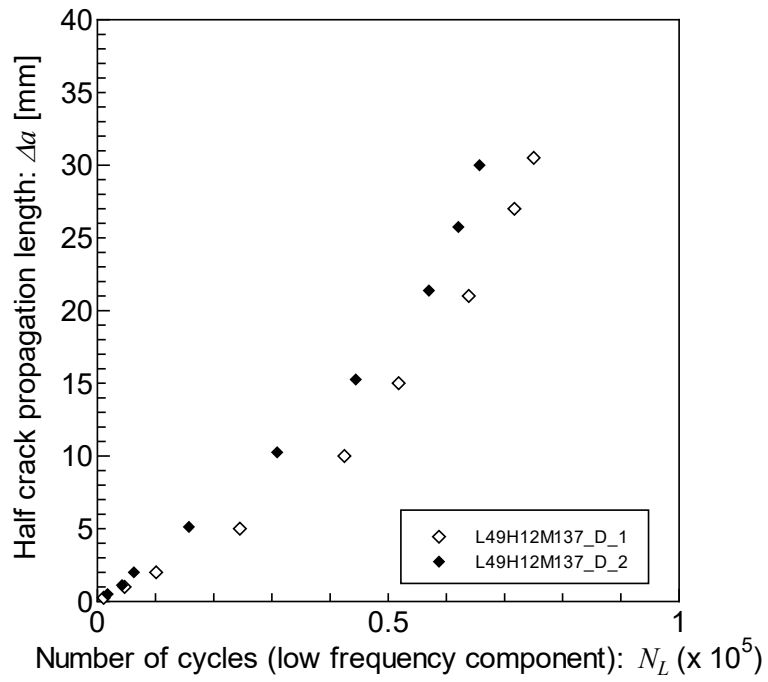
Fig.4.18 は疲労亀裂伝播試験の結果として得られたサイクル数と亀裂伝播量の関係である。ここでサイクル数は低周波応力成分の繰返し数で整理しており，亀裂伝播量は試験片に貼付されたクラックゲージを用いて測定されている。



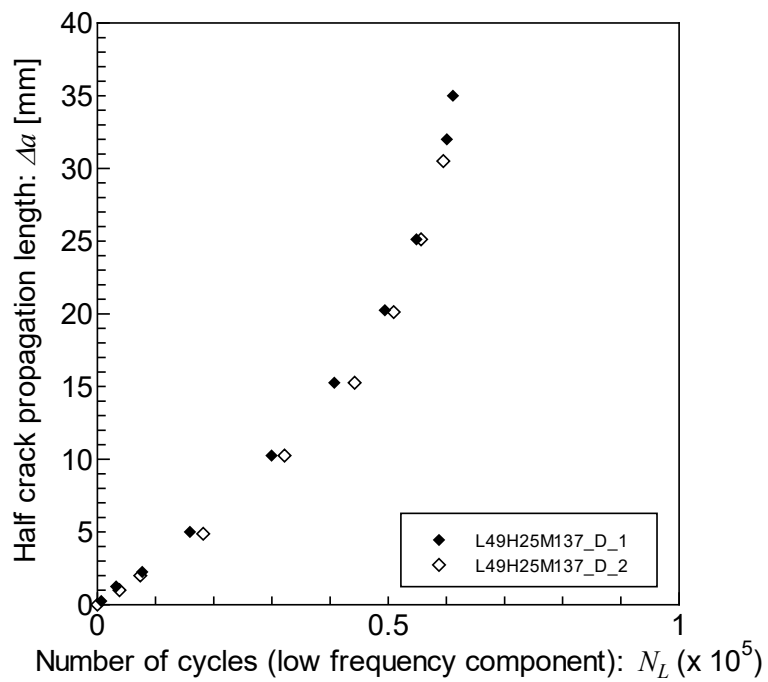
(a) L49H00M137



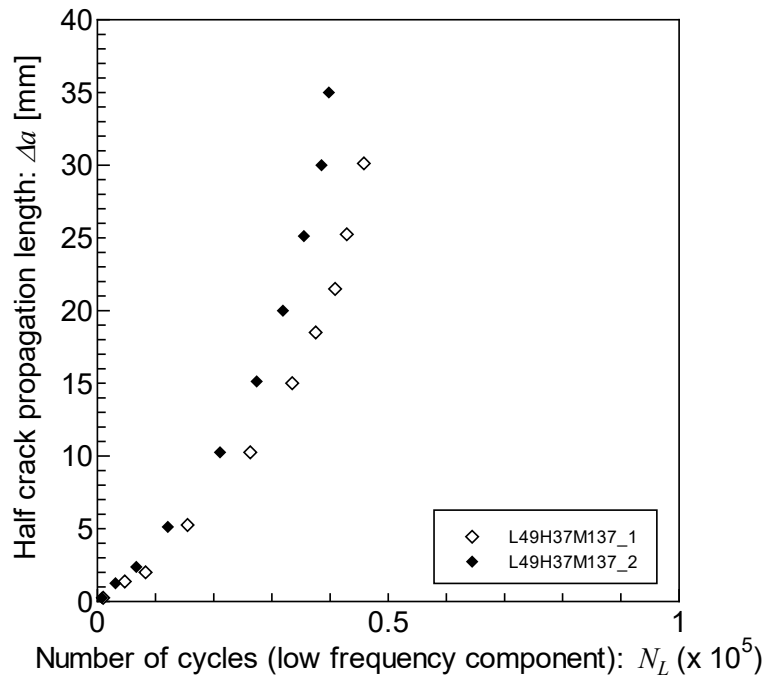
(b) L49H25M137



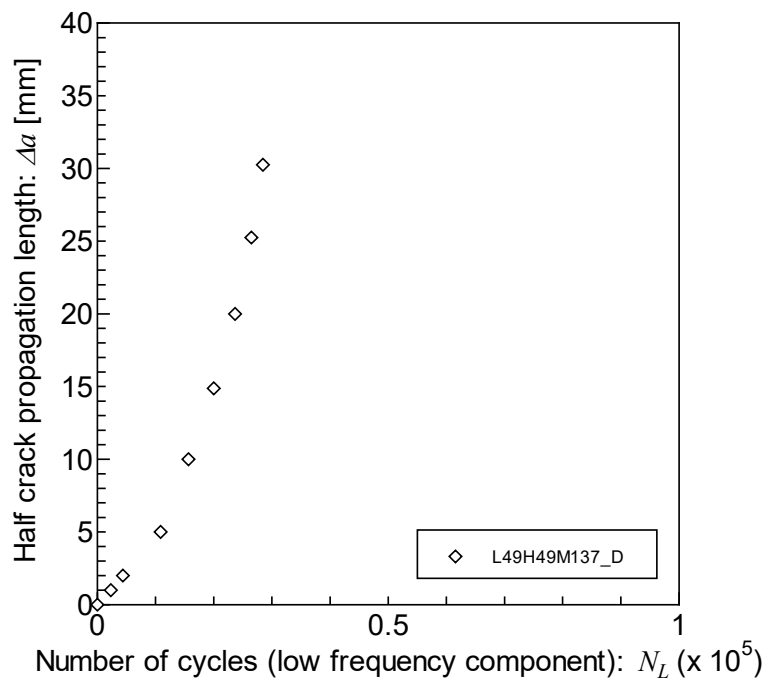
(c) L49H12M137\_D



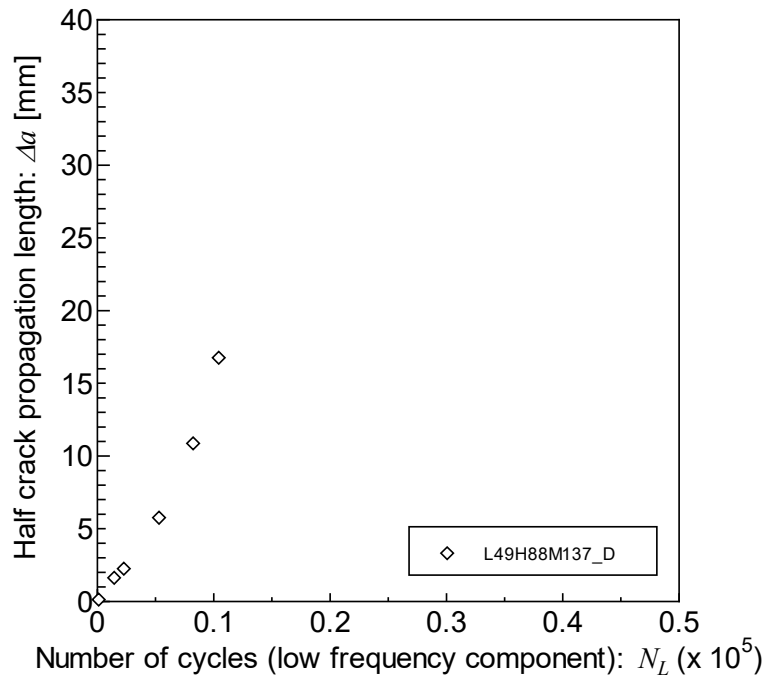
(d) L49H25M137\_D



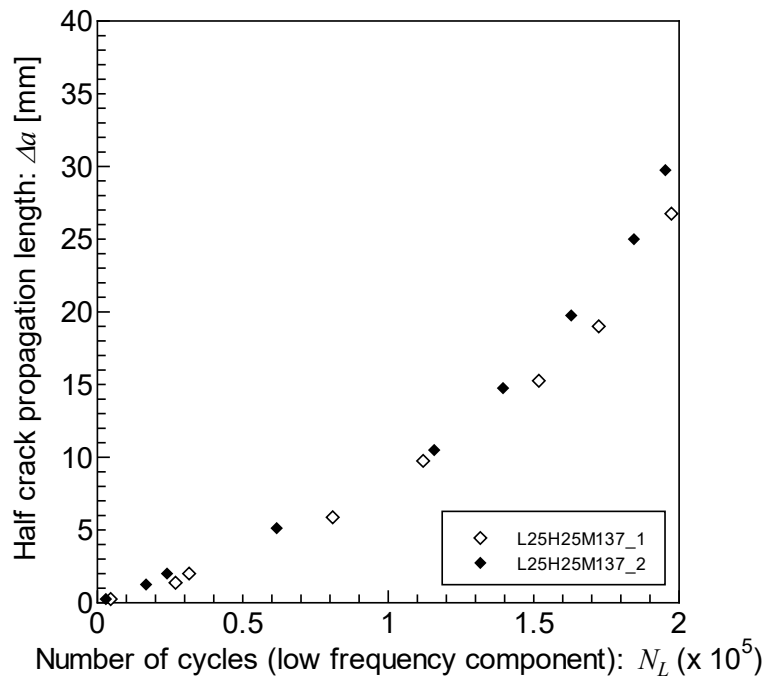
(e) L49H37M137\_D



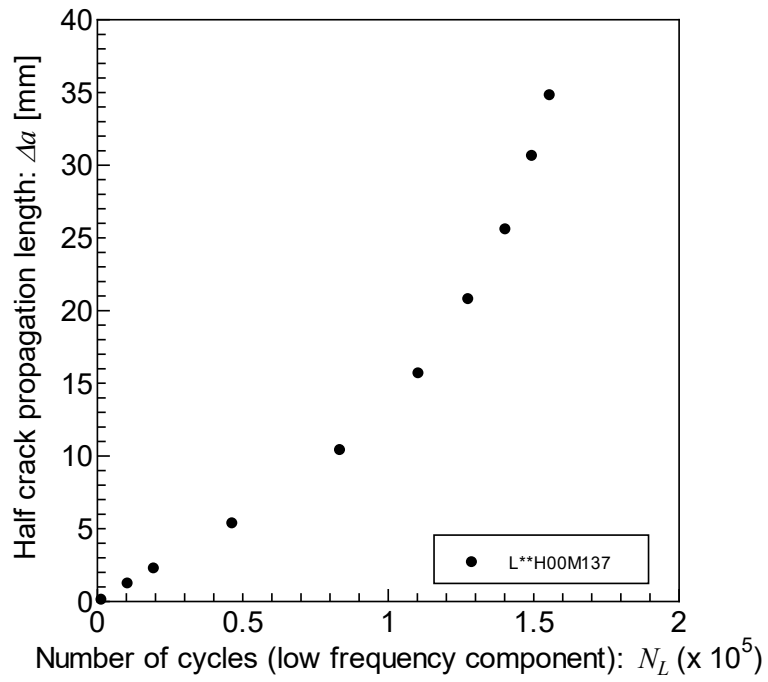
(f) L49H49M137\_D



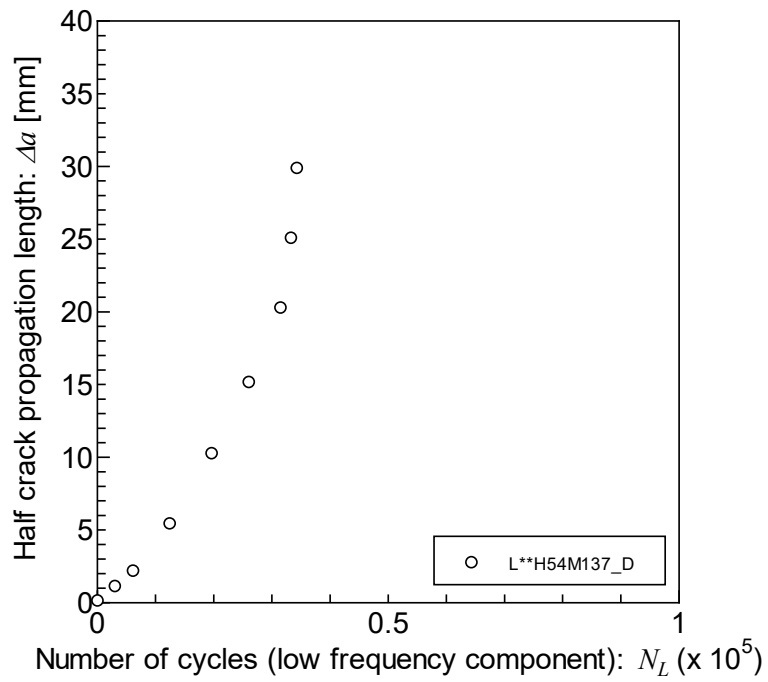
(g) L49H88M137\_D



(h) L25H25M137\_D



(i) L\*\*H00M137\_D



(j) L\*\*54HM137\_D

Fig.4.18 Measured crack growth curves under various stress conditions

低周波応力振幅 49MPa 固定の減衰重畳波条件の疲労亀裂伝播速度に関して比較すると、高周波振幅が増加するに伴って伝播速度が増加している。また、一定振幅重畳波条件である試験 ID:L49H25M137の方がそれと同じ応力振幅の低周波応力と高周波応力が重畳した減衰重畳波条件である試験 ID:L49H25M137\_Dよりも疲労亀裂伝播速度が速くなった。

## 4.5 全載荷期間連続した重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション

本節では、前節で紹介した参照試験を評価対象に、提案する疲労亀裂伝播シミュレーションを適用して疲労亀裂成長履歴を推定し、参照試験で得られた実測結果と比較することで、提案手法の妥当性を検討する。疲労亀裂伝播シミュレーションでは Toyosada<sup>2)</sup>による RPG 荷重基準の疲労亀裂伝播則 ( $da/dN=C(\Delta K_{RPG})^m$ ) を適用した。

### 4.5.1 参照試験 1 との比較検証

伝播則のパラメータ  $C$ ,  $m$  は Table 4.13 に示す参照試験 1<sup>1)</sup>に関する文献に示された値を採用した。

文献<sup>1)</sup>では、豊貞ら<sup>3)</sup>による応力拡大係数範囲漸減試験に対する疲労亀裂伝播解析を実施して、有効応力抽出基準値  $\xi_{limit}$  の推移を調査し、基準値として設定した  $\xi_{limit}=0.3$  [N/mm]が亀裂先端近傍で生じる単位板厚あたり両振り塑性仕事の最小値  $\xi$ と同程度であることを確認している。ただし、この検証を行った応力拡大係数範囲漸減試験の応力比は正の値であった。一方、応力比が負の場合における応力拡大係数範囲漸減試験では、応力比が正の場合の応力拡大係数範囲漸減試験と比較して亀裂先端の圧縮塑性域長さが大きいことから両振り塑性域長さも大きくなるため、 $\xi$ の最小値は 0 に漸近する。そこで下限値  $\xi_{limit}$  の設定に関しては、全応力履歴中で負の応力状態が出現するか否かに応じて、下限値を変更する必要があると考えられる。したがって、全応力履歴中で負の応力状態が出現する場合は  $\xi_{limit}=0$  [N/mm]とし、それ以外の場合は  $\xi_{limit}=0.3$  [N/mm]と設定することにした。

この設定変更の妥当性について検証するため、作用する全応力履歴が負の応力状態が出現する場合について、(1)  $\xi_{limit}=0.3$  [N/mm]とし初期亀裂面の接触を考慮しない従来手法、(2)  $\xi_{limit}=0$  [N/mm]とし初期亀裂面の接触を考慮する手法、のそれぞれについて疲労亀裂伝播履歴を推定し、実測結果との比較を行った。結果を Fig.4.19 に示す。同図において、サイクル数は低周波成分のサイクル数で整理している。

作用応力履歴で負の応力状態が出現しない場合は、初期亀裂面は接触しないため従来手法と本研究の提案手法による疲労亀裂伝播履歴の推定結果は一致すると考えられる

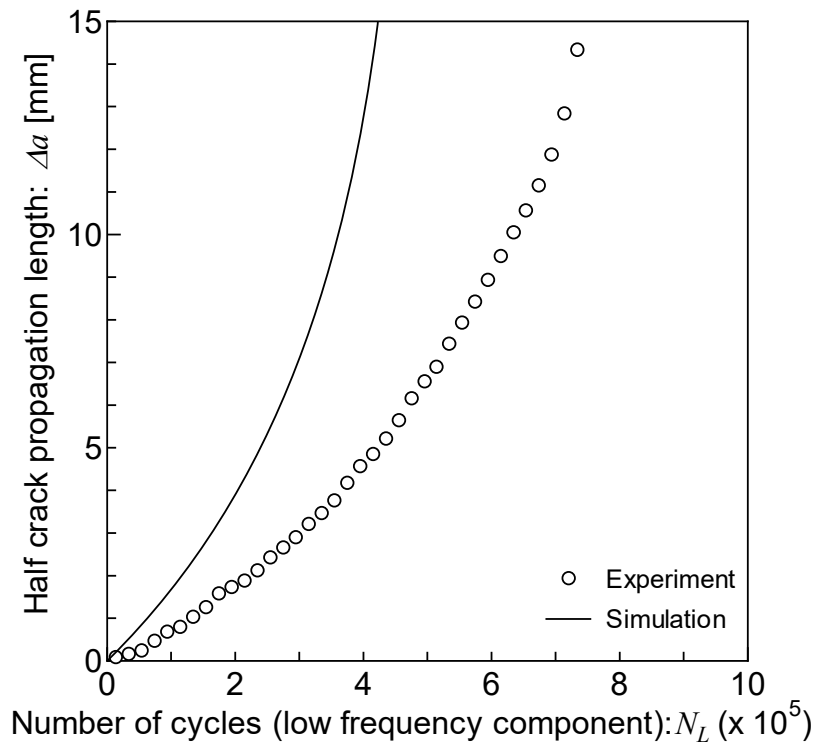
が, 有効応力履歴選択基準値 $\xi_{limit}$ の設定が推定結果に及ぼす影響を確認するため,  $\xi_{limit}=0$  [N/mm]と $\xi_{limit}=0.3$  [N/mm]の場合で解析し, 実測結果との比較も行った.

Table 4.13 Material constants of fatigue crack estimation law based on RPG criterion

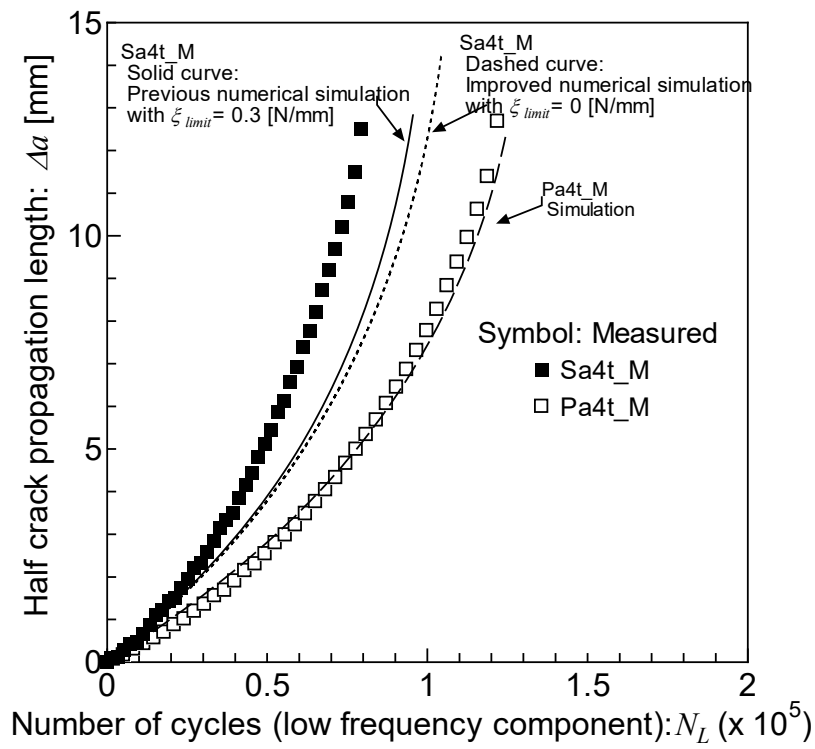
$C$	$m$
$1.932 \times 10^{-10}$	2.091

疲労亀裂伝播量と低周波成分のサイクル数の関係についての結果比較を以下に示す.

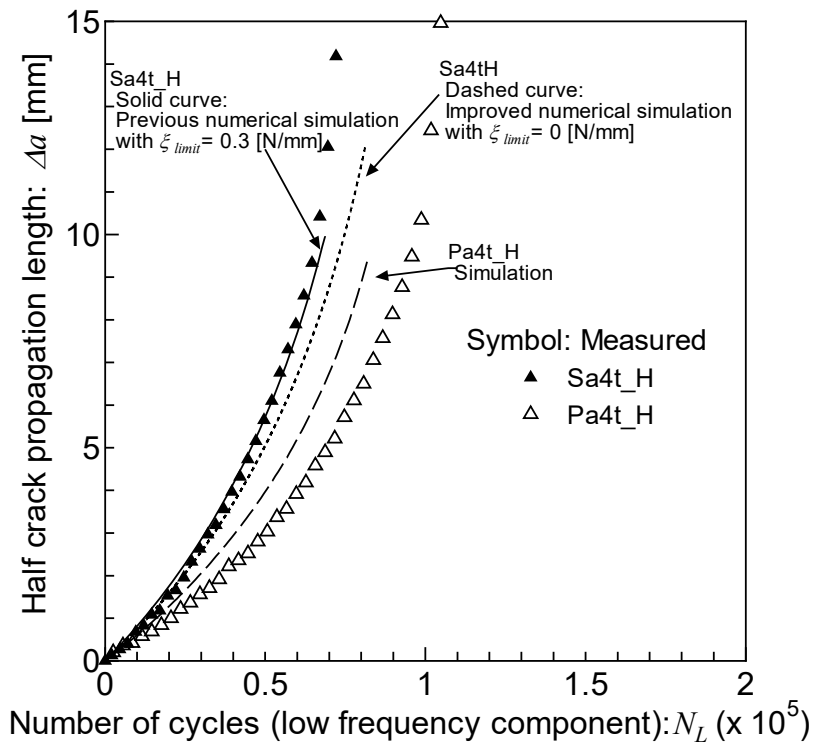




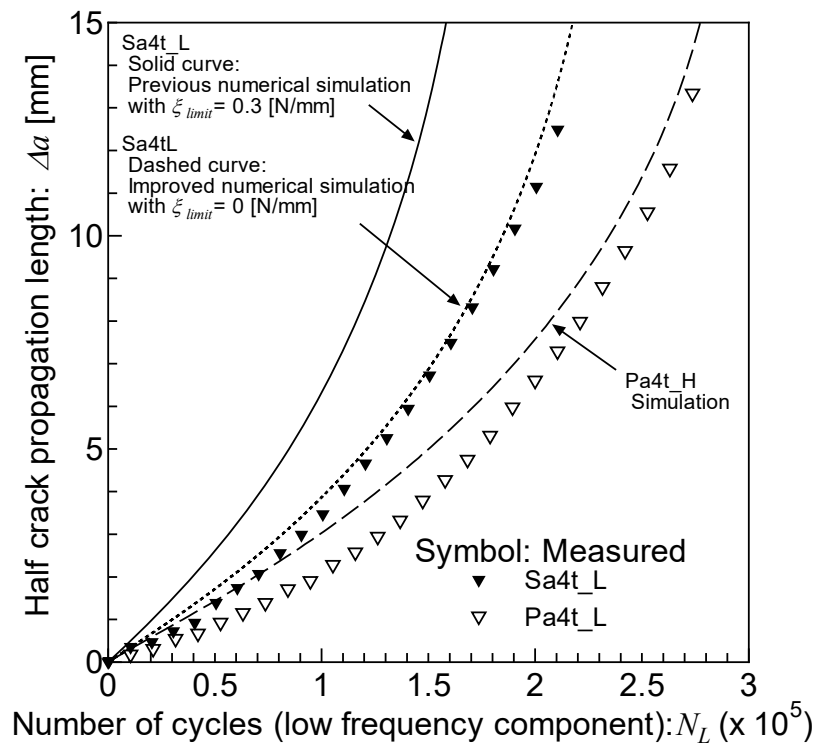
(a) L4t



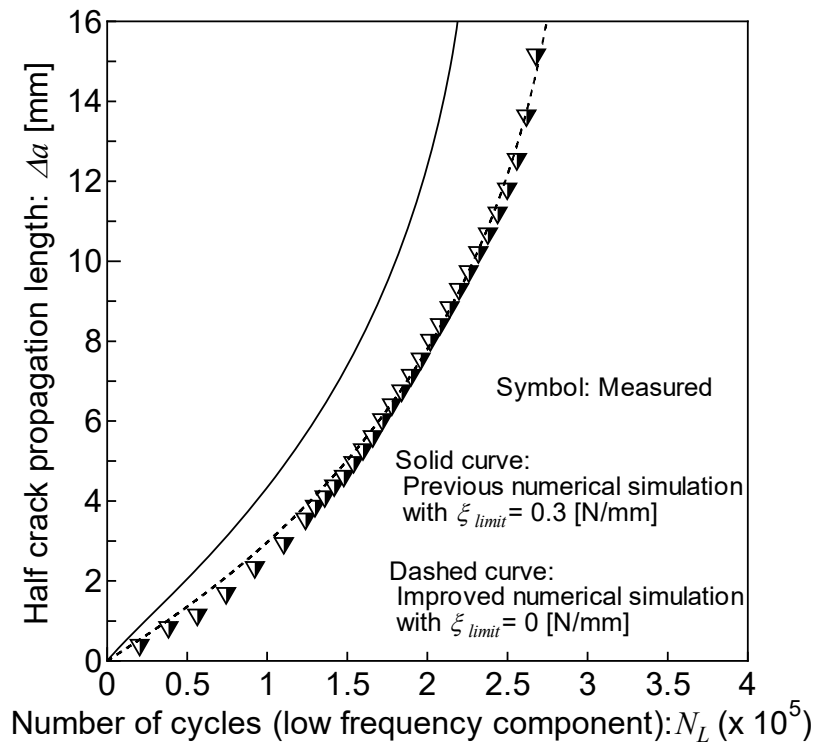
(b) Sa4t\_M & Pa4t\_M



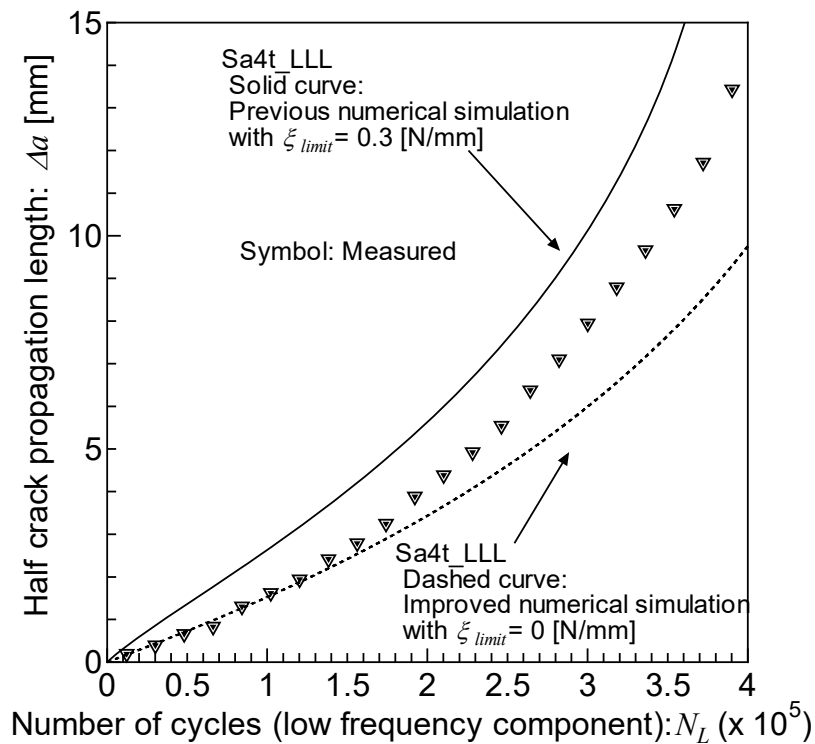
(c) Sa4t\_H & Pa4t\_H



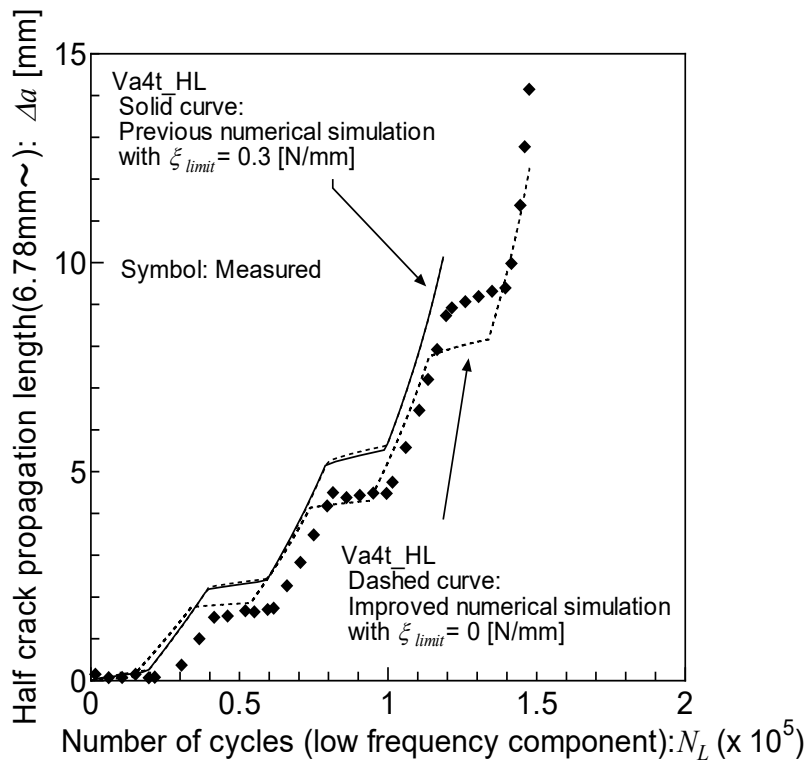
(d) Sa4t\_L & Pa4t\_L



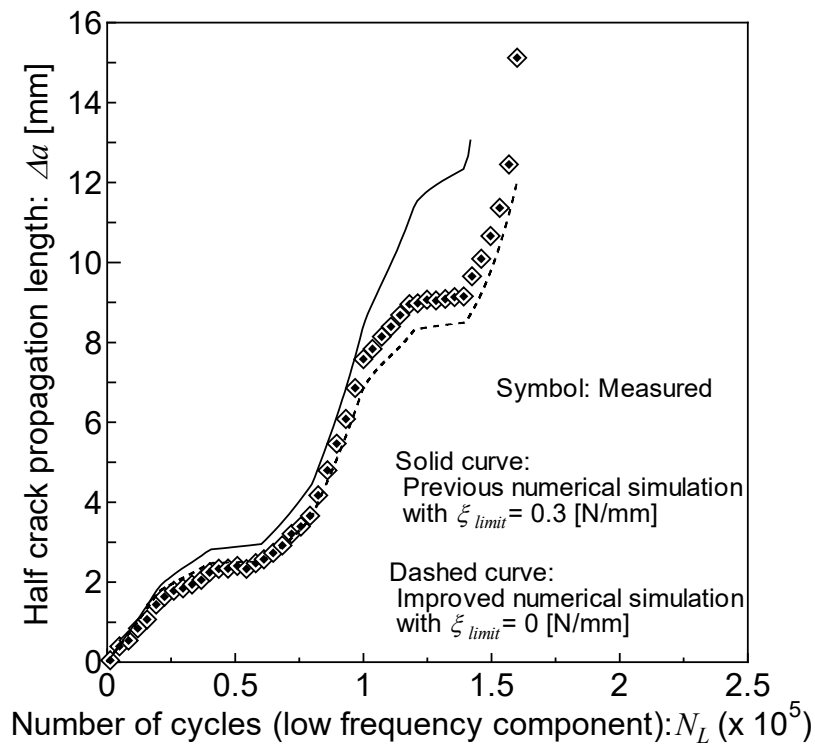
(e) Sa4t\_LL



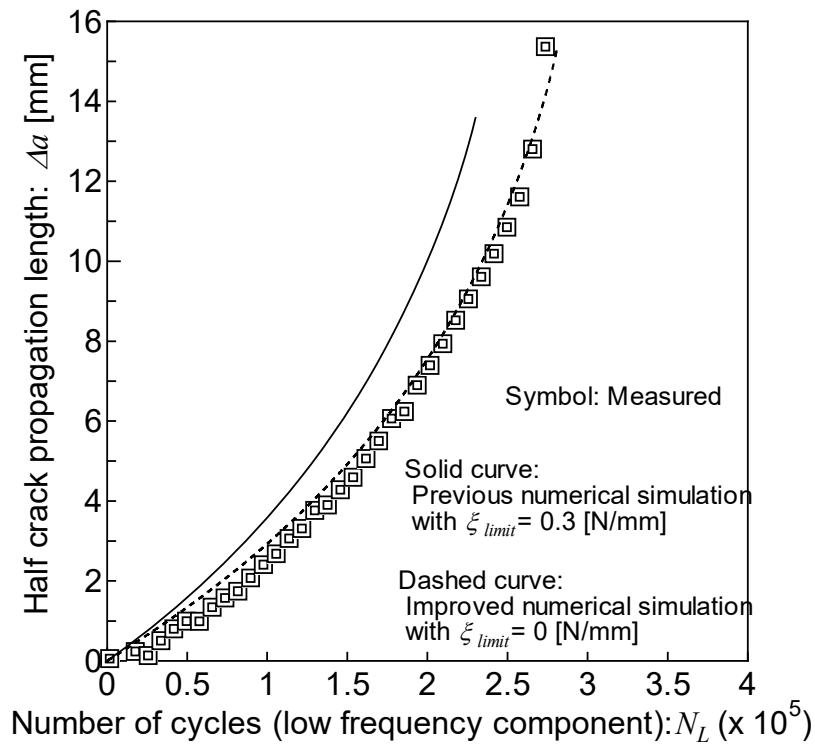
(f) Sa4t\_LLL



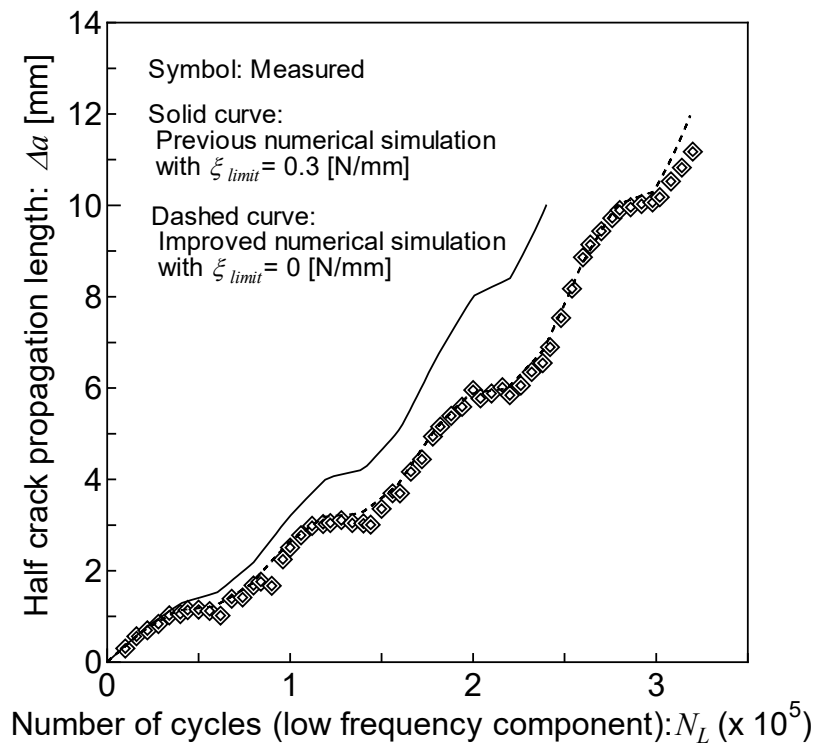
(g) Va4t\_HL



(h) Va4t\_HML



(i) Ra4tD\_M



(j) Ra4tD\_HML

Fig.4.19 Comparison of measured crack growth curves with estimated ones under variable loading sequences

初期亀裂面の接触を考慮する場合, 先行研究で提案した重畳応力条件下において疲労亀裂成長に有効な応力履歴抽出アルゴリズム中で導入された有効応力履歴抽出パラメータの下限界値を従来の設定値である  $\xi_{limit}=0.3$  [N/mm] から  $\xi_{limit}=0$  [N/mm] とすることで概ねの場合において実験値と推定値は良好な一致を示した.

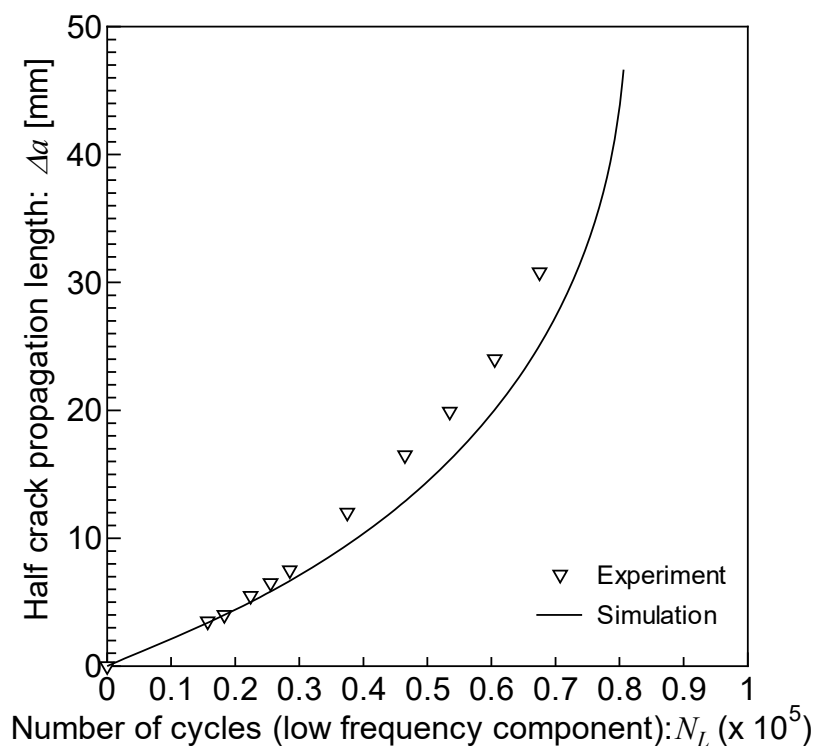
#### 4.5.2 参照試験 2 との比較検証

伝播則のパラメータ  $C$ ,  $m$  は Table 4.14 に示す参照試験 2<sup>6)</sup> に関する文献に示された値を採用した.

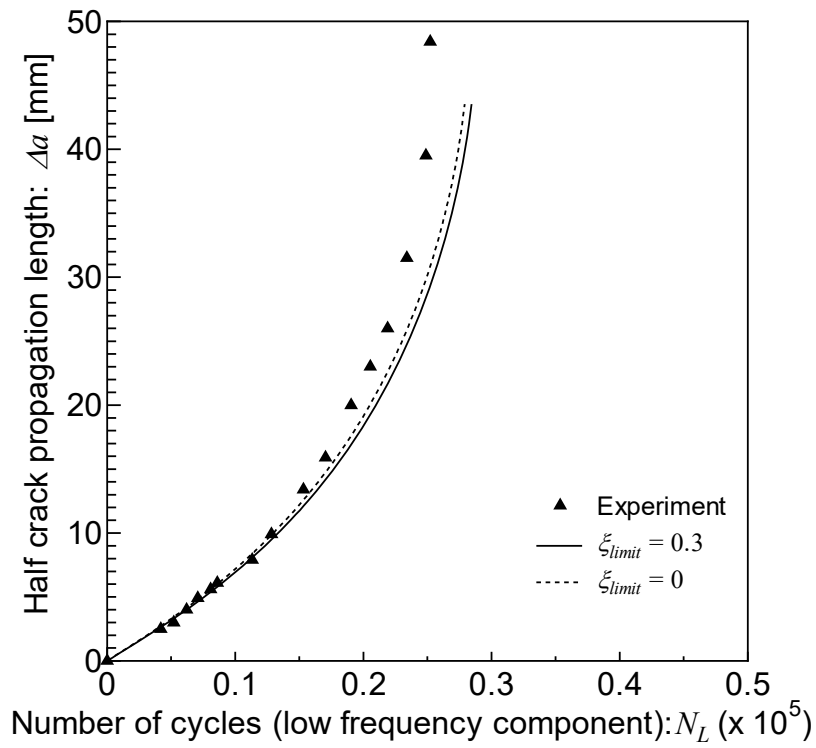
Table 4.14 Material constants of fatigue crack estimation law based on RPG criterion

$C$	$m$
$7.733 \times 10^{-11}$	2.614

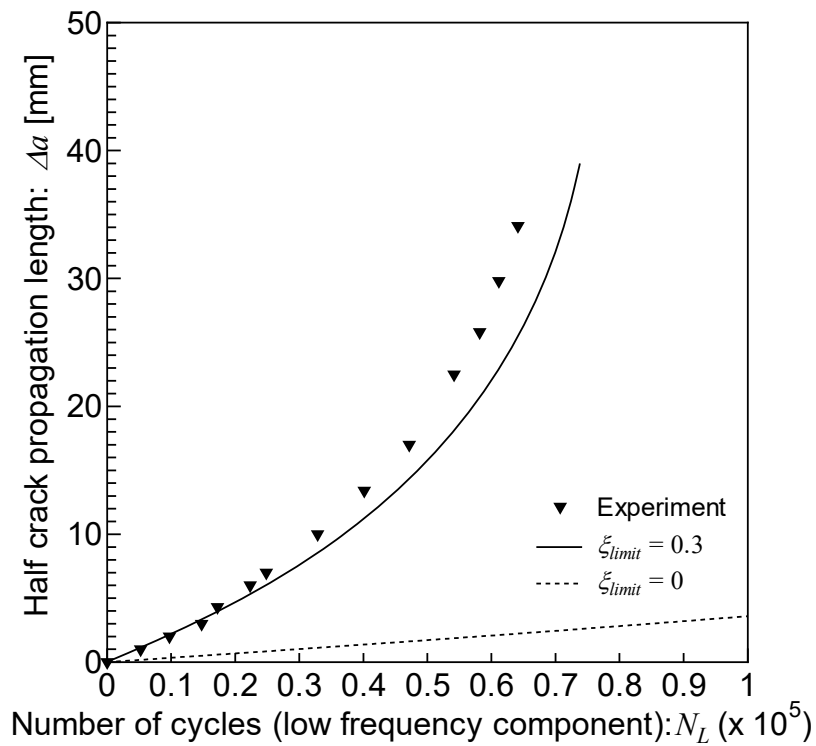
本試験条件に対する従来通り有効応力抽出基準値の下限界値を  $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm] とした場合,  $\xi_{limit} = 0$  [N/mm] と変更した場合の疲労亀裂成長履歴推定結果と実測結果との比較を Fig.4.20 に示す.



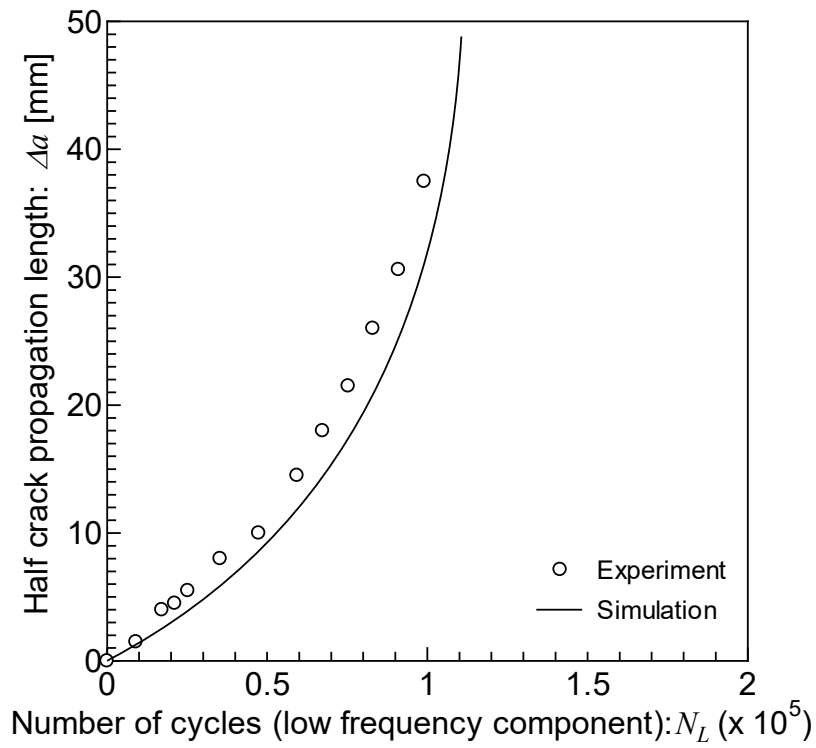
(a) L59H00M078



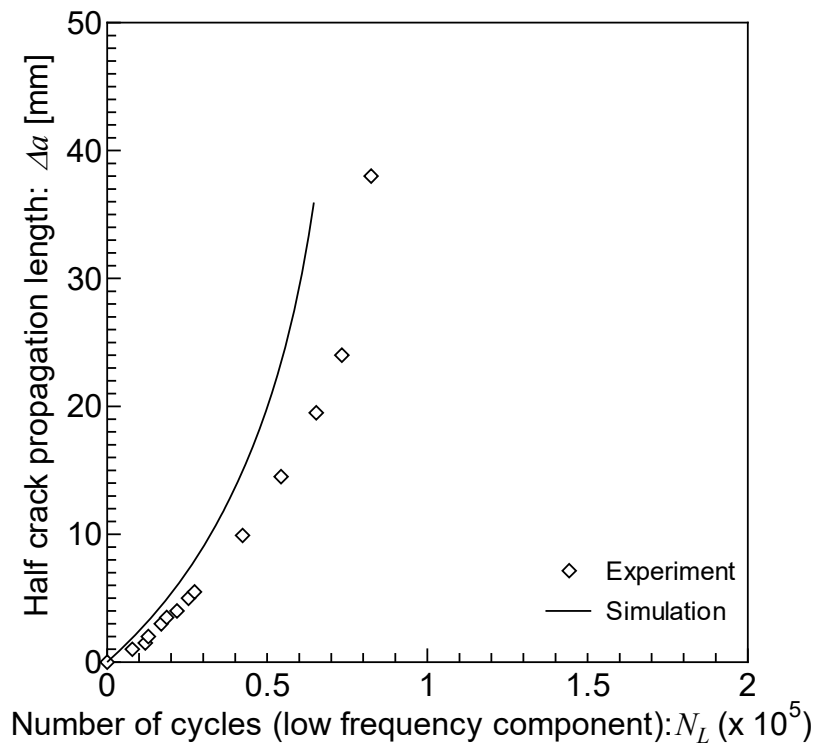
(b) L49H25M078



(c) L49H10M078

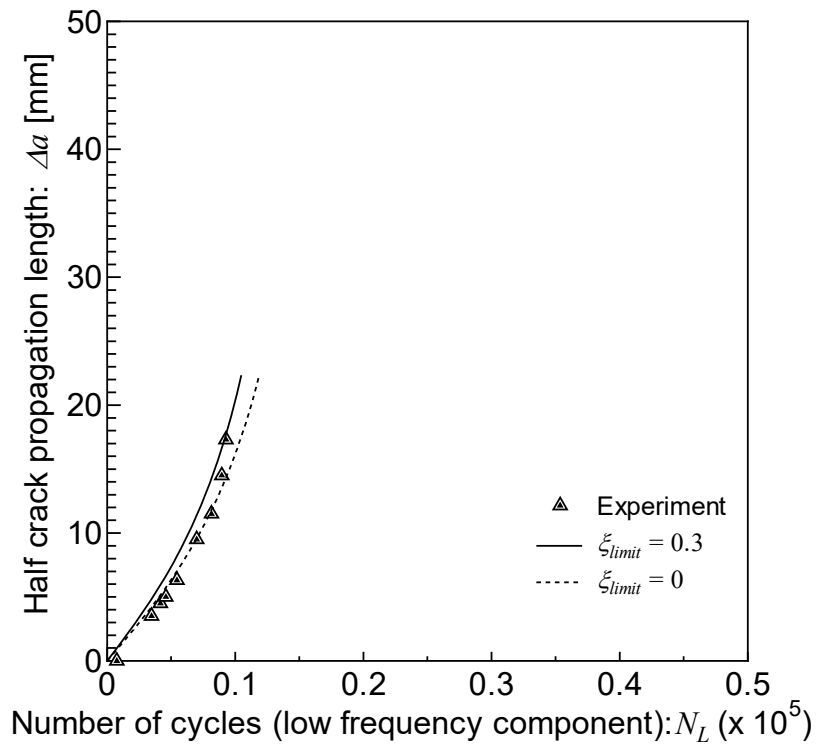


(d) L49H00M078

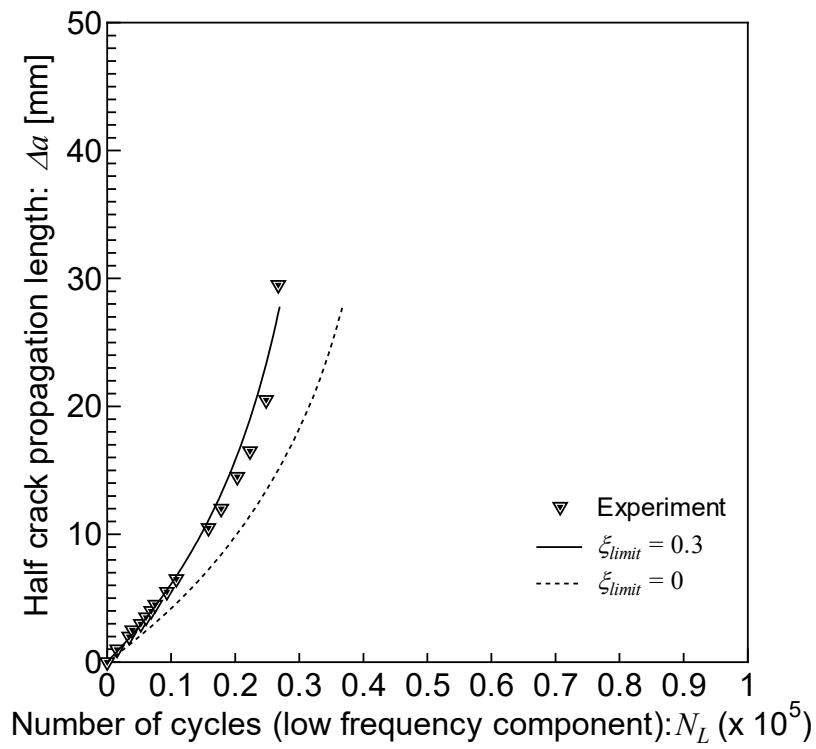


(e) L49H00M137





(f) L49H88M137\_D



(g) L49H49M137\_D

Fig.4.20 Comparison of measured crack growth curves with estimated ones.

本試験の全応力条件は負の応力履歴を含んでおらず、初期亀裂面は接触していないので従来手法による結果と提案手法による結果には差はなかった。

(c) L49H10M078 に対する推定結果の比較では、 $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]と設定した場合と $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と設定した場合に大きな差が生じた。この原因は $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と設定すると全ての高周波応力成分を疲労亀裂伝播に有効とし、低周波成分の考慮が適切になされないためであると考えられる。すなわち、先行研究<sup>1)</sup>の結果と同様に $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]と設定して疲労亀裂伝播解析を行うことが適切と判断できる。

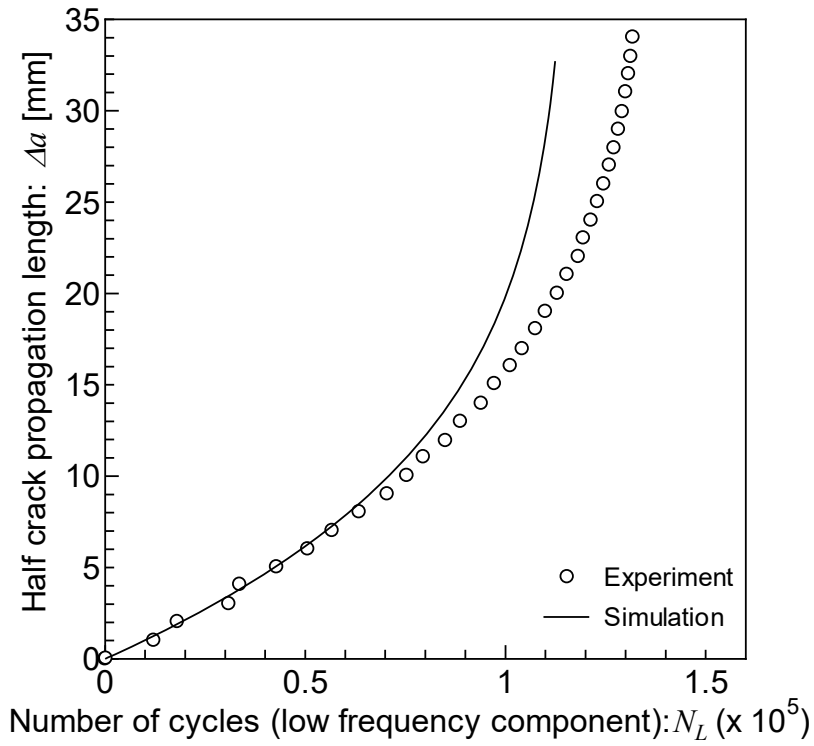
#### 4.5.3 参照試験3との比較検証

伝播則のパラメータ  $C$ ,  $m$  は Table 4.15 に示す参照試験 3<sup>7)</sup> に関する文献に示された値を採用した。

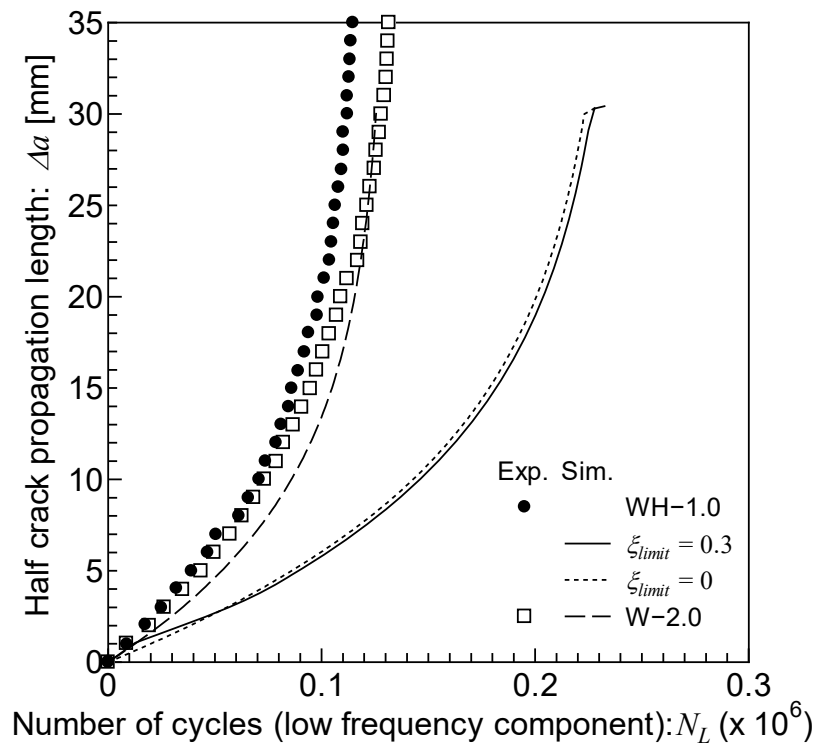
Table 4.15 Material constants of fatigue crack estimation law based on RPG criterion

$C$	$m$
$6.897 \times 10^{-12}$	3.147

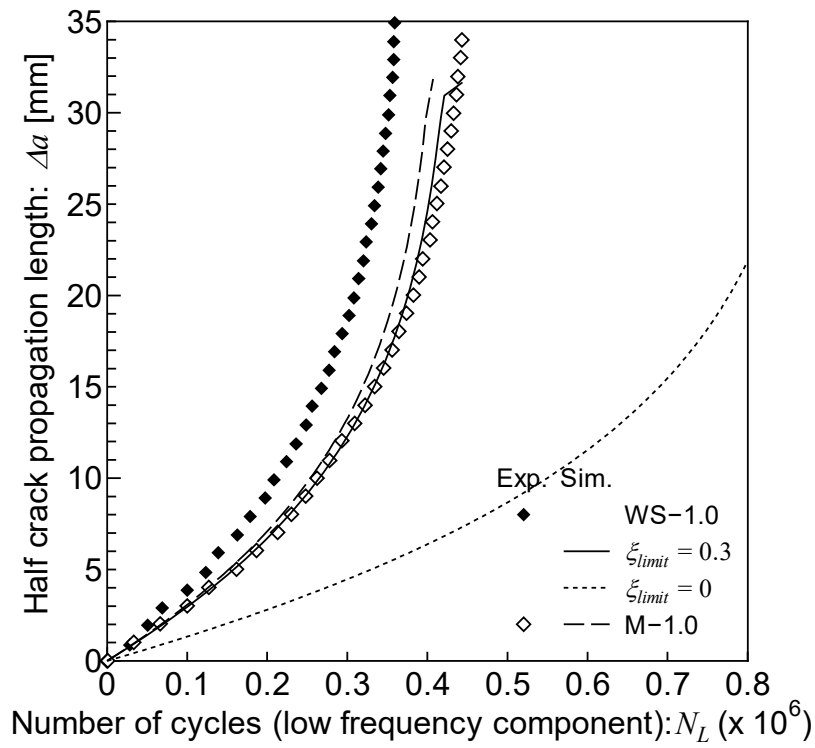
本試験条件に対する従来通り有効応力抽出基準値の下限界値を $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]とした場合、 $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と変更した場合の疲労亀裂成長履歴推定結果と実測結果との比較を Fig.4.21 に示す。



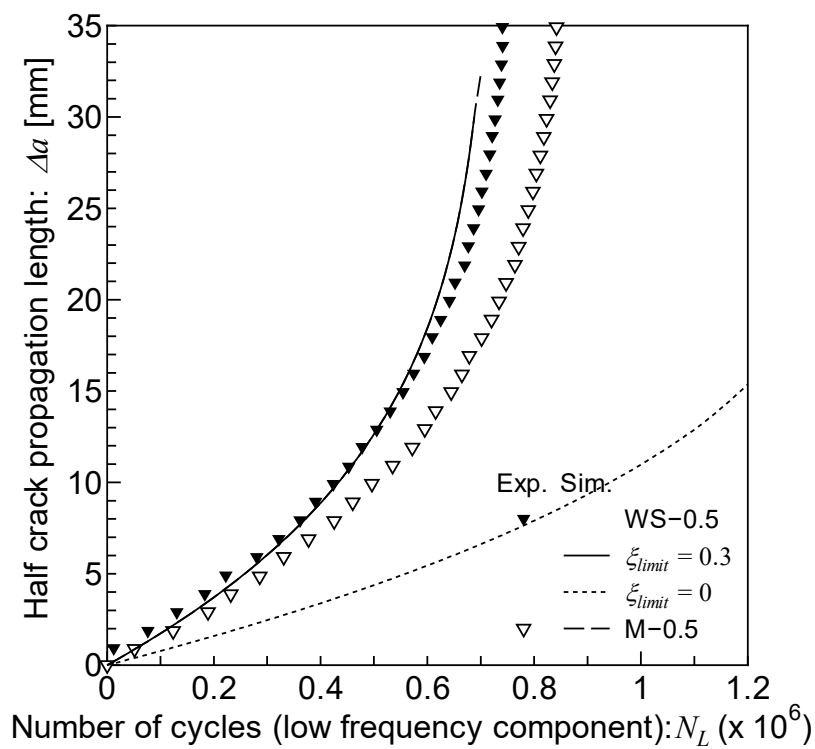
(a) W-1.0



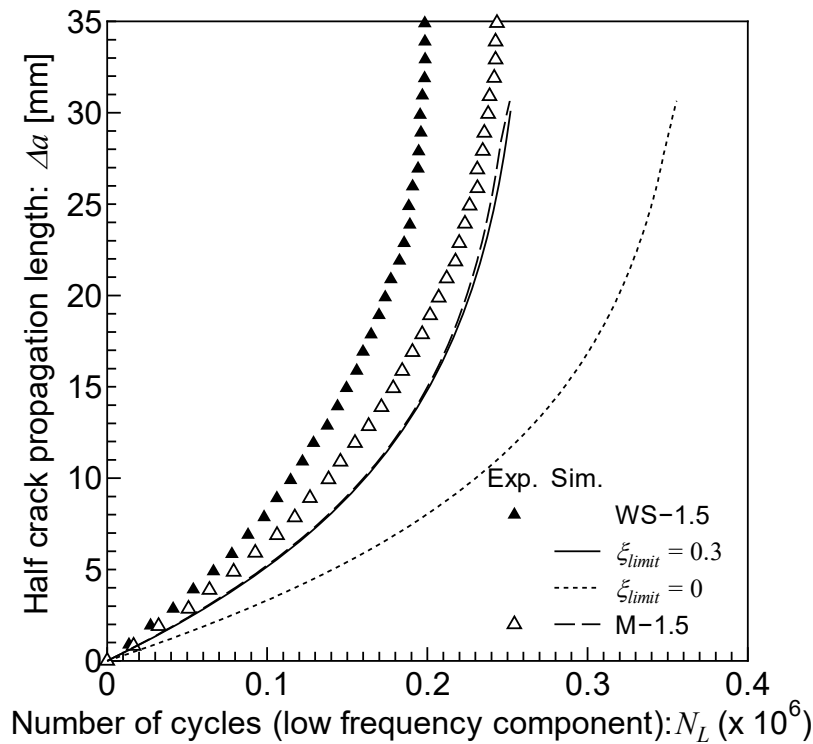
(b) WH-1.0&W-2.0



(c) WS-1.0&M-1.0



(d) WS-0.5&M-0.5



(e) WS-1.5&M-1.5

Fig.4.21 Comparison of measured crack growth curves with estimated ones.

Fig.4.21 (a) に示した一定振幅応力条件 W-1.0 において、 $\Delta a=10[\text{mm}]$ まで実験値と推定値は良好な一致が得られているが、 $\Delta a=10[\text{mm}]$ 以降は推定値の方が実験値よりも疲労亀裂伝播速度が速いという結果が得られ、他の解析結果においても同様の傾向が見受けられる。この原因として、RPG 応力基準の疲労亀裂伝播則における材料定数  $C$ 、 $m$ （特に  $m$ ）の決定精度の問題が考えられる。また、本試験のみ他の参照試験と負荷様式が異なる CT 試験片が用いられたものであり、伝播シミュレーションに必要な CT 試験片による  $K$  値重み関数（亀裂面に単位集中荷重が負荷されたときの  $K$  値に相当）の精度が CCT 試験片に対するそれよりも劣ることの影響も含まれると考えられる。

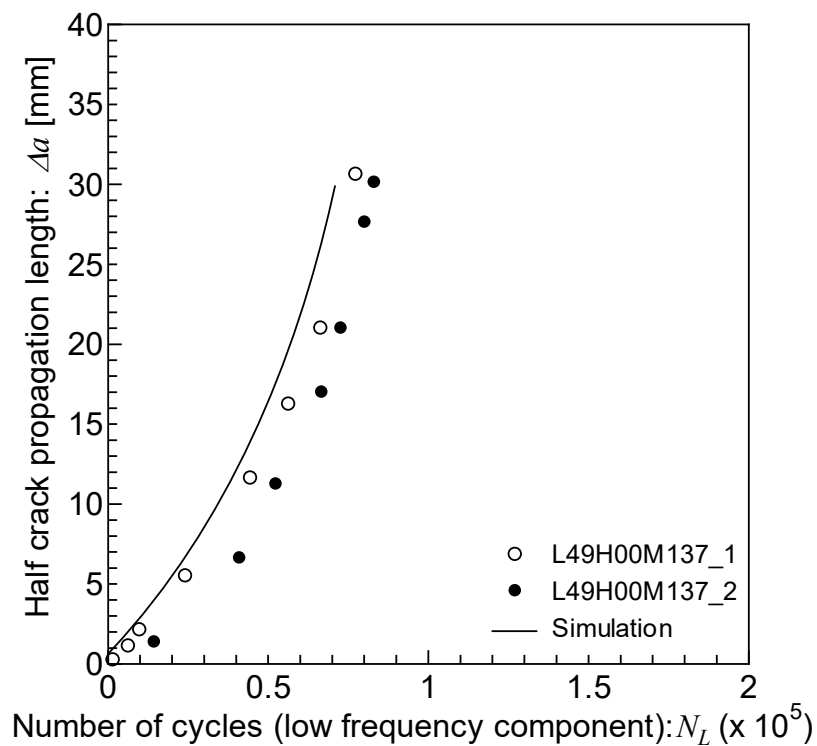
#### 4.5.4 参照試験 4 との比較検証

伝播則のパラメータ  $C$ 、 $m$  は Table 4.16 に示す参照試験 4<sup>8)</sup> に関する文献に示された値を採用した。

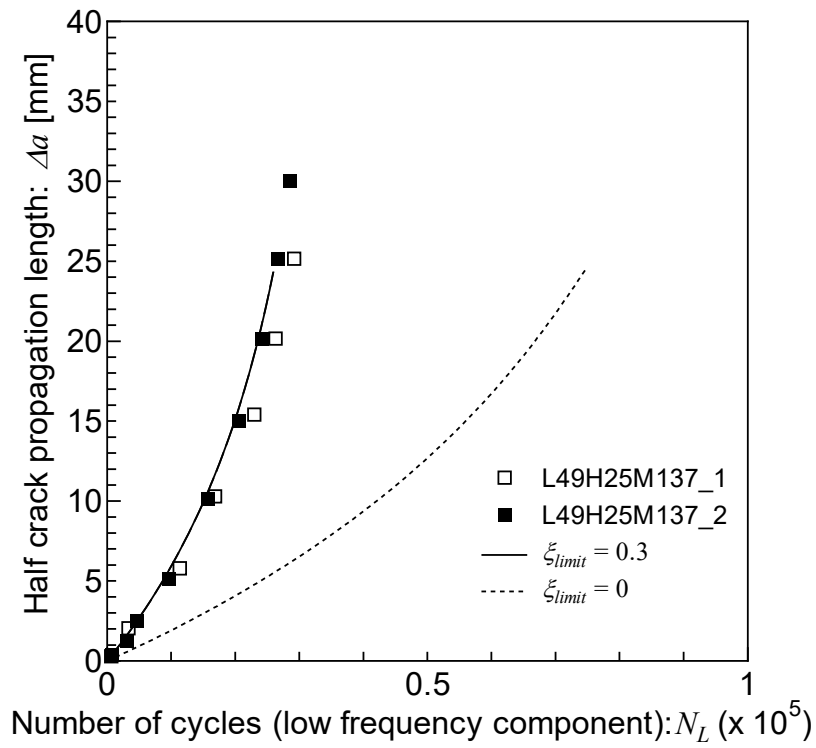
Table 4.16 Material constants of fatigue crack estimation law based on RPG criterion

$C$	$m$
$1.311 \times 10^{-10}$	2.325

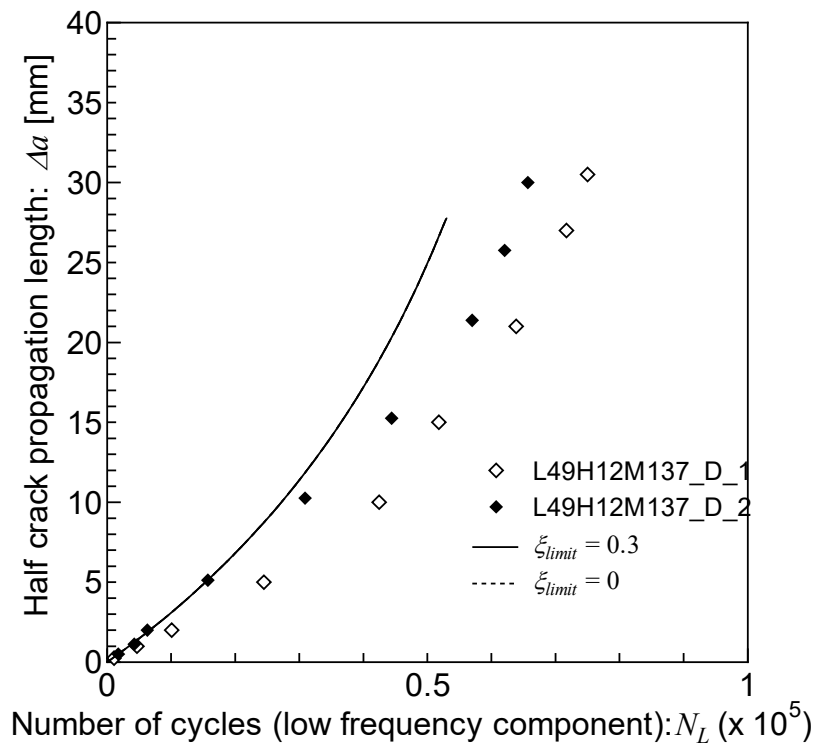
本試験条件に対する従来通り有効応力抽出基準値の下限界値を $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]とした場合,  $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と変更した場合の疲労亀裂成長履歴推定結果と実測結果との比較を Fig.4.22 に示す.



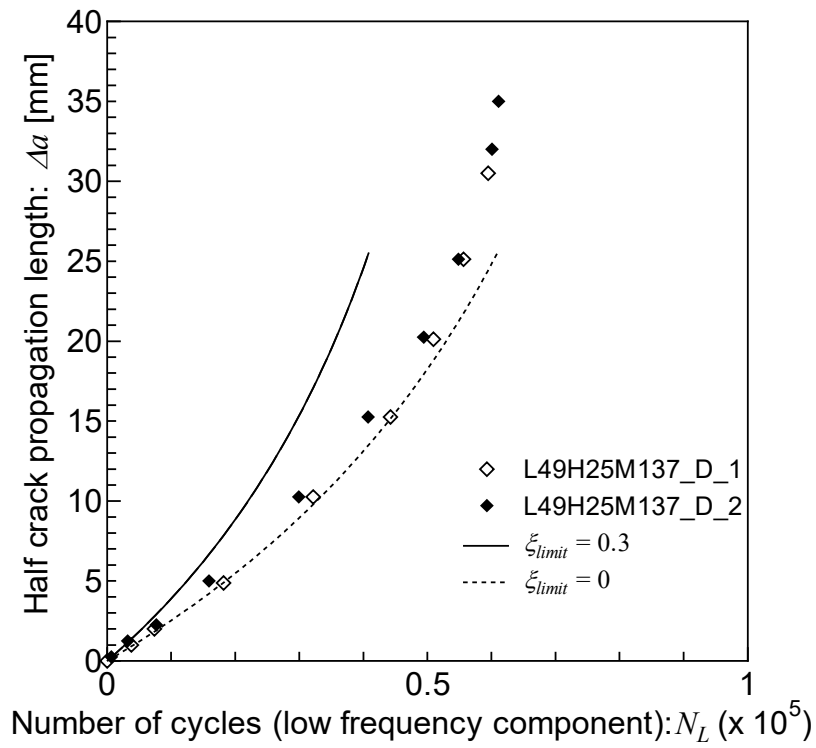
(a) L49H00M137



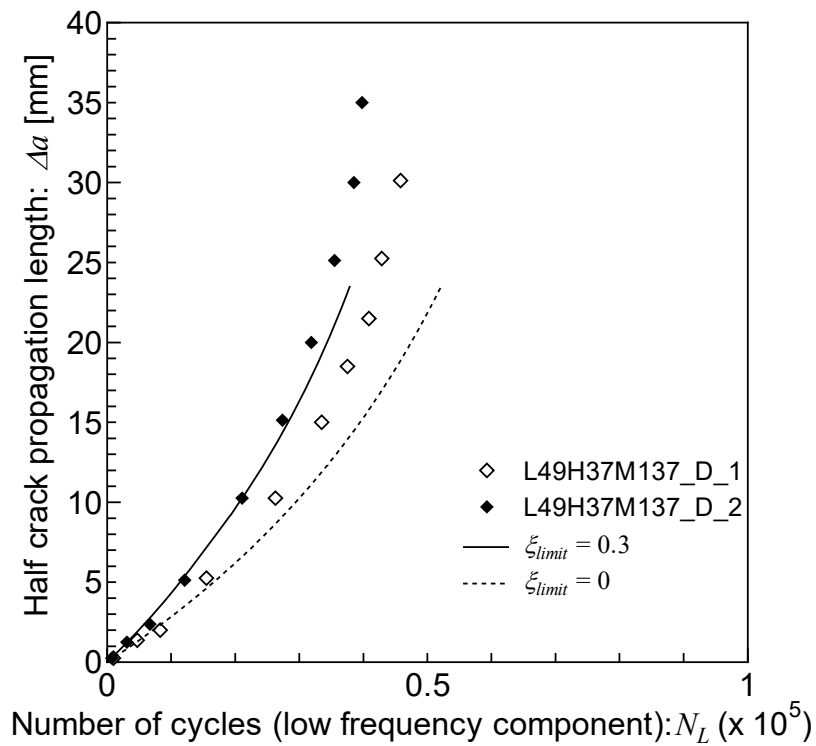
(b) L49H25M137



(c) L49H12M137\_D

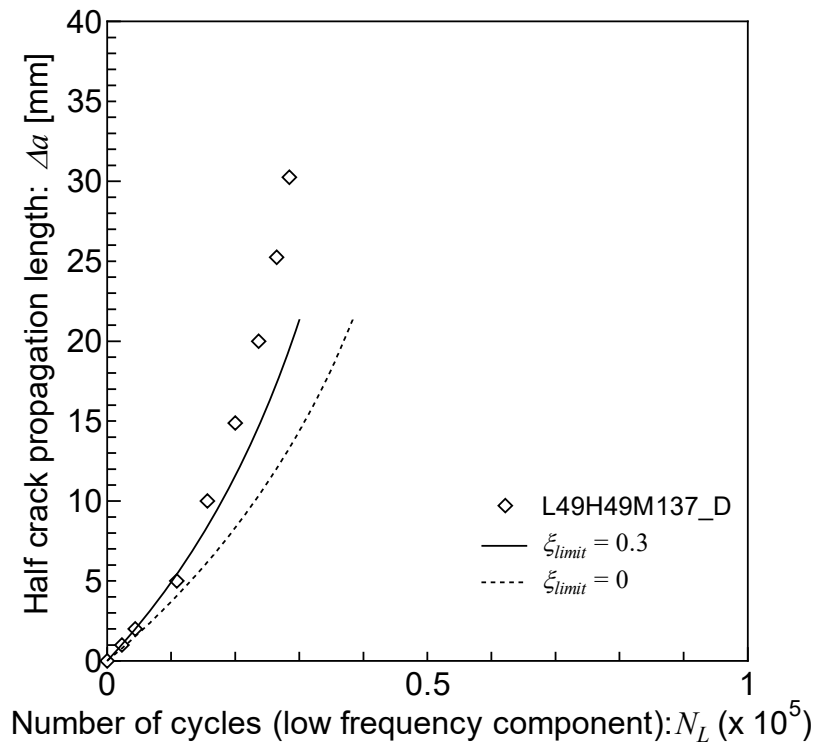


(d) L49H25M137\_D

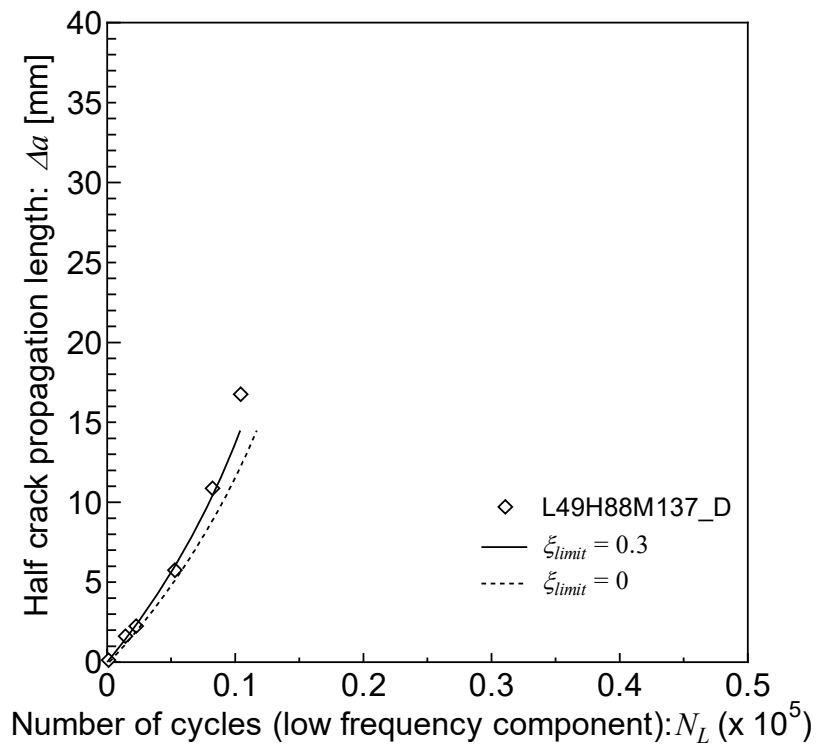


(e) L49H37M137\_D

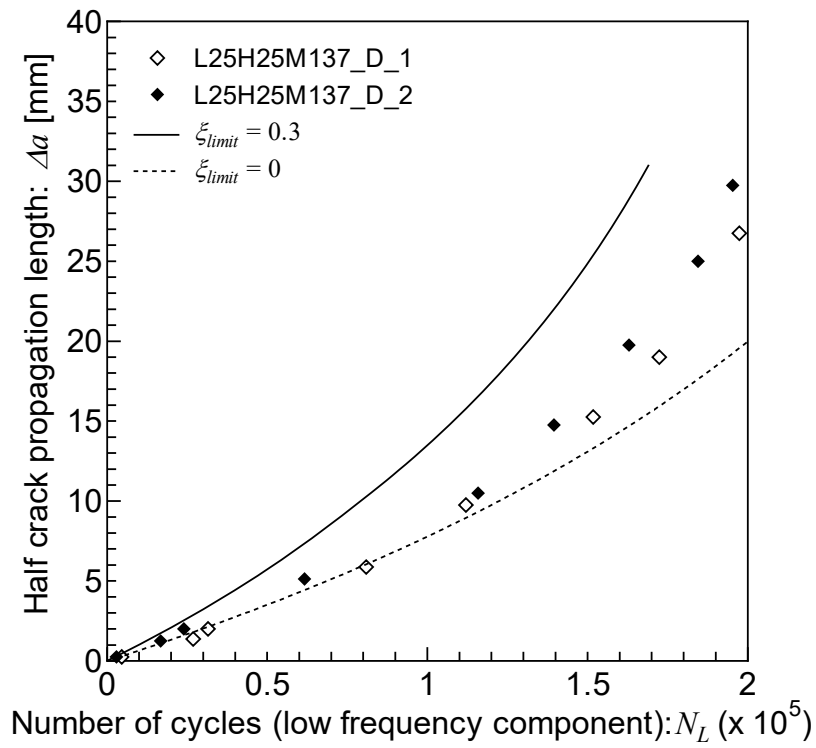




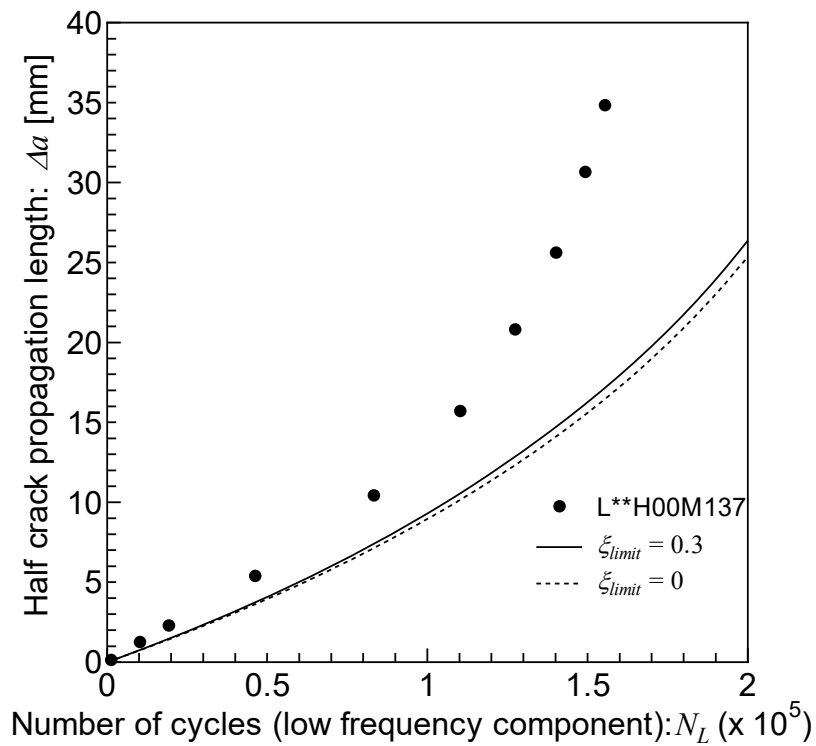
(f) L49H49M137\_D



(g) L49H88M137\_D



(h) L25H25M137\_D



(i) L\*\*H00M137

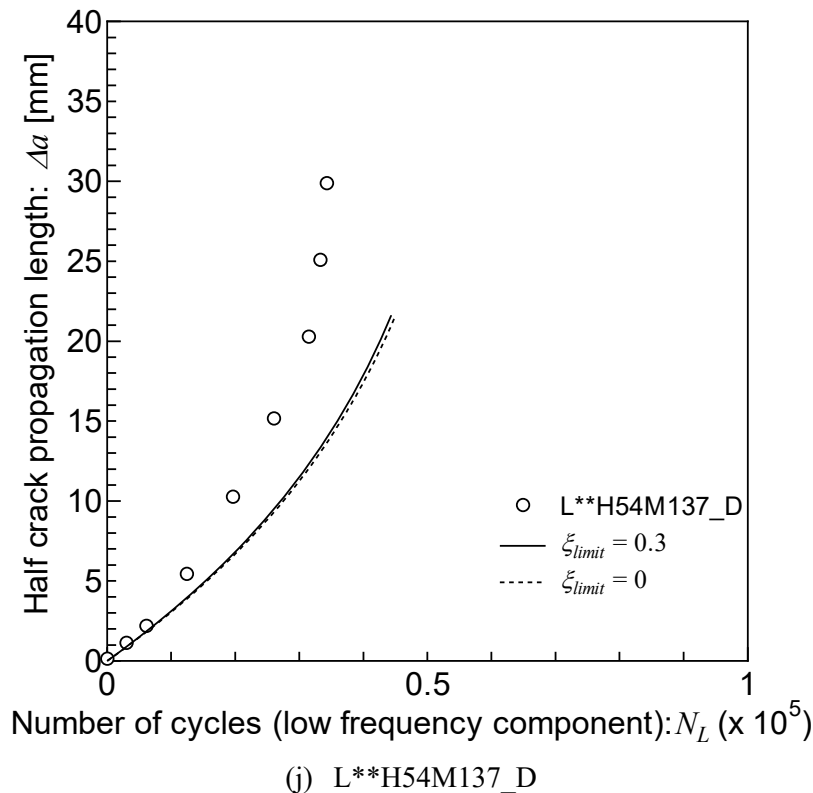


Fig.4.22 Comparison of measured crack growth curves with estimated ones

図 (a) に示す試験 ID: L49H00M137 では、推定値は実測値よりも疲労亀裂伝播速度がやや速いとも見受けられるが、比較的良好な一致を示した。図 (b) に示す試験 ID: L49H25M137 では、 $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]と設定した場合の推定値と実測値は良好な一致を示したが、 $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]とした場合、推定値の方が実測値よりも疲労亀裂伝播速度が遅い危険側の推定結果が得られた。

次に、低周波振幅応力を 49[MPa]と固定して、重畳させる高周波成分の振幅を変化させた一連の減衰重畳波条件に対する結果 (図 (c)~(g)) について説明する。図 (c) に示す試験 ID:L49H12M137\_D では、 $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]の場合と $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]の場合で推定値が一致している。これは高周波振幅が小さく $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]の場合でも高周波振幅が無視された結果であると考えられる。(d)~(f) の場合 $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]とすると推定値の疲労亀裂伝播速度は実測値の疲労亀裂伝播速度より遅くなった。

また、実測模擬波形 (j)L\*\*H54M137\_D に関して推定値と実測値を比較すると  $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]のどちらも推定値の方が実測値よりも疲労亀裂伝播速度が遅くなった。

図 (d) ~ (j) で推定された疲労亀裂伝播挙動が実測値と比較して遅い理由は、十分に検討できなかったが、クラックゲージによる亀裂成長履歴測定 of 精度も一因と考えられる。

## 4.6 結言

初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルを疲労亀裂伝播シミュレーションに実装することで、負の応力比を有し初期亀裂面の接触が懸念される場合にも対応可能な疲労亀裂伝播シミュレーションの改良を行った。

同シミュレーション手法の妥当性検証のため、複数の負の応力比を有する一定振幅応力条件を設定し、疲労亀裂成長シミュレーションに関する試計算を行い、提案手法を用いることで、初期亀裂面の接触を考慮しない従来手法とで散見された不自然な疲労亀裂成長挙動を示すことなく計算可能であることを確認した。

引き続き、重畳応力履歴に負の応力履歴が含まれる場合に、重畳応力履歴から疲労亀裂伝播に有効に寄与している応力履歴の抽出基準値に関して考察し、その下限界値を設定しない ( $\xi_{limit} = 0$  [N/mm]と設定) した方が、先行研究で示された有効応力抽出基準値の下限界値  $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]と設定するよりも、疲労亀裂成長履歴の推定精度が改善することを、複数の参照実験との比較により確認した。

一方で、重畳応力履歴に負の応力履歴が含まれない場合は初期亀裂面が接触しないため、先行研究と同様に有効応力抽出基準値の下限界値  $\xi_{limit}$  を  $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm]と設定する方が望ましいことも改めて確認した。

## 第4章 参考文献

- 1) Matsuda, K. and Gotoh, K.: Numerical simulation of fatigue crack propagation under superimposed stress histories containing different frequency components with several mean stress conditions, *Marine Structures*, Vol.41, 2015, pp.77-95.
- 2) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.: Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, *International Journal of Fatigue*, Vol.26, No9, 2004, pp.983-992.
- 3) 豊貞雅宏, 丹羽敏男, 後藤浩二, 坂井淳一:  $\Delta K_{RPG}$  の物理的意味と構造物の疲労寿命推定法: RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第8報), *日本造船学会論文集*, Vol.180, 1996, pp.539-547.
- 4) Laid, C.: The Influence of Metallurgical Structure on the Mechanism of Fatigue Crack Propagation, *ASTM STP415*, pp131, 1967
- 5) Wheeler, O.E.: *Trans. ASME, Ser. D*, No.94, (1972), p.81
- 6) 北村欧, 杉村忠志, 中山伸, 廣田一博: 高-低周波重畳応力作用下における疲労き裂伝播試験の一考察, *日本船舶海洋工学会講演論文集*, Vol.14, 2012, pp.13-16.
- 7) Sumi, Y.: Fatigue crack propagation in marine structures under seaway loading, *International Journal of Fatigue*, Vol.58, 2014, pp.218-224.

- 8) 一般財団法人日本海事協会他: 船体構造強度に対するホイッピング影響に関する調査研究報告書, 2014年3月.



# 第 5 章 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション

## 5.1 緒言

航行中の船舶で高周波数を有する whipping や springing が生じる場合、whipping や springing は時間が経過するとともに減衰するため、複数周波数成分を有する重畳応力状態は全載荷期間中の一部期間にのみ生じ、残りの期間は低周波数成分の波浪変動外応力のみが作用している。全載荷期間中の一部期間において重畳応力が生じる場合（以降これを間欠重畳応力状態と称する）、重畳応力状態が生じている期間の大小により、疲労寿命が異なることが報告されている<sup>1)2)3)</sup>。また、ガスタービンや送風機の翼は起動—停止により繰り返される遠心応力の上に、振動に起因する応力が重畳した応力履歴が作用する<sup>4)</sup>。この場合も重畳応力状態は稼働期間中に連続して生じているのではなく、間欠的に生じることが一般的であろう。その他、多くの構造物や輸送機器の稼働期間中に生じる重畳応力状態も、対象物の振動に起因する高周波成分の重畳により生じ、高周波成分は時間が経過するに従い減衰するため、複数周波数成分が重畳した状態は全応力履歴中では間欠的に存在すると推察される。しかしながら、間欠重畳応力履歴条件下の疲労強度に関する検討は少なく、特に試験技術上の問題から間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播挙動に関する研究成果は、少なくとも著者が確認した範囲では存在しない。

本章では、間欠重畳重畳応力履歴条件下での疲労亀裂伝播試験を実施し、疲労亀裂伝播シミュレーション結果と比較することで、前章までに示した手法が間欠重畳重畳応力履歴条件下でも有用であることを検証した。さらに同手法を用いて疲労亀裂伝播挙動に及ぼす間欠重畳の程度の影響に関する数値検討を実施した。

## 5.2 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播試験

疲労亀裂伝播試験に用いた試験片形状は、軟鋼（SM400B）を用いて政策された中央貫通亀裂試験片（CCT 試験片）である。試験片全幅  $2W=75.0\text{mm}$ 、初期加工亀裂長さ  $2a_0=12\text{mm}$ 、ワイヤカット幅  $0.2\text{mm}$  である。試験片形状を Fig.4.7 と同様である。供試材の機械的性質は Table 4.4、化学組成は Table 4.5 と同様である。疲労試験は電気油圧サーボ方式疲労試験機（最大負荷能力  $50\text{KN}$ ）を用いて実施した。

次に、疲労亀裂伝播試験で作用させた間欠重畳応力履歴について述べる。間欠重畳応力履歴 1 セット中の高周波成分が重畳する応力期間のサイクル数を  $n_{S1}$ 、低周波応力期間のサイクル数を  $n_{L1}$  とし、1 セットで作用する総サイクル数を  $n_{\text{total}1} = n_{S1} + n_{L1}$  とする。

以降, このセットを繰り返す間欠重畳応力履歴を作用させる. 重畳させる高周波成分は, 一定振幅の場合と減衰する場合の2条件について検討しており, 減衰する場合についてはこれを明確にするため, 下添字 D を追記してサイクル数を  $n_{SD1}$ ,  $n_{LD1}$  等と表記する.

まず, 低周波応力履歴の応力振幅と重畳波応力履歴の最大応力振幅が同じ応力条件下で疲労亀裂伝播試験を実施する. Fig.5.1 に全応力履歴期間を, Fig.5.2 (a) に低周波応力波形を, Fig.5.2 (b) に高周波成分が重畳する時の応力波形を示す. 応力履歴総サイクル数と重畳波応力期間のサイクル数の比は  $n_{total}/n_S=4$  とする.

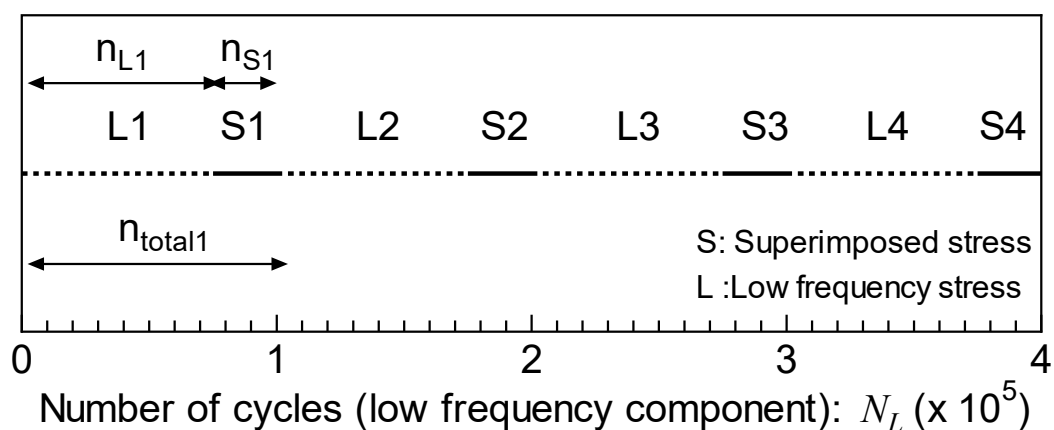
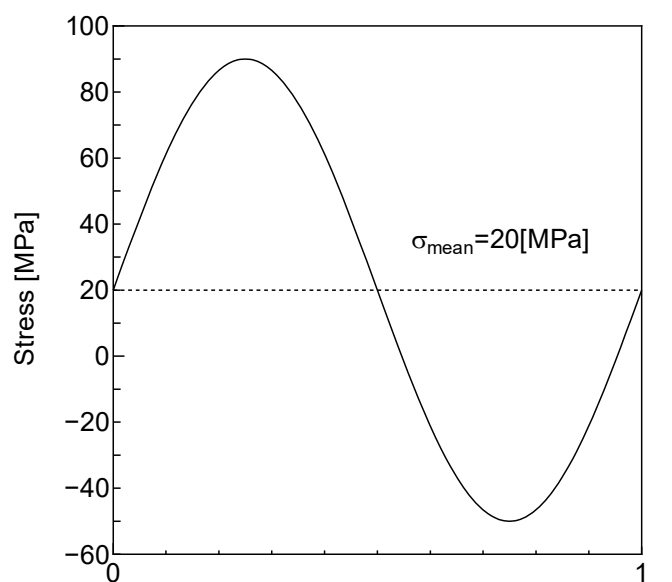
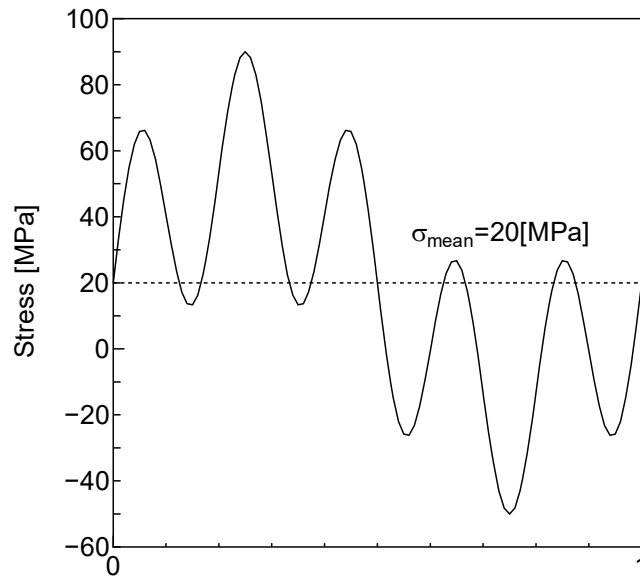


Fig.5.1 Applied loading condition



(a) L Part (Low frequency stress part)



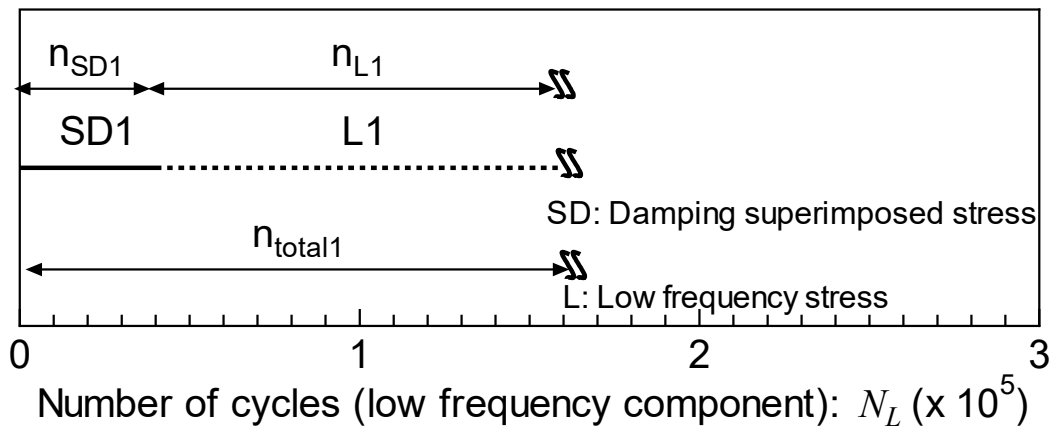


Number of cycles (low frequency component):  $N_L$

(b) S part (Superimposed stress part)

Fig.5.2 Applied stress conditions

次に、Fig.5.3 に示す  $n_{total}/n_{SD}=4$ 、 $n_{total}/n_{SD}=5$  の間欠重畳応力履歴下（高周波重畳応力成分は減衰条件）で疲労亀裂伝播試験を実施する。Fig.5.3 の疲労亀裂伝播試験で負荷した高周波重畳応力の履歴を Fig.5.4 (a) に示すが、これは先行研究でも採用した実船に生じる whipping 現象と類似の挙動である減衰重畳応力履歴<sup>8)</sup>に準じつつも、使用した疲労試験機で負荷可能な最大応力の観点から、減衰重畳応力履歴の全応力振幅を 80%に減じた履歴を採用した。また、同試験における低周波応力期間の応力波形を Fig.5.4 (b)に示す。



(a)  $n_{total}/n_{SD}=4$

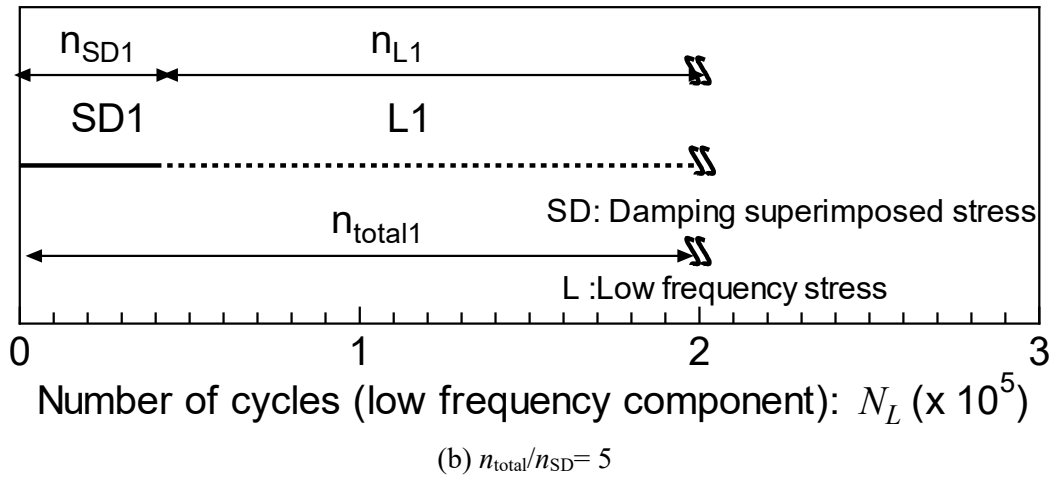
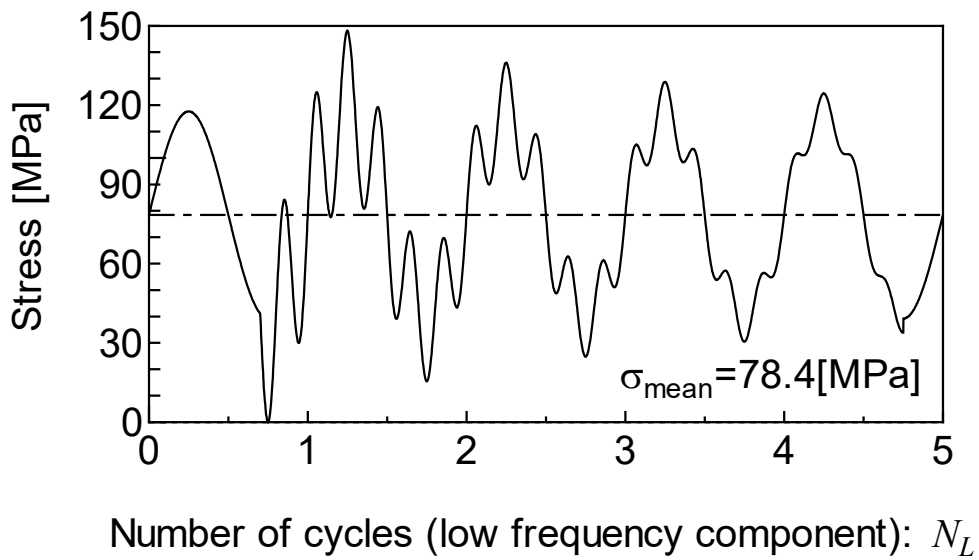
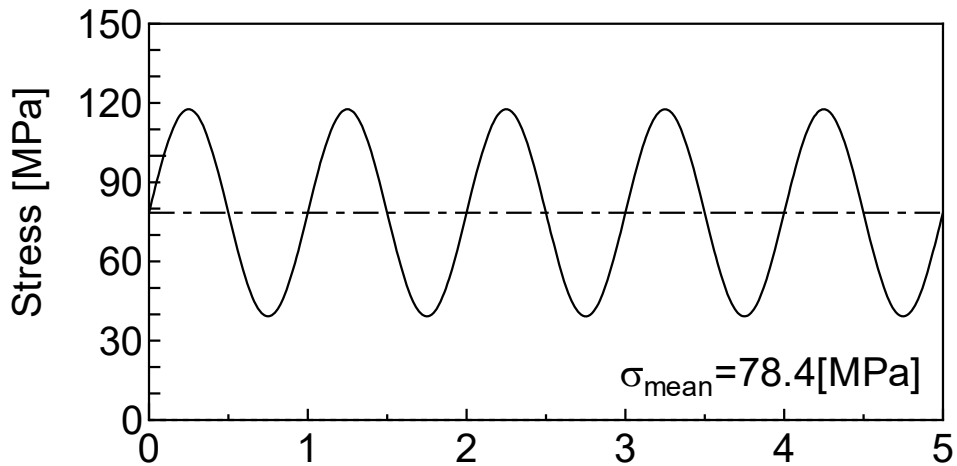


Fig.5.3 Applied loading conditions



(a) SD part (Damping superimposed stress part)



Number of cycles (low frequency component):  $N_L$

(b) L part (Low frequency stress part)

Fig.5.4 Applied stress conditions

疲労亀裂伝播試験により得られた、各荷重条件の疲労亀裂伝播量と低周波応力サイクル数の関係を Fig.5.5 に示す。亀裂長さはコンプライアンス法により測定した。

高周波成分として一定応力振幅が重畳した場合である  $n_{total}/n_S=4$  の場合は、亀裂があまり進展せず、最初の低周波応力期間直後の重畳波応力期間で亀裂が停留した。この理由は、低周波成分が単独で作用する時の応力振幅が重畳波応力履歴の包絡線による振幅と同程度と大きいため亀裂前方の塑性域が大きくなり、亀裂伝播に応じて亀裂前方の塑性域を残留引張変形層として実亀裂内面に順次取り込んだ結果、閉口しやすくなったためであると考えられる。一方、亀裂がある程度伝播すると初期段階と異なり、低周波応力期間直後の重畳波応力期間でも亀裂は停留しなかった。この理由は、亀裂が成長するに従い、実亀裂長さと比較して相対的に亀裂先端の塑性域が小さくなるため、亀裂閉口が生じにくくなったためであると考えられる。また、重畳波応力期間直後の低周波応力期間も疲労亀裂は停留していないことが確認できる。重畳波応力履歴を包絡したときの応力振幅と低周波応力履歴の応力振幅が同程度であれば、重畳波応力履歴を包絡したときの応力振幅は低周波応力履歴の応力振幅と比較して過大とならないため、重畳波応力期間直後の低周波応力期間では亀裂は停留しなかったと考えられる。

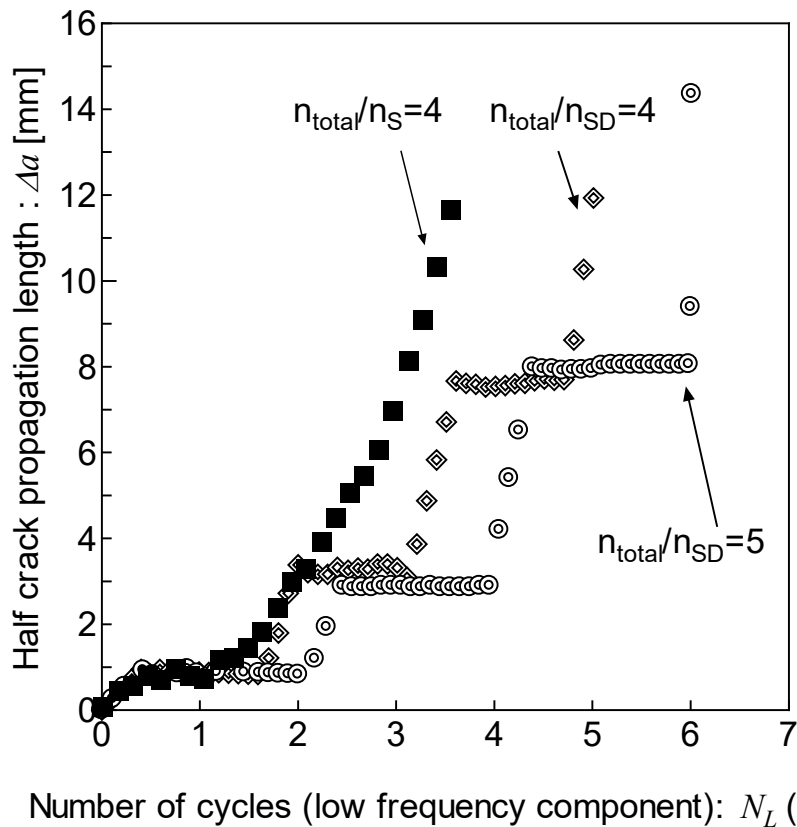


Fig.5.5 Measured fatigue crack growth curves under various loading conditions

減衰する高周波成分が作用した場合である  $n_{total}/n_{SD}=4$  と  $n_{total}/n_{SD}=5$  における疲労亀裂伝播試験結果を見ると、重畳波応力期間後の低周波応力期間において疲労亀裂伝播は完全に停滞したことが確認できる。この原因は、重畳波応力期間において亀裂前方に生じた塑性変形領域を残留引張変形層として亀裂面に取り込んだため、低周波成分だけの応力では亀裂閉口状態が継続したためであると推察される。

### 5.3 間欠重畳応力履歴条件下における疲労亀裂伝播シミュレーション

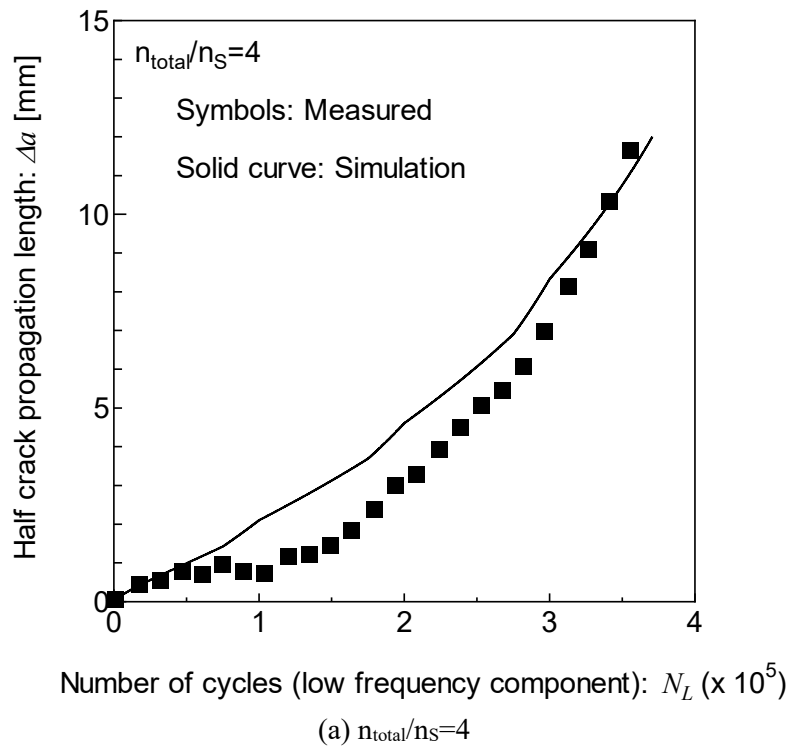
#### ヨン

前章で用いた手法を適用して疲労亀裂伝播履歴を推定した。本実験の供試材に対するRPG荷重基準の疲労亀裂伝播則パラメータ  $C$ 、 $m$  は Table 4.13 と同様である。

前章で検討したように、重畳応力履歴の中で疲労亀裂伝播に有効に寄与す応力履歴を抽出するためのパラメータ  $\xi$  の下限値  $\xi_{limit}$  を適切に設定する必要があるが、前章での検討結果に基づき、全応力履歴中で負の応力状態が出現するか否かに応じて、以下のように下限値を変更した。

- 負の応力履歴を含む  $n_{total}/n_S=4$  の場合は,  $\xi_{limit}=0[N/mm]$  と設定.
- 負の応力履歴を含まない  $n_{total}/n_{SD}=4$  と  $n_{total}/n_{SD}=5$  の場合は  $\xi_{limit}=0.3[N/mm]$  と設定.

得られた疲労亀裂伝播履歴を低周波成分のサイクル数で整理した結果を Fig.5.6 に示す. 同図に示した結果から, いずれの場合も, 本研究で提案する疲労亀裂伝播シミュレーションを適用することで, 比較的良好に疲労亀裂伝播履歴を推定可能であると判断できる. なお, いずれの負荷履歴条件においても, 初期段階では推定結果が測定結果よりも疲労亀裂伝播が速く, 終盤にかけて測定結果が推定結果よりも疲労亀裂伝播が速い傾向を示しているが, これは, 本研究で採用した  $\Delta K_{RPG}$  をパラメータとする疲労亀裂伝播則の材料定数  $C$ ,  $m$ , 特に  $m$  値の精度に起因すると推察される. 一般に疲労現象で伝播履歴を含め, ばらつきが多いことが知られていることから, Fig.5.6 に示す実測値との相違は許容できる程度と考えられる.



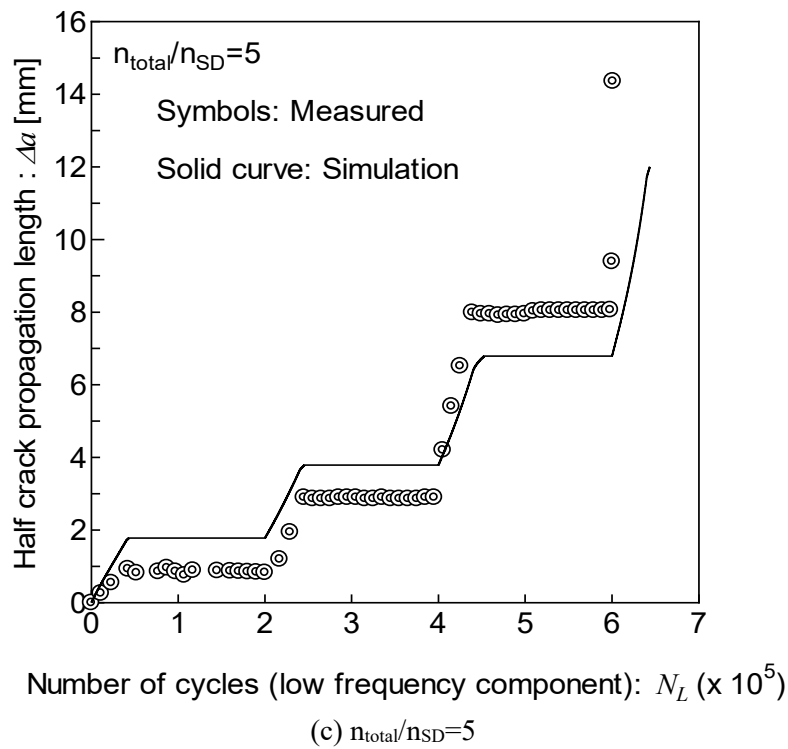
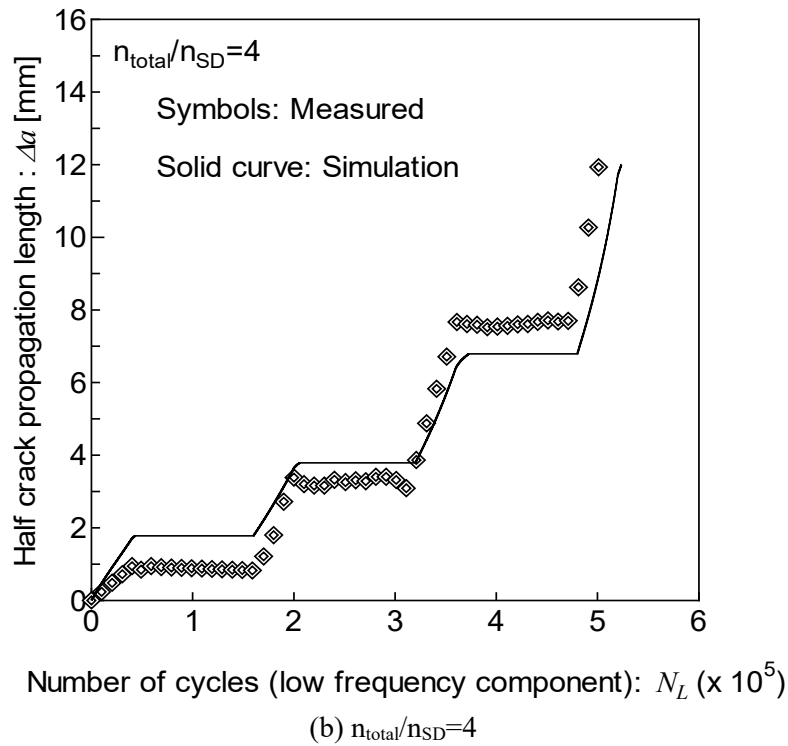
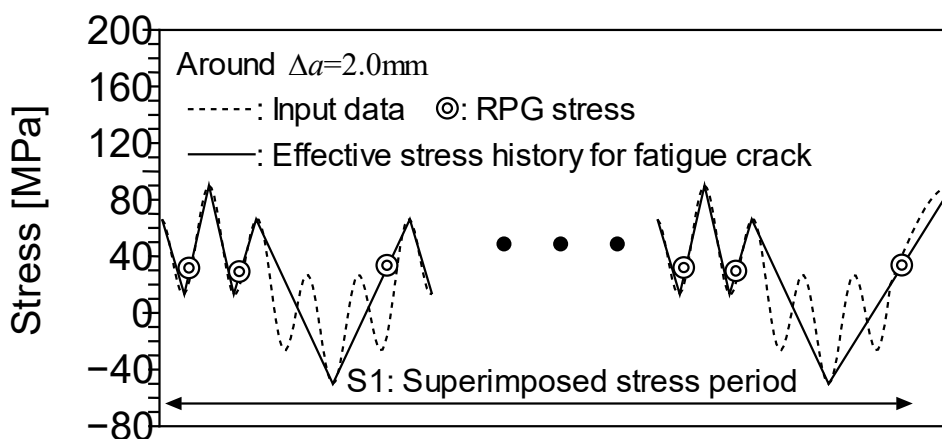


Fig.5.6 Comparison of fatigue crack growth curves in the case of various stress period.

$n_{total}/n_{SD}=4$  と  $n_{total}/n_{SD}=5$  の場合における疲労亀裂伝播解析シミュレーション結果を見ると、疲労亀裂伝播試験で出現した重畳応力期間後の低周波応力期間における疲労亀

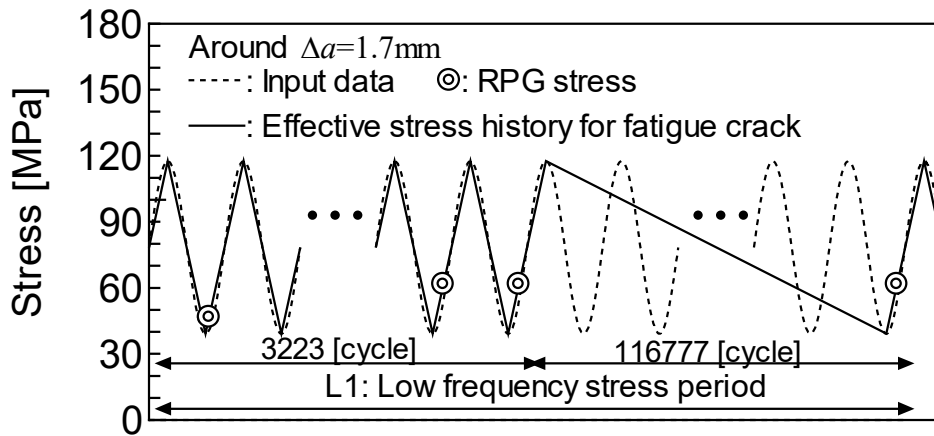
裂伝播の停留を再現可能であることが確認できる。疲労亀裂伝播シミュレーション中の有効応力履歴の状況の一例を Fig.5.7 に示すが、下限界値  $\xi_{limit} = 0.3$  [N/mm] を下回る状態が低周波応力期間の大部分を占め、その大部分が無視されることとなり、結果として、部分的な亀裂停留状態が出現した。

一方、 $n_{total}/n_S=4$  に関して最初の重畳応力期間 ( $5 \times 10^4 \sim 1 \times 10^5$  回) における亀裂の停留気味の挙動を疲労亀裂伝播シミュレーションでは完全に表現できていなかった。Fig.5.7 は、重畳応力履歴期間中における全応力履歴の中から疲労亀裂伝播に寄与するとして抽出された応力履歴を示したものである。同図からわかるように、低周波応力振幅と同程度の振幅を有する応力履歴のみが疲労亀裂の成長に寄与するものとして選択され、一定振幅応力履歴状態と同じ状態であると解釈されたためであると考えられる。疲労亀裂伝播シミュレーションに適用されている材料の応力～ひずみ関係は等方硬化弾完全塑性体であるが、繰返し塑性現象を考慮できるように改善することや、有効応力履歴抽出値の下限界値の見直し等により、伝播履歴推定精度はより改善できるものと期待される。



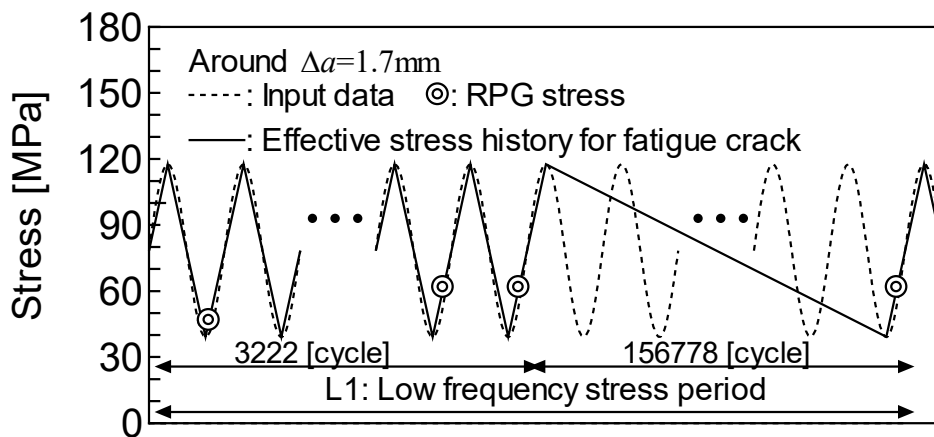
Number of cycles (low frequency component):  $N_L$

(a)  $n_{total}/n_S=4$



Number of cycles (low frequency component):  $N_L$

(b)  $n_{\text{total}}/n_{\text{SD}}=4$



Number of cycles (low frequency component):  $N_L$

(c)  $n_{\text{total}}/n_{\text{SD}}=5$

Fig.5.7 Example of the effective stress sequences.

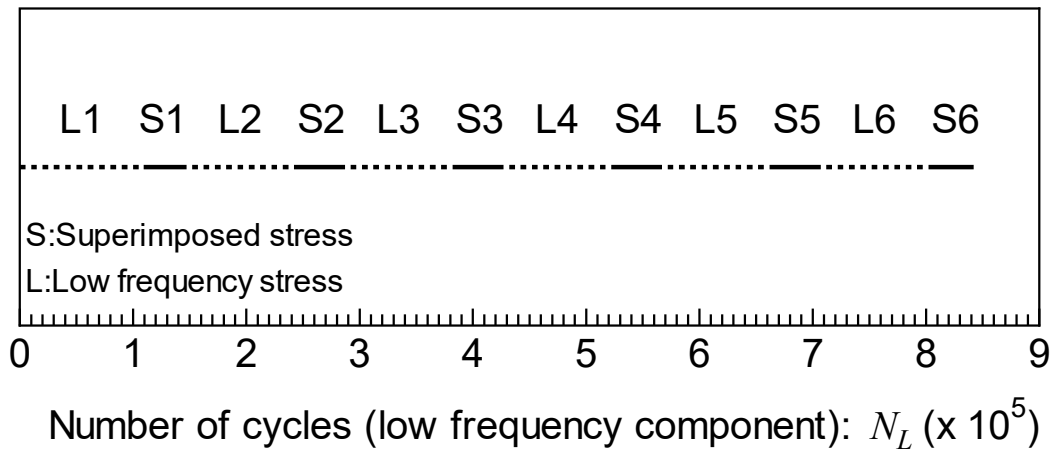


### 5.3.1 各応力期間を変更した間欠重畳応力条件下の場合

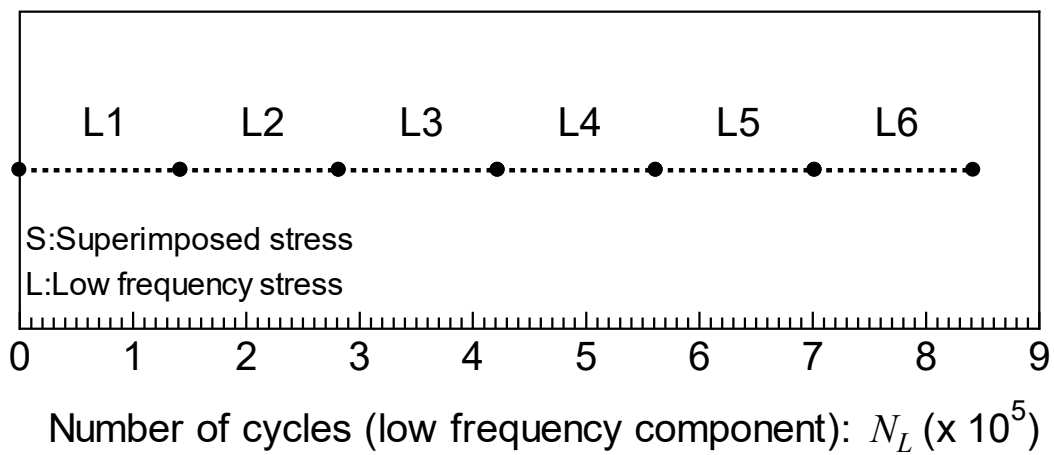
本項では妥当性について検証した疲労亀裂伝播シミュレーションを用いて疲労亀裂伝播挙動に及ぼす間欠重畳応力期間の程度の影響に関する数値検討を実施する。文献<sup>2)</sup>の表記法と同様に一次波（低周波） $n_s$ 回分の重畳波形とそれに続く $n_c$ 回の定振幅波形の組み合わせを荷重セットと称し、 $n_s+n_c$ を荷重セット総サイクル数 $n_{total}$ とし前項と同様に定義する。波形識別名に続く2桁の数字は $n_s/n_{total} * 100$ を表し、これに続く1桁の数字は試験番号を意味する。

初期亀裂半長 $a_0=1.5[\text{mm}]$ の板厚貫通亀裂を有する無限平板に複数の間欠重畳応力履歴が作用した場合の疲労亀裂伝播解析を実施する。設定した応力履歴をFig.5.8に示し、以下に応力履歴の概要を述べる。

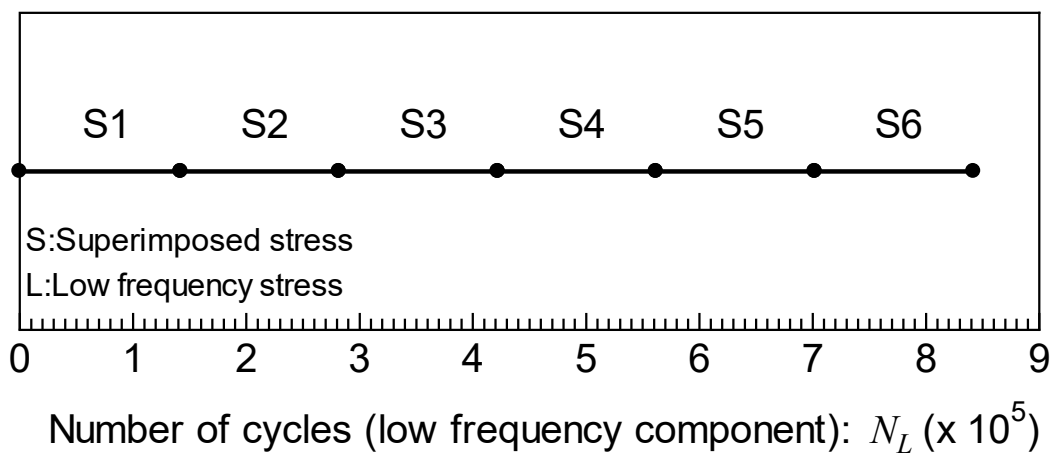
- (a) 間欠重畳応力履歴を作用した疲労試験<sup>1)2)</sup>で適用された応力履歴である。以下の(b)~(e)は(a)を基準として重畳応力期間をそれぞれ変更させた応力履歴である。また、応力履歴シリーズ(a)~(e)のIDは文献<sup>1)</sup>に示された履歴(a)に相当するものの表記と一致させている。
- (b) 応力履歴(a)において、低周波応力の作用期間( $L_i$ )を重畳応力期間( $S_i$ )まで延長し、低周波応力成分のみが作用するとしたもの。
- (c) 応力履歴(a)において、重畳応力の作用期間( $S_i$ )を低周波応力の作用期間( $L_i$ )まで延長し、低周波応力成分のみが作用するとしたもの。
- (d) 応力履歴(a)中の重畳応力作用期間において、これを包絡する波形を作成し、期間ごとに最大応力の包絡線の最大値と最小応力の包絡線の最小値を抽出し、これらを低周波応力成分と同じ周波数の一定応力振幅履歴として作用させたもの、本論文中で「包絡波」と称する場合は同様の意味である。
- (e) 応力履歴(d)で作成した包絡波が全応力期間で作用するとしたもの。



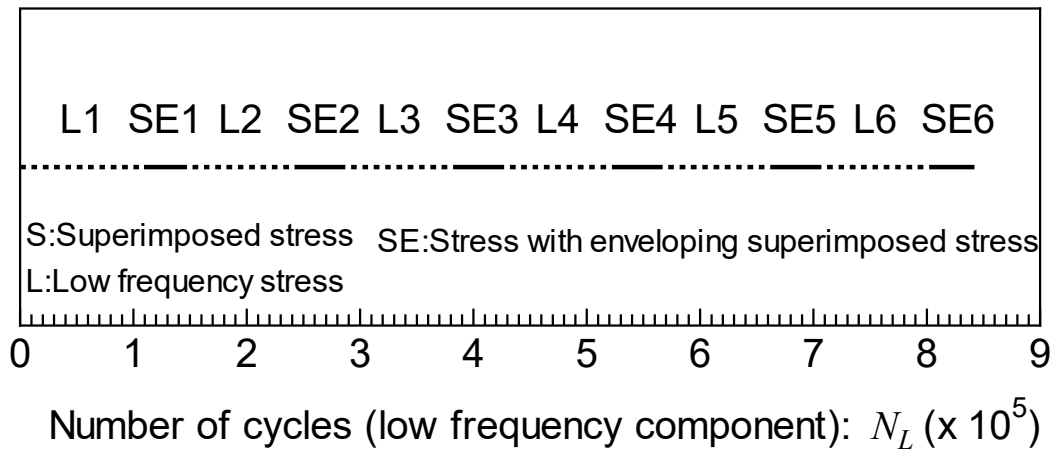
(a) Original



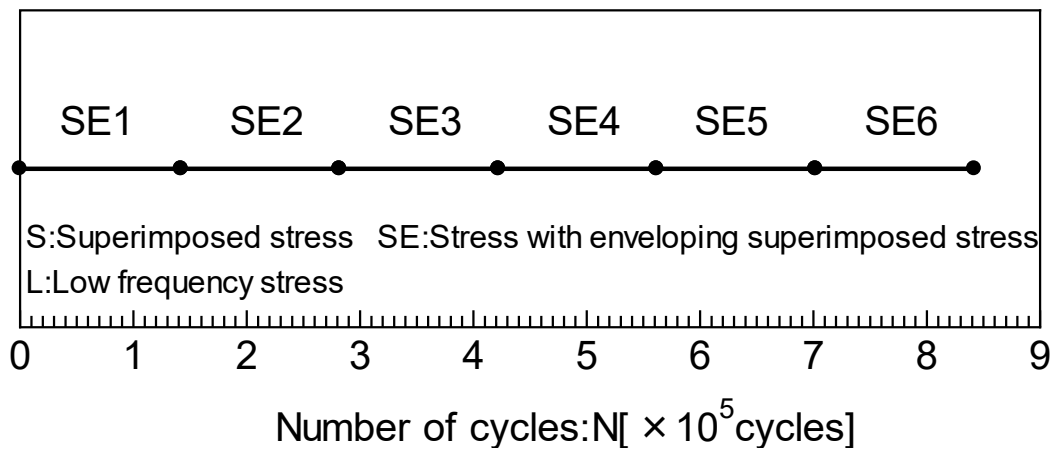
(b) Only low frequency stress



(c) Only superimposed stress



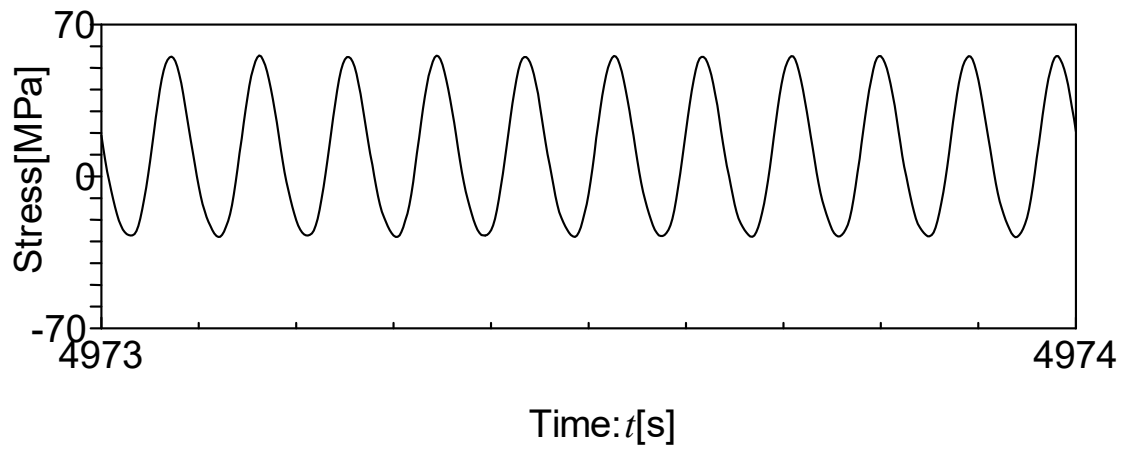
(d) Envelope low frequency stress and original low frequency stress



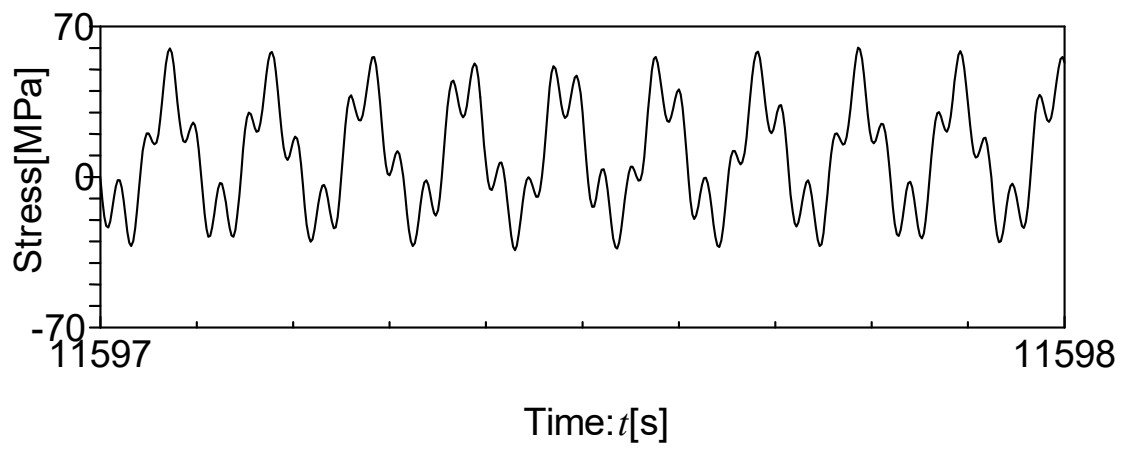
(e) Only enveloped low frequency stress

Fig.5.8 Applied loading conditions (Test ID: S3-3\_25\_2\_1)

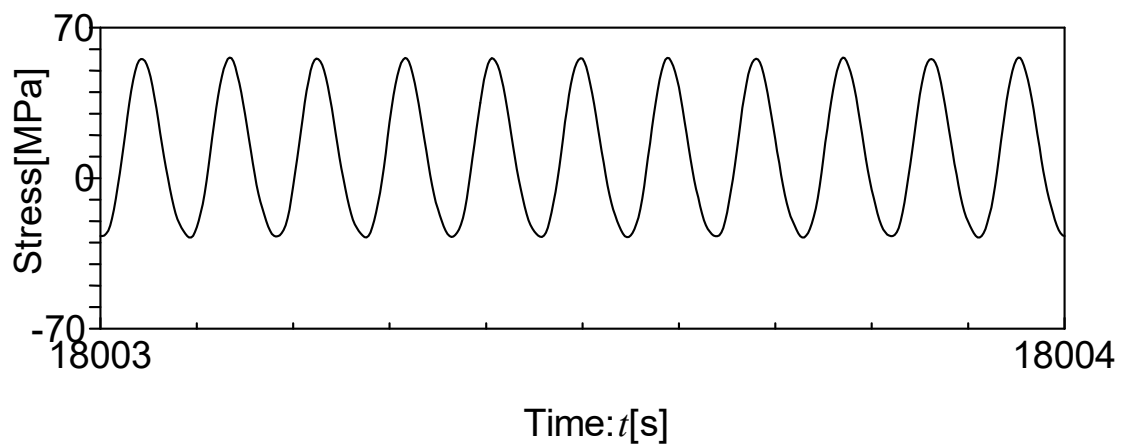
Fig.5.8 中の低周波応力成分作用期間  $L_i$  及び重畳応力作用期間  $S_i$  に付与した波形をそれぞれ Fig.5.9 に示す. 参照した文献<sup>12)</sup>中の疲労試験では 4 種類の負荷パターンが与えられたため, 他 3 種類の条件に関しても Fig.5.8 と同様にオリジナルの荷重履歴を (a) として (b) ~ (e) に相当する応力履歴を生成し, 疲労亀裂伝播シミュレーションを実施する. 評価対象の応力履歴について Fig.5.9~Fig.5.14 に示す.



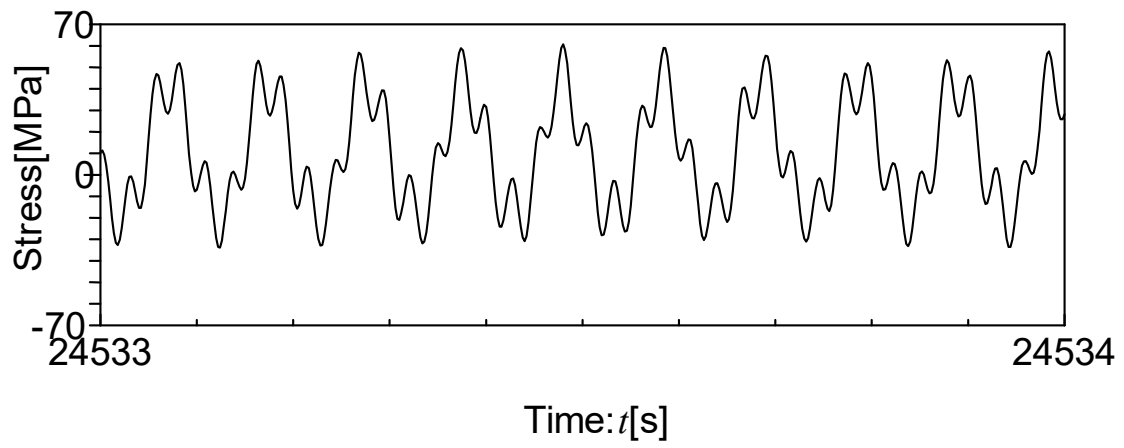
(a) L1



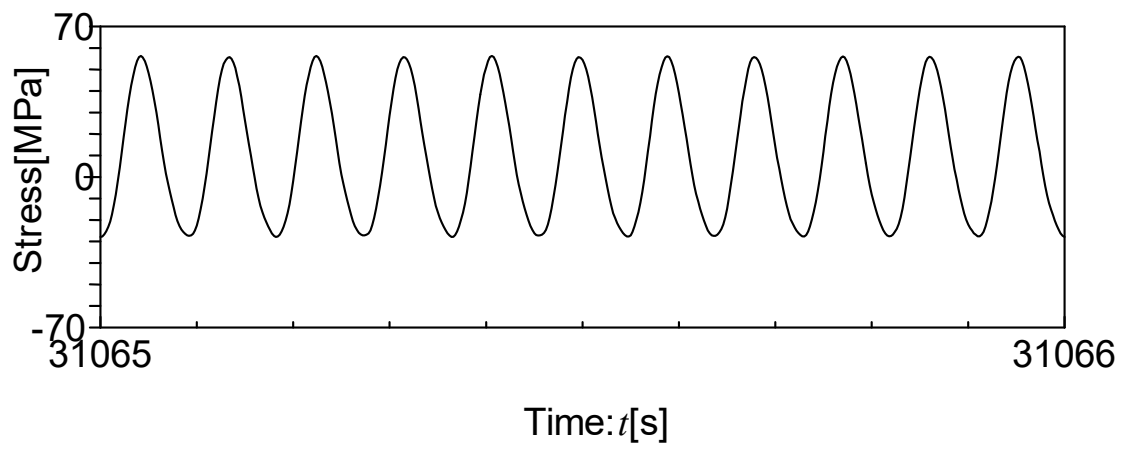
(b) S1



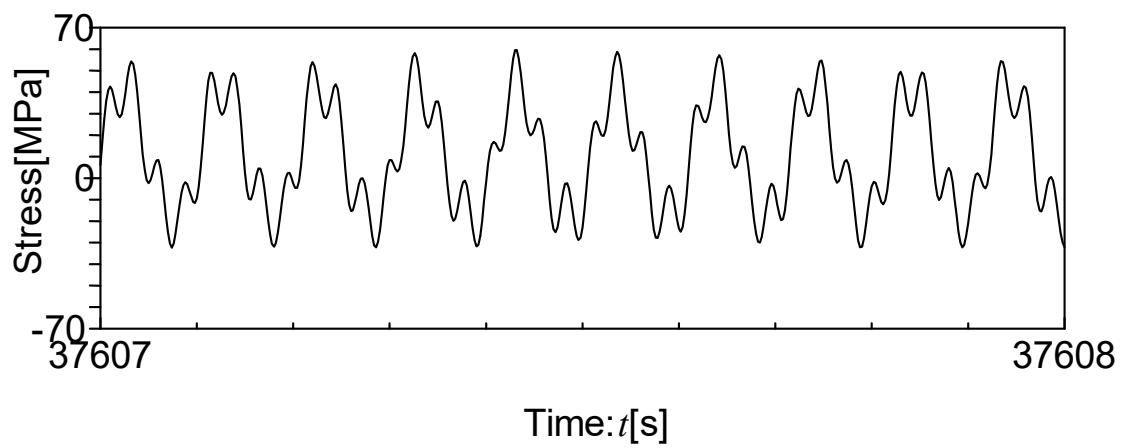
(c) L2



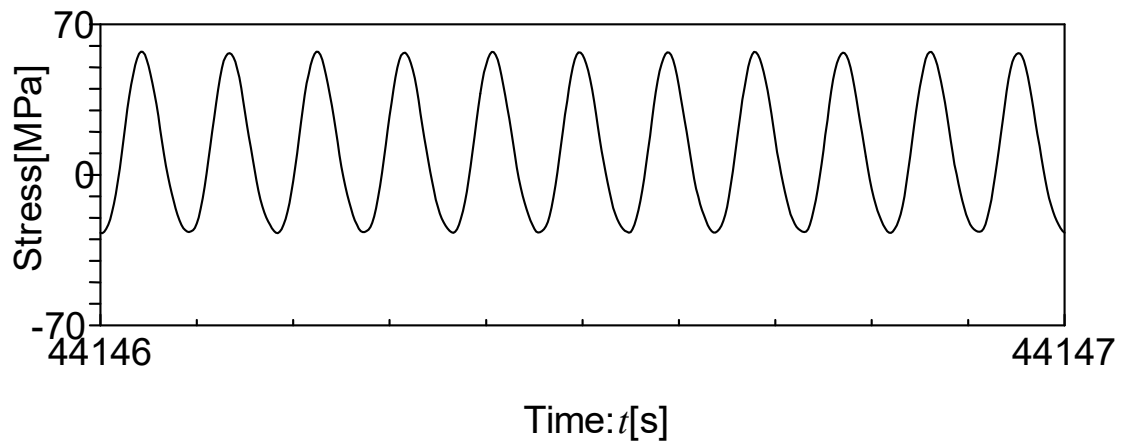
(d) S2



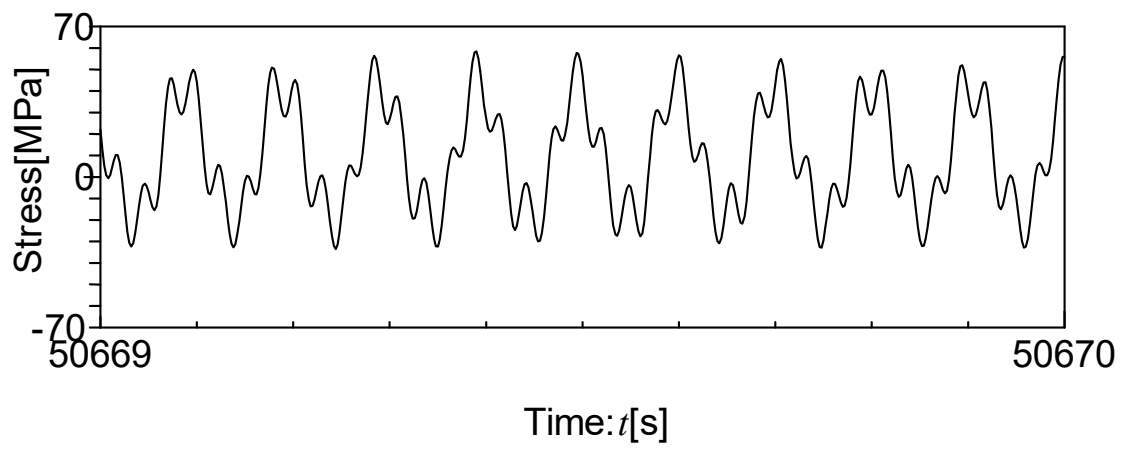
(e) L3



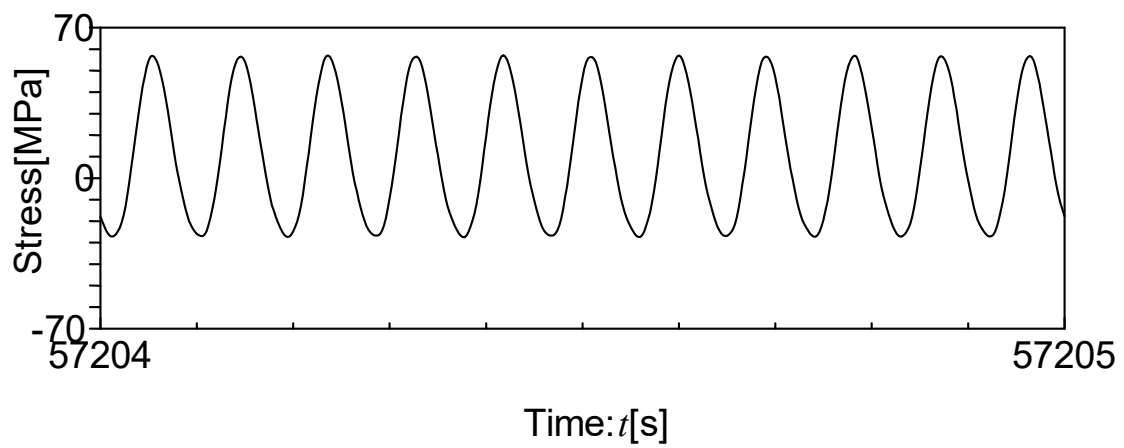
(f) S3



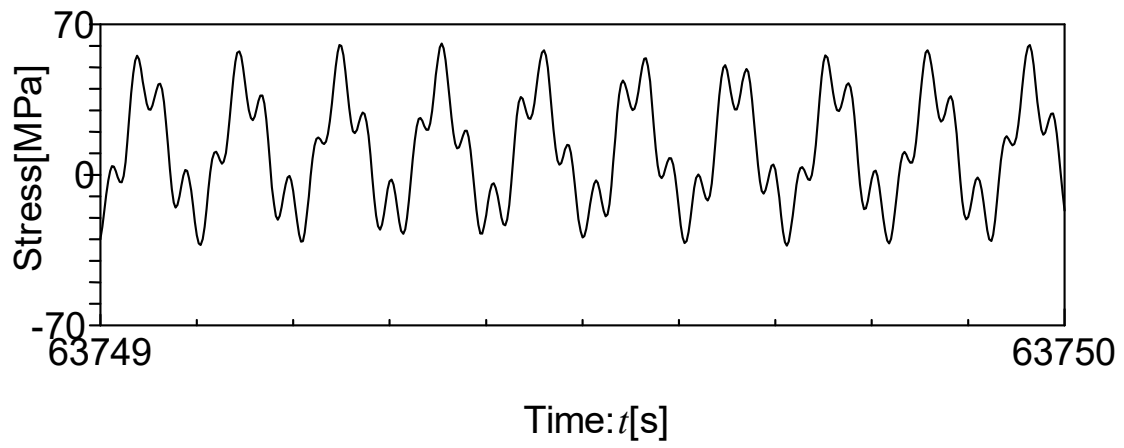
(g) L4



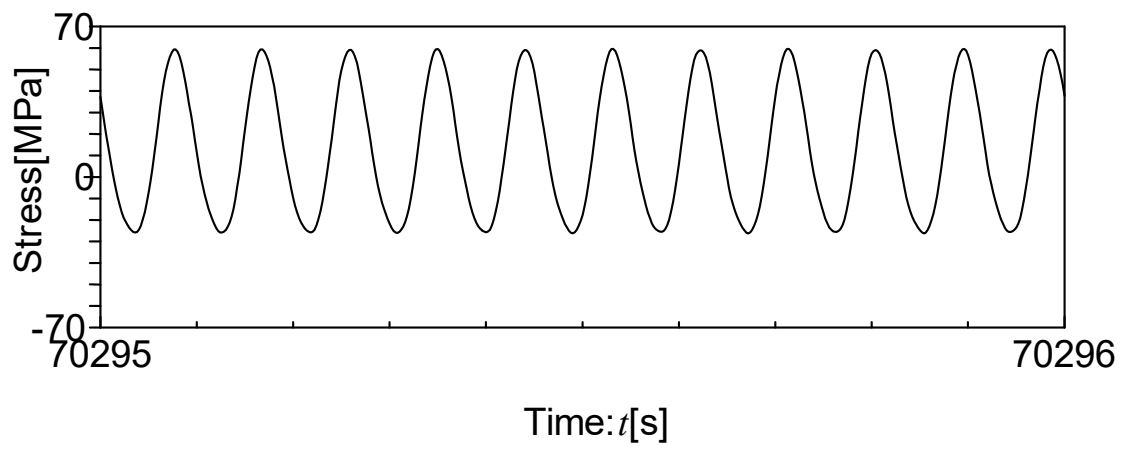
(h) S4



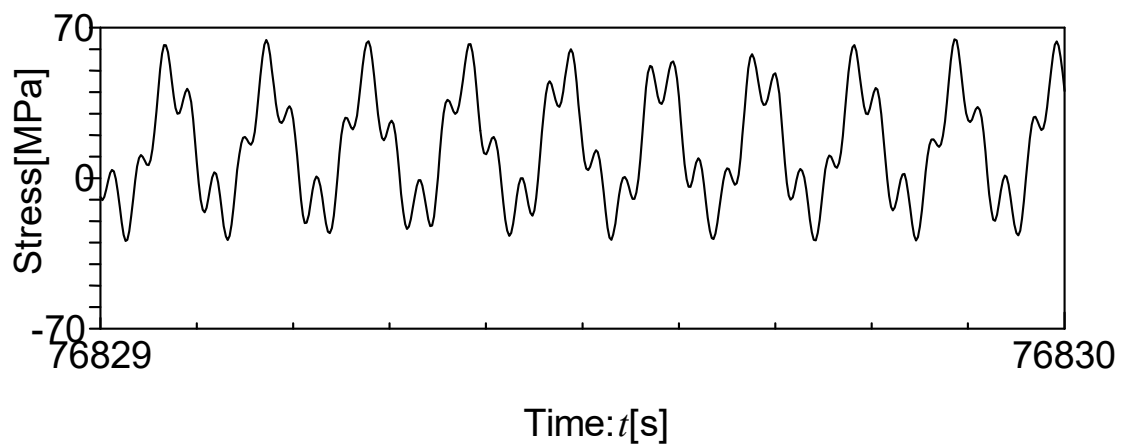
(i) L5



(j) S5

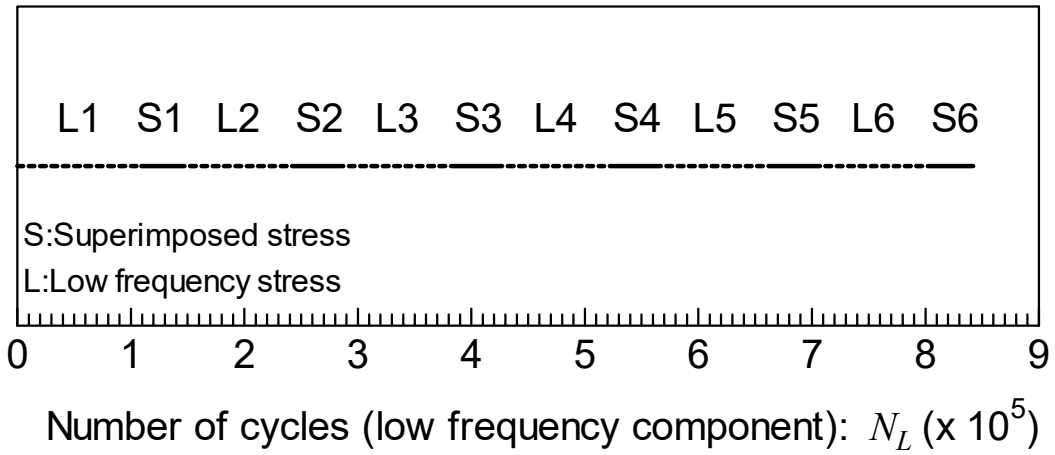


(k) L6

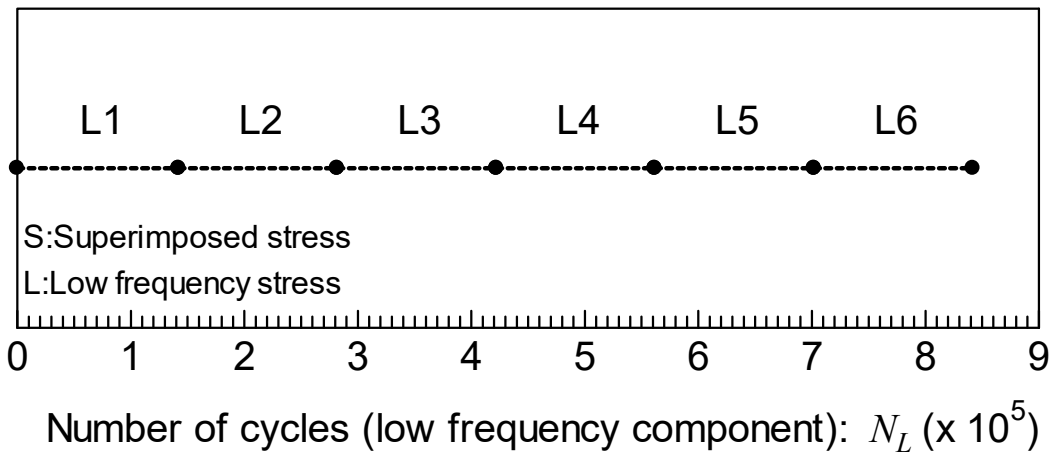


(l) S6

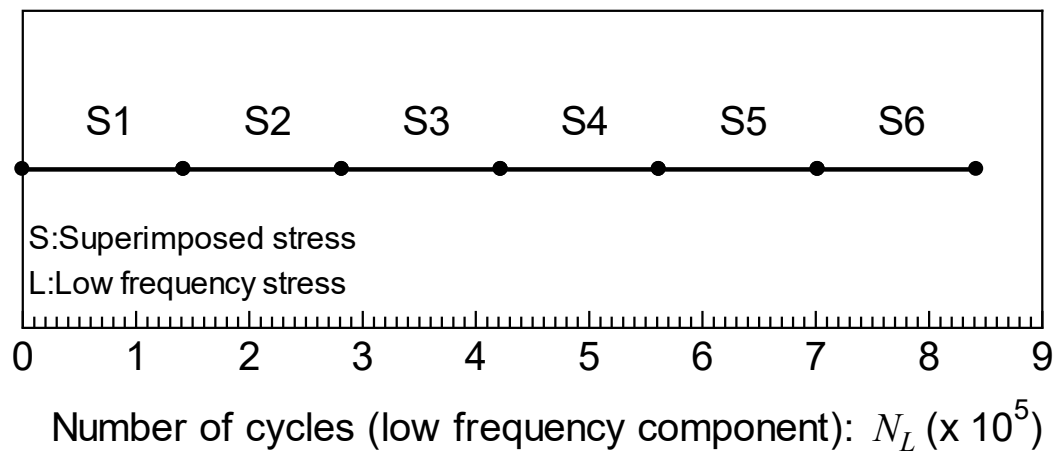
Fig.5.9 Applied stress patterns in Fig.5.8



(a) Original

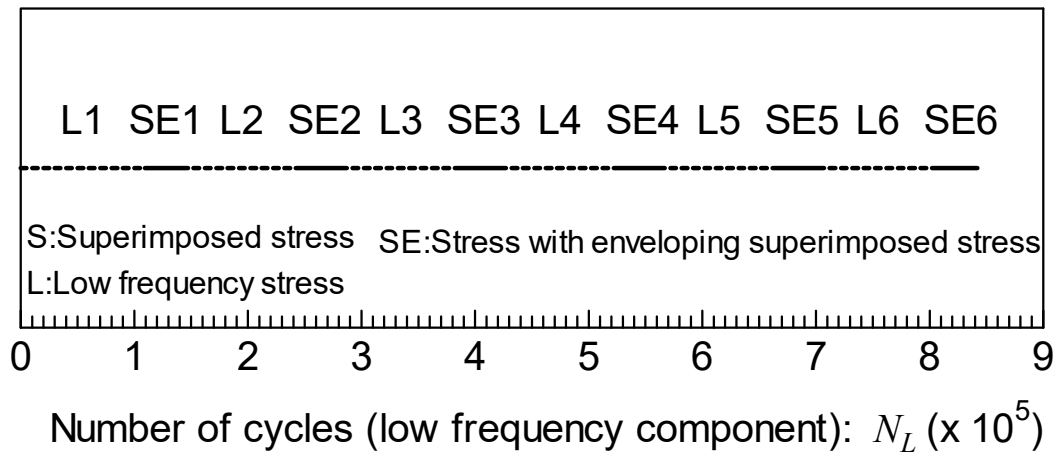


(b) Only low frequency stress

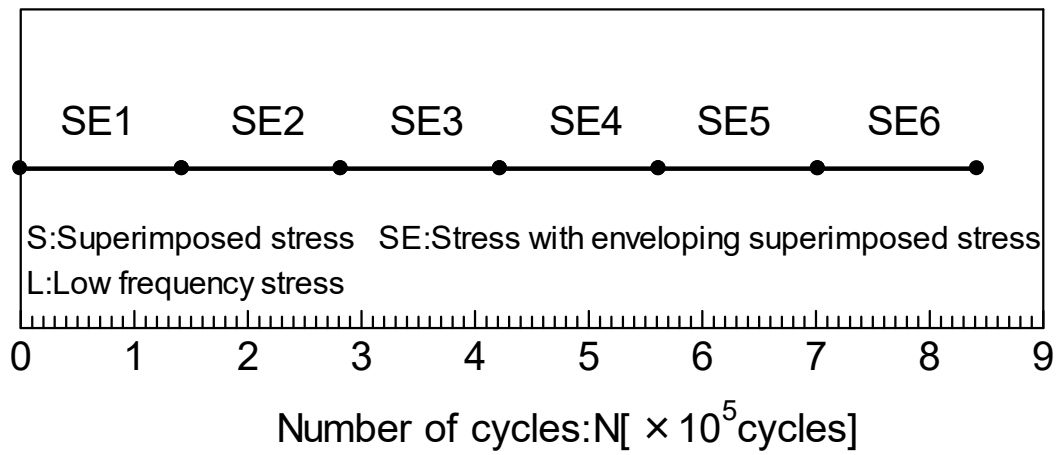


(c) Only superimposed stress



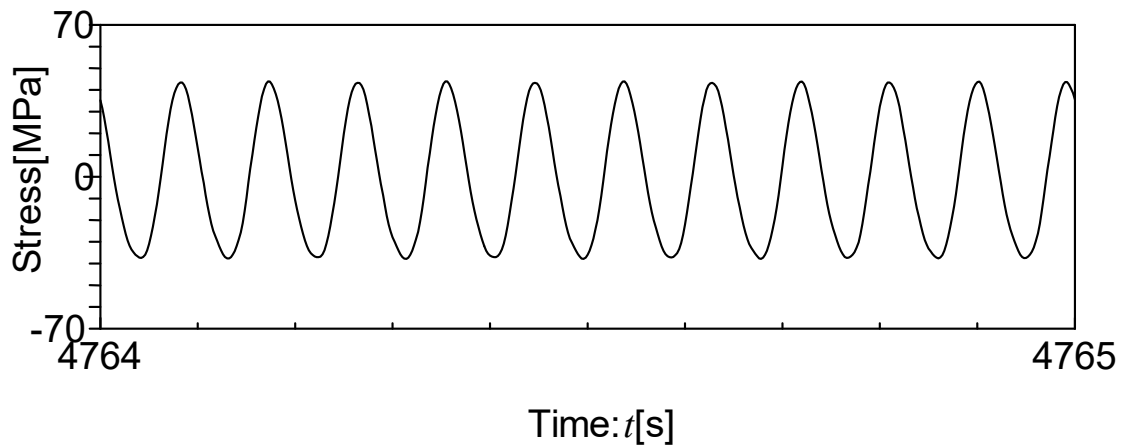


(d) Envelope low frequency stress and original low frequency stress

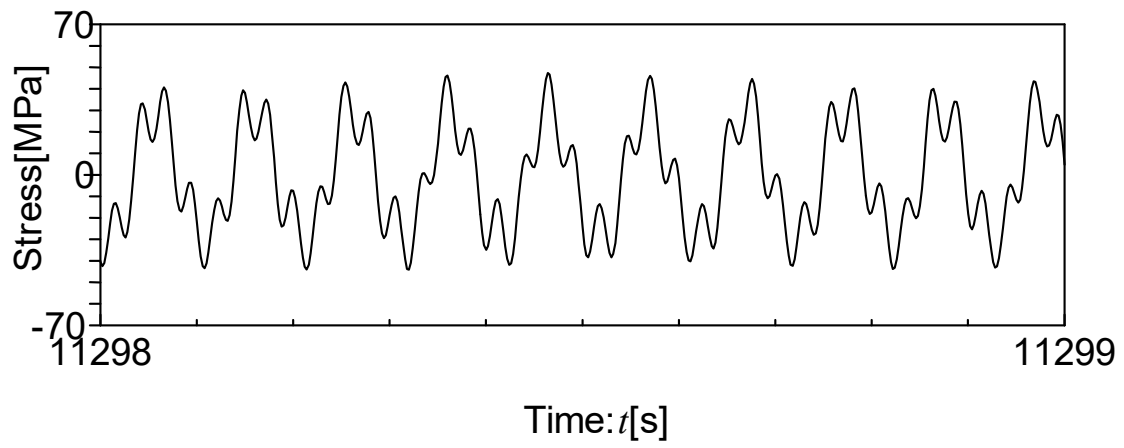


(e) Only enveloped low frequency stress

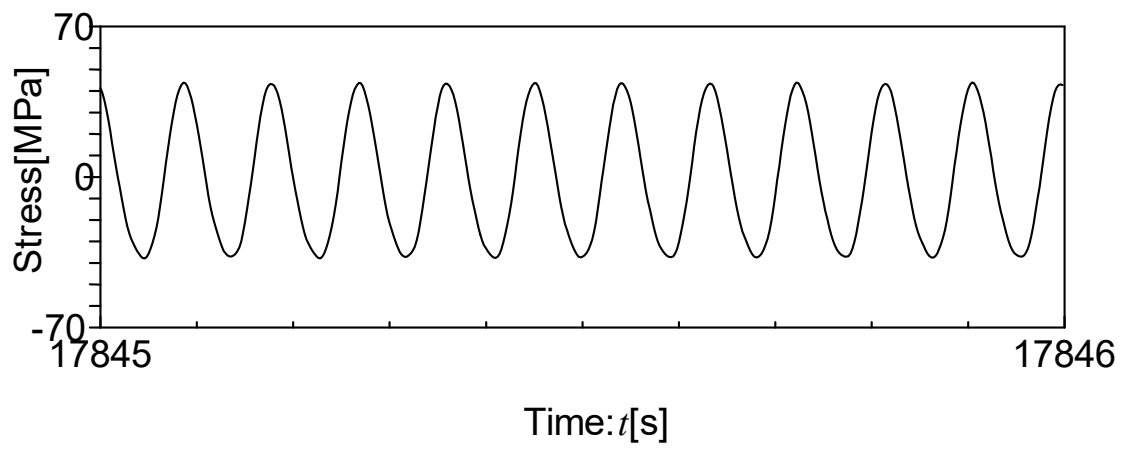
Fig.5.10 Applied loading conditions (Test ID: S3-3\_25\_2\_2)



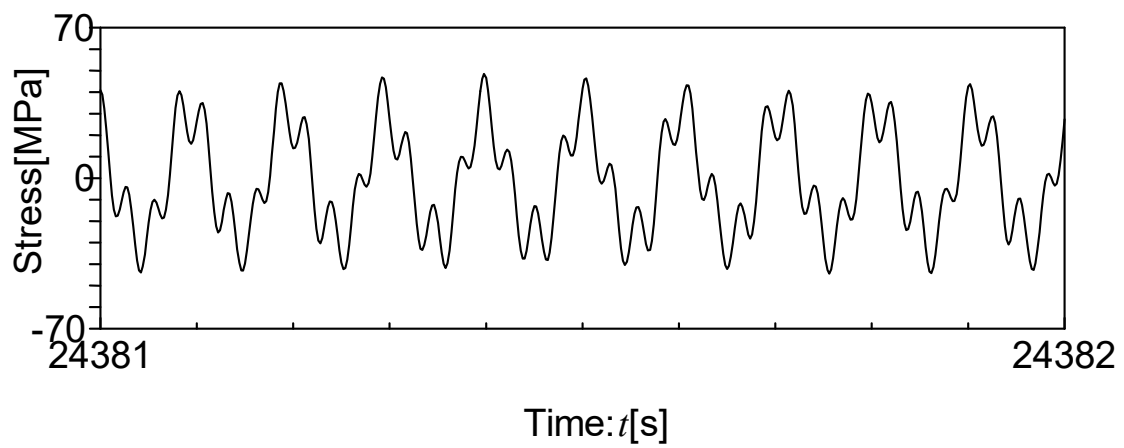
(a) L1



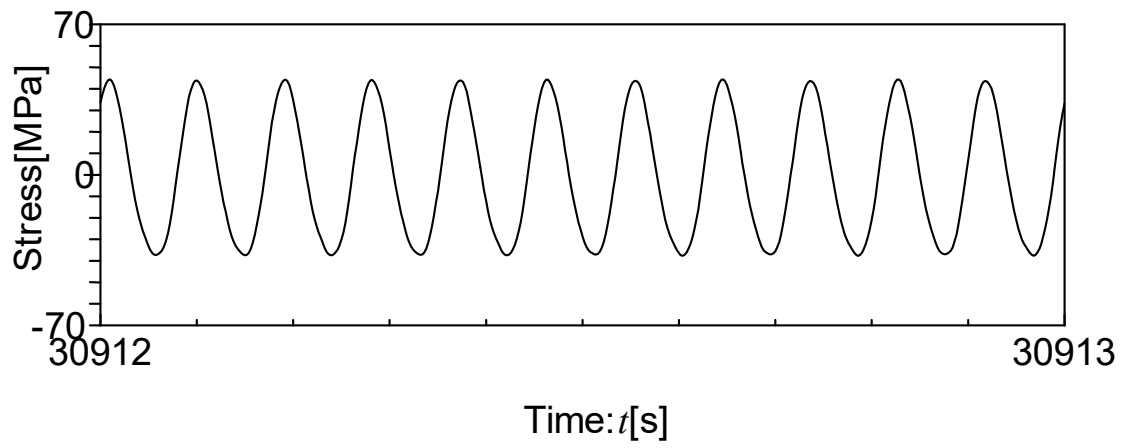
(b) S1



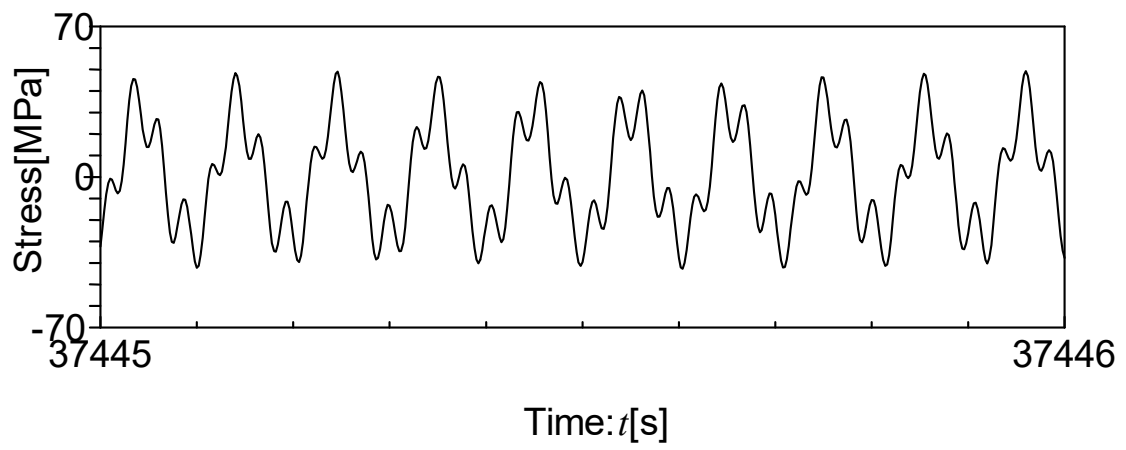
(c) L2



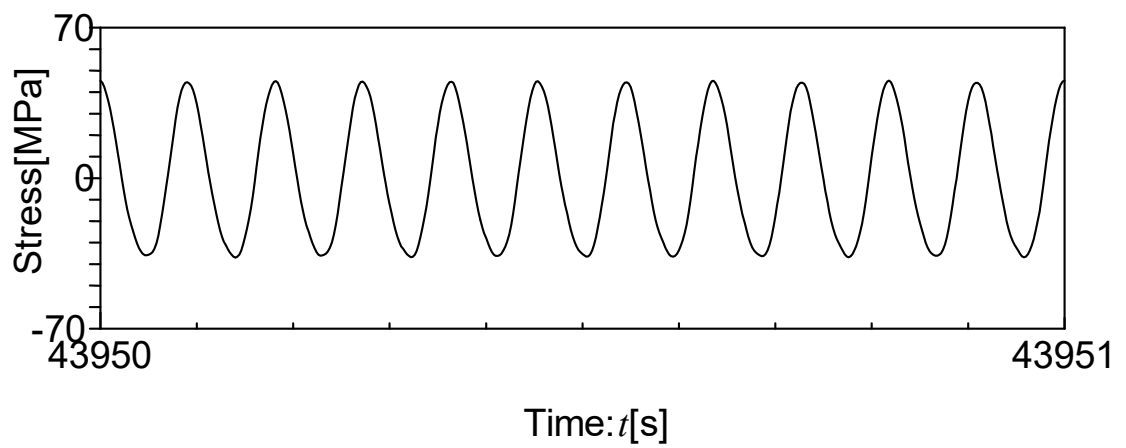
(d) S2



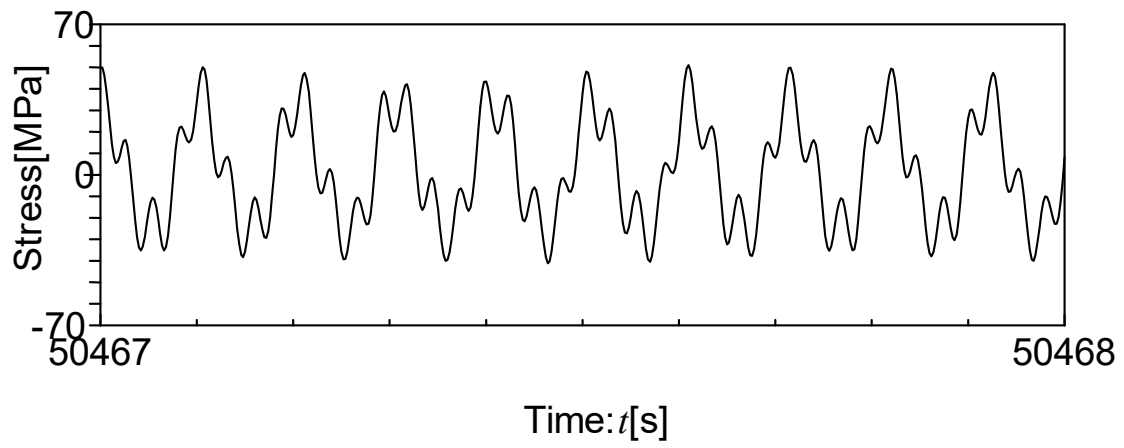
(e) L3



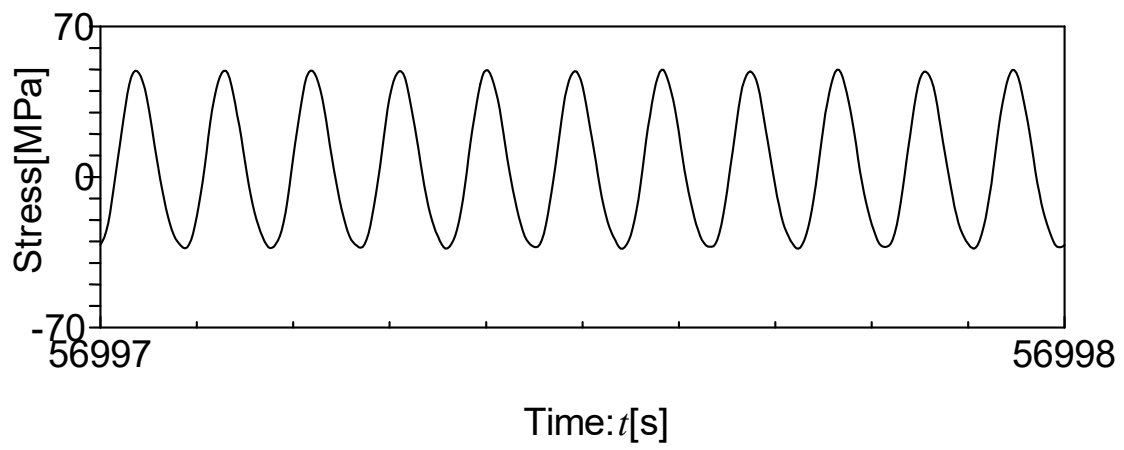
(f) S3



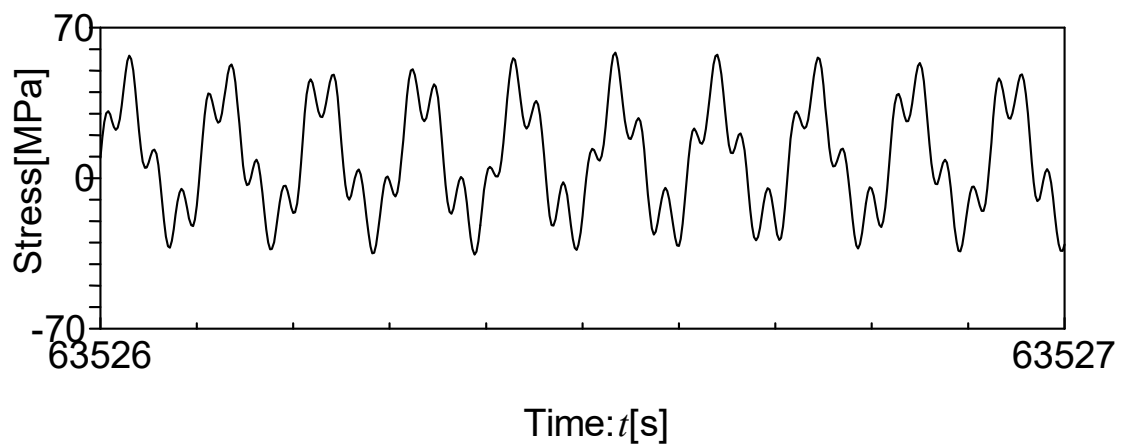
(g) L4



(h) S4

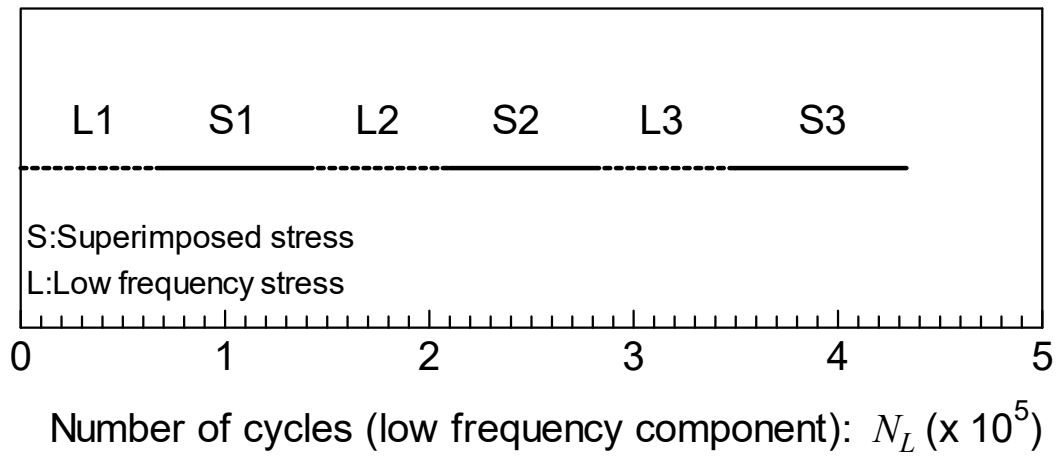


(i) L5

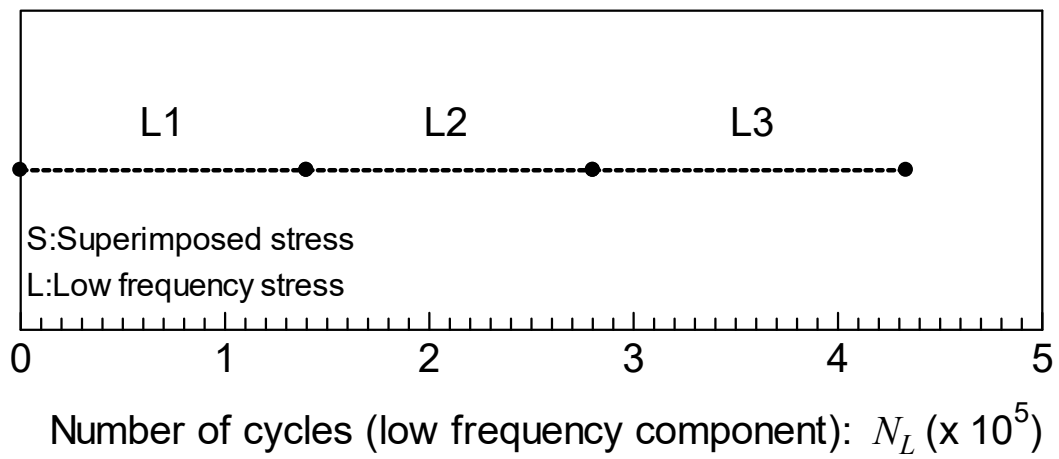


(j) S5

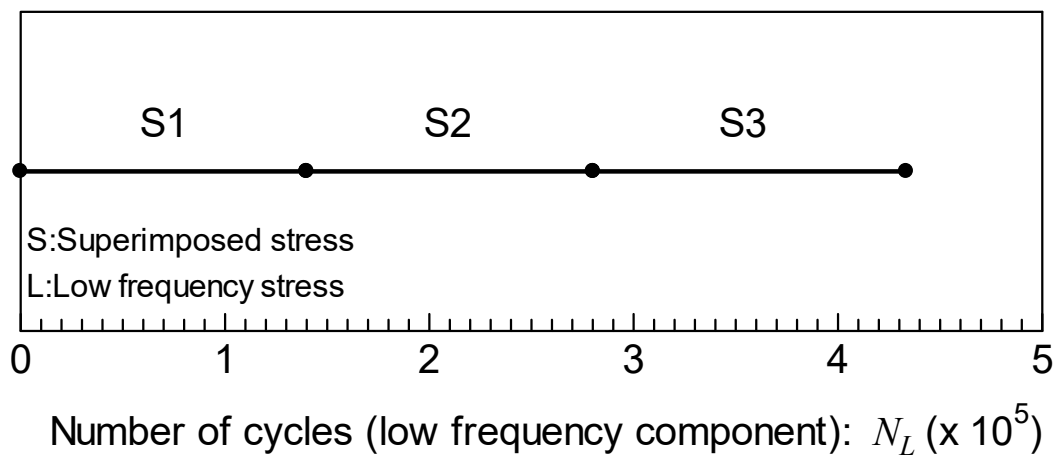
Fig.5.11 Applied stress patterns in Fig.5.10



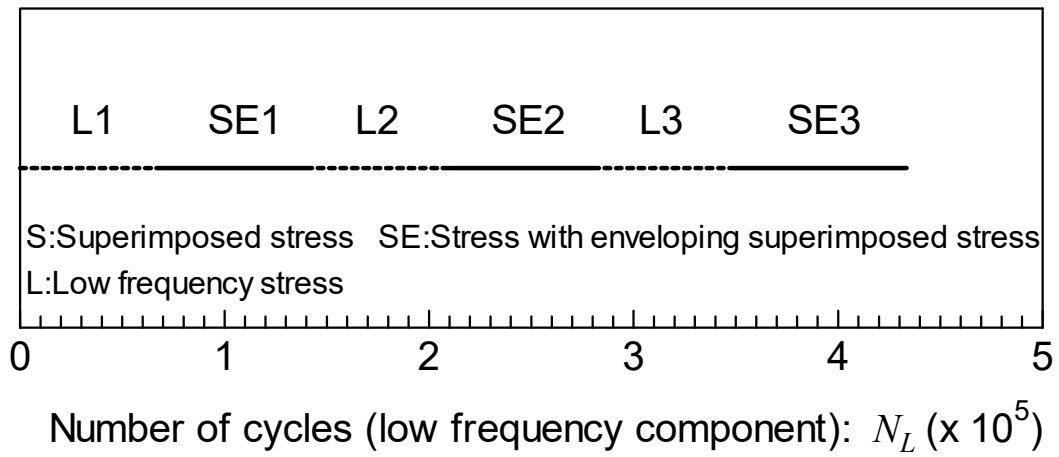
(a) Original



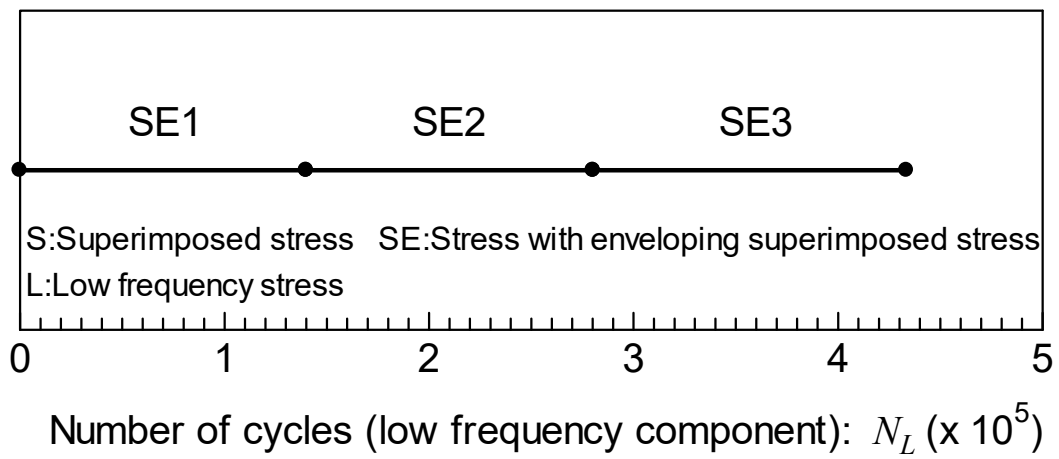
(b) Only low frequency stress



(c) Only superimposed stress

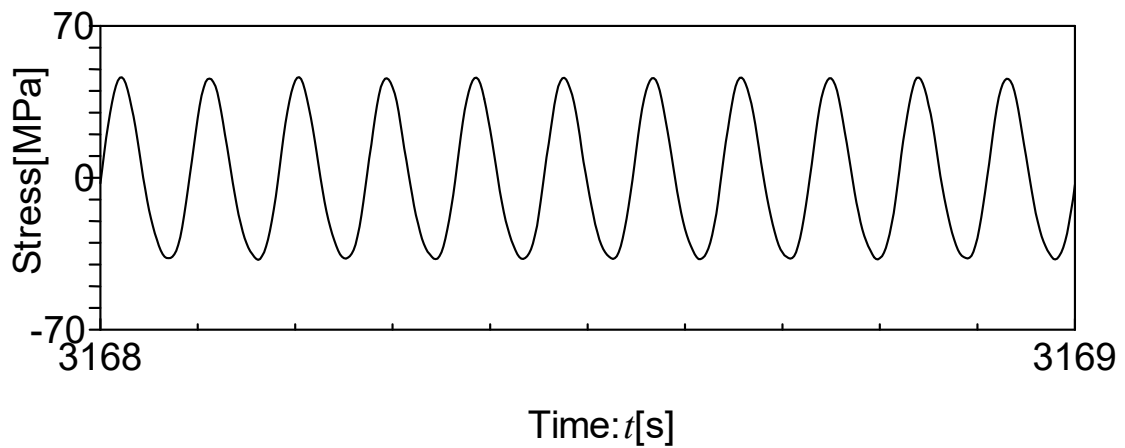


(d) Envelope low frequency stress and original low frequency stress

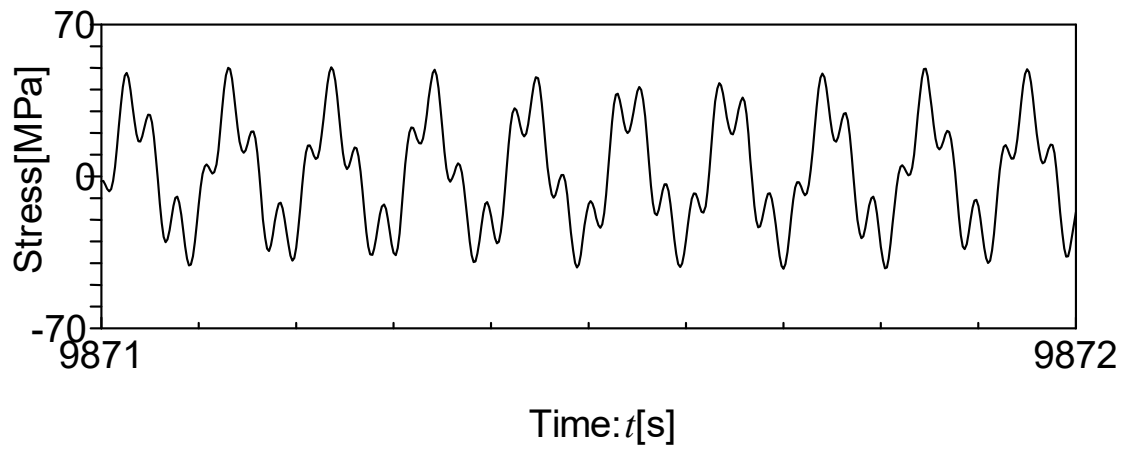


(e) Only enveloped low frequency stress

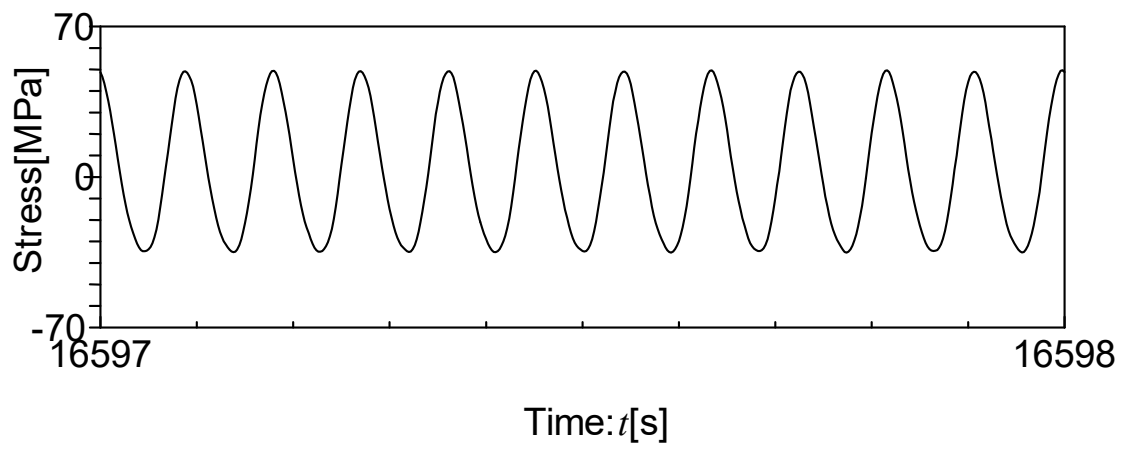
Fig.5.12 Applied loading conditions (Test ID: S3-3\_50\_2\_1)



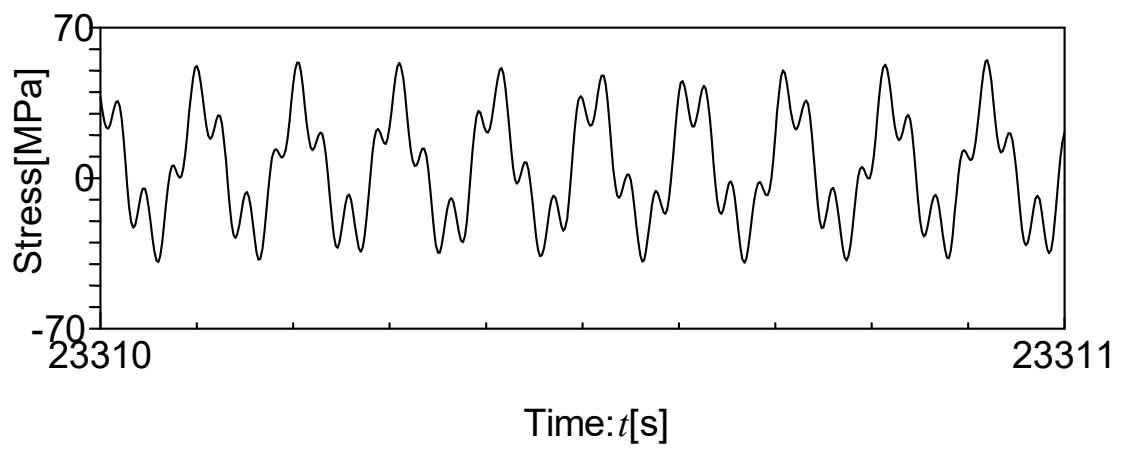
(a) L1



(b) S1



(c) L2



(d) S2

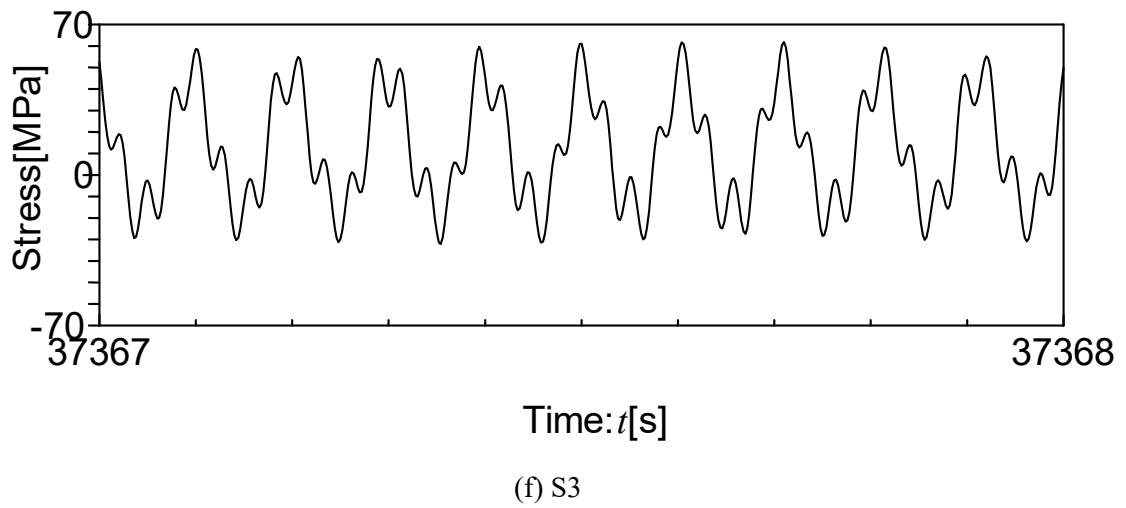
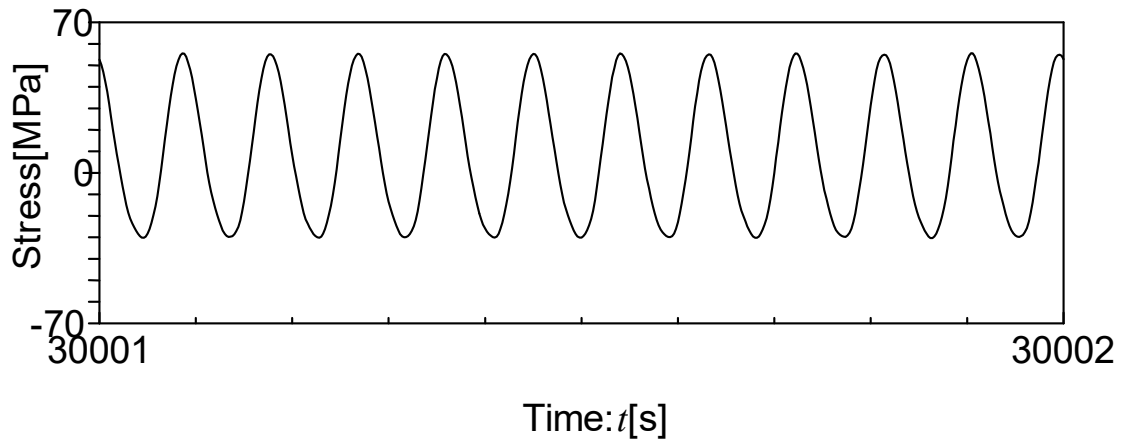
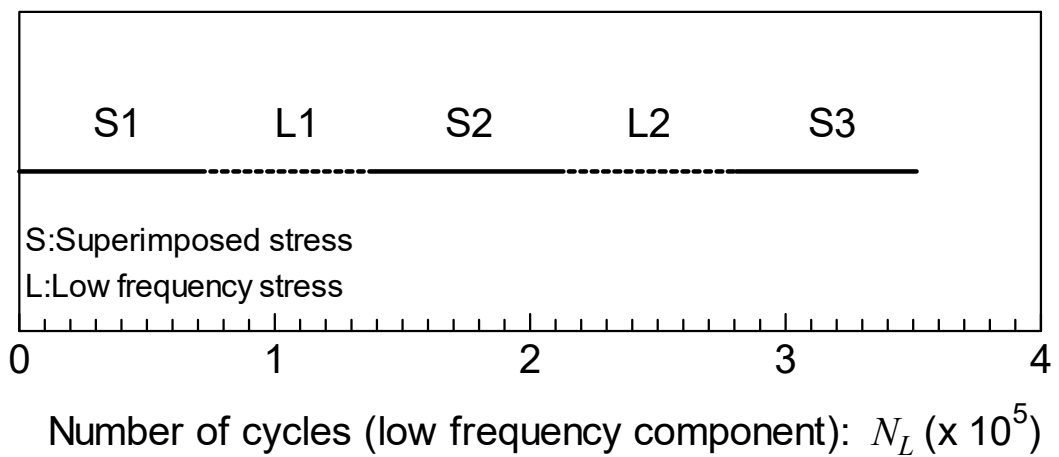
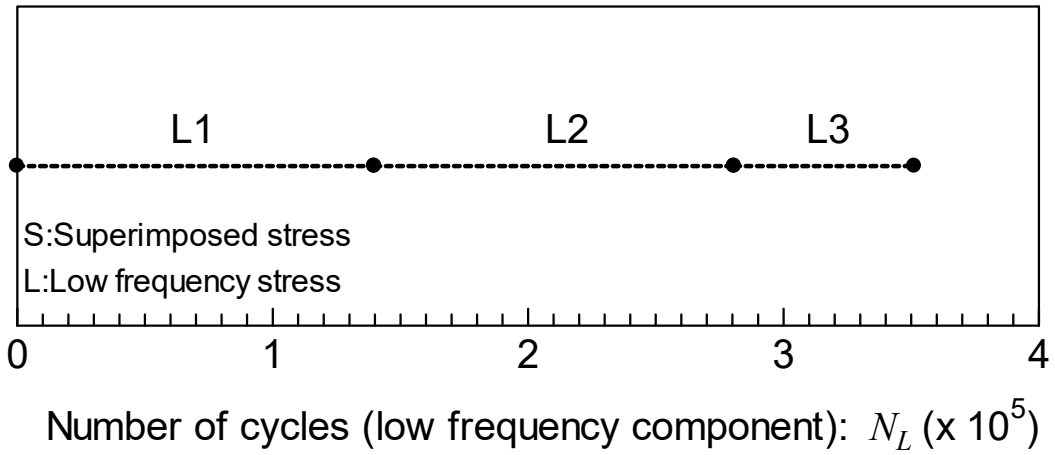


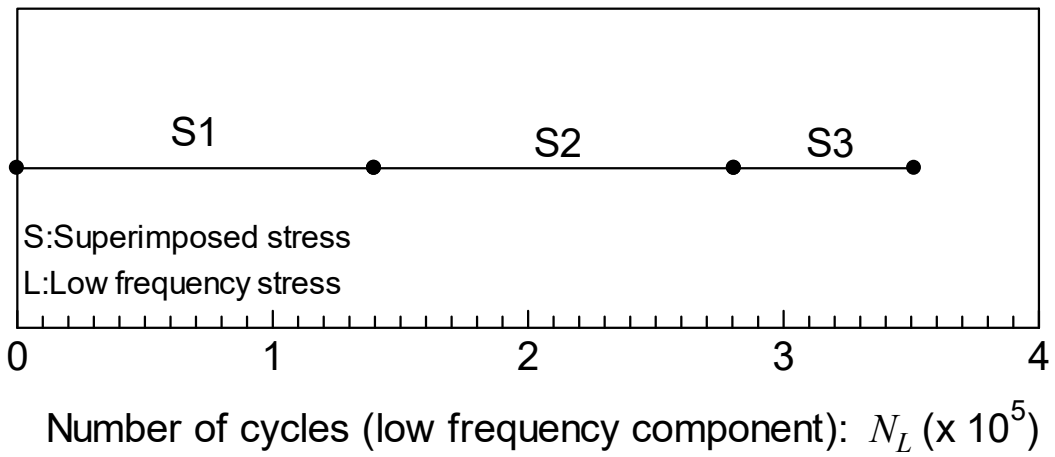
Fig.5.13 Applied stress patterns in Fig.5.12



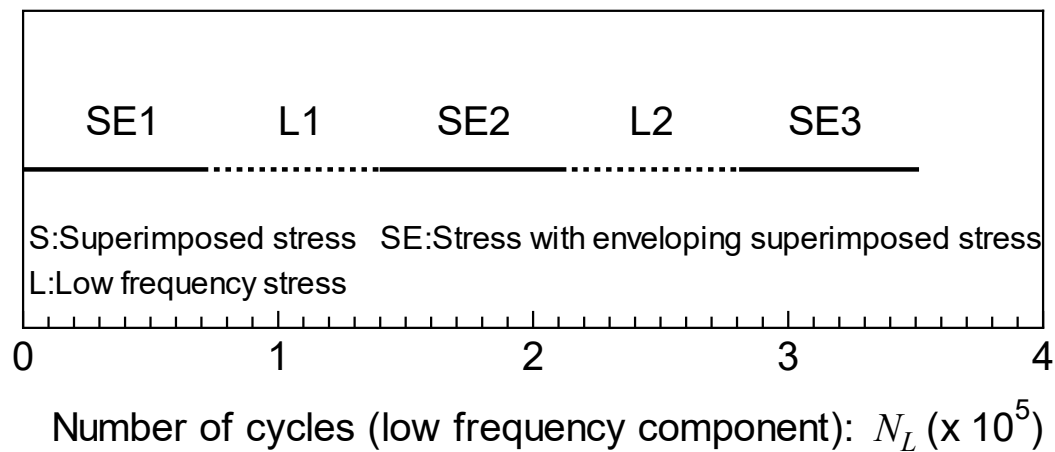




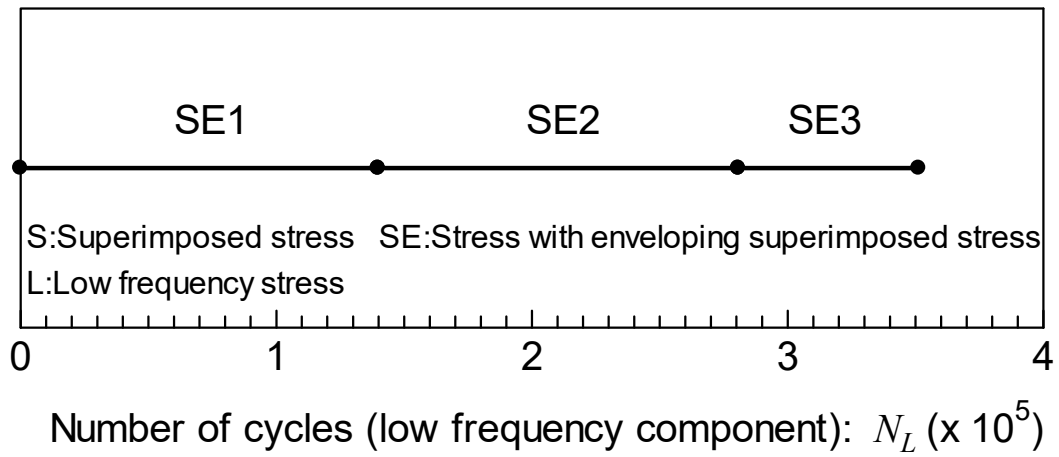
(b) Only low frequency stress



(c) Only superimposed stress

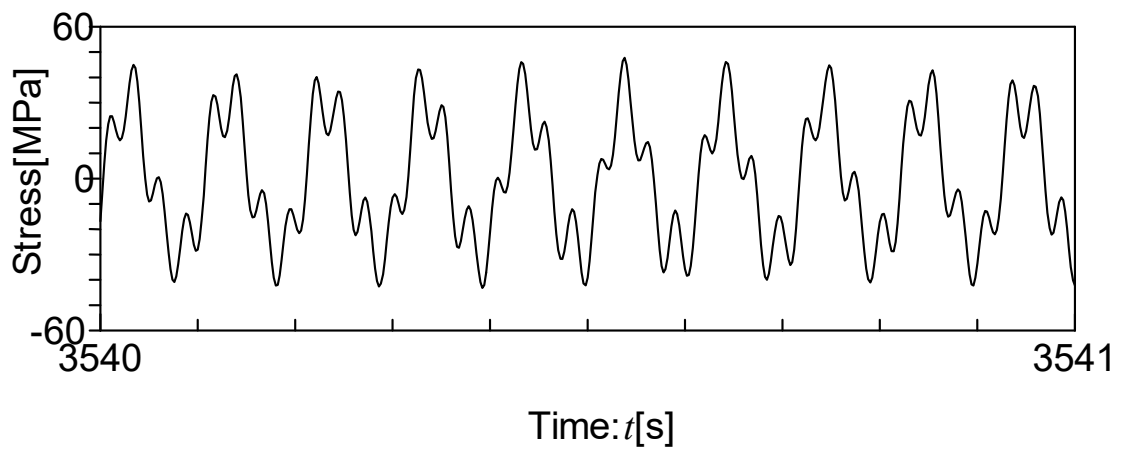


(d) Envelope low frequency stress and original low frequency stress

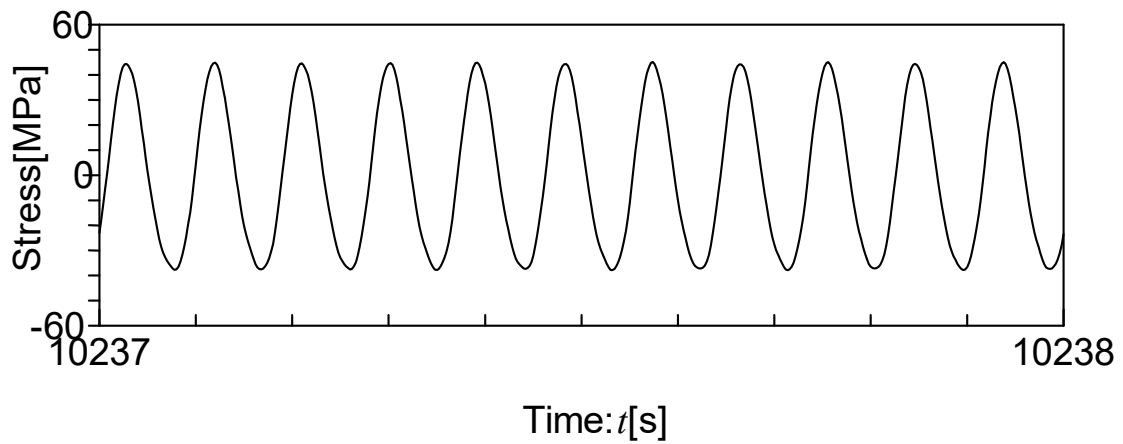


(e) Only enveloped low frequency stress

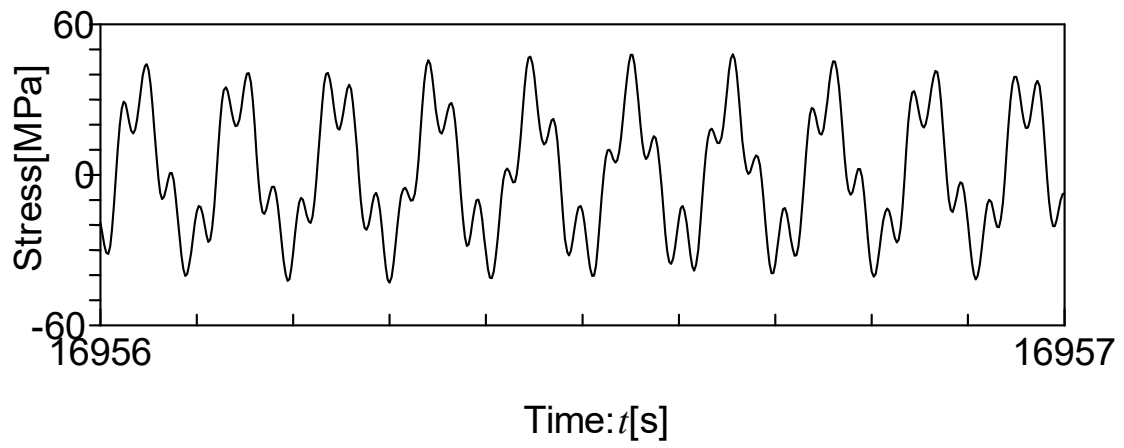
Fig.5.14 Applied loading conditions (Test ID: S3-3\_50\_2\_2)



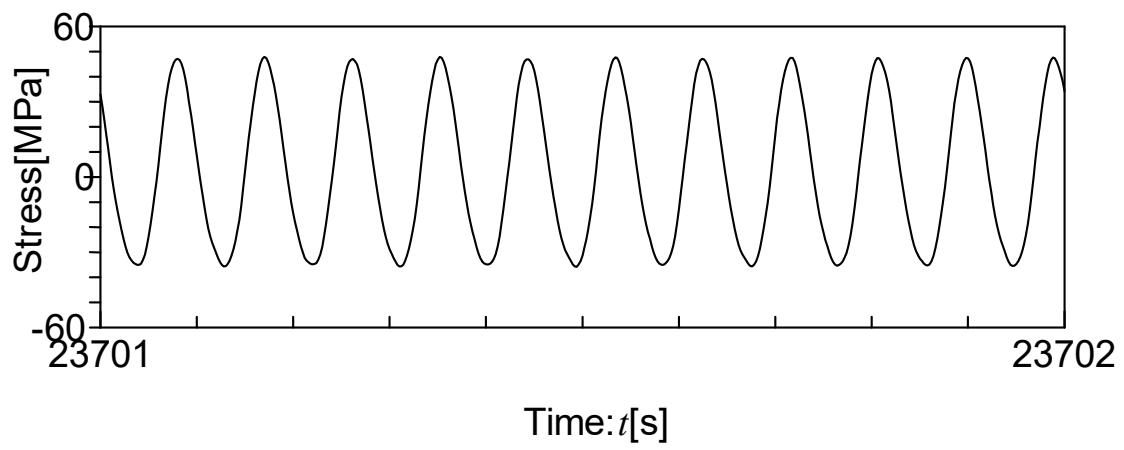
(a) S1



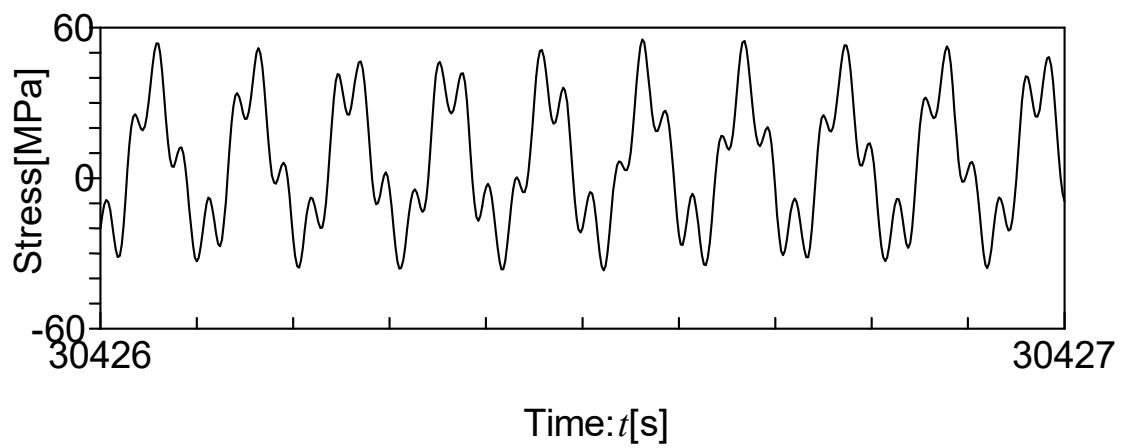
(b) L1



(c) S2



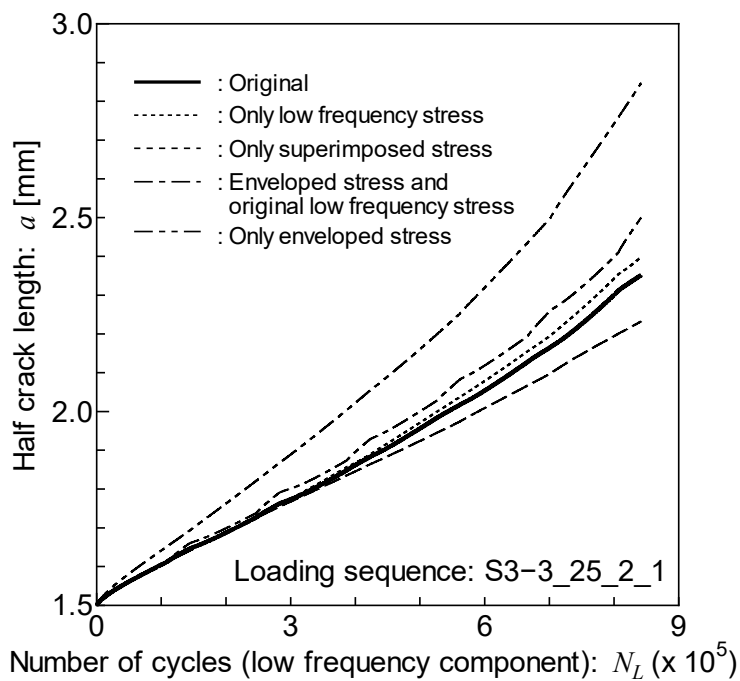
(d) L2



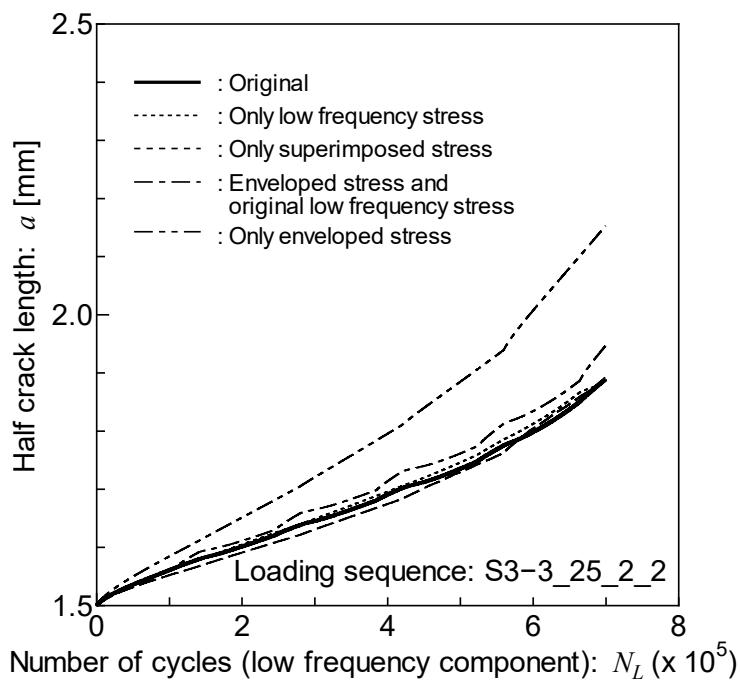
(e) S3

Fig.5.15 Applied stress patterns in Fig.5.14

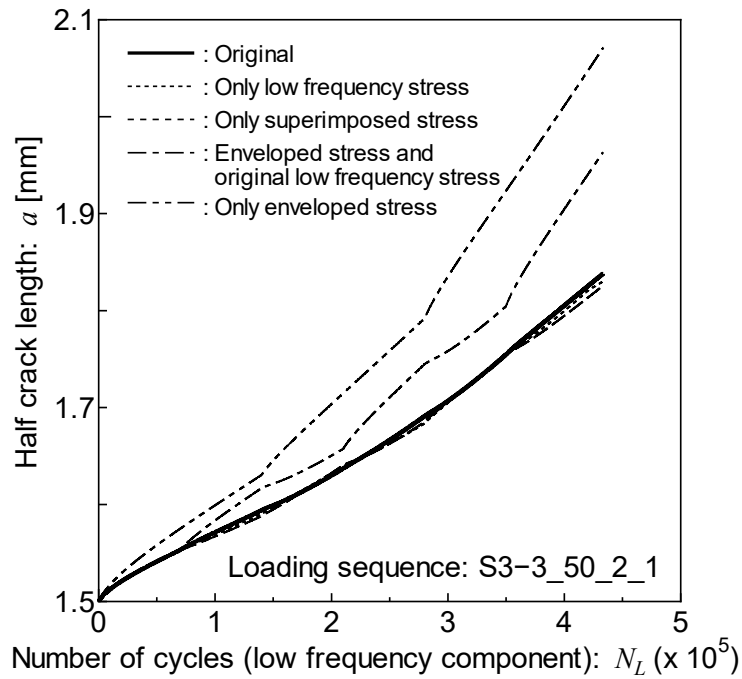
疲労亀裂伝播シミュレーションを用いて得られた疲労亀裂伝播履歴と低周波成分のサイクル数との関係を Fig.5.16 に示す.



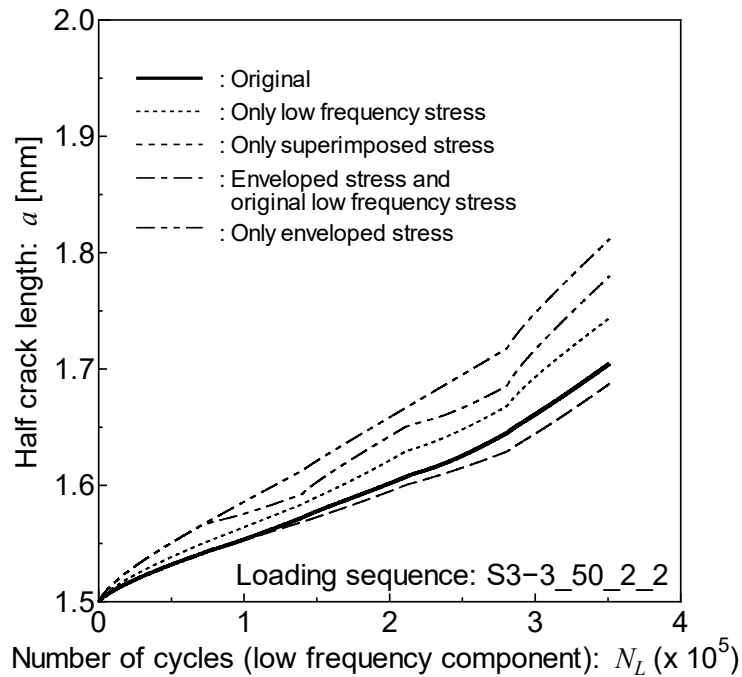
(a) S3-3\_25\_2\_1



(b) S3-3\_25\_2\_2



(c) S3-3\_50\_2\_1



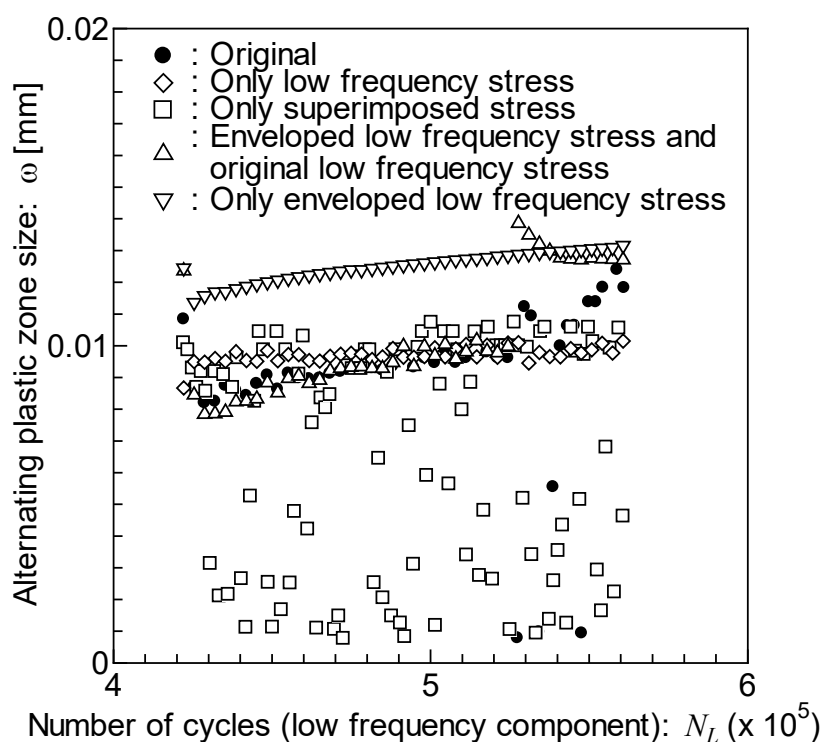
(d) S3-3\_50\_2\_2

Fig.5.16 Comparison of fatigue crack growth curves in the case of various stress period

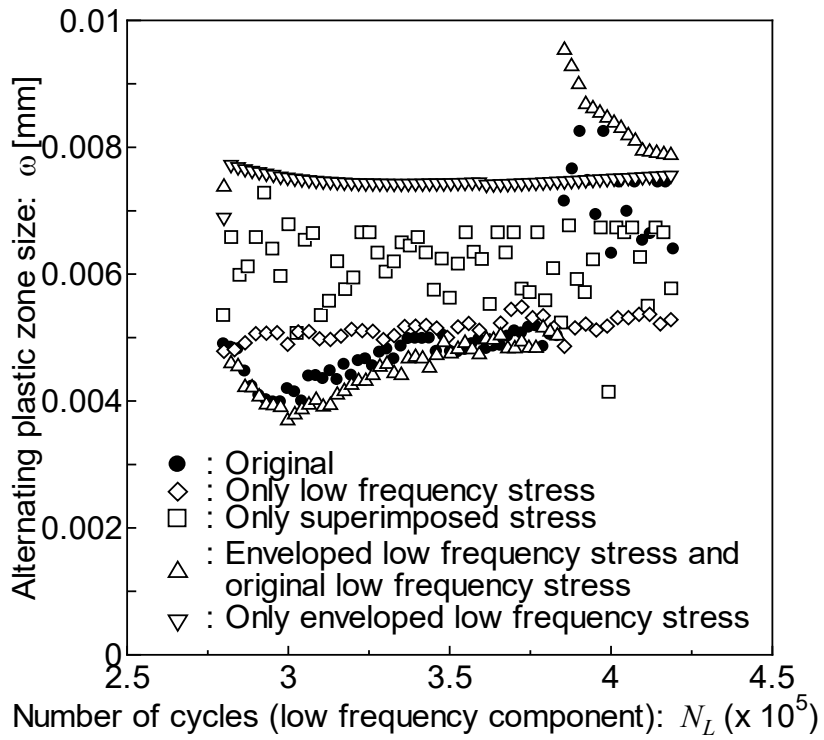
以上から、いずれの解析結果も、低周波応力成分のみが作用する場合（応力履歴 (b)）が元の応力履歴 (a) に対して、ほぼ同程度の亀裂成長履歴が得られた。この理由とし

て、参照した文献<sup>12)</sup>の疲労試験で (a) の波形を等価応力範囲に換算して整理すると、一定応力振幅条件下での疲労試験結果と同一の S-N<sub>b</sub> 曲線 (N<sub>b</sub>:亀裂伝播伝播寿命) とし整理できることに対応しているからと考えられる。また、重畳波応力を包絡波に置き換えた荷重履歴 (d) と (e) に対する解析結果は、元の荷重履歴による結果よりも疲労亀裂伝播が速いという安全側の結果となった。

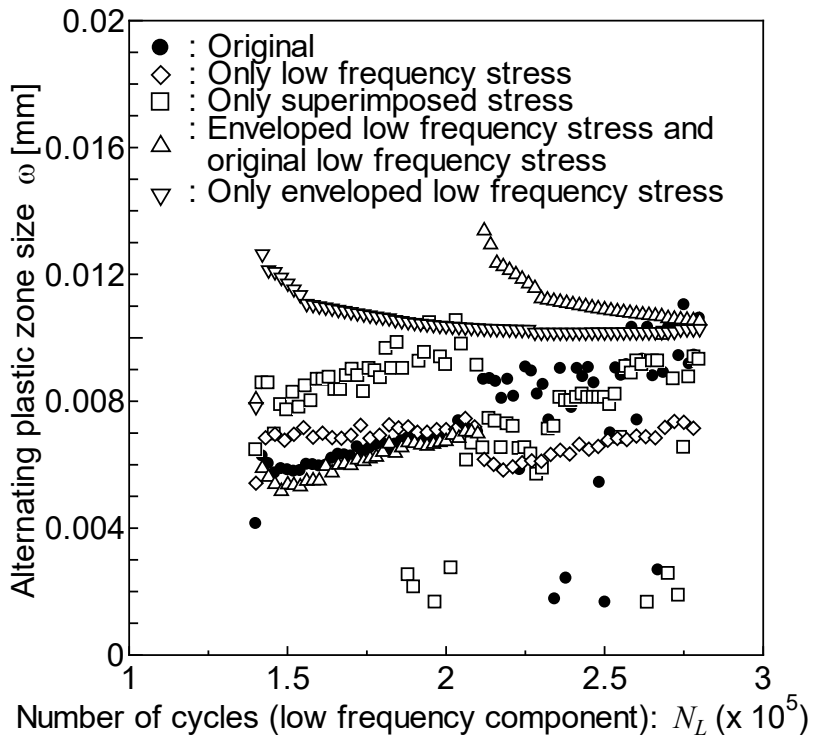
次に、疲労亀裂成長履歴の差が生じた理由について考察する。本研究で適用した疲労亀裂伝播シミュレーションでは、亀裂先端近傍に形成される両振り塑性域内で生じる繰返し塑性仕事が亀裂伝播の駆動力源となるという考えに立脚しており、特に重畳応力履歴が作用する場合の疲労亀裂成長に有効な応力履歴の抽出にも、亀裂先端近傍の両振り塑性仕事を指標としている。そこで、両振り塑性仕事と一義的な関係を有する両振り塑性域寸法と低周波成分外力の作用サイクル数  $N_L$  の関係を調査し、その結果を Fig.5.17 に示す。



(a) S3-3\_25\_2\_1



(b) S3-3\_25\_2\_2



(c) S3-3\_50\_2\_1

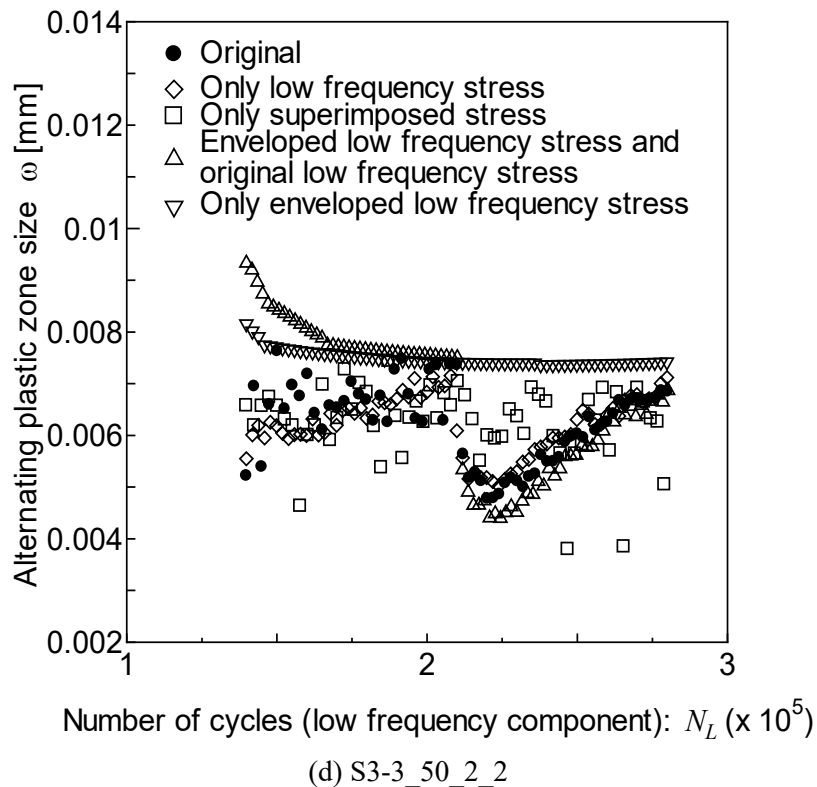


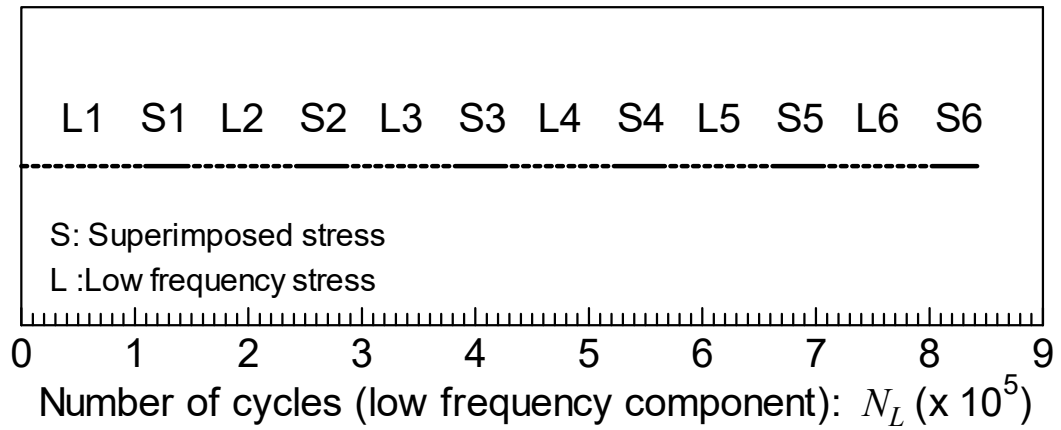
Fig.5.17 Relationship between the alternating plastic zone size and the applied stress cycles of low frequency component

重畳波応力が作用する応力履歴 (c) (□印) の応力条件では他の解析条件と比較して両振り塑性域寸法の変動が大きく、最大の塑性域寸法は元の応力履歴 (a) における結果 (●印) 及び低周波成分のみで構成される応力履歴 (b) における結果 (◇印) と同程度である。一方、重畳波応力の代わりに包絡波を負荷した履歴 (d) (△印) と重畳波応力の包絡波のみを負荷した履歴 (▽印) のときは、元の応力履歴の場合と比較して、両振り塑性域寸法が継続的に大きな値を示した。このため、重畳波応力の代わりに包絡波を負荷した応力履歴と重畳波応力の包絡波のみを負荷した応力履歴の場合に、疲労亀裂伝播が速くなったと考えられる。

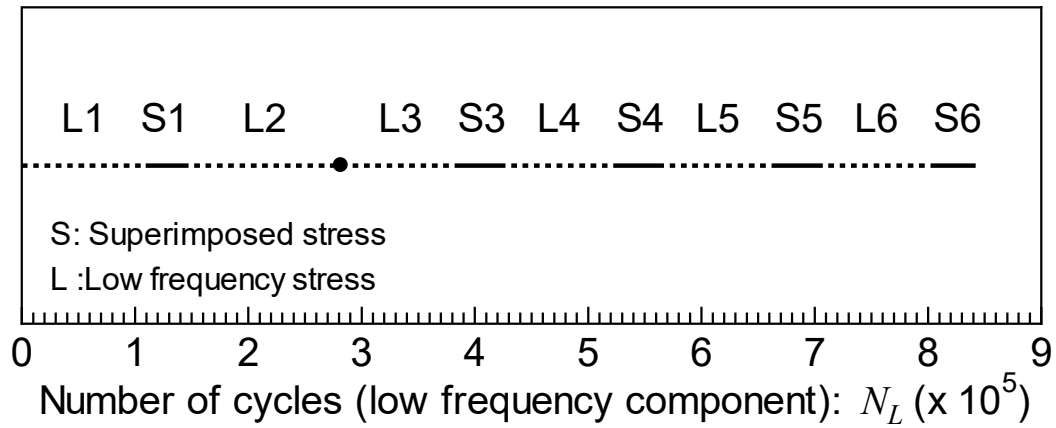
### 5.3.2 低周波応力期間を変更した間欠重畳応力条件下の場合

Fig.5.8 (a) 及び Fig.5.12 (a) に示した元の応力履歴において、低周波応力期間を増加させた種々の間欠重畳応力条件を作り、これらの条件で疲労亀裂伝播シミュレーションを実施した。その間欠重畳応力履歴を Fig.5.18 と Fig.5.19 に示す。

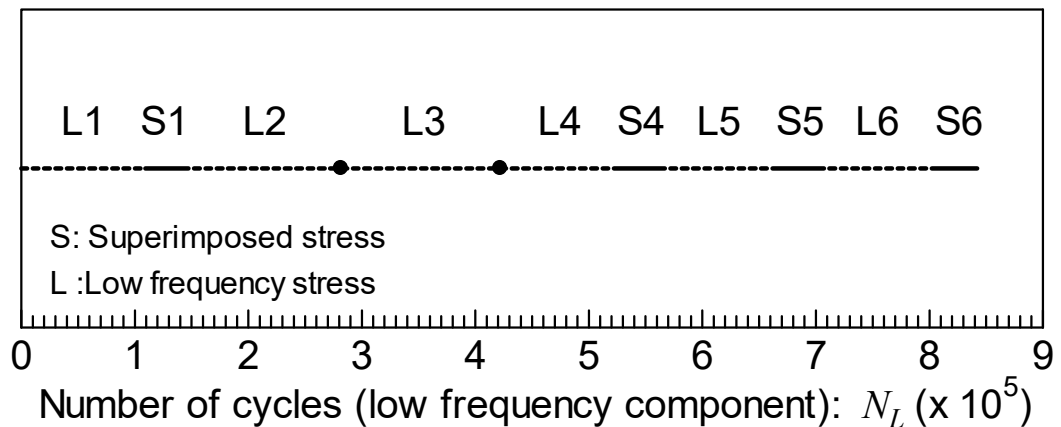




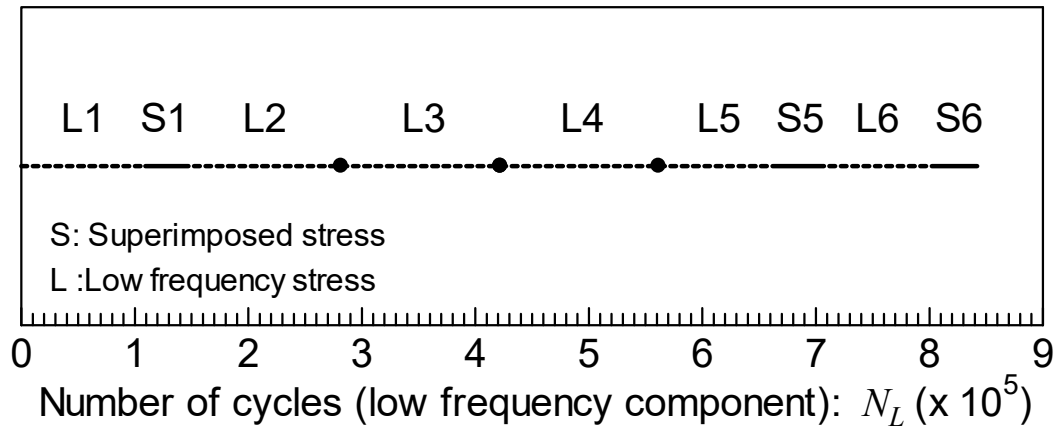
(a) Original



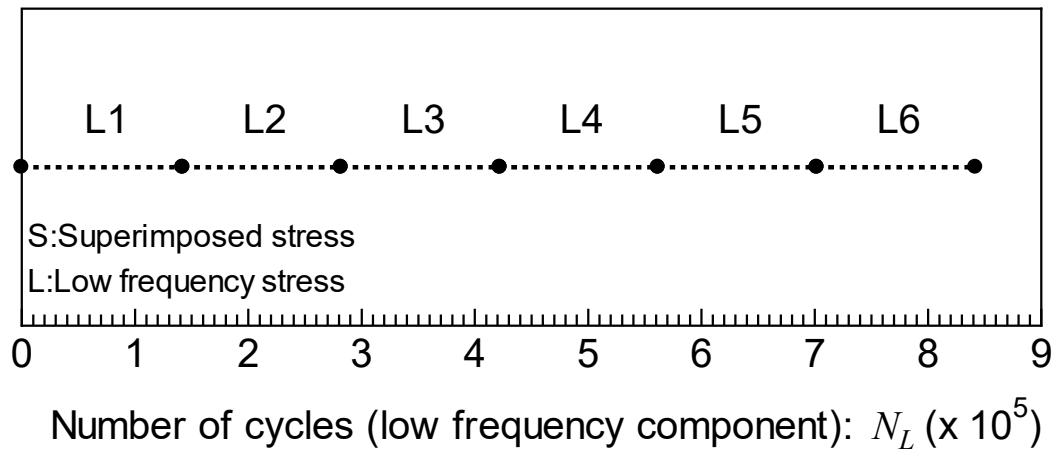
(b) Lv1 increment of low frequency stress



(c) Lv2 increment of low frequency stress

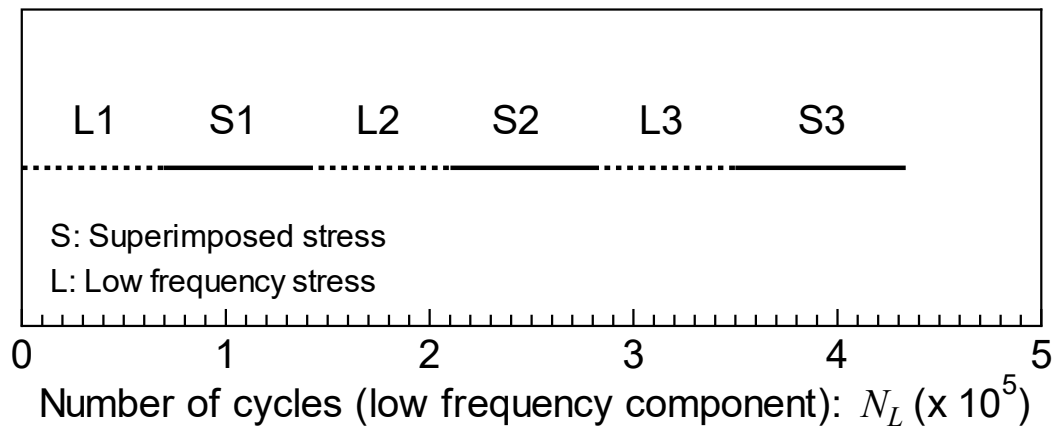


(d) Lv3 increment of low frequency stress



(e) Only low frequency stress

Fig.5.18 Applied loading conditions (ID: S3-3\_25\_2\_1)



(a) Original

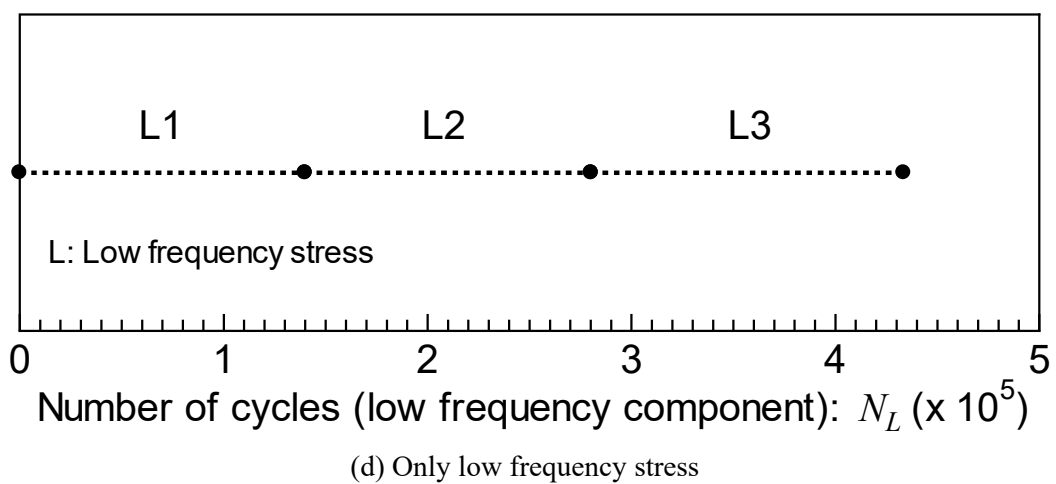
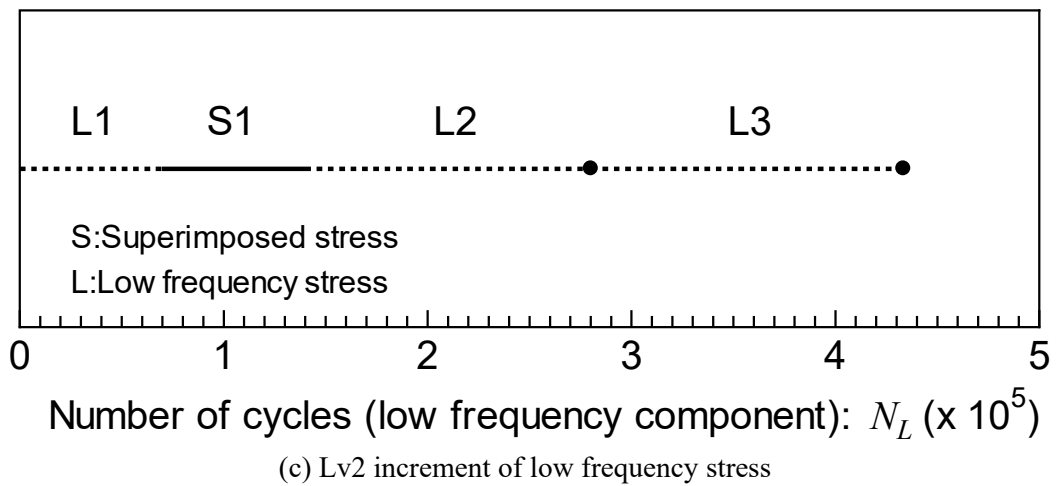
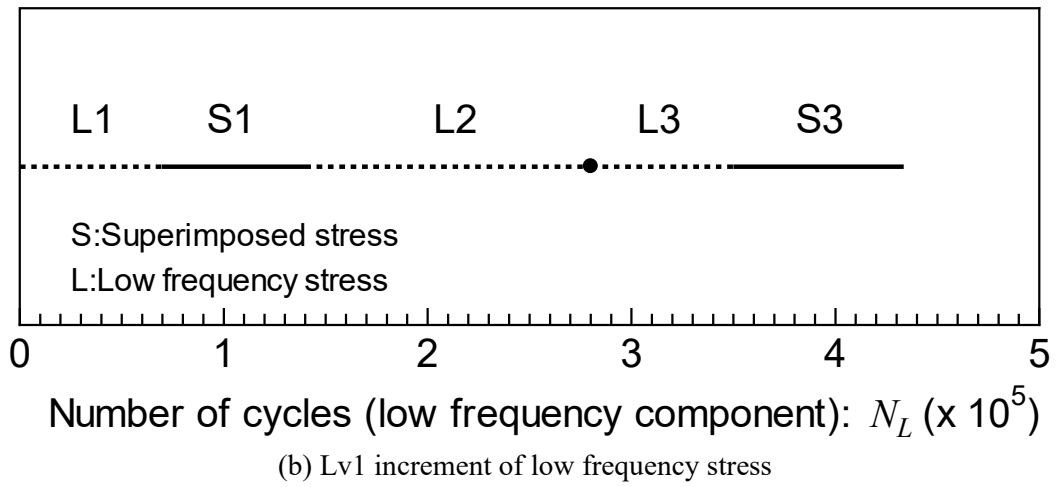
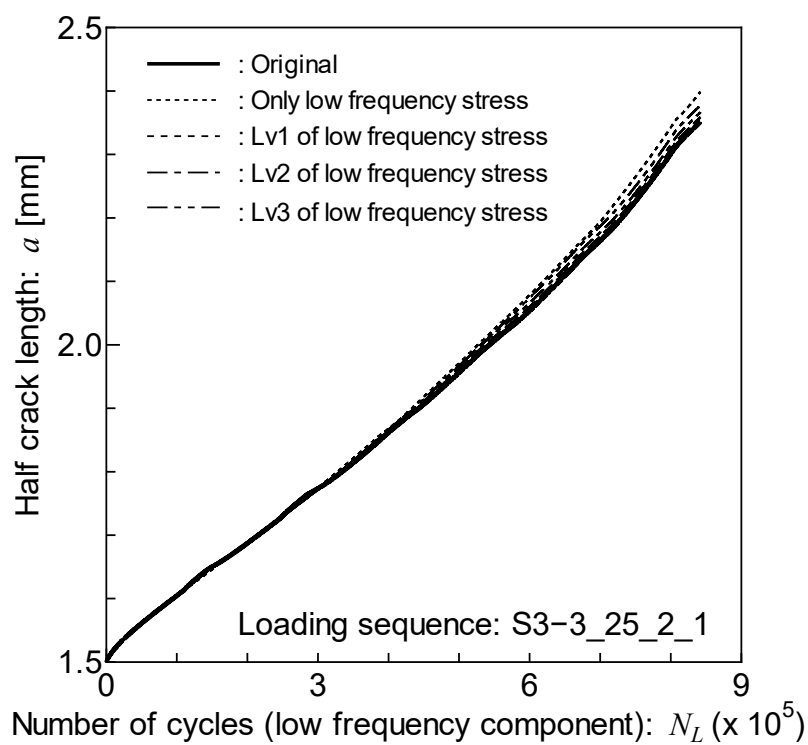
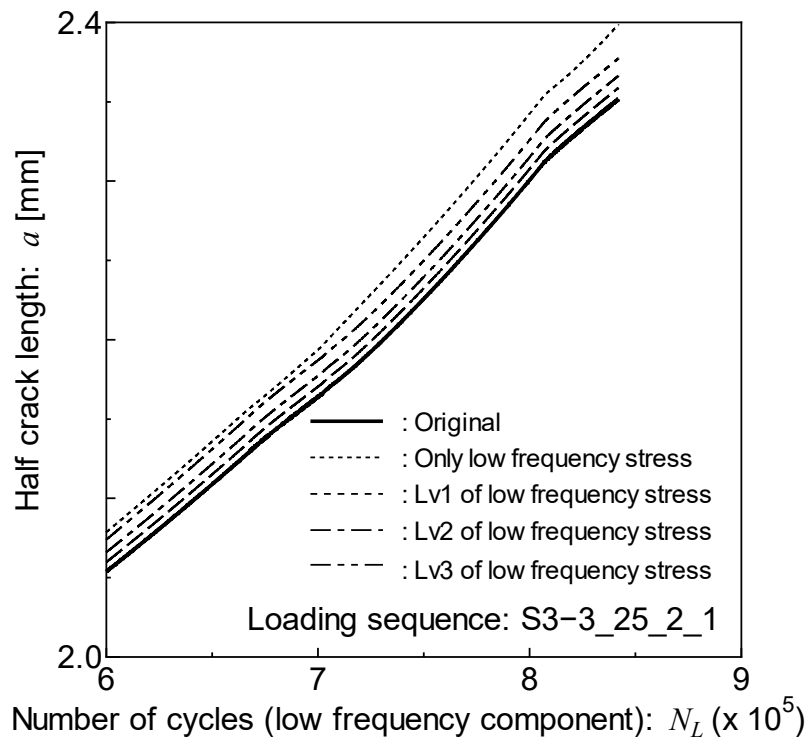


Fig.5.19 Applied loading conditions (ID: S3-3\_50\_2\_1)

Fig.5.18 に示した間欠重畳応力条件下において解析結果を Fig.5.20 に示す. Fig.5.20 でも低周波成分のサイクル数に対する伝播履歴を示している. 想定初期亀裂寸法が短くかつ総サイクル数もさほど長期間でない解析のため, 伝播挙動に大きな差異は確認できないものの亀裂伝播曲線を詳細に眺めると, 低周波応力期間の増加に伴い, 疲労亀裂伝播が速くなることが分かる.



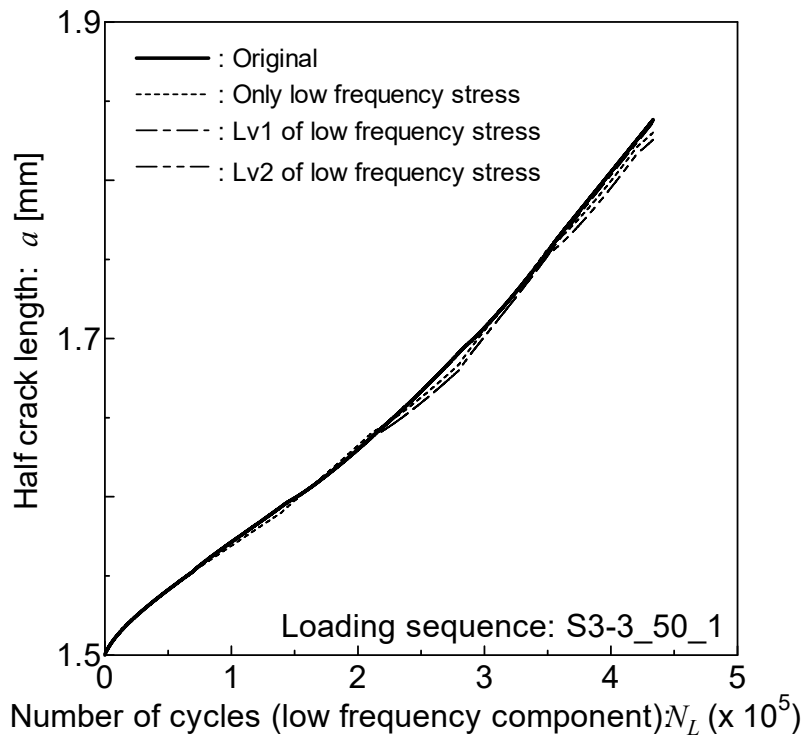
(a) Overall view



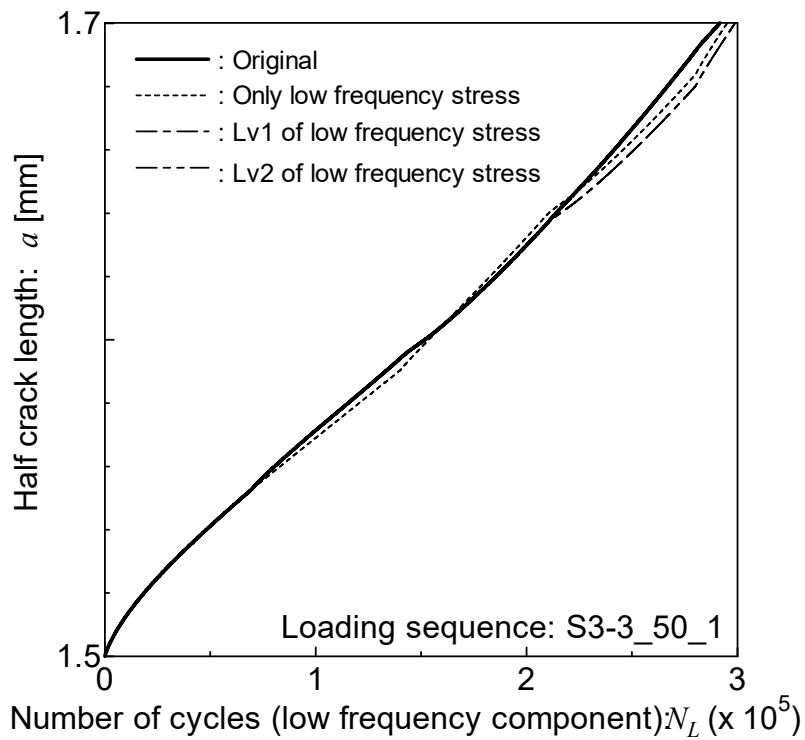
(b) Enlarged view

Fig.5.20 Comparison of fatigue crack growth curves in the case of increasing low frequency stress period

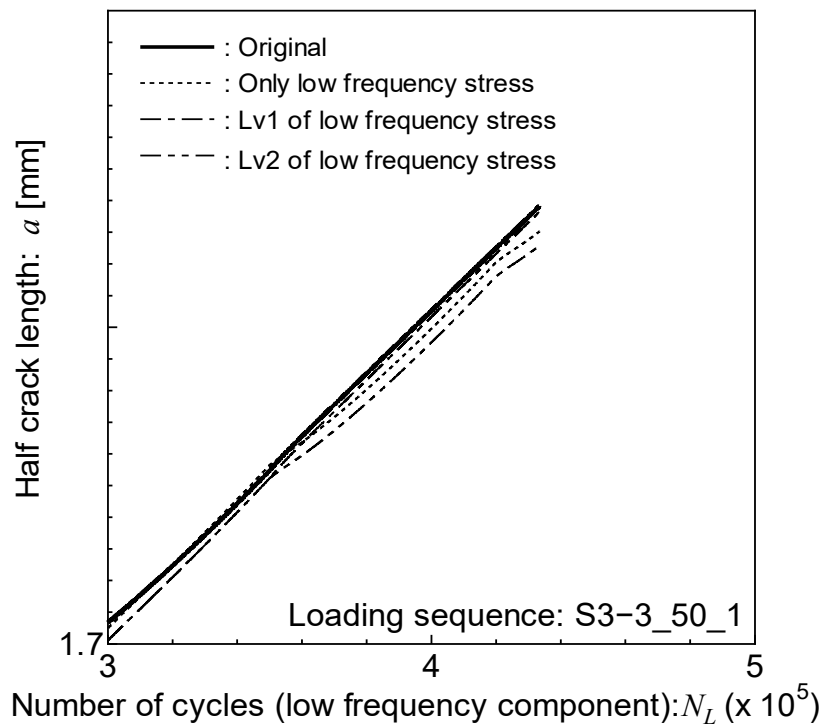
次に Fig.5.19 に示した間欠重畳応力条件下における解析結果を Fig.5.21 に示す。これについても伝播挙動に大きな違いは見られないものの亀裂伝播曲線を詳細にみると、低周波成分のサイクル数が  $1.0 \times 10^5 \sim 1.5 \times 10^5$  回付近 (Fig.5.19 (a) において重畳応力期間 S1 に相当) で、元の応力履歴 (a) の方が低周波応力成分のみ (d) の場合よりも疲労亀裂伝播速度が速くなっている。また、低周波応力のサイクル数が  $3.5 \times 10^5 \sim 4.4 \times 10^5$  回付近において、伝播速度の大小関係と間欠重畳の程度が不規則に変化しており、Fig.5.20 のように低周波応力期間を増加させる度に疲労亀裂伝播速度が速くなるという挙動は示していない。したがって、応力履歴次第では、必ずしも低周波応力期間を増加させる度に疲労亀裂伝播速度が速くなるとは限らないと考えられる。



(a) Overall view



(b) Enlarge view 1



(c) Enlarge view 2

Fig.5.21 Comparison of fatigue crack growth curves in the case of increasing low frequency stress period

#### 5.4 結言

本章では、高周波成分を有する応力履歴が、全履歴中の一部で間欠的に重畳した応力履歴下で疲労亀裂伝播試験を実施するとともに、同実験に対応する疲労亀裂伝播シミュレーションを行い、間欠的に重畳応力履歴が作用する場合の疲労亀裂伝播履歴推定に関して検討した結果、提案した手法により、間欠重畳応力履歴下でも疲労亀裂成長履歴を比較的良好に推定可能であることを確認した。

疲労亀裂伝播シミュレーションを活用し、文献記載の間欠重畳応力条件下における疲労亀裂伝播挙動について検討した。疲労亀裂伝播寿命に関して、重畳応力履歴箇所をこれの包絡波履歴に置き換えれば安全側の評価が可能であることを確認した。また、低周波応力期間を増加させる度に必ずしも疲労亀裂伝播速度が速くなるとは言えないことを確認した。しかし、これらは疲労亀裂伝播シミュレーション結果に基づくものであるため、対象の間欠重畳応力条件下で疲労亀裂伝播試験を行い、疲労亀裂伝播シミュレーションと比較することで検証する必要があると考えられる。

## 第5章 参考文献

- 1) Osawa, N., Nakamura, T., Yamamoto, N. and Sawamura, J.:Experimental study on high frequency effect on fatigue strength of welded joints by using plate-bending-vibration type fatigue testing machine, Proceedings of OMAE 2014, OMAE2014-23856.
- 2) 大沢直樹, 中村哲也, 山本規雄, 沢村淳司: 曲げ振動疲労試験機を用いた高周波重畳波浪荷重を受ける溶接継手の疲労強度に関する研究, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol. 22, 2015, pp.175-186
- 3) 大沢直樹, 中村哲也, 寺井幸司, 山本規雄, 岩田麟太郎: 間欠高周波重畳波浪荷重を受ける溶接継手の疲労強度に関する実験的研究, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, Vol. 23, 2016, pp.127-130, 2016A-OS4-6.
- 4) 堀川武, 岡田友信, 中村宏, 恒成利康, 公江茂樹, 材料, 37, 415 (1988)



## 第6章 結論

本研究は 圧縮応力を含む負の応力履歴条件下における初期亀裂面の接触に着目し、RPG 応力基準による疲労亀裂伝播則を用いて疲労亀裂伝播シミュレーションを実施した。まず、1 サイクル中の最小応力時において、初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルによる亀裂開口変位と FE 解析による亀裂開口変位を比較することで拡張した亀裂開閉口モデルの妥当性について検証した。次に、その亀裂開閉口モデルを疲労亀裂伝播シミュレーションに実装し、負の応力比を含む一定振幅応力履歴条件下において拡張前の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長履歴と拡張後の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長履歴を比較した。さらに、負の応力履歴が含まれ、連続して出現する重畳応力履歴条件下において、疲労亀裂試験結果と拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果を比較し、拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果の妥当性について検証した。最後に、間欠重畳応力履歴条件下において疲労亀裂伝播試験を実施し、その疲労亀裂試験による疲労亀裂成長履歴と拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長履歴を比較した。種々の間欠重畳応力履歴条件下において、その拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションを用いて疲労亀裂伝播履歴を比較した。

以下に結論を述べる。

- ・1 サイクル中の最小応力時における亀裂開口変位と亀裂線上の応力分布に関して、初期亀裂面の接触を考慮した亀裂開閉口モデルによる結果と FE 解析による結果を比較することで、拡張した亀裂開閉口モデルの妥当性を確認した。
- ・拡張した亀裂開閉口モデルを疲労亀裂伝播シミュレーションに実装し、負の応力比を含む一定応力振幅条件下において、従来の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂伝播履歴と拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂伝播履歴を比較した。拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長曲線の方が従来の疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長曲線よりも自然な結果となったことを確認した。
- ・負の応力履歴を含む重畳応力履歴条件下において、初期亀裂面の接触を考慮し、亀裂進展に寄与する応力履歴のみを選択する場合の下限界値である有効応力抽出基準値を設けないとすることで疲労亀裂伝播試験による疲労亀裂成長履歴と疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂成長履歴は良好な一致を示したことを確認した。

一方で、負の応力履歴を含まない重畳応力履歴条件下において初期亀裂面が接触しないため、従来通り有効応力抽出基準値を  $0.3[\text{N/mm}]$  とすることで疲労亀裂試験による疲労亀裂伝播履歴と疲労亀裂伝播シミュレーションによる疲労亀裂伝播履歴は良好な一致を確認した。

- ・間欠重畳応力履歴条件下において疲労亀裂伝播試験を実施し、疲労亀裂伝播履歴に関して、拡張した疲労亀裂伝播シミュレーションによる結果と疲労亀裂伝播試験結果は良好な一致を確認した。

以上の結果より、初期亀裂面の接触を考慮した疲労亀裂伝播シミュレーションは負の応力履歴を含む重畳応力履歴条件下において良好な疲労亀裂伝播挙動推定を実施可能であると考えられる。

一方、本研究成果を実構造物へ適用するためには、表面亀裂問題や多軸応力状態への拡張が望まれる。

特に、実構造物に内在する亀裂は表面亀裂や埋没亀裂状態であることが大半であるため、これらに対する検討が必要不可欠である。一方、表面亀裂や埋没亀裂が構造的応力集中部に存在する場合は、これらの亀裂が応力勾配を有する任意応力場に存在するため、本研究で提案する数値シミュレーションを適用するためには広範囲の亀裂形状に対する  $K$  値重み関数を与えることが必要となる。そこで、本研究の将来発展の一助とすべく、広範囲の亀裂形状に対する  $K$  値重み関数についても研究の一部として検討しており、その結果を付録として巻末に記すこととした。

## 付録 A 高アスペクト比の表面亀裂を対象とした亀裂結合

### カモデルの検討

#### A.1 緒言

疲労亀裂の多くは、構造的不連続部に存在する溶接止端等の高応力集中箇所から発生し、一般に複数の微小亀裂が発生する。その後、合体と成長を繰り返し単独の大きな表面亀裂に成長する。その後さらに成長して板厚貫通亀裂に至る。表面亀裂が疲労寿命全体を占める割合は板厚貫通亀裂と比較して相対的に長いため、表面亀裂の成長履歴予測精度の向上は構造健全性の観点から極めて重要である。また、疲労亀裂の成長挙動や成長した亀裂を起点とする不安定破壊の発生限界を評価するには破壊力学の知見を活用することが有用であり、このためには亀裂に作用する応力場に対応する応力拡大係数（K 値）を精度良く与える必要がある。表面亀裂の応力拡大係数に関しては多くの式が提案されているが、それらの多くは一樣または亀裂深さ方向に直線的に分布する応力場に対する解である。よく知られた応力拡大係数の式である Newman と Raju<sup>1)</sup>による式も、一樣及び線形な応力分布条件下のみで適用可能である。

任意応力場における K 値を推定する方法として、K 値に対する重み関数（亀裂面任意位置に単位集中荷重が作用する時の K 値）を亀裂面に作用する応力場に応じて積分する手法がある。この手法は二次元問題である直線状亀裂に対して有効であることは広く知られている。そこで、表面亀裂や埋没亀裂のような三次元物体中に存在する平面状亀裂に対して同手法を拡張することが試みられている。その中でも、Wang と Glinka<sup>2)</sup>により提案された有限板厚を有する物体中に存在する半楕円表面亀裂と楕円埋没亀裂の K 値重み関数は、数値データでなく陽な関数であるため、利便性に優れたものと考えられる。しかしながら亀裂形状次第では与えられる K 値の精度が劣ることを先行研究<sup>3)</sup>により確認し、Wang と Glinka の K 値重み関数式を拡張するとともに、適用可能な応力場の拡張を行った<sup>3)</sup>。しかしながら、これらの K 値重み関数式はアスペクト比が 1 以上の深い表面亀裂は適用対象外である。一方、原子力発電プラントのニッケル基合金溶接部に発生する応力腐食割れの多くはアスペクト比が 1 以上の深い表面亀裂であることや、深い表面亀裂の K 値重み関数式は Paris の相反定理<sup>4)</sup>を用いて表面亀裂の亀裂開口変位を計算するために必要である<sup>5)</sup>ことを勘案すれば、アスペクト比が 1 より大きい深い亀裂に対する K 値重み関数の導出が期待される。本研究では、Wang と Glinka の式を修正することで、深い表面亀裂に適用可能な重み関数の表示式の導出を試みた。

## A. 2 K 値重み関数

### A. 2.1 Wang と Glinka による重み関数

過去の研究と同様に、表面亀裂の形状は半楕円亀裂と近似し、Fig. A.1 に示す座標系を設定する。ここで、楕円中心に原点を設定し、長軸（板幅方向）は  $x$  軸、短軸（板厚方向）は  $y$  軸とする。なお、表面亀裂の自由表面は  $x$  軸と一致する。K 値重み関数を用いると表面亀裂の応力拡大係数は (A.1) 式で与えることができる。

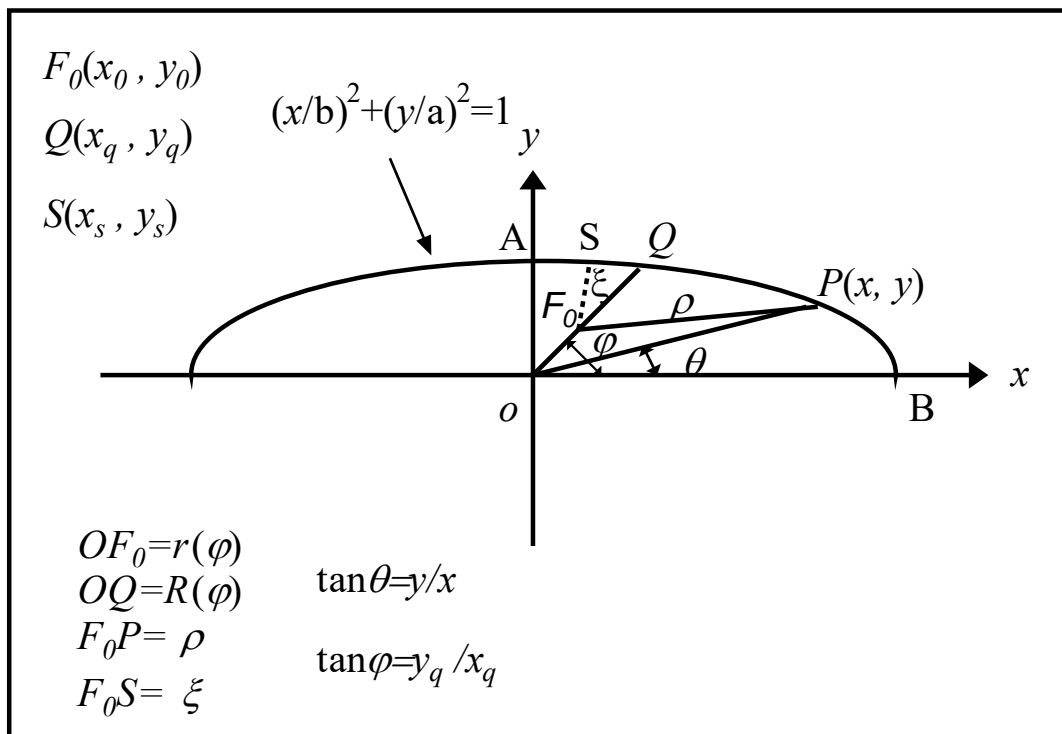


Fig.A.1 Coordinate system for the weight function.

$$K = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \sigma(x_0, y_0) m(x_0, y_0; a, b) dx_0 dy_0, \quad (\text{A.1})$$

ただし、

$\sigma(x_0, y_0)$ : 亀裂面に作用させる応力分布,  
 $m(x_0, y_0; a, b)$  応力拡大係数の重み関数,  
 $2a, 2b$ : 楕円亀裂の長軸と短軸.

Wang と Glinka は Rice<sup>6)</sup> が提案した平面状亀裂問題に対して一般化した K 値重み関数を参照し、(A.1) 式中の重み関数  $m(x_0, y_0; a, b)$  を (A.2) 式で与えることを提案した。

$$m(x_0, y_0; a, b) = \frac{\sqrt{2\xi}}{\pi^{3/2}\rho^2} [1 + M(\theta, \alpha)\{1 - r(\varphi)/R(\varphi)\}], \quad (\text{A.2})$$

ただし

- $\xi$ : 荷重点  $F_0$  から亀裂前縁までの最短距離,
- $\rho$ : 荷重点  $F_0$  から点  $P$  までの距離,
- $\alpha$ : 楕円のアスペクト比,  $\alpha = a/b$ ,
- $\theta$ : 点  $P$  と  $x$  軸とのなす角度,
- $\varphi$ : 荷重点  $F_0$  と  $x$  軸とのなす角度,
- $r(\varphi), R(\varphi)$ : Fig. 1 に示す半径,
- $M(\theta, \alpha)$ : 亀裂形状と K 値評価位置の関数.

本章では, (A.3) 式と (A.4) 式で定義される亀裂形状に関するパラメータ  $Q$  を用いて K 値を無次元化表記する. ここで, (A.3) 式はアスペクト比が 1 以下の場合に用いられる式であり, 本章で対象とするアスペクト比は 1 以上のため, (A.4) 式を適用した.

$$Q^2 = [1 + 1.464(a/b)] \quad (\text{A.3})$$

$$Q^2 = [1 + 1.464(a/b)](a/b)^2 \quad (\text{A.4})$$

## A. 2. 2 表面亀裂に対する K 値重み関数

アスペクト比  $\alpha = 1 \sim 10$ , 無次元化した亀裂深さ  $a/t = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  の場合における表面亀裂の K 値重み関数について検証した. K 値重み関数中の係数  $M$  は K 値参照解を用いて (A.1) (A.2) 式より逆数的に同定し,  $a/b, a/t$  を変数として多項式近似した. 表面亀裂の亀裂面に作用させた応力分布は (A.5) 式に示した. また, 全試験片の板幅による無次元化亀裂半長は Newman と Raju の研究を参照し 0.2 と一定にした. さらに, 先行研究と同様に  $\theta = \pi/2$  (表面亀裂最深部) と  $\theta = 0$  (表面亀裂表面部) について与えることとしたため, (A. 2) 式中の関数  $M(\theta, \alpha)$  も  $\theta = \pi/2$  (表面亀裂最深部) と  $\theta = 0$  (表面亀裂表面部) についてのみ与えた.

$$\sigma(x, y) = \sigma_0(1 - y/a)^n \quad (n = 0, 1 \dots 3) \quad (\text{A.5})$$

$\theta = \pi/2$  (亀裂最深部) と  $\theta = 0$  (表面亀裂表面部) における (A.2) 式中の関数  $M(\theta, \alpha)$  の多項式を以下に示す. ただし,  $\alpha = a/b, \xi = a/t$

- 表面亀裂最深部 ( $\theta = \pi/2$ )

- $n=0$  のとき

$$M = B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_5 = A_{58}$$

$$B_6 = A_{68}$$

$$B_7 = A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{77} \alpha$$

$$B_8 = A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{87} \alpha + A_{88}$$

(A.6)

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.94615 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.3471 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.4328 \times 10^{-3} & 0.048475 & -0.29897 & 0 \\ 0 & 0 & -6.0911 \times 10^{-4} & 0.016901 & -0.16178 & 0.61871 & -1.42975 & 0.84318 \end{bmatrix}$$

➤ n=1 のとき

$$M = B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_4 = A_{46} \alpha^2 + A_{48}$$

$$B_5 = A_{55} \alpha^3 + A_{56} \alpha^2 + A_{57} \alpha + A_{58}$$

$$B_6 = A_{64} \alpha^4 + A_{65} \alpha^3 + A_{67} \alpha$$

$$B_7 = A_{72} \alpha^6 + A_{73} \alpha^5 + A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{78}$$

$$B_8 = A_{82} \alpha^6 + A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{87} \alpha + A_{88}$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.49106 & 0 & -4.2449 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.014133 & 0.71058 & 1.7608 & 3.9019 \\ 0 & 0 & 0 & 1.6066 \times 10^{-3} & -0.059017 & 0 & -3.1835 & 0 \\ 0 & 4.1034 \times 10^{-5} & -1.5363 \times 10^{-3} & 0.021570 & -0.13375 & 0.51137 & 0 & 0.91761 \\ 0 & 4.4642 \times 10^{-6} & -1.1629 \times 10^{-4} & 8.1132 \times 10^{-4} & 0 & 0 & -0.60726 & 0.35403 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

➤ n=2 のとき

$$M = B_3 \zeta^5 + B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_3 = A_{37} \alpha + A_{38}$$

$$B_4 = A_{46} \alpha^2$$

$$B_5 = A_{56} \alpha^2$$

$$B_6 = A_{64} \alpha^4 + A_{65} \alpha^3 + A_{66} \alpha^2 + A_{67} \alpha + A_{68}$$

$$B_7 = A_{73} \alpha^5 + A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3$$

$$B_8 = A_{81} \alpha^7 + A_{82} \alpha^6 + A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{88}$$

(A.8)

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.49114 & -2.2355 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.15053 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.37596 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.2185 \times 10^{-3} & -0.054023 & 0.75293 & -1.7700 & 2.3917 \\ 0 & 0 & -1.9326 \times 10^{-4} & 4.3894 \times 10^{-3} & -0.032880 & 0 & 0 & 0 \\ 1.91829 \times 10^{-6} & -3.4073 \times 10^{-4} & 5.1860 \times 10^{-3} & -0.042239 & 0.19751 & -0.46542 & 0 & 0.22384 \end{bmatrix}$$

➤ n=3 のとき

$$M = B_3 \zeta^5 + B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_3 = A_{37} \alpha$$

$$B_4 = A_{48}$$

$$B_5 = A_{56} \alpha^2 + A_{57} \alpha$$

$$B_6 = A_{64} \alpha^4 + A_{65} \alpha^3 + A_{66} \alpha^2 + A_{67} \alpha + A_{68}$$

$$B_7 = A_{73} \alpha^5 + A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{77} \alpha$$

$$B_8 = A_{81} \alpha^7 + A_{82} \alpha^6 + A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{88}$$

(A.9)

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.7445 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.0498 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.049118 & 18595 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5269 \times 10^{-3} & -0.040154 & 0.41465 & -18.570 & 3.3839 \\ 0 & 0 & -2.5294 \times 10^{-4} & 6.9107 \times 10^{-3} & -0.068083 & 0.28253 & 4.8488 & 0 \\ 1.4982 \times 10^{-5} & -5.6562 \times 10^{-4} & 8.7840 \times 10^{-3} & -0.072859 & 0.34572 & -0.86949 & 0 & -0.012852 \end{bmatrix}$$

● 表面亀裂表面部 ( $\theta=0$ )

➤ n=0 のとき

$$M = B_3 \zeta^5 + B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_3 = A_{38}$$

$$B_4 = A_{47} \alpha + A_{48}$$

$$B_5 = A_{57} \alpha + A_{58}$$

(A.10)

$$B_6 = A_{65} \alpha^3 + A_{66} \alpha^2$$

$$B_7 = A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{77} \alpha$$

$$B_8 = A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{88}$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0.43567 & 0 & 0 & 22.680 & -38.142 & 19.994 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5490 & 0 & -2.8220 & 1.5087 & 0 & 0 & 0 \\ 0.052314 & 0.42567 & 0.31897 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.025980 & -0.063798 & -0.016804 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.6182 \times 10^{-3} & 3.1098 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.5929 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

➤ n=1 のとき

$$M = B_3 \zeta^5 + B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_7 \zeta + B_8$$

$$B_3 = A_{38}$$

$$B_4 = A_{48}$$

$$B_5 = A_{58}$$

$$B_6 = A_{67} \alpha$$

$$B_7 = A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{77} \alpha$$

$$B_8 = A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{88}$$

(A.11)

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 37.763 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65.647 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32.883 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.11690 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.6739 \times 10^{-3} & -0.069004 & 0.63711 & -2.3821 & 0 \\ 0 & 0 & -9.7677 \times 10^{-5} & 1.7138 \times 10^{-3} & 0 & -0.14396 & 0.71016 & -0.52763 \end{bmatrix}$$

➤ n=2 のとき

$$M = B_7 \zeta + B_8$$

$$B_7 = A_{74} \alpha^4 + A_{75} \alpha^3 + A_{76} \alpha^2 + A_{77} \alpha + A_{78}$$

$$B_8 = A_{83} \alpha^5 + A_{84} \alpha^4 + A_{85} \alpha^3 + A_{86} \alpha^2 + A_{87} \alpha + A_{88}$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.4662 \times 10^{-3} & -0.063952 & 0.59367 & -2.3420 & 3.3807 \\ 0 & 0 & -1.0784 \times 10^{-4} & 1.8976 \times 10^{-3} & 0 & -0.15994 & 0.82173 & -1.2159 \end{bmatrix}$$

(A.12)



➤ n=3 のとき

$$M = B_4 \zeta^4 + B_5 \zeta^3 + B_6 \zeta^2 + B_8$$

$$B_4 = A_{48}$$

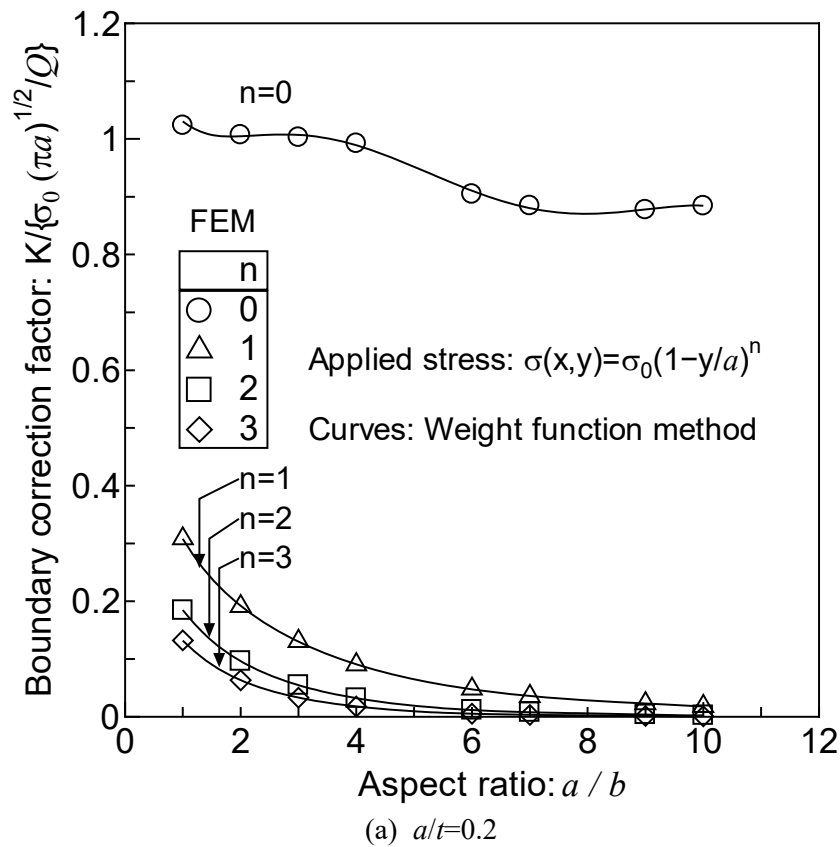
$$B_5 = A_{58}$$

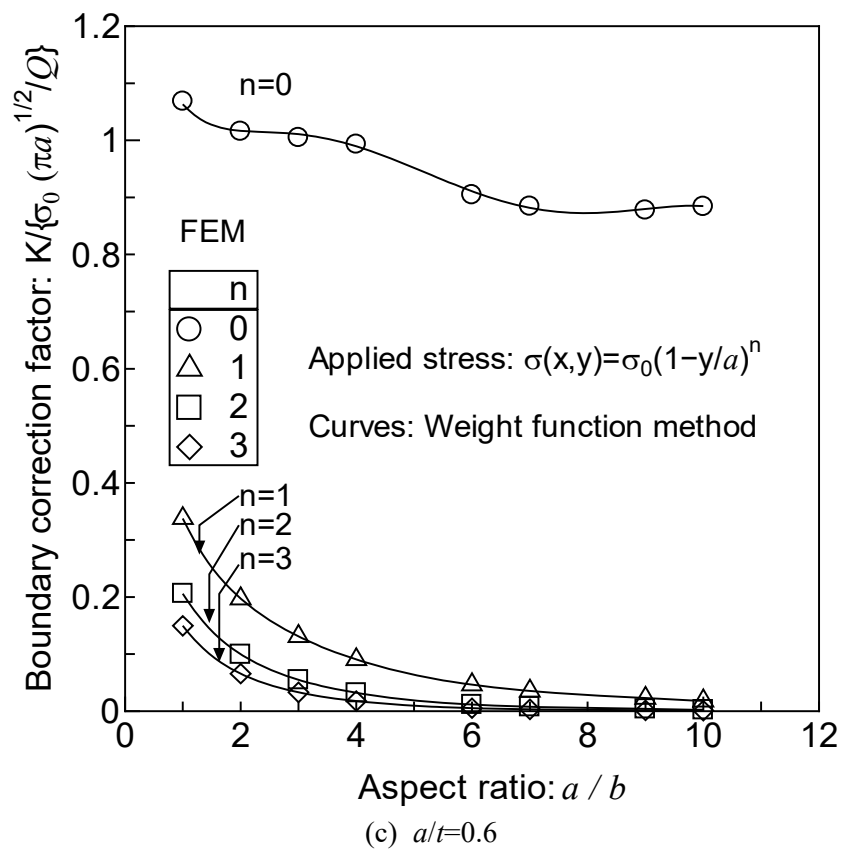
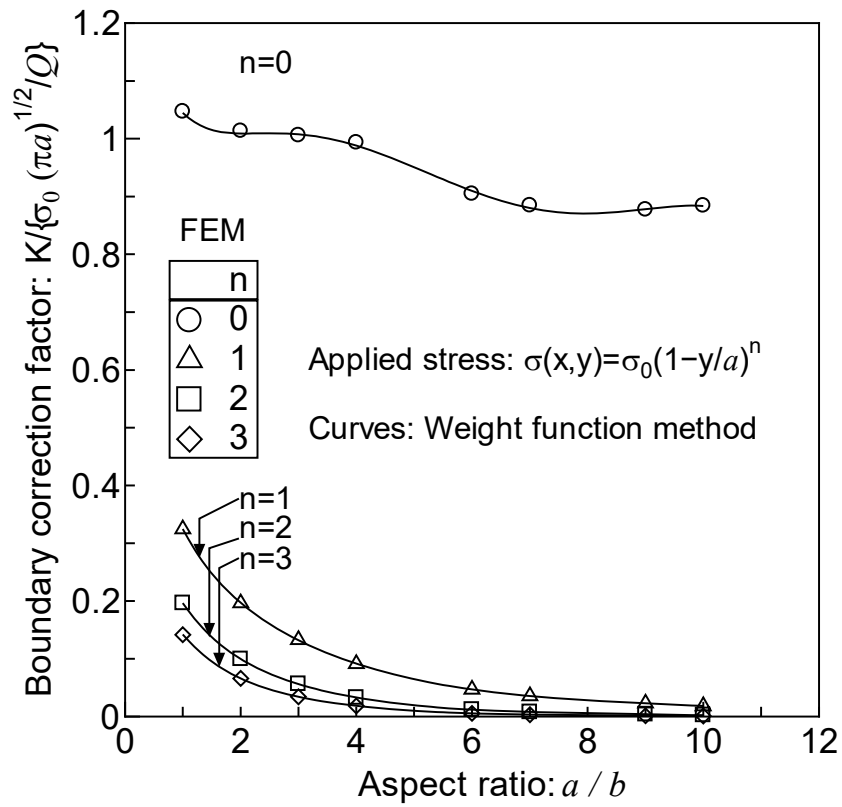
$$B_6 = A_{65} \alpha^3 + A_{66} \alpha^2 + A_{67} \alpha$$

$$B_8 = A_{84} \alpha^4 + A_{86} \alpha^2 + A_{87} \alpha + A_{88}$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.5556 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.6152 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9.8715 \times 10^{-3} & 0.19928 & -1.2588 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.3419 \times 10^{-4} & 0 & -0.058428 & 0.32548 & -0.45246 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

0~3 次関数の応力分布を表面亀裂の亀裂面に作用させた時の最深部と表面部での K 値重み関数による応力拡大係数と参照解の比較を以下に示す.





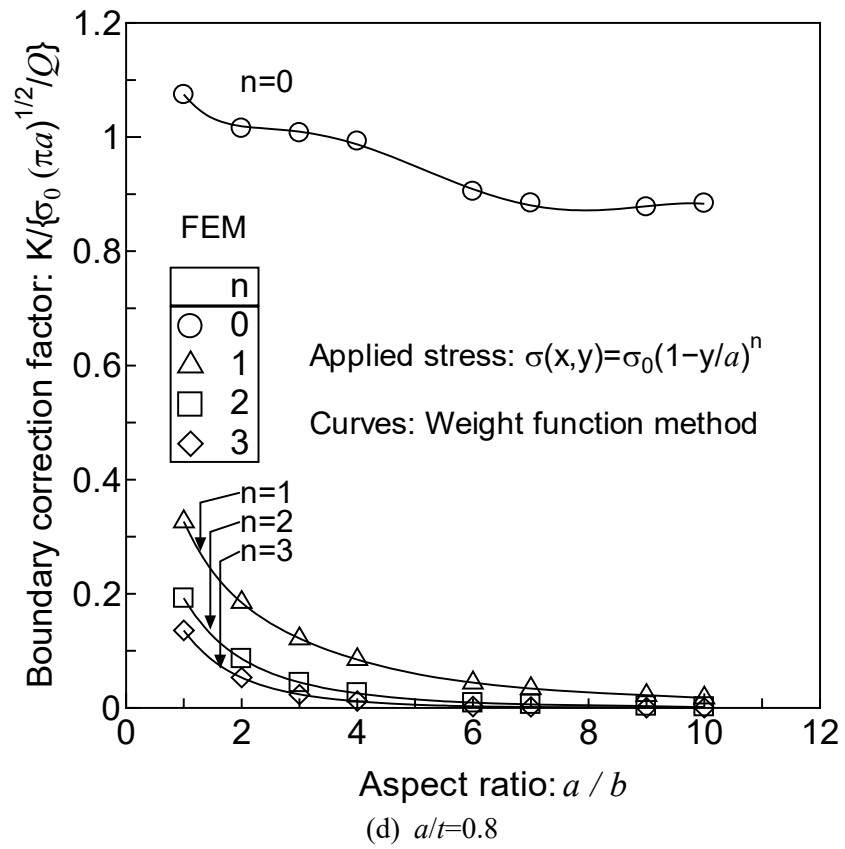
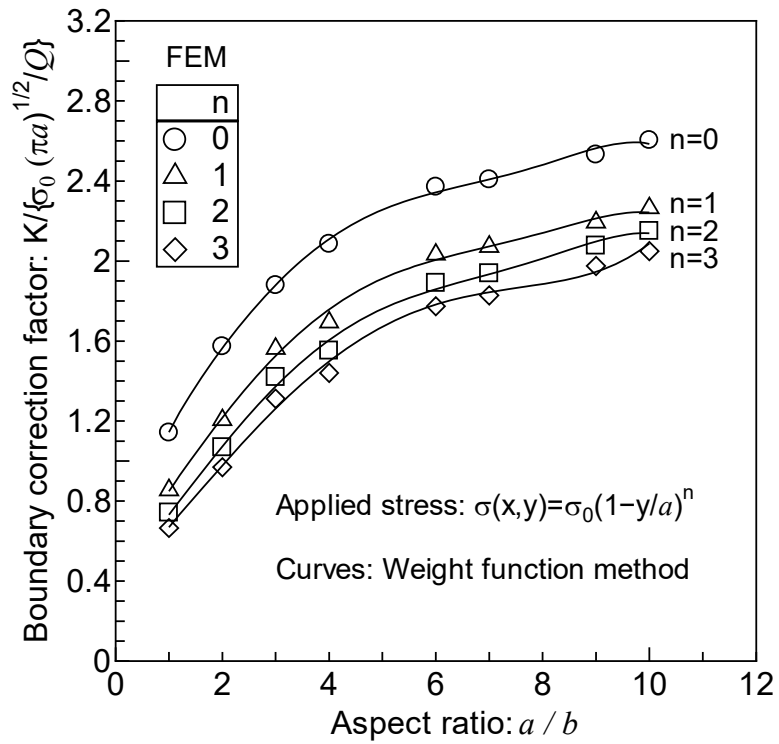
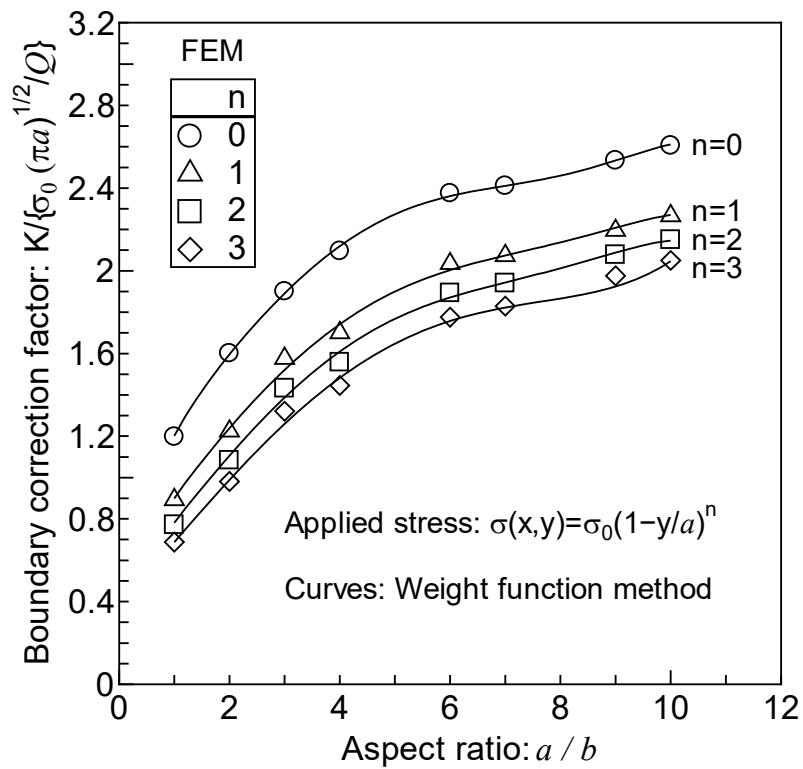


Fig.A.2 Dimensionless stress intensity factor ( $\theta=\pi/2$ )



(a)  $a/t=0.2$



(b)  $a/t=0.4$

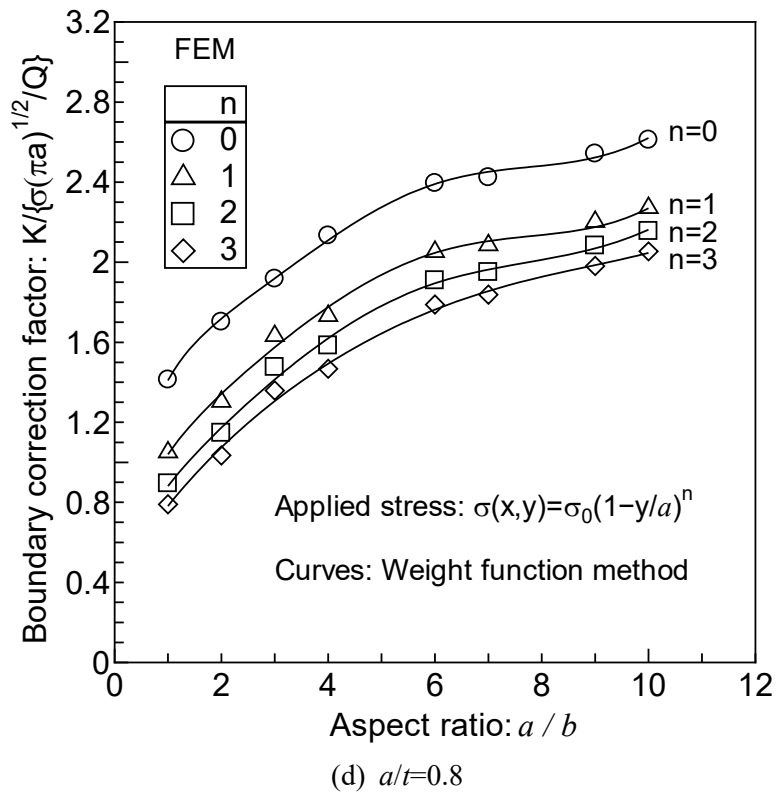
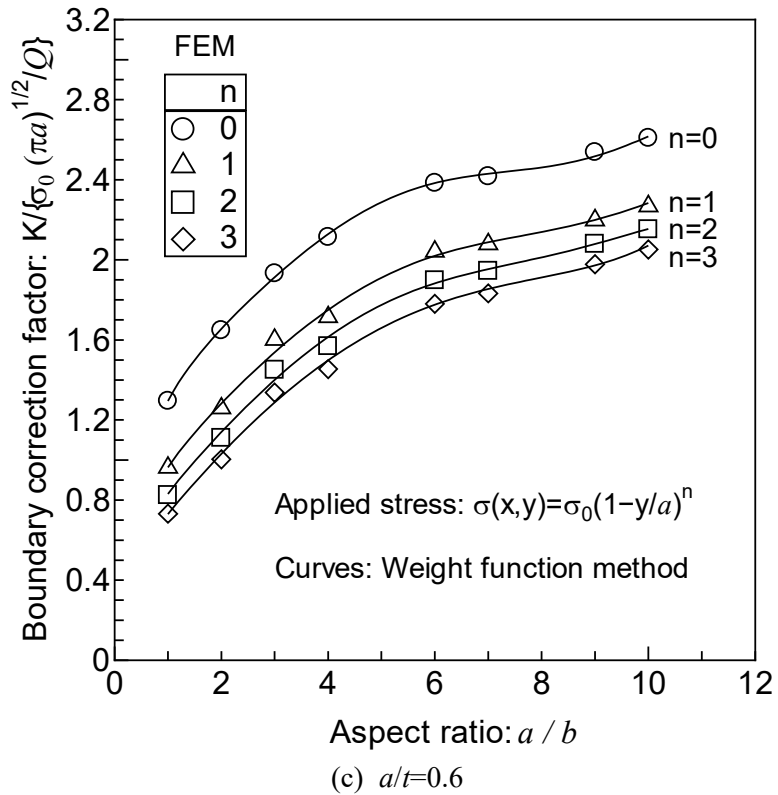


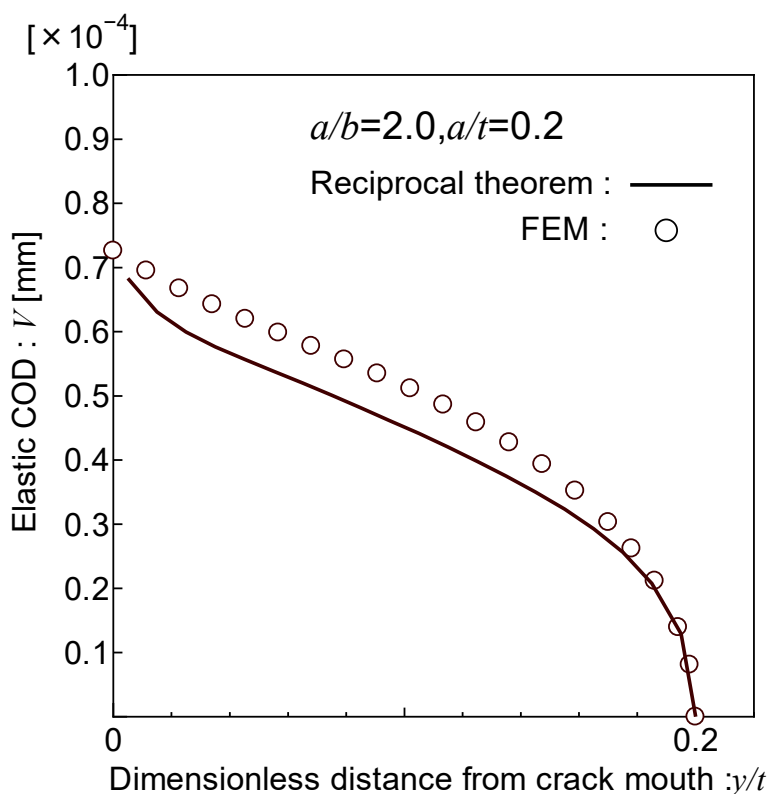
Fig.A.3 Dimensionless stress intensity factor ( $\theta=0$ )

先行研究と同様に、K 値重み関数による応力拡大係数と FE 解析による参照解との許容誤差を 10%とした。Fig.A.2 と Fig.A.3 より、表面亀裂の K 値重み関数による応力拡大係数と参照解との誤差は 10%以内となった。

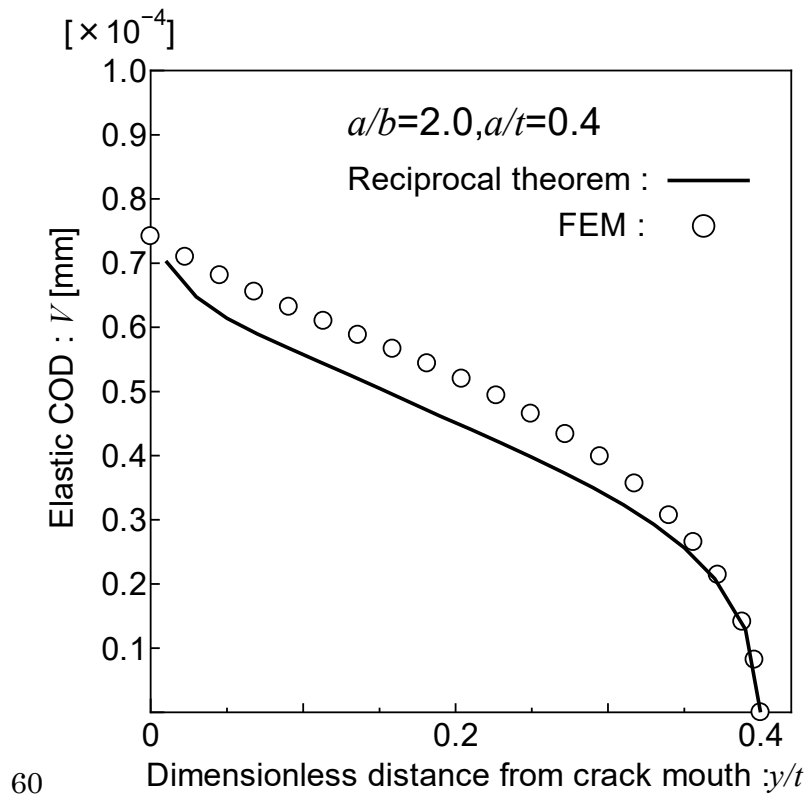
### A. 3 Paris の相反定理に基づく弾性 COD

先行研究<sup>6)</sup>によると、Paris の相反定理を用いて、表面亀裂の亀裂面に任意応力分布が作用する場合の弾性 COD (Crack Opening Displacement : 亀裂開口変位) は (A.14) 式で与えられる。対象としたアスペクト比 ( $a/b$ ) は 2.0, 無次元化した亀裂深さ ( $a/t$ ) は 0.2, 0.4 である。表面亀裂最深部を含む断面の亀裂開口変位を推定した結果と弾塑性 FE 解析による亀裂開口変位を比較した図を Fig.A.4 に示す。

$$V(x_i, y_i) = \frac{2}{E} \int_0^a \int_{-b}^b \sigma(x, y) \int_0^a \int_0^b m(x, y; a, b) m(x_i, y_i; a, b) da dc ds \quad (\text{A.14})$$



(a)  $a/b=2.0, a/t=0.20$



(b)  $a/b=2.0, a/t=0.40$

Fig.A.4 Comparison of the COD profile by eq (A. 14) with FE analysis under elastic condition over Y axis

以上から、K 値重み関数を用いた (A.14) 式による弾性 COD と FE 解析による弾性 COD は比較的良好な一致を示した。

## A. 4 三次元亀裂に対する亀裂結合カモデル

先行研究と同様に 2 章で説明した亀裂結合カモデルによる K 値重ね合わせ解から、表面亀裂の塑性域形状について予測し、その塑性域形状を用いて深さ方向の COD を推定した。

### A. 4. 1 塑性域形状の予測

一般的に表面亀裂問題を取り扱う場合、表面亀裂を半楕円形状と近似して強度評価を行う。その半楕円形状の表面亀裂前縁付近に生じる塑性域形状は弾塑性 FE 解析を用いなければ高精度な予測は困難である。そこで、弾完全塑性体の材料に亀裂結合カモデルを適用し、Fig.A.5 に示す K 値重ね合わせ解を用いると、仮想亀裂前縁で K 値重ね合わせ解が 0 となる位置を塑性域先端として与えることが可能となる。Fig.A.5 における (a) から (c) の亀裂について以下に示す。

- (a) 弾完全塑性体の材料に応力  $\sigma$  が作用した場合の三次元亀裂
- (b) 仮想亀裂面全体に、 応力  $\sigma$  が無亀裂の板に作用させた場合の応力分布  $\sigma(x,y)$  の内圧を受ける亀裂
- (c) 仮想亀裂面に降伏応力に相当する結合力が作用する亀裂

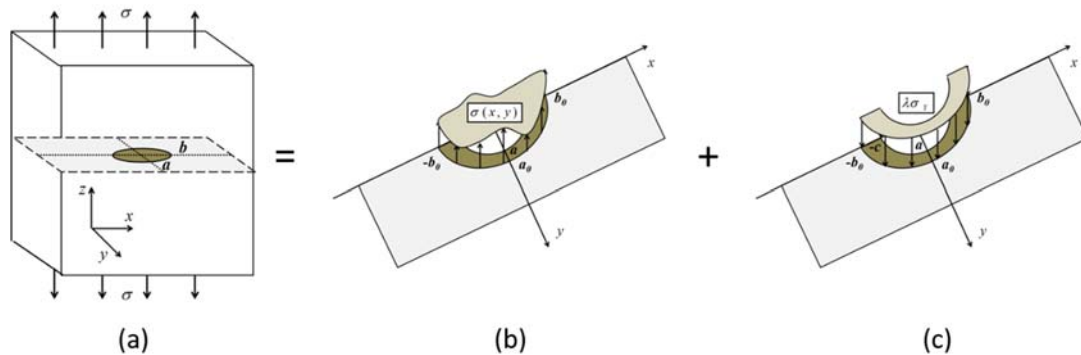


Fig.A.5 The principle of superposition for 3D cracks.

仮想亀裂前縁位置の K 値を以下に示す.

$$K = \int_0^{b_0} \int_0^{a_0} \sigma(x,y)m(x,y,a_0,b_0)dxdy + (-\lambda\sigma_y) \int_b^{b_0} \int_a^{a_0} m(x,y,a_0,b_0)dxdy = 0 \quad (\text{A.15})$$

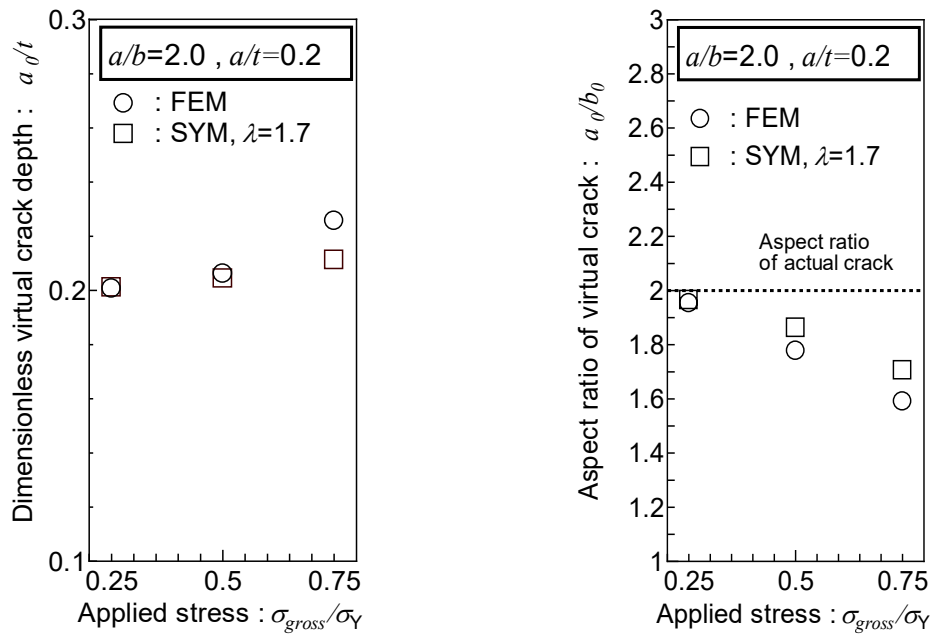
ただし,

- $a, b$ : 実亀裂前縁位置
- $a_0, b_0$ : 仮想亀裂前縁位置

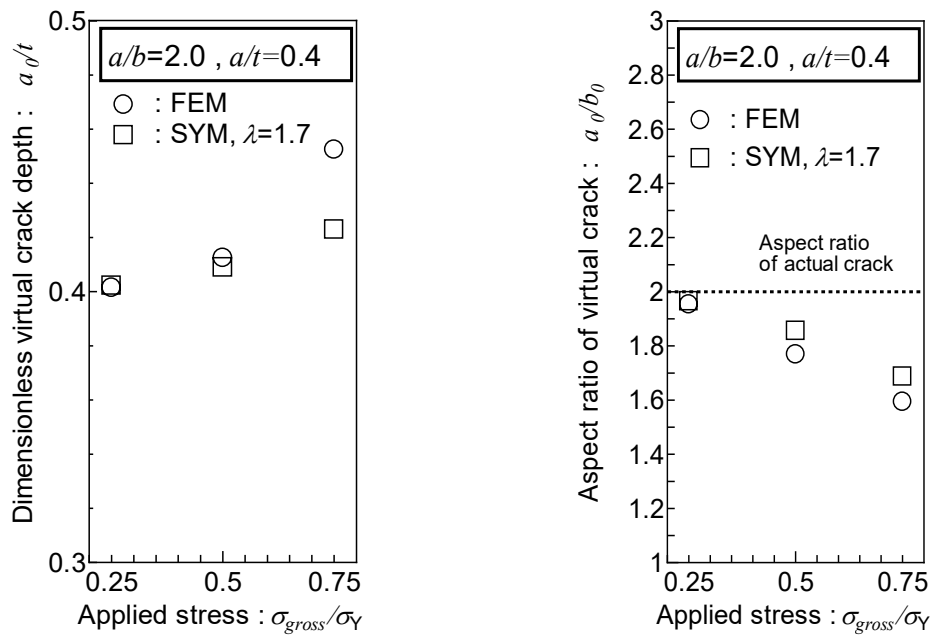
先行研究<sup>6)</sup>と同様に, (A.15) 式を用いて塑性域形状のアスペクト比が実亀裂のアスペクト比とは異なり, 最深部と表面部について K 値重ね合わせが 0 となる位置を求め, 仮想亀裂面の形状 (アスペクト比) を推定した.

( $a/b=2.0, a/t=0.20$ ) と ( $a/b=2.0, a/t=0.40$ ) の表面亀裂の塑性域形状に関して表面亀裂の亀裂結合力モデルによるものと弾塑性 FE 解析によるものの比較を以下に示す. また, 先行研究同様に, 塑性拘束係数は  $\lambda=1.7$  とした.





(a)  $a/b=2.0, a/t=0.20$



(b)  $a/b=2.0, a/t=0.40$

Fig.A.6 Comparison of plastic zone shape between FEM and SYM for surface crack.

Fig.A.6 から表面亀裂の亀裂面に作用させる作用応力が大きくなるにつれて FE 解析による塑性域形状と亀裂結合カモデルによる塑性域形状との差が大きくなった。塑性拘束係数を亀裂前縁位置ごとに適宜変更することにより塑性域形状に関して、FE 解析値と亀裂結合カモデルによる値との差は小さくなると考えられる。

#### A. 4. 2 弾塑性 COD

前項から弾性 COD に関して K 値重み関数を用いて推定可能であることが確認できた。 Fig.A.5 の K 値重ね合わせを考慮した (A.16) 式により得られた弾塑性 COD と FE 解析による弾塑性 COD を比較した。

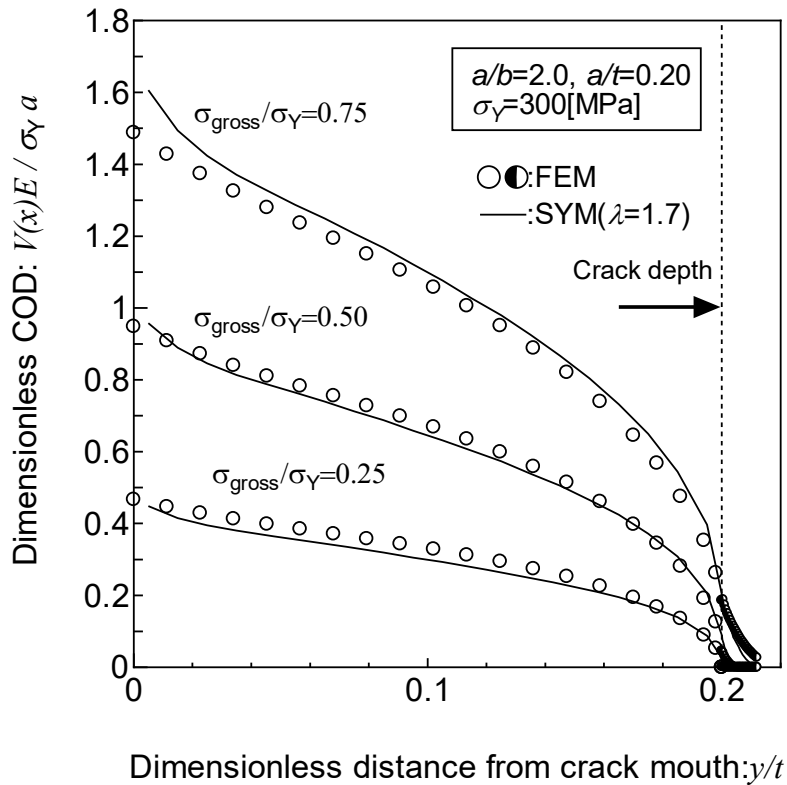
$$V(y_i) = \frac{2}{E} \iint_S \sigma(x_i, y_i) \iint_S m(x_i, y_i, a_0, b_0) m(x_j, y_j, a_0, b_0) ds ds \quad (\text{A.16})$$

$$- \lambda \sigma_Y \int_a^{a_0} \int_b^{b_0} \iint_S m(x_i, y_i, a_0, b_0) m(x_j, y_j, a_0, b_0) ds dx dy$$

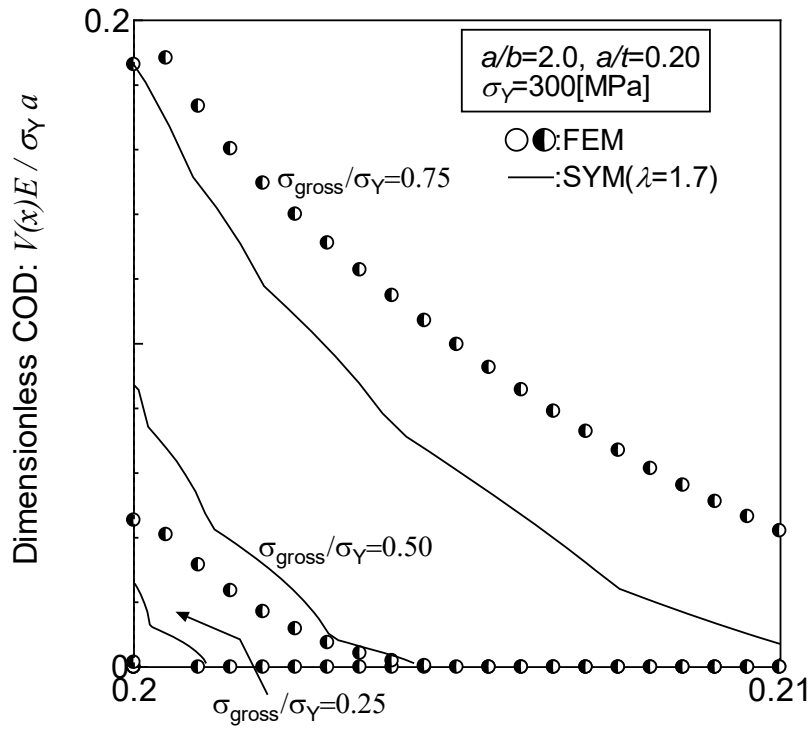
ただし、

S: 仮想亀裂面積

対象としたアスペクト比 ( $a/b$ ) は 2.0, 無次元化した亀裂深さ ( $a/t$ ) は 0.2, 0.4 であり, 表面亀裂最深部を含む断面の亀裂開口変位を推定した結果と弾塑性 FE 解析による亀裂開口変位を比較した図を以下に示す。

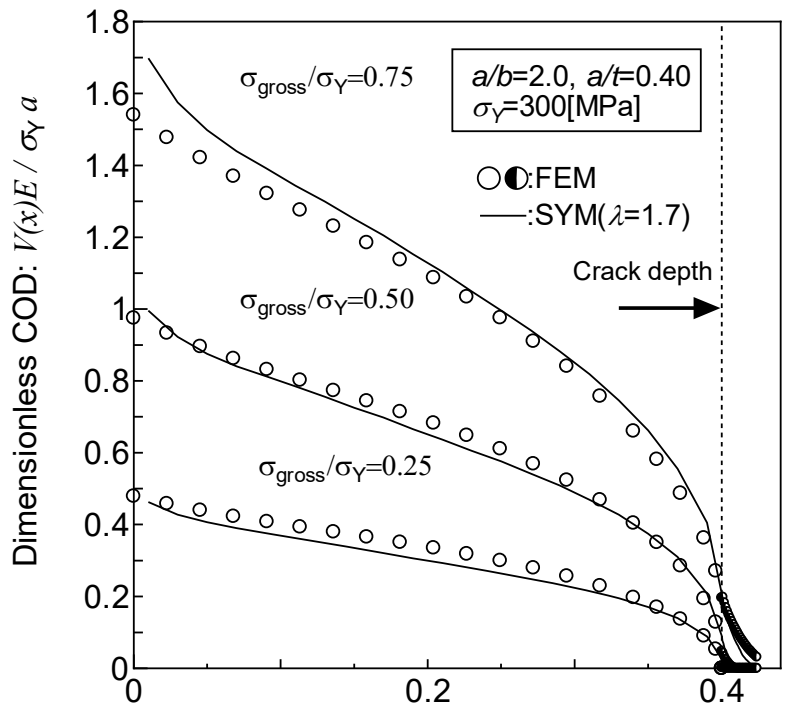


(a) Overall view ( $a/b=2.0, a/t=0.20$ )



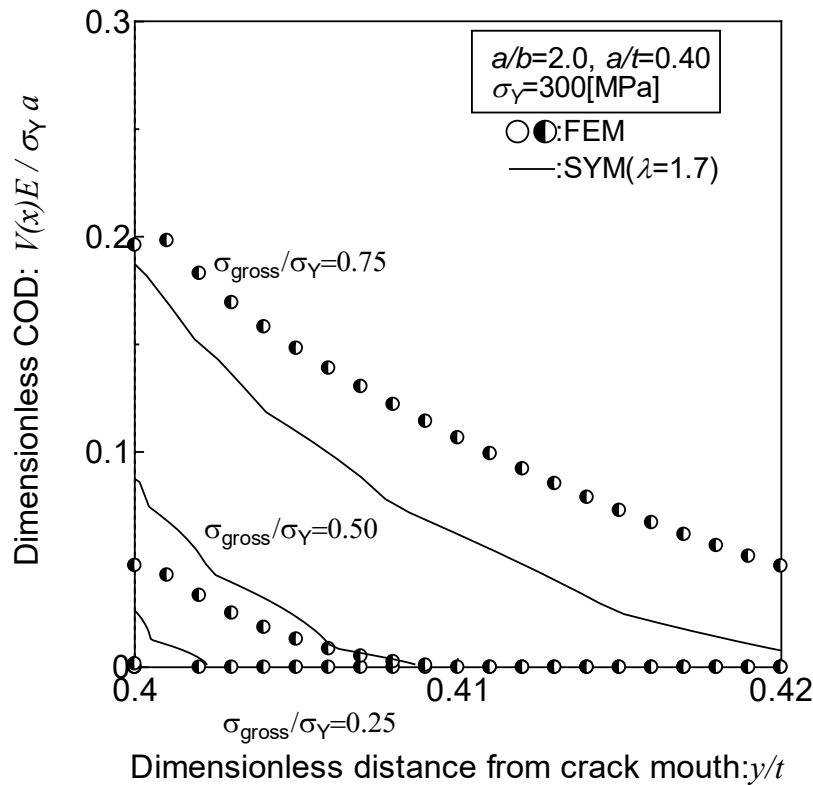
Dimensionless distance from crack mouth:  $y/t$

(b) Enlarge view ( $a/b=2.0, a/t=0.20$ )



Dimensionless distance from crack mouth:  $y/t$

(c) Overall view ( $a/b=2.0, a/t=0.40$ )



(d) Enlarge view ( $a/b=2.0, a/t=0.40$ )

Fig.A.7 Dimensionless COD along crack line.

Fig.A.7 から実断面の亀裂開口変位に関して、Paris の相反定理と K 値重み関数を用いた数値解析結果は良好な一致を示している。仮想亀裂面付近の拡大図では、数値解析結果は滑らかな曲線が得られなかったが、これは以下に述べる理由によるものと考えられる。

数値解析による亀裂開口変位は、無亀裂状態を想定した亀裂面に作用する応力分布による亀裂開口変位と仮想亀裂面に作用させる結合力による亀裂開口変位の重ね合わせにより表現されるが、結合力による亀裂開口変位を計算する際に、仮想亀裂先端位置を固定して亀裂深さ方向に積分した結果、一部の仮想亀裂領域で積分されない領域が生じたため、仮想亀裂面に結合力を作用させた場合の亀裂開口変位の計算精度が劣ったことに起因すると考えられる。また、仮想亀裂面の亀裂開口変位に関して、作用応力が  $\sigma_{gross}/\sigma_Y = 0.25$  の場合に弾塑性 FE 解析結果と数値解析結果との誤差が大きくなった。弾塑性 FE 解析における仮想亀裂面の亀裂開口変位に相当する値は亀裂面に垂直方向の塑性歪を積分して得られるが、作用応力が  $\sigma_{gross}/\sigma_Y = 0.25$  の場合には弾塑性 FE 解析により算出される塑性歪が小さいため、本研究で作用した FE メッシュサイズでは算出できなかったと推察される。同様の観点からメッシュサイズを小さくすれば作用応力  $\sigma_{gross}/\sigma_Y = 0.25$  の場合の弾塑性 FE 解析結果と数値解析結果との誤差は小さくなると考え

られる。

数値シミュレーションによる塑性域は表面部の K 値と最深部の K 値の重ね合わせが 0 となる位置を探索して与えられる塑性域形状は半楕円形となるが、作用応力が  $\sigma_{gross}/\sigma_Y = 0.75$  の場合は弾塑性 FE 解析による塑性域形状では無くなったため解析精度の低下が生じたと考えられる。

## A.5 結論

アスペクト比が 1 以上の深い亀裂にも適用可能なように表面亀裂の K 値重み関数を拡張した。K 値の許容誤差を 10%以内とすると本研究で提案された重み関数の適用範囲は以下のようなになる。

最深部:  $1 \leq a/b \leq 10, 0 < a/t < 1, b/W \leq 0.2$

表面部:  $1 \leq a/b \leq 10, 0 < a/t < 1, b/W \leq 0.2$

また、Paris の相反定理と K 値重み関数を適用することで、適用可能な亀裂形状や荷重レベルに制限はあるものの、深い亀裂を有する表面亀裂の深さ方向の亀裂開口変位が推定可能となった。

## 付録 A 参考文献

- 1) Newman, J.C.Jr. and Raju, I.S.: An Empirical Stress Intensity Factor Equation for The Surface Crack, *Engineering Fracture Mechanics*, 15, 1-2, (1981), 185-192
- 2) Wang, X. and Glinka, G.: Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical crack, *International Journal of Fatigue*, 31, 11-12, (2009), 1816-1827.
- 3) Gotoh, K. and Otaguro, T.: Improved Point Load Weight Function for Stress Intensity Factor of a Surface and an Embedded Crack, *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, 17, (2013), 65-73, (in Japanese).
- 4) Paris, P.C.: *The Mechanics of Fracture Propagation and Solution to Fracture Arrester Problem*, Document D2-2195, The Boeing Company, 1957.
- 5) Rice, J.R.: Weight function theory for three-dimensional elastic crack analysis, *ASTM STP-1020*, (1989), pp.29-57.
- 6) Yamashita, K. and Gotoh, K.: A Study on the Strip Yield Model for a Surface Crack, *Proceedings of annual conference of JASNAOE*, 22, (2016), 433-438, 2016S-GS5-2, (in Japanese).

## 謝辞

本研究は九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門教授 後藤浩二 博士のご指導の下に行われたものである。本研究を進めるに当たり、多大な御助言を賜りました。厚く感謝を申し上げます。

本論文の審査にあたり、有益な御助言を頂きました。九州大学大学院工学研究院機械工学部門教授 野口博司 博士、社会基盤部門教授 園田佳巨 博士、海洋システム工学部門教授 柳原大輔 博士に厚く御礼申し上げます。

九州大学大学院工学府建設システム工学専攻技術専門職員 村上幸治 氏には疲労亀裂伝播試験を実施するに当たり、いつも相談に乗っていただき深く御礼申し上げます。

本研究の遂行にあたっては、九州大学工学部地球環境工学科船舶海洋システム工学コース生産システム工学研究室の卒業生・修了生ならびに在学生の皆様には日頃から多大な協力を頂きました。特に平成 23 年卒（現日本製鉄株式会社）松田和貴 博士は本研究における解析アルゴリズムの基礎的な理論を指導していただきました。謹んで御礼申し上げます。また、平成 24 年卒（現三菱重工業株式会社）山下 紘平 博士には研究のみに留まらず様々な事を御指導頂きました。深く感謝申し上げます。

最後に、私の学生生活を支援してくれた家族に心より感謝申し上げます。