

長距離管内を伝播する弱い圧縮波に関する数値シミュレーション：弱い圧縮波の生成方法及び伝播特性への影響

後藤，逸平
九州大学大学院総合理工学府環境エネルギー工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/3052480>

出版情報：九州大学，2019，修士，修士
バージョン：
権利関係：

令和元年度

修士論文

長距離管内を伝播する弱い圧縮波に関する

数値シミュレーション

～弱い圧縮波の生成方法及び伝播特性への影響～

九州大学大学院総合理工学府

環境エネルギー工学専攻

エネルギー流体科学研究室

後藤 逸平

指導教員 青木 俊之 教授

提出年月日 令和2年2月5日

目次

第1章 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	2
1.3 本論文の構成	2
第2章 従来の研究	4
2.1 管内を伝播する音波	4
2.2 管内を伝播する有限振幅波	5
2.3 管内を伝播する衝撃波	9
2.4 管内を伝播する弱い衝撃波の減衰と変形	10
2.5 伝播する圧力波の誘起する非定常流れ	10
2.6 長い管路内の弱い圧縮波の伝播	12
2.7 長い管路内の弱い衝撃波の伝播	13
2.8 従来の研究に残された問題点	15
第3章 実験装置と解析方法	19
3.1 実験方法	19
3.2 測定装置	19
3.3 実験手順	20
3.4 測定された圧力波の解析方法とその定義	20
3.5 実験条件	21
3.6 数値解析 ANSYS Fluent 18.1	22
3.7 支配方程式	22
3.8 空間の離散化	24
3.9 時間の離散化	25
3.10 勾配と微分の評価	26
3.11 密度ベースソルバー	26

3.12 乱流モデル	32
3.13 解析系	37
第4章 結果および考察	47
4.1 オリフィスの開口率と初期衝撃波強さの関係	47
4.2 長距離管内を伝播する圧力波形前面の変化	54
4.3 初期波形による圧縮波の伝播特性への影響	71
4.4 衝撃波管内部の流れ場の解明	75
第5章 結論	80
5.1 本論文の結論	80
5.2 今後の課題	82
参考文献	81
謝辞	82

第1章 序論

1.1 本研究の背景

これまでに波動についての研究は数多くされてきた。そのなかで、圧縮波、膨張波、衝撃波などの研究は長い歴史を有している。近年、交通手段の高速化にともなって衝撃波の問題が注目されている。例えば、超音速輸送機は衝撃波が生むソニックブームなどの騒音や燃費の悪さなどの問題により、現在は商業飛行を行っていない。そのため、問題を解決するような超音速輸送機の開発が行われている。また、管内における圧縮性流体の波動の伝達現象も数多く見受けられる。例えば、貨車に設置されている空気ブレーキ装置におけるブレーキ作動の際⁽¹⁾、あるいは、ガス輸送管における弁の急開閉または管の破断の際⁽²⁾、いずれも管内は圧縮波や膨張波を伴う非定常流れになる。このような圧縮波や膨張波の特性については、1948年にBANNISTER⁽³⁾ら、1955年にMUCKLOW⁽⁴⁾らが管内を伝播する圧縮波の減衰と反射波の問題について、管長27.4[M]の実験を含めて理論的検討を行っている。また、1970年代にはHALL⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾らにより、管内における膨張波の伝播特性について詳細な理論的研究が行われている。さらに、WATANABE⁽⁸⁾によって1.95[M]の四角ダクトを用いて膨張波の伝播に及ぼす境界層の影響が検討されている。

ここで、工業的に長い管内を伝播する衝撃波の問題の例を以下に述べる。高出力な自動車用エンジンは高速回転運転時に排気管開放端より排気音が発生する。この排気音は金属板が振動するときが発生する“ビー”あるいは“バリバリ”というような非常に耳障りな音色である。この排気音の低減対策を講じるにはエンジンの排気口で発生した圧力波の排気管出口まで伝播したときのメカニズムを知る必要がある⁽⁹⁾。また、側壁付着系素子のようなスイッチング素子の動的切替用装置として用いられる空気圧伝送回路では、信号伝送に電気系ではなく空気圧系を用いられるため、管路内での空気圧信号の減衰や、波形の歪みが大きい。従って空気圧制御回路を設計する際には、空気圧信号の減衰割合、圧力波形の歪みなどを正確に予測することがきわめて重要になる⁽¹⁰⁾。

他にも、高速列車がトンネルに突入する際にトンネル出口から放出される衝撃音が挙げられる。日本では1964年に最高速度が210KM/Hの東海道新幹線が開業した。それ以来新幹線の高速化は進み、現在の最高速度は320KM/Hになっている。また2027年には品川~名古屋間をリニア中央新幹線が開業予定であり、走行試験において最高速度603KM/Hを記録している。2037年には東京~大阪間が開業予定である。

高速列車がトンネルに突入すると、列車のピストン効果により列車前方にある空気を圧縮し、圧縮波が形成される⁽¹¹⁾。形成された圧縮波はトンネル内をトンネル出口へ向かって伝播し、出口に達する。圧縮波がトンネル出口に到達すると、衝撃音を伴うパルス状の圧力波である微気圧波⁽¹²⁾となってトンネル出口から放出され、騒音問題となることがある。この衝撃

音を低減するためには、トンネル内を伝播する衝撃波の距離減衰特性や伝播する間の圧縮波の波面変形についての解析が重要⁽¹³⁾となる。さらに、高速列車がトンネル内で走行した場合には、トンネル内に発生する圧力変動によって乗客の耳に耳つん現象と呼ばれる不快な作用が及ぼされることが考えられたので、その対策として車外の圧力変動が車内に伝播しないような気密構造が新幹線の車両に採択された⁽¹⁴⁾。

これまで、管内を伝播する圧縮波や衝撃波の特性に関する研究⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾は多々行われており、管の壁面構造を変化させて伝播特性を制御しようという研究⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾も行われている。これらの研究は管の長さが管径の100~1000倍程度($X/D = 100 \sim 1000$)である管が研究対象であったが、近年、 $X/D = 1000$ 以上の極めて長い管内における圧縮波や衝撃波の伝播特性に関する研究⁽²⁰⁾⁽²¹⁾⁽²²⁾も行われている。しかし、 $X/D = 1000$ 以上の極めて長い管内を伝播する圧力波の波形の違いについての研究は行われていない。

特に、上述したトンネル内の高速列車の問題の場合、2027年に営業運転が開始されるリニア中央新幹線は、走行試験において最高速度603KM/Hであり、東京都大深度地下トンネルに突入の際、衝撃波が発生し、トンネル内を伝播してゆくことが考えられる。また、品川~名古屋間約285KMのうちおよそ250KM、86%がトンネルであり、その中でもトンネルで最も長いのが約36.9KMの第一首都圏トンネルである。新幹線は、運行最高速度を常に向上させており、これは他の公共交通機関と大きく異なる特徴である。高速鉄道においては空気力学的な問題が深刻化する可能性があり、一度解決したに見えた問題が速度向上によって再び顕在化することもある。現在の鉄道は安全・安定走行のみならず、環境と調和した営業が求められており、列車の高速化の際には、環境問題の解決が不可欠である。

上述のような圧力変動によって引き起こされる問題に対して既存の対策では対応しきれない可能性がある。したがって、 $X/D = 1000$ 以上の長距離管内を伝播する圧力波の波形の違いによる特性を知ることは、工業分野における環境負荷の観点からも非常に興味深い。

1.2 本研究の目的

本研究では、破膜式衝撃波管を模擬した計算モデルを用いて、管内を伝播する圧縮波の実験値との比較及び、圧縮波の距離減衰等を明らかにすることで、初期条件の違いによる圧縮波の減衰や消滅といった伝播特性を明らかにすることを目的とする。

1.3 本論文の構成

本論文は5章より構成されている。

第1章では、本研究の背景および目的、本論文の構成について述べている。

第2章では、管内を伝播する圧力波、誘起される非定常境界層についての従来の研究について述べている。

第3章では、本研究に用いた実験装置と測定方法、計算モデルと計算条件について述べてい

る.

第 4 章では, 実験と計算から得られた結果, および伝播圧力波により形成される圧縮波の特性についての考察を述べている.

第 5 章では, 第 4 章から得られた本論文の結論を述べている.

第2章 従来の研究

ここで考える管内を伝播する波動には音波に代表されるような圧力変動の振幅の小さな微小振幅波，および圧力変動の振幅が大きく，非線形効果が無視できない有限振幅波がある．また，有限振幅波には，波の通過によって生じる流れの速度や温度の勾配が小さく，波の通過による状態量の変化が等エントロピー変化とみなせる等エントロピー波である圧縮波および膨張波と，速度や温度の勾配が大きく気体の粘性と熱伝導性が無視できず等エントロピー波ではない衝撃波がある．本章1, 2, 3節では管内を伝播する音波，有限振幅波である圧縮波及び衝撃波についての従来の研究について述べる．4節では管内を伝播する衝撃波の減衰と変形．5節では圧縮波及び衝撃波等の圧力波の伝播に影響を及ぼす非定常壁面摩擦，6節では長い管路を伝播する圧縮波の特性について述べる．7節では長い管路を伝播する衝撃波の特性について述べる．8節では従来の研究に残された課題を述べている．

2.1 管内を伝播する音波

まず，本節では微小振幅波の等エントロピー変化である音波の管内伝播⁽²³⁾について述べる．ここで考える管内を伝播する音波には圧力変動の振幅が小さな微小振幅波，および圧力変動の振幅が大きく，もはや非線形効果が無視できない有限振幅波がある．

断面積一定の管内である一次元非定常エントロピー流れを考える．流れの状態変化が微小であると仮定し，このときの圧力，密度，速度，の変動量をそれぞれ p' ， ρ' ， u' とすれば，連続の式，運動方程式，等エントロピーの式に代入するとき二次の微小項を無視すると次式のようになる．

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} = 0 \quad (2.1)$$

管内を伝播する音波の場合は，管径や音波の波長が十分大きいとすると管路を伝播する音波は本質的には平面波である．この場合，壁面近くの境界層内における拡散またそれに伴う減衰がある．境界層の厚さが管径に比べて小さい場合の管内を伝播する音波の減衰は，KIRCHHOFF によって得られており，以下に示すような指数関数の形をとる⁽²⁴⁾．

$$\Phi_c = \Phi_0 e^{-2\epsilon x} \quad (2.2)$$

円管の半径を r とすると

$$2\epsilon = \frac{\omega}{ra} [\delta_v + (\gamma - 1)\delta_t] \quad (2.3)$$

ここで， $\delta_v = 2\nu / \rho\omega$ は速度境界層の長さ， $\delta_t = 2\gamma / \rho\omega c_p$ は温度境界層の長さである．ただし，

ν は動粘性係数， ρ は密度， ω は音波の周波数， γ は比熱比， c_p は定圧比熱である．

式(2.3)からも分かるように, 減衰の度合いを表す係数 ε は周波数の平方根に比例することが分かる. (Fig.2-1)

2.2 管内を伝播する有限振幅波

本節では Fig.2-2 に基づき有限振幅波の伝播について述べる.

気体中を微小擾乱, つまり音波が伝わる現象はよく知られている. それでは, 音波の振幅がより大きくなり, もはや非線形効果が無視できなくなると, 伝播の様子はどうなるであろうか. 以下で示されるように, 非線形音波はいわゆる波形の歪みを生じ, ついには衝撃波が発生し, それは十分に成長した後減衰していくという, 線形波の場合とは本質的に異なる現象が現れる.

これを調べるためには, 厳密な流体力学方程式から出発しなければならない. ただし, 等エントロピーを仮定し, 簡単のために話を完全気体の一次元流れに限定する. 連続の式, 運動方程式, 断熱関係式はそれぞれ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$p = k_A \rho^\gamma \quad (2.6)$$

と書ける. ここに, ρ は密度, u は流速, p は圧力, k_A はある正定数, $\gamma = c_p/c_v$ (c_p :定圧比熱, c_v :定積比熱)である. また, 外力は無視した.

ここで,

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \gamma \frac{p}{\rho} \quad (2.7)$$

によって定義される局所音速 a を導入すると, 上の基礎方程式(2.4)~(2.6)から

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (u \pm a) \frac{\partial}{\partial x} \right\} \left[u \pm \frac{2}{\gamma-1} a \right] = 0 \quad \text{複合同順} \quad (2.8)$$

の形の式を得る. 今, (x,t) 平面上のある曲線 $x = x(t)$ に沿っての物理量 $q(x,t)$ の変化率は, $dq/dt = \partial q/\partial t + (dx/dt)\partial q/\partial x$ と表せることに留意すると, 式(2.8)は次の事柄を示すことが分かる. $P = u + 2a/(\gamma-1)$ および $Q = u - 2a/(\gamma-1)$ は, それぞれの勾配が $dx/dt = u + a$ および $dx/dt = u - a$ によって決まる曲線上で一定値を取る. これらの曲線を特性曲線といい, P および Q をリーマン不変量という.

リーマン不変量の一つ、たとえば Q が考えている領域全体で一定値をとる場合を考察する。(たとえば、この条件は静止流体の領域に隣接している領域では常に成立する)。

すなわち、

$$u - \frac{2}{\gamma-1}a = -\frac{2}{\gamma-1}a_0 \quad (=const) \quad (2.9)$$

とする。ここに、 a_0 は静止気体中の音速を表す。この場合、式(2.8)、式(2.9)から

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left[a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u \right] \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

を得る。式(2.10)で記述されるような波動を単一波という。特に流速 u が a_0 と比べて十分に小

さいとき、式(2.10)の非線形項は無視できる。その解は一定の速度 a_0 で波形を変えることなく

x 軸正方向に伝播する線形音波を表す。

式(2.10)で記述される単一波が伝播するに伴い、その波形がどのように変化していくかを明確に知るために、具体的に次の初期条件が与えられている場合について調べてみる。

$$u = B_A \sin x \quad (t=0) \quad (2.11)$$

ここに、 B_A はある正定数。静止系からそれに対して a_0 で進む動座標系に移ると、式(2.10)と式(2.11)は、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\gamma+1}{2}u \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad (2.12)$$

$$u = B_A \sin x \quad (t=0) \quad (2.13)$$

となる。この初期値問題の解は、

$$u = B_A \sin \zeta \quad (2.14)$$

$$\zeta = \eta - \frac{\gamma+1}{2} B_A t \sin \zeta \quad (2.15)$$

のように書ける。式(2.15)において、パラメータ ζ が一定とすれば、式(2.15)は $t=0$ において $x=\zeta$ を通る特性線を表す。一つの特性線上では、 $u = B_A \sin \zeta = const$ なので、ただちに波形の変化が Fig.2-2 のように求まる。また、波形の勾配が最初に無限大になる点は、 $\zeta = (2n+1)\pi$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) の特性線上に現れ、その時刻と位置は、

$$t_s = \frac{2}{\gamma+1} \frac{1}{B_A} \quad (2.16)$$

$$x_s = a_0 t_s + (2n+1)\pi$$

で与えられる⁽²⁵⁾。ここでは、非粘性理論に基づき議論を進めているので、換言すれば、時刻

t_s に位置 x_s で衝撃波が形成される。

このような伝播過程に対して、有限の音響レイノルズ数 Re_a の効果について以下に述べる。このとき、支配方程式は、単一波を記述する方程式(2.10)の右辺に弱い散逸項を加えた形式の

バーガーズ方程式であり，次のように無次元化された形で書き表すことができる⁽¹⁴⁾．

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} - u \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \left(\mu = \frac{1}{\text{Re}} \right) \quad (2.17)$$

ここに， $\sigma = ((\gamma+1)/2)(\omega u_0/a_0^2)x$ (ω は音源の角振動数， u_0 は音源で流体に与えられる最大速度， a_0 は一様静止した状態での音速)， $y = \omega t = k_w x$ ，また u_0 で無次元化された流速を簡単のため改めて u と記した．式(2.17)は，左辺第2項の非線形項を無視すると， $u = u_0 e^{-\mu \sigma} \exp i(\omega t - kx)$ の形の解を持つ．これは，正弦波が伝播するに従って， $\mu = (1/\text{Re})$ で振幅を減少させていくことを意味する．たとえば，媒質を空気として，概算してみると， $\gamma = 1.4$ ， $\delta = 0.39 [\text{cm}^2/\text{s}]$ ， $a_0 = 340 [\text{m/s}]$ であり， $u_0 = 3.4 [\text{m/s}]$ ， $\nu = \omega/2\pi = 10 [\text{kHz}]$ として，

$$\text{Re}_a = \frac{(\gamma+1)a_0 u_0}{\delta \omega} \quad (2.18)$$

より， $\text{Re}_a = 7.1 \times 10^3$ ，すなわち， $\mu = 8.8 \times 10^{-4}$ を得る．従って，通常線形音波の減衰割合は非常に小さい．しかし，管内の場合は管壁の影響により減衰割合が大きくなることが考えられる．

Bannister と Mucklow⁽³⁾らは，有限振幅波(圧縮波)がシリンダーからパイプの中へ伝播する研究を行った．この研究は，実験と理論の両面から調査された．実験装置は，破膜装置を持った衝撃波管である．また，理論は有限振幅波理論を用い，流れが層流の場合，摩擦力は粒子速度に比例しており，乱流の場合，摩擦力は粒子速度の二乗に比例している．ここで，摩擦熱と熱伝達は無視している．さらに，有限振幅波による微小変化が， $u = 0$ ， $p = p_1$ ， $\rho = \rho_1$ ， $a = a_1$ から $u = u_1$ ， $p = p_1 + p'$ ， $a = a_1 + a'$ になるとして，以下の式を導いた．

連続の式より

$$\frac{1}{\rho_1 \gamma} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.19)$$

運動量の式より

$$\rho_1 \frac{\partial u}{\partial t} + F \rho_1 u^2 = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.20)$$

ここで， $p/\rho' = \text{const}$ である．

以上の関係式及び式(2.21)に示す初期条件，境界条件より，式(2.22)を得る．

$$\left. \begin{array}{l} x > 0, t = 0 \text{ のと} \\ x = 0, t > 0 \text{ のと} \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

$$p = \frac{P_i}{1 + Ka_1 t} = \frac{P_i}{1 + Kx} \quad (2.22)$$

ここで、 $K = Fu_1/2a_1$ であり、添字 i は $x=0$ での状態を示す。

これは、圧縮波の減衰を予測するのに重要な式である。

従って、初期圧縮波の強さを $\Delta P_{c,i}$ 、原点からの距離 x の圧縮波の強さを ΔP_c とすると、上式は次のように書き換えられる。

$$\frac{\Delta P_c}{\Delta P_{c,i}} = \frac{1}{1 + f \frac{u_2 D}{a_1 x}} \quad (2.23)$$

ここに、 f はファニング管摩擦係数で管摩擦係数 λ と $f = \lambda/4$ の関係にあり、 u_2 は入口圧縮波によって誘起される流速、

$$u_2 = \frac{2a_1}{\gamma - 1} \left[\left(1 + \frac{\Delta P_{c,i}}{p_a} \right)^{(\gamma-1)/2\gamma} - 1 \right] \quad (2.24)$$

a_1 は圧縮波前方の音速、 p_a は大気圧である。

式(2.23)は非定常摩擦と熱伝導性が考慮されておらず、壁面摩擦のみを考慮に入れ、導出において、級数展開が用いられ微小項の2次以上の項を無視した近似式である。

上述の研究において、管内を伝播する圧縮波の減衰については理論式を提案しているが、圧縮波の波面の変形については議論されていない。

また、Brown⁽²⁶⁾は無反射管路の単一パルス波に対して、ベッセル関数の漸近展開式を用いて高周波領域における伝搬定数の近似式を次のように導き、

$$\Gamma(s) \approx \frac{s}{a_0} \left\{ 1 + A_1 \left(\frac{v}{r^2 s} \right)^{1/2} + A_2 \frac{v}{r^2 s} \right\} \quad (2.25)$$

無反射管路のステップ応答を逆ラプラス変換により、式(2.26)のように求めている。ここで、パルス振幅を p_m 、出力圧力を p_2 とすると、

$$p_2(t) = p_m e^{-A_1 t} \operatorname{erfc} \frac{A_1 T_1}{2\sqrt{T - T_1}} u(T - T_1) \quad (2.26)$$

ただし、 A_1, A_2 は定数。 T および T_1 はそれぞれ時間 t 、むだ時間 $1/a$ を無次元化したものである。

$$A_1 = 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\operatorname{Pr}}}, \quad A_2 = 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\operatorname{Pr}}} \left(1 - \frac{\gamma}{2\sqrt{\operatorname{Pr}}} \right) \quad (2.27)$$

$$T = \frac{v}{r^2} t, \quad T_1 = \frac{v}{r^2} \frac{l}{a_0} \quad (2.28)$$

また、 $erfc$ は次式で定義される誤差関数の補関数である。

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x^2} dx \quad (2.29)$$

佐藤ら⁽²⁷⁾は、開放管路のステップ応答を Brown の伝搬定数を用いて導き、実験によりある入射圧力振幅までは、線形理論による波形の予測が可能であることを明らかにした。試験管路には黄銅円管(内径 4mm, 外径 6mm)を用い、出力波形は所定の長さ l [m]下流の位置で測定した。Fig.2-3 は、ステップ入力振幅による影響を調べるために、佐藤らの実験による出力波形を、入力の圧力振幅で無次元化して比較したものである。出力波形は入力圧力の 1m 下流のものである。出力波形は入力波形の圧力振幅の増加に伴い、立ち上がり部に 1 つのピークを生じ、その後定常値まで徐々に上昇している。また、このピークは圧力振幅が大きくなるほど鋭くなる。入力圧力振幅が 10kPa のときは、5kPa のときの波形よりわずかに降下した部分があるが、その差は少ない。しかしながら、20kPa, 40kPa では、立ち上がり部において Brown の線形理論とは異なった波形とは異なった波形になっている。Kantola⁽²⁸⁾, Karam⁽²⁹⁾の実験でも、入力振幅が 1Psi (6.85kPa)以上で圧力振幅の影響が見られたという同様な報告があり、線形理論による波形予測は、最大でもゲージ圧で 10kPa が限界であるとの結論がなされている。

2.3 管内を伝播する衝撃波

Mirels⁽³⁰⁾は境界層の発達に伴う衝撃波の減衰に関する理論式を導いた。衝撃波管の破膜は瞬間的に行われると仮定する。衝撃波を固定した座標系における境界層内の質量流量は、その厚さに相当する主流部分の質量流量よりも大きい、従ってこの境界層の排除厚さを次式で定義する。

$$\delta_2^* = \int_0^{\infty} \left[1 - \frac{\rho(U_s - u)}{\rho_2(U_s - u_2)} \right] dy \quad (2.30)$$

δ_2^* は明らかに負である。このことは境界層が主流を排除するのではなく、主流から質量を吸収することを意味する。すなわち試験気体における壁面境界層は主流から質量を取り除く空気力学的吸い込みのような作用があるといえる。このような境界層の効果によって圧力波が発生し、上流と下流に伝播するが、排除厚さが負となることからわかるように、この圧力波は膨張波である。これらの膨張波が衝撃波に追いつき干渉すると、衝撃波の強さが弱められ、衝撃波の減衰が起こる。

上述の考え方に基づき、距離と時間を変数とする単位体積当たりの吸い込み量が考えられる。彼らは、これを連続の式に代入し、波面の後方に発達する境界層を、すべて層流あるいは乱流と仮定し、減衰は衝撃波の強さ ΔP_s , 初期衝撃波強さ $\Delta P_{s,i}$ を用いて次式で与えられる。

$$\frac{\Delta P_s}{\Delta P_{s,i}} = 1 - \frac{-8}{\sqrt{\pi(\gamma_1+1)} \left(1 + \frac{\gamma_1-1}{\sqrt{\sigma_1}}\right)} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{u_2} \frac{a_2 D}{\nu_2}} \quad (\text{層流}) \quad (2.31)$$

$$\frac{\Delta P_s}{\Delta P_{s,i}} = 1 - \frac{-0.115\gamma_1^2}{[2(\gamma_1+1)]^{0.2}} \left(\frac{x}{D}\right)^{0.8} \frac{1}{\left(\frac{u_s}{u_2}\right)^{1.2} \left(\frac{a_2 D}{\nu_2}\right)^{0.2}} \quad (\text{乱流}) \quad (2.32)$$

ここで γ_1 は比熱比， σ_1 はプラントル数， ν_2 は動粘性係数， u_2 は衝撃波後方の流速， u_s は衝撃波の伝播速度， a_2 は衝撃波後方音速である．添字の1，2は，波面上流，下流の値を示す．

Mirelsの解析では，破膜（つまり衝撃波の発生）は瞬間的に行われると仮定するため，衝撃波は隔膜の位置より離れるほど減衰する結果を与える．従って衝撃波の形成距離はなく，実験結果と比較する場合には注意が必要であるが，形成距離より十分大きい場所における減衰を議論する場合には十分適用できる．

2.4 管内を伝播する弱い衝撃波の減衰と変形

仲尾ら⁽¹⁵⁾は管内を伝播する弱い衝撃波について実験的研究を行った．

弱い衝撃波の減衰の様子は，衝撃波の強さ ΔP_s ，初期衝撃波強さ $\Delta P_{s,i}$ を用いて

$$\frac{\Delta P_s}{\Delta P_{s,i}} = \exp\left(-k \frac{x}{D^*}\right) \quad (2.33)$$

と表される．式中の k は減衰係数であり，衝撃波マッハ数が $1.05 < M_s < 1.1$ の範囲では， $\Delta P_{s,i}$ に対し単調増加となり，その値はMirels⁽³¹⁾の乱流における理論値とよく一致する．衝撃波強さが非常に弱い $M_s < 1.05$ の範囲では，減衰係数は $\Delta P_{s,i}$ によらずほぼ一定となる．

また， $M_s < 1.1$ において弱い衝撃波が管路内を伝播する場合には，その伝播波形はステップ状の衝撃波部分と，その背後の圧縮波部分で形成される圧力波となる．衝撃波の初期強さが小さいほど圧縮波の部分は大きくなり，波形は丸みを帯びる．

$M_s < 1.1$ ， $\Delta P_{s,i} < 25[\text{kPa}]$ の弱い衝撃波が伝播する場合，その圧力波形における圧力は衝撃波によりステップ状に上昇した後，背後の圧縮波部分において最大値に達し，その後緩やかに減少していく．これを波面のオーバーシュートと呼んでいる．この原因は圧縮波背後に発達する非定常境界層の遷移であり，境界層が層流から乱流へと遷移すると波形の圧力が減少するのは，管壁と境界層との間のせん断応力が大きくなり，その排除効果により減衰が大きくなるためと考えられている．

2.5 伝播する圧力波の誘起する非定常流れ

管内を伝播する圧力波の距離減衰の傾向は圧力波により誘起される流れ中の非定常境界層の層流から乱流への遷移に関係すると言われているが、その原因は解明されていない。衝撃波のようなステップ状の圧力波により誘起される非定常境界層の遷移点は密度干渉計や、壁面における温度変化などから実験的に調べられている⁽³¹⁾⁽³²⁾⁽³³⁾。また、レーザー差動干渉計を用いて圧縮波により誘起される非定常境界層の遷移についても研究⁽³⁴⁾がなされているが、伝播する圧力波の減衰との関係についてはいずれも触れられていない。

管内を伝播する圧縮波背後の流れは非定常で、その背後の壁面には非定常境界層が発達する。この非定常境界層において壁面での速度勾配はきわめて大きく、時間の経過とともに小さくなっていく。速度勾配は壁面せん断応力に比例することから、圧縮波通過直後において、この非定常壁面摩擦は定常値に比べて非常に大きく、従って波面に与える影響は小さくない。非定常摩擦は波面で生成するので圧力波の幅が大きくなると、非定常摩擦が生成する範囲は大きくなるが、逆に圧力波の幅が狭いほうが圧力の変化などが急激なため最大値は大きくなる。以下に非定常境界層の発達を考慮して壁面摩擦を導いた理論を層流と乱流に分けて紹介する。

Zielke⁽³⁵⁾は、非圧縮層流における非定常境界層の発達に伴い時間的に変化する壁面摩擦を理論的に示した。円管座標系における、円管内の流れを非圧縮性軸対称層流とし、圧力、密度は管の断面にわたり一定と仮定すると、運動量の式は以下のように示される。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{v} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\nu \rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.34)$$

また、平均流速 $U(t)$ は、任意の点での流速 $u(r,t)$ で表される。

$$U = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r u dr \quad (2.35)$$

式(2.33)をラプラス変換し、管壁における流速を 0、管軸上の流速を有限値とする境界条件の下で解き、それを積分することにより、壁面せん断応力が得られる。これを逆ラプラス変換することにより次式が得られる。

$$\tau_w(t) = \frac{4\rho\nu}{R} U(t) + \frac{2\rho\nu_1}{R} \int_0^t W \frac{\partial U}{\partial t} dt^* \quad (2.36)$$

式(2.35)の右辺第 1 項は十分に発達した流れに対する壁面せん断応力、第 2 項は発達区間において時間的な速度変化があるために生じる壁面せん断応力である。重み関数 W を計算するためには、各位置における過去のかなり長い時間にわたる速度変化が必要となるため莫大なメモリが必要であり、実用的であるとはいえない。

そこで Trikha⁽³⁶⁾が重み関数の近似式を求め、重み関数は Δt 時間前の状態量のみで計算できるようになり、大幅に小さなメモリで計算が可能になった。

Schulz と Sockel⁽³⁷⁾は、圧縮波背後の乱流流れにおける非定常摩擦を理論的に示した。彼の手法は、圧縮波背後の速度プロファイルを仮定し、非定常境界層の発達を表す式とその発達区間での摩擦速度を表す式を導き、それを解くことにより非定常摩擦を求めるというもので

ある。

静止していた管内の空気は圧力波によって加速される。この加速過程における壁面摩擦、すなわち非定常摩擦は定常流の摩擦と比較してかなり大きい、圧力波波面の変形に大きな影響を与える。

2.6 長い管路内の弱い圧縮波の伝播

本節では、長い管路内を伝播する圧縮波に関する従来の研究について述べる。管内を伝播する弱い圧縮波が特に問題となる工業的事例に、スラブ軌道(レールの下がコンクリート)トンネルにおけるトンネル出口騒音が挙げられる。

トンネルに高速鉄道が突入すると、列車がピストンの作用をして列車前方にある空気を圧縮し、列車前方に圧縮波が形成される⁽³⁹⁾。この圧縮波はトンネル内を減衰、及び変形しながら音速で伝播するという特性を持っている。出口に到達した圧縮波はパルス波となって外部空間を伝播し、このとき衝撃音を発生させる。このパルス波は鉄道関係者の間では微気圧波と呼ばれている。この微気圧波の大きさは、勾配が比較的小さい場合、出口圧縮波の波面の圧力勾配に比例⁽¹⁵⁾⁽³⁸⁾し、勾配が大きく衝撃波になるにつれて勾配によらず、衝撃波の強さに比例する⁽²⁵⁾ことがわかっており、この騒音問題の解決のためには管内を伝播する圧力波の特性を調べるのが重要である。

トンネル内を伝播する圧縮波に関しては、現在までに現地測定、模擬実験および数値解析が多々行われてきた。まず、現地測定において以下のようなことがわかった。

- ・ スラブ軌道トンネル内を伝播する圧縮波は、減衰するとともに、非線形効果によって波面が切り立っていく。
- ・ そのため、トンネルが長いほど微気圧波の強さは大きくなる。

次に、模擬実験⁽¹⁵⁾⁽³⁹⁾において以下のことがわかった。

- ・ 圧縮波は伝播すると共に、減衰及び非線形効果により波面が切り立っていく。
- ・ 初期圧縮波の最大圧力勾配及び、強さが大きいほど、非線形効果は大きくなる。
- ・ 初期圧力勾配及び強さが大きくなると、圧縮波の一部が衝撃波へと遷移する。

ただし、これらの模擬実験は、全て管路が管径の数百倍程度の管で行われたものであり、長さが10[km]を超えるような長大トンネル内を伝播する圧縮波の特性を調べるには管路長が不十分であった。そこで最近では、管路が管径の数千倍ある極めて長いテストセクションを持つ波動シミュレータを用いた実験⁽¹⁶⁾が行われ、以下のことがわかった。

- ・ 初期最大圧力勾配が比較的小さい場合、初めは圧縮波の波面は切り立ち、その後圧縮波の波

面の最大圧力勾配は減少していく。

- ・初期最大圧力が比較的大きい場合、伝播する圧縮波の波面は急激に切り立ち、一部が衝撃波に遷移し、衝撃波の強さは遷移直後に急激に増加し最大となる。その後衝撃波は伝播とともに減衰し、最終的には初期最大圧力勾配に関わらずほぼ同じ位置で消滅して圧縮波となる。圧縮波となった後は、波面の最大圧力勾配が減少しながら伝播していく。
- ・初期圧縮波の強さが等しい場合、初期最大圧力勾配に関係なく、圧縮波の強さは伝播とともに一様に減衰する。
- ・極めて長い距離を伝播すると、圧縮波の波形は波面の減衰効果により同一の形状となる。
- ・圧縮波の波面の切り立ちを生じさせる非線形効果の強さは、波面の最大圧力勾配および波面の形状に強く依存している。

2.7 長い管路内の弱い衝撃波の伝播

本節では、長い管路内を伝播する衝撃波に関する従来の研究について述べる。本実験と同様の実験装置を使用した戸倉による実験⁽²⁰⁾で、以下のことが明らかになっている。

- ・初期衝撃波強さが大きいほど、距離に対する衝撃波の減衰は小さくなる。本実験範囲において、衝撃波消滅距離は、初期衝撃波の強さに比例する。
- ・衝撃波が消滅し圧縮波となった後は、最大圧力勾配は伝播とともに急激に減少する。
- ・初期衝撃波強さが大きいほど、距離に対する圧力波強さの減衰は大きくなる。
- ・圧力波形上のオーバーシュートにおける圧力損失は、はじめ伝播に従い増加するが、長い距離を伝播すると減少に転じる。その圧力損失の圧力波強さに占める割合は、初期圧力波が強くなるほど大きくなるが、さらに強くなるとほぼ一定値になる。

戸倉は長い管路における弱い衝撃波の伝播特性について明らかにしたが、初期衝撃波条件が10kPa以下であったが、さらに強い条件(10kPa以上)については明らかになっておらずその先の傾向は分かっていない。

また、荒金⁽²¹⁾は本実験と同様の実験装置を使用し初期衝撃波条件が10kPa以上についての衝撃波の伝播特性を明らかにする実験を行った。その結果以下のことが明らかになった。

- ・衝撃波強さの値が約10kPa以上の位置では、初期衝撃波強さが大きいほど、距離に対する衝撃波の減衰は大きくなり、衝撃波高さの値が約10kPa以下の位置では、初期衝撃波強さが大きいほど、距離に対する衝撃波の減衰は小さくなる。
- ・初期衝撃波強さが約10kPa以下の条件では衝撃波消滅距離は初期衝撃波強さと比例して長くなるが、約10kPa以降では、衝撃波消滅距離の増加がなだらかになっている。
- ・衝撃波は伝播してゆくにつれ、衝撃波の部分は減衰し、それに伴い、衝撃波のステップ状の

部分は丸みを帯び圧縮波に変形する。

- ・衝撃波波形の波面背後では層流・遷移・乱流と流れ場が変動し、摩擦による圧力損失の値が変化するため、圧力分布のピークと谷（オーバーシュート）が存在する。流れ場の変動の違いによってオーバーシュートの度合いが変化する。
- ・初期衝撃波高さが大きいほどオーバーシュートの度合いが大きい。
- ・初期衝撃波高さが大きいほうが距離に対する圧力波強さの減衰が大きくなる。

しかし、荒金の実験では実験装置の長さが足らず衝撃波の消滅するところまで実験を行えておらず衝撃波の消滅や減衰などの伝播特性は明らかになっていない。また、荒金の実験で発生させた衝撃波は後ろに圧縮波をとまなうものであり、後ろに発達した圧縮波が衝撃波に及ぼす影響は考慮されていない。

さらに、山内⁽²²⁾は荒金の実験よりも長距離の同様な実験装置を用いて実験を行い、以下の結論を示している。

- ・衝撃波の後ろに圧縮波を伴った圧力波は変形しながら伝播していく。
- ・初期衝撃波強さが強いほど衝撃波の消滅距離は長くなる。
- ・衝撃波の減衰係数は初期衝撃波強さが強いほど小さくなる。つまり初期衝撃波が強いほど減衰しにくくなる。
- ・衝撃波の減衰、消滅に関する以下の式を衝撃波の強さ ΔP_s 、初期衝撃波強さ $\Delta P_{s,i}$ を用いて定義し、その式で計算した値は実験値とよく一致する。

$$\frac{\Delta P_s}{\Delta P_{s,i}} = \frac{e^{-k_s \frac{x}{D}} - e^{-k_s \frac{L_v}{D}}}{1 - e^{-k_s \frac{L_v}{D}}} \quad (2.37)$$

ここで、 k_s は衝撃波の減衰係数、 L_v は衝撃波の消滅距離である。

- ・衝撃波の後ろに発達する圧縮波の減衰係数は初期衝撃波強さが強いほど大きくなる。つまり初期衝撃波が強いほど減衰しやすくなる。
- ・ブラウンの式では $x/D=700$ あたりまでは実験値と似た値を求めることができる。伝播していくと波面の山の部分が実験値と離れていく。波面後方は実験値と理論値が一致する。
- ・衝撃波が消滅し圧縮波となり伝播していくと圧力勾配は一定の値となりバーガーズ衝撃波となる。

山内の実験においても、発生させた衝撃波は後ろに圧縮波をとまなうものであり、後ろに発達した圧縮波が衝撃波に及ぼす影響は考慮されていない。

そこで、猪頭⁽²²⁾は山内の用いた実験装置を用いて実験を行い、以下の結論を示している。

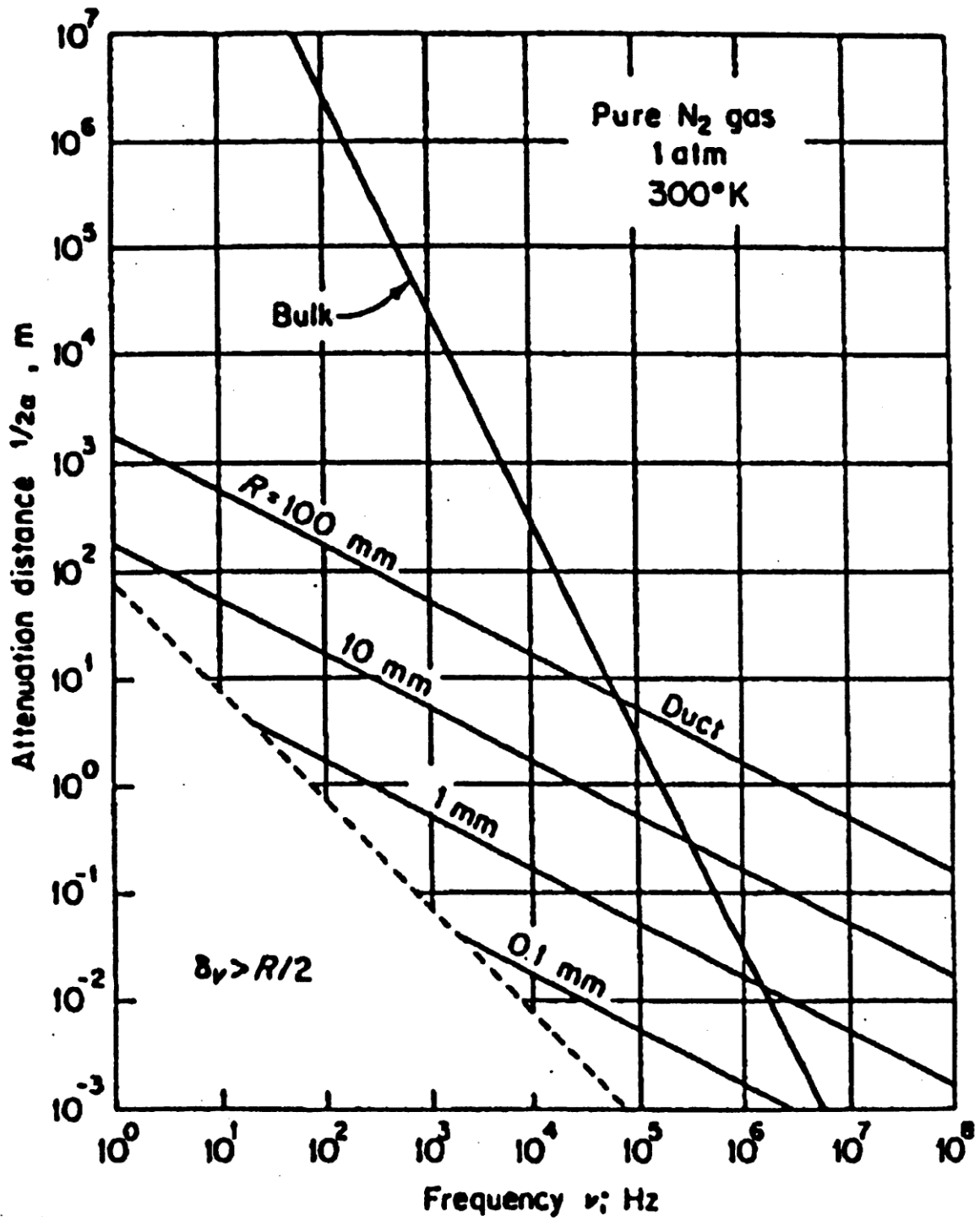
- ・初期波形の違いにより波形前面の変形にも変化が生じる。
- ・初期衝撃波強さが大きいほど、距離に対する衝撃波の減衰は小さくなるが、初期波形に衝撃波部分の後方に圧縮波が存在する場合、同程度の初期衝撃波強さであっても圧縮波が存在する衝撃波のほうが減衰は小さくなる。
- ・初期衝撃波強さが強いほど衝撃波の消滅距離は長くなるが、初期波形に衝撃波部分の後方に圧縮波が存在する場合、同程度の初期衝撃波強さであっても圧縮波が存在する衝撃波のほうが消滅距離は長くなる。圧縮波を考慮して初期衝撃波強さを定義することで、ステップ状の衝撃波と同様の傾向を示す。
- ・衝撃波のマッハ数が理論値よりも小さくなるのは、管内の音速が大気中の空気の音速よりも小さいためだと考えられる。
- ・衝撃波後方の波形の変形においても、初期衝撃波強さが大きいほど変形は顕著になるが、初期波形に衝撃波部分の後方に圧縮波が存在する場合、同程度の初期衝撃波強さであっても圧縮波が存在する衝撃波のほうが変形は顕著である。
- ・初期衝撃波強さが小さい場合、波形の形状は理論値と一致し、初期衝撃波強さが大きくなると理論値とのずれが大きくなる。

猪頭の実験では、衝撃波後方の圧縮波が衝撃波に及ぼす影響を、衝撃波管に隔壁を設けることで調べているが、隔壁が衝撃波や圧縮波に与える影響については考察されていない。

2.8 従来の研究に残された問題点

長距離管内を伝播する弱い衝撃波とその後方にある圧縮波についての実験的研究は過去に行われているが、そのメカニズムについては詳しく考慮されていない。

本研究では、過去の実験で用いられた破膜式衝撃波管を、オリフィスまで再現した計算モデルを用いて、圧力波形を実験値と比較、解析することで圧縮波の伝播特性について考察を行う。

Fig.2-1 減衰距離と周波数の関係⁽²⁴⁾

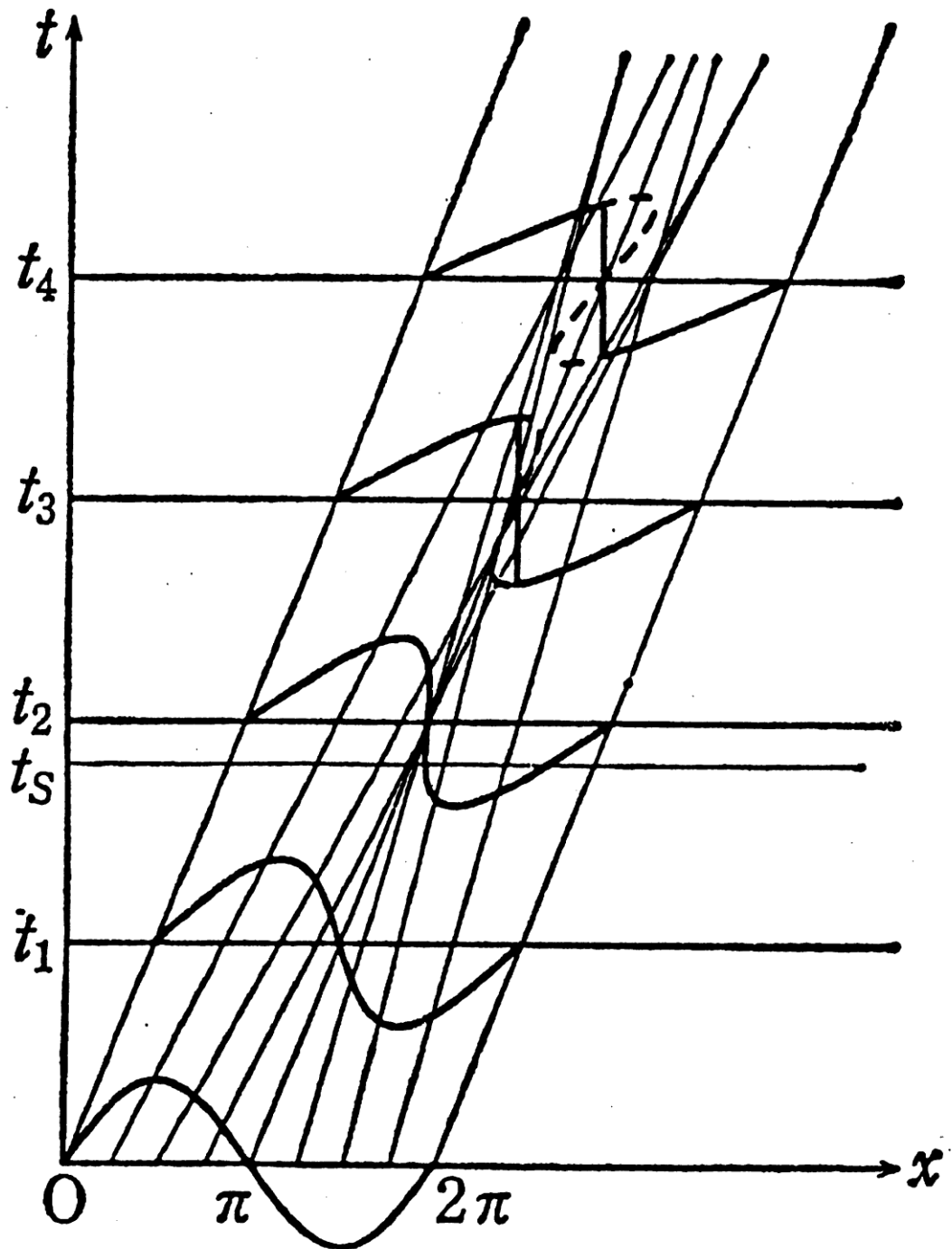


Fig.2-2 有限振幅波の伝播に伴う波形変化⁽¹⁴⁾

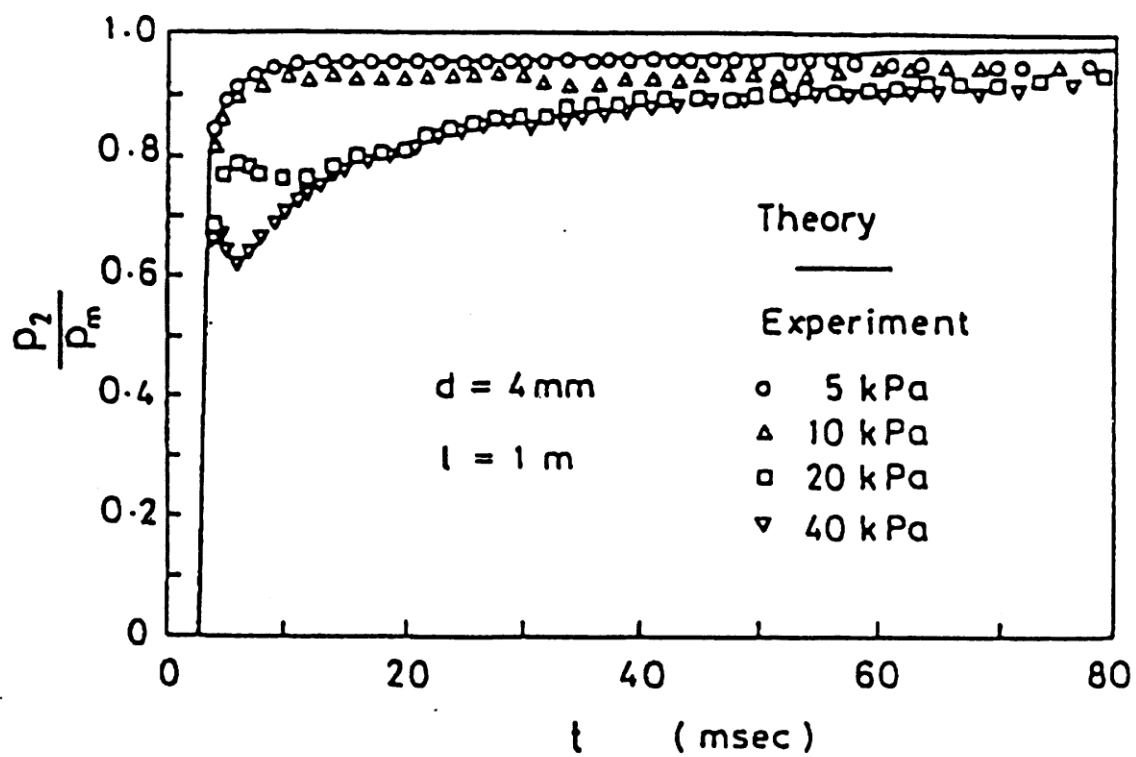


Fig.2-3 ステップ入力振幅による波形への影響⁽²⁷⁾

第3章 実験方法と解析方法

3.1 実験方法

3.1.1 衝撃波管

本研究で使用した衝撃波管の概要を Fig.3.1 に示す。波動駆動部(高圧室)、破膜部、波動伝播管(低圧室、テストセクション)により構成される。波動駆動部および波動伝播管には内径 16mm、外径 20mm の滑らかな壁面をもつ円形銅管を用いた。

波動駆動部の長さは 50m であり、波動駆動部の管端からの反射膨張波が測定部の圧力波に追いつかないように十分長くした。駆動気体である高圧空気を封入するために波動駆動部の管端は閉じてある。また、高圧室と低圧室の間の気密を保つため、高圧室と低圧室の間には Oリングを設置してある。また、破膜に用いた隔膜の材質は、酢酸ビニル、エタノールの混合物等である。波動伝播管は、1.75m の波動駆動部との接続をする銅管、1.5m おきに計 6 つの圧力孔が設置してある 10.5m の銅管 1 本、圧力孔が 1 つ設置してある 1m の銅管 3 本、10m の銅管 4 本、9m の銅管 8 本、4m の銅管 1 本からなる、131.25m の管端が開いている銅管である。これらを適当に組み合わせることで、様々な場所で圧力波形を取得することができる。また、波動伝播管は曲率半径 1.4m の曲がり管となっている。圧力波の伝播特性に対する管路の曲率半径の影響は無視できることが過去の実験⁽¹⁹⁾により確認されている。破膜により形成された衝撃波は波動伝播管を伝播したのち、管端から大気に放出される。非常に長い波動駆動部、および波動伝播管により本波動シミュレータでは Fig.3.2 の波動線図のような状態になっている。

3.2 測定装置

本実験において圧力波の測定には、圧力センサー(Kulite 社製, XCS-190)を用いており、共振周波数はカタログ値で 150kHz、実測で約 90kHz~110kHz である。圧力センサーの設置状態を Fig.3.3 に示す。圧力センサーの原理は、半導体(シリコン)のピエゾ効果(半導体結晶に機械的ひずみが加わると、内部のエネルギー構造が変化し、これに伴いキャリア電子の移動量に変化して、電気抵抗が変わる現象)を利用した圧力トランスデューサで、シリコン・ダイアフラム型とメタル・ダイアフラム型がある。シリコン・ダイアフラム型は、IC 手法の一つである拡散法を用いて、半導体のシリコンチップ上に直接ホイトストーン・ブリッジを形成し、これをダイアフラムとするものである。またメタル・ダイアフラム型は、シリコンチップをダイアフラムとして使うメタル(17-4PH ステンレス鋼)の裏側へ接着した構造となっている。圧力センサーの出力電圧を、アンプ(TEAC 社製, SA-57 および SA-59)により増幅させた。圧力センサーは、圧力波伝播の原点から順に S1, S2, S3 とした。Fig.3.4 は、各圧力センサーの検定結

果である。

それぞれの結果より，ゲージ圧 ΔP [kPa]，電圧値 V [Volt]は次の通り換算できる。

$$S1 : \Delta P = 4.97V - 0.20 \quad (3.1)$$

$$S2 : \Delta P = 5.27V + 0.063 \quad (3.2)$$

$$S3 : \Delta P = 2.82V - 0.090 \quad (3.3)$$

3.3 実験手順

実験手順について述べる。最初に高圧室と低圧室の間に膜を設ける。その後，波動駆動部内に任意の圧力の空気を封入することにより，破膜させる。波動駆動部内の空気が波動伝播管内に流入し，その管内の空気を圧縮することで衝撃波が形成される。こうして形成された衝撃波による圧力の時間的変化を，低圧室内壁に設置した上述の圧力センサーにより測定した。S1 をトリガー源とし，このセンサーがトリガーレベル以上の電圧を感知した時点を実験の原点としてトリガーがかかり，400msec 間(0.5 μ s 間隔で 80 万点)にわたって圧縮波の波形を記録した(ただし，記録開始時間および終了時間は測定距離によって異なる)。圧力センサーの出力電圧はアンプ(TEAC 社製，SA-59)により増幅される。増幅された信号はメモリハイコーダ(日置電機製，8861-50)のディスプレイに表示され，デジタル化された電圧値として記録される。メモリハイコーダの分解能は 16bit，サンプル点数は 2M 点，サンプリングレートは 5MHz である。

3.4 測定された圧力波の解析方法とその定義

Fig.3-5(a)に波形前面が切り立っている圧力波形の衝撃波の定義について示す。Fig.3.5(b)に衝撃波と圧縮波の混在した圧力波の定義について示す。Fig.3.5(c)に波形前面が圧縮波のみの場合の最大圧力勾配の定義について示す。本実験では，圧縮(圧力)波強さ(つまり最大圧力値)，衝撃波強さ，最大圧力勾配，オーバーシュートにおける圧力損失，及び波頭から圧力が極大または極小となるまでの時間を以下の様に定義した。まず，Fig.3.5(a)では，圧力上昇の開始点を点(a)，ステップ状の上昇の開始点を点(b)とし，点(b)から圧力が一定になっている間の高さを衝撃波強さ ΔP_s とした。Fig.3.5(b)では，点(a)，(b)の定義は Fig.3.5(a)と同様である。ステップ状の上昇が終了する点を点(c)，点(b)-(c)間の高さを衝撃波強さ ΔP_s ，圧力が最大となり減少へと転じる点を点(d)，点(a)-(d)間の高さを圧力波強さ ΔP_c ，圧力が極小となる点を点(e)とし，点(d)-(e)間の高さを圧力損失 ΔP_t とした。また，点(a)-(d)間，点(a)-(e)間の時間間隔をそれぞれ Δt_{tr1} ， Δt_{tr} と定義した。Fig.3.5(c)では，点(a)，(d)，(e)， ΔP_c ， ΔP_t ， Δt_{tr1} ， Δt_{tr2} の定義は，Fig.3.5(b)と同様である。点(a)-(d)間の勾配の最大をとる点を点(f)とし，圧力勾配を最大圧力勾配 $(d\Delta p/dt)_{max}$ とした。

また，衝撃波は計測時，圧力センサー孔(約 4mm)を通り過ぎるのに約 0.011ms ほど時間がかかる。仮に $\Delta P_s=3\text{kPa}$ の衝撃波が通り過ぎるとき，約 270kPa/ms の勾配をもつ波として観測され，

正しく衝撃波を測定できない。そこで、本研究では Fig.3.6 のように、伝播する波の最大圧力勾配を測定し、勾配が 20kPa/msec となる位置までを衝撃波とした。また、データ分析として移動平均を用いているが、衝撃波の最大圧力勾配は移動平均の影響を受けるため本研究においては過去の実験を参考にデータ分析を行った。

3.5 実験条件

実験を行うに際し、Table.3-1 に示すように初期衝撃波強さ $\Delta P_{s,i}$ について 8 つの初期条件 (Condition 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) を定めた。また、それぞれの実験条件で破膜に用いた隔膜によって、波形の異なる圧力波を発生させ、Case A, Case B, Case C, と分類している。Case A では、破膜部の小さい穴を 1 つ開けた紙を設置し、その後隔膜として酢酸ビニル、エタノール等の混合物を設置した。これにより、銅管内の空気と膜の接触面積が減少する。接触面積は Condition 1, 2, 3 それぞれ 12, 18, 24mm² である。接触面積や隔膜の厚さの違いにより、初期衝撃波強さの異なる圧力波を発生させた。Case B では酢酸ビニル、エタノール等の混合物を使用し、Case C ではポリエチレンを使用した。Case B, C では隔膜の厚さを変えることにより初期衝撃波強さの異なる圧力波を発生させた。

実験において圧力センサーから得られた波形を用いて計算した流れの初期衝撃波マッハ数 M_s は、各実験条件について、それぞれ $M_s=1.009$ (Condition 1), $M_s=1.015$ (Condition 2), $M_s=1.022$ (Condition 3), $M_s=1.013$ (Condition 4), $M_s=1.021$ (Condition 5), $M_s=1.024$ (Condition 6) となっている。実験値のマッハ数は圧力センサーで得た波形中の衝撃波部分の移動速度 U_s [m/s] から (b) 点での流速 u_1 [m/s] を差し引いた後の値を、同じく (b) 点における音速 a_1 [m/s] で割ったものである。音速は温度センサーから得られた値を用いて求めた。式を以下に示す。

$$M_s = \frac{U_s - u_1}{a_1} \quad (3.4)$$

3.6 数値解析 ANSYS Fluent 18.1

数値解析には汎用熱流体解析ソフトウェアである ANSYS Fluent 18.1 を使用し、二次元非定常解析を行った。数値解析手法は有限体積法であり、支配方程式は連続の式、運動方程式、エネルギー方程式である。空間の離散化には三次精度 MUSCL スキーム、時間の離散化には二次精度陰解法、勾配と微分の評価には Green-Gauss セルベース法、乱流モデルには $k\text{-}k_L\text{-}\omega$ 遷移モデルを用いた。以下に、これらの詳細を示す。

3.7 支配方程式

ANSYS Fluent では、全ての流れについて質量と運動量の保存式を解いており、伝熱や圧縮性を伴う流れについてはエネルギー保存式を追加して解いている。流れが乱流の場合には、追加的に輸送方程式が解かれている。質量保存方程式（連続の式）は、以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = S_m \quad (3.5)$$

式(3.1)は、質量保存方程式の一般形を示し、非圧縮および圧縮流れに対して有効である。ソース項 S_m は、分散相の影響（たとえば、液滴の蒸発）およびユーザー定義ソースによって連続相に加えられた質量である。慣性系（非加速の基準座標）における運動量保存は、^[39]で表される。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (3.6)$$

ここで、 p は静圧、 $\bar{\bar{\tau}}$ は（以下に記述の）応力テンソル、 $\rho \mathbf{g}$ と \mathbf{F} はそれぞれ重力体積力と外部体積力（たとえば、分散相との相互作用により発生する力）である。 \mathbf{F} は多孔質媒体やユーザー定義ソースなど、他のモデル依存のソース項も含む。応力テンソル $\bar{\bar{\tau}}$ は次式により与えられる。

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu \left[(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{I} \right] \quad (3.7)$$

ここで、 μ は分子粘度、 \mathbf{I} は単位テンソルで、右辺の第 2 項は体積膨張の効果を表す。ANSYS Fluent では、エネルギー方程式を次の形式で計算する。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot [\mathbf{v}(\rho E + p)] = -\nabla \cdot \left(k_{\text{eff}} \nabla T - \sum_j h_j \mathbf{J}_j + \bar{\bar{\tau}}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v} \right) + S_h \quad (3.8)$$

ここで、 k_{eff} は有効熱伝導率 ($k + k_t$, k_t は乱流熱伝導率で乱流モデルに応じて定義)、 \mathbf{J}_j は化学種 j の拡散流速である。式(3.4)の右辺の第 3 項までは、それぞれ伝導、化学種の拡散、粘性散

逸によるエネルギー輸送を表している。また、 S_h には化学反応による生成熱やユーザーが定義した体積熱源を含む熱源が含まれる。式(3.8)では、次式のとおりである。

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (3.9)$$

ここで、 h は顕エンタルピーで、理想気体に対しては

$$h = \sum_j Y_j h_j \quad (3.10)$$

と定義され、非圧縮性流れに対しては次式で定義される。

$$h = \sum_j Y_j h_j + \frac{p}{\rho} \quad (3.11)$$

式(3.10)と式(3.11)において、 Y_j は化学種 j の質量分率であり、次式が成り立つ。

$$h_j = \int_{T_{\text{ref}}}^T c_{p,j} dT \quad (3.12)$$

圧縮性流れにおいて理想気体の法則は、次式のように表すことができる。

$$\rho = \frac{p_{\text{op}} + p}{\frac{R}{M_w} T} \quad (3.13)$$

ここで、 p_{op} は基準圧力、 p は基準圧力に対する局所ゲージ圧、 R は一般気体定数、 M_w は分子量である。温度 T はエネルギー方程式から算出される。

3.8 空間の離散化

3.8.1 中心差分法

中心差分法では，変数のフェース値 (ϕ) を次式によって計算する．

$$\phi_{f,CD} = \frac{1}{2}(\phi_0 + \phi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_0 \cdot \mathbf{r}_0 + \nabla\phi_1 \cdot \mathbf{r}_1) \quad (3.14)$$

ここで，添え字の 0 と 1 はフェース f を共有するセルを意味し， $\nabla\phi_0$ と $\nabla\phi_1$ はそれぞれセル 0 とセル 1 において再構成された勾配， \mathbf{r} はセル重心からフェースの重心に向かうベクトルである．中心差分法については，オーバーシュートと非物理的な解の振動を起し，数値解析を不安定にする可能性があることがよく知られている．これらの不安定問題は，多くの場合，中心差分法で遅延補正を用いることにより回避できる．このアプローチでは，フェース値を次式によって計算している．

$$\phi_f = \underbrace{\phi_{f,UP}}_{\text{implicit part}} + \underbrace{(\phi_{f,CD} - \phi_{f,UP})}_{\text{explicit part}} \quad (3.15)$$

ここで，UP は風上を意味している．上式に示すとおり，風上成分は陰的に扱う一方，中心差分と風上差分との値の差は陽的に扱っている．数値計算が収束すれば，これは純粋な二次差分となる．

3.8.2 二次精度風上差分法

二次精度風上差分法は，セルフェースにおける変数値は，多次元線形構築法^[40]により算出する．この手法では，セル中心における値をセル重心まわりでテイラー級数展開することにより，フェースにおける高次精度の値を得る．つまり，二次精度風上差分を選択すると，フェース値 ϕ_f は，次式を用いて算出される．

$$\phi_{f,SOU} = \phi + \nabla\phi \cdot \mathbf{r} \quad (3.16)$$

ここで， ϕ と $\nabla\phi$ は上流セルにおけるセル中心値とその勾配であり， \mathbf{r} は上流セルの重心からフェース重心への変移ベクトルである．この場合，勾配 $\nabla\phi$ を各セルについて，「勾配と微分の評価の検討」に従って求める必要がある．また，最大値や最小値がオーバーシュートしないように，勾配 $\nabla\phi$ の値には制限がかけられている．

3.8.3 三次精度 MUSCL スキーム

三次精度 MUSCL，これはオリジナルの MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws)^[41]から考案された対流項の三次精度スキームで，中心差分法と二次精度風上差分法を次式のように組み合わせている．

$$\phi_f = \theta\phi_{f,CD} + (1-\theta)\phi_{f,SOU} \quad (3.17)$$

ここで、 $\phi_{f,CD}$ は式(3.14)で定義され、 $\phi_{f,SOU}$ は二次精度風上差分法の計算値である。MUSCLスキームはいかなるメッシュにも適用できる。二次精度風上差分法と比較すると、三次精度MUSCLはあらゆるタイプのメッシュで空間精度が向上するよう、とりわけ複雑な三次元流れで著しく数値拡散が抑えられており、輸送方程式を問わずに利用できる。

3.9 時間の離散化

非定常シミュレーションでは、支配方程式は空間および時間の両面について離散化する必要がある。時間依存性を持つ方程式の空間離散化方法は、定常解析の場合と同一である。時間の離散化では、微分方程式の各項について、時間ステップ Δt で積分を行う。非定常項の積分は、以下のように直接的に行うことができる。変数 ϕ の時間発展は、一般に次式で表すことができる。

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (3.18)$$

ここで、関数 F には空間離散化を含む。時間微分を後退差分を使って一次精度で離散化すると、次式となる。

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (3.19)$$

また、二次精度の離散化は、次式で与えられる。

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (3.20)$$

ここで、

$\phi =$ スカラー量

$n+1 =$ 次の時間レベル $t + \Delta t$ における値

$n =$ 現在の時間レベルにおける値

$n-1 =$ 前の時間レベル $t - \Delta t$ における値

時間微分が離散化されたら、あとは、 $F(\phi)$ の評価方法を選択する。特に、どの時間レベルにおける ϕ の値により F を評価するかが問題である。

3.9.1 陰的時間積分

$F(\phi)$ を未来の時間レベルで評価するという方法がある。

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (3.21)$$

この場合、注目しているセルにおける ϕ^{n+1} は関数 $F(\phi^{n+1})$ によって隣接のセルの ϕ^{n+1} と関連付けられるため、「陰的」積分と呼ばれる。

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^{n+1}) \quad (3.22)$$

この陰的方程式は、次の時間ステップに移行するまで、各時間ステップにおいて反復法で計算される。この完全陰解法には、時間ステップの大きさにかかわらず、無条件に安定しているという利点がある。

3.10 勾配と微分の評価

3.10.1 Green-Gauss の定理

Green-Gauss の定理を用い、スカラー ϕ の勾配をセル中心 c_0 で計算するときは、その離散形式が以下のように書かれる。

$$(\nabla \phi)_{c_0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\phi}_f A_f \quad (3.23)$$

ここで、 ϕ_f はセルのフェース中心における ϕ の値で、以下の節に示すとおりに算出される。和はセルを囲む全フェースにわたってとっている。

3.10.2 Green-Gauss セルベース法による勾配の評価

特に指定がなければ、式(3.23)のフェース値 $\bar{\phi}_f$ は次式により、フェースに隣り合うセル中心での値を算術平均して求めている。

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_{c_0} + \phi_{c_1}}{2} \quad (3.24)$$

3.11 密度ベースソルバー

密度ベースソルバーでは、質量、運動量、および（必要に応じて）エネルギーと化学種の輸送に関する支配方程式を連立してベクトル形式で同時に解いている。その後、追加スカラーの支配方程式を逐次（お互いの式や連成した連立方程式と分離して）計算する。連成した連立方程式を計算するアルゴリズムには、連成型陽解法と連成型陰解法の2種類がある。

3.11.1 ベクトル形式の支配方程式

単一成分流体の支配方程式系で平均流れ特性を記述する場合は、方程式が以下のような積分型の直交座標形式になる。ここでは、コントロールボリュームを V 、微小面積を dA としている。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.25)$$

ここで、ベクトル \mathbf{W} , \mathbf{F} , \mathbf{G} は次のように定義される。

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u + p i \\ \rho v v + p j \\ \rho v w + p k \\ \rho v E + p v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij} v_j + \mathbf{q} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

また、ベクトル \mathbf{H} には、体積力やエネルギーソースといったソース項が含まれる。ここで、 ρ , v , E , p , はそれぞれ、流体の密度、速度、単位質量当たりの全エネルギー、圧力である。 τ は粘性応力テンソルであり \mathbf{q} は熱流束である。全エネルギー E は、全エンタルピー H と次式のような関係がある。

$$E = H - \frac{p}{\rho} \quad (3.27)$$

ここで、

$$H = h + \frac{|v|^2}{2} \quad (3.28)$$

低 Mach 数の流れでは、流体速度 v と音速 c の差が大きいため、式(3.25)における形式の Navier-Stokes 方程式は、数値的な硬直性が非常に強くなる。非圧縮性流れの場合は、音波の伝播速度が無限大（音速が無限大）であるため、流体速度と無関係に同様の状態となる。このような条件で支配方程式が数値的に硬直になると、収束速度が低下する。ANSYS Fluent の密度ベースソルバーでは、(時間微分)プリコンディショニング^[42]と呼ばれる手法により、この問題を克服している。

3.11.2 プリコンディショニング

時間微分プリコンディショニングでは、まずプリコンディショニング行列を掛けることにより、式(3.25)の時間微分項を変更する。この結果、解こうとしている方程式系における音速(固有値)のスケールが変更され、低 Mach 数の流れや非圧縮性流れで発生する数値的硬直性が緩和される。プリコンディショニング行列の作成ではまず、以下の連鎖法則を用いて、式(3.25)の従属変数を保存量 \mathbf{W} はから原始変数 \mathbf{Q} に変換する。

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.29)$$

ただし, \mathbf{Q} はベクトル $(p, u, v, w, T)^T$ であり, ヤコビアン $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ は次式である.

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \rho_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \rho_p u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \rho_p v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \rho_p w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \rho_p H - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

ここで,

$$\rho_p = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T, \quad \rho_T = \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p \quad (3.31)$$

また, 理想気体では $\delta = 1$, 非圧縮性流れでは $\delta = 0$ である. 複数の理由から, 従属変数として原始変数 \mathbf{Q} を採用した. まず, 非圧縮性流れの計算では, この変数の採用が自然である. 次に, 二次精度を適用する場合, 粘性流束における速度勾配と温度勾配, および非粘性流束における圧力勾配をより正確に解析するためには, \mathbf{W} ではなく \mathbf{Q} を再構成する必要がある. また, 圧力を従属変数とすると, 軽内における音波の伝播のみを取り出すことが可能となる^[43]. 方程式のプリコンディショニングには, ヤコビアン $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ の代わりにプリコンディショニング行列 $\mathbf{\Gamma}$ を適用する. その結果, プリコンディショニングされた方程式は, 保存形式で以下のようになる.

$$\mathbf{\Gamma} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.32)$$

ここで,

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \Theta u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \Theta v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \Theta w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \Theta H - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Θ は, 次式で与えられる.

$$\Theta = \frac{1}{U_r^2} - \frac{\rho_T}{\rho C_p} \quad (3.34)$$

方程式の固有値が対流時間スケールと拡散時間スケールに関して適切な状態に保たれるように、式(3.34)に現れる参照速度 U_r は局所的に選択する。よって、プリコンディショニングされた方程式 (式(3.32)) の固有値は次式のとおりとなる。

$$u, \quad u, \quad u, \quad u' + c', \quad u' - c' \quad (3.35)$$

ここで、

$$\begin{aligned} u &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \\ u' &= u(1 - \alpha) \\ c' &= \sqrt{\alpha^2 u^2 + U_r^2} \\ \alpha &= \frac{1 - \beta U_r^2}{2} \\ \beta &= \rho_p + \frac{\rho_T}{\rho C_p} \end{aligned}$$

理想気体では、 $\beta = 1/\gamma RT = 1/c^2$ である。音速とそれ以上の速度域では $U_r = c$ であり、 $\alpha = 0$ となるので、プリコンディショニングされた方程式の固有値は、プリコンディショニング前と同じ $u \pm c$ という形式になる。一方、低速では、 $U_r \rightarrow 0$ で $\alpha \rightarrow 1/2$ であり、固有値はすべて u と同じオーダーになる。密度一定の流れでは、 U_r の値にかかわらず、 $\beta = 0$ かつ $\alpha = 1/2$ となる。参照速度が局所速度と同じオーダーであれば、固有値はすべて、 u と同じオーダーのままになる。つまり、プリコンディショニングされた方程式の固有値は、あらゆる速度域で適切な状態に保たれる。

3.11.3 Roe の流束差分法

式(3.32)に現れる非粘性流束ベクトル \mathbf{F} は、標準的な風上差分による流束差分スキーム^[44]によって評価される。このアプローチの場合、流束ベクトル \mathbf{F} には、方程式の固有値の速さと方向で計算領域内を伝播していく特性情報が含まれていることに基づいている。 \mathbf{F} をそれぞれが特定の方向に伝播する情報 (特性情報) を含む部分に分解し、その分離された流束に対応する固有値に適した方法で流束に風上差分を適用すれば、各フェースにおける離散化流束に関する次式を得ることができる。

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_R - \mathbf{F}_L) - \frac{1}{2}\Gamma|\hat{\mathbf{A}}|\delta\mathbf{Q} \quad (3.36)$$

ここで、 $\delta\mathbf{Q}$ は空間的変移量 $\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L$ である。流束 $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}(\mathbf{Q}_R)$ と $\mathbf{F}_L = \mathbf{F}(\mathbf{Q}_L)$ は、フェースの「右」側面と「左」側面における (再構築された) 解ベクトル \mathbf{Q}_R と \mathbf{Q}_L から算出する。行列 $|\hat{\mathbf{A}}|$ の定義は、次式のとおりである。

$$|\hat{\mathbf{A}}| = \mathbf{M}|\mathbf{A}|\mathbf{M}^{-1} \quad (3.37)$$

ここで、 \mathbf{A} は固有値の対角行列であり、 \mathbf{M} は $\Gamma^{-1}\mathbf{A}$ を対角化する固有行列である。なお、 \mathbf{A} は非粘性流束のヤコビアン $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{Q}$ である。プリコンディショニングされていない理想気体に対す

る方程式系では, Roe の平均値を使用して $\Gamma|\hat{A}|$ を評価すると, 式(3.36)は Roe の流束差分スキーム^[44]となる. ここでは, 状態量 Q_R と Q_L の算術平均を使用している. ここで採用されている形式では, 式(3.37)は, 二次精度の中心差分に行列散逸を組み合わせたものと考えることができる. 追加された行列散逸項は, 超音速流における対流変数や圧力, 流束の速度の風上化で利用されるだけでなく, 低速流れや非圧縮流れにおいて計算の安定化と収束性向上に必要な圧力-速度連成も行う項である.

3.11.4 陰的時間ステップ (二重タイムステップ法)

陰的時間ステップ (別名, 二重タイムステップ法) は密度ベースの陽解法と陰解法に用意してある手法である. 非定常シミュレーションを陰的時間ステップ (二重タイムステップ法) で実施する場合, ANSYS Fluent では低 Mach 数で時間微分型の非定常プリコンディショナを用いている. そのため, 対流だけのプロセス (非定常乱流のシミュレーションなど) や音響プロセス (波動の伝播シミュレーションなど) のどちらでも, 精度のよい結果が得られる^{[45][46]}. ここでは, プリコンディショニングされた擬似的な時間微分項を式(3.21)に以下のように導入している.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \Gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.38)$$

ここで, t は実時間を表し, τ は時間進行法で利用する擬似時間を表す. ここで, $\tau \rightarrow \infty$ で式(3.38)の左辺第 2 項は消滅し, 式(3.25)に戻る. 式(3.38)における非定常項は, 一次精度または二次精度の後退差分により, 時間について陰的に離散化する. この二重時間方式を半離散形で書いたものが次式である.

$$\left(\frac{\Gamma}{\Delta \tau} + \frac{\varepsilon_0}{\Delta t} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \right) \Delta \mathbf{Q}^{k+1} + \frac{1}{V} \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \mathbf{H} - \frac{1}{\Delta t} (\varepsilon_0 \mathbf{W}^k - \varepsilon_1 \mathbf{W}^n + \varepsilon_2 \mathbf{W}^{n-1}) \quad (3.39)$$

ここで, $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1/2$, $\varepsilon_2 = 0$ では, 時間精度が一次精度となり, $\varepsilon_0 = 3/2$, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1/2$ では二次精度となる. k は内部反復カウンタであり, n は実時間レベルを表す. 各実時間レベルにおいては, 擬似的な時間微分項がゼロになるまで内部反復計算を行う. 内部反復計算としては, 陰的時間進行アルゴリズムまたは陽的時間進行アルゴリズムのいずれでも使用することができる. 擬似時間における (内部) 反復計算では, \mathbf{W}^n と \mathbf{W}^{n-1} が一定に保たれるとともに, \mathbf{W}^k が \mathbf{Q}^k から算出される. $\tau \rightarrow \infty$ において, 次の実時間レベルの解 \mathbf{W}^{n+1} は $\mathbf{W}(\mathbf{Q}^k)$ として与えられる. 実時間ステップ Δt は, 必要な時間離散化精度によってのみ制限される. 擬似時間ステップ $\Delta \tau$ は (陰的または陽的な) 時間進行法の CFL 条件によって決定される.

3.12 乱流モデル

3.12.1 Reynolds (アンサンブル) 平均

Reynolds 平均では、瞬間的な（厳密な）Navier-Stokes の方程式における解変数が、平均成分（アンサンブル平均、もしくは時間平均）と変動成分とに分解される．速度成分に対しては、

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.40)$$

ここで、 \bar{u}_i と u'_i は平均速度成分と変動速度成分である ($i = 1, 2, 3$)．同様に、圧力などのスカラー量に対しては、

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.41)$$

ここで、 ϕ は、圧力、エネルギー、化学種濃度などのスカラー量を示す．流れ変数に対するこの式を、瞬間的な連続方程式を運動方程式に代入し、時間（またはアンサンブル）平均 ($\bar{\cdot}$ ．ただし、以後、オーバーラインは省略する) をとることにより、アンサンブル平均運動方程式を得る．これを直角座標のテンソル形式で表すと、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.43)$$

式(3.38)と式(3.39)は Reynolds 平均をとった、Navier-Stokes (RANS) 方程式と呼ばれる．これらは、一般的な形の上では瞬間的な Navier-Stokes 方程式と同じであるが、速度やその他の解変数は、ここではアンサンブル平均（または時間平均）されたものになっている．この段階で、

乱流の影響を表す付加的な項が現れている．この $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ が「Reynolds 応力」であり、式(3.43)

を閉じるためには、これをモデル化しなければならない．密度変化のある流れに対しては、式(3.42)と式(3.43)は、Favre 平均 Navier-Stokes の方程式^[47]と解釈することができる．このとき、速度は密度平均値を表す．したがって、式(3.42)と式(3.43)は、密度変化のある流れに対して適用できる．

3.12.2 k - k_L - ω 遷移モデル

k - k_L - ω 遷移モデル^[48]は境界層の発達予測や遷移の発生計算のためのモデルである。このモデルは境界層の層流域から乱流域に至る遷移を効果的に取り扱うことができる。 k - k_L - ω モデルは3本の方程式からなる渦粘性係数の形であるとされ、その中に乱流運動エネルギー (k_T)、層流運動エネルギー (k_L)、および乱流時間スケールの逆数 (ω) を求める次の輸送方程式を組み込んでいる。

$$\frac{Dk_T}{Dt} = P_{k_T} + R + R_{\text{NAT}} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (3.44)$$

$$\frac{Dk_L}{Dt} = P_{k_L} - R - R_{\text{NAT}} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right) \quad (3.45)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega_1} \frac{\omega}{k_T} P_{k_T} + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_w} \right) \frac{\omega}{k_T} (R + R_{\text{NAT}}) - C_{\omega_2} \omega^2 + C_{\omega_3} f_w \alpha_T f_w^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.46)$$

渦粘性係数と総温度伝導率を介して乱流と層流の変動を平均の流れおよびエネルギーの方程式に組み込んだ式は次のとおりである。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_{\text{TOT}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k_{\text{TOT}} \delta_{ij} \quad (3.47)$$

$$-\overline{u_i \theta} = \alpha_{\theta, \text{TOT}} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (3.48)$$

有効長さは次のように定義される。

$$\lambda_{\text{eff}} = \min(C_\lambda d, \lambda_T) \quad (3.49)$$

ここで、 λ_T は乱流の長さスケールで、次式によって定義される。

$$\lambda_T = \frac{\sqrt{k}}{\omega} \quad (3.50)$$

そして、小スケールのエネルギーは次式によって定義される。

$$k_{T,s} = f_{ss} f_w k_T \quad (3.51)$$

$$f_w = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{\lambda_T} \quad (3.52)$$

$$f_{ss} = \exp \left[- \left(\frac{C_{ss} \nu \Omega}{k_T} \right) \right] \quad (3.53)$$

大スケールのエネルギーは次式で与えられる.

$$k_{T,l} = k_T - k_{T,s} \quad (3.54)$$

式(3.47)と式(3.50)を合計すると, 乱流運動エネルギー k_T になる. 乱流変動によって発生する乱流生成項は次式で与えられる.

$$P_{k_T} = \nu_{T,s} S^2 \quad (3.55)$$

ここで, 小スケールの乱流粘性係数は $\nu_{T,s}$ である.

$$\nu_{T,s} = f_v f_{\text{INT}} C_\mu \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.56)$$

かつ

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{S}{\omega}} \quad (3.57)$$

$$f_v = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{Re_{T,s}}}{A_v}\right) \quad (3.58)$$

間欠度に起因した乱流生成を規定する減衰係数は次式で表される.

$$f_{\text{INT}} = \min\left(\frac{k_L}{C_{\text{INT}} k_{\text{TOT}}}, 1\right) \quad (3.59)$$

$$Re_{T,s} = \frac{f_w^2 k_T}{\nu \omega} \quad (3.60)$$

式(3.45)の P_{k_L} は大スケールの乱流変動により生成する層流運動エネルギーで, 次式のようになっている.

$$P_{k_L} = \nu_{T,l} S^2 \quad (3.61)$$

大スケールの乱流粘性係数 $\nu_{T,l}$ は次のようにモデル化される.

$$\nu_{T,l} = \min\left[\nu_{T,l}^*, \frac{0.5(k_L + k_{T,l})}{S}\right] \quad (3.62)$$

ここで,

$$\nu_{T,l}^* = f_{\tau,l} C_{11} \frac{\Omega \lambda_{\text{eff}}^2}{\nu} \sqrt{k_{T,l}} \lambda_{\text{eff}} + \beta_{\text{TS}} C_{12} \phi_{\text{NAT}} d^2 \Omega \quad (3.63)$$

式(3.62)の最小値はリアライザビリティ (実現性) の制約で, 二次元に発達する境界層においてリアライザビリティが乱れないようにしている. 時間スケールに基づく減衰関数 $f_{\tau,l}$ は次式のとおりである.

$$f_{\tau,1} = 1 - \exp\left(-C_{\tau,1} \frac{k_{T,1}}{\lambda_{\text{eff}}^2 \Omega^2}\right) \quad (3.64)$$

ここで、式(3.63)の β_{TS} は、

$$\beta_{\text{TS}} = 1 - \exp\left\{-\frac{[\max(\phi_{\text{NAT}} - C_{\text{TS,crit}}, 0)]^2}{A_{\text{TS}}}\right\} \quad (3.65)$$

$$\phi_{\text{NAT}} = \frac{d^2 \Omega}{\nu} \quad (3.66)$$

壁近傍の散逸は次式で与えられる.

$$D_T = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \quad (3.67)$$

$$D_L = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \quad (3.68)$$

式(3.44)-式(3.46)の R は、バイパス遷移中に流れ方向の変動が乱流に崩壊する平均的效果を表した次式である.

$$R = \frac{C_R \beta_{\text{BP}} k_L \omega}{f_w} \quad (3.69)$$

β_{BP} はそのバイパス遷移プロセスを制御する次式のしきい値関数である.

$$\beta_{\text{BP}} = 1 - \exp\left(-\frac{\phi_{\text{BP}}}{A_{\text{BP}}}\right) \quad (3.70)$$

$$\phi_{\text{BP}} = \max\left[\left(\frac{k_T}{\nu \Omega} - C_{\text{BP,crit}}\right), 0\right] \quad (3.71)$$

不安定性による乱流への崩壊は自発的遷移生成項とされ、次式で与えられる.

$$R_{\text{NAT}} = C_{R,\text{NAT}} \beta_{\text{NAT}} k_L \Omega \quad (3.72)$$

$$\beta_{\text{NAT}} = 1 - \exp\left[-\frac{\max\left(\phi_{\text{NAT}} - \frac{C_{\text{NAT,crit}}}{f_{\text{NAT,crit}}}, 0\right)}{A_{\text{NAT}}}\right] \quad (3.73)$$

$$f_{\text{NAT,crit}} = 1 - \exp\left(C_{\text{NC}} \frac{\sqrt{k_L} d}{\nu}\right) \quad (3.74)$$

ω をスケール判定定数とすると、乱流境界層の外側の領域で間欠度の効果が抑えられるため、結果的に速度分布の後流領域が消滅する. 式(3.46)から、以後の減衰は次のように定義される.

$$f_{\omega} = 1 - \exp\left[-0.41\left(\frac{\lambda_{\text{eff}}}{\lambda_T}\right)^4\right] \quad (3.75)$$

式(3.47)と式(3.48)に組み込まれている総渦粘性係数と総渦拡散率は次式で与えられる.

$$\nu_{\text{TOT}} = \nu_{T,s} + \nu_{T,l} \quad (3.76)$$

$$\alpha_{\theta,\text{TOT}} = f_w \frac{k_T}{k_{\text{TOT}}} \frac{\nu_{T,s}}{Pr_{\theta}} + (1 - f_w) C_{\alpha,\theta} \sqrt{k_T} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.77)$$

式(3.44)-式(3.46)の乱流スカラー拡散率は、次のように定義される.

$$\alpha_T = f_v C_{\mu,\text{std}} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.78)$$

$$k_{\text{TOT}} = k_T + k_L \quad (3.79)$$

k - k_L - ω 遷移モデルのモデル定数を以下に挙げる^[48].

$$\begin{aligned} A_0 &= 4.04, & A_s &= 2.12, & A_v &= 6.75, & A_{\text{BP}} &= 0.6 \\ A_{\text{NAT}} &= 200, & A_{\text{TS}} &= 200, & C_{\text{BP,crit}} &= 1.2, & C_{\text{NC}} &= 0.1 \\ C_{\text{NAT,crit}} &= 1250, & C_{\text{INT}} &= 0.75, & C_{\text{TS,crit}} &= 1000, & C_{R,\text{NAT}} &= 0.02 \\ C_{11} &= 3.4 \times 10^{-6}, & C_{12} &= 1.0 \times 10^{-10}, & C_R &= 0.12, & C_{\alpha,\theta} &= 0.035 \\ C_{ss} &= 1.5, & C_{\tau,1} &= 4360, & C_{\omega_1} &= 0.44, & C_{\omega_2} &= 0.92 \\ C_{\omega_3} &= 0.3, & C_{\omega R} &= 1.5, & C_{\lambda} &= 2.495, & C_{\mu,\text{std}} &= 0.09 \\ Pr_{\theta} &= 0.85, & \sigma_k &= 1, & \sigma_{\omega} &= 1.17 \end{aligned}$$

3.13 解析系

解析系を Fig.3.7 に示す。解析領域は、実験的研究を模擬し、 x' 軸に関しては、 $x' = 0$ m から $x' = 8$ m までを高压部、 $x' = 9$ m から $x' = 24$ m までを低压部とした合計 24 m、 y 軸に関しては、 $y = 0$ mm から $y = 8$ mm までと実験的研究で用いた円形銅管と同じ大きさである二次元軸対称モデルに設定した。また、高压部と低压部の境界部分にオリフィスを導入し、管の直径に対する開口率を 7 パターン設けた。

解析条件は、Table3.3 に示すように、解析条件 1 として、7 パターンの開口率(5.97%, 8.95%, 11.9%, 30%, 50%, 70%, 100%)に対して 6 パターンの充填圧力(5kPa, 10kPa, 13kPa, 14 kPa, 15kPa, 20kPa)を設定し、計 42 パターンの計算を行った。また、解析条件 2 として、実験で得られた 6 パターンの初期衝撃波強さ(2.28kPa, 3.3kPa, 4.5kPa, 5.5kPa, 6.97kPa, 8.07kPa)に合わせた、オリフィスを入れない場合で 7 パターン、オリフィスを入れた場合の 5 パターンの計 12 パターンの計算を行った。

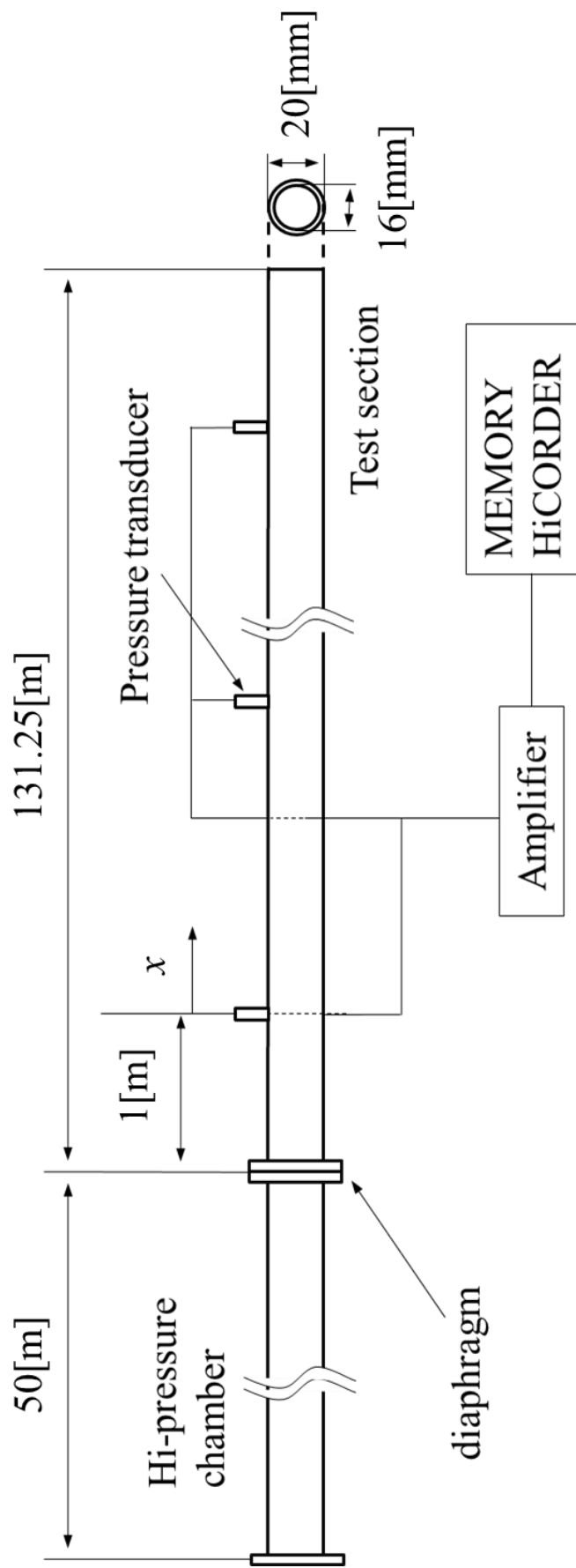


Fig.3.1 破膜式衝擊波管

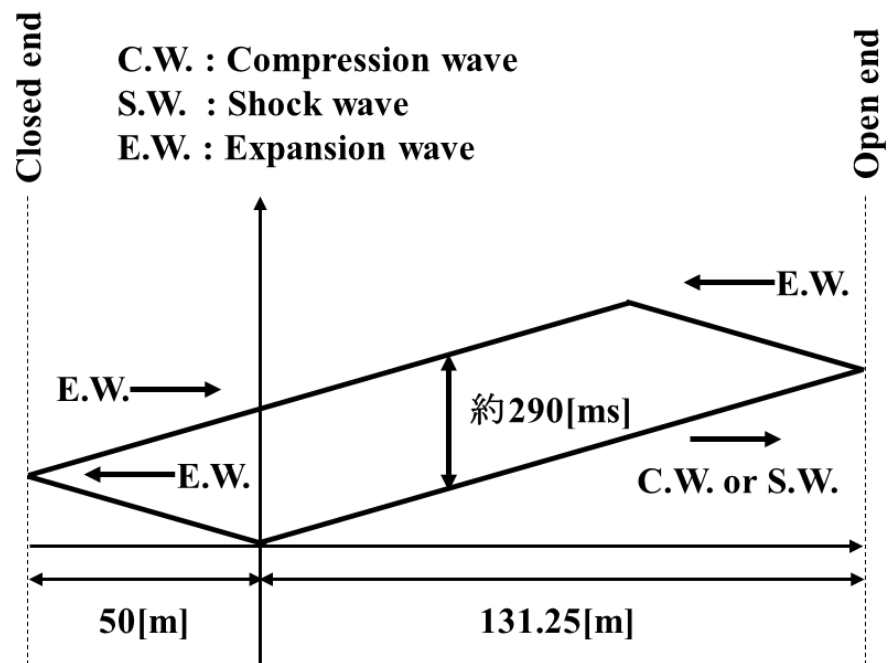


Fig.3.2 波動線図

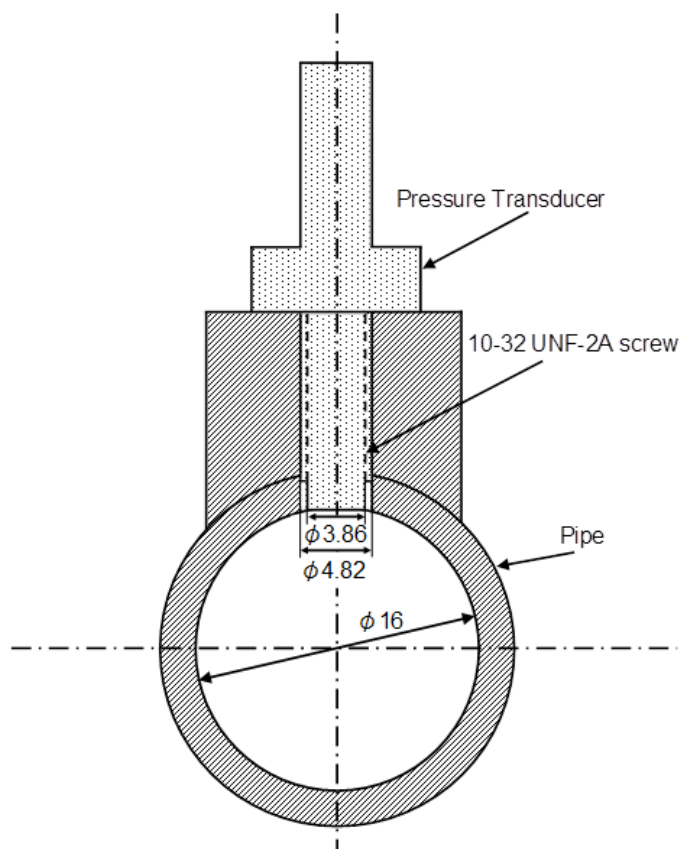
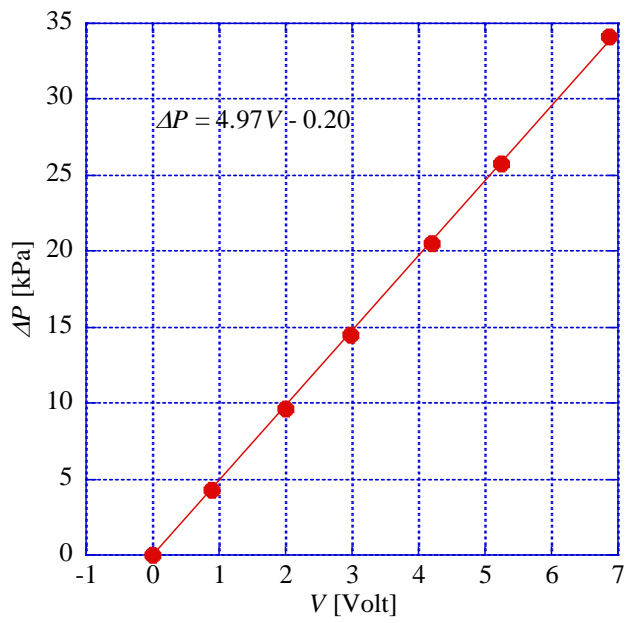
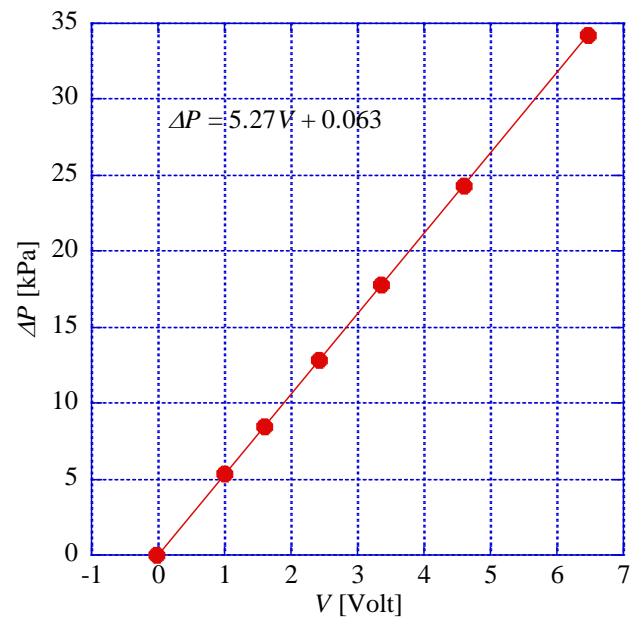


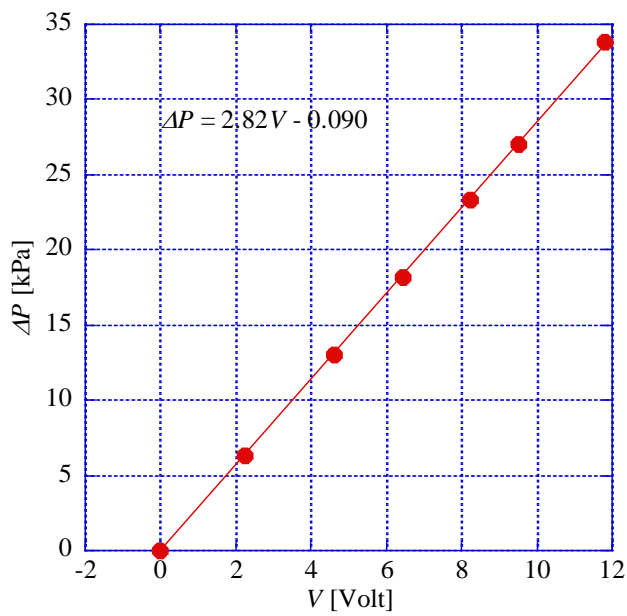
Fig.3.3 圧力センサーの設置状態



(a) S1

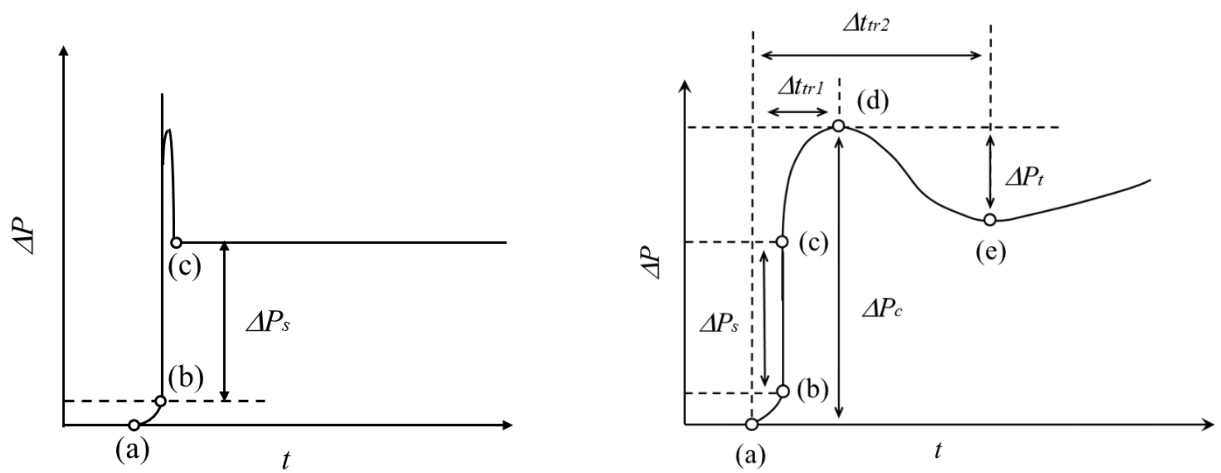


(b) S2



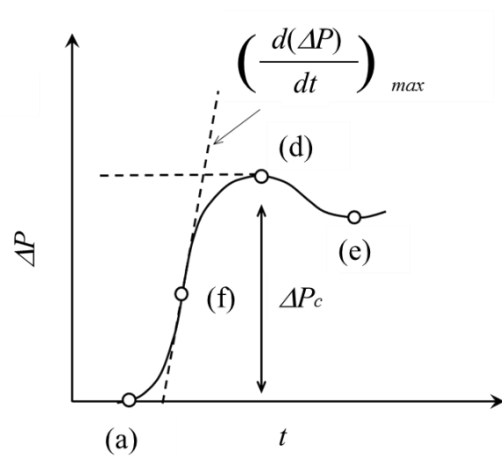
(c) S3

Fig.3.4 圧力センサーの検定結果



(a) 波形前面が切り立っている衝撃波

(b) 衝撃波と圧縮波



(c) 最大圧力勾配の定義

Fig.3.5 圧力波の定義

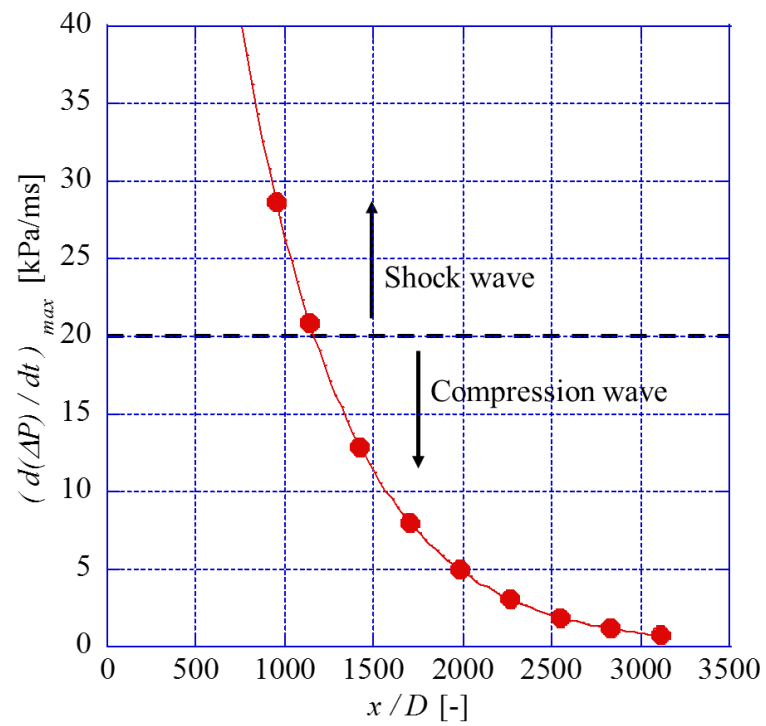


Fig.3.6 衝撃波の定義

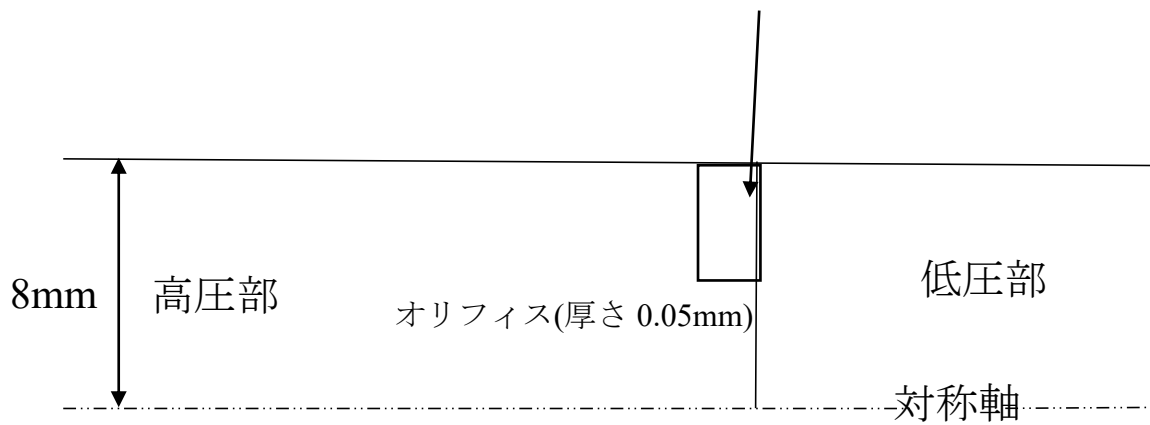
Table 3-1 実験の初期条件

		初期衝撃波強さ [kPa]
Case A	Condition 1	2.28 ± 0.05
	Condition 2	3.30 ± 0.02
	Condition 3	4.52 ± 0.07
Case B	Condition 4	5.50 ± 0.08
	Condition 5	6.97 ± 0.09
	Condition 6	8.07 ± 0.06
Case C	Condition 7	7.01 ± 0.12
	Condition 8	8.10 ± 0.05

Table 3-2 実験条件の測定点

				S1	S2	S3
Case A	Condition 1	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	12.25
			x / D [-]	0	578.1	765.6
	Condition 2	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1
	Condition 3	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1
3		x [m]	0	18.25	22.75	
		x / D [-]	0	1140.6	1421.9	
Case B	Condition 4	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1
		3	x [m]	0	18.25	22.75
			x / D [-]	0	1140.6	1421.9
		4	x [m]	0	27.25	31.75
			x / D [-]	0	1703.1	1984.4
	Condition 5	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1
		3	x [m]	0	18.25	22.75
			x / D [-]	0	1140.6	1421.9
		4	x [m]	0	27.25	31.75
			x / D [-]	0	1703.1	1984.4
	Condition 6	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1

Case C	Condition 7	3	x [m]	0	18.25	22.75
			x / D [-]	0	1140.6	1421.9
		4	x [m]	0	27.25	31.75
			x / D [-]	0	1703.1	1984.4
		5	x [m]	0	36.25	40.75
			x / D [-]	0	2265.6	2546.9
	Condition 8	1	x [m]	0	1.25	3.25
			x / D [-]	0	78.1	203.1
		2	x [m]	0	9.25	15.25
			x / D [-]	0	578.1	953.1
		3	x [m]	0	18.25	22.75
			x / D [-]	0	1140.6	1421.9
		4	x [m]	0	27.25	31.75
			x / D [-]	0	1703.1	1984.4
5		x [m]	0	36.25	40.75	
		x / D [-]	0	2265.6	2546.9	
6		x [m]	0	45.25	49.75	
		x / D [-]	0	2828.1	3109.4	



計算条件 Time step $2e-6 \times 10000\text{sec}$

x 方向:16m (高压部 8m, 低压部 16m) 16000mesh

y 方向:8mm 10mesh

合計 160000mesh

Fig.3.7 解析に用いた二次元軸対称モデル

Table 3-3 解析パターン 1

開口率[%]	Case1 (5kPa)	Case2 (10kPa)	Case3 (13kPa)	Case4 (14kPa)	Case5 (15kPa)	Case6 (20kPa)
5.97	1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1
8.95	1-2	2-2	3-2	4-2	5-2	6-2
11.9	1-3	2-3	3-3	4-3	5-3	6-3
30	1-4	2-4	3-4	4-4	5-4	6-4
50	1-5	2-5	3-5	4-5	5-5	6-5
70	1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-6
100	1-7	2-7	3-7	4-7	5-7	6-7

Table 3-4 解析パターン 2

P _{s,i} [kPa]	Case7 オリフィス 無し	Case8 オリフィス有り		
	実験値にP _{s,i} 合わせる			
	201mm ² (100%)	24mm ² (11.9%)	18mm ² (8.95%)	12mm ² (5.97%)
2.28	7-1			8-1
3.3	7-2		8-2	
4.5	7-3	8-3	8-5	8-4
5.5	7-4			
6.97	7-5			
8.07	7-6			

第4章 結果および考察

本章では、長距離管路内を伝播する圧縮波の特性に関する結果と考察を行う。4.1節では、破膜式衝撃波管を模擬した計算モデルにおいて、オリフィスの開口率と衝撃波強さの関連について調べる。4.2節では、実験値と計算値の圧縮波の波形前面の変化と、圧縮波の距離減衰の比較を行う。4.3節では、計算値において、オリフィスの有無によって生じる波形の違いが、圧縮波の伝播にどう影響を与えるかを調べる。4.4節では、計算値の衝撃波管内を可視化することで、オリフィスの有無による流れ場を観察する。

4.1 オリフィスの開口率と初期衝撃波強さの関係

まず、衝撃波管に設置したオリフィスの各開口率に対する衝撃波強さを調べる。計算値 Case1,2,3,4,5,6 で、 $x/D=0$ における初期衝撃波を Fig.4.1 に示す。また、比較として実験値 Condition1,2,3,4 で、 $x/D=0$ における初期衝撃波を Fig.4.2 に示す。縦軸は大気圧からのゲージ圧[kPa]、横軸は伝播時間[ms]である。どの条件においても波形前面が切り立っており、この部分が衝撃波である。Fig.4.1.1~6 を比較すると、開口率が大きいほど、また、充填圧力が大きいほど初期衝撃波強さが大きくなっていることがわかる。また Fig.4.1.4~6 から、オリフィスを入れた場合のみ、波頭に緩やかな圧力ピークが現れていることがわかる。次に、Fig.4.2 に着目すると、Fig.4.1.4~6 と同様、オリフィスを入れた場合のみ波頭にピークが現れていることがわかる。衝撃波後方の波形のブレは測定機器のダンピングによるものである。これらの計算と実験の結果から、衝撃波管にオリフィスを入れ、充填圧力を十分に大きくした場合、衝撃波の波頭部分には圧力ピークが現れることがわかる。この衝撃波と開口率の関係を、縦軸に初期衝撃波強さ $P_{s,i}$ [kPa]、横軸に開口率[%]をとった片対数グラフで表したものが Fig.4.3.1~5 である。Fig.4.3.1~2 に着目すると、全ての開口率で計算値が実験値を下回っている。Fig.4.3.3~5 に着目すると、開口率が 25%未満の範囲では実験値が上回っているが、開口率が 25%以上の範囲では計算値が上回っている。これらのグラフを、充填圧力によって色分けして比較した図が Fig.4.4 である。実験値と計算値ともに、低い開口率では開口率の増加とともに初期衝撃波強さが大きく上昇し、高い開口率では初期衝撃波強さの上昇が緩やかになっている。そして、その傾向は実験値でも確認できた。また、このグラフから、計算モデルで衝撃波を生成する際に、再現したい衝撃波強さに対する充填圧力の大きさとオリフィスの開口率を大まかに見積もることができる。次の節からは、Fig.4.4 を参考にして、実験で得られた衝撃波と、実験値の衝撃波強さと開口率に合わせて生成した計算値の衝撃波を比較する。

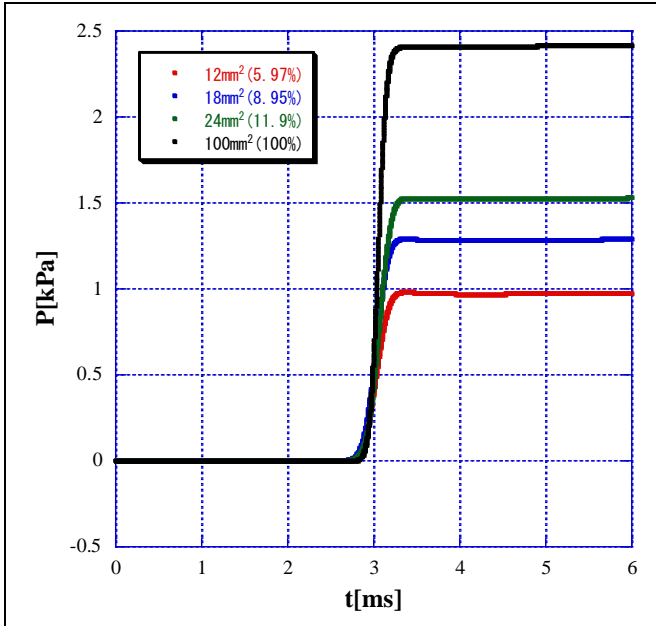


Fig.4.1.1 計算値の初期波形 (充填圧力 5kPa)

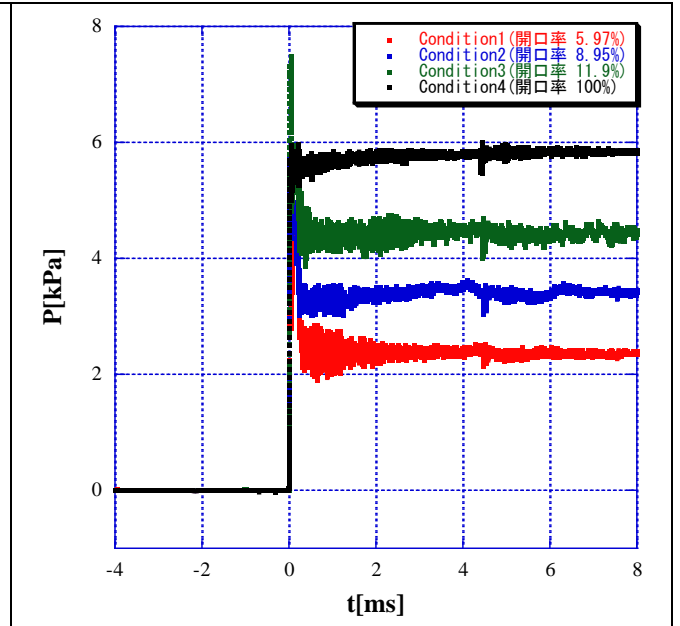


Fig.4.2 実験値の初期波形

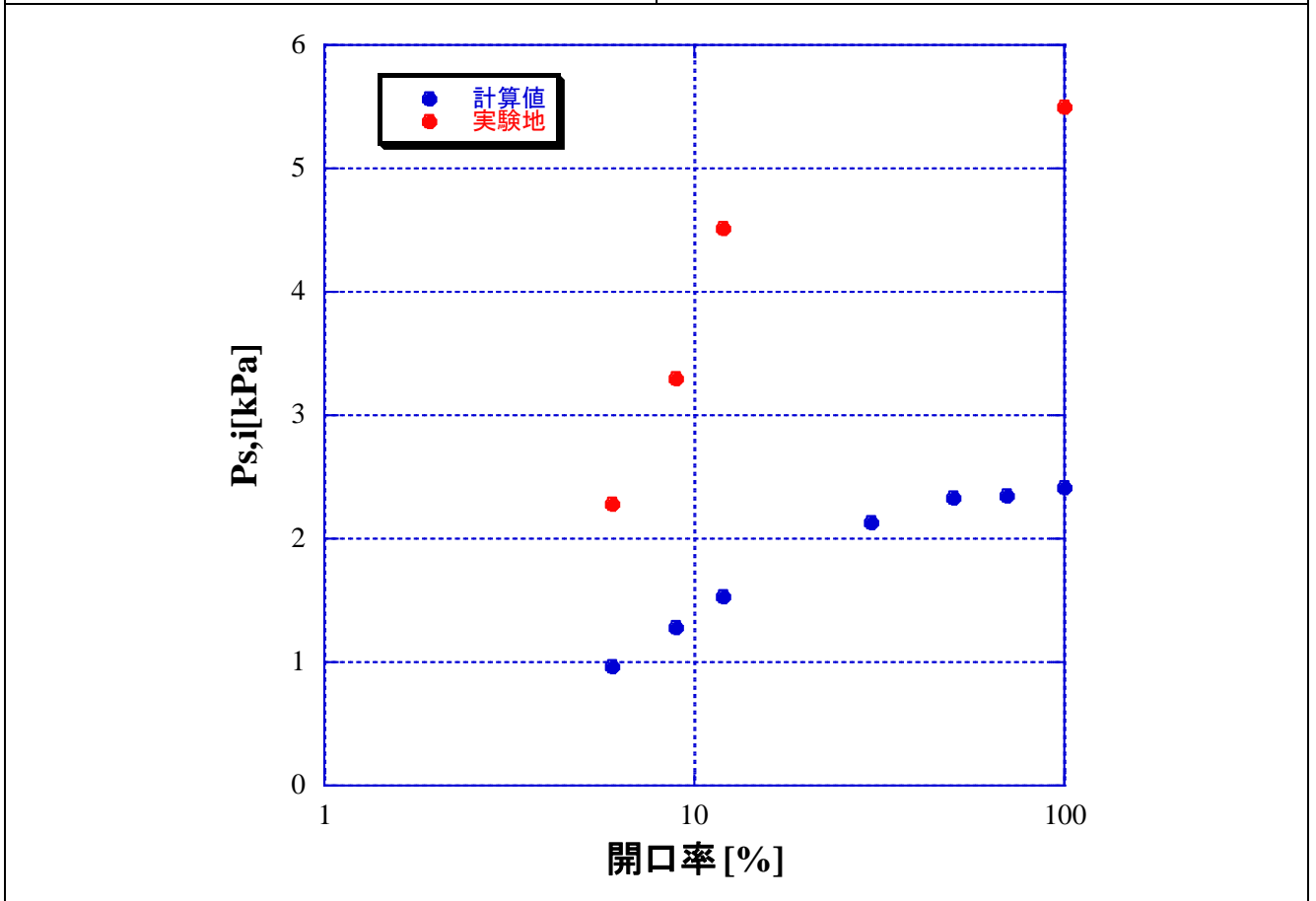


Fig.4.3.1 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 5kPa)

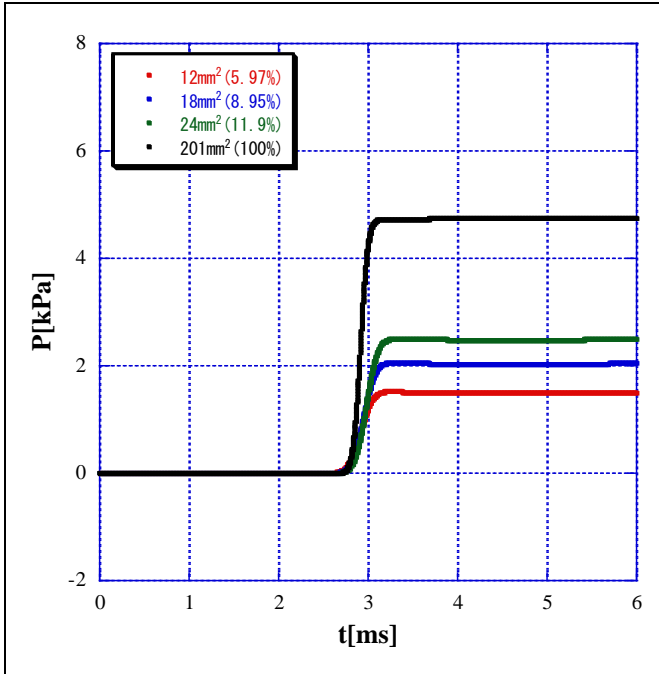


Fig.4.1.2 計算値の初期波形 (充填圧力 10kPa)

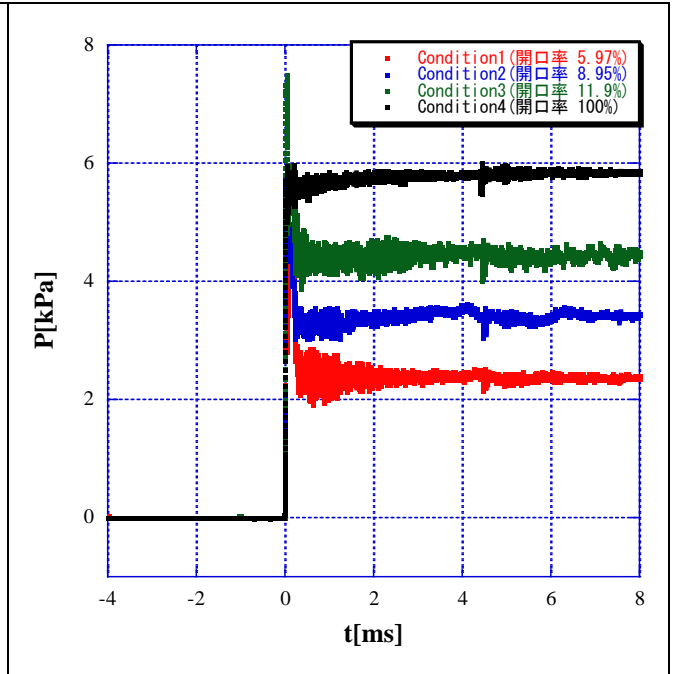


Fig.4.2 Condition1,2,3,4の初期波形 (実験値)

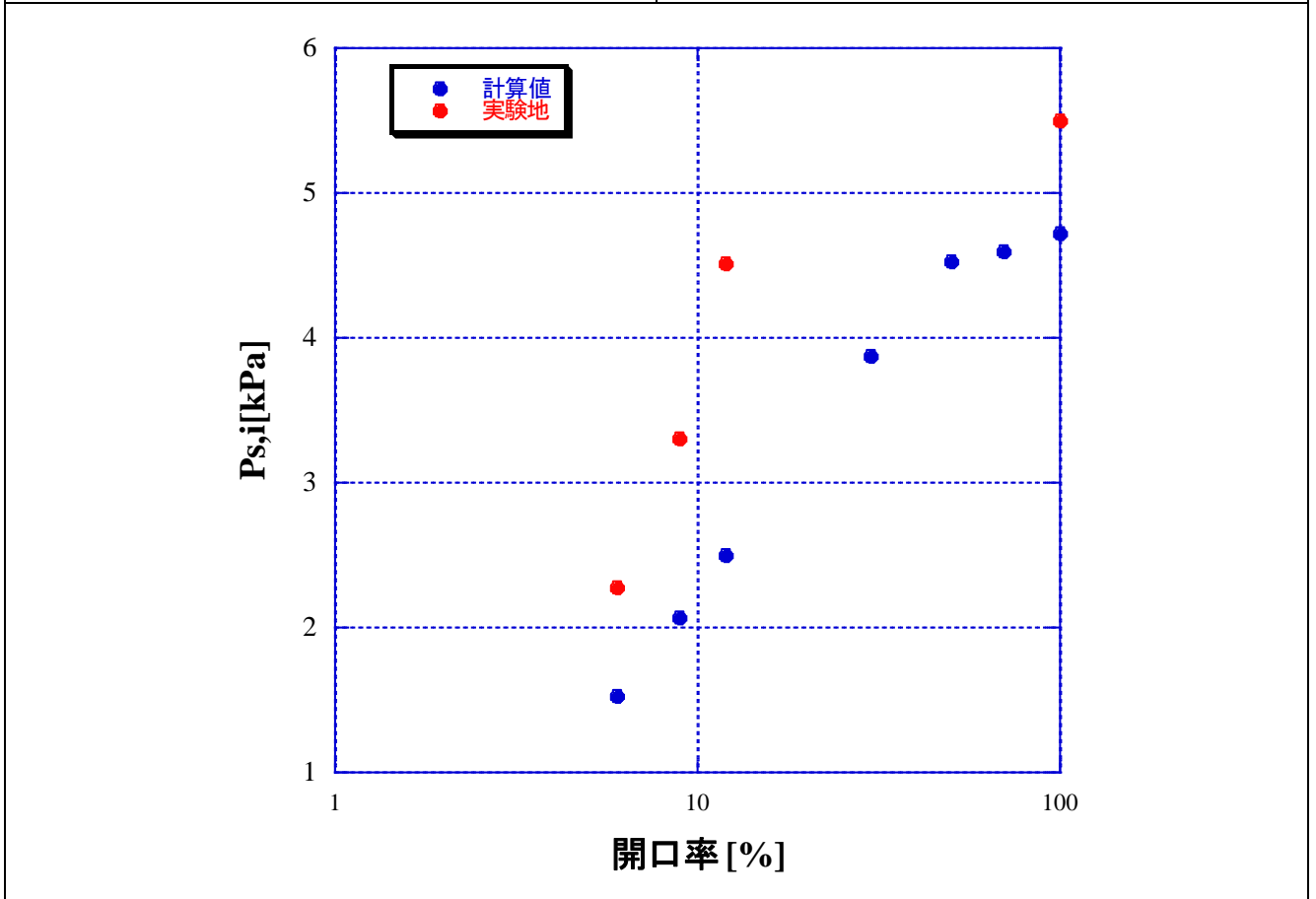


Fig.4.3.2 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 10kPa)

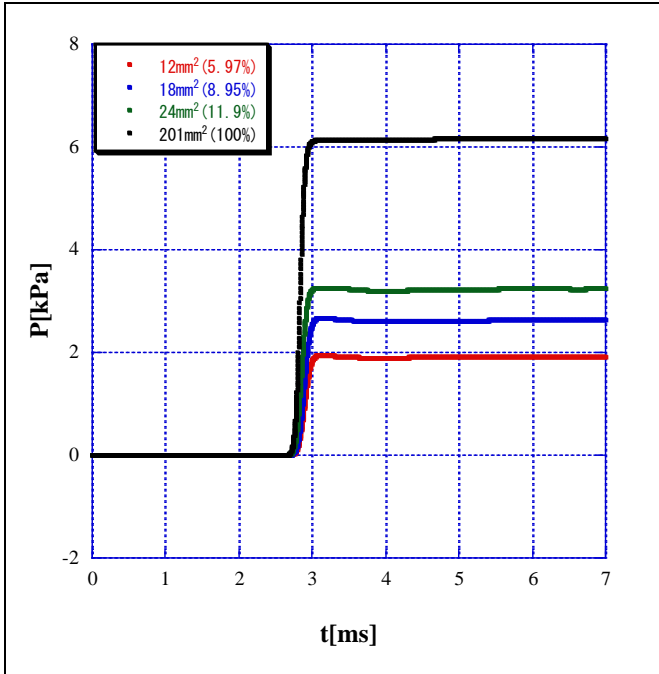


Fig.4.1.3 計算値の初期波形 (充填圧力 13kPa)

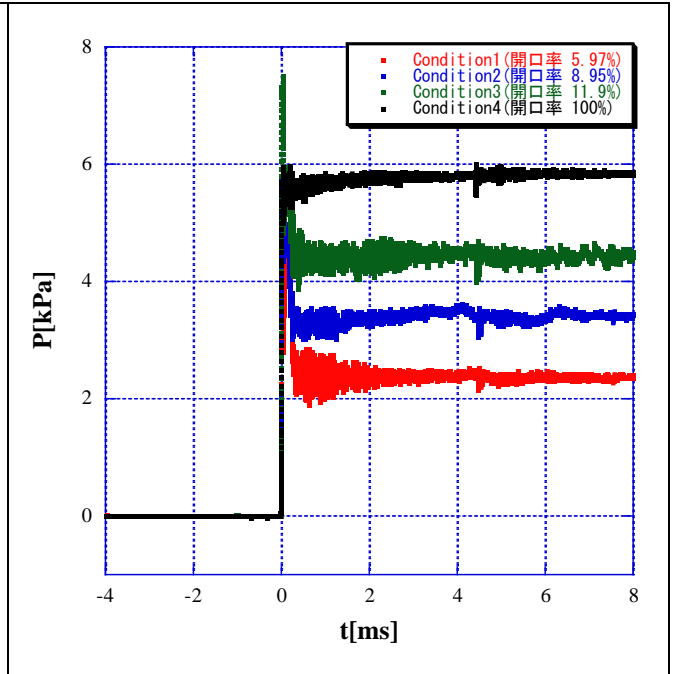


Fig.4.2 Condition1~4の初期波形 (実験値)

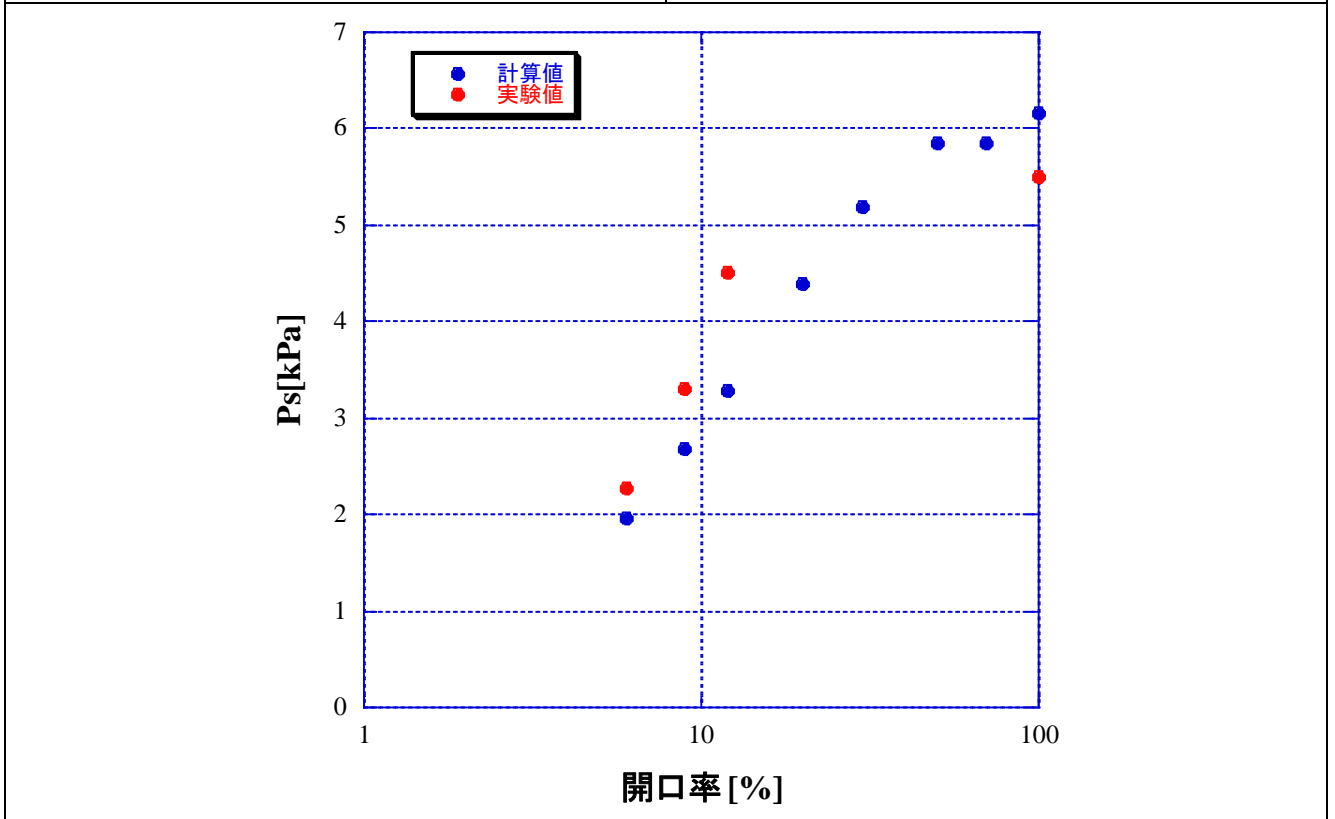


Fig.4.3.3 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 13kPa)

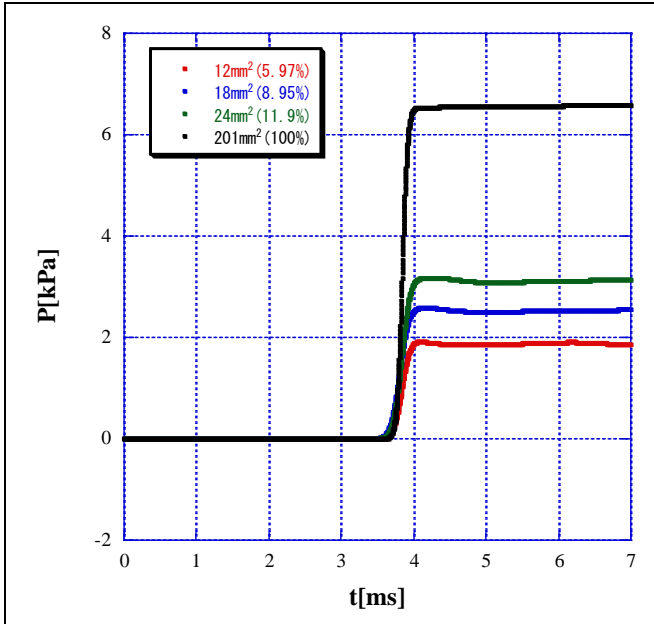


Fig.4.1.4 計算値の初期波形 (充填圧力 14kPa)

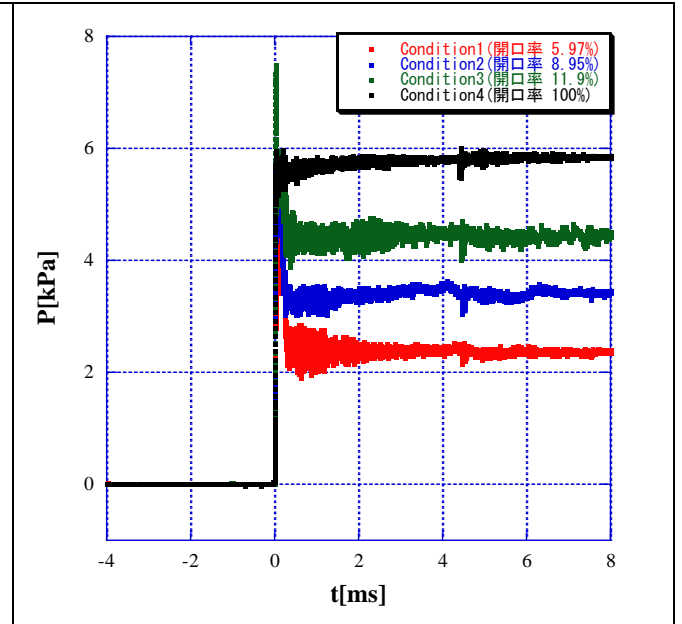


Fig.4.2 Condition1~4の初期波形 (実験値)

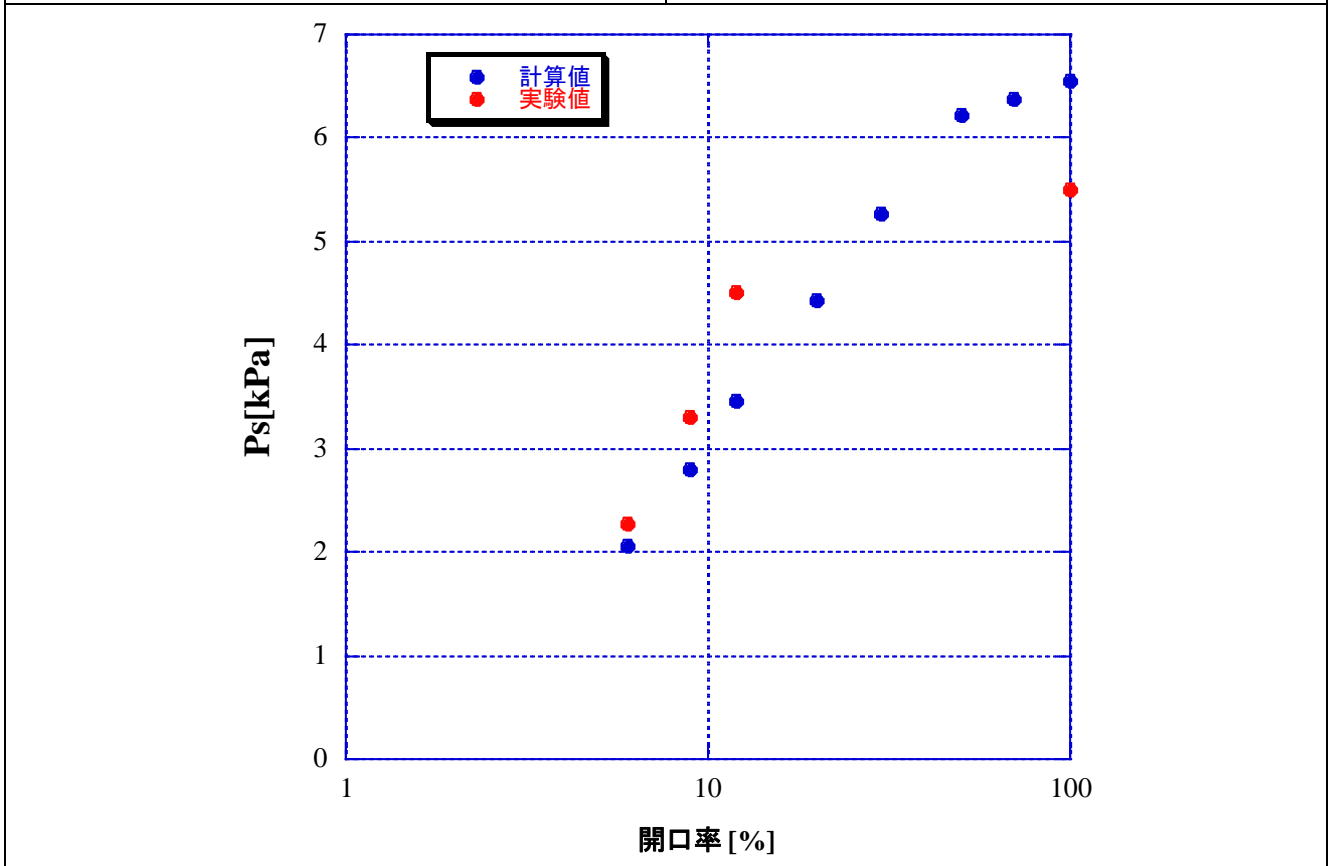


Fig.4.3.4 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 14kPa)

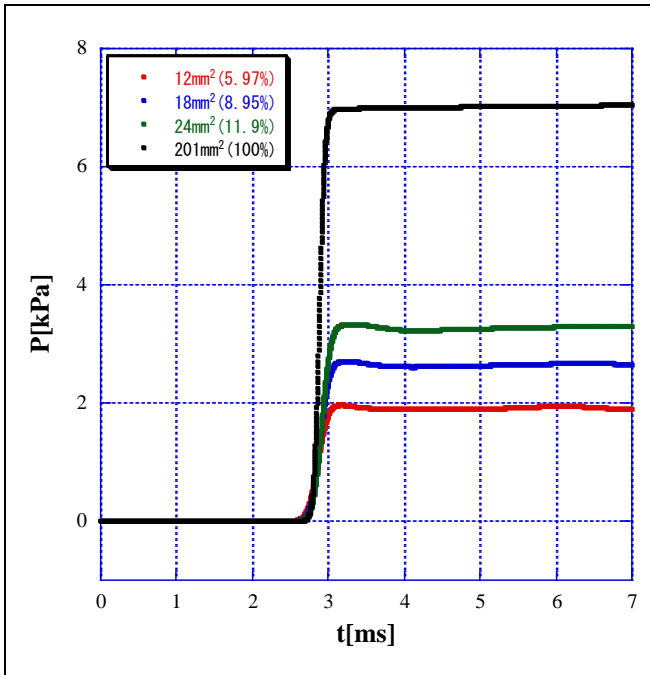


Fig.4.1.5 計算値の初期波形 (充填圧力 15kPa)

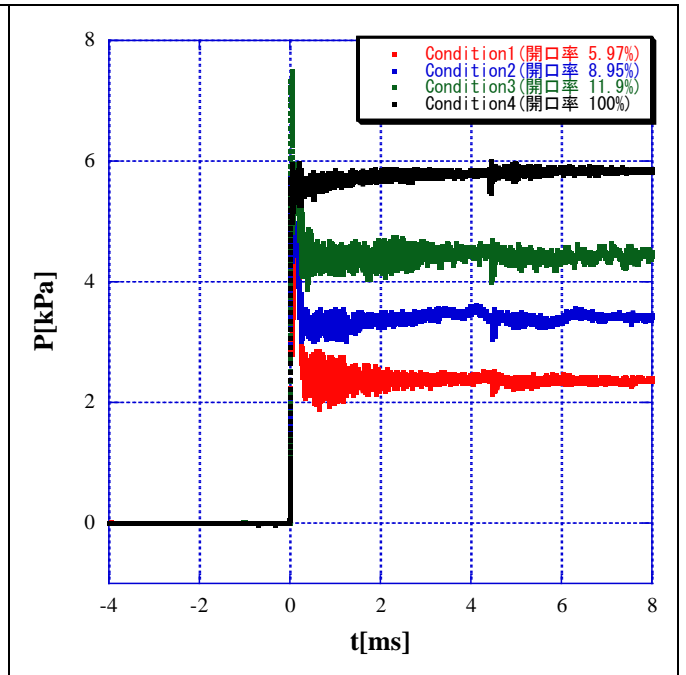


Fig.4.2 Condition1~4の初期波形 (実験値)

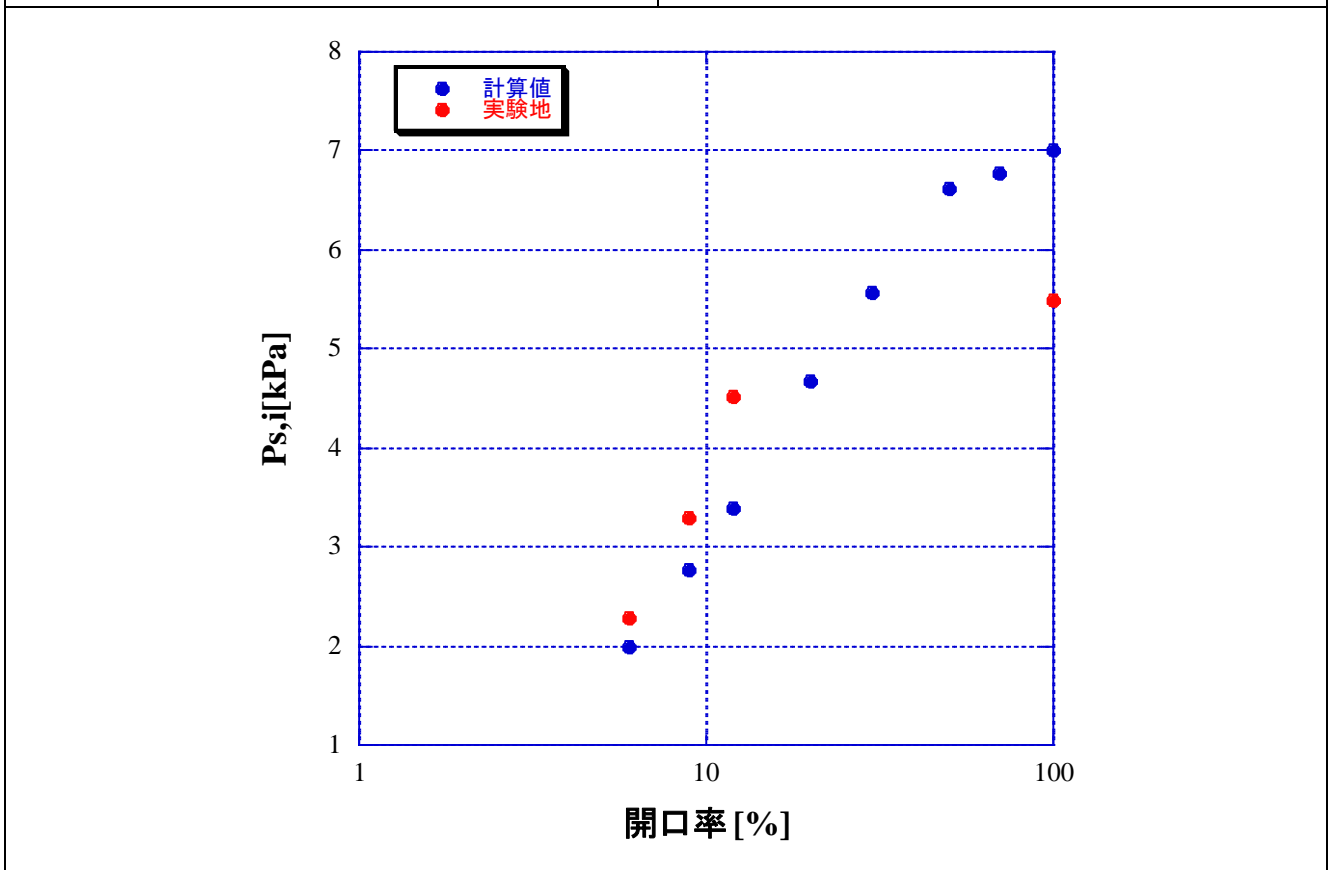


Fig.4.3.5 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 15kPa)

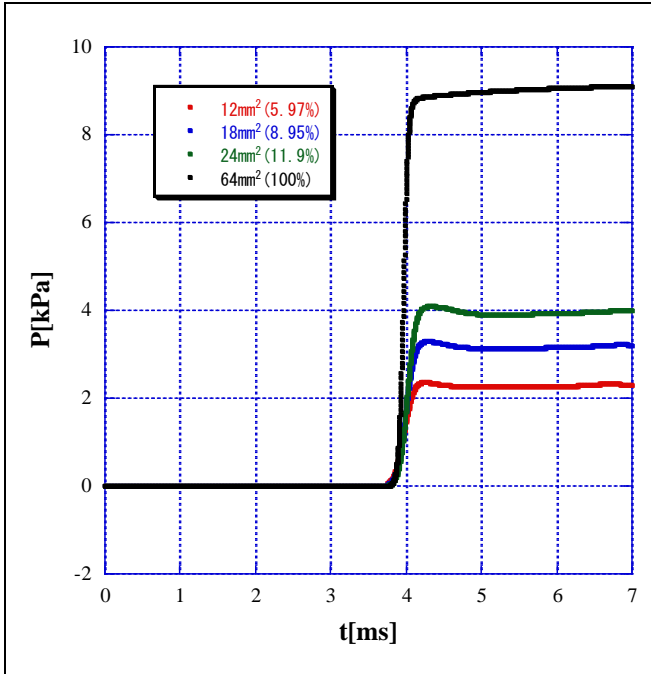


Fig.4.1.6 計算値の初期波形 (充填圧力 20kPa)

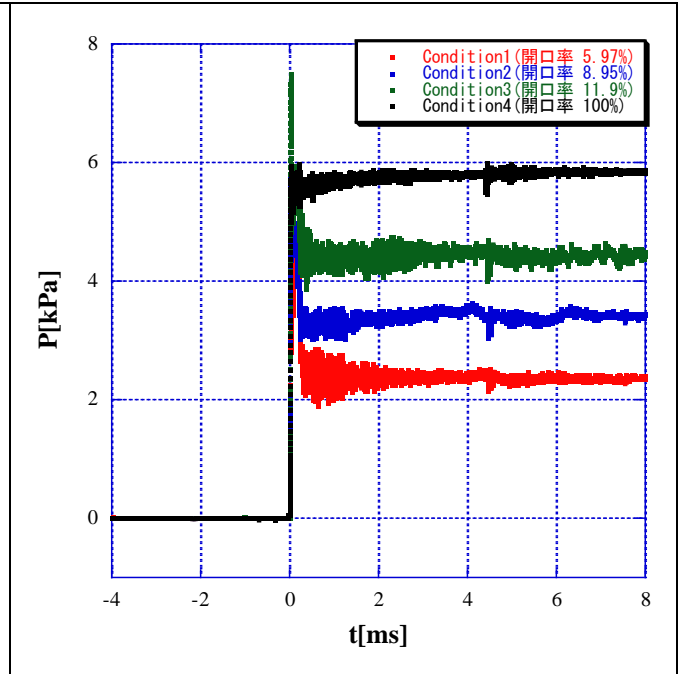


Fig.4.2 Condition1~4の初期波形 (実験値)

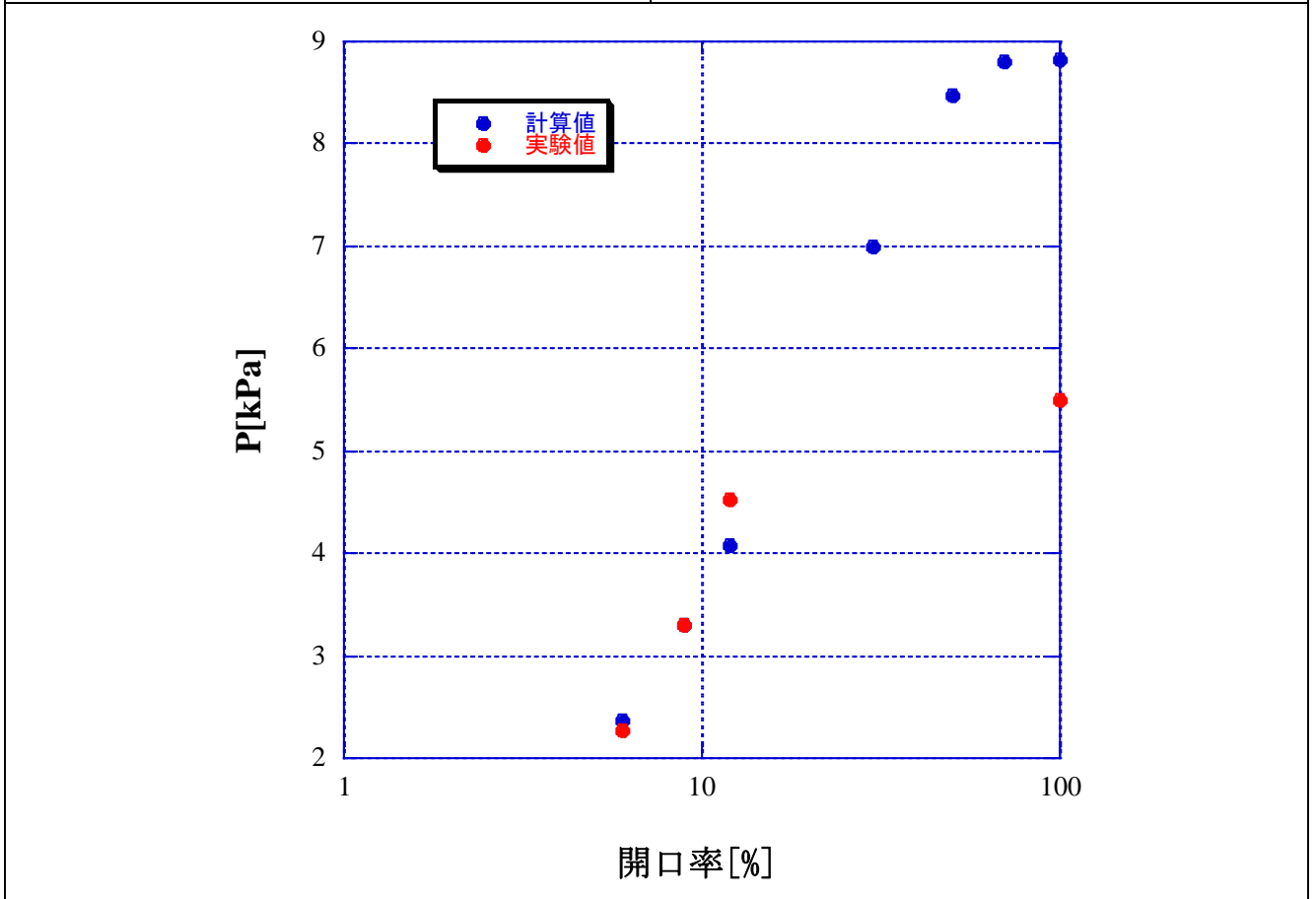


Fig.4.3.6 開口率と衝撃波強さの関係 (充填圧力 20kPa)

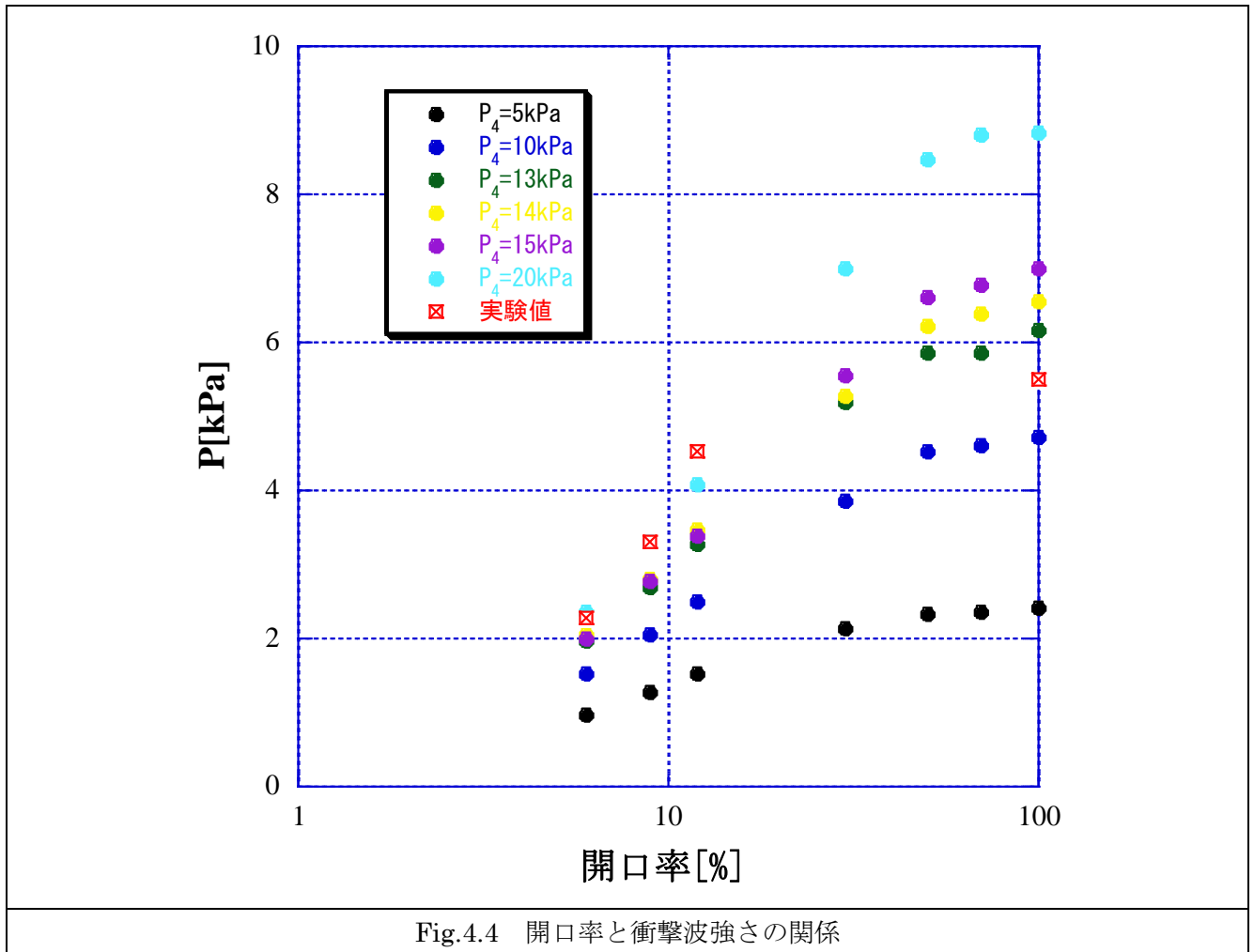


Fig.4.4 開口率と衝撃波強さの関係

4.2 長距離管内を伝播する圧力波形前面の変化

実験値の衝撃波強さに合わせた計算値 Case7 における、各測定点で得られた圧縮波波形全体を Fig.4.4 に示す。また、比較として実験値 Condition1~6 の全体波形を Fig.4.5 に示す。また、圧力波波形前面の時間変化を Fig.4.6 に示す。

まず、実験値の圧力波形に着目する。Condition.1,2,3 において $x/D=0$ における波形前面が切り立っており、その部分が衝撃波である。オリフィスを入れた $x/D=0,78.125$ で初期波形に大きな圧力ピークが現れている。 $x/D=0$ から伝播していくと波面後方で圧力全体が減少していくが、波面前面の圧力ピークが出ている部分は全体の圧力減少よりも特に大きく減少していることがわかる。Condition4,5,6 において $x/D=0$ における波形前面は、Condition1,2,3 と異なり、圧力ピークが現れずステップ状になっている。 $x/D=0$ から伝播していくと、Condition1,2,3 と同様に波面後方では全体の圧力が減少していることがわかる。

次に、オリフィスを入れていない計算値 Case7 の圧力波形に着目する。いずれの Case においても $x/D=0$ における波面前面が切り立っており、その部分が衝撃波である。実験値で見られた $x/D=0,78.125$ における圧力ピークは現れず、 $x/D=0$ から伝播していくと、波面後方では徐々に圧力が減少していることがわかる。

実験値とオリフィスを入れていない計算値の、各測定点における波形を重ねて表示して比較したものが Fig.4.6 である。波形前面に着目すると、衝撃波強さが $x/D=0,78.125$ で実験値と計算値の間に大きな差はない。 $x/D=578.125$ では計算値と実験値間で衝撃波強さに差が生じているが、衝撃波通過後の圧力に着目すると、計算値は一定値を保っているのに対し、実験値は上昇していることから、十分時間が経過すると両者の間に顕著な差は現れないと考えられる。

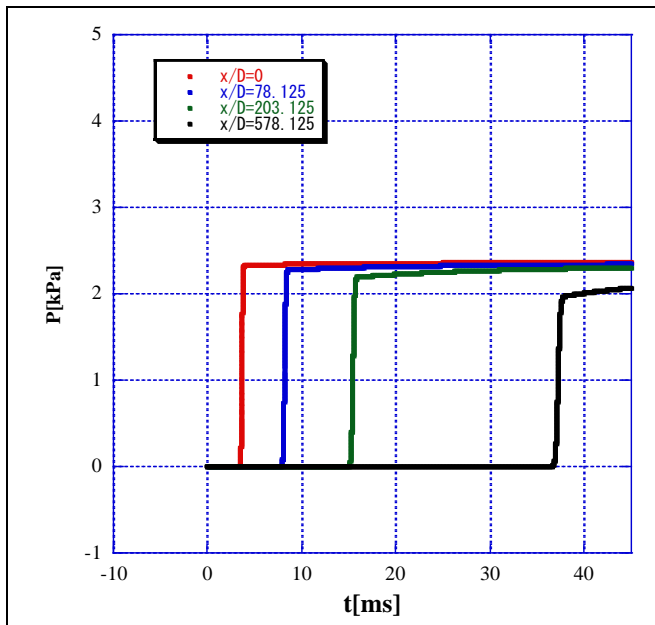


Fig.4.4.1 計算値の全体波形(Case7-1)

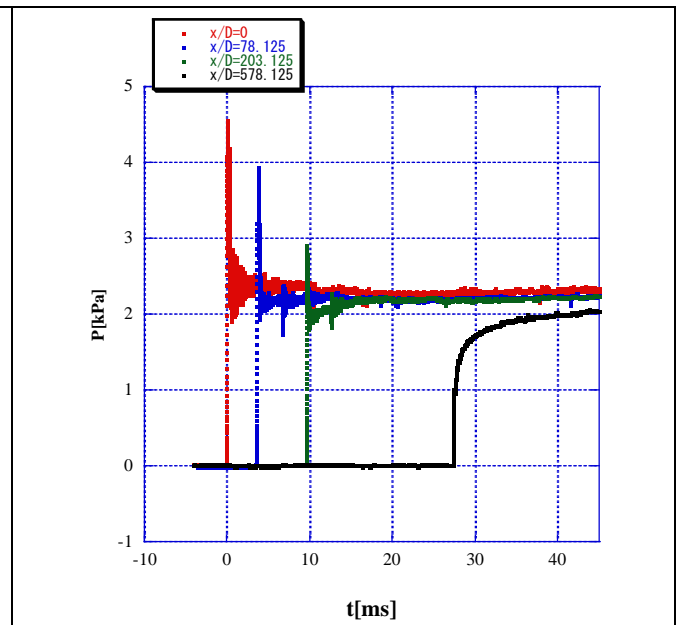
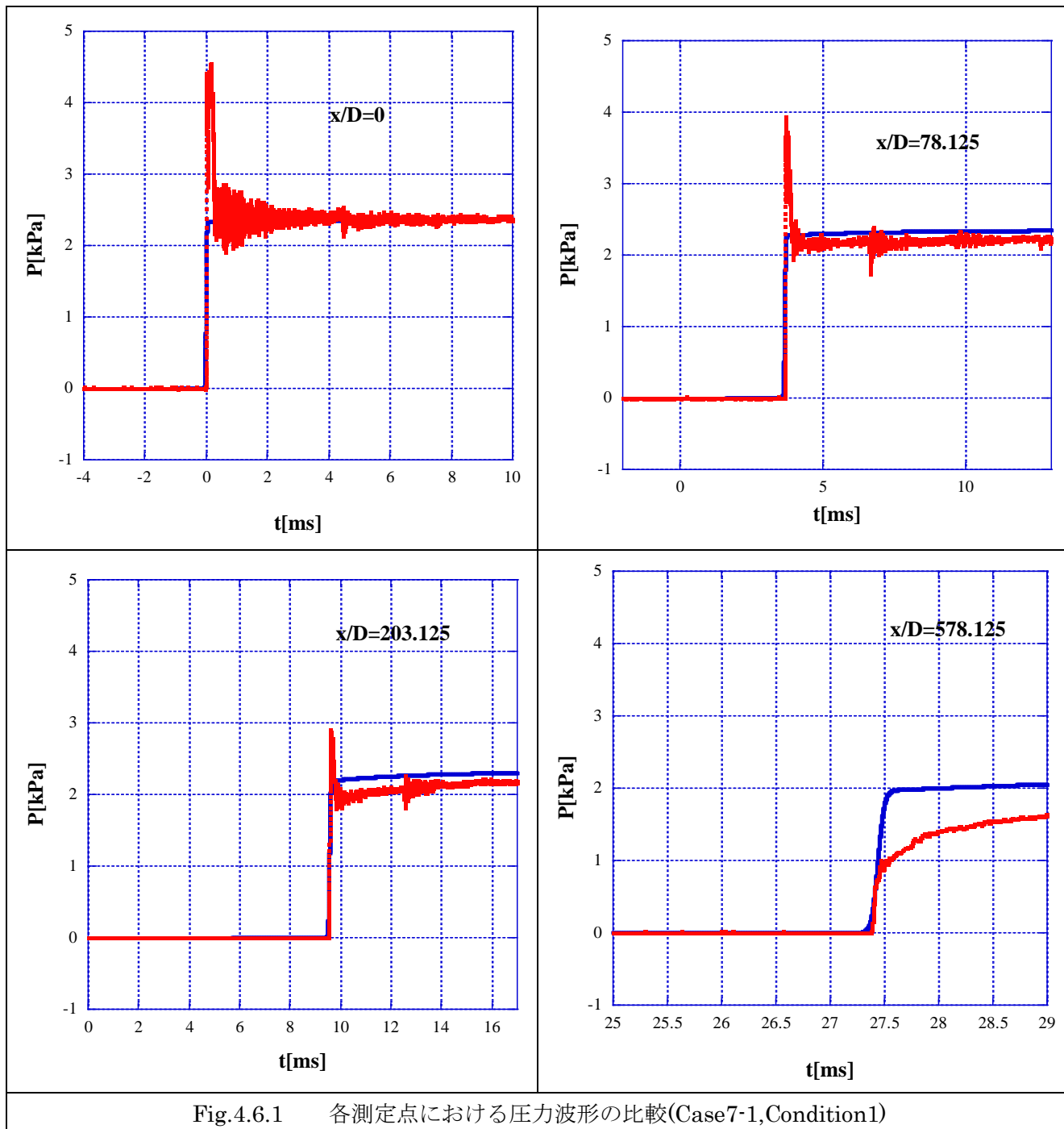


Fig.4.5.1 実験値の全体波形 (Condition1)



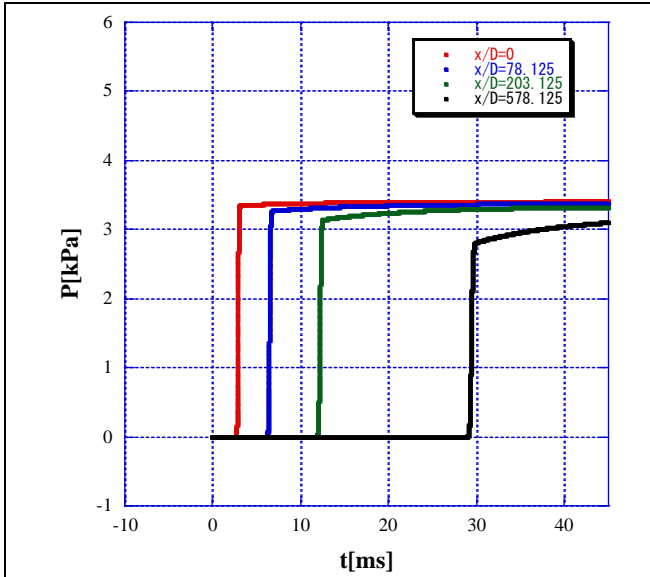


Fig.4.4.2 計算値の全体波形(7-2)

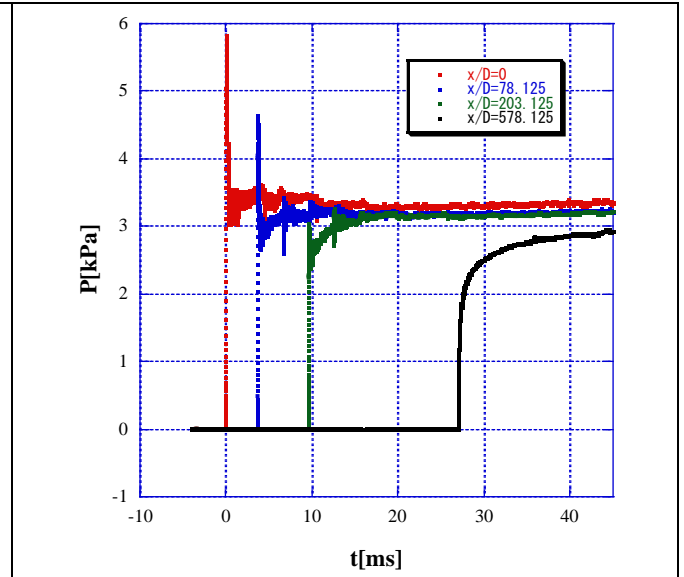


Fig.4.5.2 実験値の全体波形 (Condition2)

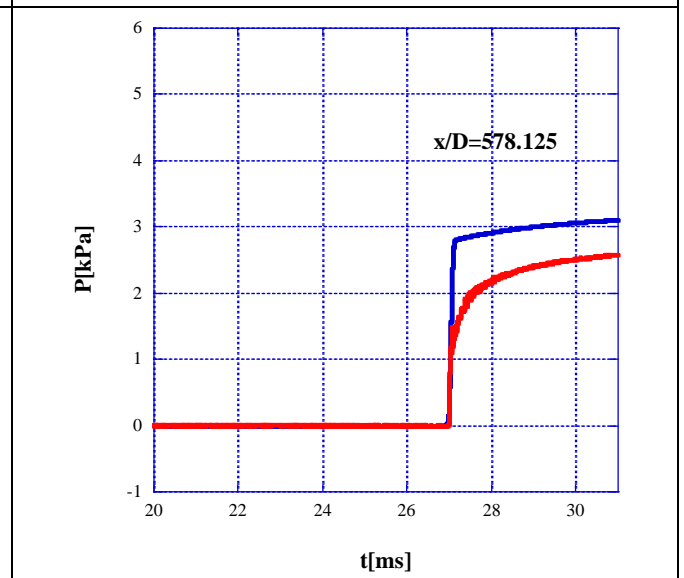
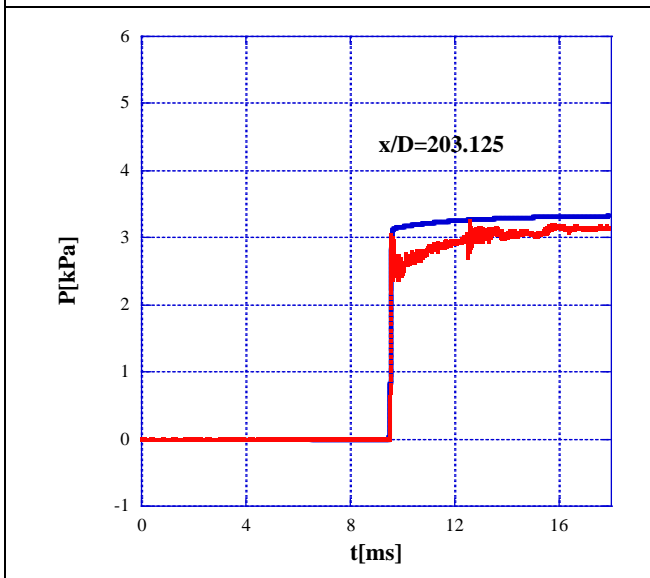
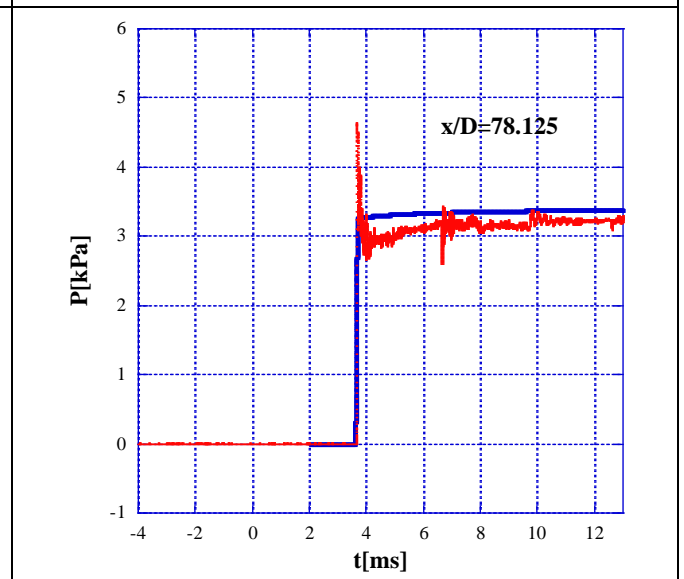
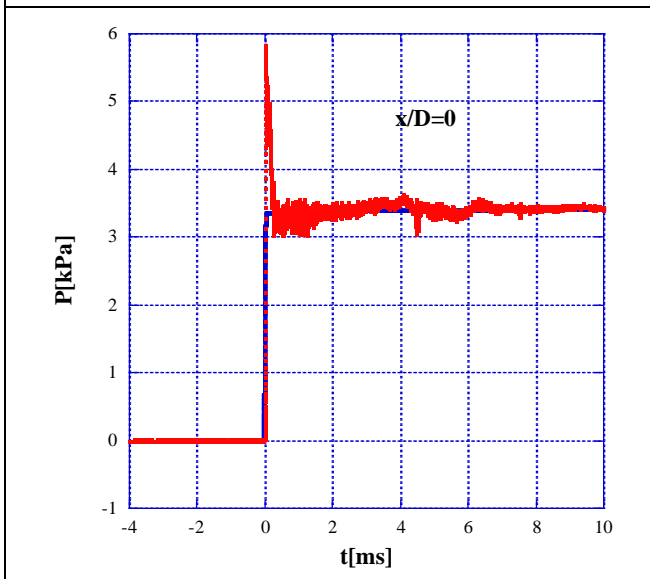


Fig.4.6.2 各測定点における圧力波形の比較(Case7-2,Condition2)

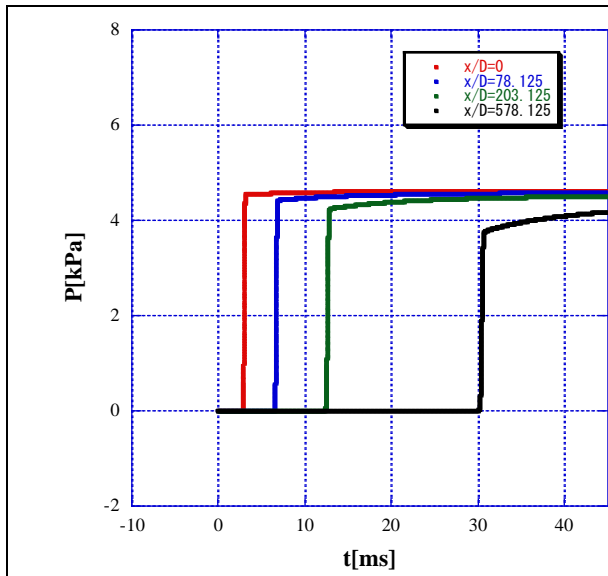


Fig.4.4.3 計算値の全体波形(Case7-3)

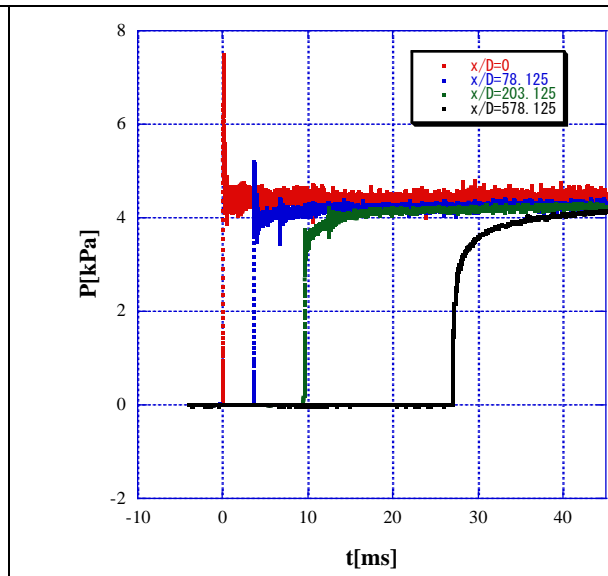


Fig.4.5.3 実験値の全体波形 (Condition3)

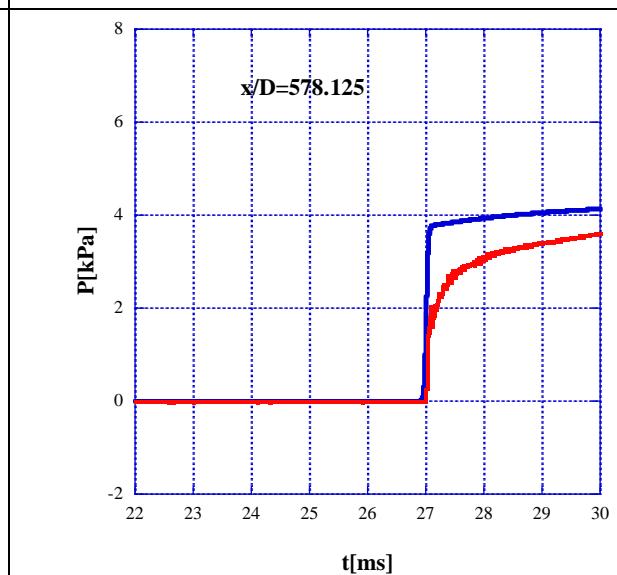
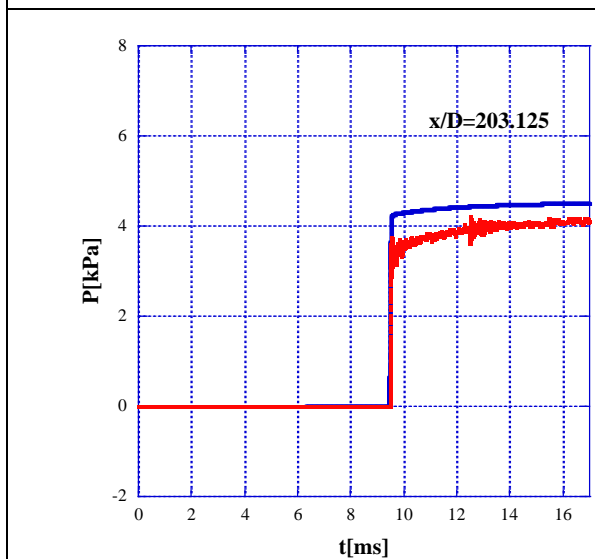
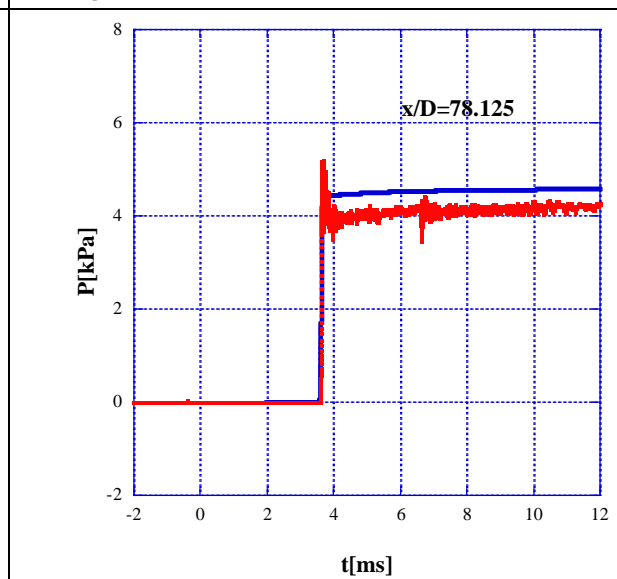
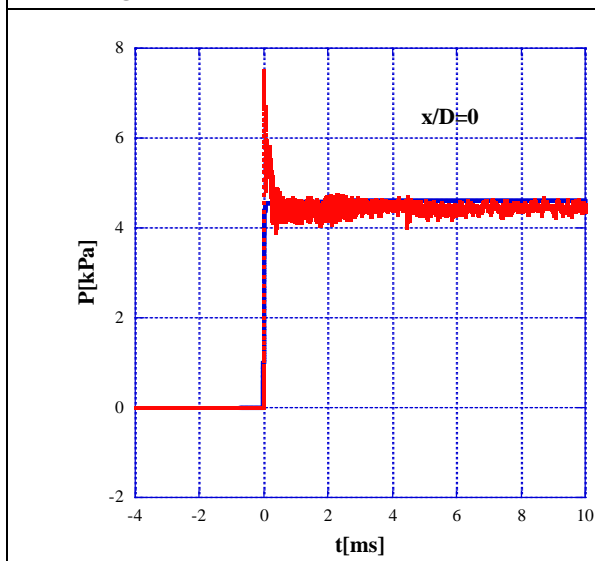


Fig.4.6.3 各測定点における圧力波形の比較(Case7-3,Condition3)

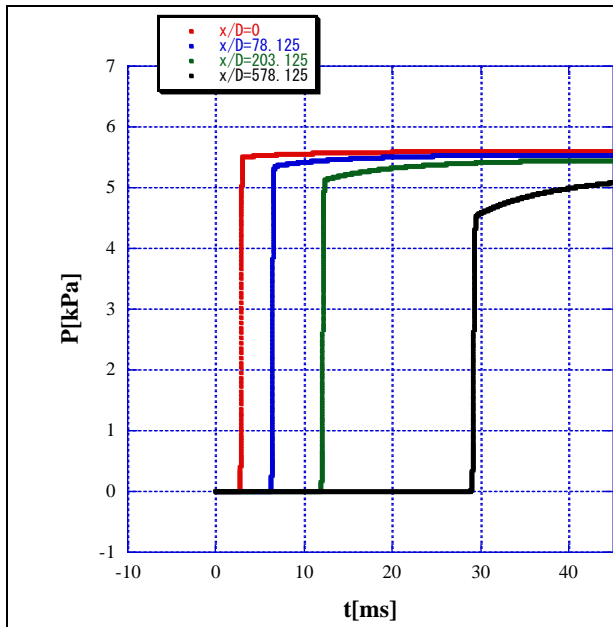


Fig.4.4.4 計算値の全体波形(7-4)

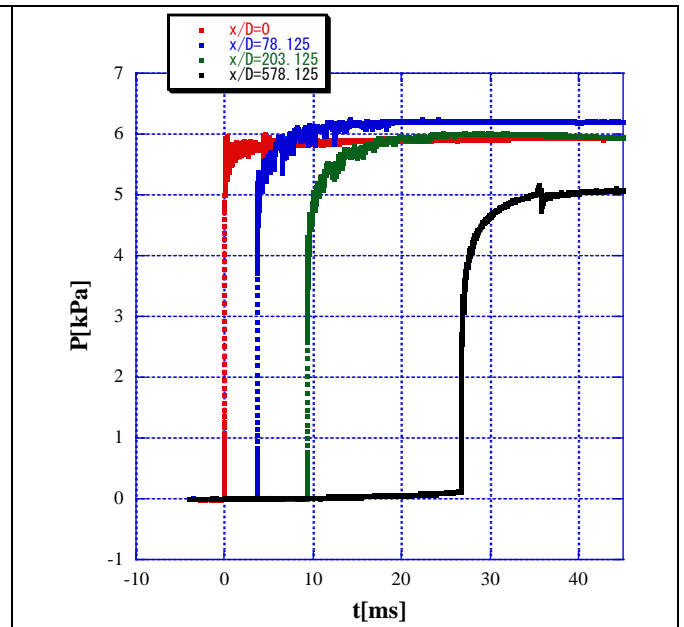


Fig.4.5.4 実験値の全体波形 (Condition4)

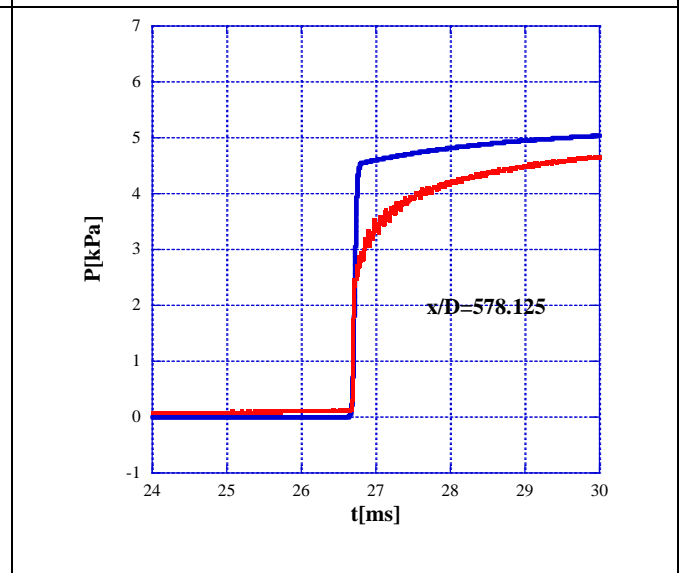
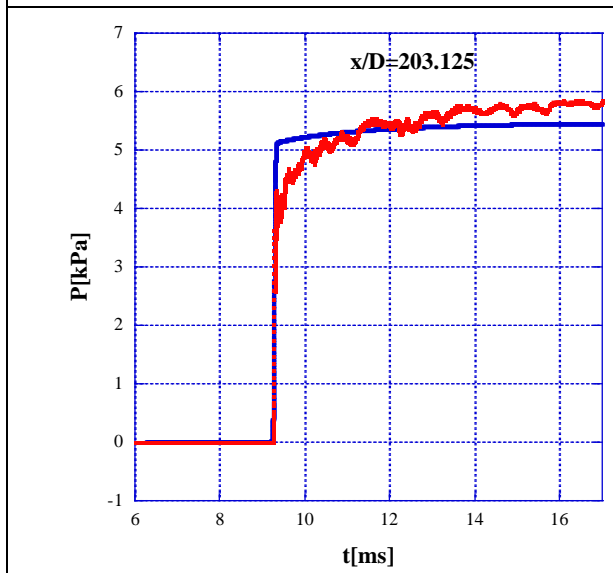
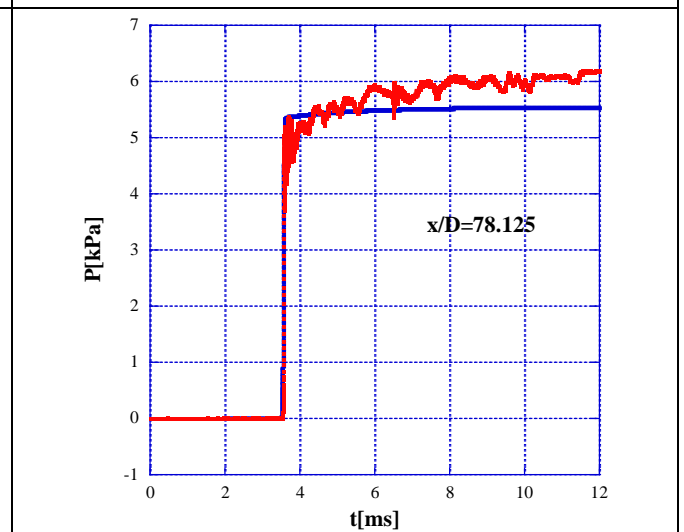
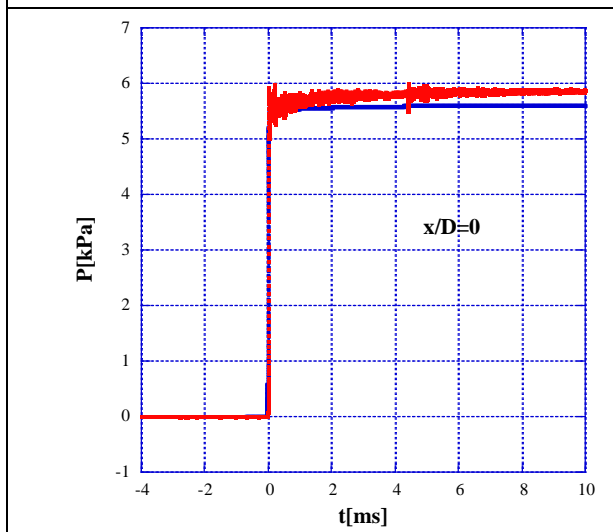


Fig.4.6.4 各測定点における圧力波形の比較(Case7-4,Condition4)

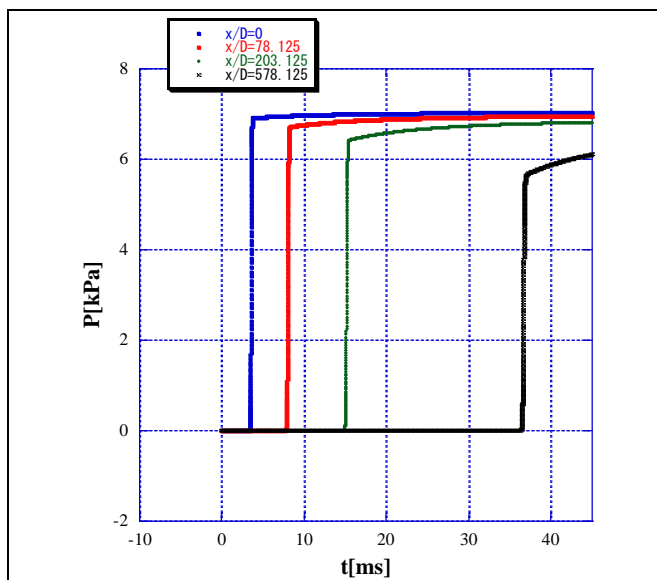


Fig.4.4.5 計算値の全体波形(7-5)

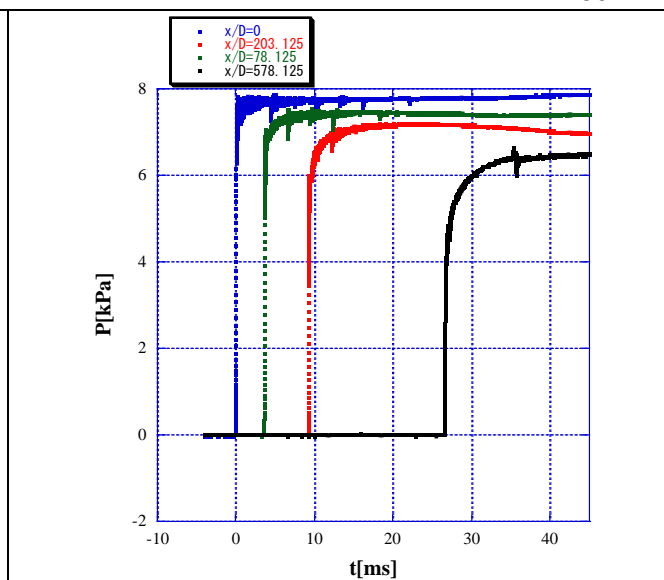


Fig.4.5.5 実験値の全体波形 (Condition5)

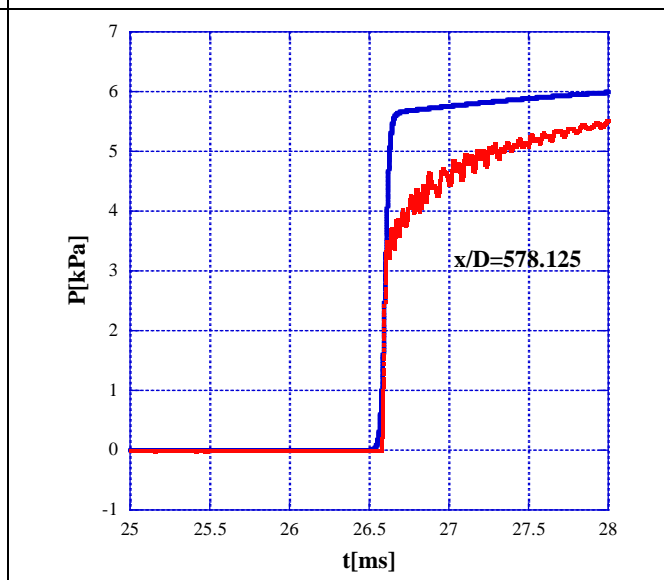
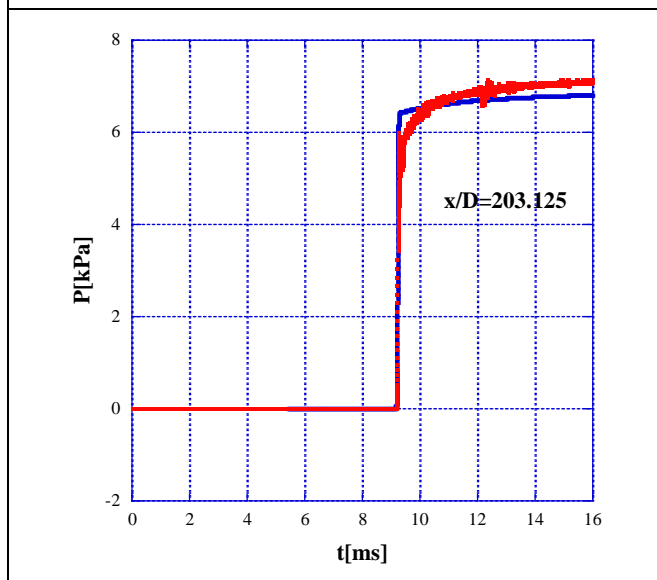
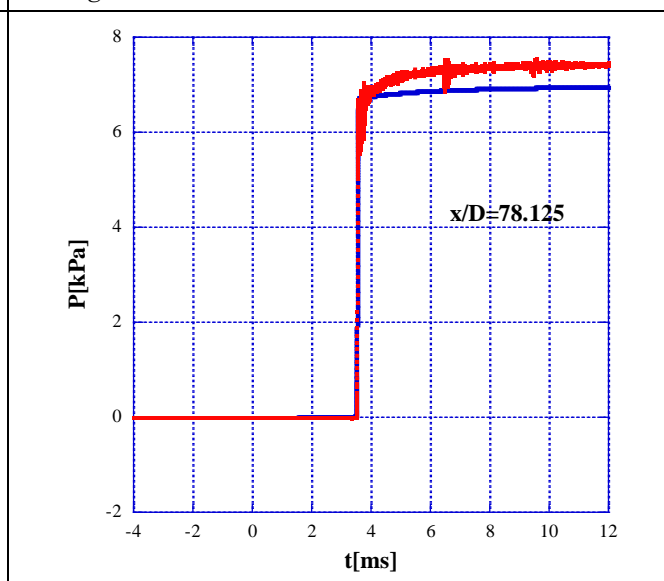
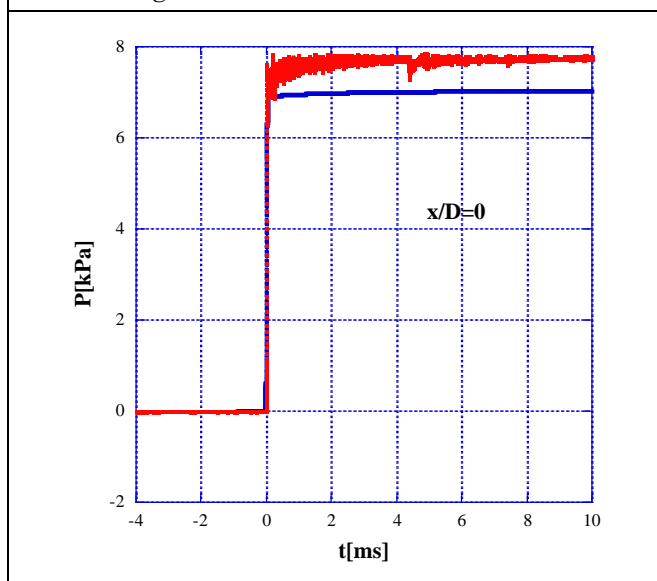


Fig.4.6.5 各測定点における圧力波形の比較(Case7-5,Condition5)

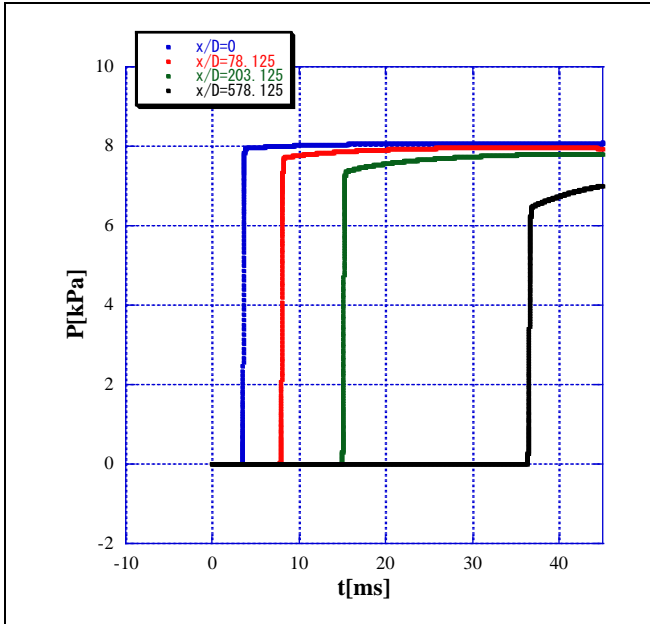


Fig.4.4.6 計算値の全体波形(7-6)

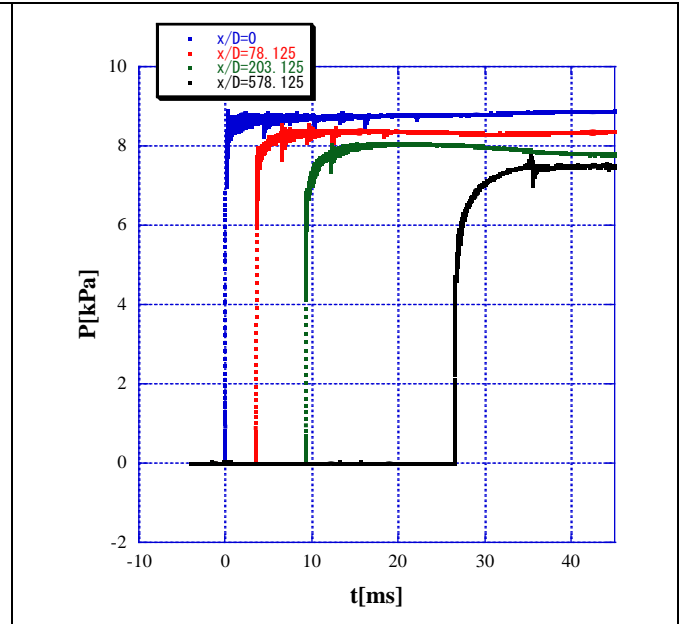


Fig.4.5.6 実験値の全体波形 (Condition6)

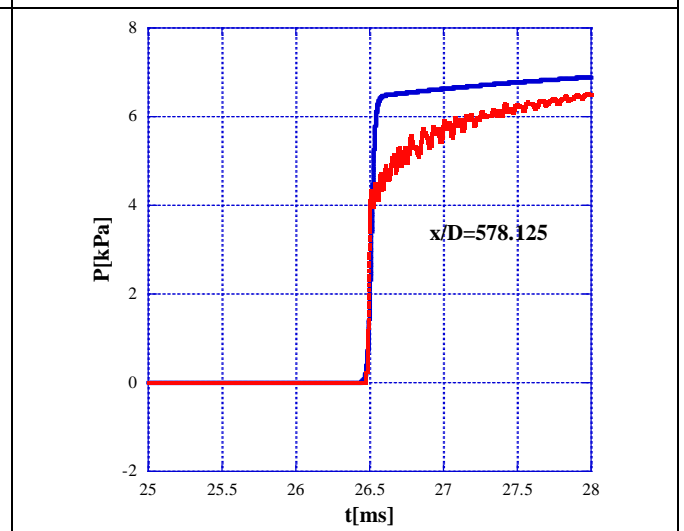
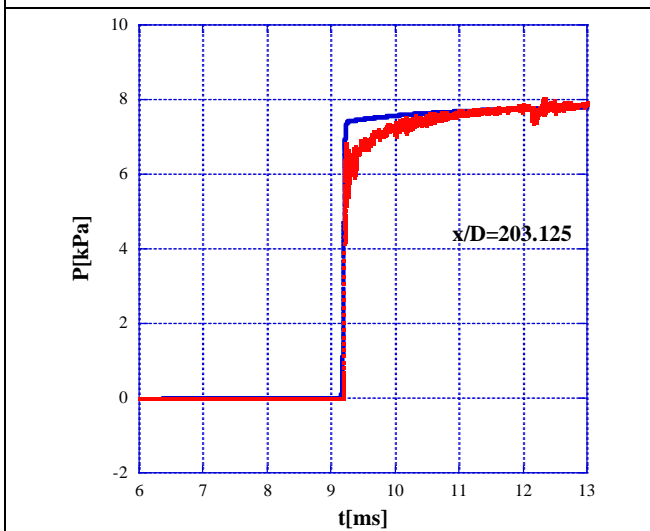
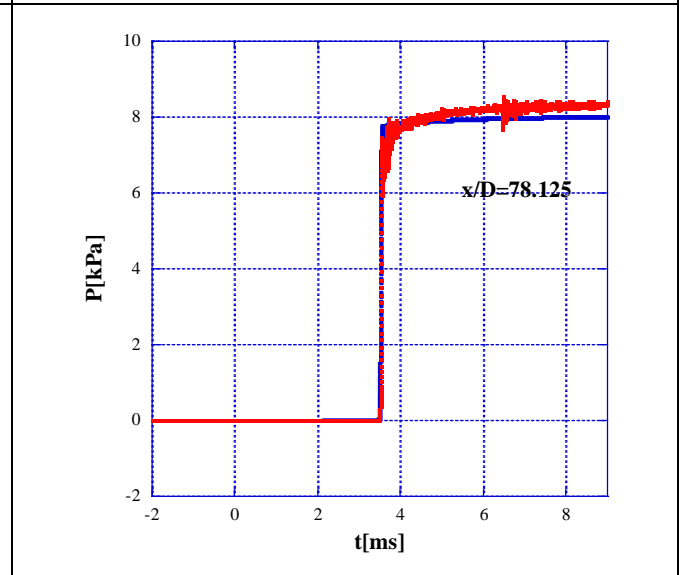
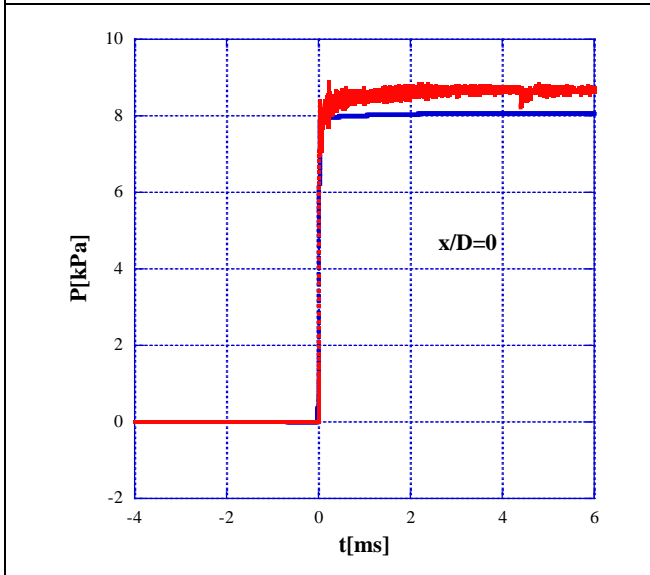


Fig.4.6.6 各測定点における圧力波形の比較(Case7-6,Condition6)

次に、圧縮波の距離減衰を Fig.4.7 に示す。このグラフは、縦軸に圧縮波強さ P_c [kPa]もしくは、 P_c [kPa]を $x/D=0$ での初期衝撃波強さ無次元圧縮波強さ $P_{c,i}$ [kPa]で無次元化した $P_c/P_{c,i}$ [-]、横軸に無次元伝播距離 x/D [-]をとったものである。この図から、圧縮波強さに関しては顕著な差が現れないことがわかる。

これらの結果から、オリフィスを入れることで初期波形に差が生まれ、衝撃波通過直後は実験と計算の間で圧力値に差がみられたが、十分に時間が経過するとその差は小さくなるため、両者の間で圧縮波強さには顕著な差が現れなかったと考えられる。

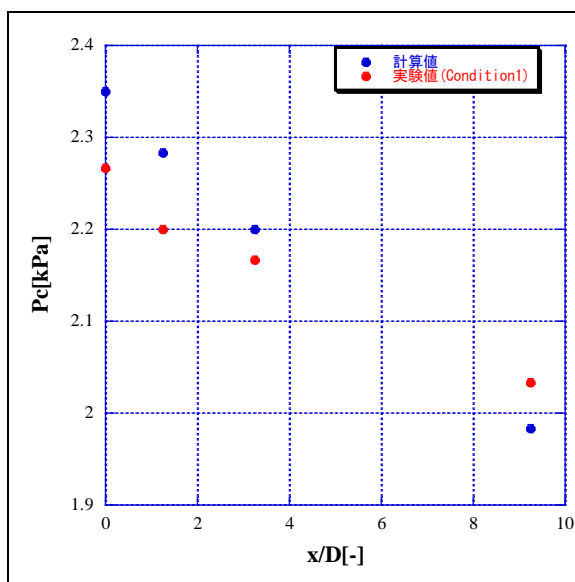


Fig.4.7.1 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-1, Condition1)

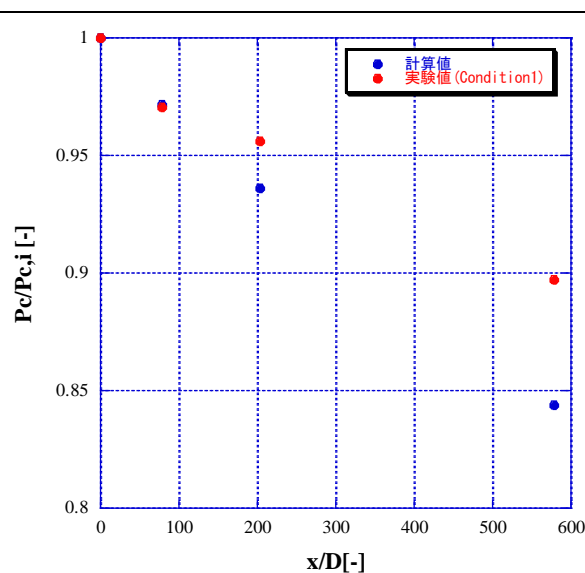


Fig.4.8.1 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-1, Condition1)

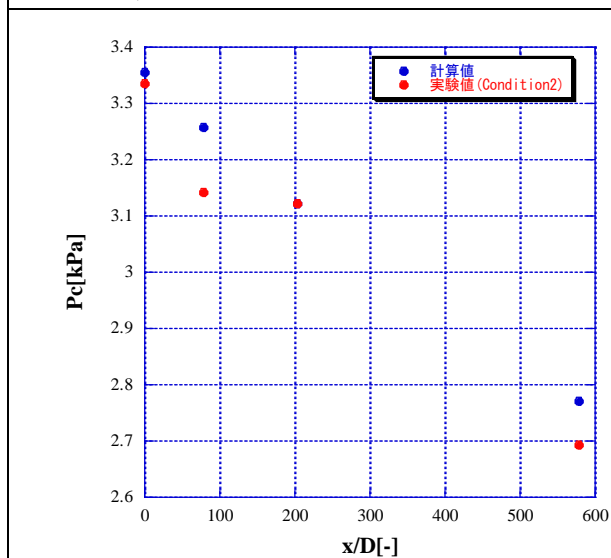


Fig.4.7.2 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-2, Condition2)

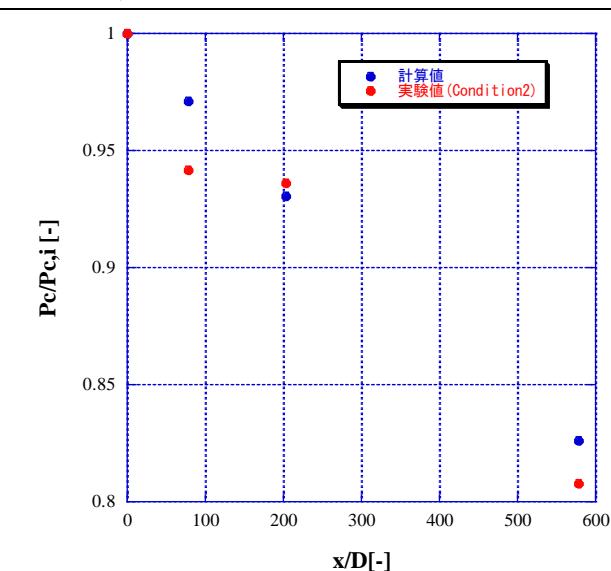


Fig.4.8.2 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-2, Condition2)

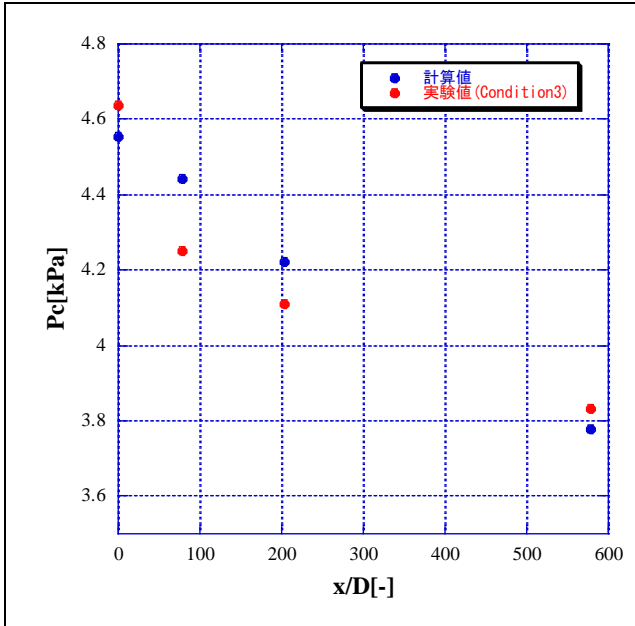


Fig.4.7.3 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-3, Condition3)

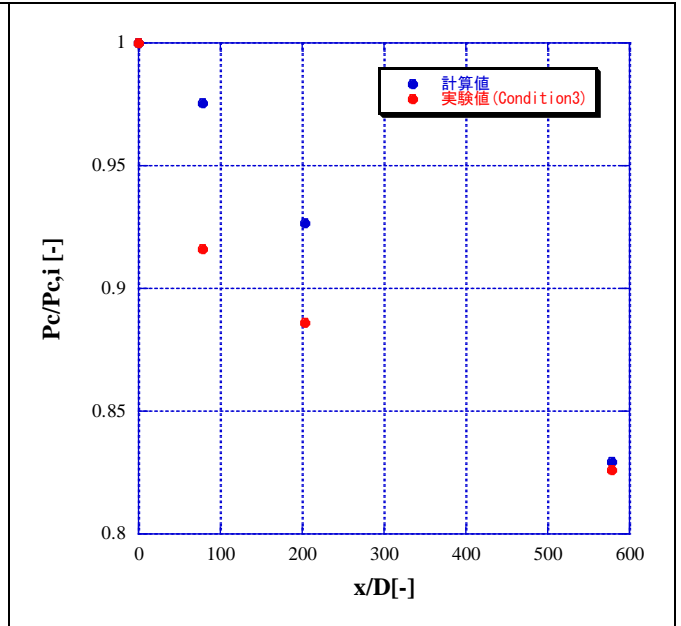


Fig.4.8.3 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-3, Condition3)

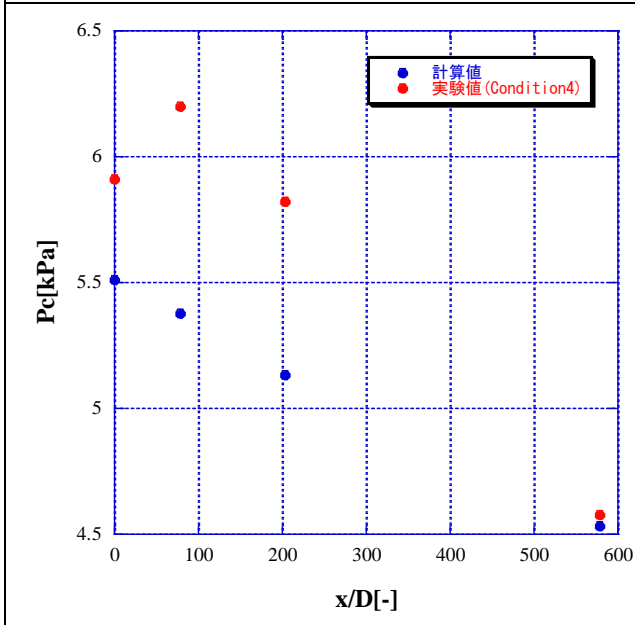


Fig.4.7.4 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-4, Condition4)

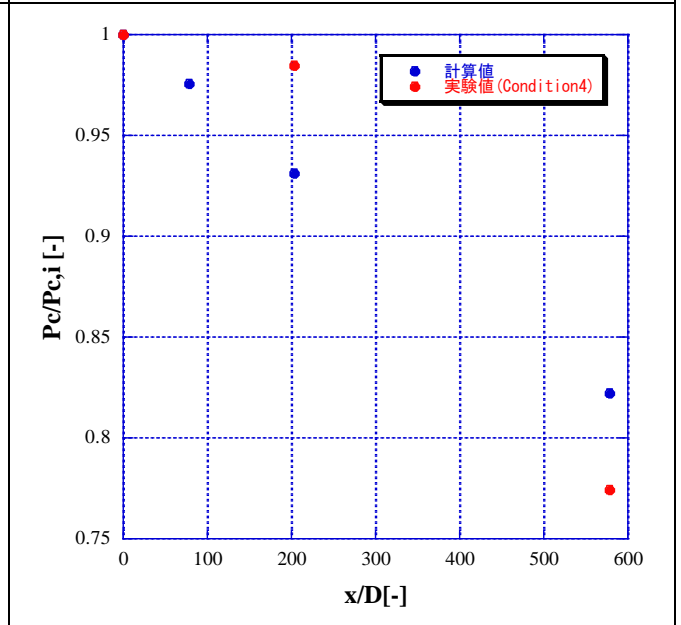


Fig.4.8.4 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-4, Condition4)

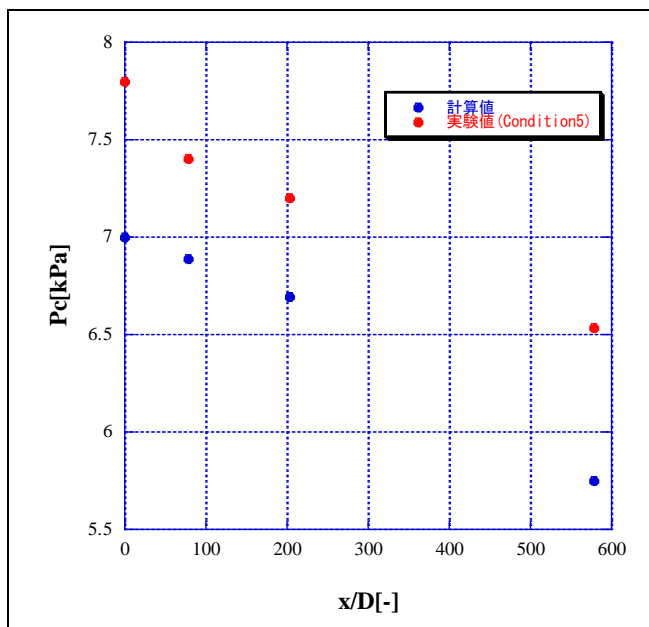


Fig.4.7.5 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-5, Condition5)

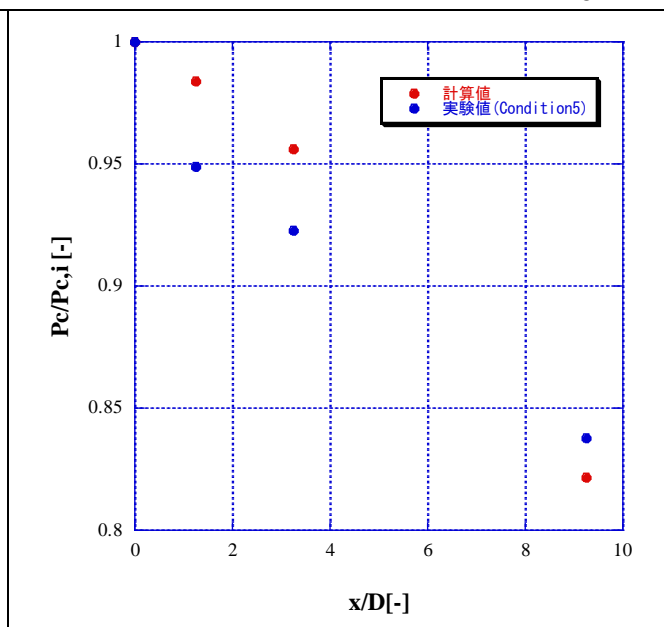


Fig.4.8.5 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-5, Condition5)

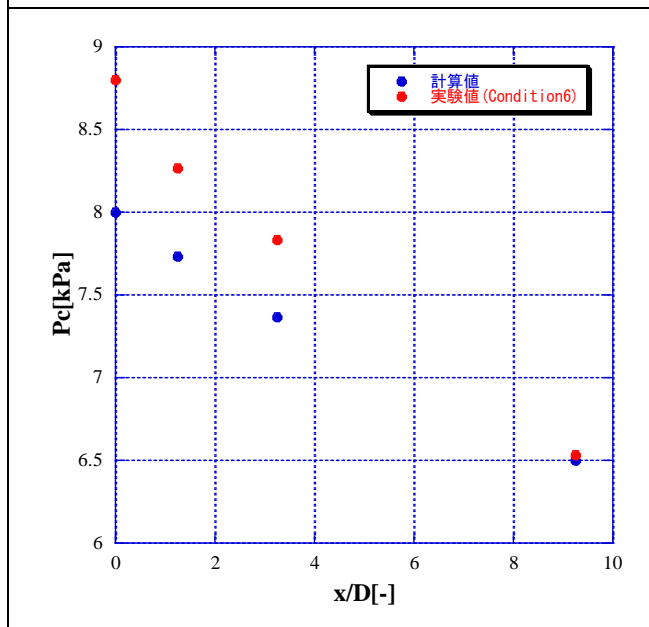


Fig.4.7.6 圧縮波強さの距離減衰
(Case7-6, Condition6)

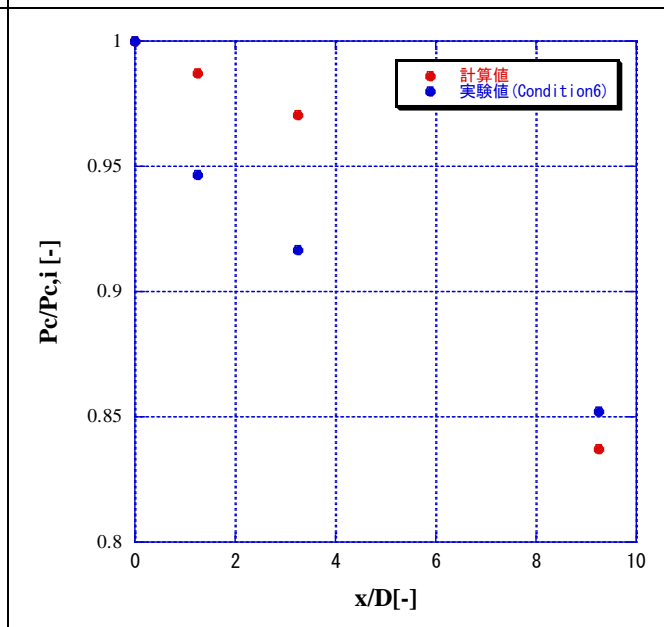


Fig.4.8.6 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case7-6, Condition6)

次に、オリフィスを入れ実験値の衝撃波強さに合わせた計算値 Case8 における、各測定点で得られた圧縮波波形全体を Fig.4.8 に示す。また、比較として実験値 Condition1~4 の全体波形を Fig.4.9 に示す。また、圧縮波波形前面の時間変化を Fig.4.10 に示す。オリフィスを入れていない計算値 Case7 とは異なる点として、 $x/D=0,78.125$ において圧力ピークが現れ、それぞれの x/D の値に対して、衝撃波到達後の圧力は緩やかに上昇し続けている。この現象は実験値

でも確認できた。オリフィスを入れていない計算値 Case1~3 と同様に、 $x/D=0$ から伝播していくと、波面後方では全体の圧力が徐々に減少していることがわかる。

実験値とオリフィスを入れていない計算値の、各測定点における波形を重ねて表示して比較したものを Fig.4.11 に示す。オリフィスを入れていない計算値 Case7 と同様に、 $x/D=0, 78.125$ で実験値と計算値の間で圧力値に大きな差はなく、 $x/D=578.125$ では波頭に差が生じるが、衝撃波通過後十分に時間が経過するとその差は縮まっていくと考えられる。

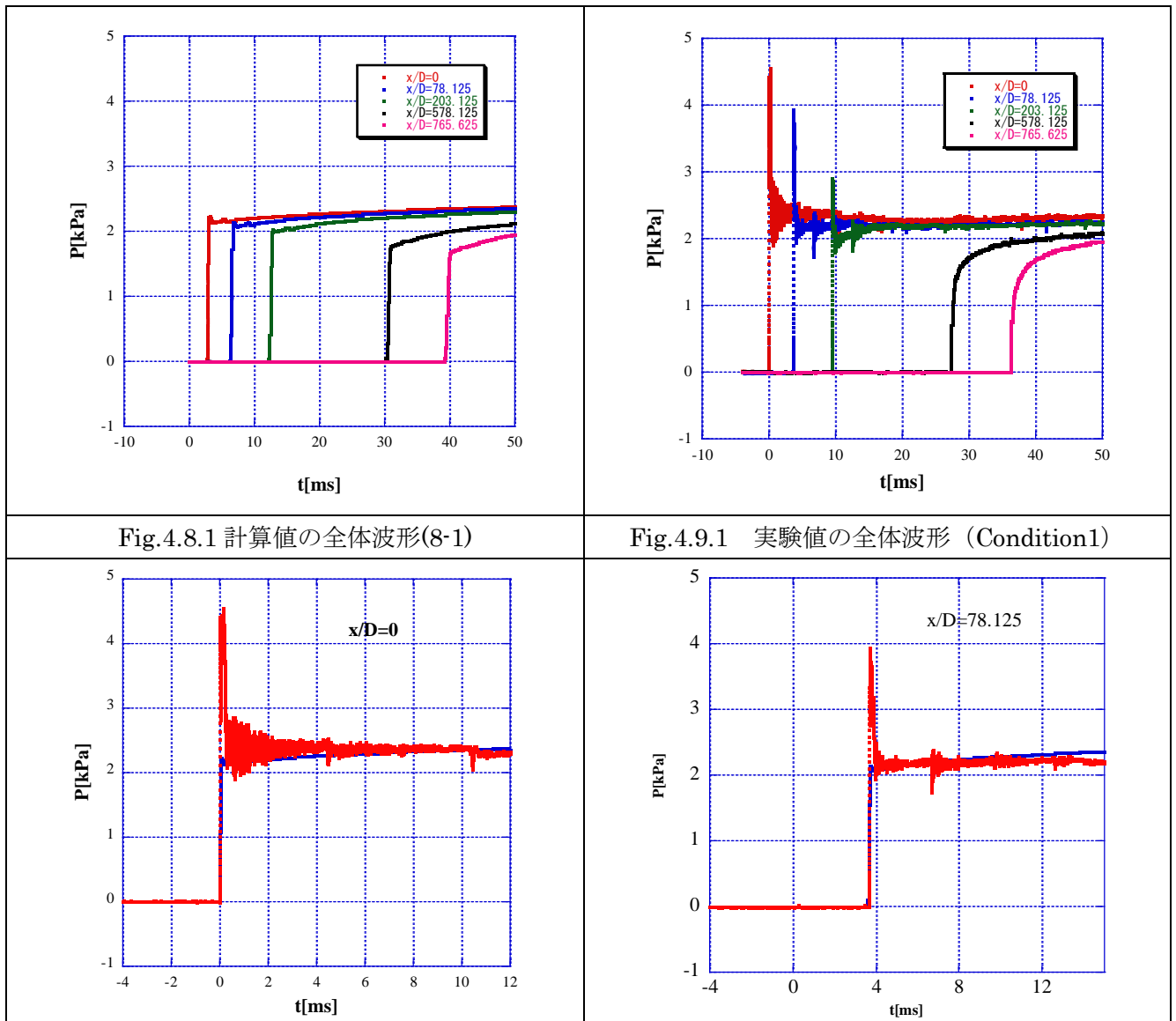


Fig.4.8.1 計算値の全体波形(8-1)

Fig.4.9.1 実験値の全体波形 (Condition1)

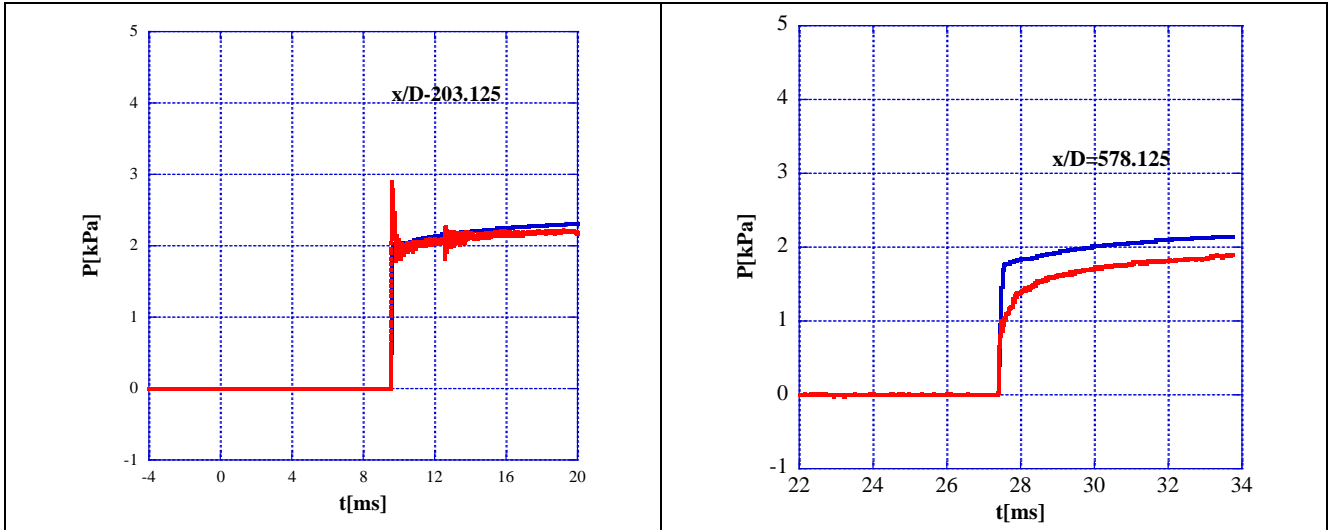


Fig.4.10.1 各測定点における圧力波形の比較(Case8-1,Condition1)

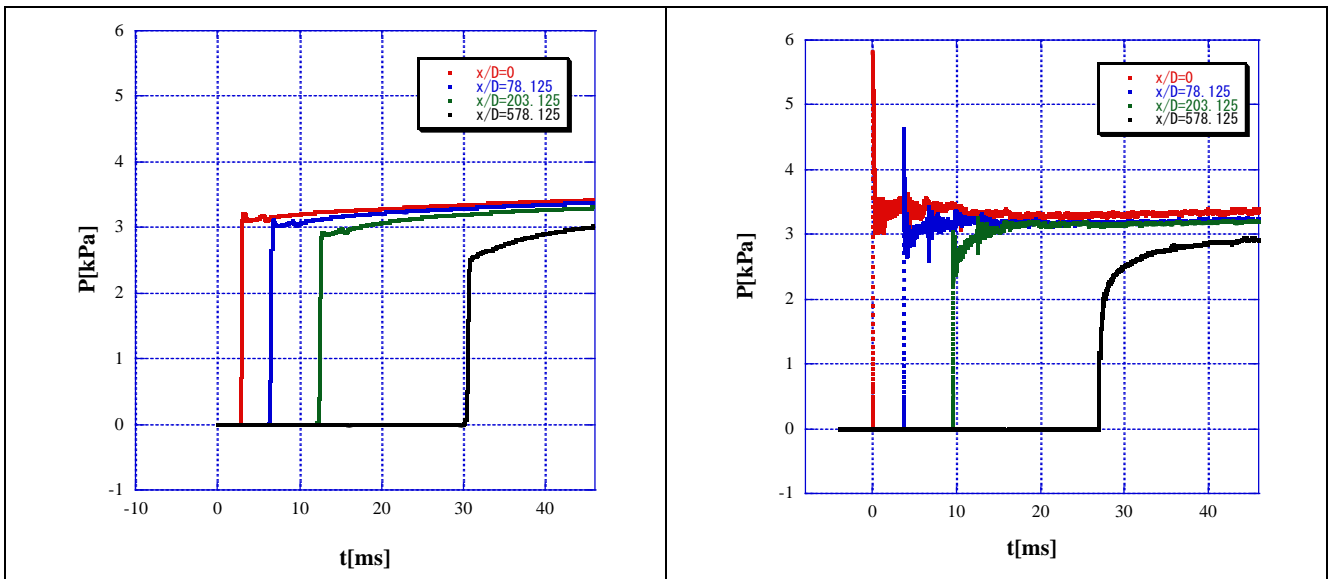
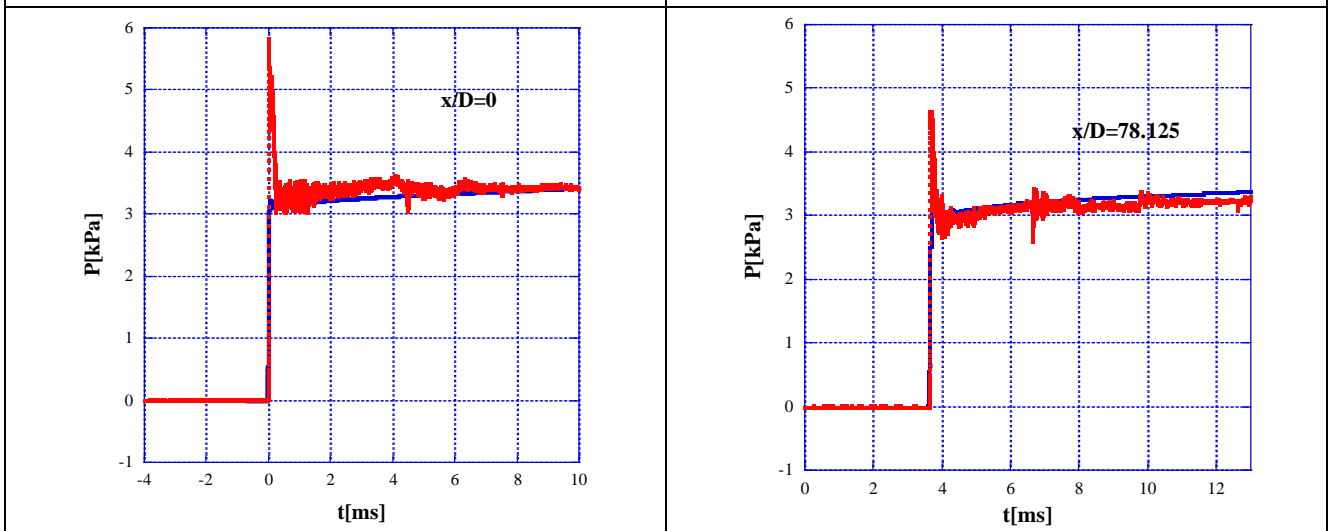


Fig.4.8.2 計算値の全体波形(8-2)

Fig.4.9.2 実験値の全体波形 (Condition2)



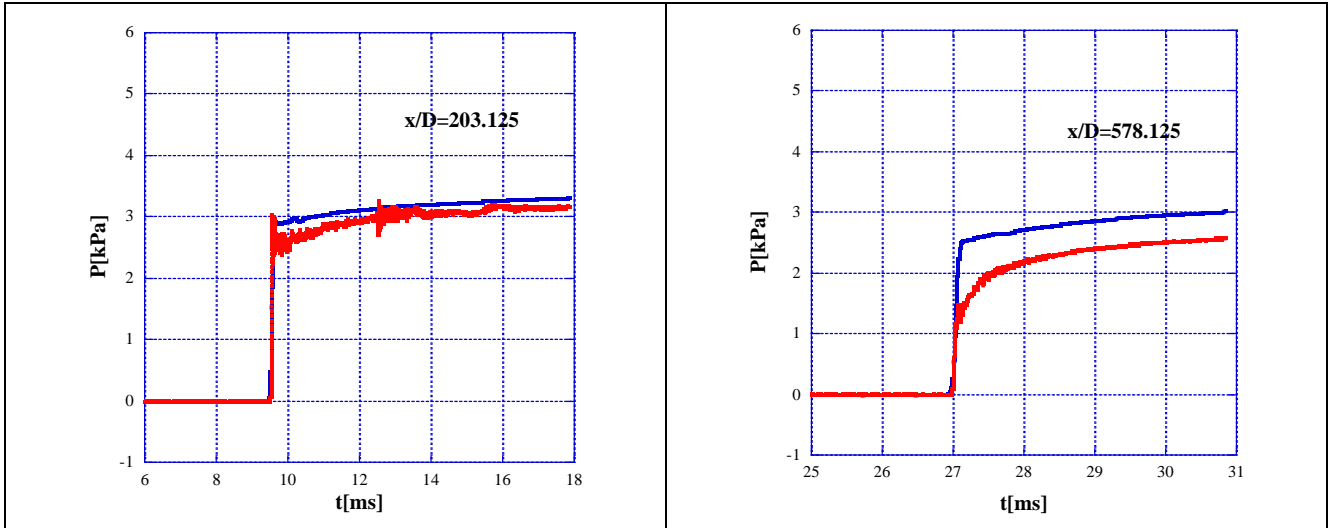


Fig.4.10.2 各測定点における圧力波形の比較(Case8-2,Condition2)

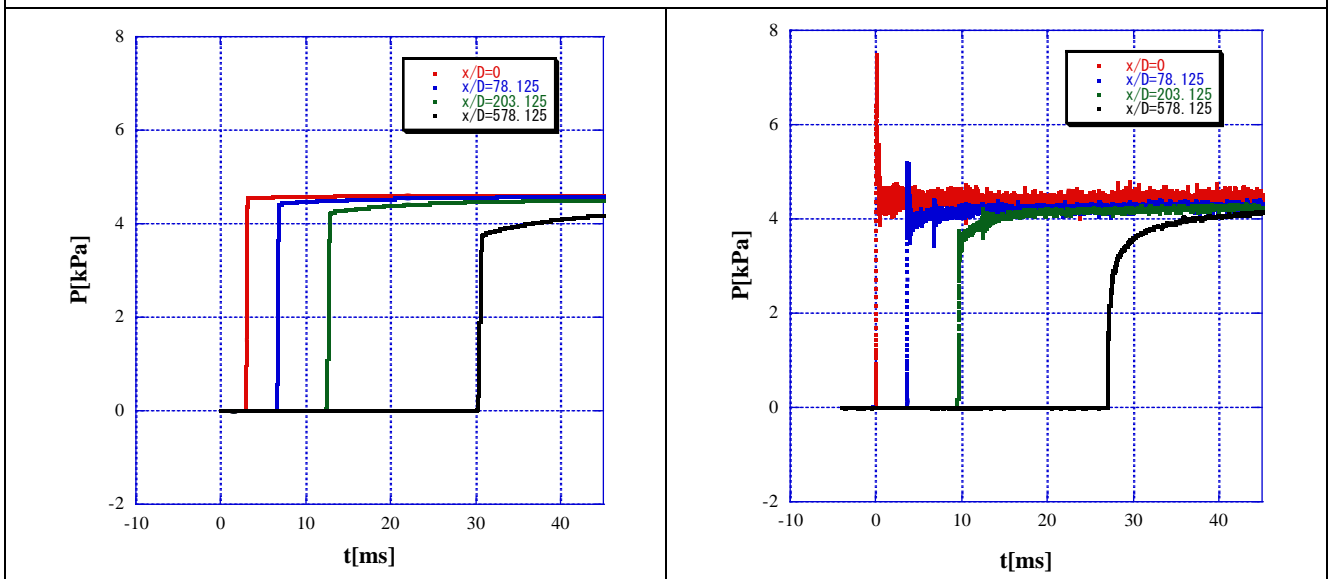
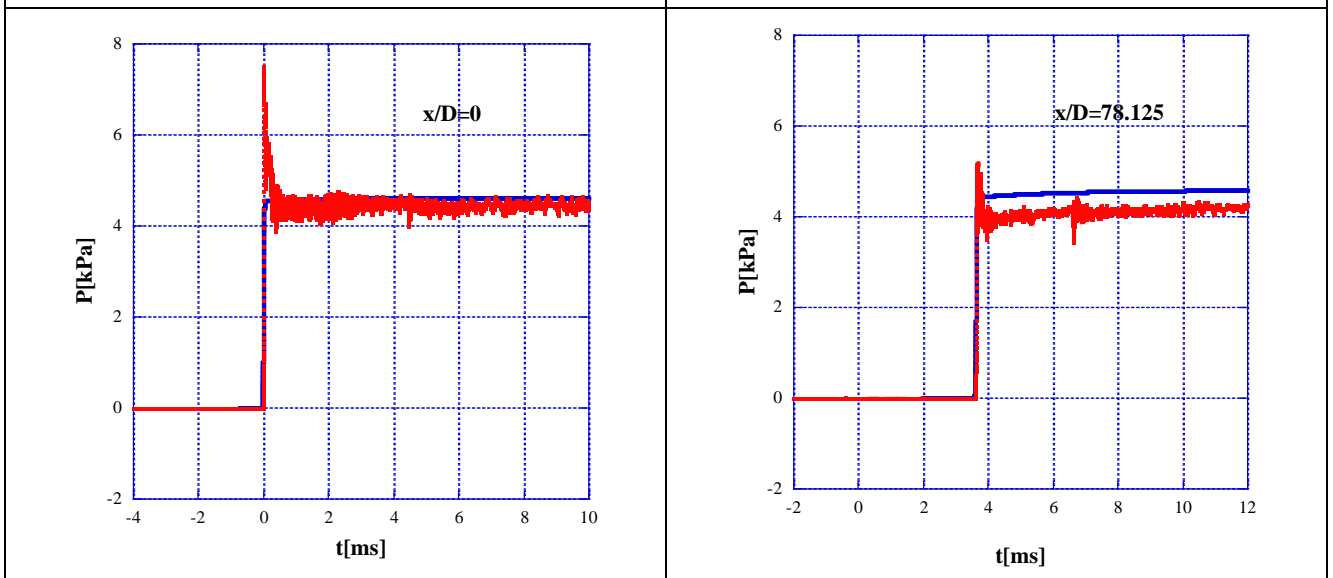


Fig.4.8.3 計算値の全体波形(8-3)

Fig.4.9.3 実験値の全体波形 (Condition3)



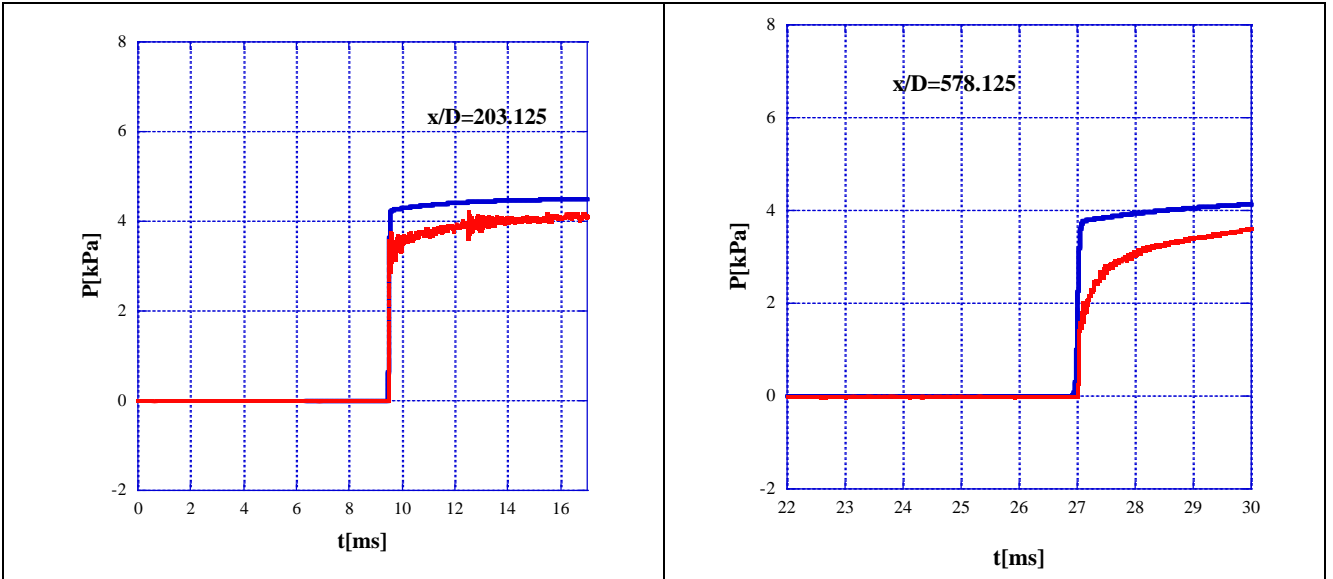


Fig.4.10.3 各測定点における圧力波形の比較(Case8-3,Condition3)

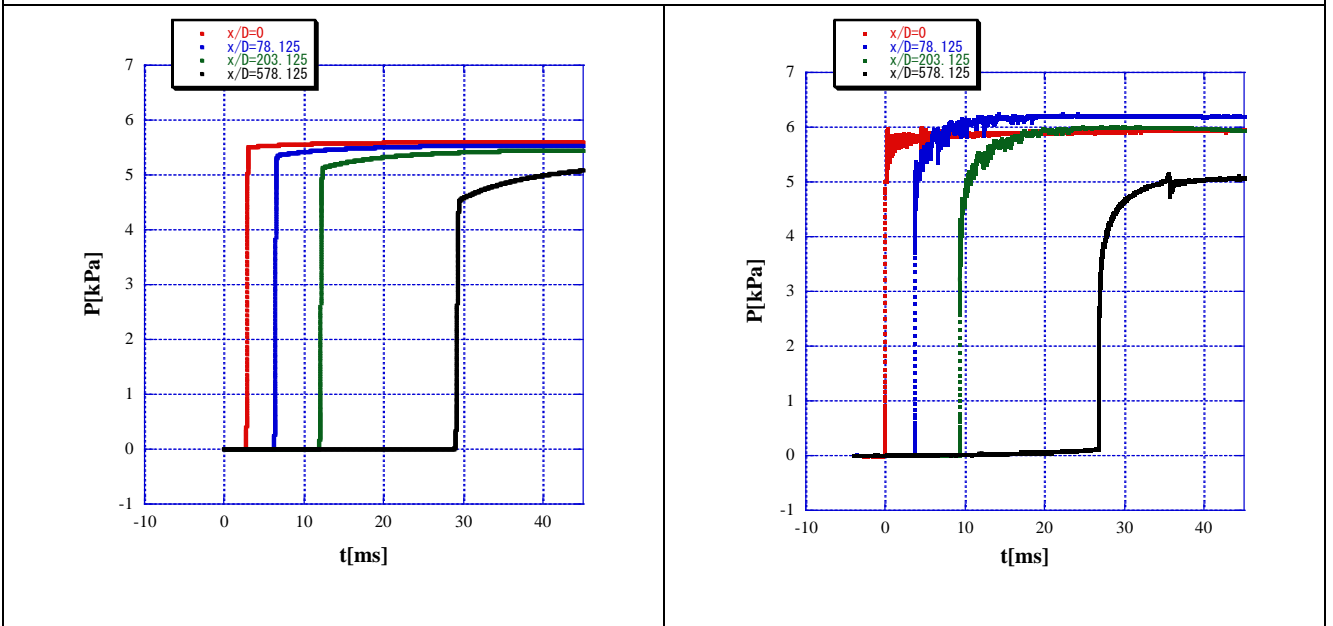
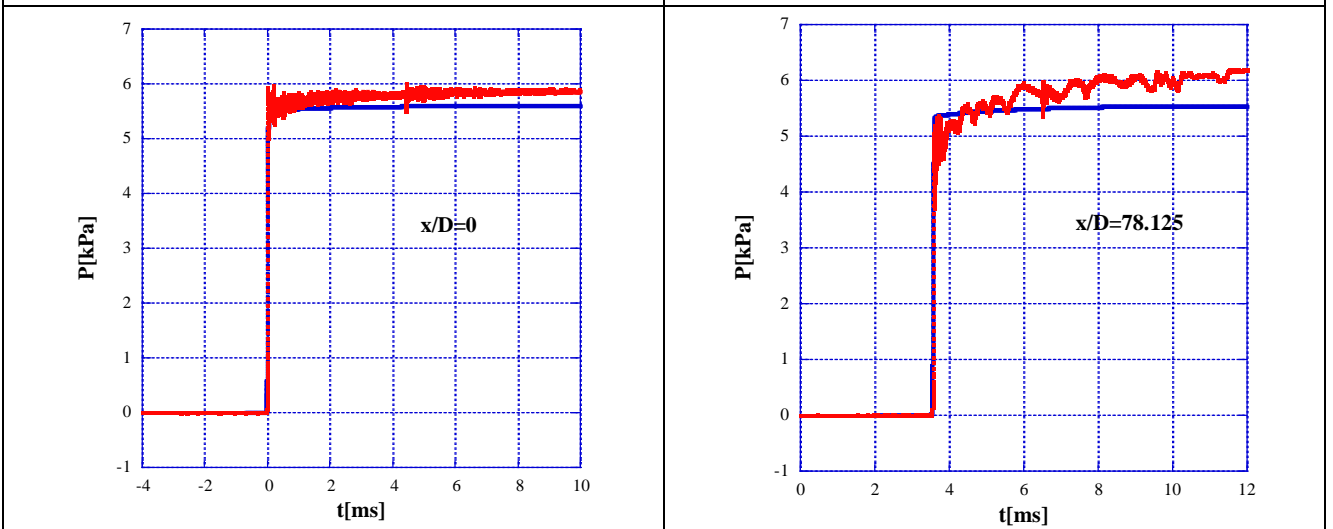


Fig.4.8.4 計算値の全体波形(7-4)

Fig.4.9.4 実験値の全体波形 (Condition4)



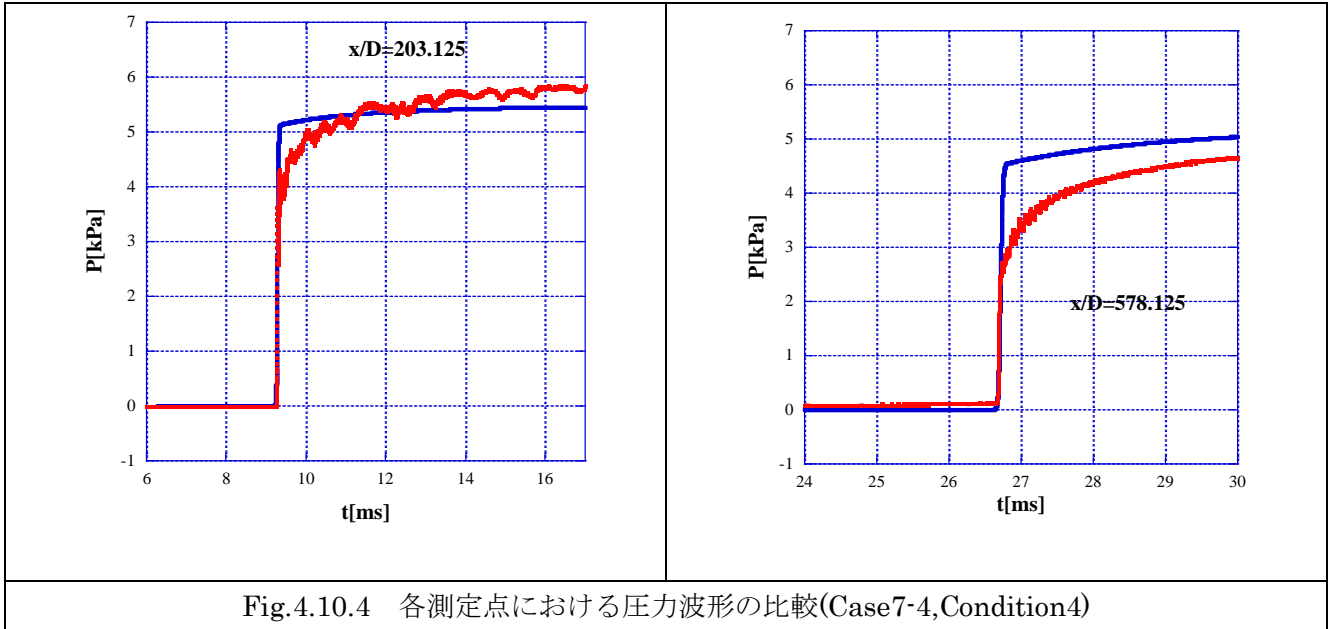


Fig.4.10.4 各測定点における圧力波形の比較(Case7-4,Condition4)

次に、圧縮波の距離減衰を Fig.4.11 に示す。この図は、縦軸に圧縮波強さ P_c [kPa]もしくは $P_c/P_{c,i}$ [-], 横軸に無次元伝播距離 x/D [-]をとったものである。この図から、圧縮波強さに関しては顕著な差が現れないことがわかる。これらの結果から、実験値と計算値の初期衝撃波強さが同じであっても、オリフィスを入れたことによって生じる圧力ピークは大きく異なっており、発生原因が両者の間で異なることが考えられる。次の節では、計算値においてオリフィスの有無によって生じる初期波形の違いが及ぼす圧縮波強さへの影響について述べる。

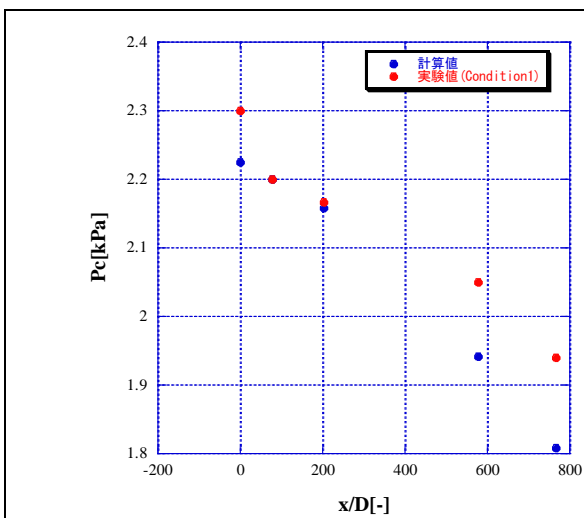


Fig.4.11.1 圧縮波強さの距離減衰
(Case8-1, Condition1)

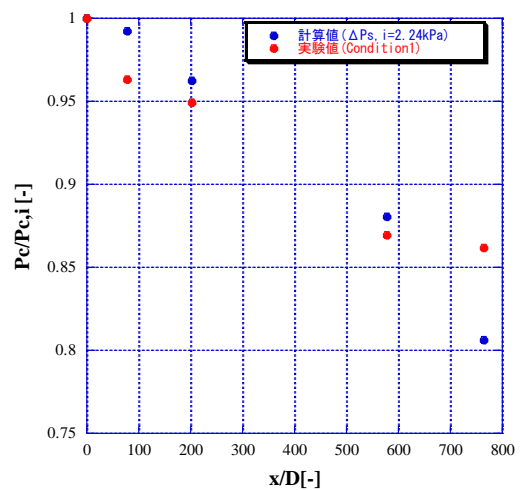


Fig.4.12.1 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case8-1, Condition1)

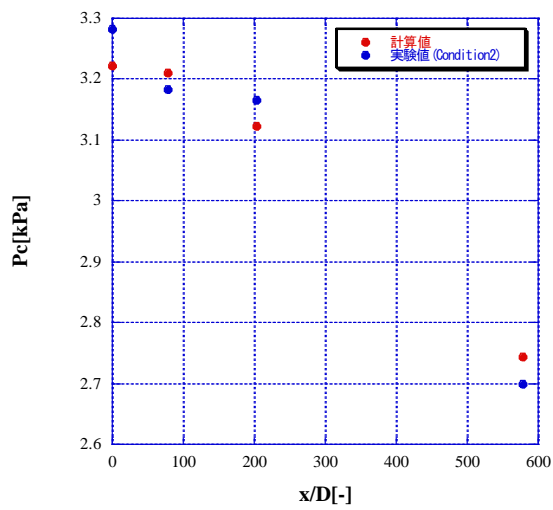


Fig.4.11.2 圧縮波強さの距離減衰
(Case8-2, Condition2)

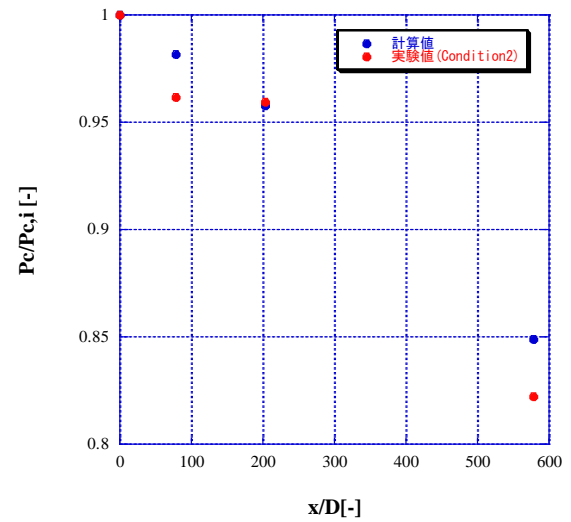


Fig.4.12.2 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case8-2, Condition2)

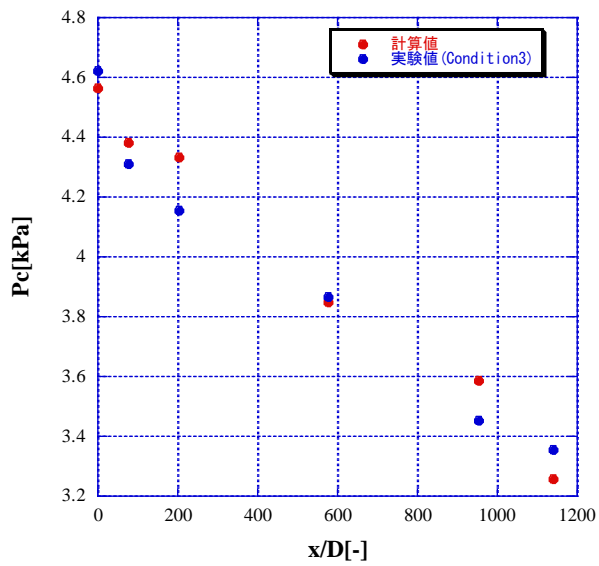


Fig.4.11.3 圧縮波強さの距離減衰
(Case8-3, Condition3)

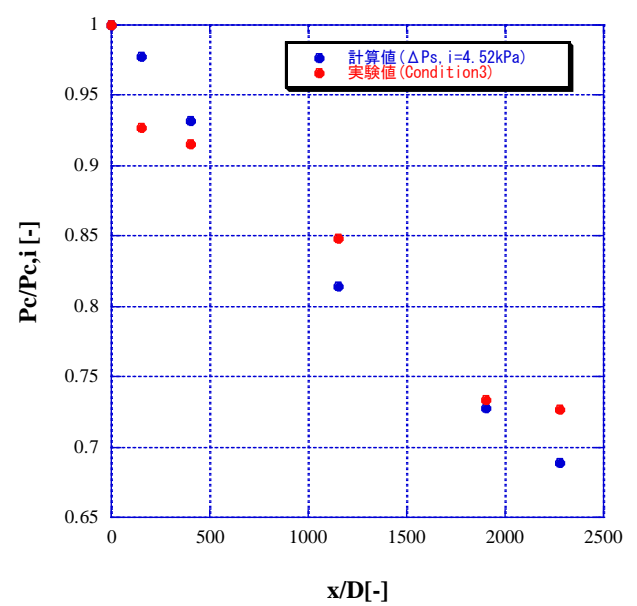
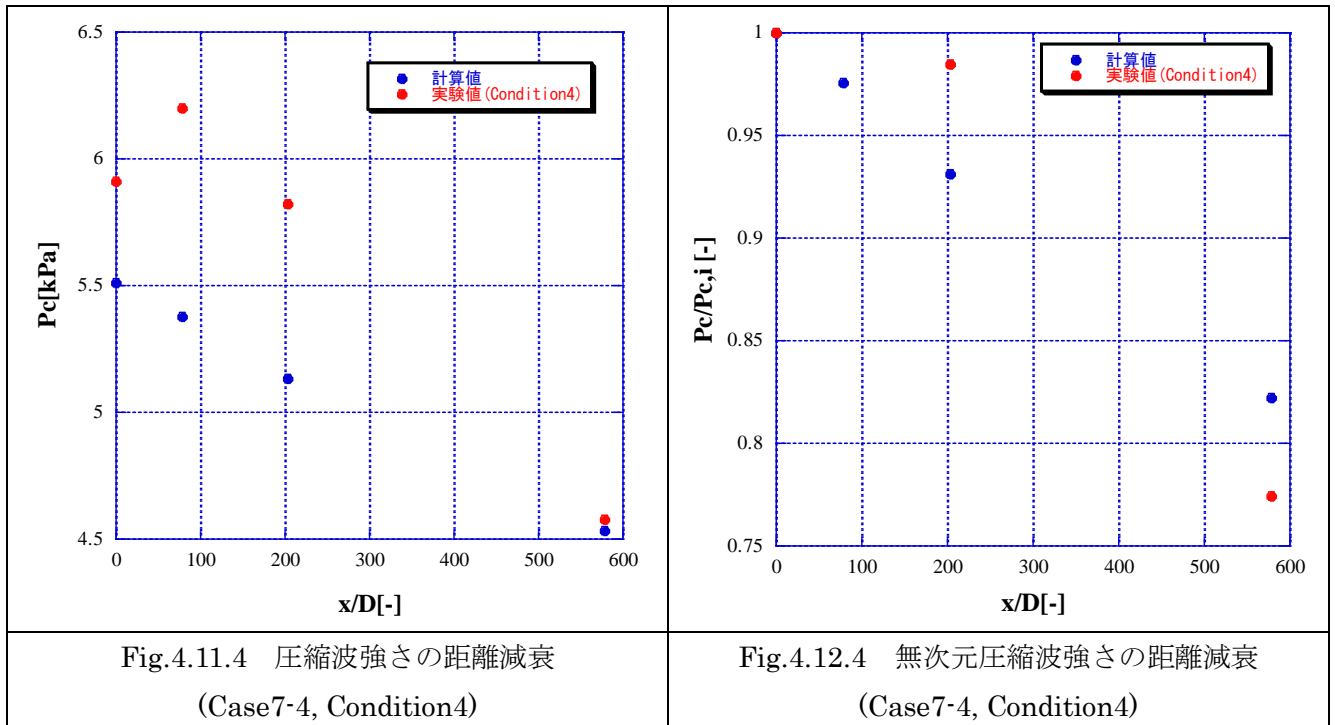


Fig.4.12.3 無次元圧縮波強さの距離減衰
(Case8-3, Condition3)



4.3 初期波形による圧縮波の伝播特性への影響

この節では、初期波形の違いにより伝播特性にどのような影響が生じるかを調べるために、衝撃波強さを 4.5kPa にそろえて開口率を変化させた計算 Case7-3,8-3,8-4,8-5 の結果について述べる。Fig4.12 は各測定点における波形の時間変化を表しており、Fig4.13 は、Fig4.12 の波頭部分を拡大したものである。オリフィスを入れていない Case7-3 については、衝撃波通過後の圧力はほぼ一定値を保っているのに対し、オリフィスを入れた Case8-3~5 では弱い圧力ピークが現れており、衝撃波通過後の圧力は、Case7-3 の一定値の圧力へ向かって緩やかに上昇していることがわかる。

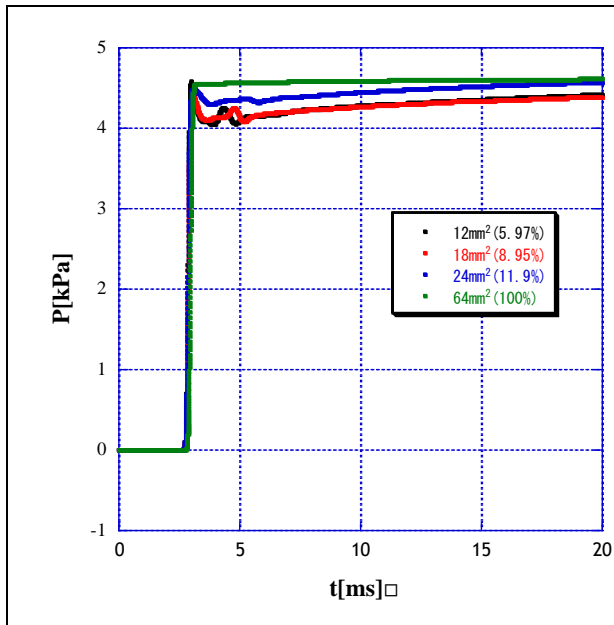
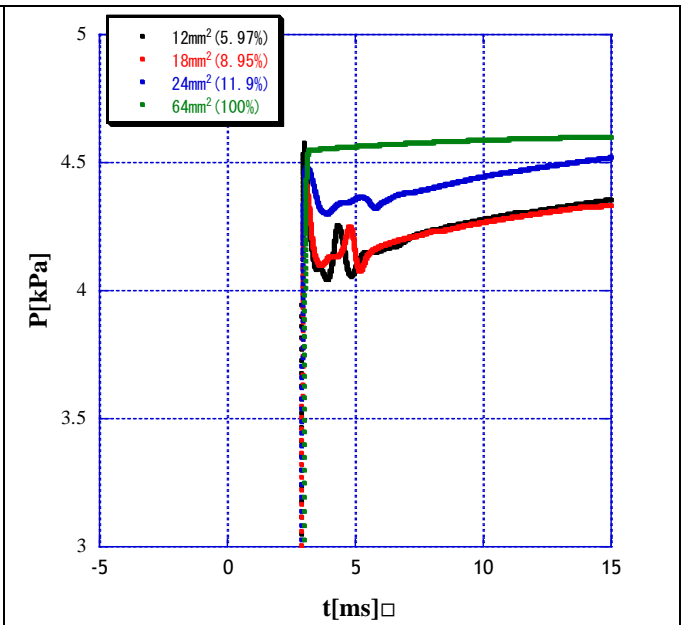
Fig.4.12.1 $x/D=0$ の計算値(Case7-3,8-3~5)

Fig.4.13.1 Fig.4.12.1 の波頭部拡大図

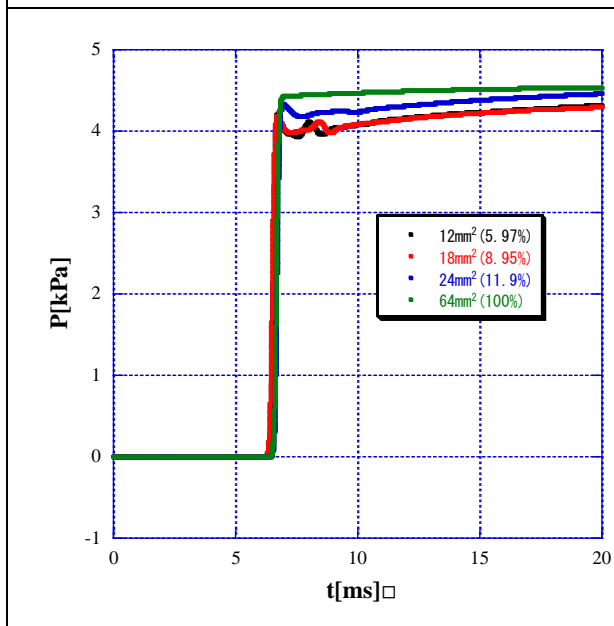
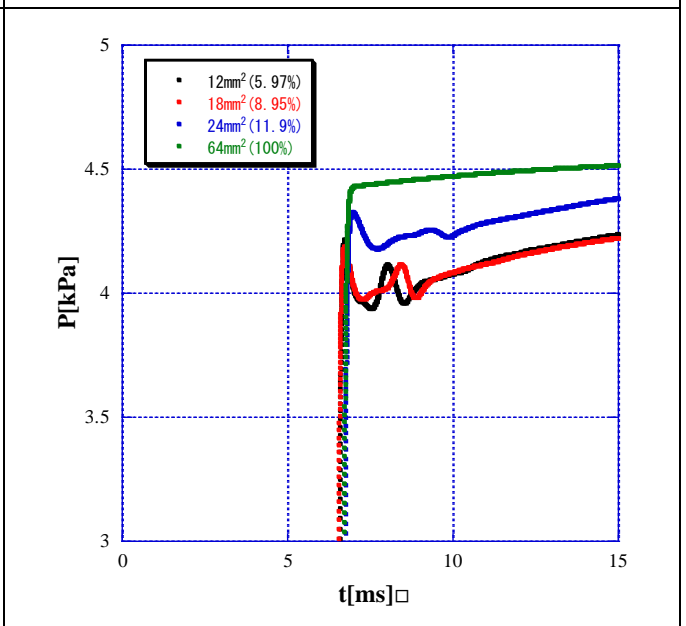
Fig.4.12.2 $x/D=78.125$ の計算値
(Case7-3,8-3~5)

Fig.4.13.2 Fig.4.12.2 の波頭部拡大図

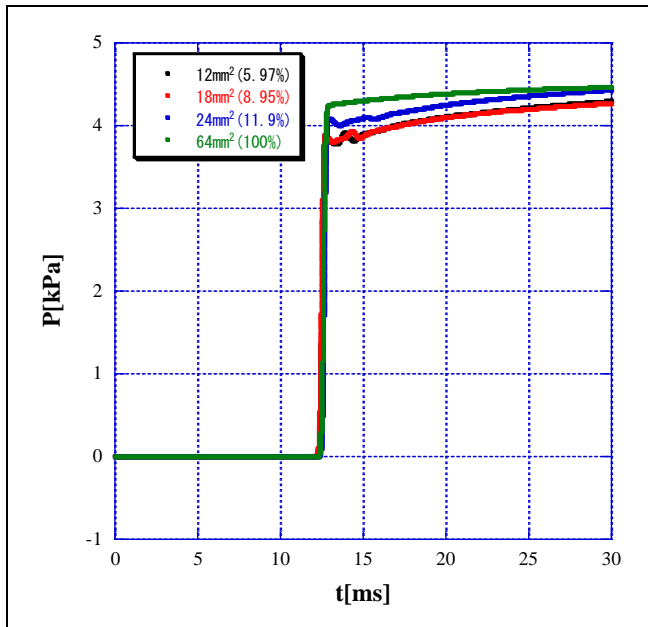


Fig.4.12.3 $x/D=203.125$ の計算値
(Case7-3,8-3~5)

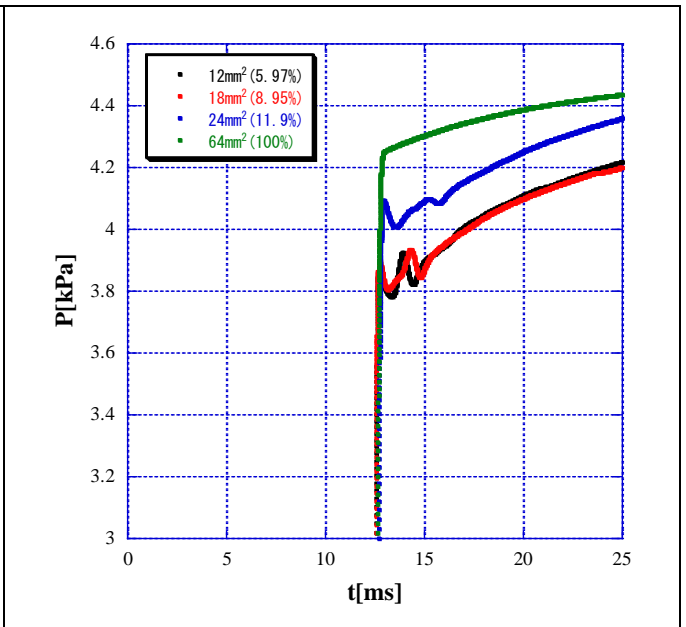


Fig.4.13.3 Fig.4.12.3 の波頭部拡大図

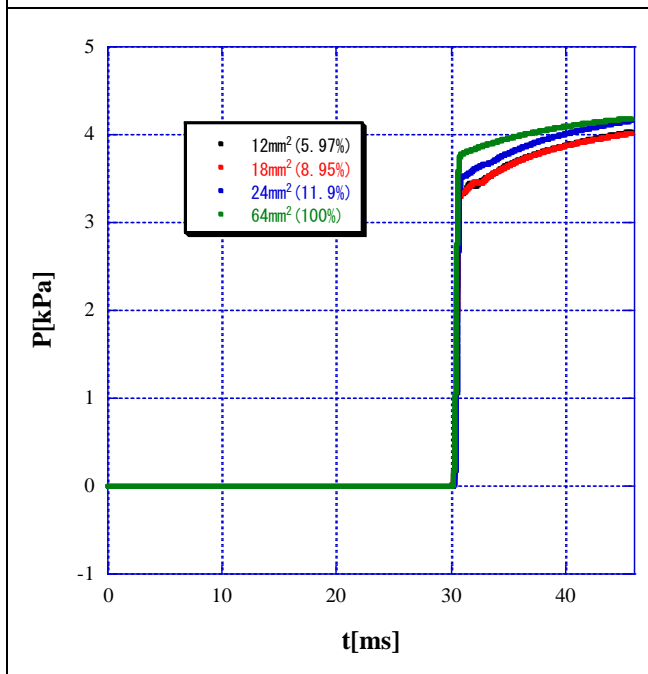


Fig.4.12.4 $x/D=578.125$ の計算値
(Case7-3,8-3~5)

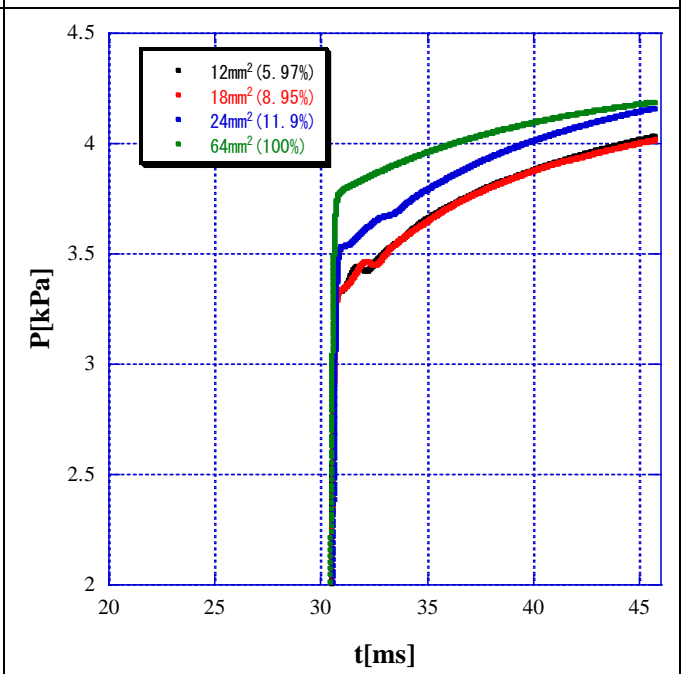


Fig.4.13.4 Fig.4.12.4 の波頭部拡大図

これらの結果から、オリフィスを導入することにより、 $x/D=0$ における圧力ピークや、衝撃波通過後の圧力値の上昇といった波形の違いが生じることがわかったが、これらの波形の違いから衝撃波強さと圧縮波強さにどのような差が出てくるかを調べる。Fig.4.14.1はCase7-3,8-3,8-4,8-5の衝撃波強さの距離減衰を示したものであり、初期衝撃波強さ $P_{s,i}$ [kPa]で無次元化したものがFig.4.14.2である。また、Fig.4.15.1はCase7-3,8-3,8-4,8-5の圧縮波強さの距離減衰

を示したものであり、初期圧縮波強さ $P_{c,i}$ [kPa]で無次元化したものが Fig.4.15.2 である。Fig.4.14.1 に着目すると、開口率が大きいほど衝撃波強さが大きくなっていることがわかる。Fig.4.14.2 の $x/D=578.125$ では、開口率 100%と 5.97%の間で衝撃波強さの減衰に 15%以上の差があることがわかる。Fig.4.15.1 に着目すると開口率と圧縮波強さに大きな関連はないことがわかる。よって、オリフィスの有無は、圧縮波強さの距離減衰に大きな影響を与えないことがわかる。

オリフィスを入れた Case8-3~5 は、初期波形に生じたピークの影響により波頭部分の圧力値が著しく減少しているため、オリフィスを入れていない Case7-3 と比較して減衰が大きくなっており、したがって衝撃波強さの減衰に差が生じたと考えられる。次の節では、衝撃波管内部の流れ場を可視化することで、圧縮波強さに差が生じない原因について詳しく調べる。

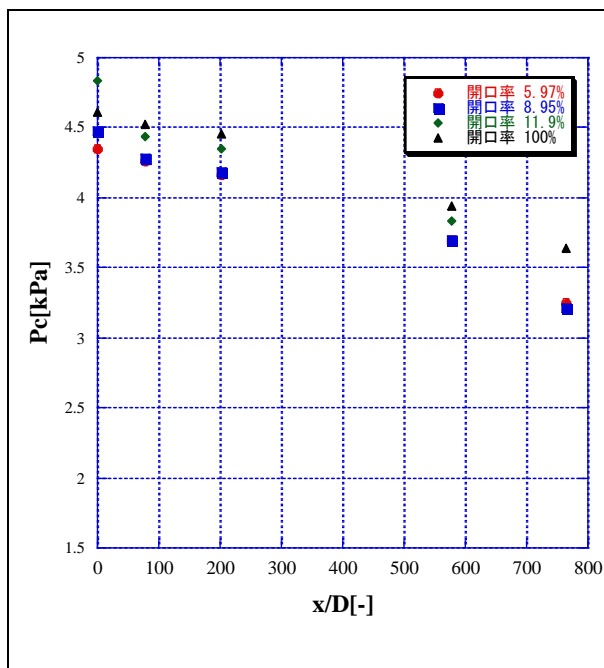


Fig.4.14.1 Case1-4,2-1~3 の衝撃波距離減衰

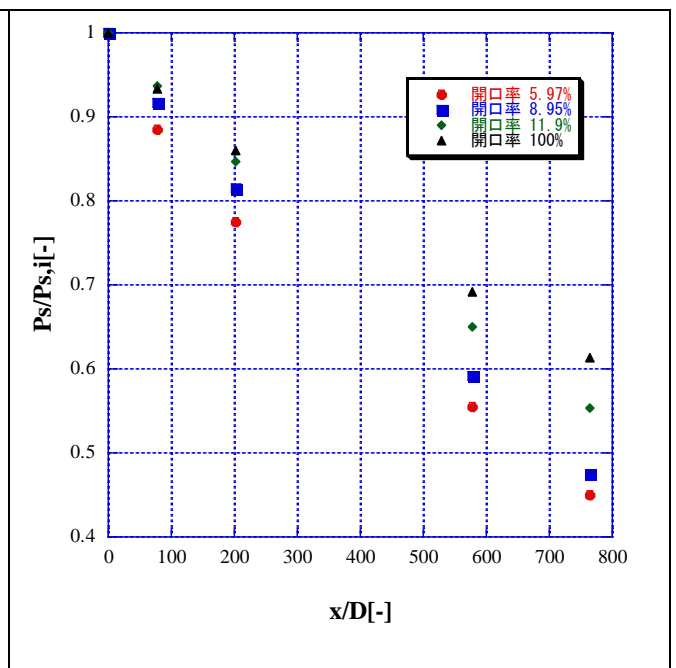


Fig.4.14.2 Case1-4,2-1~3 の
無次元衝撃波距離減衰

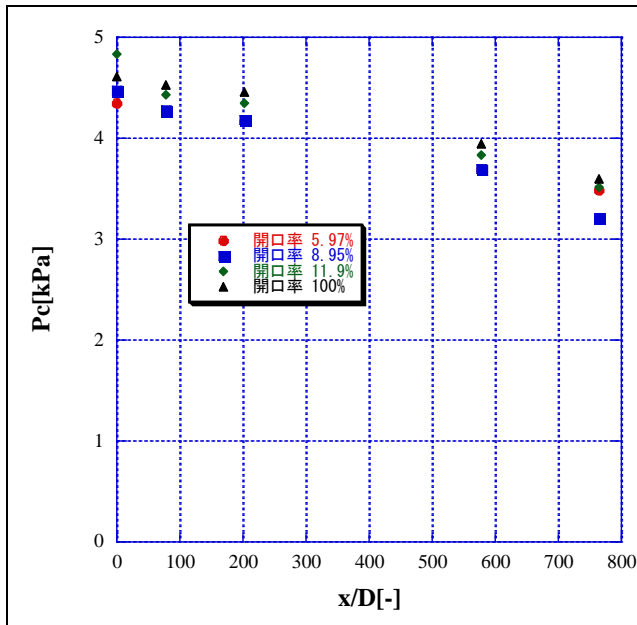


Fig.4.15.1 Case1-4,2-1~3 の圧縮波距離減衰

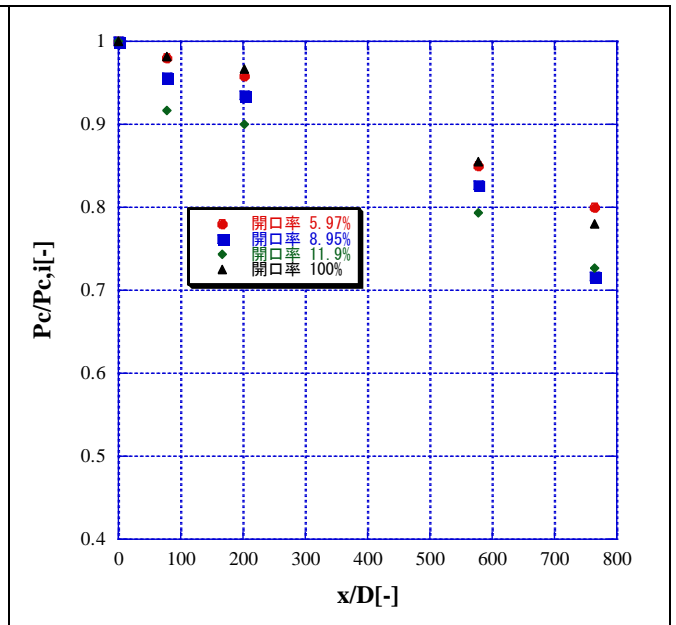


Fig.4.15.2 Case1-4,2-1~3 の無次元圧縮波距離減衰

4.4 衝撃波管内部の流れ場の解明

この節では、衝撃波管内部の流れ場を可視化し、管内で起きている現象を明らかにする。計算値(Case1-3,Case2-3)の、測定点 0m における圧力コンターを Fig.4.16 に、速度コンターを Fig.4.17 に示す。図中には衝撃波を駆動させてからの経過時間[ms]を図上部に、測定点 0m を黒線で示している。Fig.4.16 に着目すると、4ms 時点において、オリフィスを入れていない場合は、入れた場合に比べて衝撃波がより遠くまで到達しており、また、衝撃波通過後の圧力がより高くなっていることがわかる。Fig.4.17 からオリフィスを入れていない場合の方が、衝撃波がより遠くまで到達していることがわかるが、衝撃波通過後の速度は両者の間で差はない。オリフィスの有無による衝撃波通過後の圧力変化の差を調べるため、Case1-3, Case2-3 における 0m 測定点での圧力の時間変化をそれぞれ Fig.4.18 と Fig.4.19 に示す。Fig.4.18 から、オリフィスを入れていない場合は 20ms 経過時点ですでに最高圧力に到達していることがわかる。また、Fig.4.19 から、オリフィスを入れた場合は時間経過とともに徐々に圧力が上昇しており、最終的に Case1-3 と同程度の圧力まで到達していることがわかる。これらのことから、オリフィスの有無によって初期波形に差が生じていても、十分に時間が経過するとオリフィスの有無によらず圧力は同じ一定値まで上昇するため、圧縮波の距離減衰に変化は出なかったと考えられる。

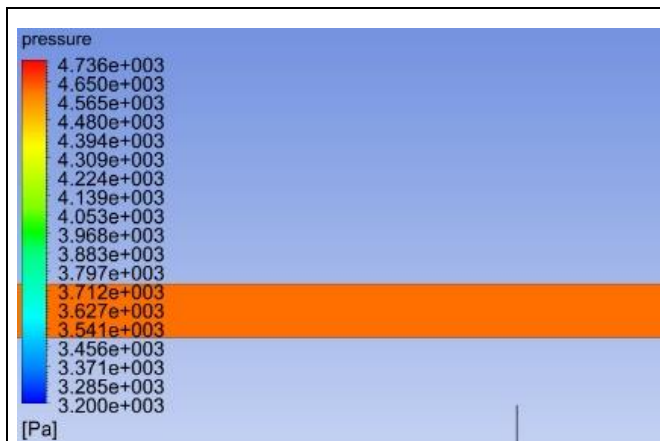


Fig.4.18.1 Case1-3 の圧力コンター(20ms 後)

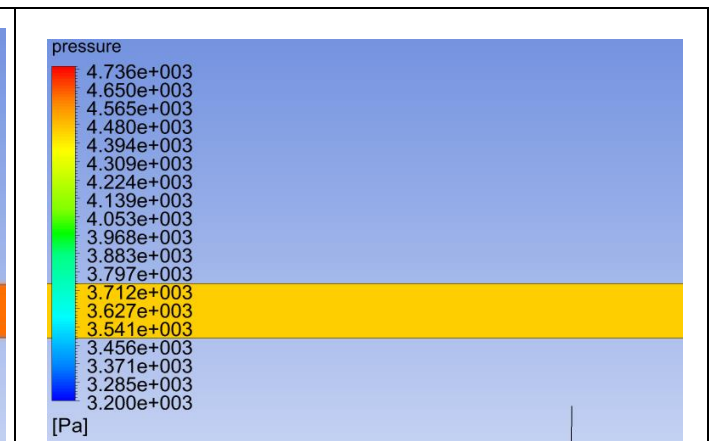


Fig.4.19.1 Case2-3 の圧力コンター(20ms 後)

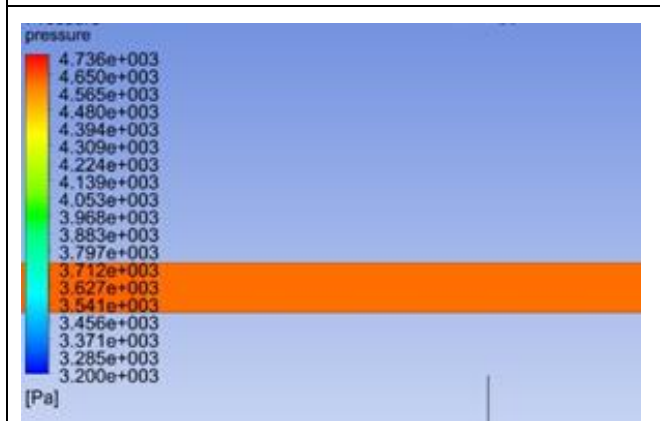


Fig.4.18.2 Case1-3 の圧力コンター(30ms 後)

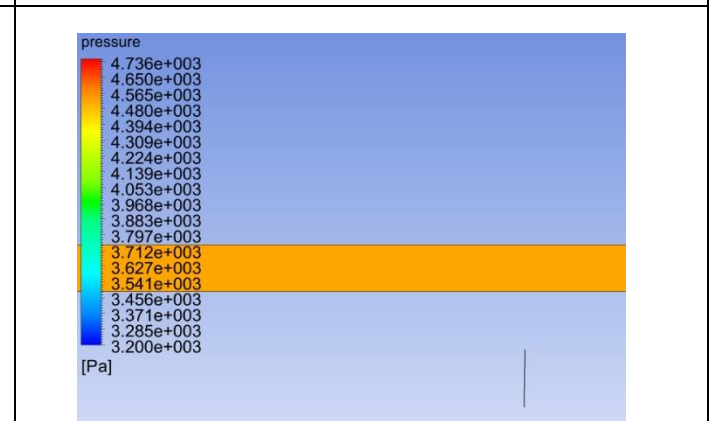


Fig.4.19.2 Case2-3 の圧力コンター(30ms 後)

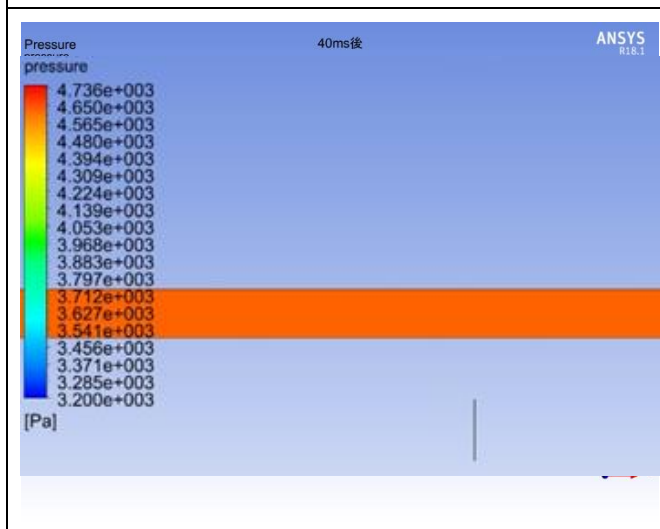


Fig.4.18.3 Case1-3 の圧力コンター(40ms 後)

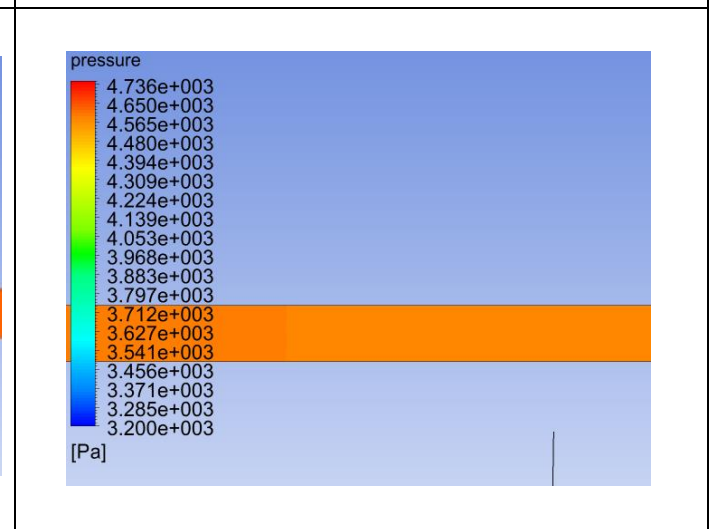


Fig.4.19.3 Case1-3 の圧力コンター(40ms 後)

次に、Case1-3 と Case2-3 のオリフィス付近と $x/D=0$ における流速分布を観察する。Fig.は Case1-3 の圧力境界付近及び $x/D=0$ における速度分布の時間変化である。これらの図から、圧

力境界付近からすでに、管中央に向かうほど流速が大きい規則的な流速分布を形成しており、 $x/D=0$ でも同様の流速分布になっていることがわかる。また、Fig.は Case2-3 のオリフィス付近及び $x/D=0$ における速度分布の時間変化である。Fig.に着目すると、オリフィス付近の流速分布はオリフィスの影響により複雑な流速分布を形成しており、圧縮波が通過して一定時間が経過した後も消滅していないことがわかる。しかし、Fig.に着目すると、 $x/D=0$ における速度分布はオリフィスを入れていない場合と同様の規則的な流速分布を形成していることから、オリフィスを導入することでオリフィス付近は複雑な流速分布が形成されるが、これはオリフィスから十分離れた点には影響を与えないと考えられる。

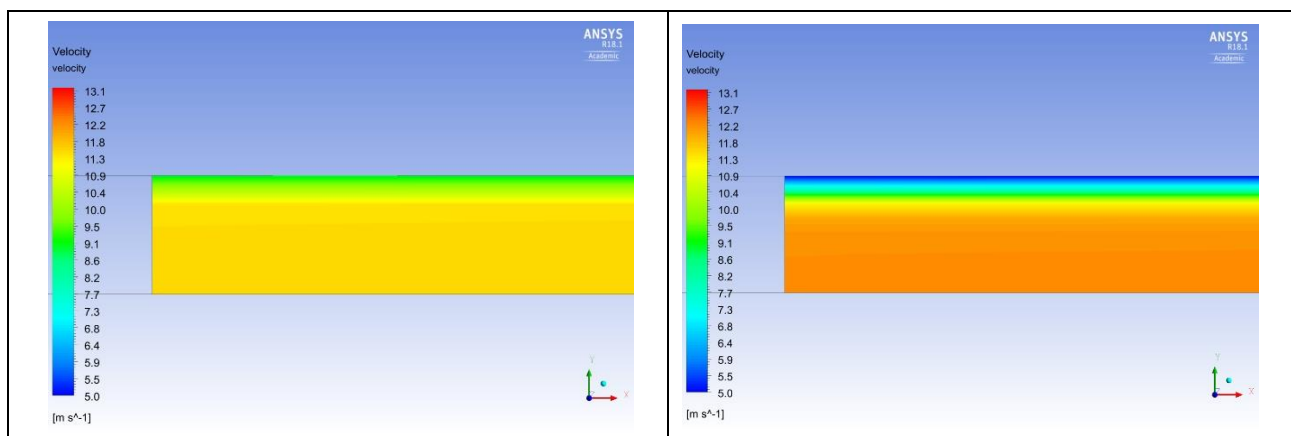


Fig.4.20.1 Case1-3 の圧力境界付近の速度コンター(4ms 後)

Fig.4.20.2 Case1-3 の圧力境界付近の速度コンター(20ms 後)

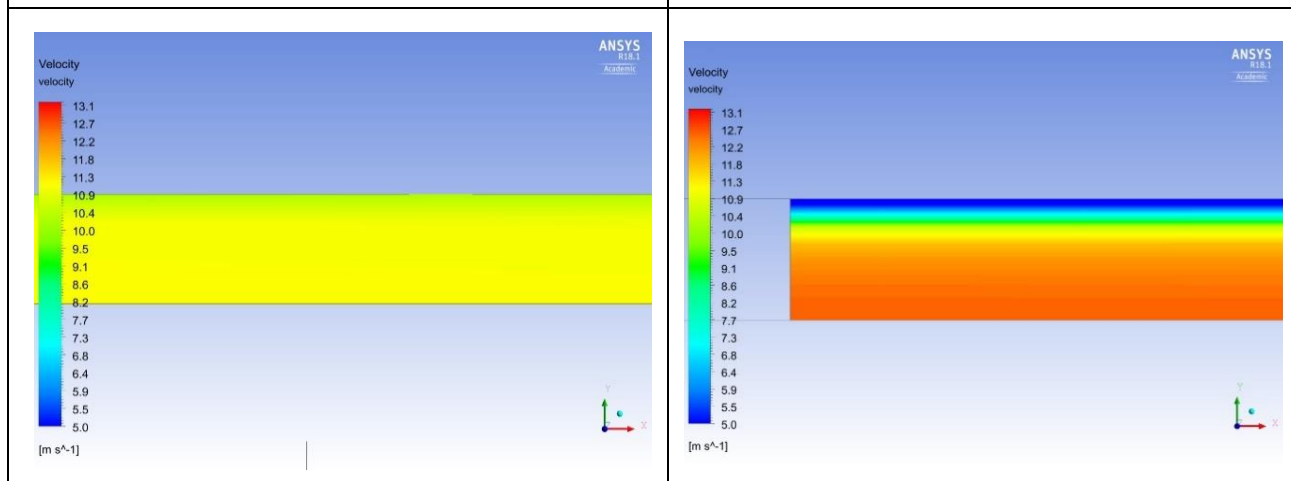


Fig.4.20.3 Case1-3 の圧力境界付近の速度コンター(20ms 後)

Fig.4.20.4 Case1-3 の圧力境界付近の速度コンター(40ms 後)

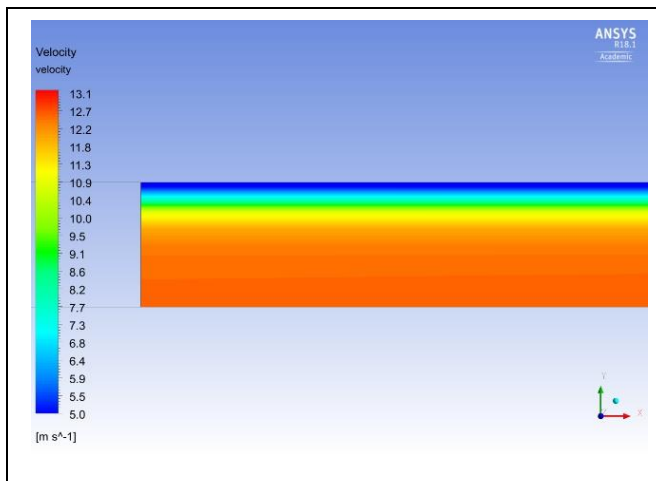


Fig.4.21.1 Case1-3 の $x/D=0$ 付近の速度コンター(4ms 後)

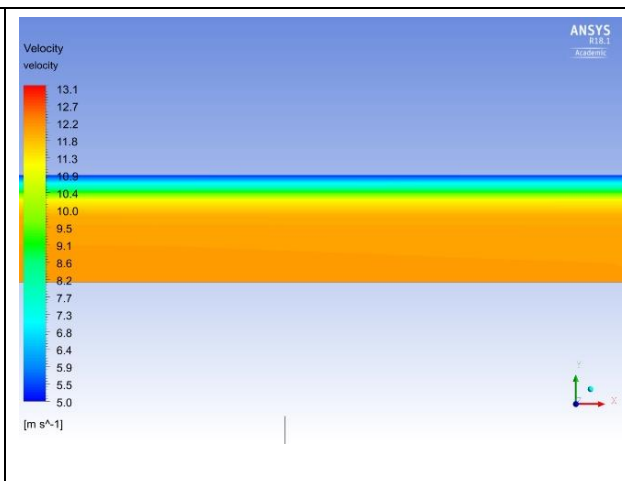


Fig.4.21.2 Case1-3 の $x/D=0$ 付近の速度分布(20ms 後)

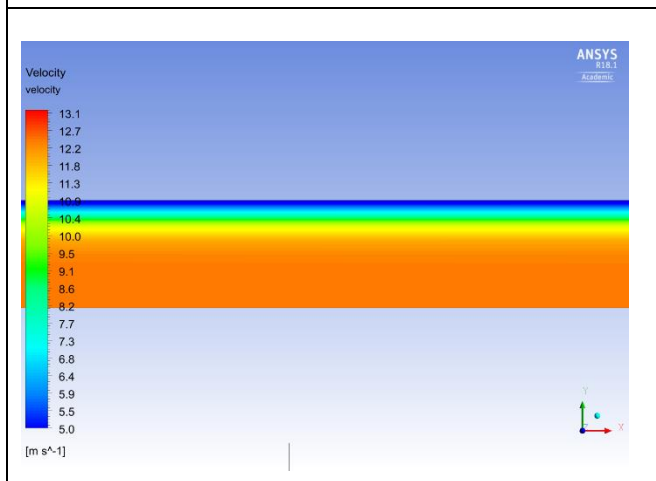


Fig.4.21.3 Case1-3 の $x/D=0$ 付近の速度分布(30ms 後)

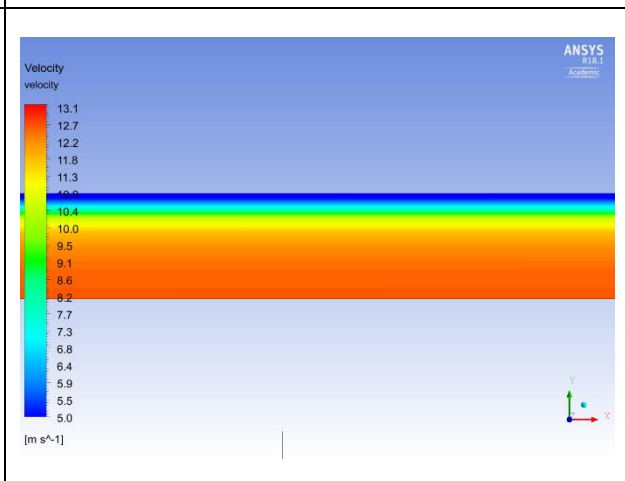


Fig.4.21.4 Case1-3 の $x/D=0$ 付近の速度分布(40ms 後)

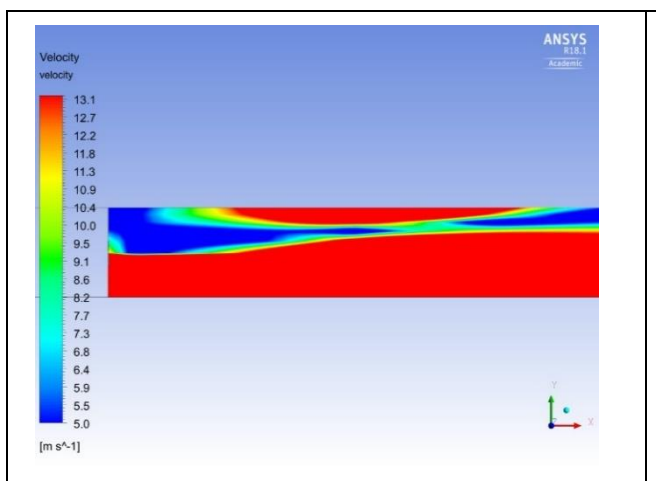


Fig.4.22.1 Case2-3 のオリフィス付近の速度コンター(4ms 後)

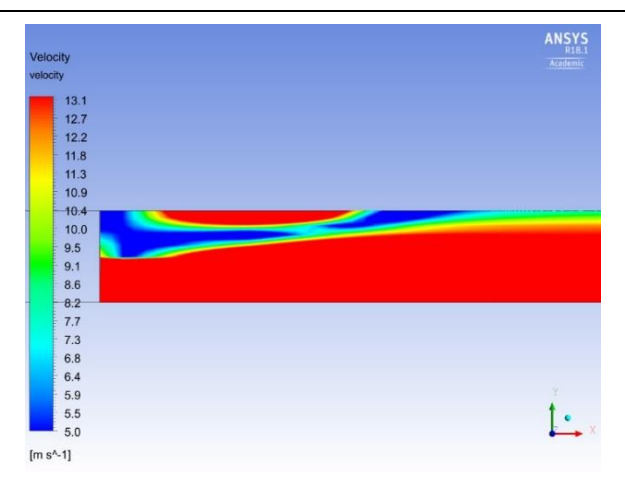


Fig.4.22.2 Case2-3 のオリフィス付近の速度コンター(20ms 後)

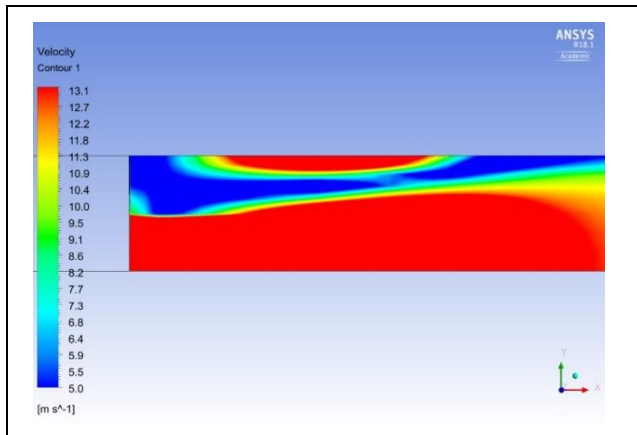


Fig.4.24.3 Case2-3 のオリフィス付近の速度コンター(30ms 後)

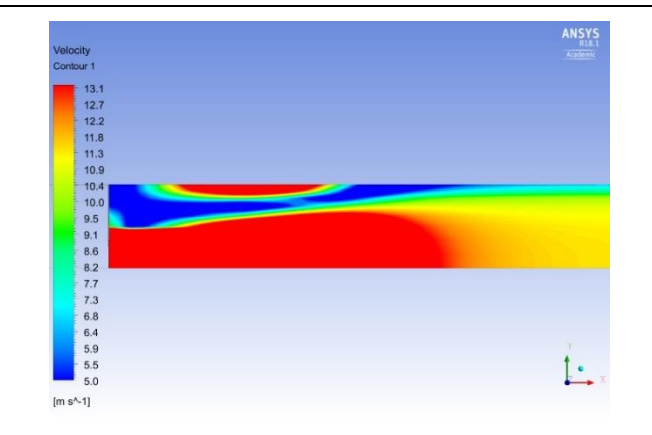


Fig.4.24.4 Case2-3 のオリフィス付近の速度コンター(40ms 後)

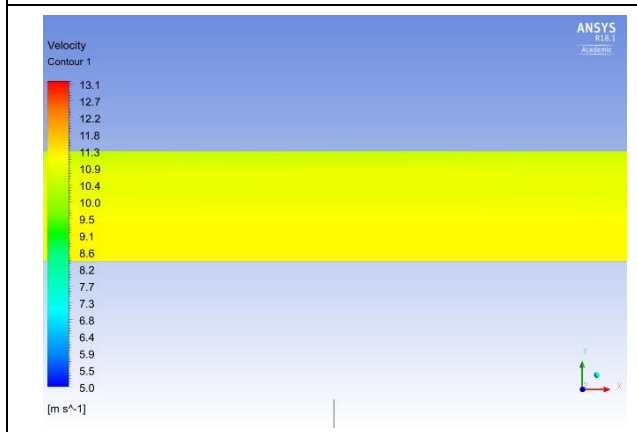


Fig.4.25.1 Case2-3 の $x/D=0$ における速度コンター(4ms 後)

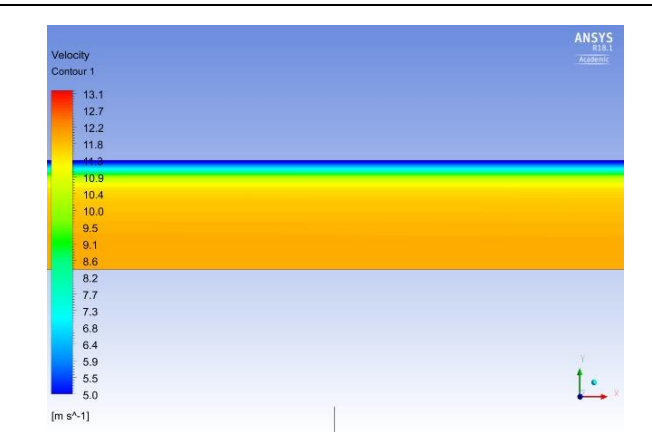


Fig.4.25.2 Case2-3 の $x/D=0$ における速度コンター(20ms 後)

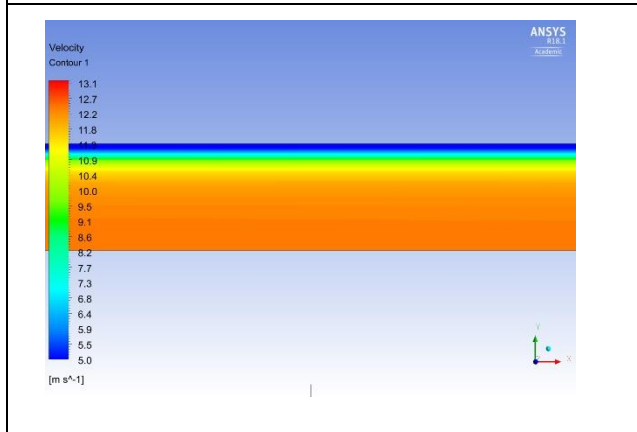


Fig.4.25.3 Case2-3 の $x/D=0$ における速度コンター(30ms 後)

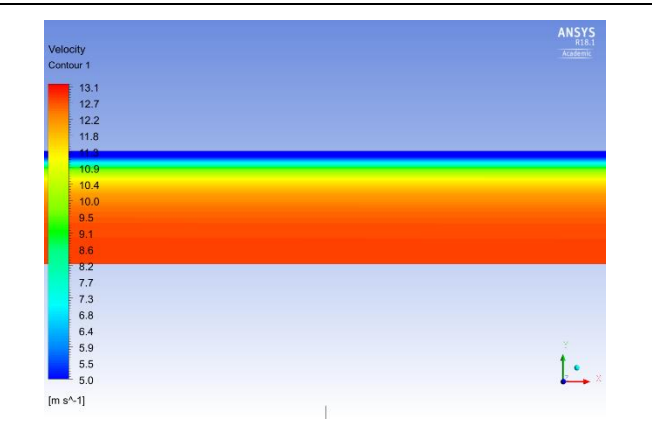


Fig.4.25.4 Case2-3 の $x/D=0$ における速度コンター(40ms 後)

第5章 結論

5.1 本論文の結論

従来の実験で用いられた破膜式衝撃波管を模擬した二次元軸対称モデルを用いて、管内を伝播する弱い圧縮波の伝播特性を数値シミュレーションによって解析した。その結果を要約すると、以下のとおりである。

- (1) オリフィスの開口率または充填圧力を変化させることで、低圧部を伝播する弱い圧縮波の初期波形を決定することができる。
- (2) オリフィスの開口率が小さい範囲では、開口率の増加とともに衝撃波強さが急激に上昇する。開口率が大きい範囲では、開口率に対する衝撃波強さの上昇は比較的緩やかになる。この傾向は、実験でも確認できた。
- (3) 充填圧力が十分に大きい場合、初期波形の波頭に圧力ピークが現れる。このピークは実験の方が計算より大きく現れる。
- (4) 圧縮波の伝播とともに圧力が減少するが、波頭にピーク部が存在する場合、ピーク部はより顕著に減少する。
- (5) オリフィスの有無によってオリフィス付近の流れ場や初期波形に差が現れるが、それらは圧縮波強さに影響を与えない。
- (6) 圧縮波到達後、オリフィスを入れない場合では圧力境界付近から規則的な流速分布を形成し、管全体にわたってその分布を維持する。オリフィスを入れた場合ではオリフィス付近で複雑な流速分布を形成するが、オリフィスから十分離れた点ではオリフィスの影響を受けず、規則的な流速分布を形成する。

5.2 今後の課題

本研究では、破膜式衝撃波管を模擬した計算モデルによって圧縮波の減衰特性について調査したが、管径の影響を考慮していない。管径が変化することで境界層の影響により圧縮波の減衰や消滅といった伝播特性は変わる可能性がある。これを明らかにするためには、実験に加えて計算モデルに変化を加えることで、結果を比較、検討することが有効である。

参考文献

- (1) 田中 宏, 長谷川 泉, 超大管の圧縮空気の減圧特性に関する研究(第1報), 日本機械学会論文集(B編), 52-474, (1986), 772.
- (2) R.Flatt, Unsteady Compressible Flow in Long Pipelines Following a Rupture, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 6, (1986), 83.
- (3) F.K.Bannister and G.F.Mucklow, Wave Action Following Sudden Release of Compressed Gas from a Cylinder, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 159-42, (1948), 269.
- (4) G.F.Mucklow and A.J.Wilson, Wave-action in Gases, The Attenuation and Reflection of Compression Waves Propagating in Pipes, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 169-1, (1955), 69.
- (5) J.G.Hall, G.Srinivasan, and J.S.Rathi, Laminar Boundary Layer in Noncentered Unsteady Waves, AIAA Journal, 11-12, (1973), 1770.
- (6) J.G.Hall, G.Srinivasan, and J.S.Rathi, Unsteady Expansion Waveforms Generated by Diaphragm Rupture, AIAA Journal, 12-5, (1974), 724.
- (7) G.Srinivasan and J.G.Hall, Heat Transfer in Laminar Boundary Layer within Noncentered Unsteady Expansion Wave, Modern Developments in Shock Tube Research (Proceedings of the Tenth International Shock Tube Symposium), (1975), 102.
- (8) T.Watanabe, Boundary-Layer Effect on Pressure Variations in Expansion Waves, Nuclear Engineering and Design, 77, (1984), 63.
- (9) 松村 修二, 他3名, 自動車排気管内の衝撃波生成と排気騒音, 東北大流体研報告 No.4(1993), 113.
- (10) 佐藤 勝俊, 畑中 浩, 空気圧管路におけるパルス列信号の伝送, 東北大学速研報告, 53-442(1984), 33.
- (11) 松尾 一泰, 高速鉄道トンネルにおける波動現象, 機械の研究, 45-6(1993), 656.
- (12) 小沢 智, トンネル出口微気圧波の研究, 鉄道技術研究報告, 1121, (1979).
- (13) 小沢 智, トンネル出口微気圧波, 鉄道技術研究資料, 37-1, (1980).
- (14) 鈴木, 福嶋, 手塚, 阿久津: 車内圧変動に起因する乗客の不快感に関する研究の動向, 鉄道総研報告, 10-10, (1996-10), 41-46.
- (15) 仲尾 晋一郎, 長い管路内における弱い圧力波の伝播特性に関する研究, 九州大学大学院総合理工学研究科学学位論文, (2000).
- (16) 三浦 功嗣, 極めて長い管内を伝播する圧縮波の特性に関する研究, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2008).
- (17) 玉井 直哉, 様々な壁面構造を持つ管内を伝播する圧縮波の特性, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2006).
- (18) 松岡 諒, 管内を伝播する圧縮波の弾性板によるパッシブコントロール, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2006).
- (19) 山本 純平, 圧縮波の伝播特性に及ぼす管壁構造の影響に関する研究, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2007).
- (20) 戸倉 直也, 長い管路における弱い衝撃波の伝播特性, 九州大学大学院総合理工学府博士論文, (2011).
- (21) 荒金 大河, 長距離管路における弱い衝撃波の非線形伝播特性, 九州大学大学院総合理工学府修士論文

- 文, (2016).
- (22) 山内 裕太, 極めて長い管路における弱い衝撃波の伝播特性, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2017).
- (23) 猪頭 宏平, 長距離管内を伝播する弱い圧力波の波形の違いによる伝播特性への影響, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2018)
- (24) 小橋 豊, 音と音波, 裳華房, (1978), 132.
- (25) P.A.Thompson, Compressible-Fluid Dynamics, McGraw-Hill, (1972), 225.
- (26) 安信 強, 管開口端からの圧縮波の放出により形成されるパルス波の特性に関する研究, 九州大学大学院総合理工学府博士論文, (1995).
- (27) F.T.Brown, The Transient Response of Fluid Lines, Journal of Basic, Engineering Transactions of the ASME, (December,1962), 547.
- (28) 佐藤 勝俊, 他 2 名, 空気圧管路のステップ応答について, 東北大学高速力学研究所, 53-443 (1984), 47.
- (29) R.Kantola, Transient Response of Fluid Lines Including Frequency, Modulated Inputs, Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, 93(1971), 274.
- (30) T.Karam and R.G.Leonard, A Simple Yet Theoretically Based Time Domain Model for Fluid Transmission Line Systems, Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME(Series 1), 95(1973), 498.
- (31) H.Mirels, Attenuation in a Shock Tube due to Unsteady-boundary-layer Action, NACA Rep., 1333(1957), 1229.
- (32) J.R.Asbringe, An Interferometric Study of Shock Tube Boundary Layer, Lehigh Univ. Ins. Res. Tech, 14, (1959).
- (33) R.A.Hartunian, 他 2 名, Boundary-Layer Transition and Heat Transfer in Shock Tubes, Journal of the Aerospace Sciences, 27-8, (1960), 587.
- (34) W.P.Thompson, L.Bernstein, Turbulent Sports and Wall Roughness Effect in Shock Tube Boundary Layer Transition, Phys. Fluids, 10-9, (1967), 17.
- (35) T.Aoki, 他 3 名, Transition of Unsteady Boundary Layer Induced by Propagating Compression Wave, Shock Waves 1, (1995), 723.
- (36) W.Zielke, Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow, Journal of Basic Engineering Transactions of the ASME, March(1968), 109.
- (37) A.K.Trikha, An Effect Method for Simulating Frequency-Dependent Friction in Transient Liquid Flow, Journal of Basic Engineering Transactions of the ASME, (1975), 97.
- (38) M.Schultz, H.Sockel, the Influence of Unsteady Friction on the Pressure Waves in Tunnels, 6th International Symposium on the Aero-Dynamics and Ventilation of Ventilation of Vehicle, (1988), 123.
- (39) 松尾 一泰, 他 3 名, 管内を伝ばする圧縮波の開口端からの放射, 日本機械学会論文集(B 編), 58-546, (1992), 331.
- (40) 佐宗 章弘, 他 2 名, 高速列車トンネル突入による圧縮波の衝撃波への遷移, 日本機械学会論文集(B 編), 63-616, (1997), 133.
- (41) 松尾 一泰, 圧縮性流体力学, 理工学社, 99
- (42) 恵下 敏, 川北 一彦, 気柱を伝わる音速の温度変化, 物理教育, 41-1, (1993), 9-11.

謝辞

まず何よりも、修士課程まで勉学に励む機会を与え、経済的にも支援していただいた両親に深く感謝いたします。

青木俊之教授には、研究の指針や本論文の作成に関する助言等、終始何度も丁寧なご指導を賜りました。また、工学的知見のなかった私に、工学的なものの見方や考え方等、多くのことを学ばせていただきました。心から感謝申し上げます。

安養寺正之准教授には、研究室生活におきまして、数多くのご指導やご助言を賜りました。ありがとうございました。

本研究室の秘書の大和裕里さんには、事務処理を初め様々なところでお世話になり、円滑に研究をすすめることができました。本当にありがとうございました。

最後に、本研究室修士課程2年の犬丸友希君、野見山友也君、横山恭平君には、研究のみならず、日ごろの研究室生活において、非常に刺激のある、充実した時間を過ごさせていただきました。今後の皆様の更なるご活躍を心よりお祈りします。

多くの方々のおかげで、本論文を完成させることができました。私の研究生生活を支えていただいた多くの方々への感謝の意を表します。

2020年2月5日