

管内における圧縮波の伝播特性における初期条件の影響

野見山, 友也
九州大学大学院総合理工学府環境エネルギー工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/3052475>

出版情報：九州大学, 2019, 修士, 修士
バージョン：
権利関係：



令和元年度

修士論文

管内における圧縮波の伝播特性における初期条件の影響

九州大学大学院総合理工学府
環境エネルギー工学専攻
エネルギー流体科学研究室

野見山友也

指導教員 青木 俊之 教授

提出年月日 令和2年2月5日

目次

目次	i
第 1 章 序論	
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	2
1.3 本論文の構成	3
第 2 章 従来の研究	
2.1 レーザ差動干渉計の原理	4
2.2 実験装置	8
2.2.1 波動シミュレータ	8
2.2.2 急速開口弁	8
2.2.3 レーザ差動干渉計	9
2.3 実験方法	9
2.4 予備実験	10
2.5 測定された圧力波の解析方法とその定義	11
2.6 実験条件	12
第 3 章 数値解析	
3.1 ANSYS Fluent 18.1	21
3.2 支配方程式	21
3.3 空間の離散化	23
3.3.1 中心差分法	23
3.3.2 二次精度風上差分法	23
3.3.3 三次精度 MUSCL スキーム	23
3.4 時間の離散化	24
3.4.1 陰的時間積分	24
3.5 勾配と微分の評価	25

3.5.1	Green-Gauss の定理	25
3.5.2	Green-Gauss セルベース法による勾配の評価	25
3.6	密度ベースソルバー	25
3.6.1	ベクトル形式の支配方程式	25
3.6.2	プリコンディショニング	26
3.6.3	Roe の流束差分法	28
3.6.4	陰的時間ステップ (二重タイムステップ法)	30
3.7	乱流モデル	31
3.7.1	Reynolds (アンサンブル) 平均	31
3.7.2	k - kl - ω 遷移モデル	32
3.8	解析系	36
3.9	解析条件	37
第 4 章	解析結果および考察	
4.1	実験的研究との比較	39
4.1.1	圧力波形の取得位置	39
4.1.2	初期圧力波形の妥当性	39
4.2	圧縮波の伝播特性	39
4.2.1	圧縮波の圧力波形の変形	39
4.2.2	圧縮波の伝播速度	40
4.2.3	圧縮波の距離減衰	40
4.3	圧縮波の最大圧力勾配	41
4.4	圧縮波の背後の流れ場	42
第 5 章	結論	
5.1	本研究の結論	83
5.2	今後の課題	83
参考文献		84
謝辞		86

記号

本論文で用いた記号は以下の通りである．他の記号については文章中にて説明する．

記号

a	: 音速
c_v	: 定積比熱
c_p	: 定圧比熱
D	: 管の等価直径
k	: フォトダイオードの特性及び回路特性により決まる常数
λ	: レーザ光の波長
n	: 媒質の屈折率
K	: 無次元 Gladstone-Dale 定数
p	: 圧力
Re	: レイノルズ数
Re_{tr}	: 遷移レイノルズ数
t	: 時間
u	: 流速
x	: 距離
Δp	: ゲージ圧力
Δp_c	: 圧縮波の強さ
Δp_s	: 衝撃波の強さ
Δp_s	: 衝撃波の強さ
$\Delta p_{h,i}$: 高圧部初期充填圧
Δt_{tr1}	: 波頭から遷移開始までの時間
Δt_{tr2}	: 波頭から遷移終了までの時間
μ	: 粘性係数
ν	: 動粘性係数
ρ	: 密度

添字

- s* : 衝擊波
- c* : 壓縮波
- e* : 主流
- w* : 壁面
- max* : 最大值

第1章 序論

1.1 本研究の背景

管内における圧縮性流体の波動の伝達現象は、工業界において数多く見受けられる。例えば、貨車に設置されている空気ブレーキ装置におけるブレーキ作動の際⁽¹⁾、あるいは、ガス輸送管における弁の急開閉または管の破断の際⁽²⁾、いずれも管内は圧縮波や膨張波を伴う非定常流れとなる。このような圧縮波や膨張波の特性については、1948年に Bannister⁽³⁾ら、1955年に Mucklow⁽⁴⁾らが管内を伝播する圧縮波の減衰と反射波の問題について、管長27.4[m]の実験を含めて理論的検討を行った。また1970年代には Hall⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾らにより、管内における膨張波の伝播特性について詳細な理論的研究が行われている。一方わが国では、Watanabe⁽⁸⁾が1.95[m]の四角ダクトを用いて膨張波の伝播に及ぼす境界層の影響を検討している。

続いて、管内を伝播する圧力波が工業的に問題となっているケースのうち、近年特に注目されているものを以下に述べる。まず、高出力な自動車用エンジンの高速回転運転時に排気管開放端より発生する排気音がある。この排気音は金属板が振動する時に発生するような“ビー”あるいは“バリバリ”という非常に耳障りな音色を有する。この排気音の低減対策を講じるには、エンジンの排気口で発生した圧力波が排気管出口まで伝播するメカニズムを知る必要がある⁽⁹⁾。また、側壁付着系素子のようなスイッチング素子の動的切替用装置として用いられる空気圧伝送回路では、信号伝送に電気系ではなく空気圧系を用いられるため、管路内での空気圧信号の減衰や、波形の歪みが大きい。従って空気圧制御回路を設計する際には、空気圧信号の減衰割合、圧力波形の歪みなどを正確に予測することがきわめて重要になる⁽¹⁰⁾。さらに、ガスパイプラインに亀裂発生時に生じる圧力波⁽¹¹⁾を例にとると、パイプラインの建設技術に対して十分な安全性を確保するためには、管内を伝播する圧力波の特性を明らかにすることが重要であると言える。

本研究では圧力波のうち、特に圧縮波に焦点をあてる。一般的に、管内を伝播する圧縮波は、その前方の静止空気を圧縮するとともに、減衰及び変形しながら伝播していく。その解析が特に重要視される例として、高速列車がトンネルを通過する際にトンネル出口から放出される衝撃音が挙げられる。高速列車がトンネルに突入すると、列車のピストン効果により列車前方にある空気を圧縮し、圧縮波が形成される⁽¹²⁾。形成された圧縮波はトンネル内をトンネル出口へ向かって伝播し、出口に達する。圧縮波がトンネル出口に到達すると、衝撃音を伴うパルス状の圧力波である微気圧波⁽¹³⁾となってトンネル出口から放出される。この衝撃音を低減するためには、トンネル内を伝播する圧縮波の出口に達するまでの距離減衰特性や伝播する間の圧縮波の波面変形についての解析が重要⁽¹⁴⁾となる。

これまで、管内を伝播する圧縮波の特性に関する研究⁽¹⁵⁾やそれに関する数値解析が多々行

われてきた。管の壁面構造を変化させて伝播特性を制御しようという研究⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾も行われている。さらに、これらの研究は管の長さが管径の 100~1000 倍程度($x/D=100\sim 1000$)である管が研究対象であったが、最近になって $x/D=1000$ 以上($x/D=4500$ まで)の極めて長い管内を伝播する圧縮波の特性も研究⁽¹⁹⁾により明らかになった。

これら従来の研究において、管内における圧縮波の伝播特性は、伝播を開始した圧縮波(初期圧縮波)中の圧力勾配の最大値(初期最大圧力勾配)のみによって決定されると考えられていた。しかし、近年行われた数値解析や実験⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾⁽²¹⁾により、初期圧縮波の最大圧力勾配の値だけでなく、形状の違いも、管内における圧縮波の伝播特性に影響を及ぼす可能性が浮上してきており、詳しく調べる必要がある。

1.2 本研究の目的

本研究では、数値解析を用いて、最大圧力勾配の値は等しいが形状の異なる初期波形をもつ圧縮波をいくつか作り出し、それぞれの伝播特性を比較し考察することを目的とする。

1.3 本論文の構成

本論文は全5章より構成されている。

第1章では、本研究の背景および目的、本論文の構成について述べている。

第2章では、従来の研究について述べている。

第3章では、本研究に用いた解析方法と解析条件について述べている。

第4章では、実験から得られた結果とその考察について述べている。

第5章では、第4章の結果および考察から得られた本論文の結論を述べている。

第2章 従来の研究

本研究の解析結果の比較に用いた実験結果の実験装置及び方法について、以下に述べる。

2.1 レーザ差動干渉計の原理

図 2.1 にレーザ差動干渉法(Laser Differential Interferometry ; 略称 LDI)の概略を示す。詳細については、2.2.3 レーザ差動干渉計にて詳しく述べる。レーザから出た直線偏光のビームは、1/4 波長板により円偏光に変えられ、第 1 のウォラストンプリズムにより互いに垂直な偏光面を持つ 2 本のビームに分離される。このウォラストンプリズムから焦点距離だけ離して設置したレンズによりビームは平行な 2 本のビームとなり、それぞれのビームは基準ビーム及び測定ビームとして用いられる。そして、2 本のビームは第 2 のレンズ及びウォラストンプリズムにより再結合するが、偏光面は互いに垂直なため干渉は生じない。ビームの位相は、直後に設置してあるバビネ・ソレイユ補償器により調節することができる。第 3 のウォラストンプリズムへ入射するビームの偏光方向が、図 2.2 に示すように y 及び z 方向であるとすると、光ベクトル E_y 及び E_z は次式で示される。

$$\begin{aligned} E_y &= P_y \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \\ E_z &= P_z \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x + \Delta\phi)\right] \end{aligned} \quad (2.1)$$

ここで x はビームの進行方向の距離、 λ はレーザビームの波長、 $\Delta\phi$ は 2 本のビームの間の光路差、 P_x および P_y はそれぞれ定数である。第 3 のウォラストンプリズムによってビームは混合され、2 本の干渉したビームに分割される。分割されたビームの偏光方向をそれぞれ I および II とする。(図 2.2 参照) 光ベクトルは、それぞれ E_y および E_x の I 軸および II 軸方向への合成となり、 E_I は次のようになる。

$$\begin{aligned} E_I &= E_y \cos\theta + E_z \sin\theta \\ &= (A^2 + B^2)^{1/2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \tan^{-1}\frac{B}{A}\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= P_y \cos\theta + P_z \sin\theta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\phi\right) \\ B &= -P_z \sin\theta \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\phi\right) \end{aligned}$$

また, E_{\parallel} は次のようになる.

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= -E_y \sin \theta + E_z \cos \theta \\ &= (C^2 + D^2)^{1/2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ただし,

$$\begin{aligned} C &= -P_y \sin \theta + P_z \cos \theta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) \\ D &= -P_z \cos \theta \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) \end{aligned}$$

2本のビームの強度 I_{\perp} , I_{\parallel} は振幅の二乗であるので, 式(2.2)および(2.3)より,

$$\begin{aligned} I_{\perp} &= A^2 + B^2 \\ &= 2P_y P_z \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) + P_y^2 \cos^2 \theta + P_z^2 \sin^2 \theta \\ I_{\parallel} &= C^2 + D^2 \\ &= -2P_y P_z \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) + P_y^2 \sin^2 \theta + P_z^2 \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (2.4)$$

したがって, 光路差 $\Delta\phi$ が変化することにより, 2個のフォトダイオードに導かれるビームの強度が変化する. フォトダイオードでビームの強度を電圧に変換し, 差動回路により, その差をとることを考える. フォトダイオードは, 入射する光の強度に対して広い範囲にわたって直線的応答を示すので, 出力電圧 U は, それぞれのビーム強度を受けるフォトダイオードの出力電力の差となる.

$$\begin{aligned} U &= k_{\perp} I_{\perp} - k_{\parallel} I_{\parallel} \\ &= U \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta\phi\right) + U_{\perp} \end{aligned} \quad (2.5)$$

ただし,

$$\begin{aligned} U_0 &= 2(k_{\perp} + k_{\parallel})P_y P_x \sin 2\theta \\ U_{\perp} &= k_{\perp}(P_y \cos \theta - P_z \sin \theta)^2 - k_{\parallel}(P_y \sin \theta + P_z \cos \theta)^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで, k_{\perp} , k_{\parallel} はフォトダイオードの特性およびその回路により決まる定数である.

フォトダイオードの出力電圧変化により密度変化を求めるには, 次の計算を行う. L をビームが透過する媒質の長さ, n を媒質の屈折率とし, 添字 1,2 をそれぞれ基準ビーム及び測定ビ

ームを表すとすると、次式が成り立つ。

$$\frac{\Delta\phi}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left[\int_0^{L_2} n_2(x) dx - \int_0^{L_1} n_1(x) dx \right] \quad (2.7)$$

密度 ρ と屈折率 n との関係は次式で示す Gladstone-Dale の公式で与えられる。

$$n - 1 = K \frac{\rho}{\rho_0} \quad (2.8)$$

ここで、 ρ_0 は標準状態 (273 K, 1 気圧) における媒質の密度、 K は標準状態における無次元 Gladstone-Dale 定数である。(2.8)式を(2.7)式に用い、その結果を(2.5)式に用いると、基準ビーム及び測定ビームが通る媒質の密度差 $\Delta(\rho_2 - \rho_1)$ の変化に対応して得られるダイオードの出力変化 ΔU は、

$$\Delta U = U_0 \cos^2 \left[\frac{\pi K}{\lambda \rho_0} \int_0^L (\rho_2 - \rho_1) dx \right] \quad (2.9)$$

となる。 $\Delta\phi/\lambda$ の変化に対する U の変化は、図 2.3 に示すような曲線になるので、測定をこの曲線の中央付近で行うのであれば、(2.9)式より、

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\pi K}{\lambda \rho_0} \int_0^L \Delta \rho dx \quad (2.10)$$

となる。 K, λ, ρ_0, U_0 が既知であれば、測定した ΔU より密度差 $\Delta(\rho_2 - \rho_1)$ が求められる。 U_0 以外の量は容易に求められるが、 U_0 はバビネ・ソレイユ補償器により図 2.3 で示すような $\Delta\phi/\lambda$ に対する U の変化を求めることで決定する。また、初期の U の設定もバビネ・ソレイユ補償器により行う。なお、LDI の原理の詳細については、文献(22)を参照されたい。

ところで従来、密度測定法としては種々の方法が提案されており、低密度領域では電子線法が、また高密度領域ではシュリーレン法や光学干渉法が用いられてきた。また、波長可変レーザーの発達に伴い、分子気体の測定法として、レーザー誘起蛍光法(LIF)が近年注目されている。これらの密度測定法のうち、光学干渉法がしばしば用いられてきたが、これは既知の密度を規準にして干渉縞の明暗より密度を計算するものであり、従って、光の波長と同程度の密度変化に対してはこの方法はもはや使用できなくなる。

本研究で用いた LDI は、干渉縞をフォトダイオードで観測することにより光路差変化が光の波長の 1/100 程度までは十分分解できる。この LDI により衝撃波背後の境界層内における密度分布の時間変化の測定⁽²³⁾、極低温衝撃波管を用いた衝撃波背後の水素および重水素の回転緩和の測定⁽²⁴⁾、衝撃波管内の流れの診断⁽²⁵⁾、軸対称自由噴流の三次元密度測定⁽²⁶⁾がこれまで行われてきた。

本研究での LDI の流れ場への適用を考える。実験では、後に述べるように矩形断面のテストセクションを組み、レーザービームはテストセクションに対して垂直に入射させる。管内の

空気がレーザービーム方向に一様であると仮定すると、式(2.9)は、

$$U = U_0 \cos^2 \left[\frac{\pi K}{\lambda \rho_0} \int_0^L (\rho_2 - \rho_1) dx \right] + U_1 \quad (2.11)$$

(本研究の場合 $K=2.92 \times 10^{-4}$, $\rho_0=1.292 \text{ kg/m}^3$, $L=56 \text{ mm}$], $\lambda=632.8 \text{ nm}$)

となる。式(2.11)では $\rho_1=\rho_2$ のとき出力電圧 U が最大になる。式(2.11)を ρ_2 に関する式に書き直すと、次式のようになる。

$$\rho_2 = \frac{\lambda \rho_0}{\pi K L} \cos^{-1} \left(\pm \sqrt{\frac{\Delta U}{U_0}} \right) + \rho_1 \quad (2.12)$$

式(2.12)の符号のうち、+は $\Delta\phi=0 \sim \lambda/2$ の範囲に、-は $\Delta\phi=\lambda/2 \sim \lambda$ の範囲に対応する。

図 2.4 に、密度差が時間 t とともに単調に大きくなっていったときの出力電圧の例を示す。 $t=0$ で密度差はなく、そのときの電圧は U_2 である。図 2.4 のような場合、時間とともに干渉光の明暗がいくつもできる。このような場合の一般式は

$$\rho_2 = \frac{\lambda \rho_0}{\pi K L} \left[\cos^{-1} \left\{ (-1)^{n+1} \sqrt{\frac{\Delta U}{U_0}} \right\} + (m-1)\pi + \phi \right] + \rho_1 \quad (2.13)$$

ここで、 ϕ は初期位相差による位相遅れである。

$$\phi = \pi - \cos^{-1} \left(- \sqrt{\frac{U_2 - U_1}{U_0}} \right)$$

ΔU と U_0 は

$$\begin{aligned} \Delta U &= U - U_1 \\ U_0 &= U_3 - U_4 \end{aligned} \quad \text{但し、} U_1 = U_3 - U_0 = U_4 \text{ である。}$$

図 2.4 のような場合の干渉光を時間的に記録すると干渉縞ができる。式(2.13)中の係数 $(m-1)$ は、最初のピーク電圧の時点を目安にしたときの干渉縞の個数を示したものである。また、式(2.13)中の指数 $(n+1)$ は、干渉縞の明るい部分から暗い部分に移行するときは偶数になり、暗い部分から明るい部分に移行するときは奇数になる。しかし、密度差が小さくなっていく場合は、上記と逆に指数 $(n+1)$ は干渉縞の明るい部分から暗い部分に移行するときは奇数になり、暗い部分から明るい部分に移行するときは偶数となる。これにより式(2.13)の複合と同じ役目を果たす。図 2.4 の中に、いくつかの m および n の値の範囲を載せている。

以上のことにより、管内の空気が圧縮を伴って流れている場合の密度計測は、式(2.13)を用いて行うことが出来る。

2.2 実験装置

2.2.1 波動シミュレータ

本研究で使用した波動シミュレータの概要を図 2.5 に示す。この実験装置は通常のショックチューブの破膜装置を急速開口弁に置き換えたもので、波動駆動部(高圧室)、急速開口弁、波動伝播管(低圧室、テストセクション)により構成される。通常の破膜装置を持つショックチューブでは、高圧室と低圧室との圧力差は比較的高く、隔膜による開口時間が短いため適切な圧力波を形成するのが困難である。そこで本実験では、破膜装置の代わりに急速開口弁を用いて実験を行った。高圧室は内径 76 mm、長さ 24 m の塩化ビニール製の円管で、ここに駆動気体として空気を封入する。また、高圧室と低圧室の気密を保つため仕切り板の両側には Oリングを設置してある。低圧室は図 2.6 に示すように、直管 5 本、曲率半径 $R=5000$ mm で曲げられた矩形管 5 本、曲率半径 $R=4800$ mm で曲げられた矩形管 2 本の合計 12 本で構成されており、全長が 60 m となっている。低圧室に使用した管はすべて断面 56 mm×56 mm のステンレス製の矩形管である。管端は大気に開放されている。そして、この低圧部には開口部の仕切り板から 0.75 m, 9.66 m, 25.27 m, 40.87 m, 46.63 m の場所に、圧力測定のための圧力センサーが取り付けられている。以下の論議では、仕切り板から 0.75 m の位置を距離 x の原点とする。そして $x=0$ での圧縮波を初期圧力波形とし、 $x=8.91$ m, 24.52 m, 40.12 m, 45.88 m において管内伝播によって変形した圧縮波の波形を測定する。また、 $x=45.88$ m においてテストセクションを設置してある。テストセクションの側面には光学ガラスが取り付けられており、この光学ガラスを介してレーザビームを低圧室管内に貫通させる。

2.2.2 急速開口弁

圧縮波を発生させるために本実験で使用した急速開口弁を図 2.7 に示す。従来の隔膜方式ではなく、本実験では急速開口弁を用いた。その理由として、従来の破膜装置に比べ安定した圧縮波が作りやすいこと、また比較的開口時間が長いので波面が緩やかな圧縮波を発生させることが挙げられる。急速開口弁の作動圧室内を真空ポンプで負圧にすることでピストンを図の上方(衝撃波管の波動駆動部を閉じる向き)に、逆に加圧ポンプで加圧することでピストンを図の下方(衝撃波管の波動駆動部を開く向き)に移動させることができる。作動に際し、まず、ピストンを上方に移動させ、弁板が波動駆動部と波動伝播管を仕切る位置に移動させる。続いて、電磁石に直流電流を流してピストンを固定し、急速開口弁の作動圧室内に任意の高圧の空気を封入する。作動室圧力 ΔP_v [kPa] (以下、弁圧と呼ぶ) を封気後、電磁石の電流を遮断することで、ピストン前後の圧力差でピストンが急激に下方へ移動する。ピストンと弁板の間には遊びが設けてあり、ピストンがその遊び分だけ下方へ動いた後、ピストンと仕切り板は一体となって動き出すようになっている。その結果、注入された波動駆動部内の駆動気

体 ΔP_h [kPa]が波動伝播管内に流入し、その波動伝播管内の空気を圧縮することで圧縮波は形成される。また、ピストンは終端のゴム製の緩衝材で停止するようになっている。急速開口弁の作動圧室に封入する弁圧や、波動駆動部に封入する空気の圧力などを調整することで、様々な強さ ΔP_c や、最大圧力勾配 $(d(\Delta p)/dt)_{\max}$ の圧縮波を高い再現性で生成することができる。

2.2.3 レーザ差動干渉計

圧縮波背後の流れを測定するために本実験で用いたレーザ差動干渉法(LDI)の光学系の概略を図 2.8 に示す。光源のヘリウム・ネオンレーザ (He-Ne laser; uniphase 社製, Model:1136P, 波:632.8 nm, 出力:20 mW) から出た直線偏光のレーザビームは、波長板(retardation plate; Melles Griot 社製, 02WRM005)により円偏光に変えられる。これにより初期の偏光面の方向性が消えることとなる。次に円偏光のレーザビームは、第 1 のウォラストンプリズム(Wollaston prisms; シグマ光機社製, WPPC-10-05AN)により、偏光面が互いに直交する 2 つの直線偏光のレーザビームに分割される。このウォラストンプリズムから焦点距離だけ離して置いたレンズにより、2 本の平行なレーザビームとなり、それぞれのビームは基準ビーム及び測定ビームとして用いられる。測定ビームは測定対象物を透過し、基準ビームとの間に密度差による光路差が生じている。そして、2 本のビームは第 2 のレンズ及び第 2 のウォラストンプリズムにより再結合する。ここで、再結合したビームは 1 本のビームであるように見えるが、まだ互いに垂直に偏光したままであるため干渉は生じてない。2 本のビームの光路差 $\Delta\phi$ と LDI の出力 U は \cos^2 の関係があるので、実験に際しては振幅の中央部分で測定を行うほうが精度の良いデータを取得することができる。そこで、2 本のビームの光路差を調節するために、バビネ・ソレイユ補償器(Babinet-soleil compensator; Melles Griot 社製, 04SBC001)を用いる。これにより、マイクロメータに連動して 2 本のビームの光路差を調整することが可能となる。その後、第 3 のウォラストンプリズムにより 2 本のビームに分離され、受光器(Photo diode; 浜松ホトニクス社製, S4114-35Q)に照射される。最終的に 2 本の干渉ビームの強度は、受光器の回路で電圧に変換され、直流差動増幅器(Differential amplifier; 岩崎通信機社製, DA-2B)により電圧差がとられる。

2.3 実験方法

実験方法について述べる。最初に急速開口弁を閉じて波動駆動部内に任意の圧力の空気を封入し、次に急速開口弁の作動圧室内に任意の高圧空気を封入する。急速開口弁を開くと、波動駆動部内の空気が波動伝播管内に流入し、その管内の空気を圧縮することで圧縮波が形成される。この測定方法の模式図を図 2.9 に示す。こうして形成された圧縮波による圧力の時間的変化を、低圧室内壁に設置した圧力センサーにより測定する。圧力センサーとして、高感度

半導体圧力変換器(Kulite 社製, XCS-190-5G)を用いており, 共振周波数はカタログ値で 150 kHz である.

弁板から 0.75 m の位置をトリガー源 (S1) とし, 距離 x の原点 ($x=0$) とする. つまり, トリガー源より上流部にある弁板は $x= -0.75$ m となる. S1 の位置から下流側にそれぞれ $x=8.91$ m の位置に S2, $x=24.52$ m の位置に S3, $x=40.12$ m の位置に S4, $x=45.88$ m の位置に S5 の圧力センサーを設置する. S1 がトリガーレベル以上の電圧を感知した時点を実験の原点としてトリガーがかかり, 500ms 間にわたって圧縮波の波形を記録する. また, 圧力測定と同時に, $x=45.88$ m の位置(S5)で LDI による計測も行う.

圧力変換器から出力される電圧はアンプ (DC AMPLIFIER; TEAC 社製, SA-59) により増幅される. また, LDI から出た電圧信号は, 直流差動増幅器 (HIGH GAIN AMPLIFIER; 岩崎通信機社製, DA-2B) により電圧差がとられると同時に増幅される. 増幅された信号はメモリハイコーダ (MEMORY HiCORDER; 日置電機社製, 8861-50) によって測定結果を記録する. また, 測定のサンプリング周波数は 1 MHz であり, データ点数は 50 万点まで取得する.

テストセクション内でのレーザビームの配置を図 2.10 に示す. 本実験は, レーザ差動干渉計の基準ビームと測定ビームを図 2.10 における設定で行った. 図 2.10 に示すように, 基準ビームを主流部分に, 測定ビームを管壁付近に通すことで主流との相対密度を測定した. なお, 2本のビームの間隔は 17.5 mm となっている.

2.4 予備実験

テストセクションにおけるビーム径を測定した結果を以下に示す. 光源側テストセクションの光学ガラスから 130 mm の位置において, ナイフエッジをつけたハイトゲージを用いてテストビームのビーム径を測定した. 測定方法として, ハイトゲージを 5/100 mm 毎下げることによりビームの強さを弱め, 差動回路による出力電圧を測定することでビーム径を測定した. 図 3.11 は, フォトダイオードの出力電圧とハイトゲージの移動量を示している. ここで, レーザ強さのエネルギーを断面で見ると正規分布形の強さ I を持っているとして仮定し, レーザ光の太さを I_{\max} の 1/2 となる際の x 軸の幅をレーザ光半値幅とし, レーザ光のビーム径とした. その結果, 本実験におけるビーム径は 446 μm であった.

2.5 測定された圧力波の解析方法とその定義

オーバーシュートが存在しない場合の圧縮波の波形の定義を図 2.12 に示し、オーバーシュートが存在する圧縮波と、圧縮波と衝撃波の混在した圧力波の定義について図 2.13 に示す。本実験では、伝播する圧力波の減衰と変形を調べなければならないが、実験のデータだけでは圧力波の波形の時間変化が見てとれるだけである。これを考察できるデータとするために解析作業を行う必要がある。圧力波の波形で重要なものは、圧縮(圧力)波強さ(つまり最大圧力値)、衝撃波強さ、及び波頭から圧力が極大または極小となるまでの時間である。本研究ではこれらを以下のように定義した。まず、図 2.12 に関しては、各測定位置における圧力が大気圧の状態から上昇し始める点を波頭、圧力の上昇が終了する点を波尾とし、それぞれ点(a), (d)とした。また、点(b)は圧縮波の圧力上昇部での変曲点であり、点(b)の接線と点(d)の接線の交点である点(c)を圧縮波の強さ Δp_c とした。また、図 2.13 に関しては、圧力上昇の開始点を波頭、上昇が終了する点を波尾とし、それぞれ点(a), (f)とした。測定された圧力波においてステップ状の衝撃波部分の圧力波高さ点(b)–(c)間を衝撃波強さ Δp_s 、圧力が最大となり減少へと転じる点(d)における圧力波高さを圧縮波強さ Δp_c とした。点(e)は圧力が極小となる点であり、点(d)–(e)間の圧力波高さを圧力損失 Δp_t とした。また、本研究では衝撃波の図 2.14 のように、伝播する波の最大圧力勾配を測定し、最大圧力勾配が 30 kPa/ms 以上となる位置までを衝撃波とした。

2.6 実験条件

実験を行うに際し、図 2.12 において定義した初期圧縮波の強さ Δp_c 、圧縮波の初期最大圧力勾配 $(\partial(\Delta p)/\partial t)_{\max}$ についての 15 個の初期条件 (case A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M) を定めた。これらの条件に加え高圧部初期充填圧 $\Delta p_{h,i}$ [kPa] を表 2.1 に示す。

また、圧力センサーの設置位置を、トリガー源 (S1) からの距離 x および伝播距離 (管の長さ) を等価直径 ($D^*=0.056$ m) で除した無次元伝播距離 x/D で表したものをそれぞれ表 2.2 に示す。

表 2.1 初期条件

	高圧部初期充填圧 $\Delta p_{h,i}$ [kPa]	初期圧縮波強さ $\Delta p_{c,i}$ [kPa]	初期最大圧力勾配 $(\partial(\Delta p)/\partial t)_{\max}$ [kPa/ms]
case A	70 ± 0.2	36.5 ± 0.1	13.55 ± 0.1
case B	65 ± 0.2	34.1 ± 0.1	12.50 ± 0.1
case C	60 ± 0.2	31.8 ± 0.1	11.67 ± 0.1
case D	55 ± 0.2	29.3 ± 0.1	10.22 ± 0.1
case E	50 ± 0.2	26.6 ± 0.1	7.84 ± 0.1
case F	45 ± 0.2	24.3 ± 0.1	7.41 ± 0.1
case G	40 ± 0.2	20.9 ± 0.1	7.06 ± 0.1
case H	35 ± 0.2	18.4 ± 0.1	6.12 ± 0.1
case I	30 ± 0.2	16.0 ± 0.1	5.01 ± 0.1
case J	25 ± 0.2	12.0 ± 0.1	4.05 ± 0.1
case K	20 ± 0.2	10.9 ± 0.1	3.86 ± 0.1
case L	15 ± 0.2	8.28 ± 0.1	3.06 ± 0.1
case M	12 ± 0.2	6.67 ± 0.1	2.58 ± 0.1

表 2.2 圧力センサーの設置位置

	トリガー源からの距離 x [m]	無次元伝播距離 x/D [-]
S1	0	0
S2	8.91	159.1
S3	24.52	437.9
S4	40.12	716.4
S5	45.88	819.3

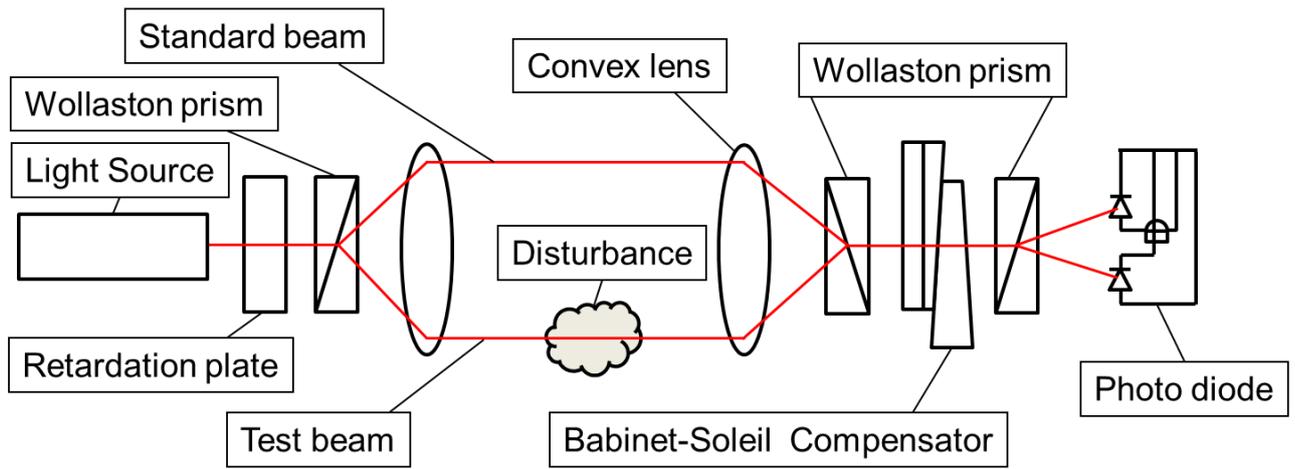


図 2.1 レーザ差動干渉法の光学系

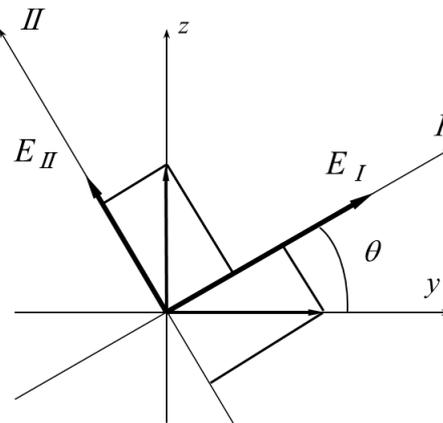


図 2.2 第3 ウォラストプリズムの傾き

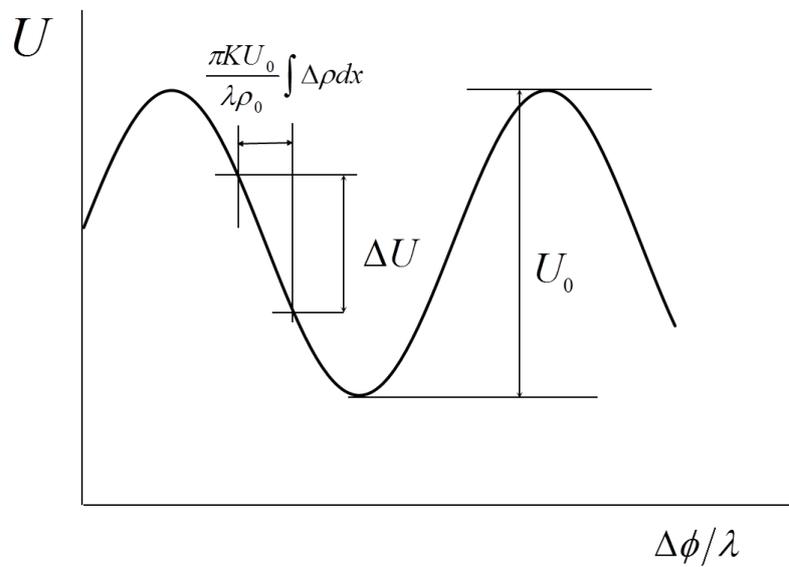


図 2.3 $\Delta\phi/\lambda$ に対する U の変化

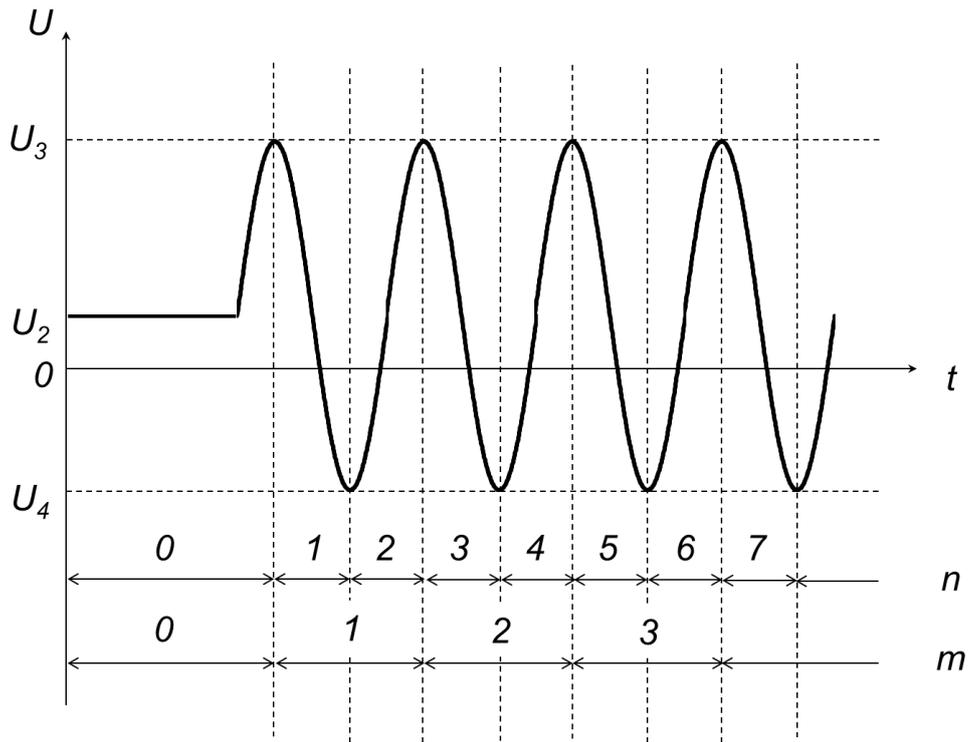


図 2.4 密度差が大きい場合の出力信号

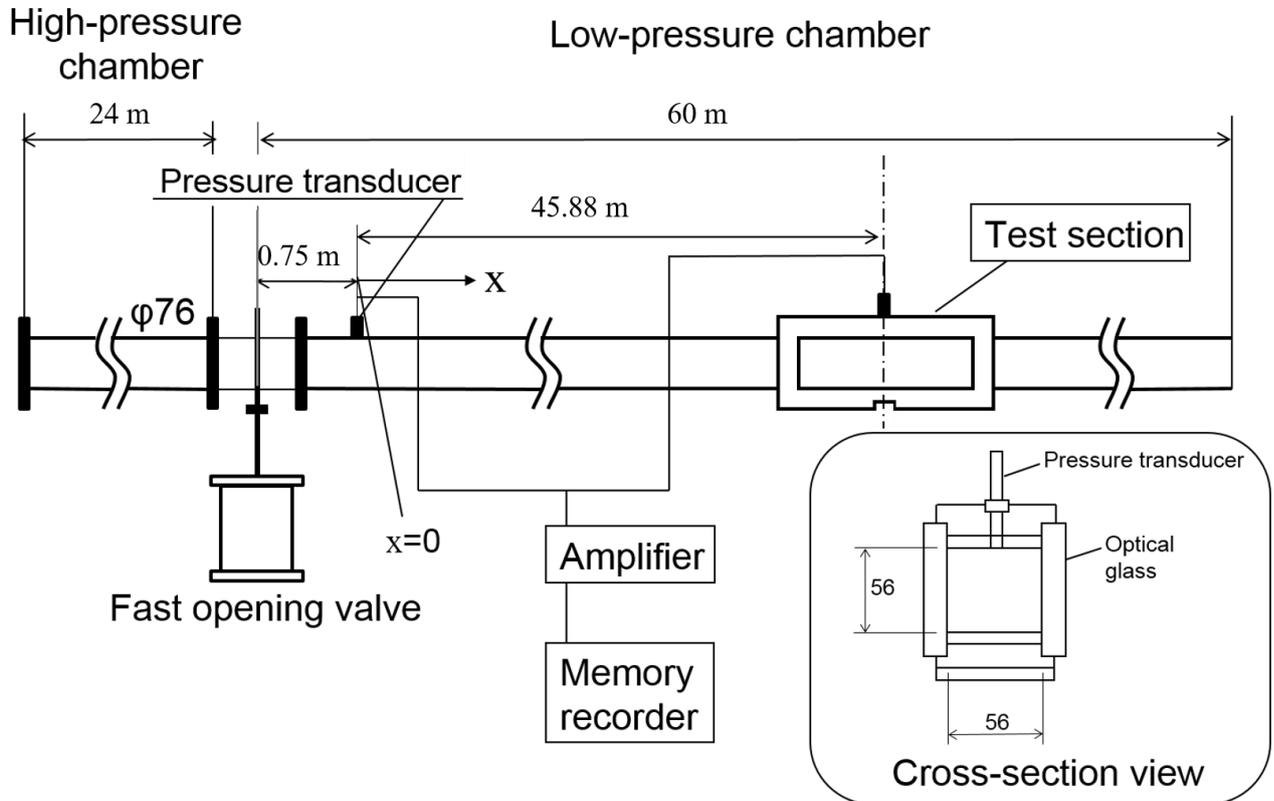


図 2.5 実験装置概略図

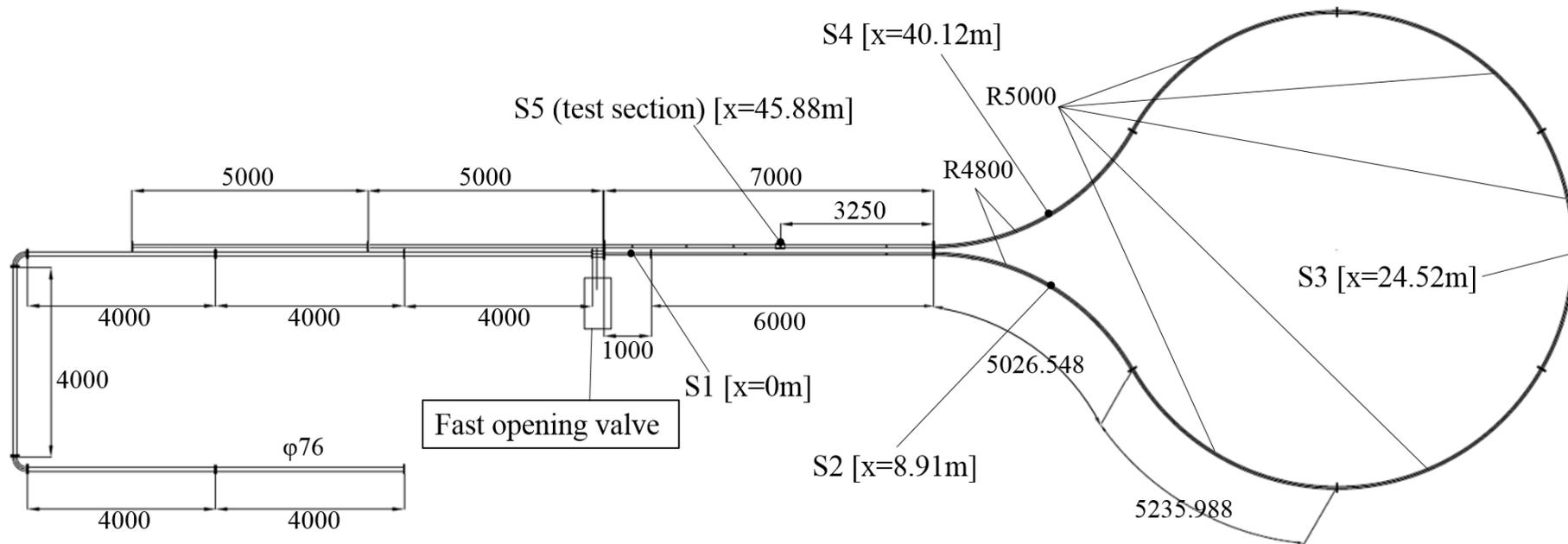


図 2.6 実験装置全体図

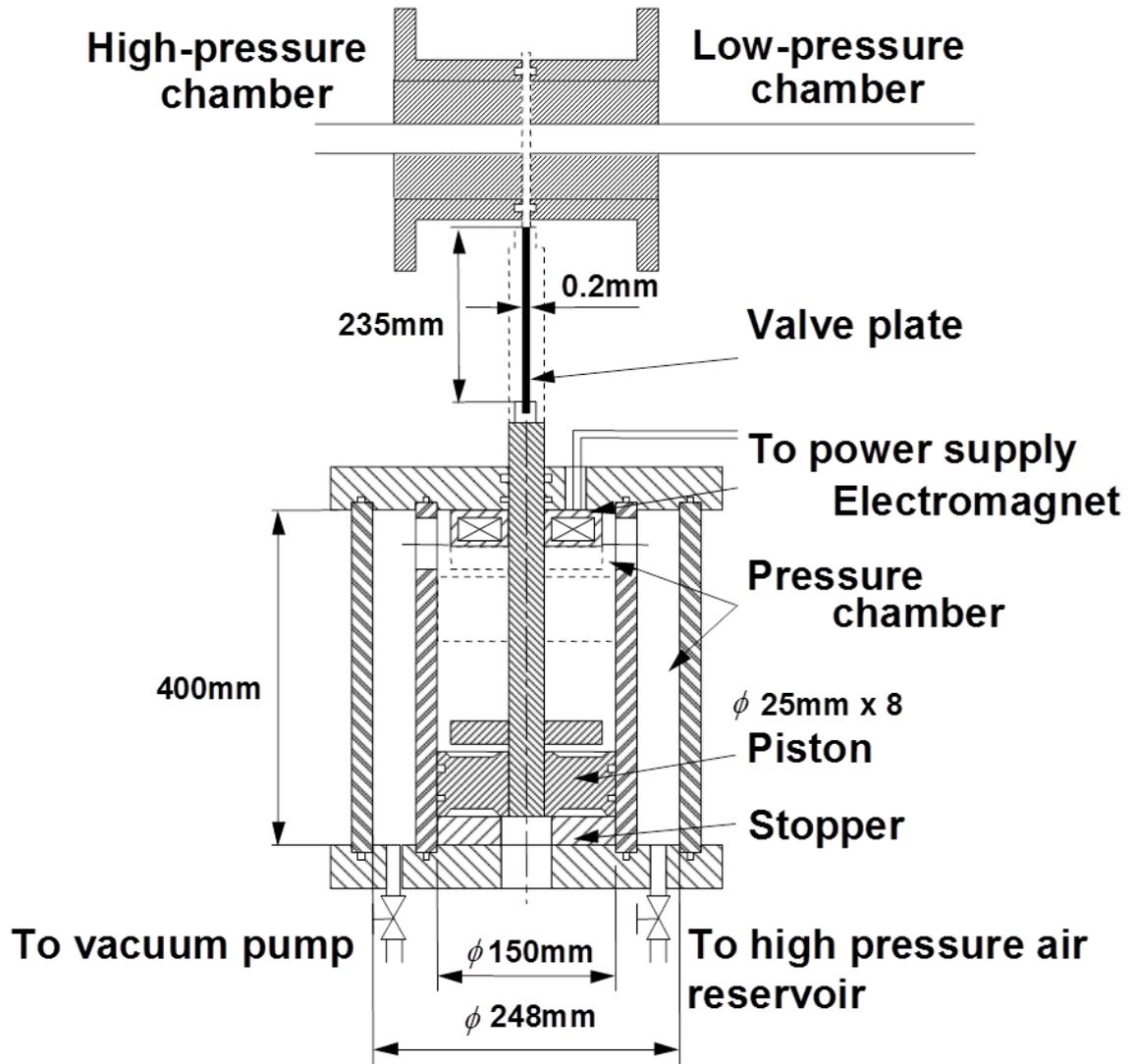


图 2.7 急速開口弁

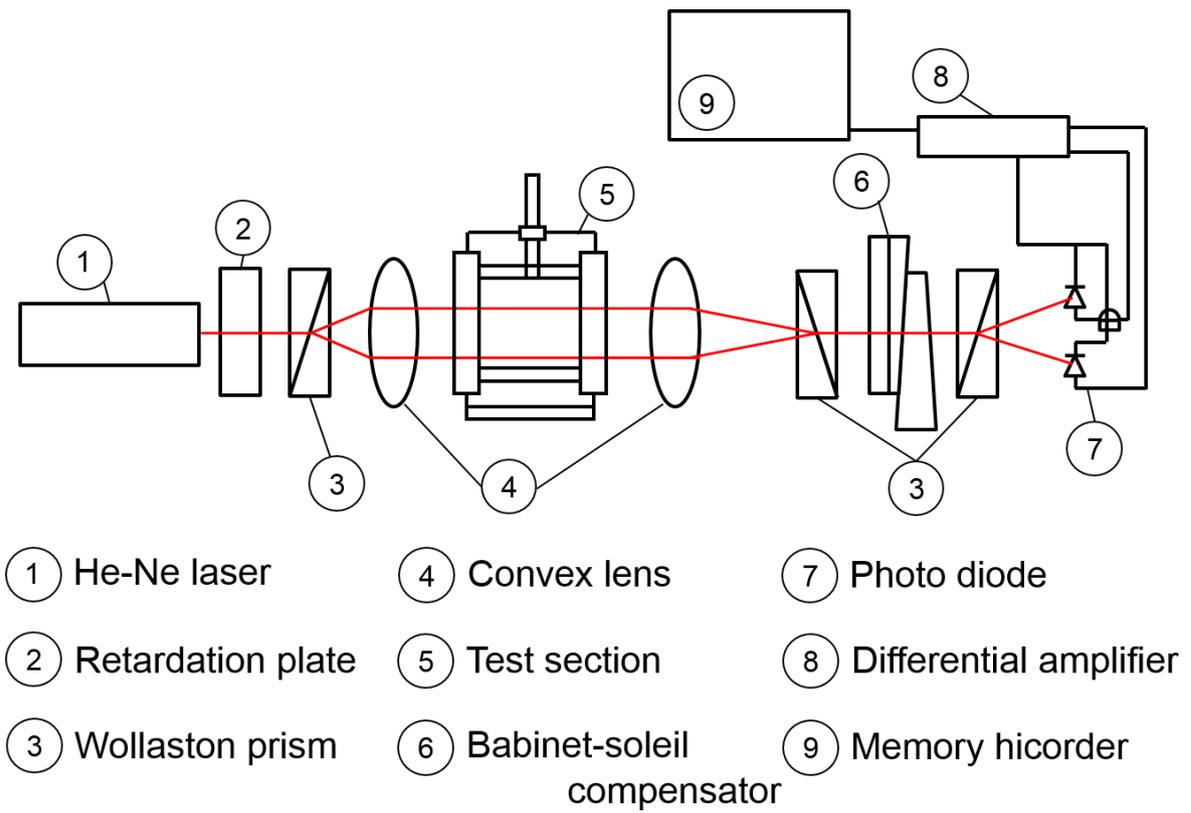


図 2.8 光学系(レーザ差動干渉計)

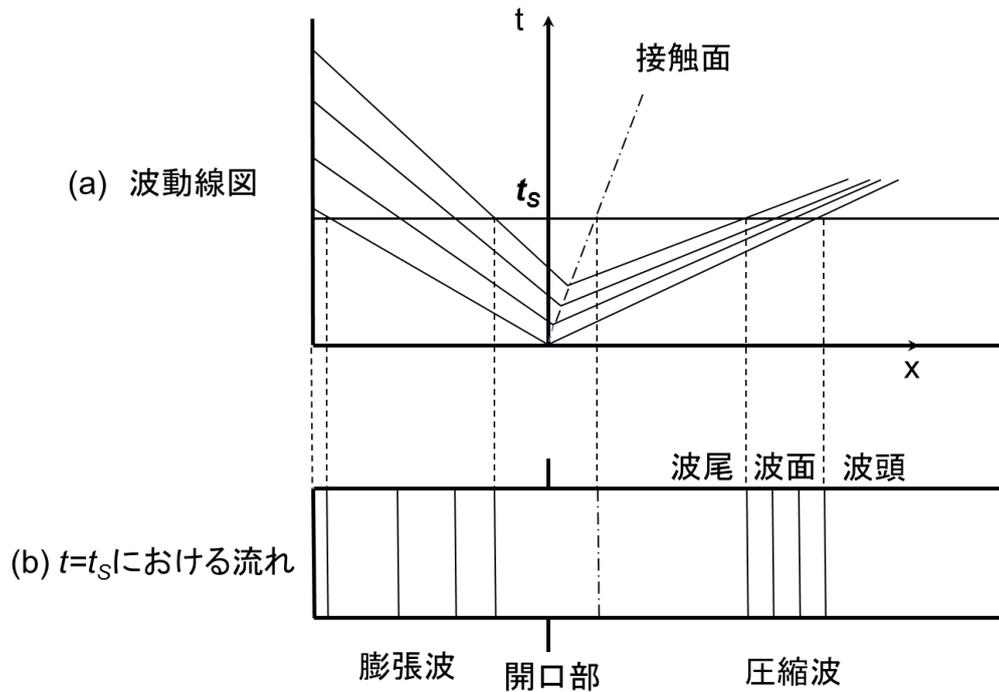


図 2.9 衝撃波管内に形成される圧縮波の模式図

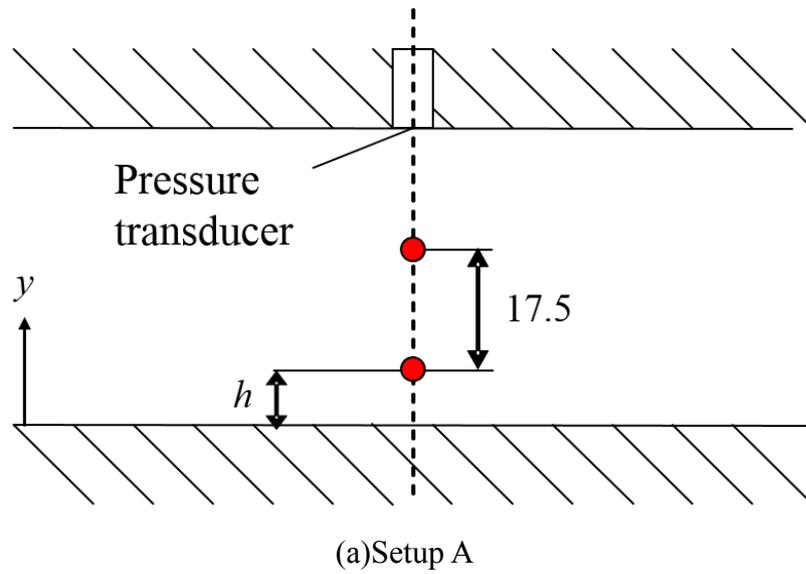


図 2.10 テストセクションにおけるレーザービームの配置

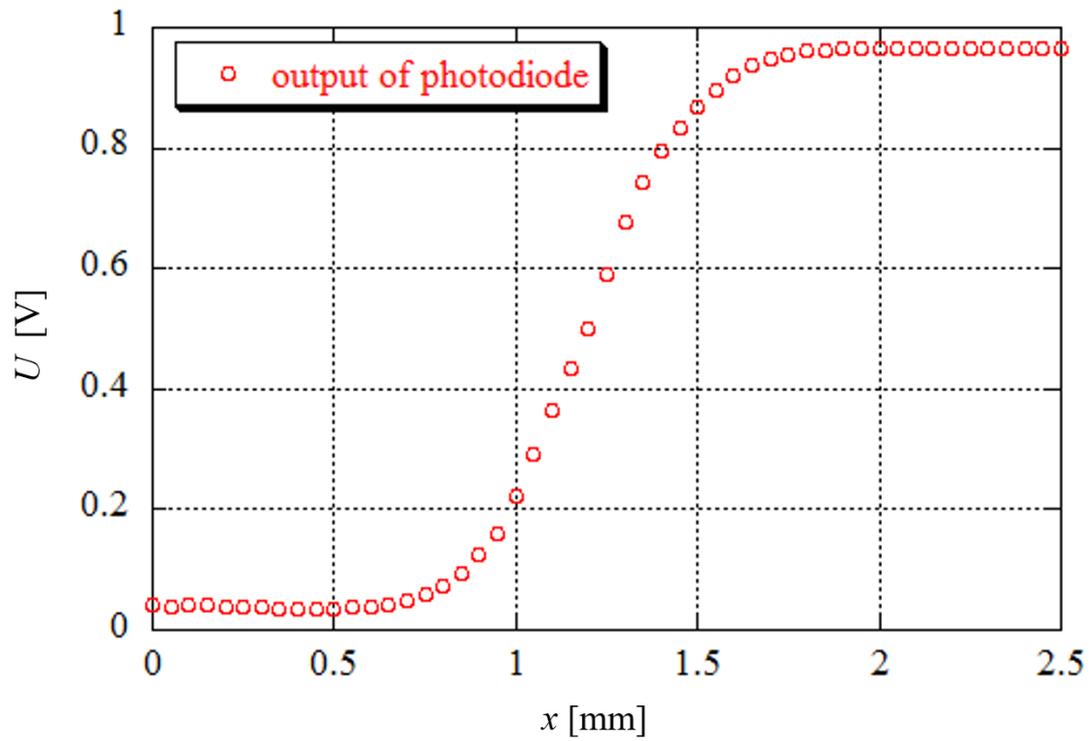


図 2.11 ハイットゲージの刻みに対するフォトダイオードの出力

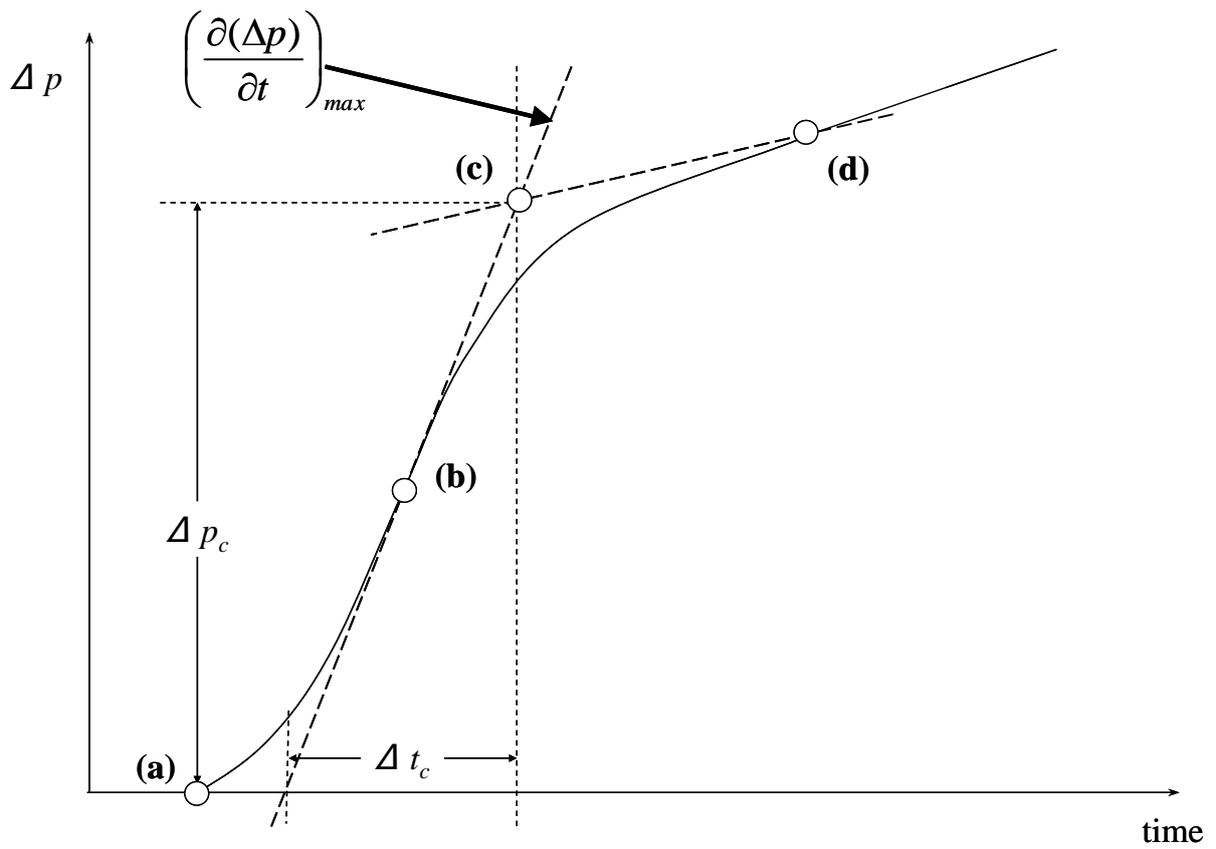


図 2.12 圧力波の定義 (オーバーシュートがない場合)

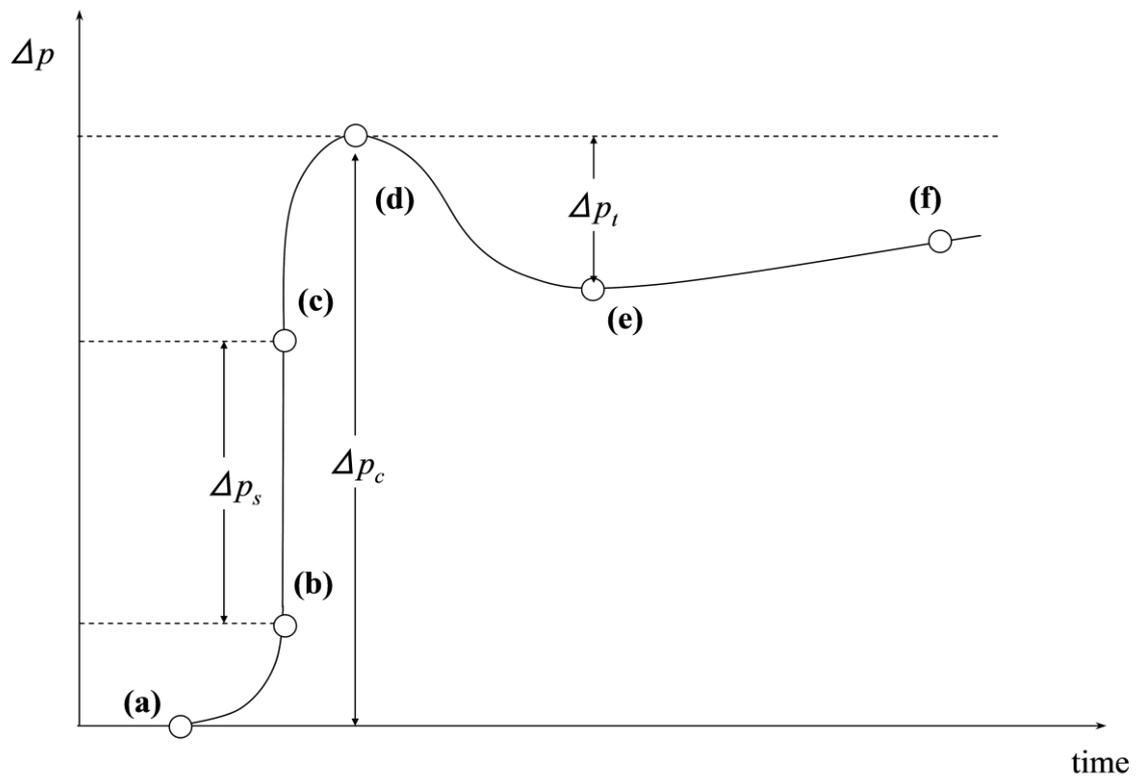


図 2.13 圧力波の定義 (オーバーシュートがある場合)

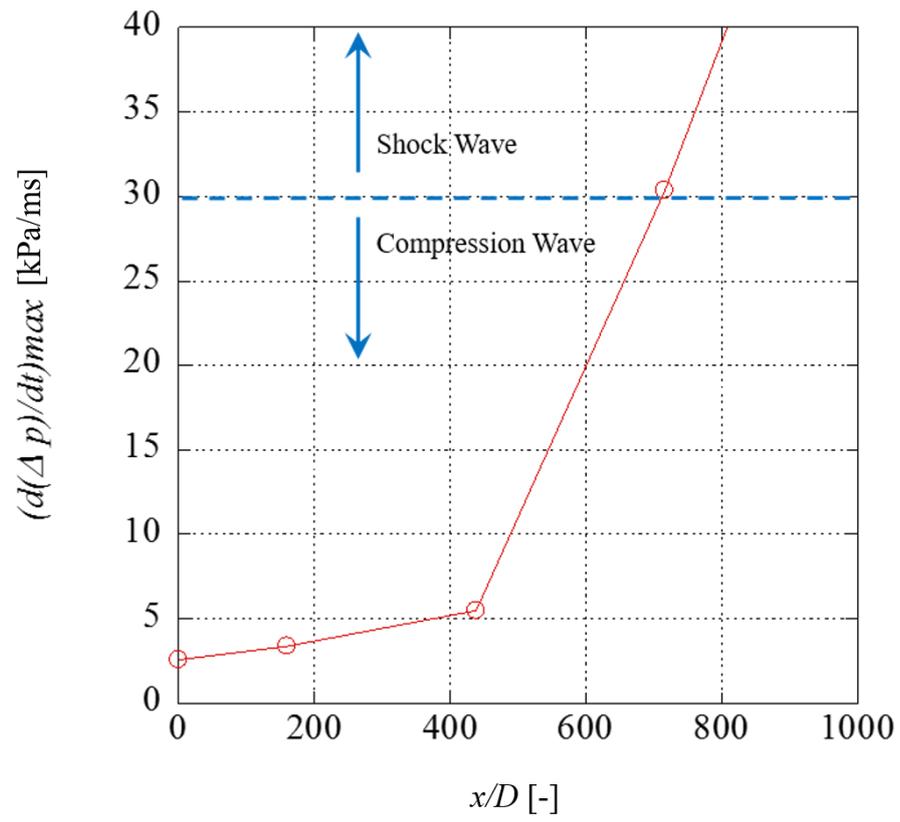


図 2.14 衝撃波の定義

第3章 数値解析

3.1 ANSYS Fluent 18.1

数値解析には汎用熱流体解析ソフトウェアである ANSYS Fluent 18.1 を使用し、二次元非定常解析を行った。数値解析手法は有限体積法であり、支配方程式は連続の式、運動方程式、エネルギー方程式である。空間の離散化には三次精度 MUSCL スキーム、時間の離散化には二次精度陰解法、勾配と微分の評価には Green-Gauss セルベース法、乱流モデルには $k\text{-}k_L\text{-}\omega$ 遷移モデルを用いた。以下に、これらの詳細を示す。

3.2 支配方程式^[27]

ANSYS Fluent では、全ての流れについて質量と運動量の保存式を解いており、伝熱や圧縮性を伴う流れについてはエネルギー保存式を追加して解いている。流れが乱流の場合には、追加的に輸送方程式が解かれている。質量保存方程式（連続の式）は、以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = S_m \quad (3.1)$$

式(3.1)は、質量保存方程式の一般形を示し、非圧縮および圧縮流れに対して有効である。ソース項 S_m は、分散相の影響（たとえば、液滴の蒸発）およびユーザー定義ソースによって連続相に加えられた質量である。慣性系（非加速の基準座標）における運動量保存は、⁽²⁸⁾で表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (3.2)$$

ここで、 p は静圧、 $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ は（以下に記述の）応力テンソル、 $\rho \mathbf{g}$ と \mathbf{F} はそれぞれ重力体積力と外部体積力（たとえば、分散相との相互作用により発生する力）である。 \mathbf{F} は多孔質媒体やユーザー定義ソースなど、他のモデル依存のソース項も含む。応力テンソル $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ は次式により与えられる。

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mu \left[(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{I} \right] \quad (3.3)$$

ここで、 μ は分子粘度、 \mathbf{I} は単位テンソルで、右辺の第2項は体積膨張の効果を表す。ANSYS Fluent では、エネルギー方程式を次の形式で計算する。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot [\mathbf{v} (\rho E + p)] = -\nabla \cdot \left(k_{\text{eff}} \nabla T - \sum_j h_j \mathbf{J}_j + \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v} \right) + S_h \quad (3.4)$$

ここで、 k_{eff} は有効熱伝導率 ($k+k_t$, k_t は乱流熱伝導率で乱流モデルに応じて定義), J_j は化学種 j の拡散流速である. 式(3.4)の右辺の第3項までは, それぞれ伝導, 化学種の拡散, 粘性散逸によるエネルギー輸送を表している. また, S_h には化学反応による生成熱やユーザーが定義した体積熱源を含む熱源が含まれる. 式(3.4)では, 次式のとおりである.

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (3.5)$$

ここで, h は顕エンタルピーで, 理想気体に対しては

$$h = \sum_j Y_j h_j \quad (3.6)$$

と定義され, 非圧縮性流れに対しては次式で定義される.

$$h = \sum_j Y_j h_j + \frac{p}{\rho} \quad (3.7)$$

式(3.6)と式(3.7)において, Y_j は化学種 j の質量分率であり, 次式が成り立つ.

$$h_j = \int_{T_{\text{ref}}}^T c_{p,j} dT \quad (3.8)$$

圧縮性流れにおいて理想気体の法則は, 次式のように表すことができる.

$$\rho = \frac{p_{\text{op}} + p}{\frac{R}{M_w} T} \quad (3.9)$$

ここで, p_{op} は基準圧力, p は基準圧力に対する局所ゲージ圧, R は一般気体定数, M_w は分子量である. 温度 T はエネルギー方程式から算出される.

3.3 空間の離散化⁽²⁷⁾

3.3.1 中心差分法

中心差分法では，変数のフェース値 (ϕ) を次式によって計算する．

$$\phi_{f,CD} = \frac{1}{2}(\phi_0 + \phi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_0 \cdot \mathbf{r}_0 + \nabla\phi_1 \cdot \mathbf{r}_1) \quad (3.10)$$

ここで，添え字の 0 と 1 はフェース f を共有するセルを意味し， $\nabla\phi_{r,0}$ と $\nabla\phi_{r,1}$ はそれぞれセル 0 とセル 1 において再構成された勾配， \mathbf{r} はセル重心からフェースの重心に向かうベクトルである．中心差分法については，オーバーシュートと非物理的な解の振動を起し，数値解析を不安定にする可能性があることがよく知られている．これらの不安定問題は，多くの場合，中心差分法で遅延補正を用いることにより回避できる．このアプローチでは，フェース値を次式によって計算している．

$$\phi_f = \underbrace{\phi_{f,UP}}_{\text{implicit part}} + \underbrace{(\phi_{f,CD} - \phi_{f,UP})}_{\text{explicit part}} \quad (3.11)$$

ここで，UP は風上を意味している．上式に示すとおり，風上成分は陰的に扱う一方，中心差分と風上差分との値の差は陽的に扱っている．数値計算が収束すれば，これは純粋な二次差分となる．

3.3.2 二次精度風上差分法

二次精度風上差分法は，セルフェースにおける変数値は，多次元線形構築法⁽²⁹⁾により算出する．この手法では，セル中心における値をセル重心まわりでテイラー級数展開することにより，フェースにおける高次精度の値を得る．つまり，二次精度風上差分を選択すると，フェース値 ϕ は，次式を用いて算出される．

$$\phi_{f,SOU} = \phi + \nabla\phi \cdot \mathbf{r} \quad (3.12)$$

ここで， ϕ と $\nabla\phi$ は上流セルにおけるセル中心値とその勾配であり， \mathbf{r} は上流セルの重心からフェース重心への変移ベクトルである．この場合，勾配 $\nabla\phi$ を各セルについて，「勾配と微分の評価の検討」に従って求める必要がある．また，最大値や最小値がオーバーシュートしないように，勾配 $\nabla\phi$ の値には制限がかけられている．

3.3.3 三次精度 MUSCL スキーム

三次精度 MUSCL，これはオリジナルの MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws)⁽³⁰⁾ から考案された対流項の三次精度スキームで，中心差分法と二次精度風上差分法を次式のように組み合わせている．

$$\phi_f = \theta\phi_{f,CD} + (1-\theta)\phi_{f,SOU} \quad (3.13)$$

ここで、 ϕ_{CD} は式(3.10)で定義され、 ϕ_{SOU} は二次精度風上差分法の計算値である。MUSCLスキームはいかなるメッシュにも適用できる。二次精度風上差分法と比較すると、三次精度MUSCLはあらゆるタイプのメッシュで空間精度が向上するよう、とりわけ複雑な三次元流れで著しく数値拡散が抑えられており、輸送方程式を問わずに利用できる。

3.4 時間の離散化⁽²⁷⁾

非定常シミュレーションでは、支配方程式は空間および時間の両面について離散化する必要がある。時間依存性を持つ方程式の空間離散化方法は、定常解析の場合と同一である。時間の離散化では、微分方程式の各項について、時間ステップ Δt で積分を行う。非定常項の積分は、以下のように直接的に行うことができる。変数 ϕ の時間発展は、一般に次式で表すことができる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (3.14)$$

ここで、関数 F には空間離散化を含む。時間微分を後退差分を使って一次精度で離散化すると、次式となる。

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (3.15)$$

また、二次精度の離散化は、次式で与えられる。

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (3.16)$$

ここで、

$\phi =$ スカラー量

$n + 1 =$ 次の時間レベル $t + \Delta t$ における値

$n =$ 現在の時間レベルにおける値

$n - 1 =$ 前の時間レベル $t - \Delta t$ における値

時間微分が離散化されたら、あとは、 $F(\phi)$ の評価方法を選択する。特に、どの時間レベルにおける ϕ の値により F を評価するかが問題である。

3.4.1 陰的時間積分

$F(\phi)$ を未来の時間レベルで評価するという方法がある。

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (3.17)$$

この場合、注目しているセルにおける ϕ^{n+1} は関数 $F(\phi^{n+1})$ によって隣接のセルの ϕ^{n+1} と関連付けられるため、「陰的」積分と呼ばれる。

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^{n+1}) \quad (3.18)$$

この陰的方程式は、次の時間ステップに移行するまで、各時間ステップにおいて反復法で計算される。この完全陰解法には、時間ステップの大きさにかかわらず、無条件に安定しているという利点がある。

3.5 勾配と微分の評価⁽²⁷⁾

3.5.1 Green-Gauss の定理

Green-Gauss の定理を用い、スカラー ϕ の勾配をセル中心 c_0 で計算するときは、その離散形式が以下のように書かれる。

$$(\nabla \phi)_{c_0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\phi}_f \mathbf{A}_f \quad (3.19)$$

ここで、 ϕ_f はセルのフェース中心における ϕ の値で、以下の節に示すとおりに算出される。和はセルを囲む全フェースにわたってとっている。

3.5.2 Green-Gauss セルベース法による勾配の評価

特に指定がなければ、式(3.19)のフェース値 $\bar{\phi}_f$ は次式により、フェースに隣り合うセル中心での値を算術平均して求めている。

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_{c_0} + \phi_{c_1}}{2} \quad (3.20)$$

3.6 密度ベースソルバー⁽²⁷⁾

密度ベースソルバーでは、質量、運動量、および（必要に応じて）エネルギーと化学種の輸送に関する支配方程式を連立してベクトル形式で同時に解いている。その後、追加スカラーの支配方程式を逐次（お互いの式や連成した連立方程式と分離して）計算する。連成した連立方程式を計算するアルゴリズムには、連成型陽解法と連成型陰解法の2種類がある。

3.6.1 ベクトル形式の支配方程式

単一成分流体の支配方程式系で平均流れ特性を記述する場合は、方程式が以下のような積分型の直交座標形式になる。ここでは、コントロールボリュームを V 、微小面積を $d\mathbf{A}$ としている。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.21)$$

ここで、ベクトル \mathbf{W} , \mathbf{F} , \mathbf{G} は次のように定義される。

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u + p i \\ \rho v v + p j \\ \rho v w + p k \\ \rho v E + p v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xi} \\ \tau_{yi} \\ \tau_{zi} \\ \tau_{ij} v_j + \mathbf{q} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

また、ベクトル \mathbf{H} には、体積力やエネルギーソースといったソース項が含まれる。ここで、 ρ , v , E , p , はそれぞれ、流体の密度、速度、単位質量当たりの全エネルギー、圧力である。 τ は粘性応力テンソルであり \mathbf{q} は熱流束である。全エネルギー E は、全エンタルピー H と次式のような関係がある。

$$E = H - \frac{P}{\rho} \quad (3.23)$$

ここで、

$$H = h + \frac{|v|^2}{2} \quad (3.24)$$

低 Mach 数の流れでは、流体速度 v と音速 c の差が大きいため、式(3.21)における形式の Navier-Stokes 方程式は、数値的な硬直性が非常に強くなる。非圧縮性流れの場合は、音波の伝播速度が無限大（音速が無限大）であるため、流体速度と無関係に同様の状態となる。このような条件で支配方程式が数値的に硬直になると、収束速度が低下する。ANSYS Fluent の密度ベースソルバーでは、(時間微分)プリコンディショニング⁽³⁰⁾と呼ばれる手法により、この問題を克服している。

3.6.2 プリコンディショニング

時間微分プリコンディショニングでは、まずプリコンディショニング行列を掛けることにより、式(3.21)の時間微分項を変更する。この結果、解こうとしている方程式系における音速（固有値）のスケールが変更され、低 Mach 数の流れや非圧縮性流れで発生する数値的硬直性が緩和される。プリコンディショニング行列の作成ではまず、以下の連鎖法則を用いて、式(3.21)の従属変数を保存量 \mathbf{W} はから原始変数 \mathbf{Q} に変換する。

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.25)$$

ただし、 \mathbf{Q} はベクトル $(p, u, v, w, T)^T$ であり、ヤコビアン $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ は次式である。

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \rho_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \rho_p u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \rho_p v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \rho_p w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \rho_p H - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

ここで,

$$\rho_p = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T, \quad \rho_T = \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p \quad (3.27)$$

また, 理想気体では $\delta=1$, 非圧縮性流れでは $\delta=0$ である. 複数の理由から, 従属変数として原始変数 \mathbf{Q} を採用した. まず, 非圧縮性流れの計算では, この変数の採用が自然である. 次に, 二次精度を適用する場合, 粘性流束における速度勾配と温度勾配, および非粘性流束における圧力勾配をより正確に解析するためには, \mathbf{W} ではなく \mathbf{Q} を再構成する必要がある. また, 圧力を従属変数とすると, 軽内における音波の伝播のみを取り出すことが可能となる⁽³¹⁾. 方程式のプリコンディショニングには, ヤコビアン $\partial \mathbf{W} / \partial \mathbf{Q}$ の代わりにプリコンディショニング行列 $\mathbf{\Gamma}$ を適用する. その結果, プリコンディショニングされた方程式は, 保存形式で以下のようになる.

$$\mathbf{\Gamma} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dV + \{(\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A}\} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.28)$$

ここで,

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \Theta u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u \\ \Theta v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v \\ \Theta w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w \\ \Theta H - \delta & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Θ は, 次式で与えられる.

$$\Theta = \frac{1}{U_r^2} - \frac{\rho_T}{\rho C_p} \quad (3.30)$$

方程式の固有値が対流時間スケールと拡散時間スケールに関して適切な状態に保たれるように, 式(3.30)に現れる参照速度 U_r は局所的に選択する^[32]. よって, プリコンディショニングされた方程式 (式(3.28)) の固有値は次式のとおりとなる.

$$u, \quad u, \quad u, \quad u' + c', \quad u' - c' \quad (3.31)$$

ここで,

$$\begin{aligned}
u &= \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \\
u' &= u(1 - \alpha) \\
c' &= \sqrt{\alpha^2 u^2 + U_r^2} \\
\alpha &= \frac{1 - \beta U_r^2}{2} \\
\beta &= \rho_p + \frac{\rho_T}{\rho C_p}
\end{aligned}$$

理想気体では、 $\beta = 1/\gamma RT = 1/c^2$ である。音速とそれ以上の速度域では $U_r = c$ であり、 $\alpha = 0$ となるので、プリコンディショニングされた方程式の固有値は、プリコンディショニング前と同じ $u \pm c$ という形式になる。一方、低速では、 $U_r \rightarrow 0$ で $\alpha \rightarrow 1/2$ であり、固有値はすべて u と同じオーダーになる。密度一定の流れでは、 U_r の値にかかわらず、 $\beta = 0$ かつ $\alpha = 1/2$ となる。参照速度が局所速度と同じオーダーであれば、固有値はすべて、 u と同じオーダーのままになる。つまり、プリコンディショニングされた方程式の固有値は、あらゆる速度域で適切な状態に保たれる。

3.6.3 Roe の流束差分法

式(3.28)に現れる非粘性流束ベクトル \boldsymbol{F} は、標準的な風上差分による流束差分スキーム⁽³³⁾によって評価される。このアプローチの場合、流束ベクトル \boldsymbol{F} には、方程式の固有値の速さと方向で計算領域内を伝播していく特性情報が含まれていることに基づいている。 \boldsymbol{F} をそれぞれが特定の方向に伝播する情報（特性情報）を含む部分に分解し、その分離された流束に対応する固有値に適した方法で流束に風上差分を適用すれば、各フェースにおける離散化流束に関する次式を得ることができる。

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{F}_R - \boldsymbol{F}_L) - \frac{1}{2}\boldsymbol{\Gamma}|\hat{\boldsymbol{A}}|\delta\boldsymbol{Q} \quad (3.32)$$

ここで、 $\delta\boldsymbol{Q}$ は空間的変移量 $\boldsymbol{Q}_R - \boldsymbol{Q}_L$ である。流束 $\boldsymbol{F}_R = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}_R)$ と $\boldsymbol{F}_L = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Q}_L)$ は、フェースの「右」側面と「左」側面における（再構築された）解ベクトル \boldsymbol{Q}_R と \boldsymbol{Q}_L から算出する。行列 $|\hat{\boldsymbol{A}}|$ の定義は、次式のとおりである。

$$|\hat{\boldsymbol{A}}| = \boldsymbol{M}|\boldsymbol{A}|\boldsymbol{M}^{-1} \quad (3.33)$$

ここで、 \boldsymbol{A} は固有値の対角行列であり、 \boldsymbol{M} は $\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{A}$ を対角化する固有行列である。なお、 \boldsymbol{A} は非粘性流束のヤコビアン $\partial\boldsymbol{F}/\partial\boldsymbol{Q}$ である。プリコンディショニングされていない理想気体に対する方程式系では、Roe の平均値を使用して $\boldsymbol{\Gamma}|\hat{\boldsymbol{A}}|$ を評価すると、式(3.32)は Roe の流束差分ス

キーム⁽³²⁾となる．ここでは，状態量 Q_R と Q_L の算術平均を使用している．ここで採用されている形式では，式(3.33)は，二次精度の中心差分に行列散逸を組み合わせたものと考えることができる．追加された行列散逸項は，超音速流における対流変数や圧力，流束の速度の風上化で利用されるだけでなく，低速流れや非圧縮流れにおいて計算の安定化と収束性向上に必要な圧力-速度連成も行う項である．

3.6.4 陰的時間ステップ（二重タイムステップ法）

陰的時間ステップ（別名，二重タイムステップ法）は密度ベースの陽解法と陰解法に用意してある手法である．非定常シミュレーションを陰的時間ステップ（二重タイムステップ法）で実施する場合，ANSYS Fluent では低 Mach 数で時間微分型の非定常プリコンディショナを用いている．そのため，対流だけのプロセス（非定常乱流のシミュレーションなど）や音響プロセス（波動の伝播シミュレーションなど）のどちらでも，精度のよい結果が得られる⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾では，プリコンディショニングされた擬似的な時間微分項を式(3.21)に以下のように導入している．

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \Gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \mathbf{Q} dV + \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.34)$$

ここで， t は実時間を表し， τ は時間進行法で利用する擬似時間を表す．ここで， $\tau \rightarrow \infty$ で式(3.34)の左辺第 2 項は消滅し，式(3.21)に戻る．式(3.34)における非定常項は，一次精度または二次精度の後退差分により，時間について陰的に離散化する．この二重時間方式を半離散形で書いたものが次式である．

$$\left(\frac{\Gamma}{\Delta \tau} + \frac{\varepsilon_0}{\Delta t} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{Q}} \right) \Delta \mathbf{Q}^{k+1} + \frac{1}{V} \oint (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{A} = \mathbf{H} - \frac{1}{\Delta t} (\varepsilon_0 \mathbf{W}^k - \varepsilon_1 \mathbf{W}^n + \varepsilon_2 \mathbf{W}^{n-1}) \quad (3.35)$$

ここで， $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1/2$ ， $\varepsilon_2 = 0$ では，時間精度が一次精度となり， $\varepsilon_0 = 3/2$ ， $\varepsilon_1 = 1$ ， $\varepsilon_2 = 1/2$ では二次精度となる． k は内部反復カウンタであり， n は実時間レベルを表す．各実時間レベルにおいては，擬似的な時間微分項がゼロになるまで内部反復計算を行う．内部反復計算としては，陰的時間進行アルゴリズムまたは陽的時間進行アルゴリズムのいずれでも使用することができる．擬似時間における（内部）反復計算では， \mathbf{W}^n と \mathbf{W}^{n-1} が一定に保たれるとともに， \mathbf{W}^k が \mathbf{Q}^k から算出される． $\tau \rightarrow \infty$ において，次の実時間レベルの解 \mathbf{W}^{n+1} は $\mathbf{W}(\mathbf{Q}^k)$ として与えられる．実時間ステップ Δt は，必要な時間離散化精度によってのみ制限される．擬似時間ステップ $\Delta \tau$ は（陰的または陽的な）時間進行法の CFL 条件によって決定される．

3.7 乱流モデル⁽²⁷⁾

3.7.1 Reynolds (アンサンブル) 平均

Reynolds 平均では, 瞬間的な (厳密な) Navier-Stokes の方程式における解変数が, 平均成分 (アンサンブル平均, もしくは時間平均) と変動成分とに分解される. 速度成分に対しては,

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.36)$$

ここで, \bar{u}_i と u'_i は平均速度成分と変動速度成分である ($i=1, 2, 3$). 同様に, 圧力などのスカラー量に対しては,

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.37)$$

ここで, ϕ は, 圧力, エネルギー, 化学種濃度などのスカラー量を示す. 流れ変数に対するこの式を, 瞬間的な連続方程式を運動方程式に代入し, 時間 (またはアンサンブル) 平均 ($\bar{\cdot}$. ただし, 以後, オーバーラインは省略する) をとることにより, アンサンブル平均運動方程式を得る. これを直交座標のテンソル形式で表すと,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.39)$$

式(3.38)と式(3.39)は Reynolds 平均をとった, Navier-Stokes (RANS) 方程式と呼ばれる. これらは, 一般的な形の上では瞬間的な Navier-Stokes 方程式と同じであるが, 速度やその他の解変数は, ここではアンサンブル平均 (または時間平均) されたものになっている. この段階で, 乱流の影響を表す付加的な項が現れている. この $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ が「Reynolds 応力」であり, 式(3.39)

を閉じるためには, これをモデル化しなければならない. 密度変化のある流れに対しては, 式(3.38)と式(3.39)は, Favre 平均 Navier-Stokes の方程式⁽³⁶⁾と解釈することができる. このとき, 速度は密度平均値を表す. したがって, 式(3.38)と式(3.39)は, 密度変化のある流れに対して適用できる.

3.7.2 k - k_L - ω 遷移モデル

k - k_L - ω 遷移モデル⁽³⁷⁾は境界層の発達予測や遷移の発生計算のためのモデルである。このモデルは境界層の層流域から乱流域に至る遷移を効果的に取り扱うことができる。 k - k_L - ω モデルは3本の方程式からなる渦粘性係数の形であるとされ、その中に乱流運動エネルギー (k_T)、層流運動エネルギー (k_L)、および乱流時間スケールの逆数 (ω) を求める次の輸送方程式を組み込んでいる。

$$\frac{Dk_T}{Dt} = P_{k_T} + R + R_{\text{NAT}} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (3.40)$$

$$\frac{Dk_L}{Dt} = P_{k_L} - R - R_{\text{NAT}} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right) \quad (3.41)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega_1} \frac{\omega}{k_T} P_{k_T} + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_w} \right) \frac{\omega}{k_T} (R + R_{\text{NAT}}) - C_{\omega_2} \omega^2 + C_{\omega_3} f_w \alpha_T f_w^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.42)$$

渦粘性係数と総温度伝導率を介して乱流と層流の変動を平均の流れおよびエネルギーの方程式に組み込んだ式は次のとおりである。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_{\text{TOT}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k_{\text{TOT}} \delta_{ij} \quad (3.43)$$

$$-\overline{u_i \theta} = \alpha_{\theta, \text{TOT}} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (3.44)$$

有効長さは次のように定義される。

$$\lambda_{\text{eff}} = \min(C_\lambda d, \lambda_T) \quad (3.45)$$

ここで、 λ_T は乱流の長さスケールで、次式によって定義される。

$$\lambda_T = \frac{\sqrt{k}}{\omega} \quad (3.46)$$

そして、小スケールのエネルギーは次式によって定義される。

$$k_{T,s} = f_{ss} f_w k_T \quad (3.47)$$

$$f_w = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{\lambda_T} \quad (3.48)$$

$$f_{ss} = \exp \left[- \left(\frac{C_{ss} \nu \Omega}{k_T} \right) \right] \quad (3.49)$$

大スケールのエネルギーは次式で与えられる。

$$k_{T,1} = k_T - k_{T,s} \quad (3.50)$$

式(3.47)と式(3.50)を合計すると、乱流運動エネルギー k_T になる。乱流変動によって発生する乱流生成項は次式で与えられる。

$$P_{k_T} = \nu_{T,s} S^2 \quad (3.51)$$

ここで、小スケールの乱流粘性係数は $\nu_{T,s}$ である。

$$\nu_{T,s} = f_v f_{\text{INT}} C_\mu \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.52)$$

かつ

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{S}{\omega}} \quad (3.53)$$

$$f_v = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{Re_{T,s}}}{A_v}\right) \quad (3.54)$$

間欠度に起因した乱流生成を規定する減衰係数は次式で表される。

$$f_{\text{INT}} = \min\left(\frac{k_L}{C_{\text{INT}} k_{\text{TOT}}}, 1\right) \quad (3.55)$$

$$Re_{T,s} = \frac{f_w^2 k_T}{\nu \omega} \quad (3.56)$$

式(3.41)の P_{k_L} は大スケールの乱流変動により生成する層流運動エネルギーで、次式のようになっている。

$$P_{k_L} = \nu_{T,1} S^2 \quad (3.57)$$

大スケールの乱流粘性係数 $\nu_{T,1}$ は次のようにモデル化される。

$$\nu_{T,1} = \min\left[\nu_{T,1}^*, \frac{0.5(k_L + k_{T,1})}{S}\right] \quad (3.58)$$

ここで、

$$\nu_{T,1}^* = f_{\tau,1} C_{11} \frac{\Omega \lambda_{\text{eff}}^2}{\nu} \sqrt{k_{T,1}} \lambda_{\text{eff}} + \beta_{\text{TS}} C_{12} \phi_{\text{NAT}} d^2 \Omega \quad (3.59)$$

式(3.58)の最小値はリアライザビリティ（実現性）の制約で、二次元に発達する境界層においてリアライザビリティが乱れないようにしている。時間スケールに基づく減衰関数 $f_{\tau,1}$ は次式のとおりである。

$$f_{\tau,1} = 1 - \exp\left(-C_{\tau,1} \frac{k_{T,1}}{\lambda_{\text{eff}}^2 \Omega^2}\right) \quad (3.60)$$

ここで、式(3.59)の β_{TS} は、

$$\beta_{TS} = 1 - \exp \left\{ - \frac{[\max(\phi_{NAT} - C_{TS,crit}, 0)]^2}{A_{TS}} \right\} \quad (3.61)$$

$$\phi_{NAT} = \frac{d^2 \Omega}{\nu} \quad (3.62)$$

壁近傍の散逸は次式で与えられる.

$$D_T = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \quad (3.63)$$

$$D_L = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \quad (3.64)$$

式(3.40)-式(3.42)の R は, バイパス遷移中に流れ方向の変動が乱流に崩壊する平均的效果を表した次式である.

$$R = \frac{C_R \beta_{BP} k_L \omega}{f_w} \quad (3.65)$$

β_{BP} はそのバイパス遷移プロセスを制御する次式のしきい値関数である.

$$\beta_{BP} = 1 - \exp \left(- \frac{\phi_{BP}}{A_{BP}} \right) \quad (3.66)$$

$$\phi_{BP} = \max \left[\left(\frac{k_T}{\nu \Omega} - C_{BP,crit} \right), 0 \right] \quad (3.67)$$

不安定性による乱流への崩壊は自発的遷移生成項とされ, 次式で与えられる.

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega \quad (3.68)$$

$$\beta_{NAT} = 1 - \exp \left[- \frac{\max \left(\phi_{NAT} - \frac{C_{NAT,crit}}{f_{NAT,crit}}, 0 \right)}{A_{NAT}} \right] \quad (3.69)$$

$$f_{NAT,crit} = 1 - \exp \left(C_{NC} \frac{\sqrt{k_L} d}{\nu} \right) \quad (3.70)$$

ω をスケール判定定数とすると, 乱流境界層の外側の領域で間欠度の効果が抑えられるため, 結果的に速度分布の後流領域が消滅する. 式(3.42)から, 以後の減衰は次のように定義される.

$$f_\omega = 1 - \exp \left[- 0.41 \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T} \right)^4 \right] \quad (3.71)$$

式(3.43)と式(3.44)に組み込まれている総渦粘性係数と総渦拡散率は次式で与えられる.

$$\nu_{\text{TOT}} = \nu_{\text{T,s}} + \nu_{\text{T,l}} \quad (3.72)$$

$$\alpha_{\theta,\text{TOT}} = f_w \frac{k_{\text{T}}}{k_{\text{TOT}}} \frac{\nu_{\text{T,s}}}{Pr_{\theta}} + (1 - f_w) C_{\alpha,\theta} \sqrt{k_{\text{T}}} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.73)$$

式(3.40)-式(3.42)の乱流スカラー拡散率は、次のように定義される.

$$\alpha_{\text{T}} = f_v C_{\mu,\text{std}} \sqrt{k_{\text{T,s}}} \lambda_{\text{eff}} \quad (3.74)$$

$$k_{\text{TOT}} = k_{\text{T}} + k_{\text{L}} \quad (3.75)$$

k - k_{L} - ω 遷移モデルのモデル定数を以下に挙げる^[37].

$$\begin{aligned} A_0 &= 4.04, \quad A_s = 2.12, \quad A_v = 6.75, \quad A_{\text{BP}} = 0.6 \\ A_{\text{NAT}} &= 200, \quad A_{\text{TS}} = 200, \quad C_{\text{BP,crit}} = 1.2, \quad C_{\text{NC}} = 0.1 \\ C_{\text{NAT,crit}} &= 1250, \quad C_{\text{INT}} = 0.75, \quad C_{\text{TS,crit}} = 1000, \quad C_{\text{R,NAT}} = 0.02 \\ C_{11} &= 3.4 \times 10^{-6}, \quad C_{12} = 1.0 \times 10^{-10}, \quad C_{\text{R}} = 0.12, \quad C_{\alpha,\theta} = 0.035 \\ C_{\text{ss}} &= 1.5, \quad C_{\tau,1} = 4360, \quad C_{\omega_1} = 0.44, \quad C_{\omega_2} = 0.92 \\ C_{\omega_3} &= 0.3, \quad C_{\omega\text{R}} = 1.5, \quad C_{\lambda} = 2.495, \quad C_{\mu,\text{std}} = 0.09 \\ Pr_{\theta} &= 0.85, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_{\omega} = 1.17 \end{aligned}$$

3.8 解析系

解析系を図 3.1 に示す．解析領域は，実験的研究⁽³⁸⁾を模擬し， x' 軸に関しては， $x = 0$ m から $x = -10$ m までを高圧部， $x = 0$ m から $x = 59.25$ m までを低圧部とした合計 69.25 m， y 軸に関しては， $y = 0$ mm から $y = 28$ mm までと実験的研究で用いた矩形管の半分の大きさである二次元座標形に設定した．

初期条件は，図 3.1 に示すように，高圧部に実験的研究で得られた，圧力 p ，流速 u ，温度 T を分布させ，低圧部に $p_0 = 101.3$ kPa， $u_0 = 0$ m/s， $T_0 = 280.15$ K を分布させた．

境界条件は， $x = -10$ m の位置で，流入境界条件（実験的研究で得られた圧力 p ，流速 u ，温度 T ）， $x = 59.25$ m の位置で，流出境界条件（ $p_0 = 101.3$ kPa， $u_0 = 0$ m/s， $T_0 = 280.15$ K）， $y = 0$ mm の位置で，壁境界条件（ $T_0 = 280.15$ K）， $y = 28$ mm の位置で，対称境界条件に設定した．

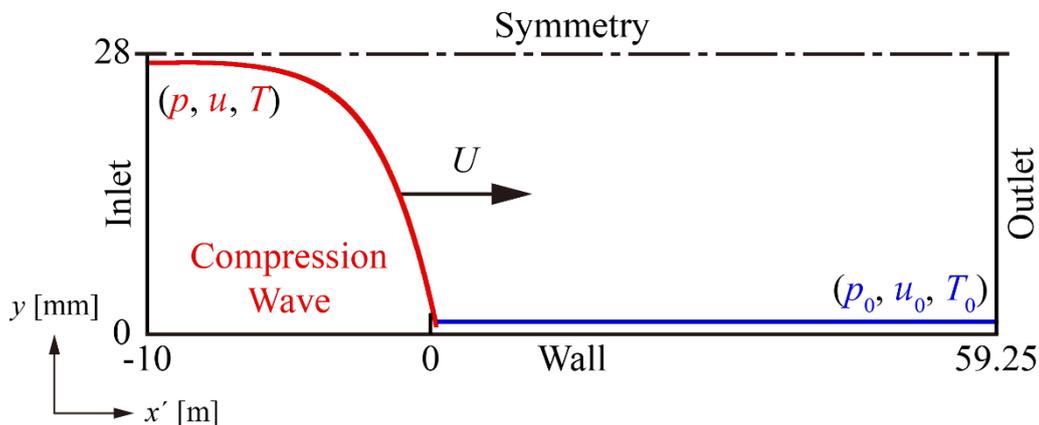


図 3.1 解析系

3.9 解析条件

数値解析で使用したメッシュの例 (Case A) を図 3.2 に示す. x 方向に 19785 分割, y 方向に 36 分割の合計 712260 メッシュに設定した.

また解析条件を以下の表 3.1 に示す. CaseA, CaseF は実験的研究⁽³⁸⁾の初期圧縮波強さ $\Delta p_{c,i}$ と初期最大圧力勾配 $[\partial(\Delta p_{c,i})/\partial t]_{\max}$ を解析条件に設定した. CaseK は実験的研究を行っていない比較的初期圧縮波強さの小さいものを条件とした. それに加え, その 3 条件を基に初期圧縮波強さが等しく圧力勾配が 1/2 倍 (Case B,G,L), 1/3 倍 (Case C,H,M) の 2 条件, 初期圧縮波強さと圧力勾配が等しく波面の異なる 2 条件 (直線型, S 字型) の計 15 条件とした. Case D,I,N が直線型, Case E,J,O が S 字型となっている.

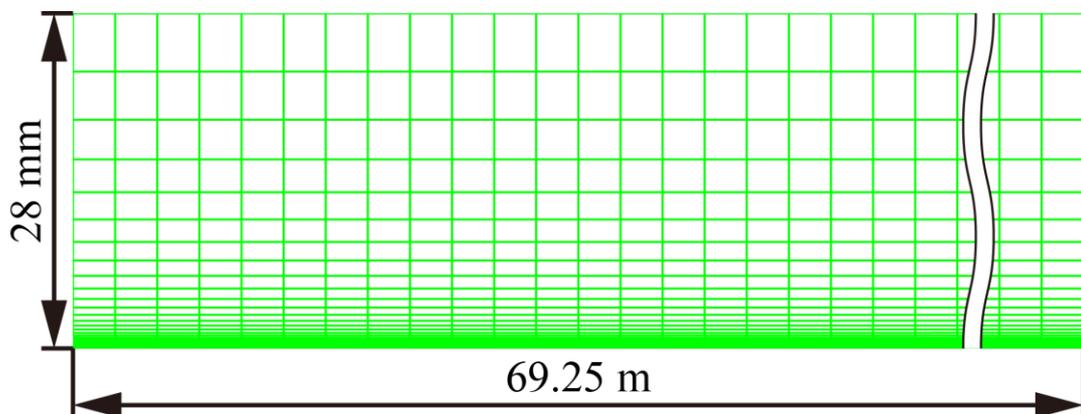


図 3.2 メッシュの例 (Case A)

表 3.1 解析条件

	初期圧縮波強さ $\Delta p_{c,i}$ [kPa]	初期最大圧力勾配 $[\partial(\Delta p_{c,i})/\partial t]_{\max}$ [kPa/ms]
Case A	20.9	3.5
Case B		1.6
Case C		1.2
Case D		3.5
Case E		3.5
Case F	13.5	2.5
Case G		1.2
Case H		0.8
Case I		2.5
Case J		2.5
Case K	5.5	1.1
Case L		0.5
Case M		0.4
Case N		1.1
Case O		1.1

第4章 数値解析及び考察

4.1 実験的研究との比較

4.1.1 圧力波形の取得位置

実験⁽³⁸⁾では、原点と定義した位置を S1、原点から圧力波が伝播する方向に 8.91, 24.52, 40.12, 45.88 m の位置をそれぞれ S2, S3, S4, S5 と定義している。それぞれの位置において、管の壁面に圧力センサーを取り付け、圧力の時間変化（圧力波形）を取得している。本研究の数値解析でも実験と同じ位置（ $x' = 0$ m, $x' = 8.91$ m, $x' = 24.52$ m, $x' = 40.12$ m, $x' = 45.88$ m）で圧力波形を取得した。

図 4.1 と図 4.2 に数値解析と実験的研究で得られた $x' = 0$ m の位置での圧力波形の比較を示す。これらの図において、横軸は時間 t 、縦軸はゲージ圧 Δp である。横軸の時間 t に関して、実験では S1 を波頭が通過した時間（波頭通過時間）を $t = 0$ ms としている。数値解析においても $x' = 0$ m における波頭通過時間を $t = 0$ ms としている。

4.1.2 初期圧力波形の妥当性

図 4.1 と図 4.2 より、どちらの解析条件の解析値においても実験値とほぼ同じ初期圧縮波強さ $\Delta p_{c,i}$ と初期最大圧力勾配 $[\partial(\Delta p_{c,i})/\partial t]_{\max}$ をもつ圧力波形である。数値解析で取得した初期圧力波形と実験で取得した初期圧力波形はよく一致し、実験を十分に再現できている。

4.2 圧縮波の伝播特性

4.2.1 圧縮波の圧力波形の変形

各条件で測定された数値解析結果の初期圧縮波の圧力波形を図 4.3~4.11 に示す。また、各条件で測定された数値解析結果の初期圧力波形も含めた圧力波形を図 4.12~4.26 に示す。これらの図においても、横軸は時間 t 、縦軸はゲージ圧 Δp である。横軸の時間 t に関しても同様に、 $x' = 0$ m に波頭が通過した時間（波頭通過時間）を $t = 0$ ms としている。

図 4.12~4.26 より圧縮波が管路内を伝播するにしたがって、非線形効果によって次第に波面が切り立っていき、圧縮波の一部が衝撃波に遷移していることが確認できる。Case A, Case D, Case E, Case F, Case I, Case J の条件では、 $x/D = 437.9$ ($x = 24.52$ m) の位置で、Case B では、 $x/D = 716.4$ ($x = 40.12$ m) の位置で、Case N では、 $x/D = 819.3$ ($x = 45.88$ m) の位置で衝撃波のステップ状の部分が表れており、Case C, Case G, Case H, Case K, Case L, Case M, Case O では確認できなかった。これらの衝撃波のステップ状の部分が出現するタイミングの違いから、初期最大圧力勾配による伝播特性の違いと初期圧縮波の波面の形状の違いが結果に影響を及ぼすことが確認できた。

4.2.2 圧縮波の伝播速度

各条件で圧縮波の圧力波形が S1~S5 に伝播する時間を図 4.27~4.29 に示す。横軸の時間 t に関して、圧縮波の波頭が S1 を通過した時間（波頭通過時間）を $t=0$ ms としている。

図 4.27 を見ると Case A、Case D、Case E では各位置での到達時間がほぼ一致していることがわかる。Case B、Case C で到達時間が遅れている理由としては、波頭の基準として切片を採用したことに加え、圧力勾配の小さい波形は非線形効果の影響を受けづらく、波面の切り立ちが他の条件より遅れたことが考えられる。

図 4.28 を見ると Case F、Case I、Case J では各位置での到達時間がほぼ一致していることがわかる。Case G、Case H で到達時間が遅れている理由として、図 4.27 と同様に波頭の基準と圧力勾配の違いにおける非線形効果による影響の違いが原因だと考えられる。

図 4.29 を見ると図 4.27 ほどではないが同様に圧力勾配の小さい Case L、Case M の波頭到達時間が若干遅れている。また、Case O には大幅な波頭到達時間の遅れが見られる。Case K と圧力勾配が等しいにもかかわらず、S5 の位置への到達が 10 ms ほど遅れているため、検証する必要があると考える。

これらの結果から圧力勾配の大きさや初期圧縮波の波面の形状が伝播速度に与える影響はきわめて小さいと考えられる。

4.2.3 圧縮波の距離減衰

各条件、S1~S5 の位置での管路内を伝播する圧縮波の強さを図 4.30~4.38 に示している。図の縦軸はそれぞれの測定点での圧縮波強さ ΔP_c と初期圧縮波強さ ΔP_i との比 $\Delta P_c/\Delta P_{c,i}$ である。

図 4.30 より初期圧縮強さが等しく圧力勾配が異なる場合、圧力勾配が小さければ小さいほど距離減衰が大きくなっていることが分かる。

図 4.33 より、Case F、Case G ではほとんど減衰の割合が等しくなった。初期圧縮波強さが弱くなると圧力勾配が 1/2 倍になる程度では減衰の大きさはほとんど変わらず、1/3 倍ほど変化がないと影響を受けないことがわかった。

図 4.36 より最も圧力勾配の小さいものが減衰の割合が小さくなっていることが確認できる。初期圧縮波強さが小さいうえに圧力勾配が小さいと非線形効果の影響を受けにくくなり、波面が切り立ちにくく変形しづらいため、減衰の割合が小さくなったと考える。

図 4.31 より、直線型の波形の場合は減衰の割合が大幅に小さくなっていることがわかる。これは直線型の波形は非線形効果を強く受け波面の切り立ちが激しくなり、ピークが早く出現するために減衰の割合が小さいと考えられる。

図 4.34 より、初期圧縮波強さが弱くなるとある一定まで減衰の割合が等しく、途中から減衰の割合が小さくなっていることが確認できる。これは減衰の割合が変わるタイミングで非線形効果の影響が大きくなり、波面の切り立ちが激しくなるからと考えられる。

図 4.37 では直線型にもかかわらず、他の 2 条件ほど減衰の割合が変わらないことが確認できた。これはもとの圧力勾配が他の 2 条件に比べ小さいうえに初期圧縮波強さが弱いため、ピークの出現にあまり影響が出なかったが原因と思われる。

図 4.32 より Case E がわずかの時間だけ減衰の割合が大きくなることが確認できた。図 4.35 は図 4.32 と同様にわずかの時間だけ減衰の割合が大きくなることが確認できた。これらの原因として、波面の形状が違うことにより S 字型の波面の方がピークの出現が遅くなり、さらにその後のピークの切り立ちが激しいからだと考えられる。図 4.38 を見ると Case K, Case O の減衰の割合がほぼ一致していることが分かる。Case O に関しては伝播速度にも差異が生じていることもあり検討する必要がより一層強くなった。

4.3 圧縮波の最大圧力勾配

各地点での圧力波の最大圧力勾配を図 4.39~4.53 に示す。図の縦軸は圧力波形を時間微分して得られた最大圧力勾配で、横軸は無次元伝播距離 x/D である。図 4.39, 図 4.45, 図 4.51 より初期圧縮強さが等しく圧力勾配が異なる場合、圧力勾配が小さければ小さいほど勾配の上昇が小さくなることが確認できた。また、圧力勾配が等しくないので一概には言えないが、初期圧縮波強さが弱いほど圧力勾配による影響を受けると思われる。

図 4.41, 図 4.47 より直線型の波形である Case D, Case I では勾配の上昇が激しくなっており、ピークを持つことがわかった。逆に初期圧縮波強さの小さい Case N ではその傾向が見られなかった。これは、他の 2 条件より初期圧縮波強さが小さいうえにもとの圧力勾配が小さいため、非線形効果の影響を受けづらく、波面が切り立ちにくく変形しづらいためと考えられる。

図 4.43 より Case A に比べ Case E は圧力勾配の上昇のが小さいことが確認できた。また、ピークを持っていることも確認できた。

図 4.49 より図 4.43 と同様に Case F に比べ Case J は圧力勾配の上昇のが小さいこと、ピークを持っていることを確認することができた。

図 4.53 より Case K にくらべ Case O は圧力勾配の上昇が小さいことがわかった。

また、Case A, Case B, Case D, Case E, Case F, Case I, Case J, Case N の条件では、圧力勾配の値が 30kPa を超えており衝撃波が生成されているといえる。その他の条件では、圧力勾配の値が 30kPa を超えることがなく、衝撃波の生成が確認できなかった。

これらの結果から直線型の波面は非線形効果の影響を強く受け、波面が切り立ちやすいことがわかった。一方で、S 字型の波面は非線形効果の影響を比較的受けづらいこともわかった。初期圧縮強さが等しく圧力勾配が異なる場合、圧力勾配が小さければ小さいほど勾配の上昇が小さくなることもわかった。

4.4 圧縮波背後の流れ場

各条件での圧力，密度，乱流運動エネルギー，速度コンターを図 4.54~113 に示す．各コンターの高さは 28 mm，長さは 69.25 m である．

圧力コンターを見ると，高さ方向に一様な圧力分布となっており，その傾向は圧力波内部でも確認できる．また，圧力勾配が小さいほど圧力の上昇が緩やかになっていることがわかる．

密度コンターを見ると，圧力コンター同様に圧力勾配が小さいほど上昇が緩やかになっていることがわかる．

乱流運動エネルギーコンターよりおよそその遷移開始位置がわかる．また圧力が低いほど遷移開始位置が波面後方にずれていることがわかる．

速度コンターを見ると，初期圧縮波強さが大きい場合，波面の形状によって境界層の発達の仕方が違うことがわかる．一方，初期圧縮波強さが小さい場合では，波面の形状による境界層の発達の仕方への影響はほとんどない．

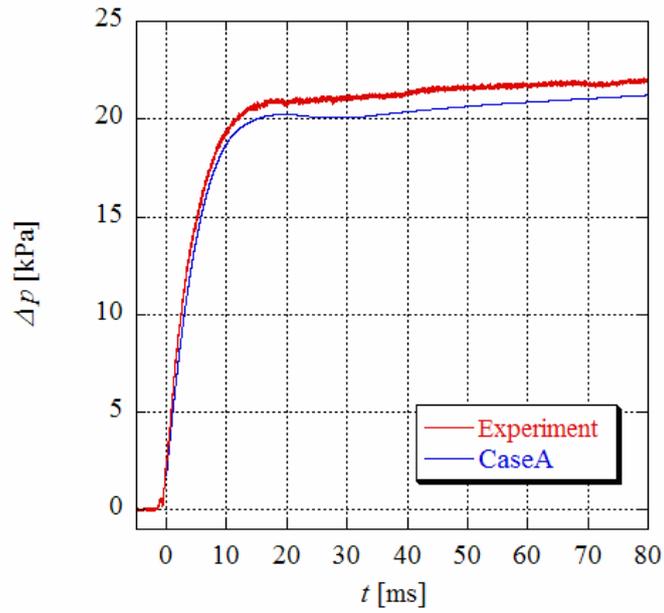


図 4.1 初期圧縮波の圧力波形, $x/D=0$ ($x=0, S1$)

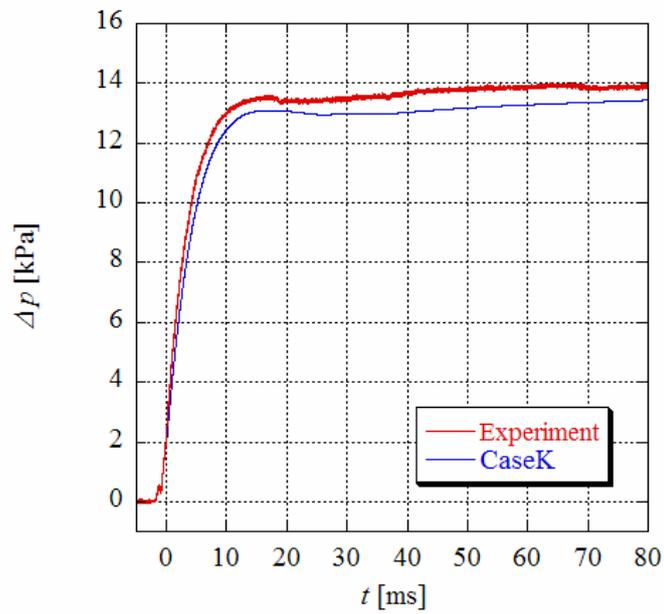


図 4.2 初期圧縮波の圧力波形, $x/D=0$ ($x=0, S1$)

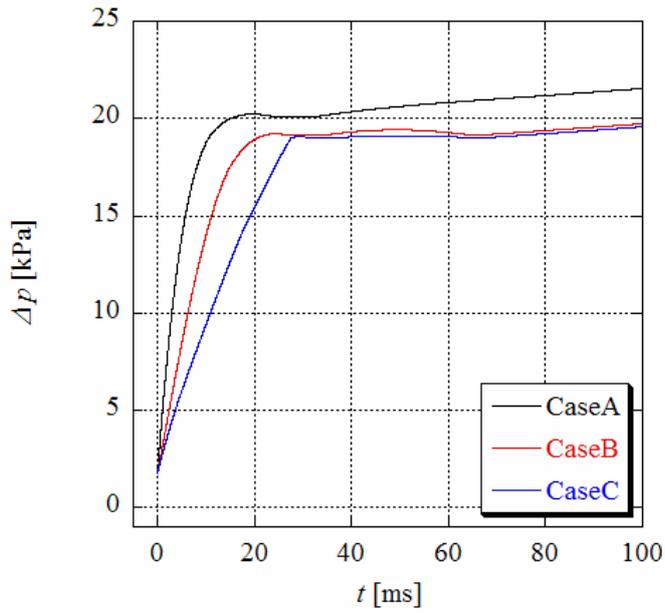


図 4.3

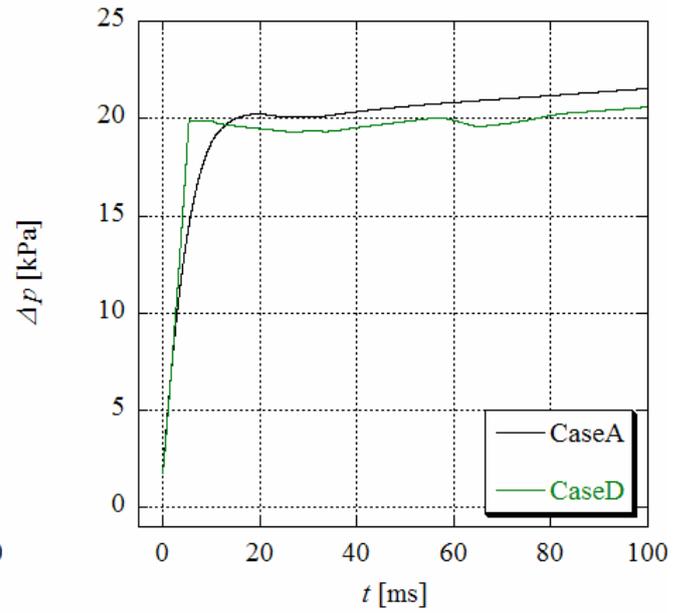


図 4.4

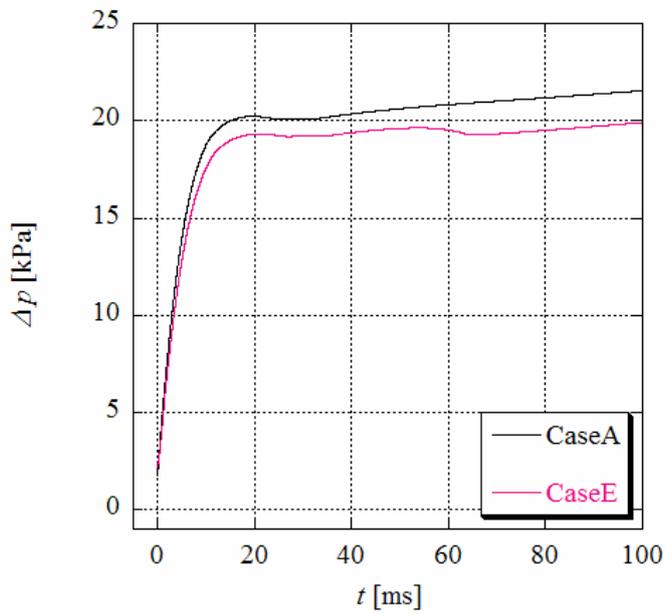


図 4.5

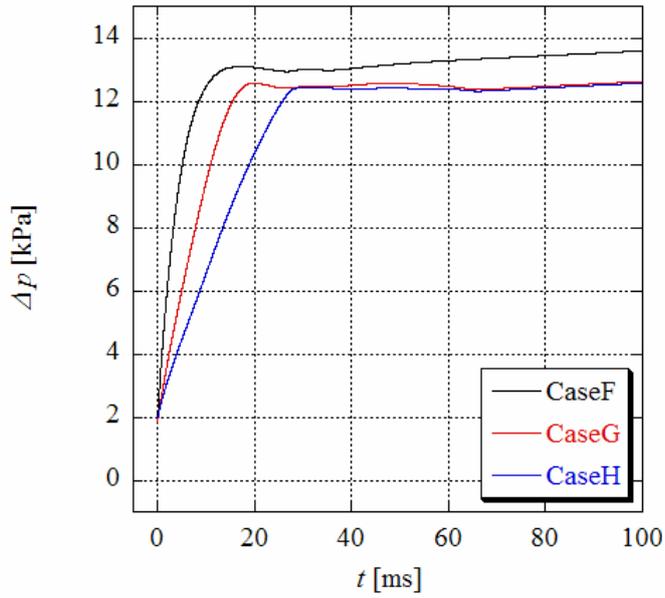


図 4.6

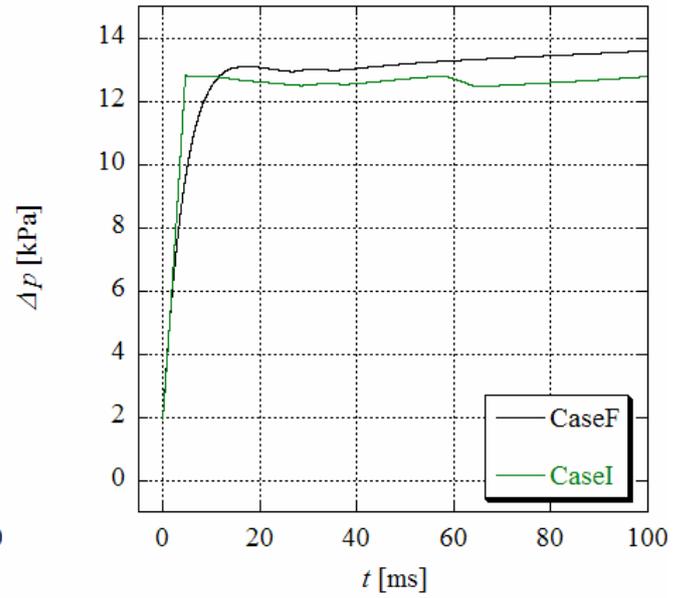


図 4.7

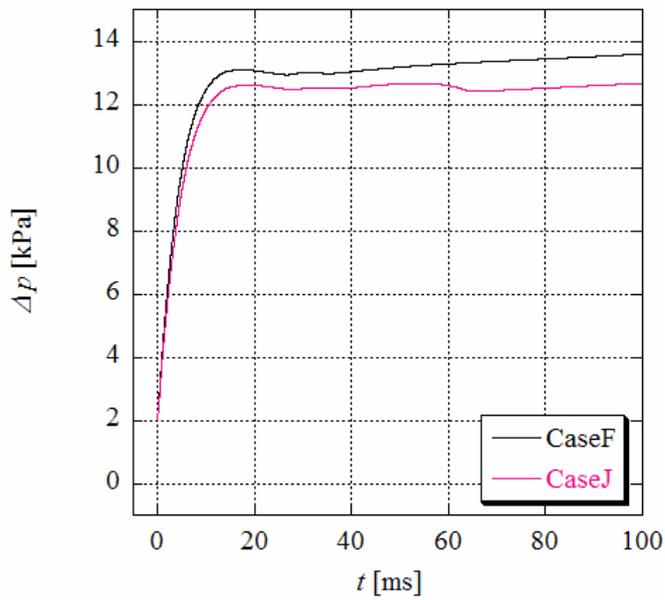


図 4.8

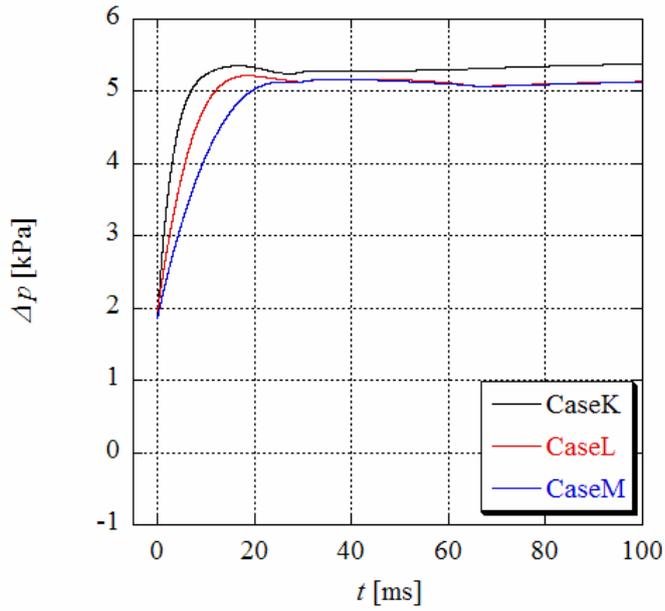


図 4.9

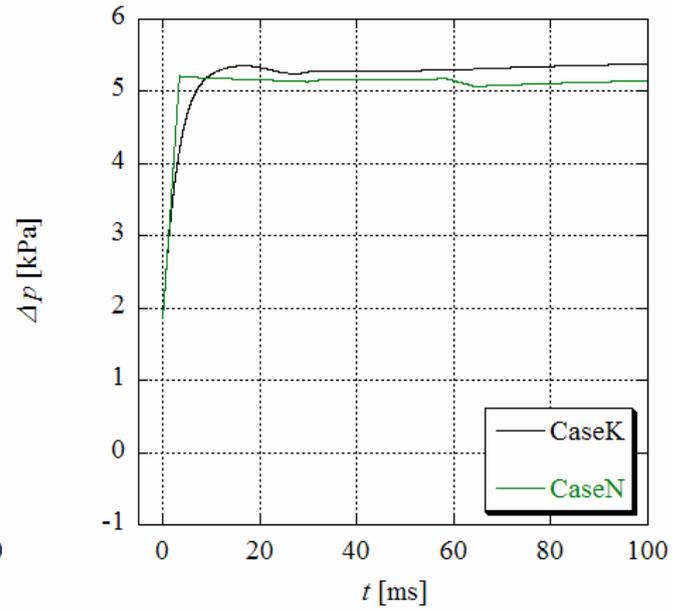


図 4.10

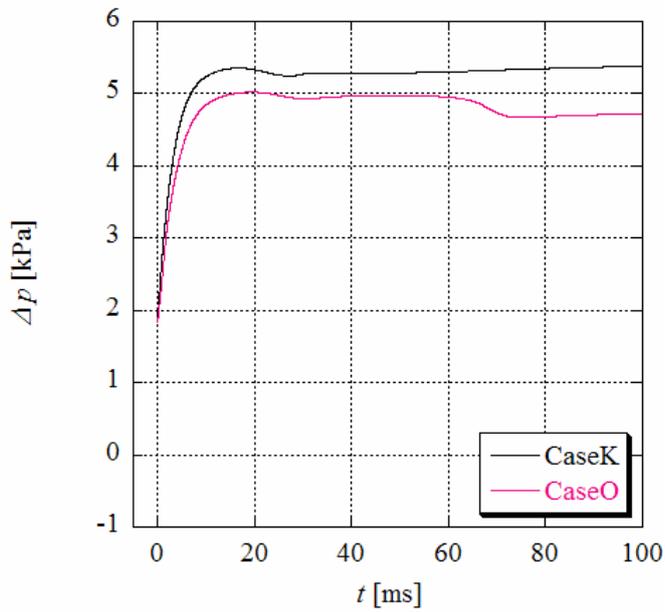
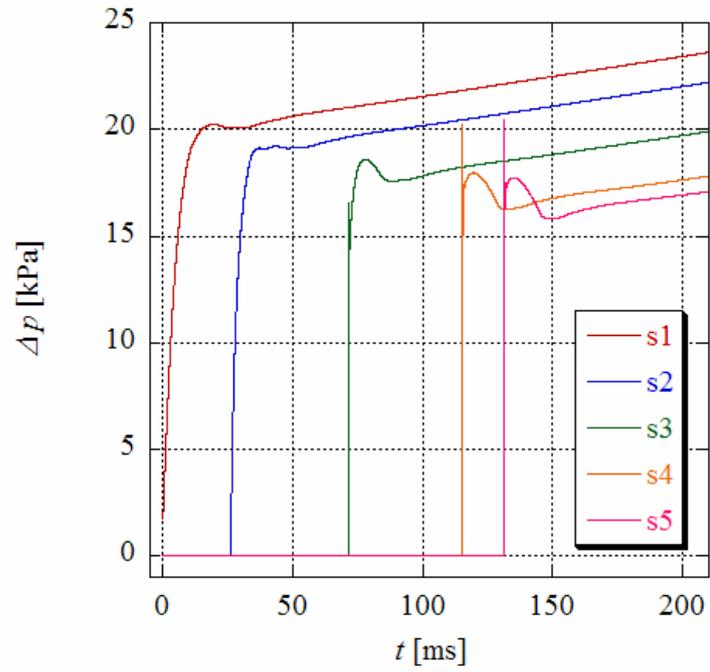
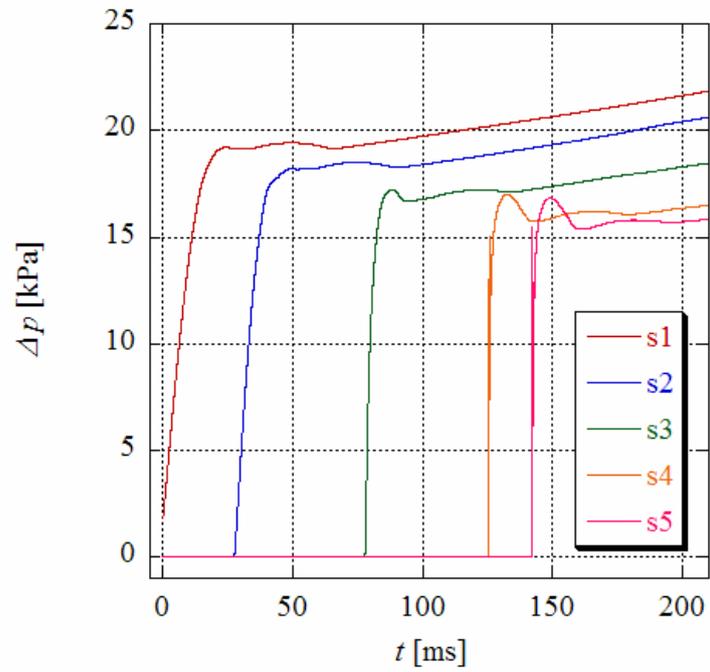


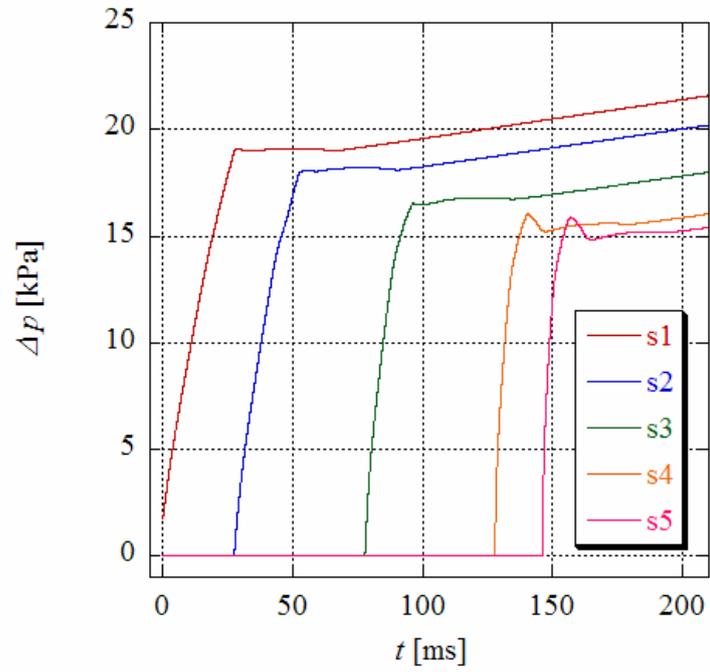
図 4.11



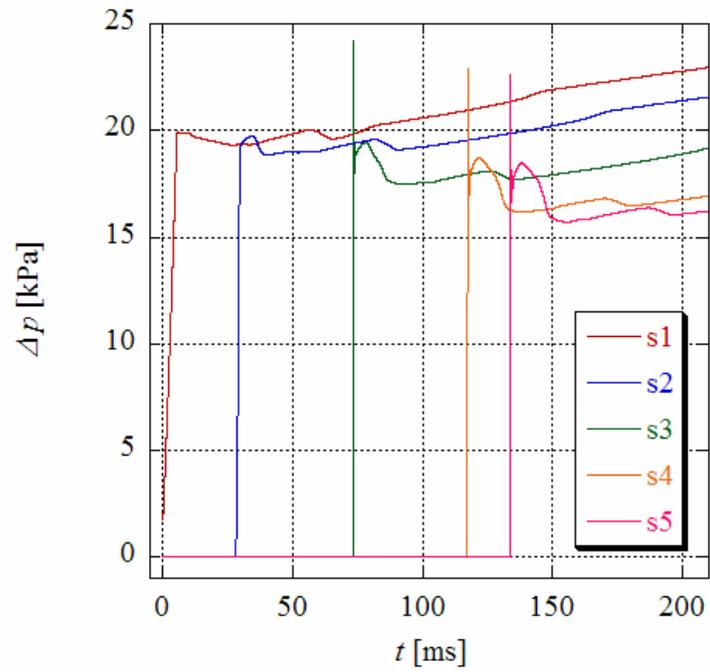
☒ 4.12 (Case A)



☒ 4.13 (Case B)



☒ 4.14 (Case C)



☒ 4.15 (Case D)

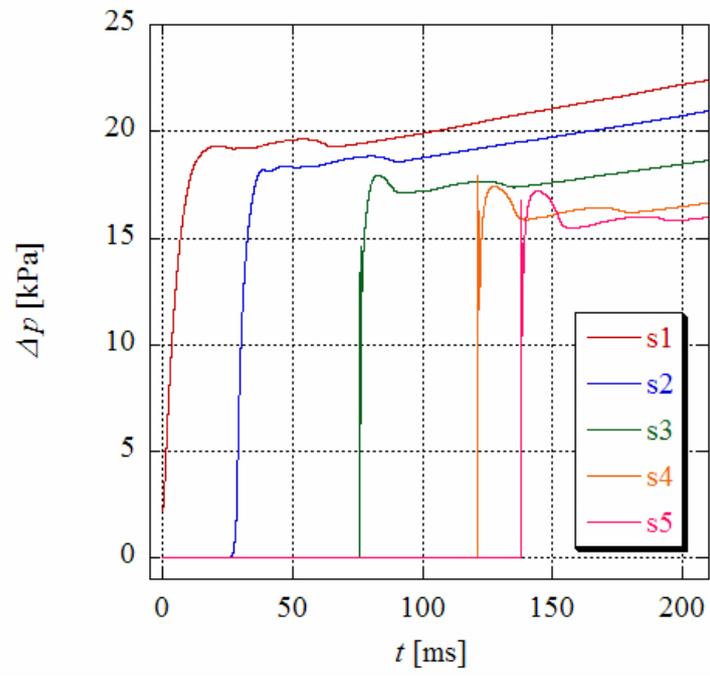
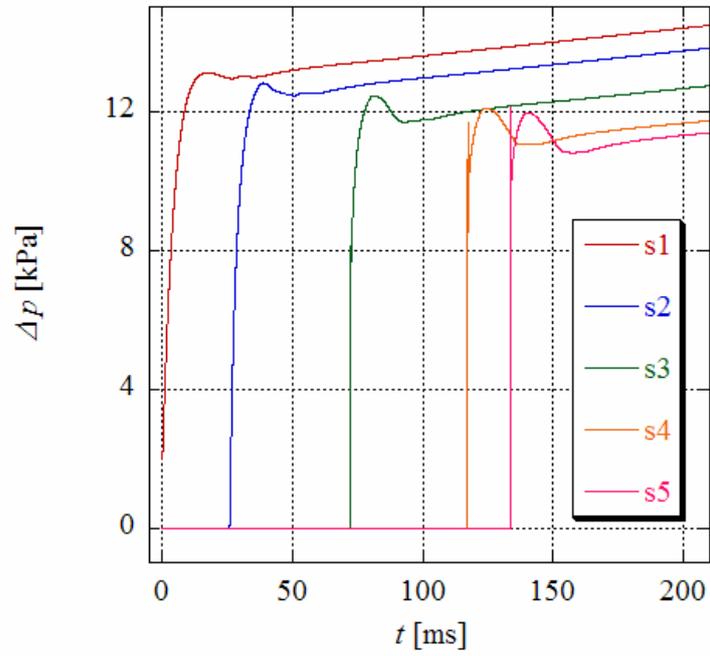
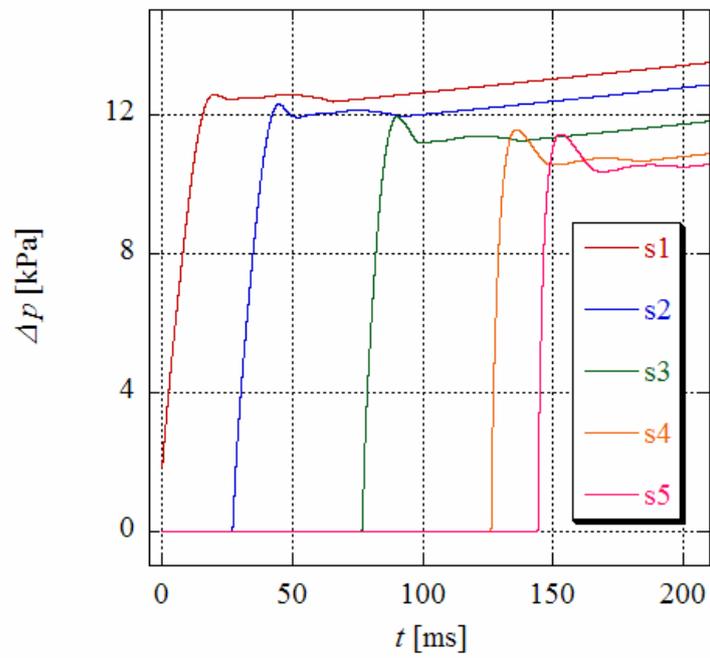


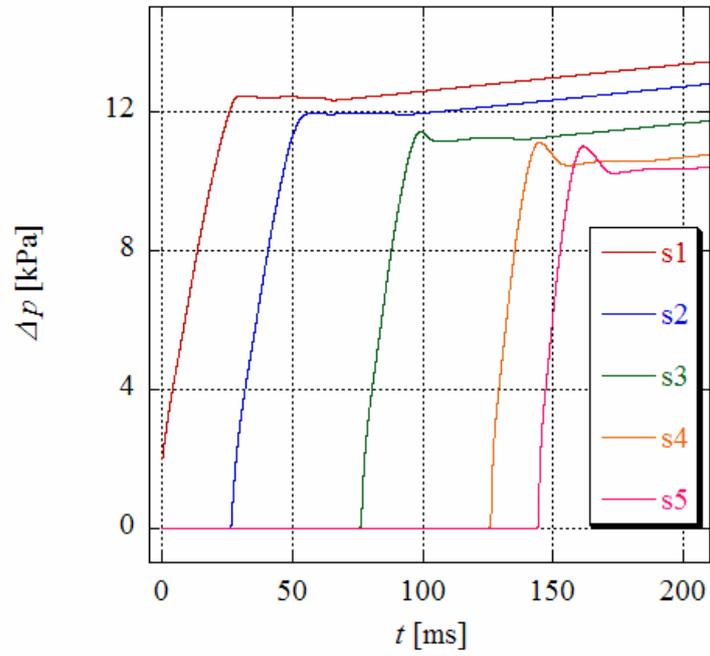
図 4.16 (Case E)



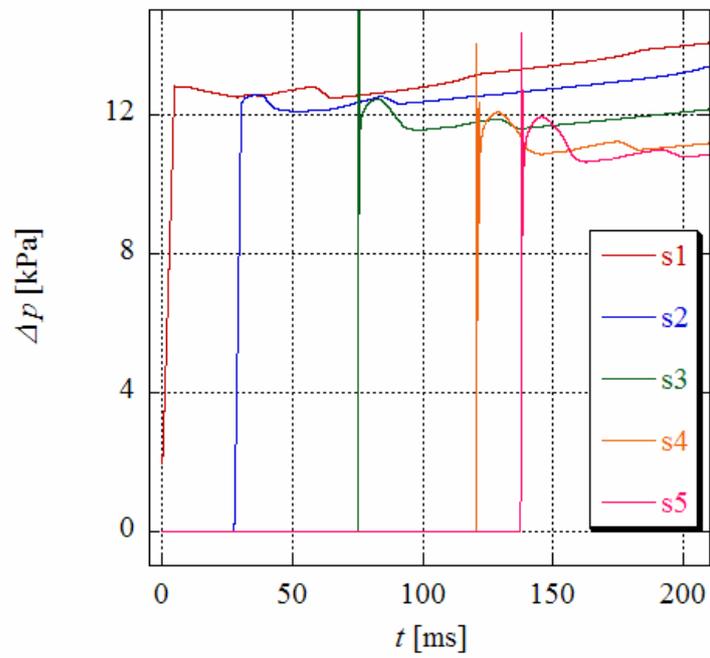
☒ 4.17 (Case F)



☒ 4.18 (Case G)



☒ 4.19 (Case H)



☒ 4.20 (Case I)

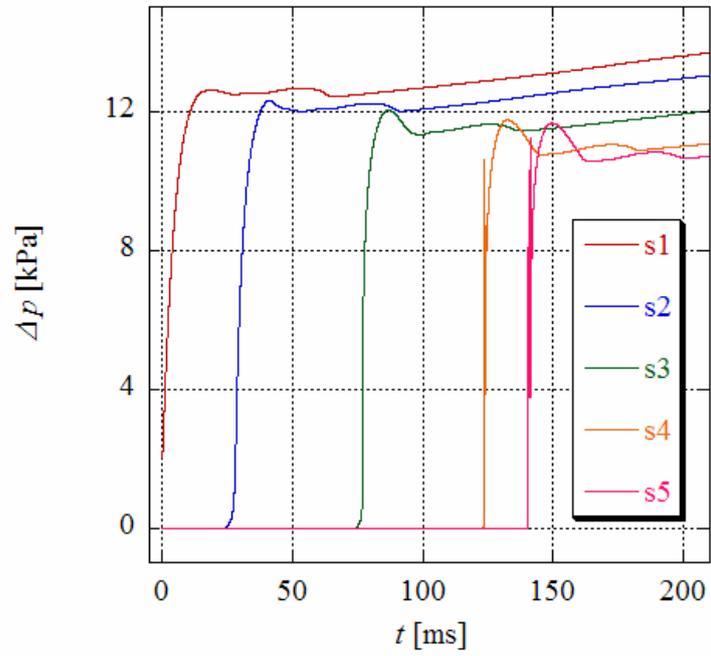
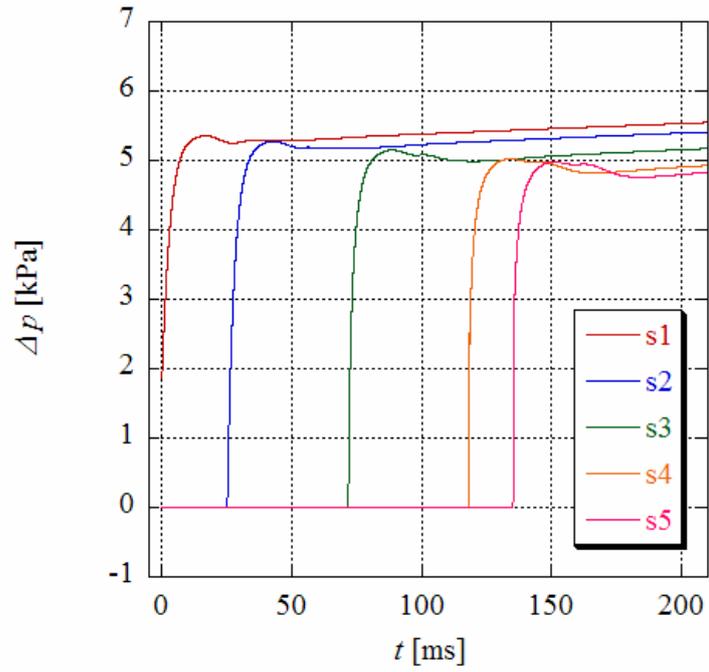
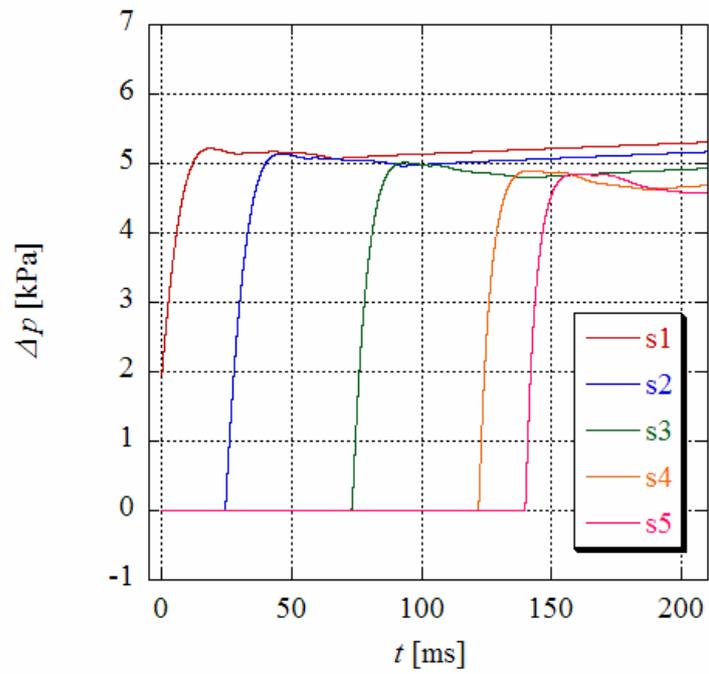


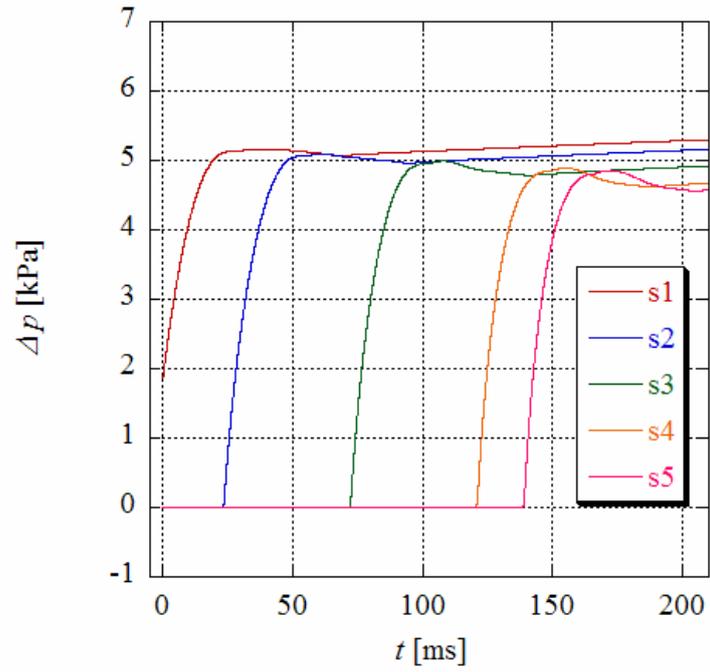
図 4.21 (Case J)



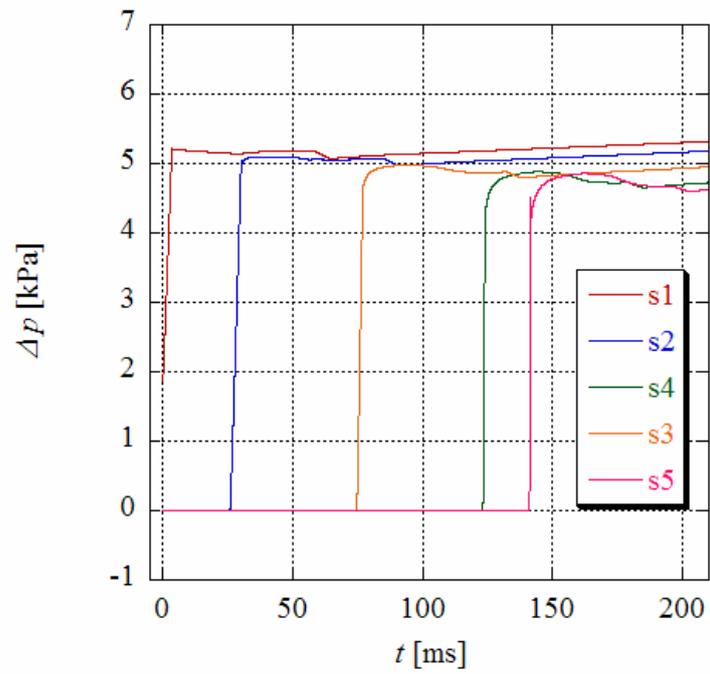
☒ 4.22 (Case K)



☒ 4.23 (Case L)



☒ 4.24 (Case M)



☒ 4.25 (Case N)

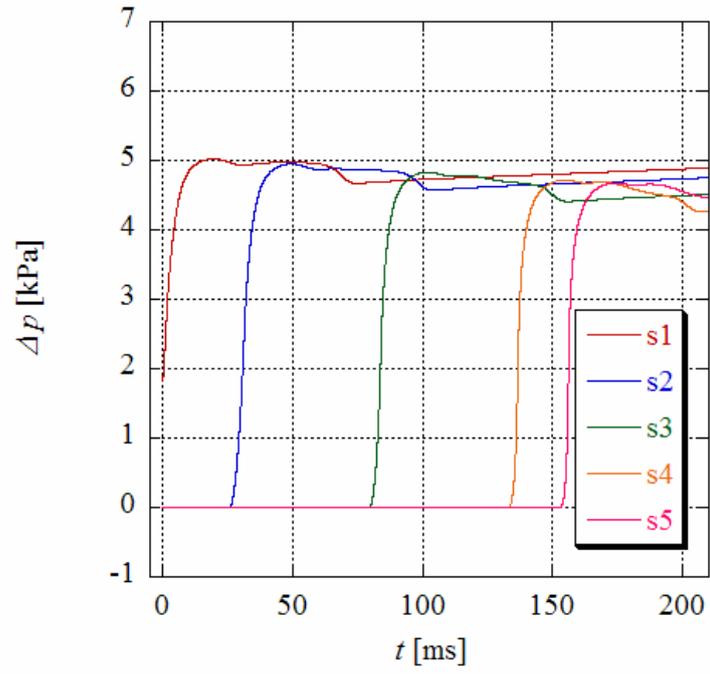
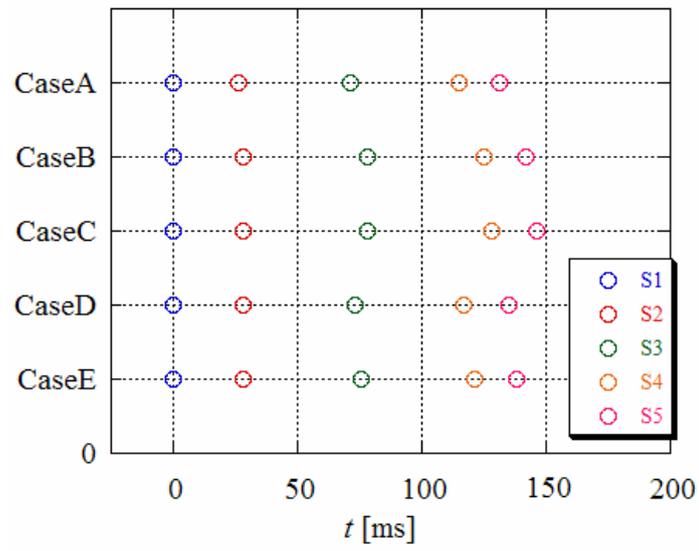
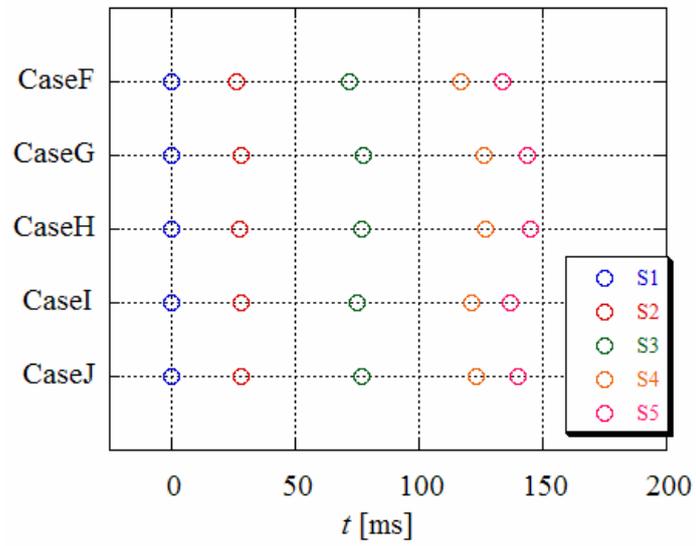


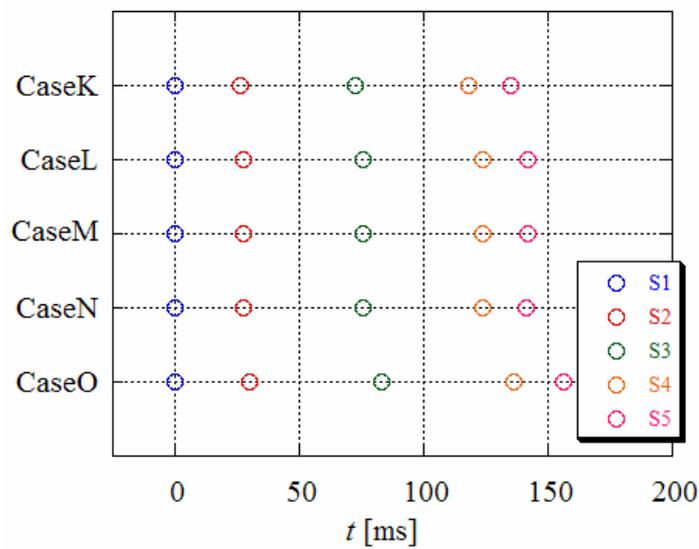
図 4.26 (Case O)



⊠ 4.27



⊠ 4.28



⊠ 4.29

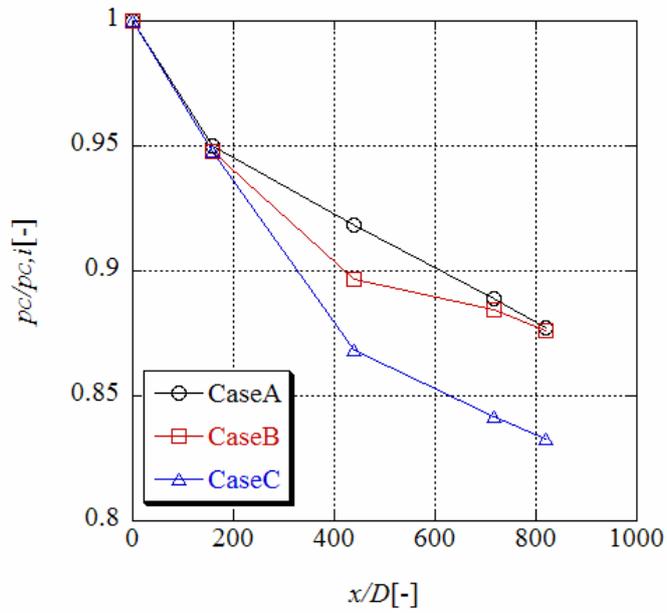


図 4.30

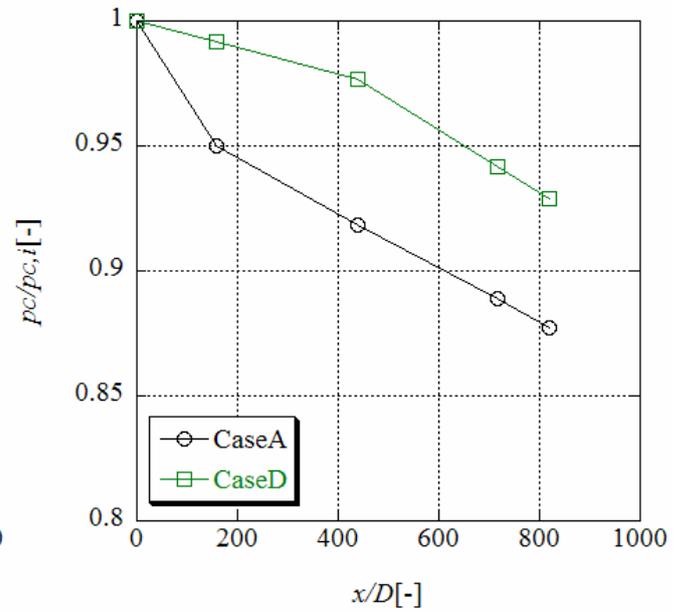


図 4.31

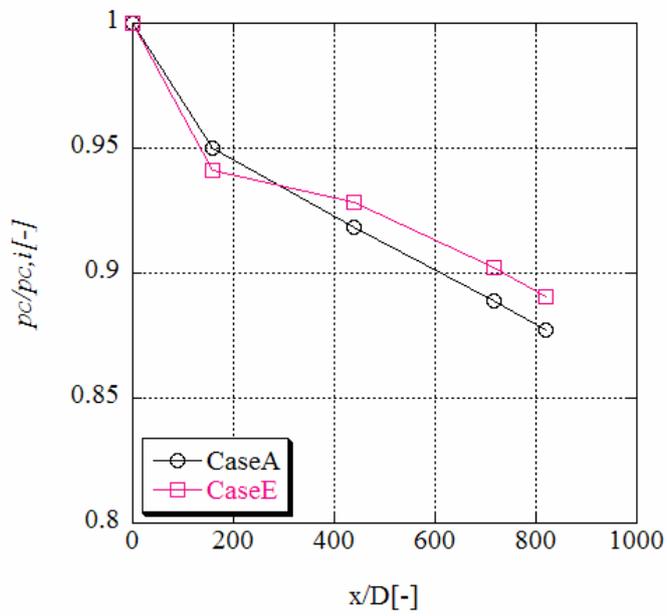
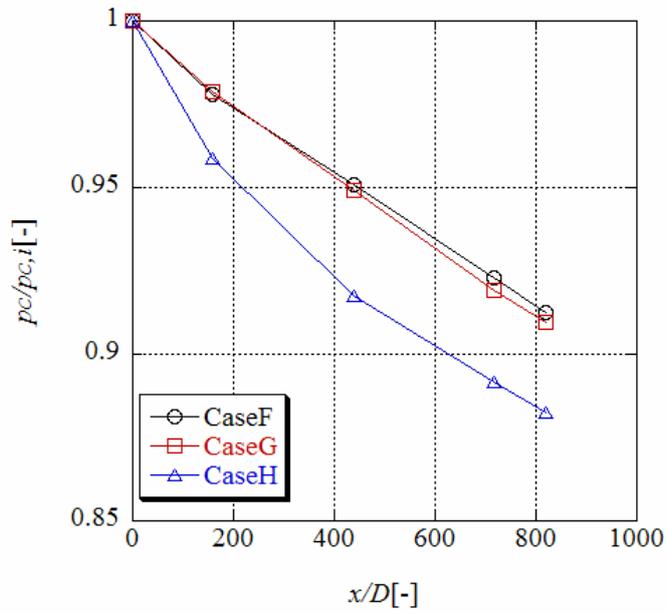
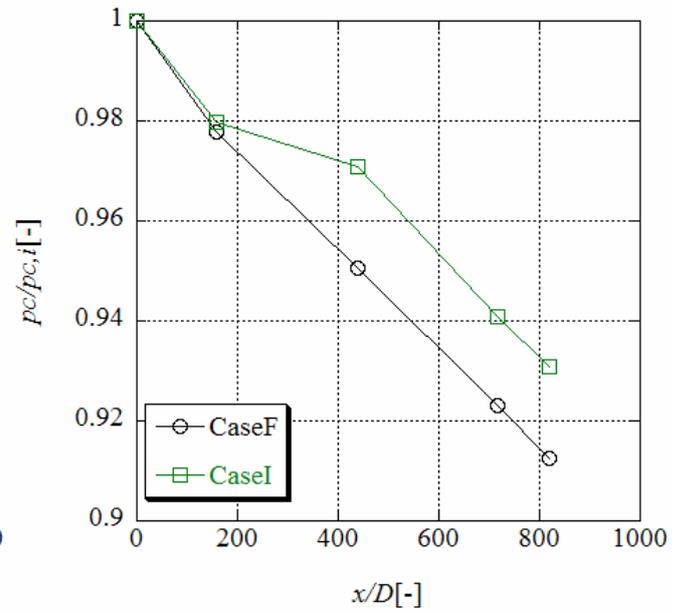


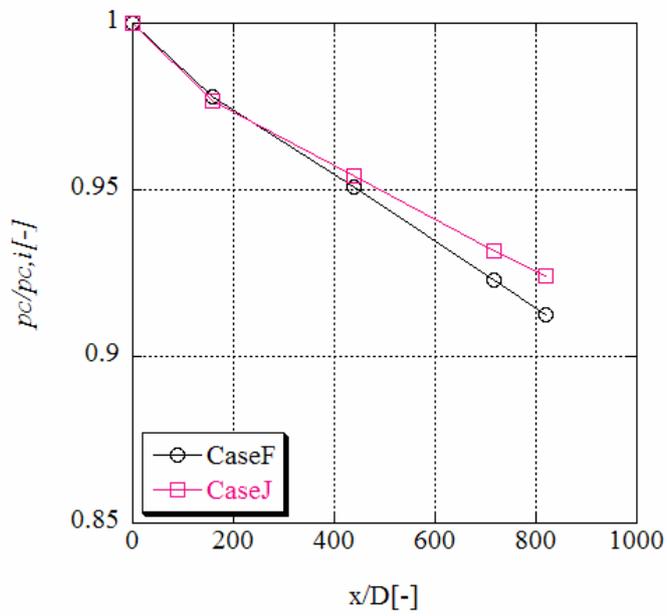
図 4.32



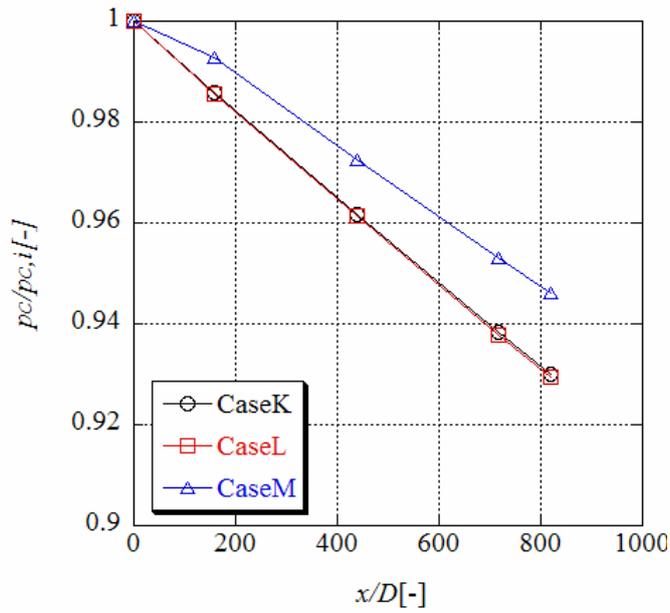
☒ 4.33



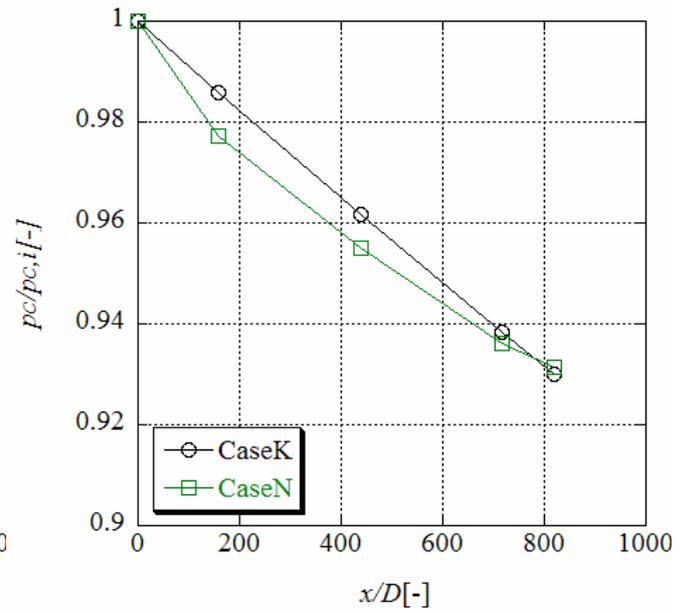
☒ 4.34



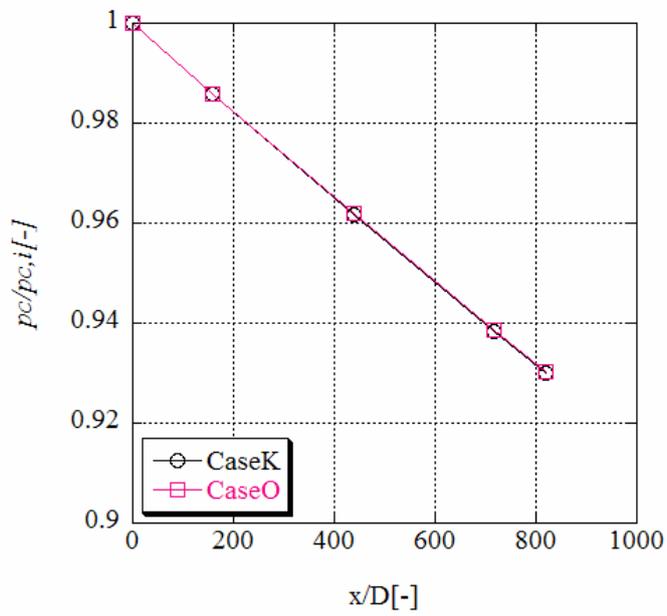
☒ 4.35



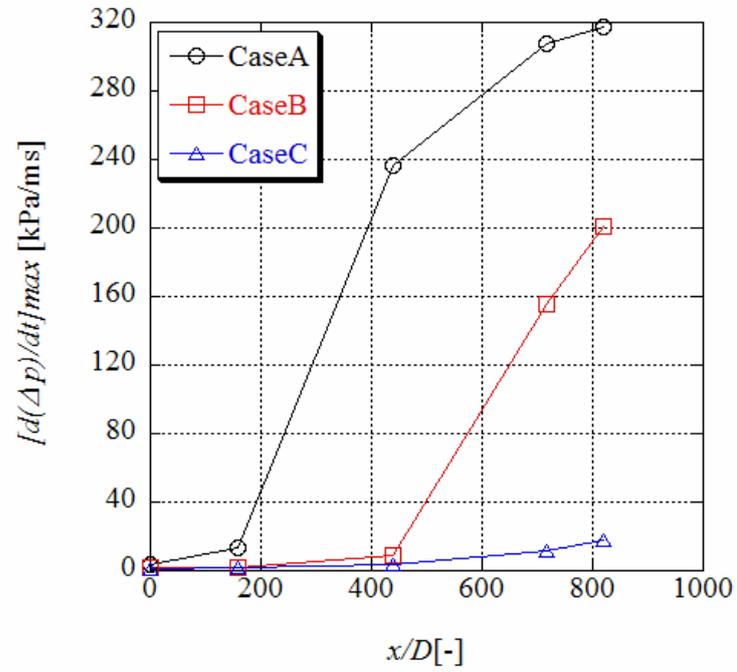
☒ 4.36



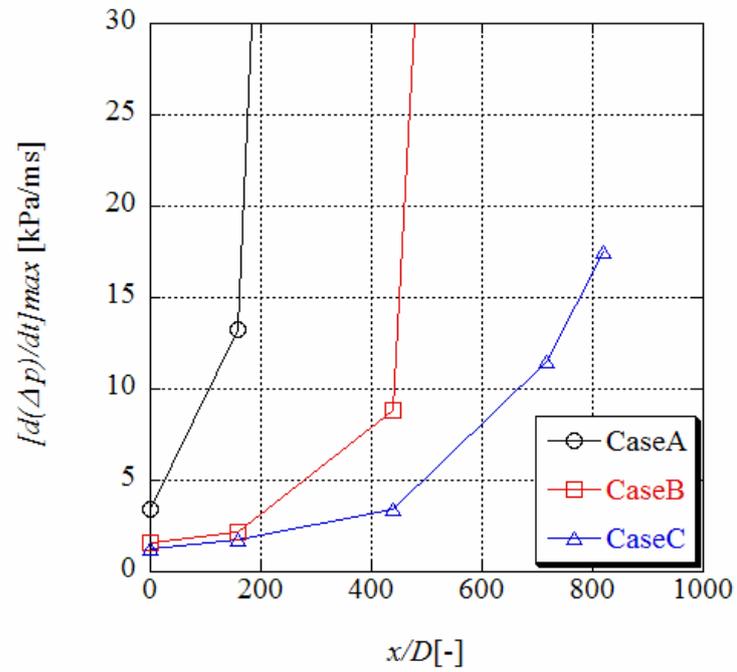
☒ 4.37



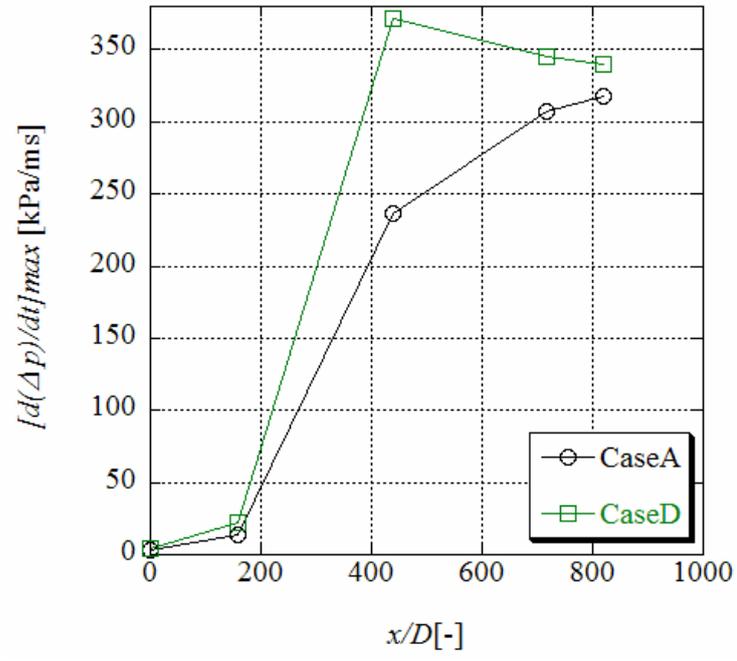
☒ 4.38



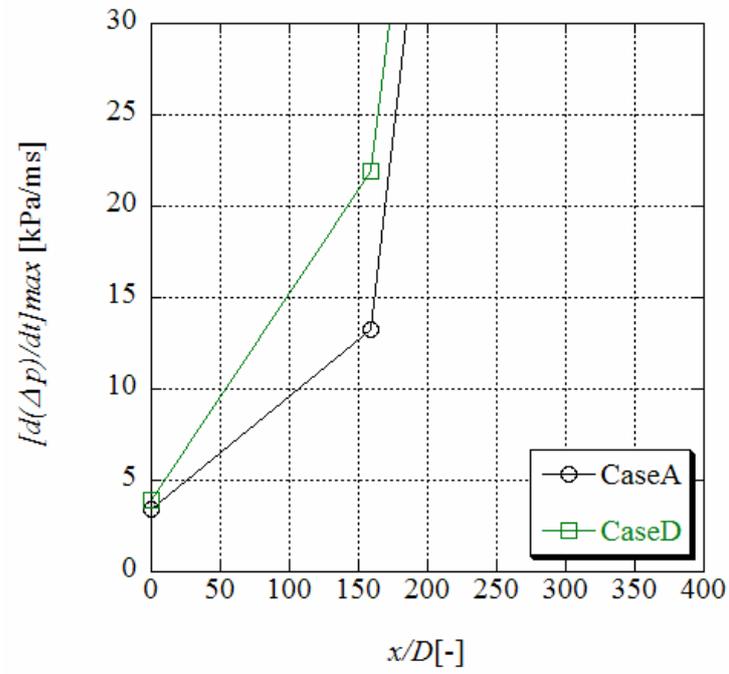
☒ 4.39



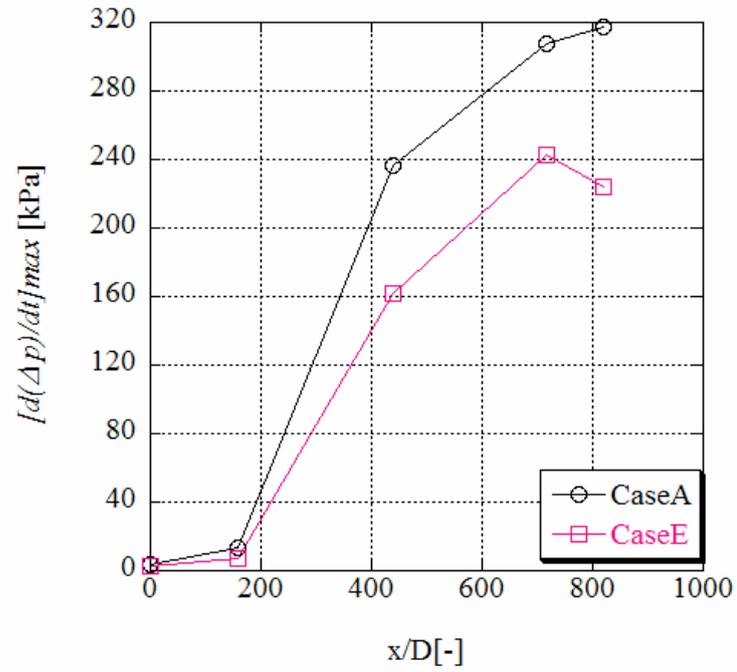
☒ 4.40



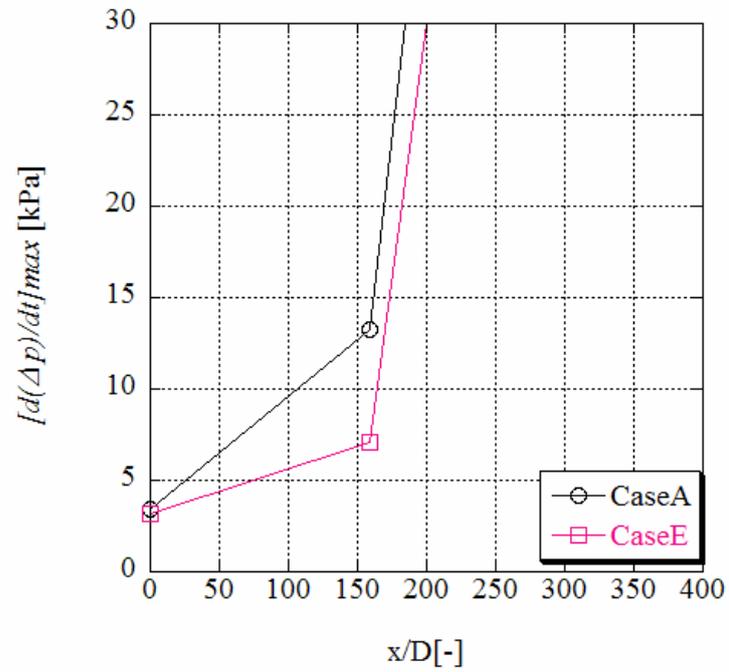
⊠ 4.41



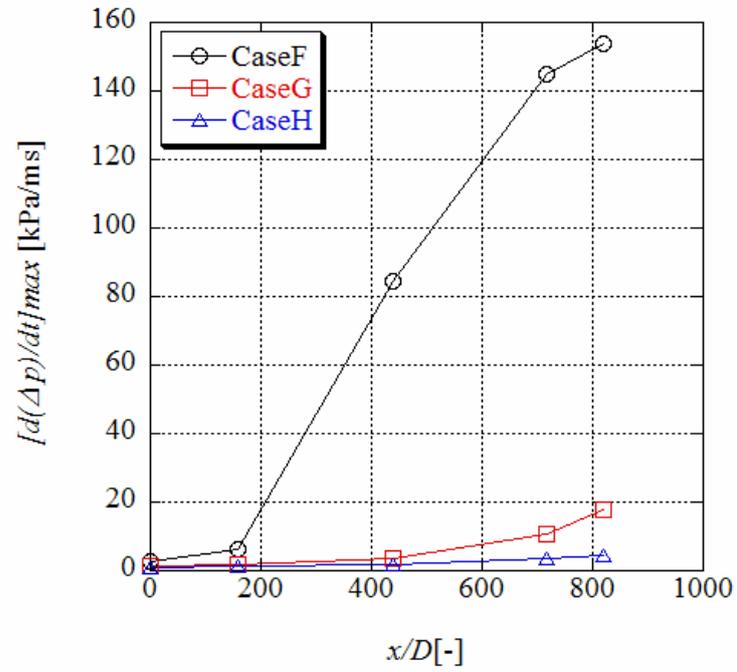
⊠ 4.42



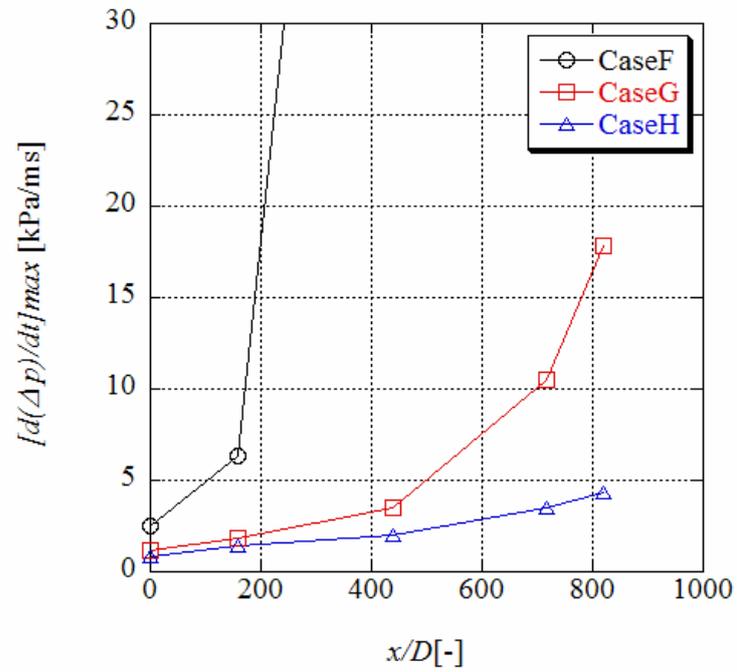
⊠ 4.43



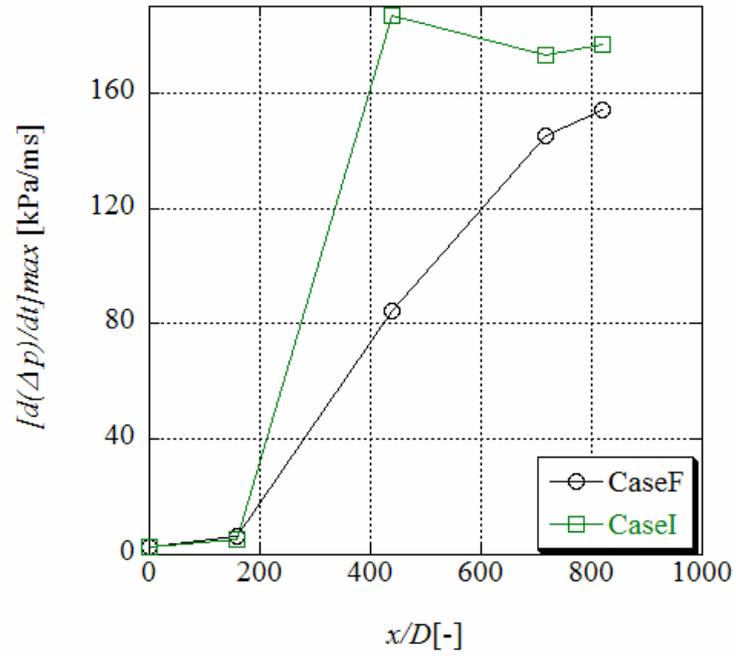
⊠ 4.44



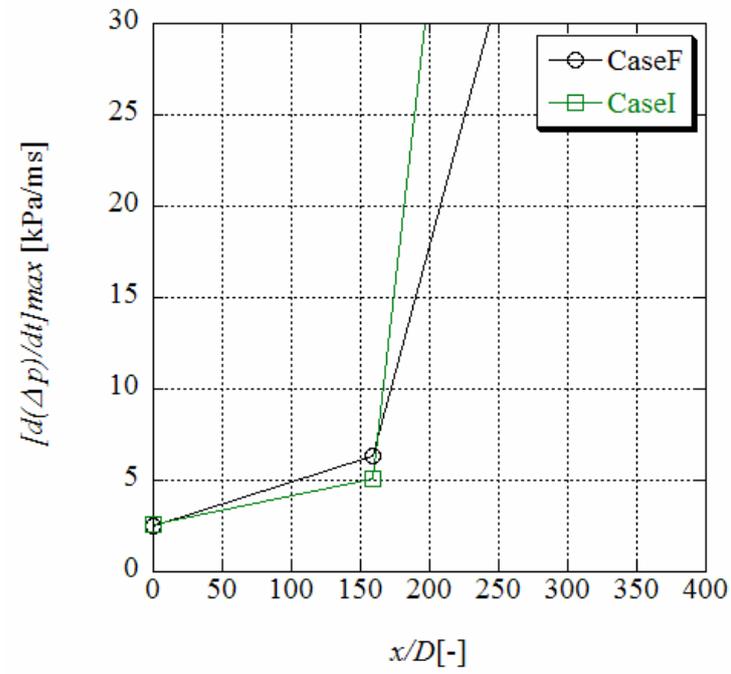
☒ 4.45



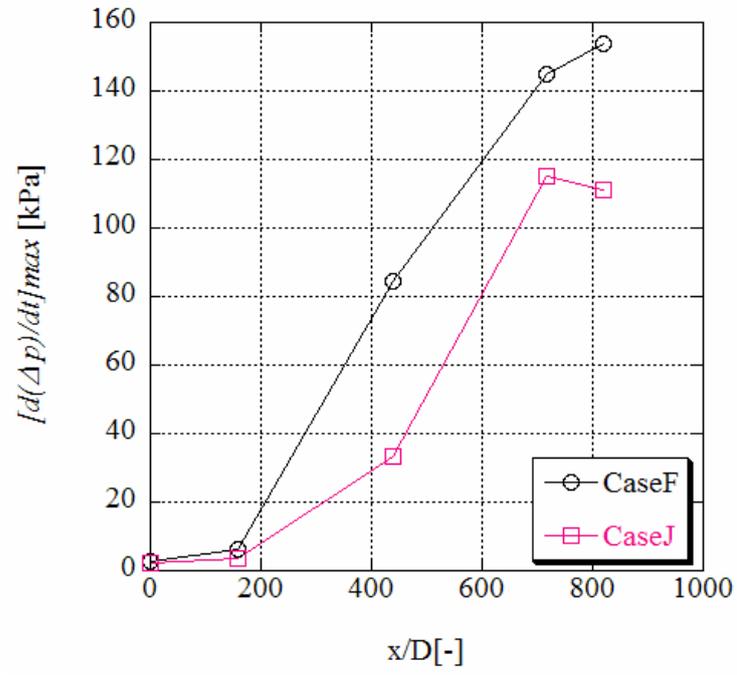
☒ 4.46



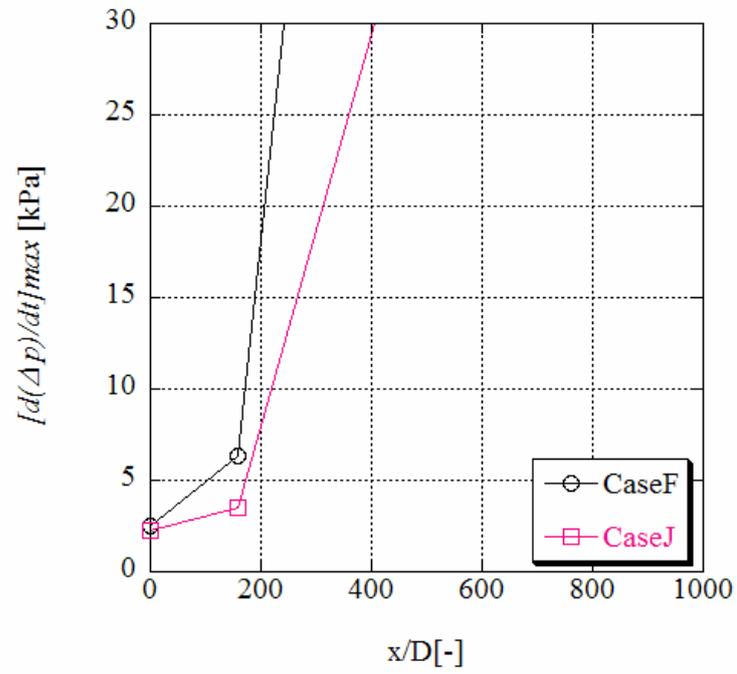
⊠ 4.47



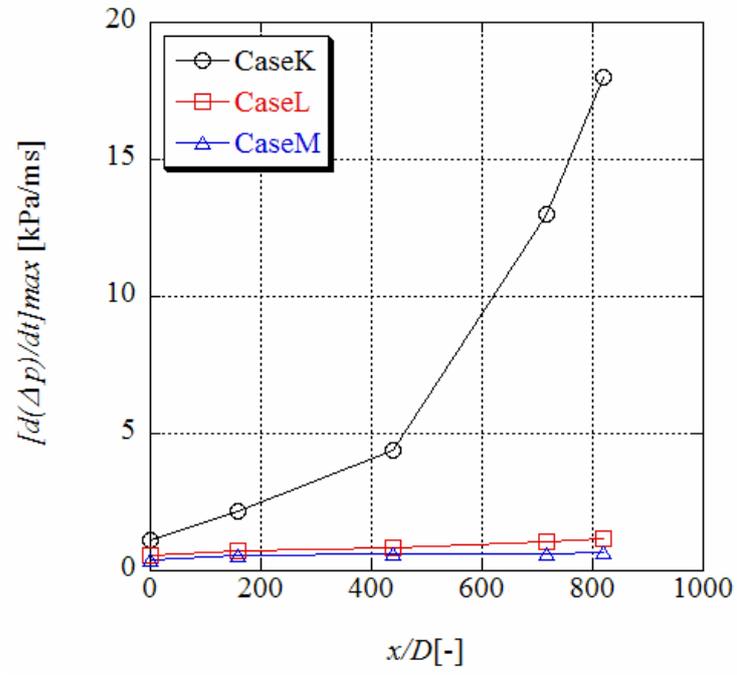
⊠ 4.48



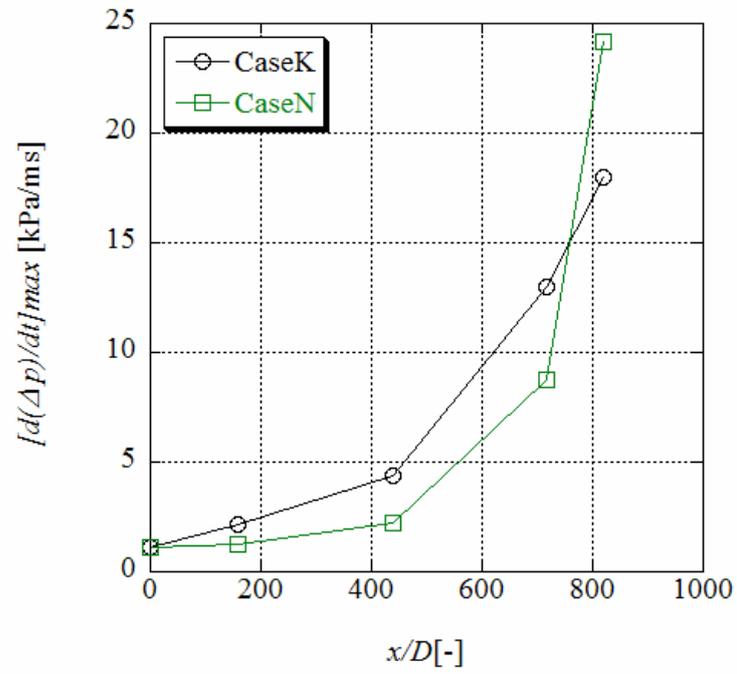
⊠ 4.49



⊠ 4.50



⊠ 4.51



⊠ 4.52

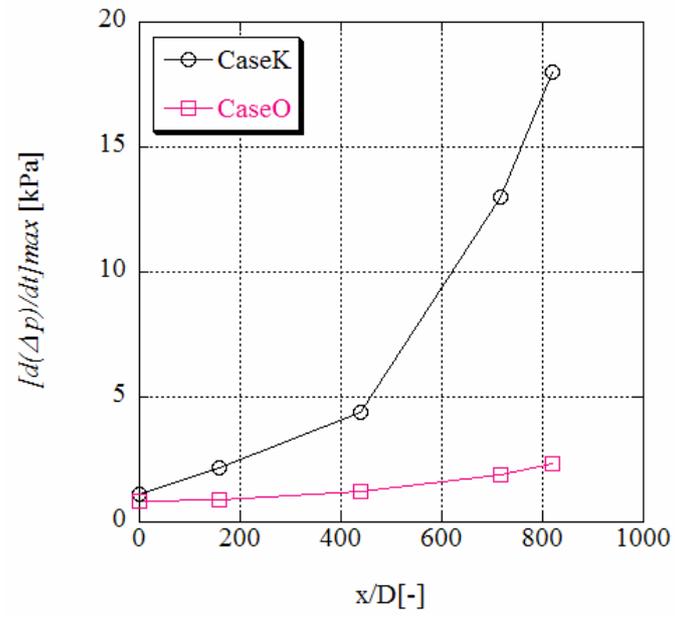


図 4.53

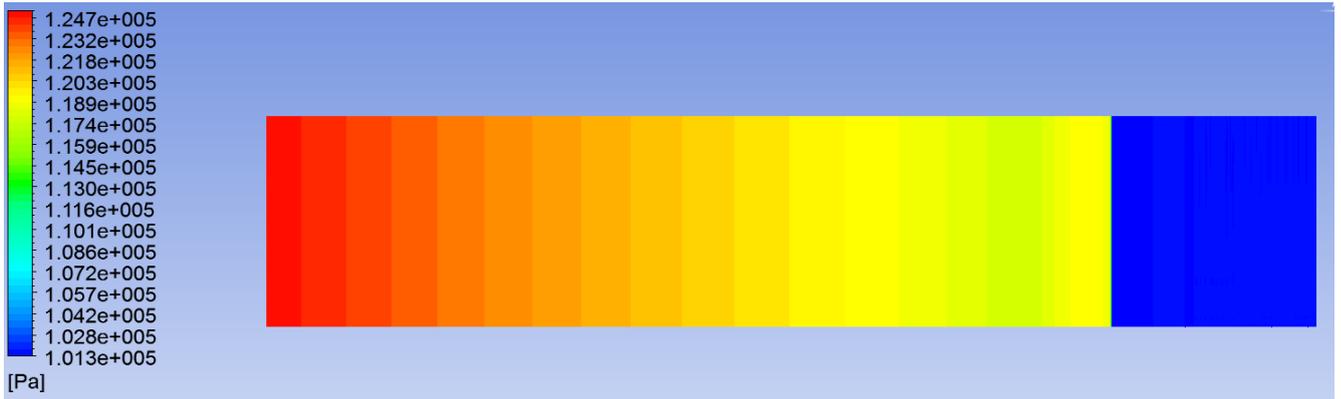


図 4.54 圧力コンター (Case A)

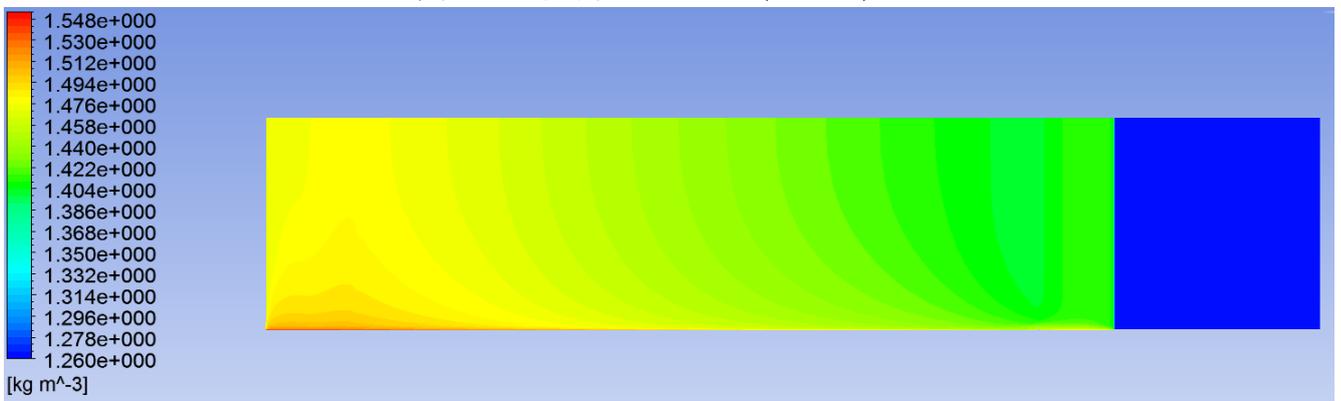


図 4.55 圧力コンター (Case A)

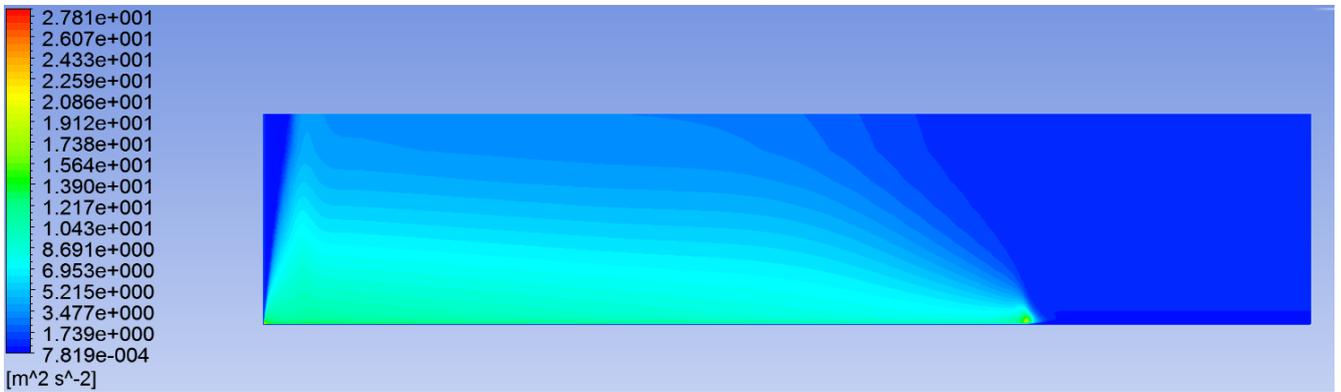


図 4.56 乱流運動エネルギーコンター (Case A)

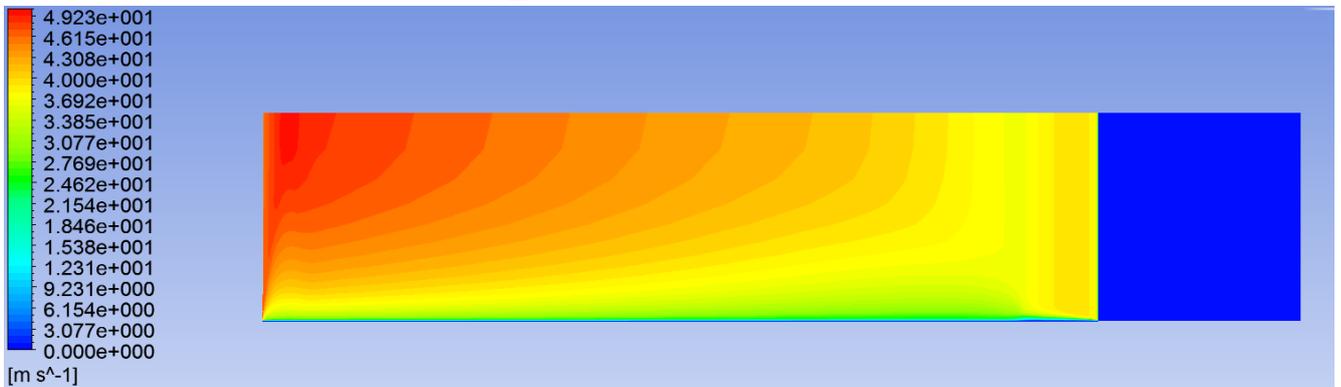


図 4.57 速度コンター (Case A)

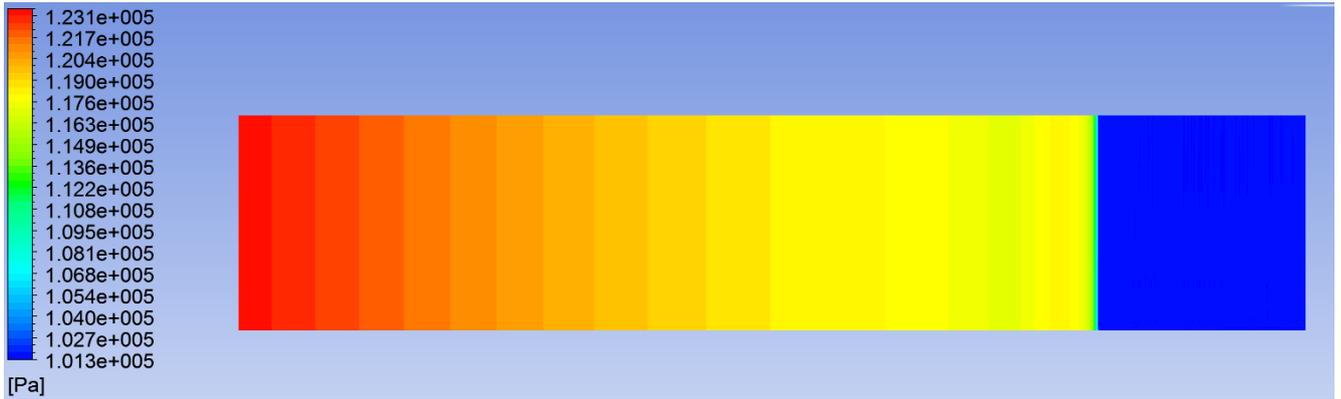


図 4.58 圧力コンター (Case B)

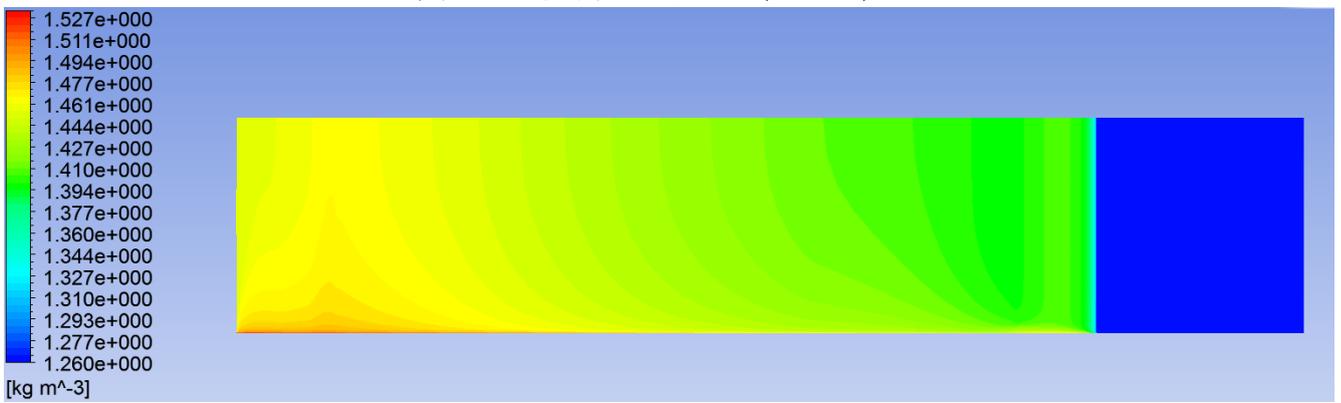


図 4.59 密度コンター (Case B)

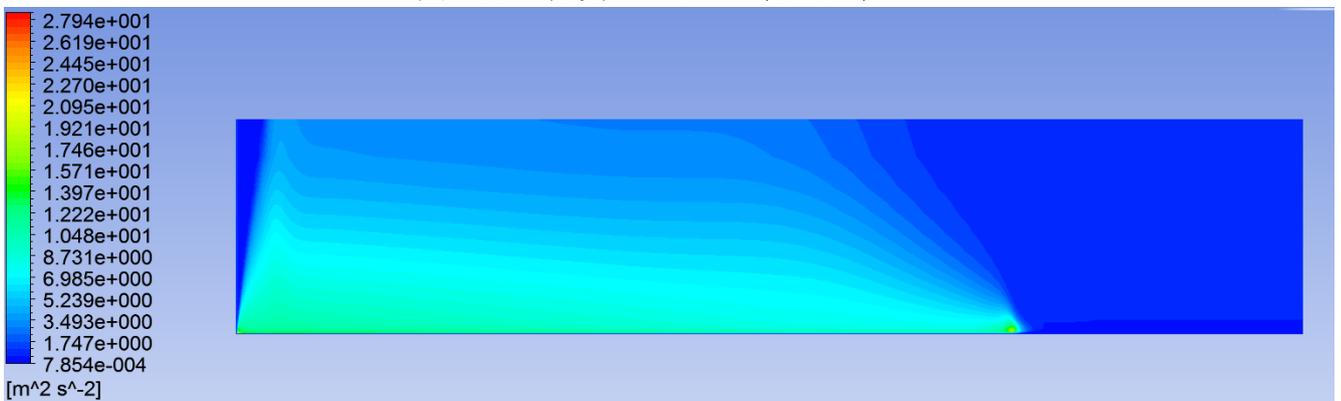


図 4.60 乱流運動エネルギーコンター (Case B)

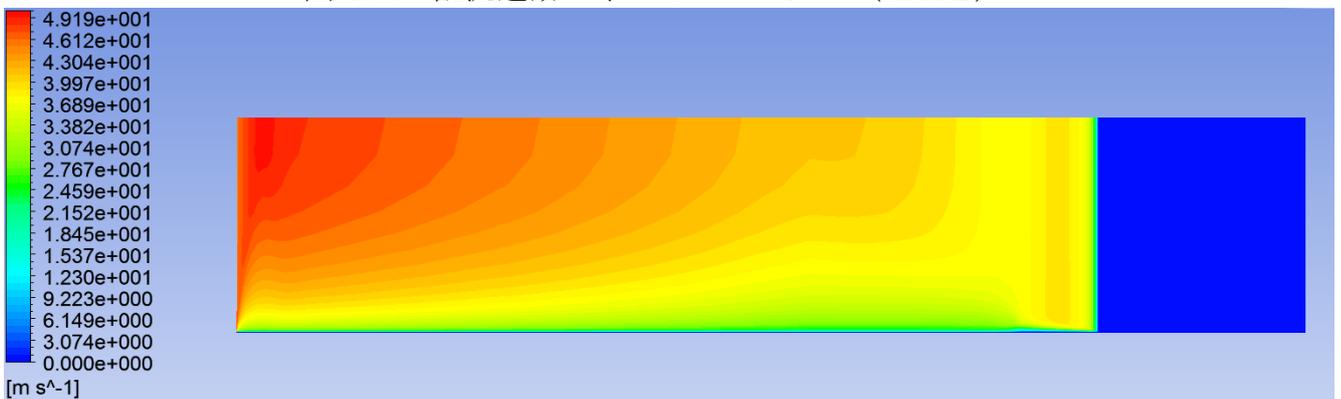


図 4.61 速度コンター (Case B)

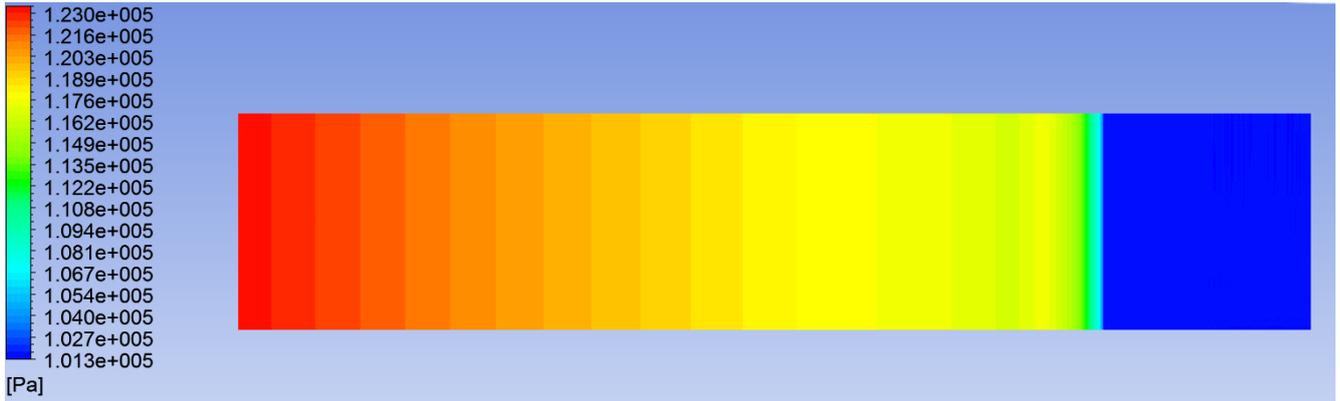


図 4.62 圧力コンター (Case C)

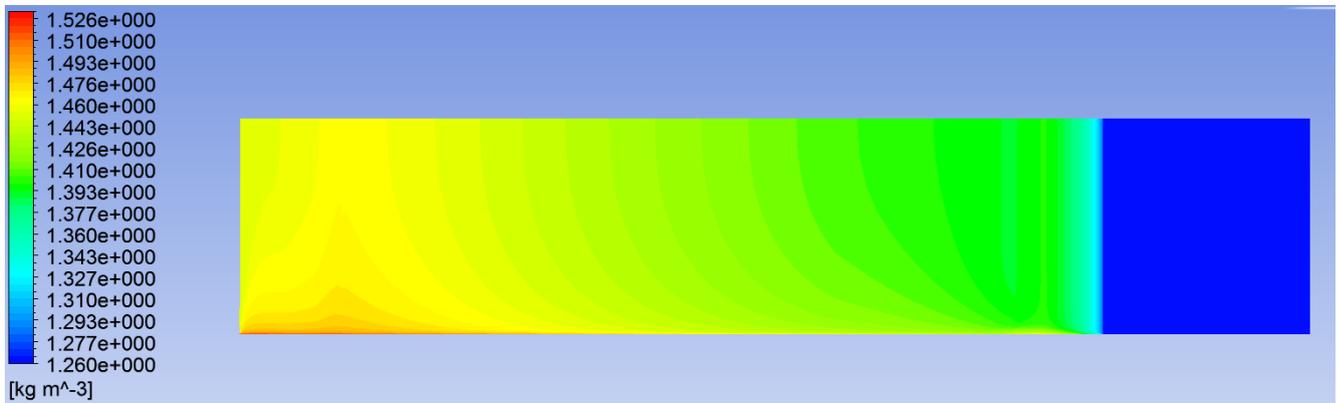


図 4.63 密度コンター (Case C)

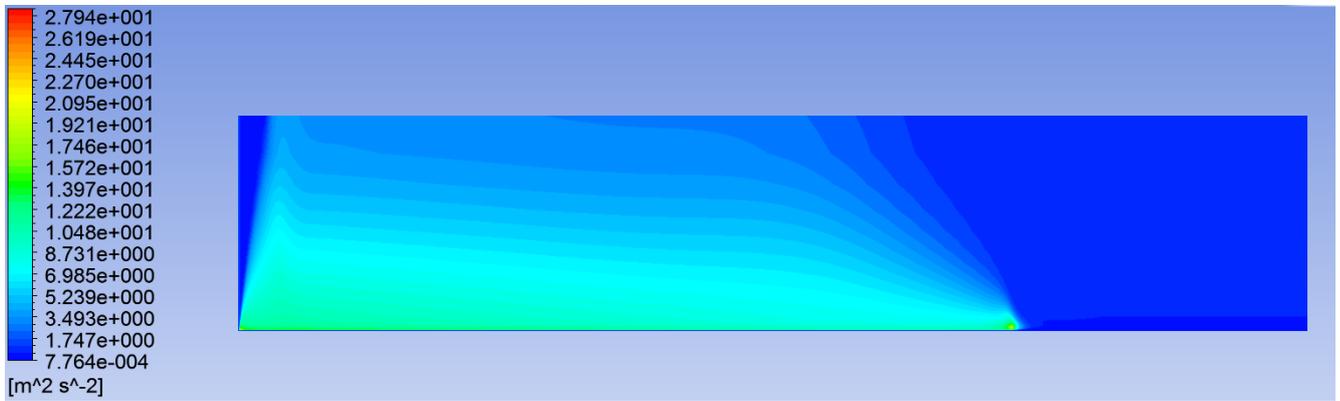


図 4.64 乱流運動エネルギーコンター (Case C)

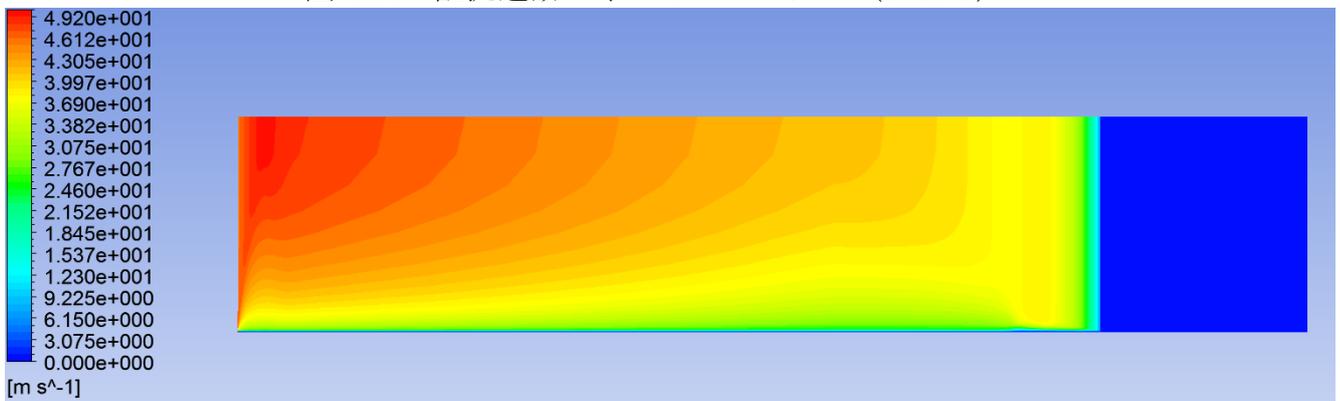


図 4.65 速度コンター (Case C)

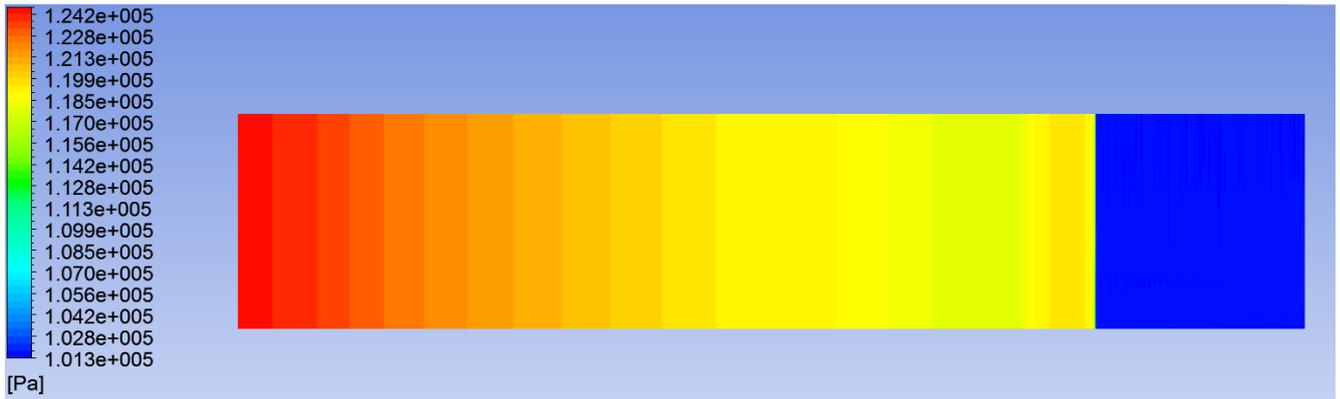


図 4.66 圧力コンター (Case D)

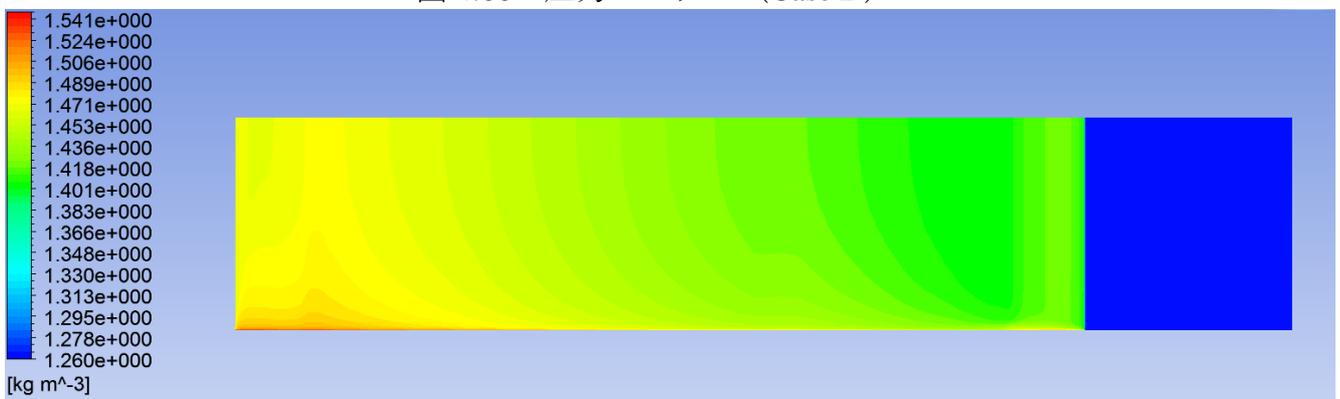


図 4.67 密度コンター (Case D)

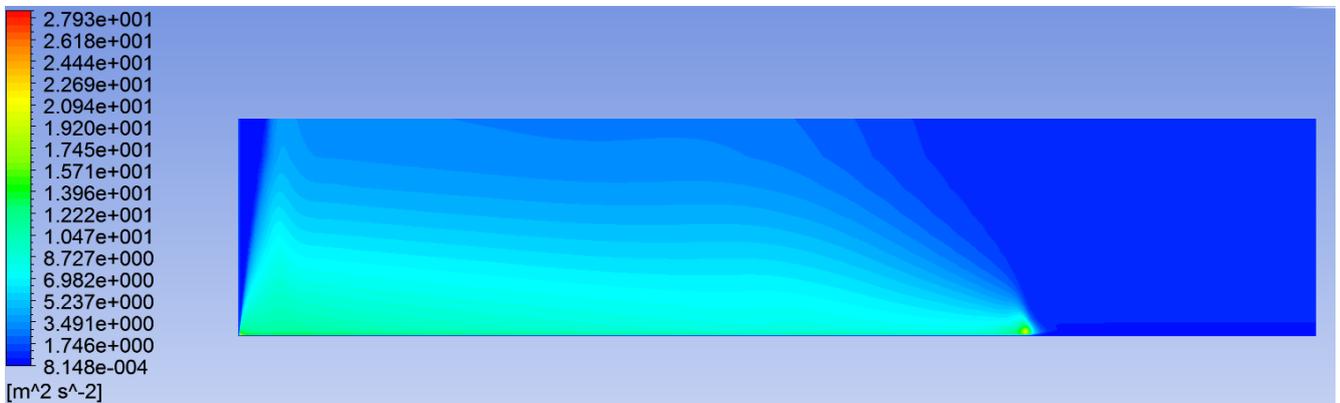


図 4.68 乱流運動エネルギーコンター (Case D)

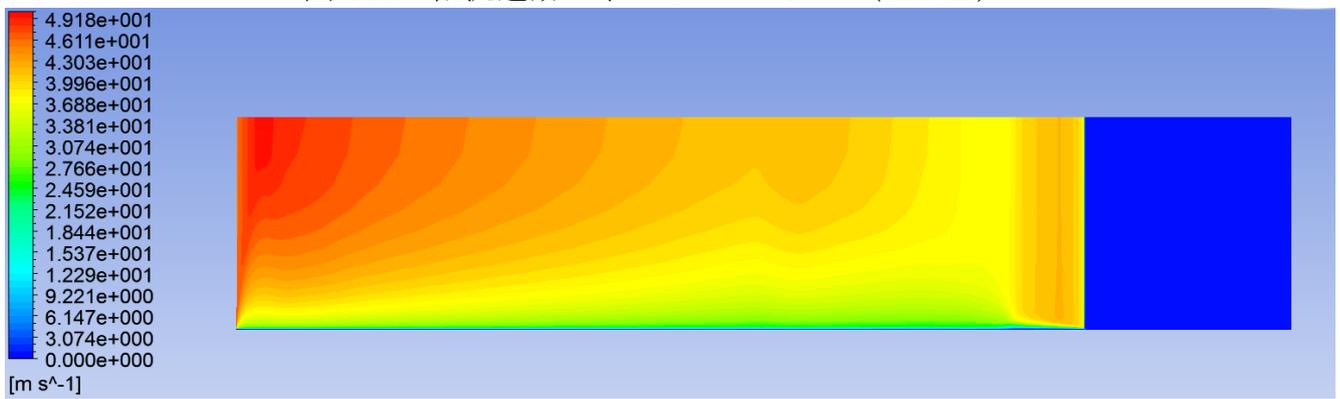


図 4.69 速度コンター (Case D)

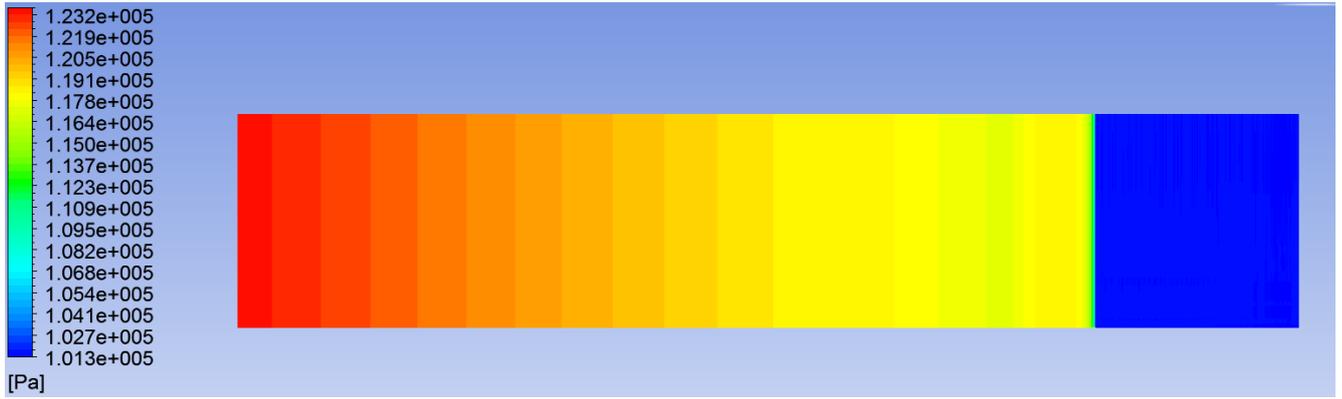


図 4.70 圧力コンター (Case E)

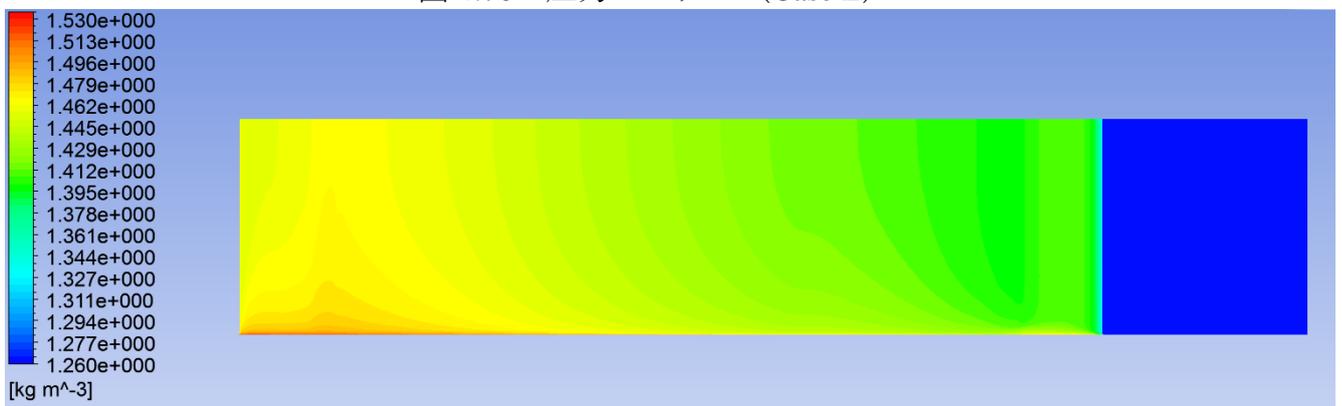


図 4.71 密度コンター (Case E)

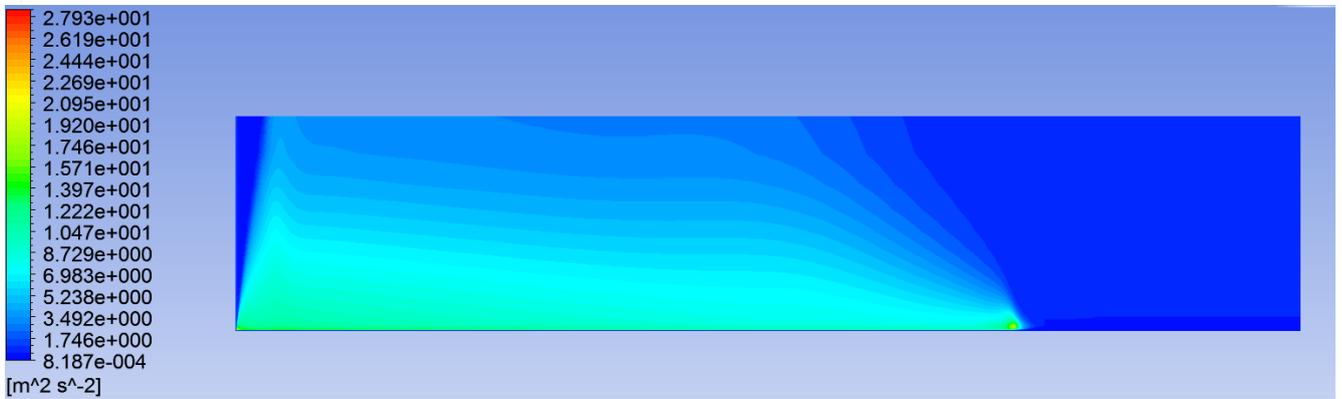


図 4.72 乱流運動エネルギーコンター (Case E)

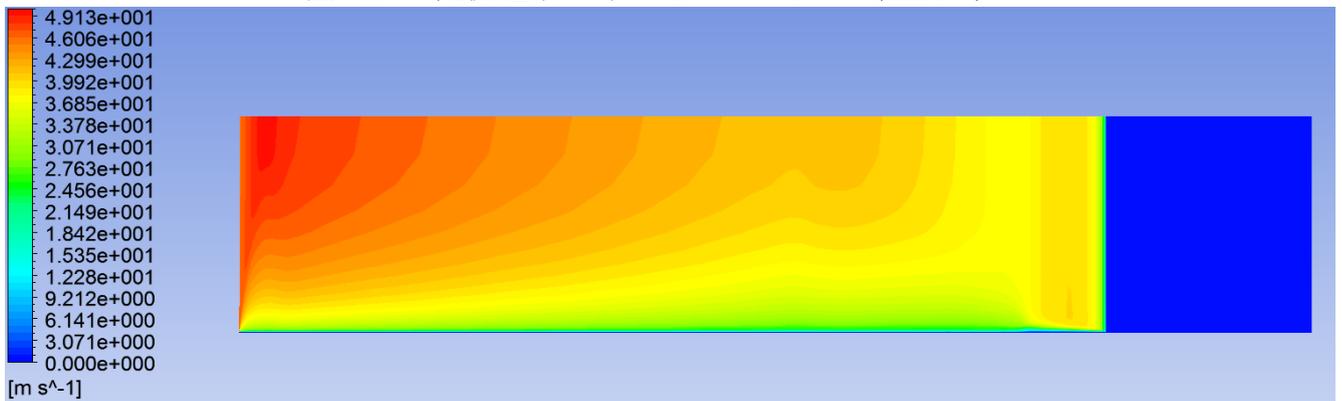


図 4.73 速度コンター (Case E)

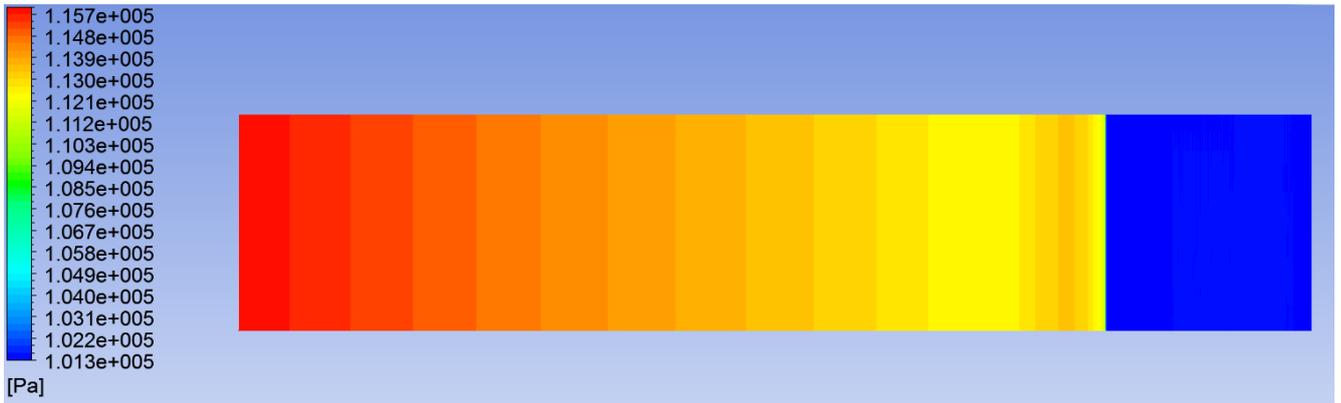


図 4.74 圧力コンター (Case F)

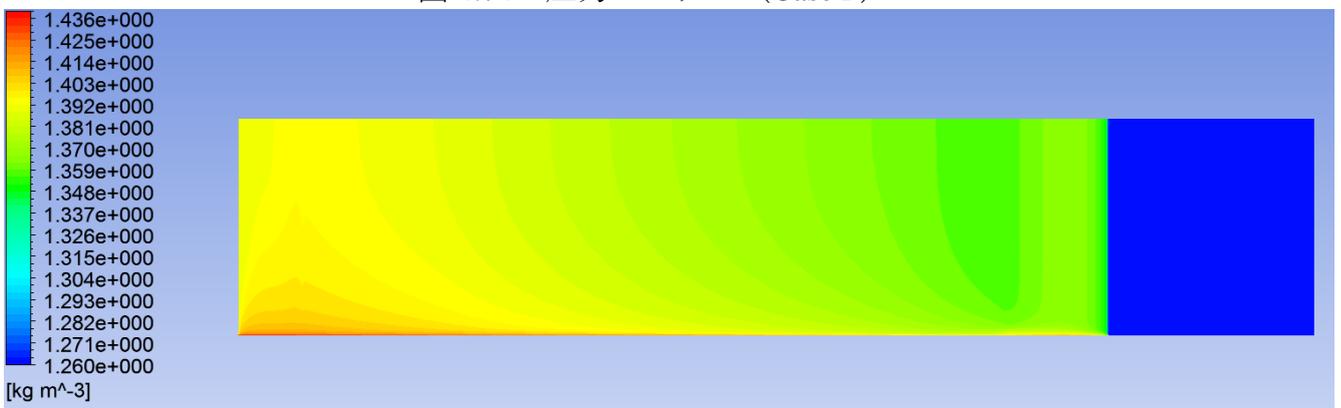


図 4.75 密度コンター (Case F)

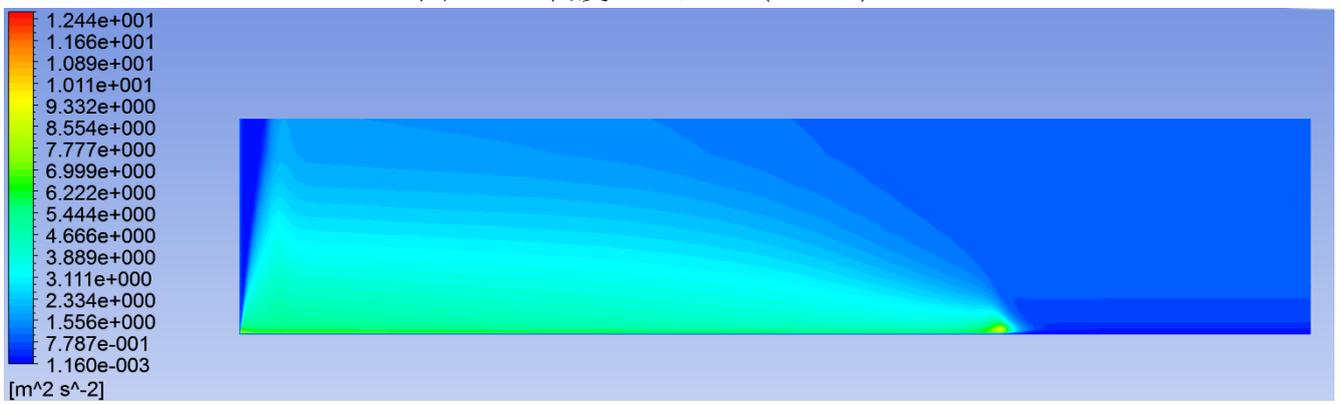


図 4.76 乱流運動エネルギーコンター (Case F)

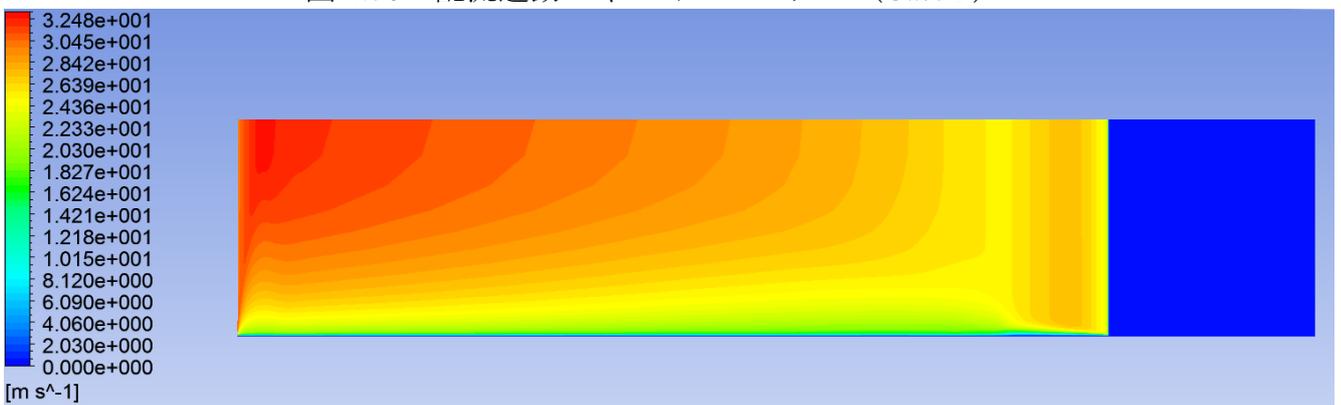


図 4.77 速度コンター (Case F)



図 4.78 圧力コンター (Case G)

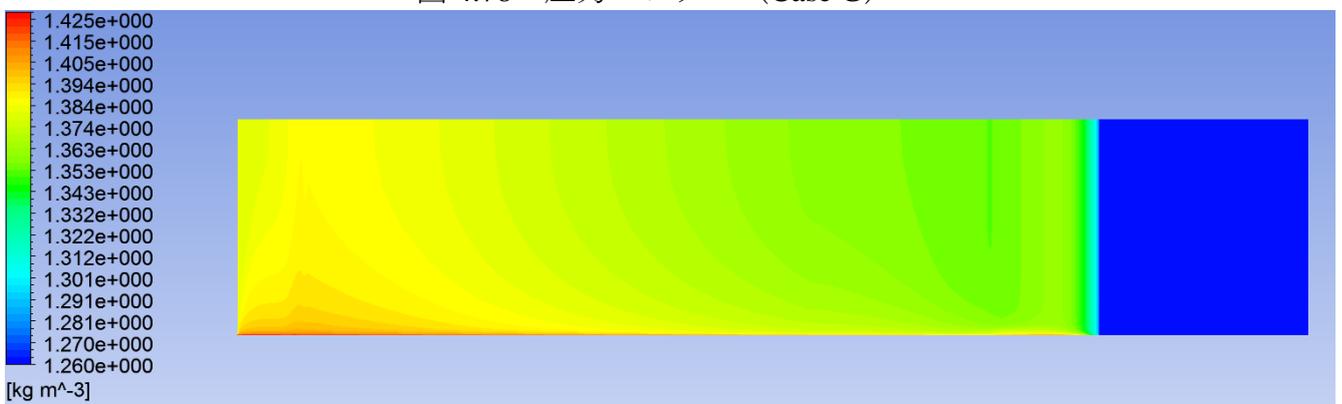


図 4.79 密度コンター (Case G)

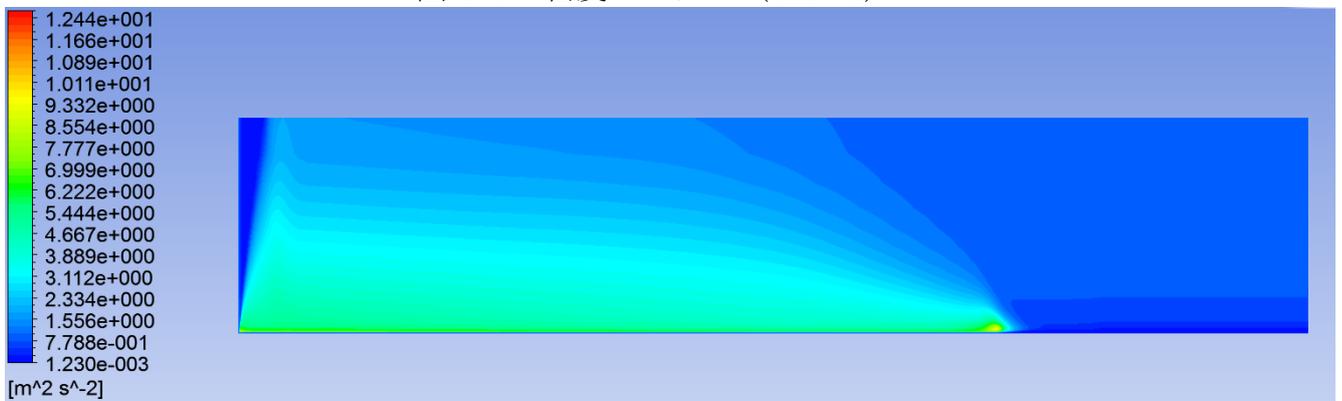


図 4.80 乱流運動エネルギーコンター (Case G)

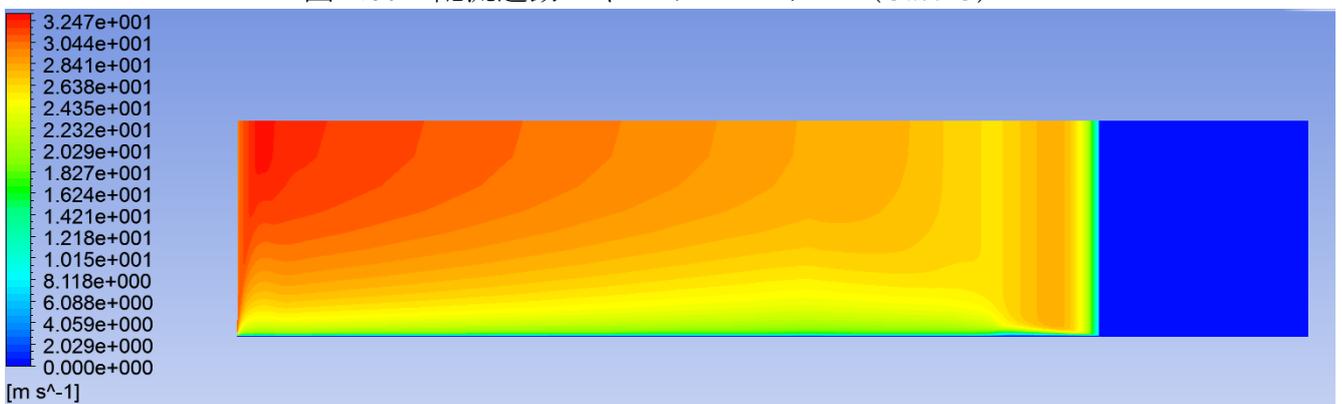


図 4.81 速度コンター (Case G)

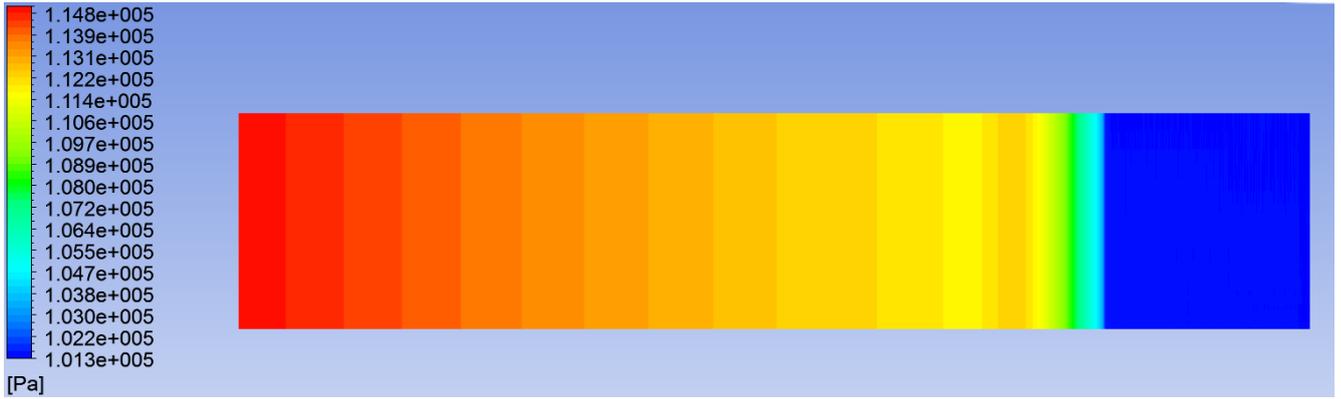


図 4.82 圧力コンター (Case H)

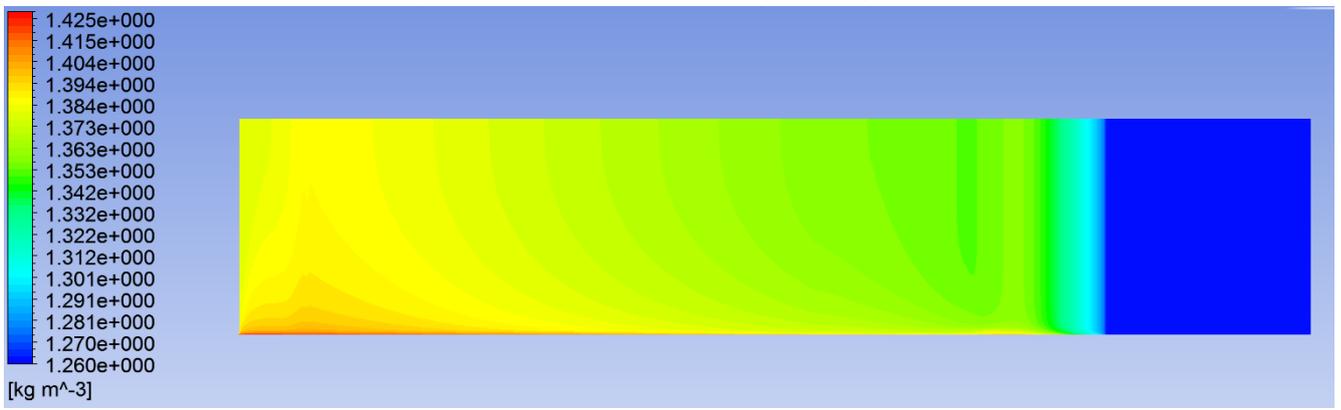


図 4.83 密度コンター (Case H)

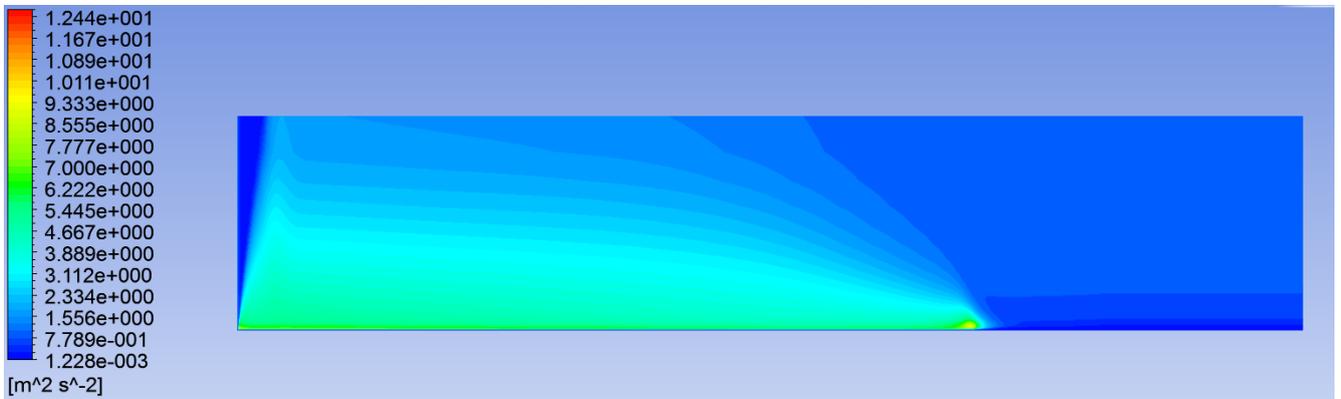


図 4.84 乱流運動エネルギーコンター (Case H)

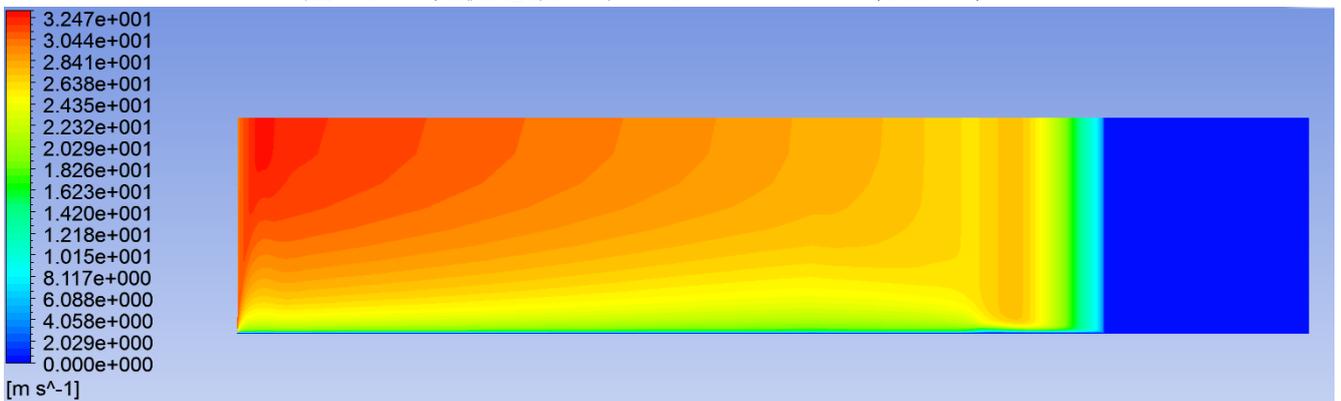


図 4.85 速度コンター (Case H)

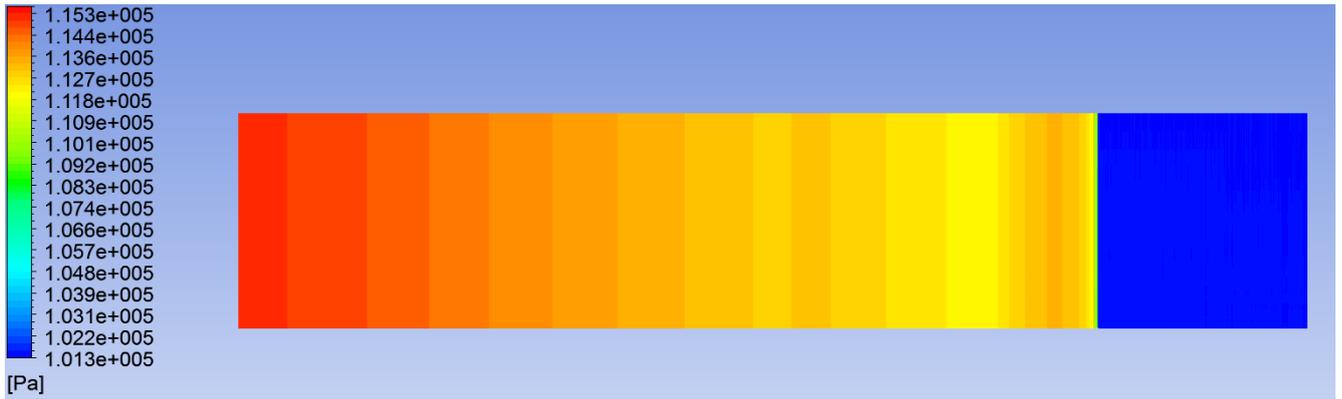


図 4.86 圧力コンター (Case I)

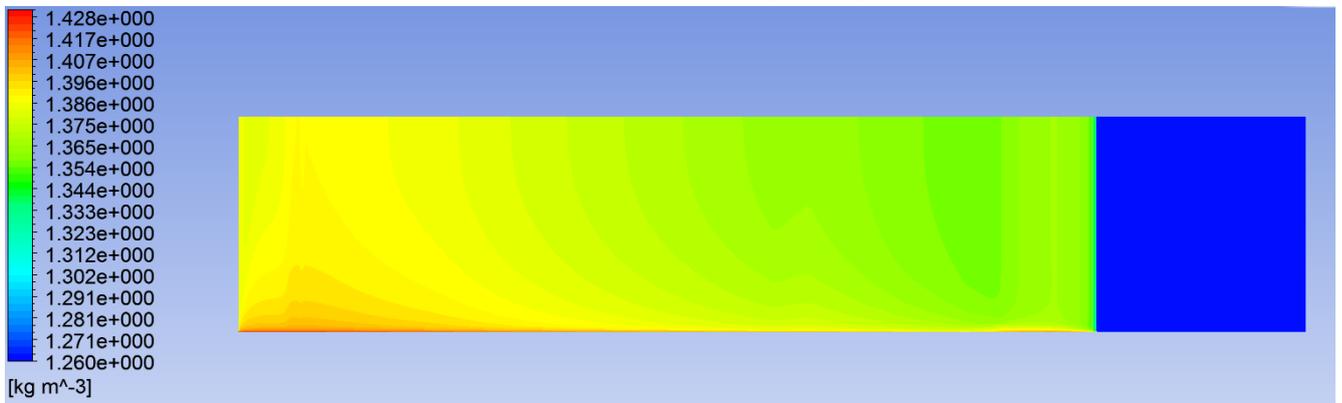


図 4.87 密度コンター (Case I)

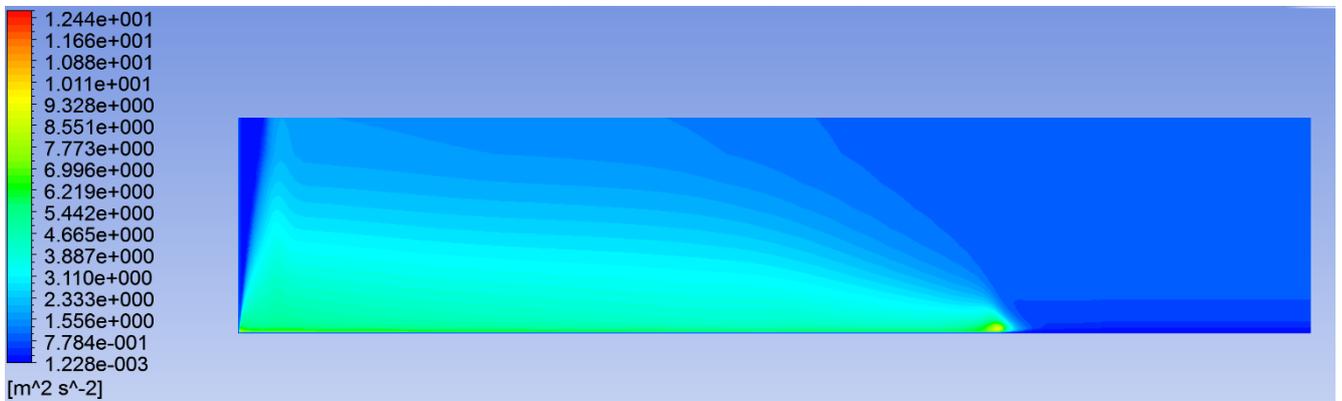


図 4.88 乱流運動エネルギーコンター (Case I)

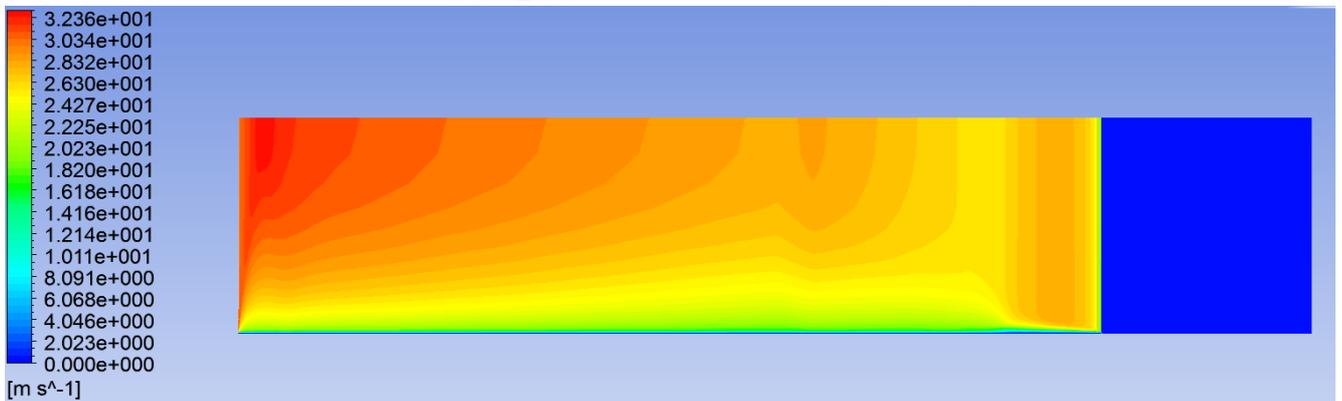


図 4.89 速度コンター (Case I)

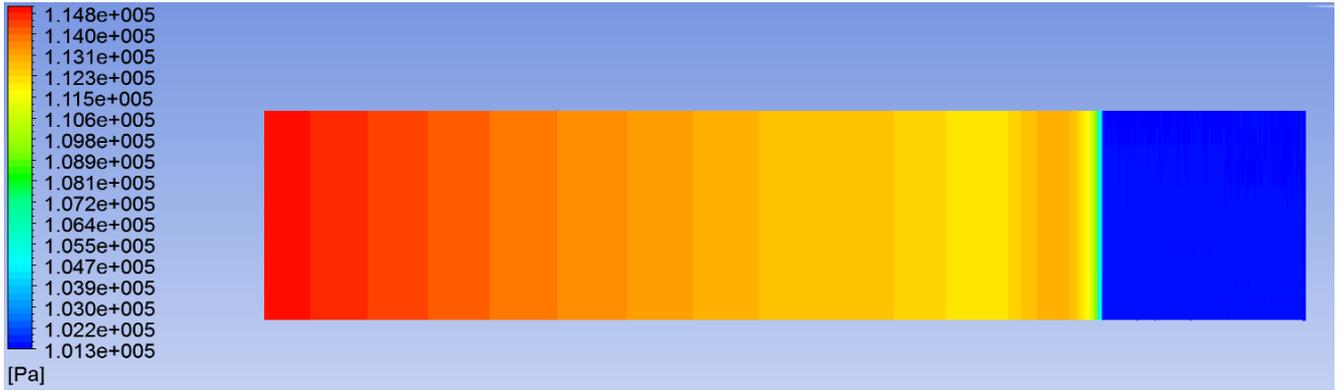


図 4.90 圧力コンター (Case J)

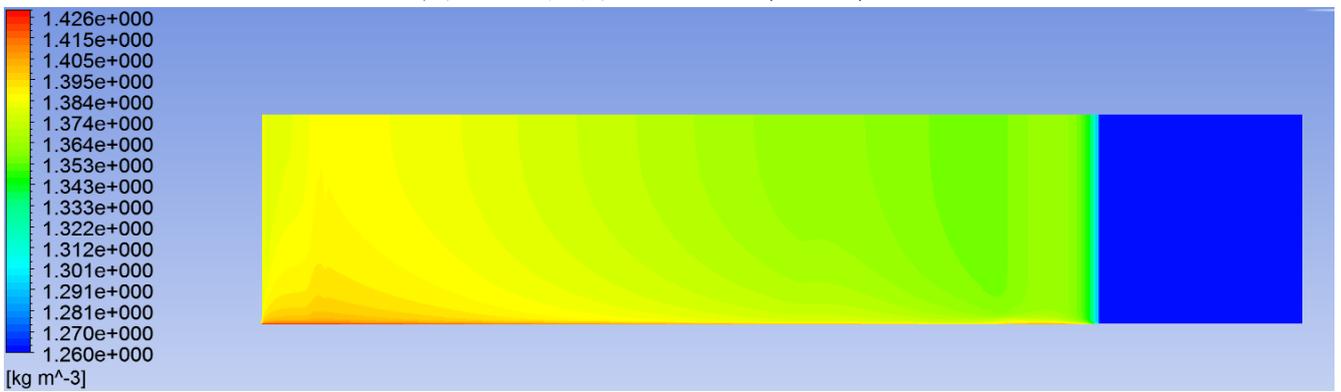


図 4.91 密度コンター (Case J)

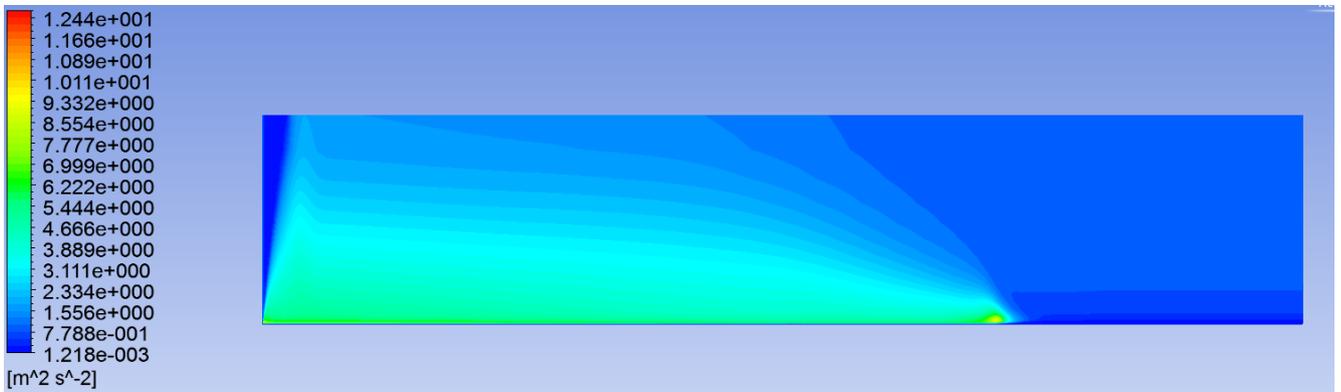


図 4.92 乱流運動エネルギーコンター (Case J)

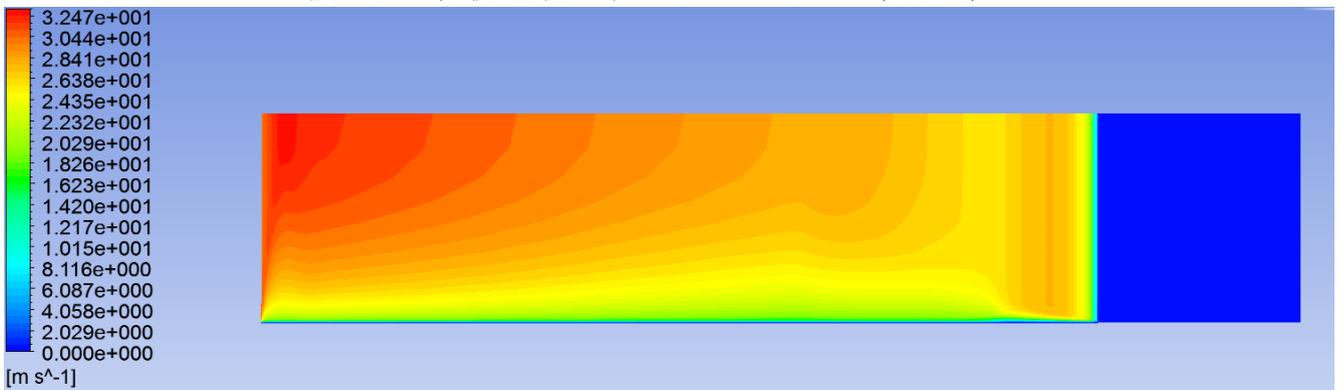


図 4.93 速度コンター (Case J)

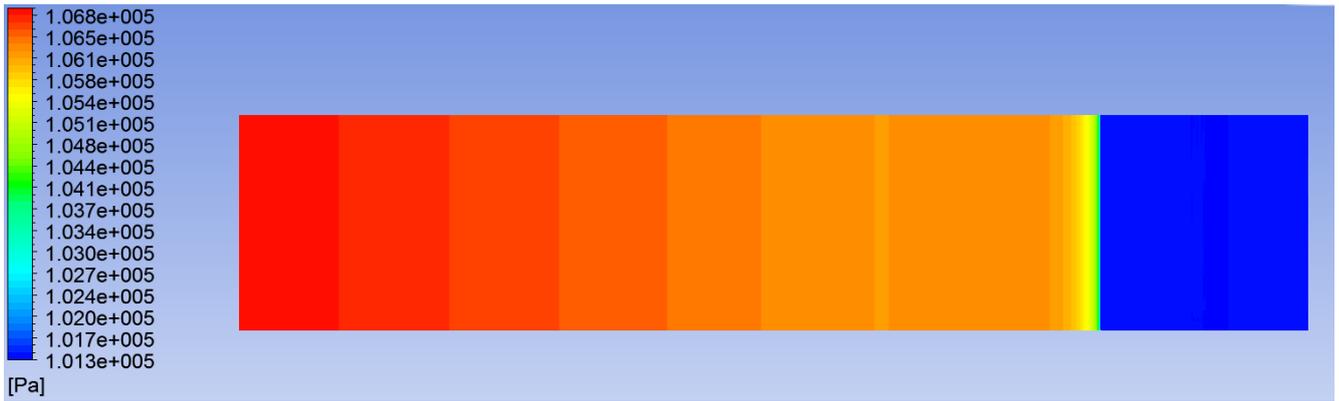


図 4.94 圧力コンター (Case K)

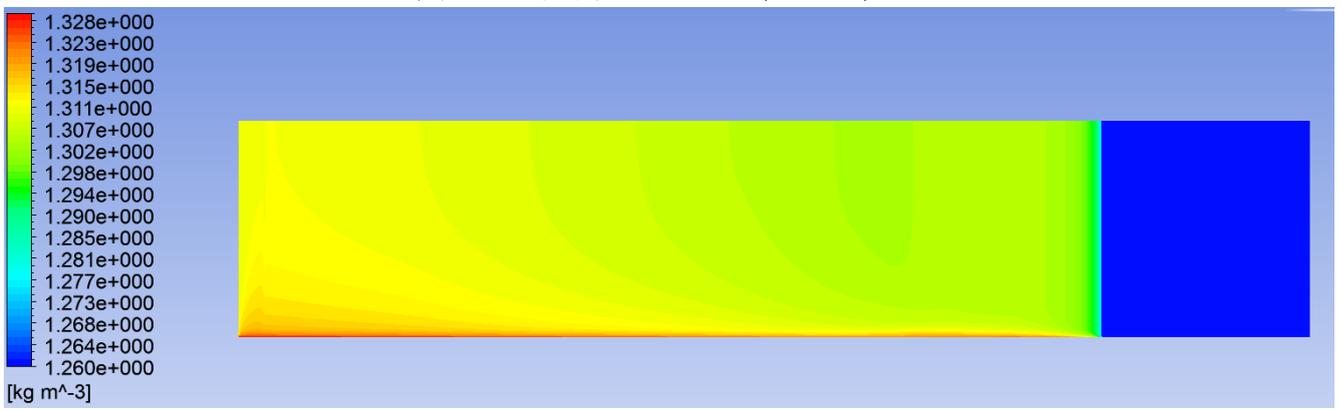


図 4.95 密度コンター (Case K)

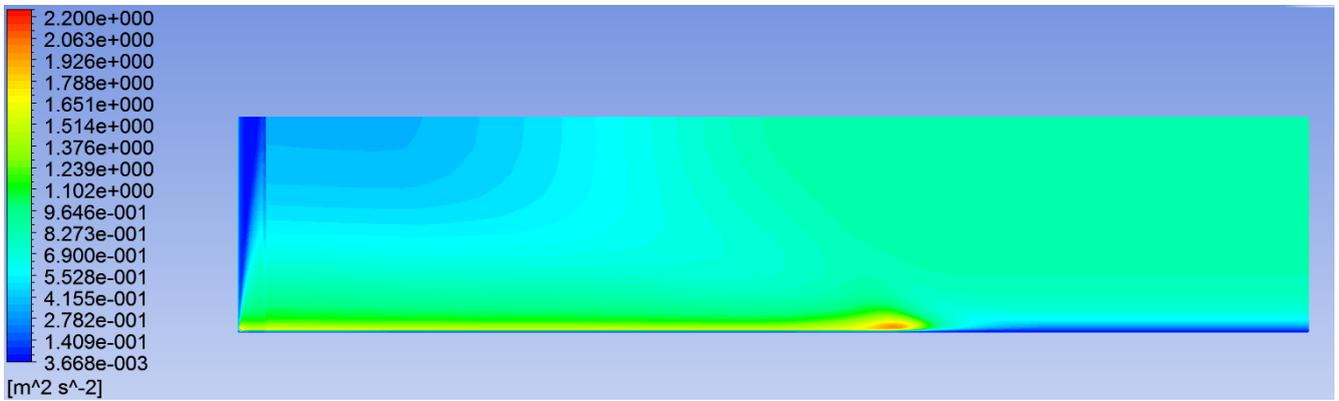


図 4.96 乱流運動エネルギーコンター (Case K)

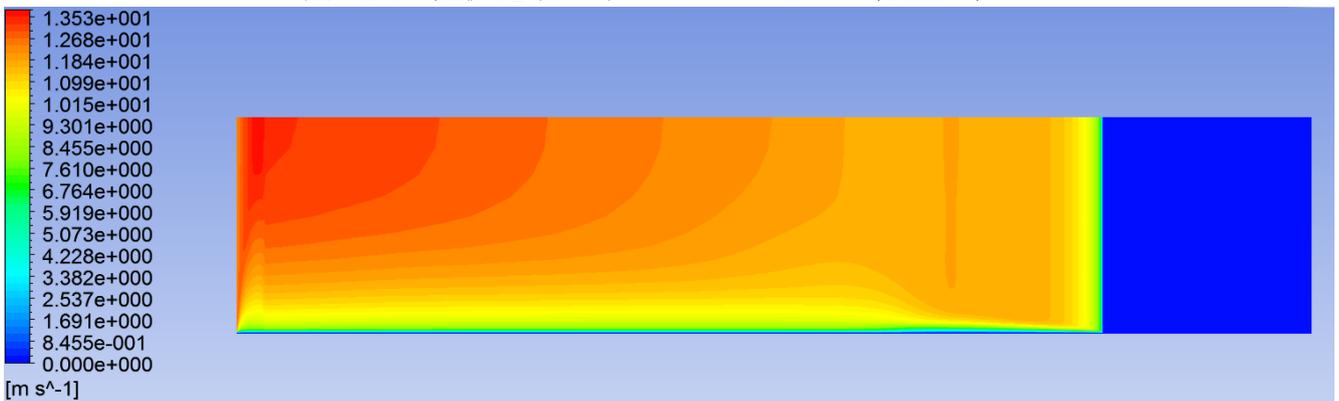


図 4.97 速度コンター (Case K)

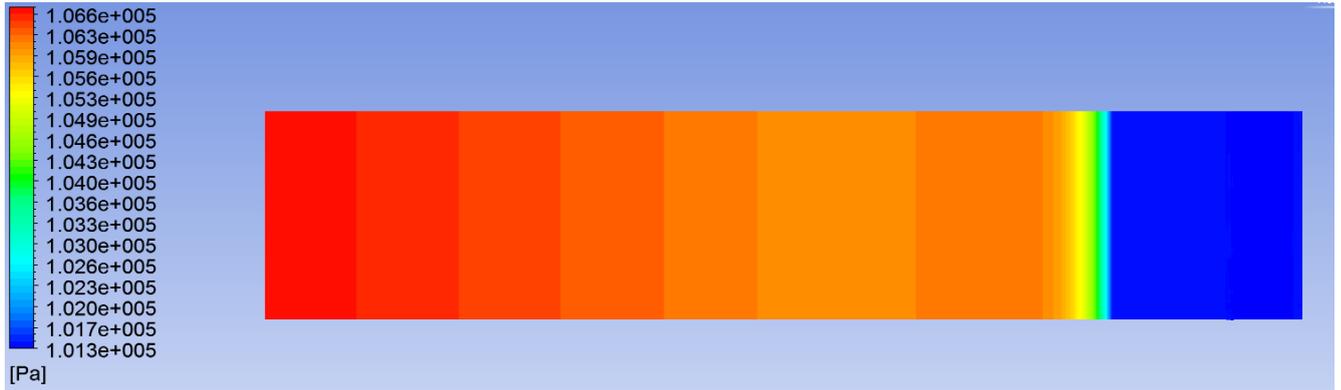


図 4.98 圧力コンター (Case L)

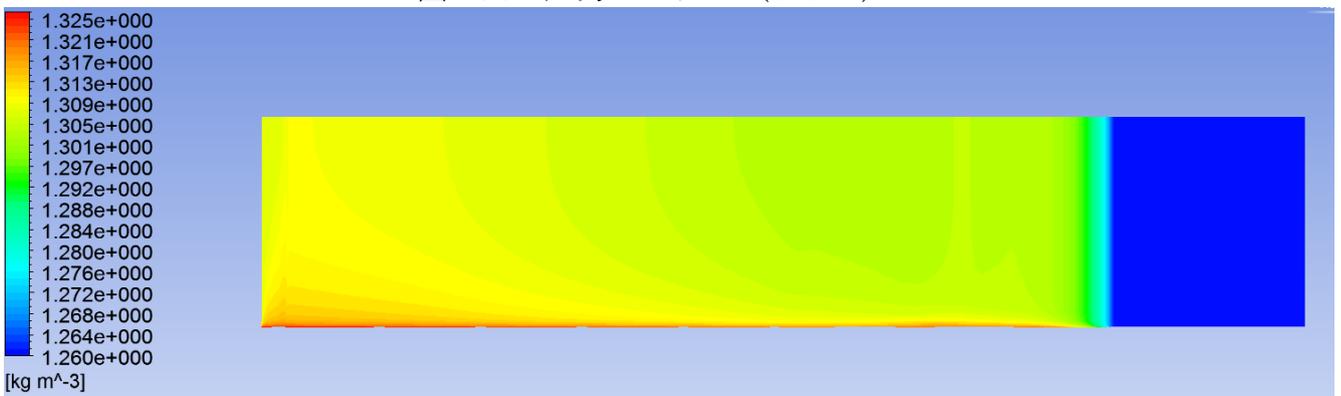


図 4.99 密度コンター (Case L)

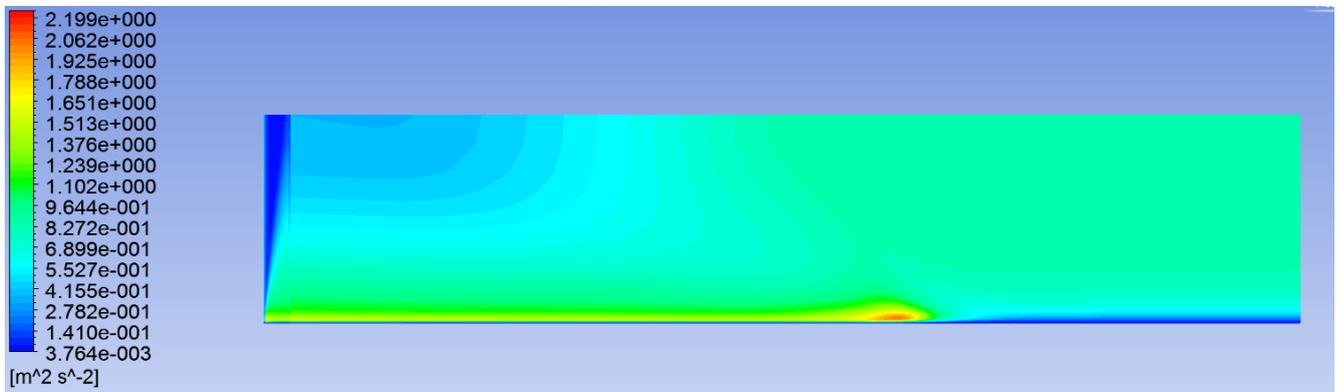


図 4.100 乱流運動エネルギーコンター (Case L)

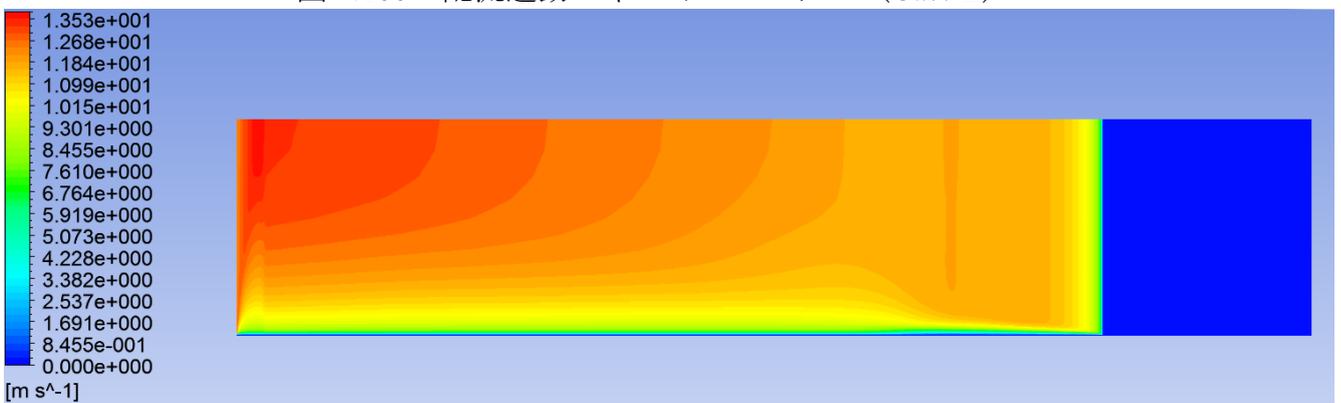


図 4.101 速度コンター (Case L)

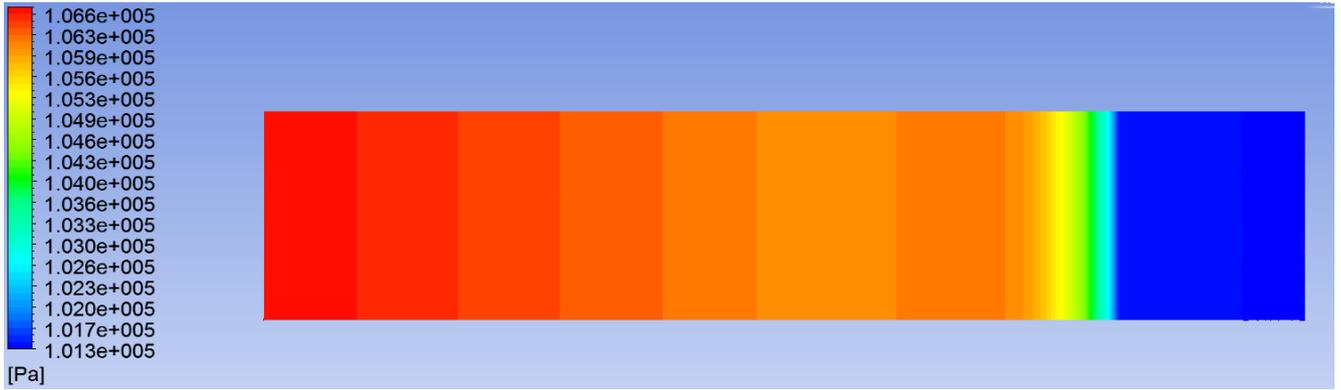


図 4.102 圧力コンター (Case M)

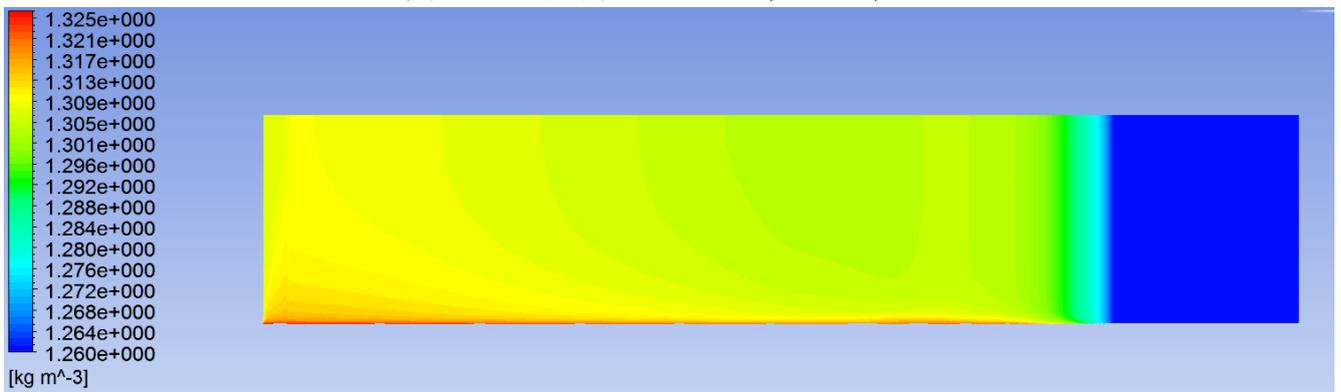


図 4.103 密度コンター (Case M)

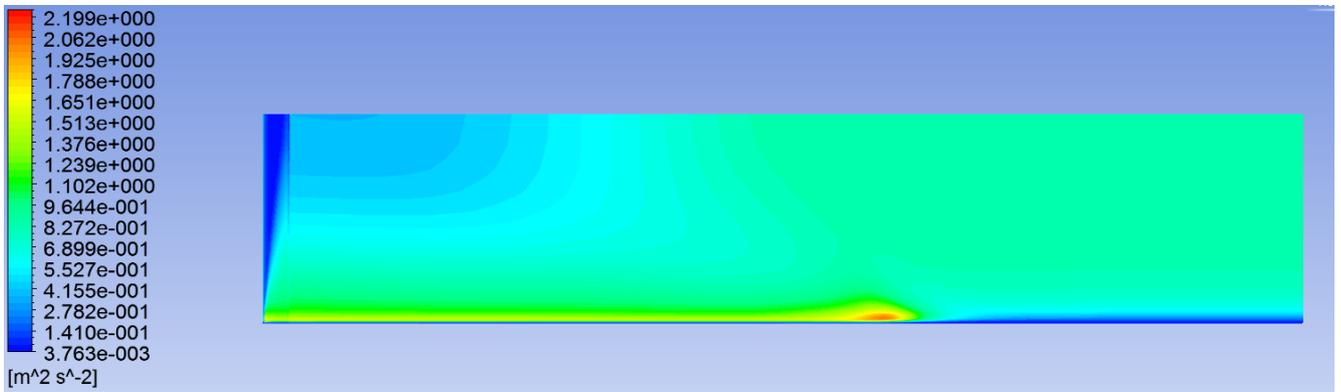


図 4.104 乱流運動エネルギーコンター (Case M)

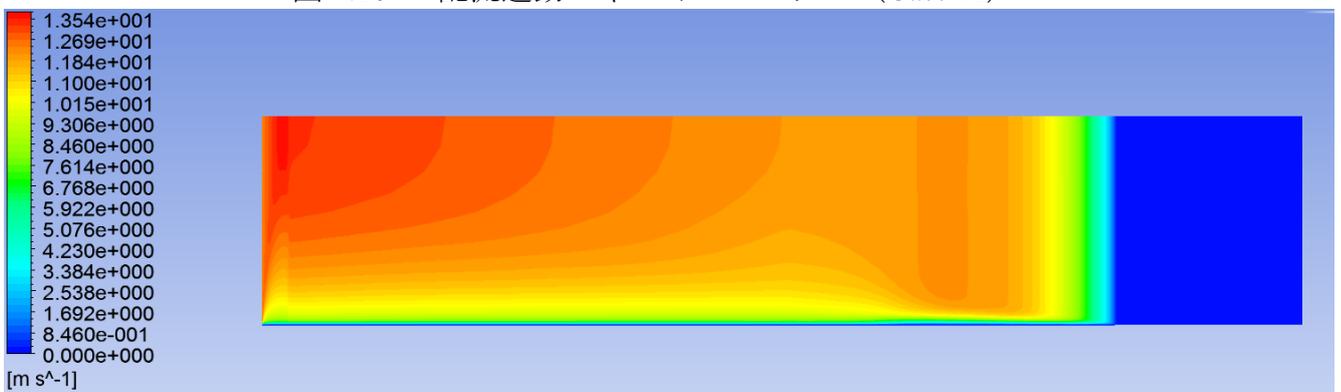


図 4.105 速度コンター (Case M)



図 4.106 圧力コンター (Case N)

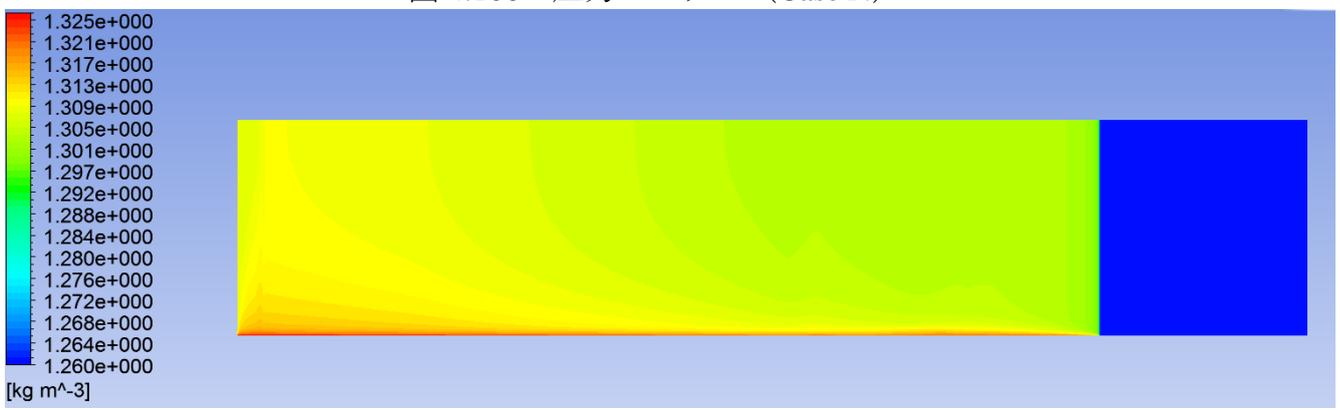


図 4.107 密度コンター (Case N)

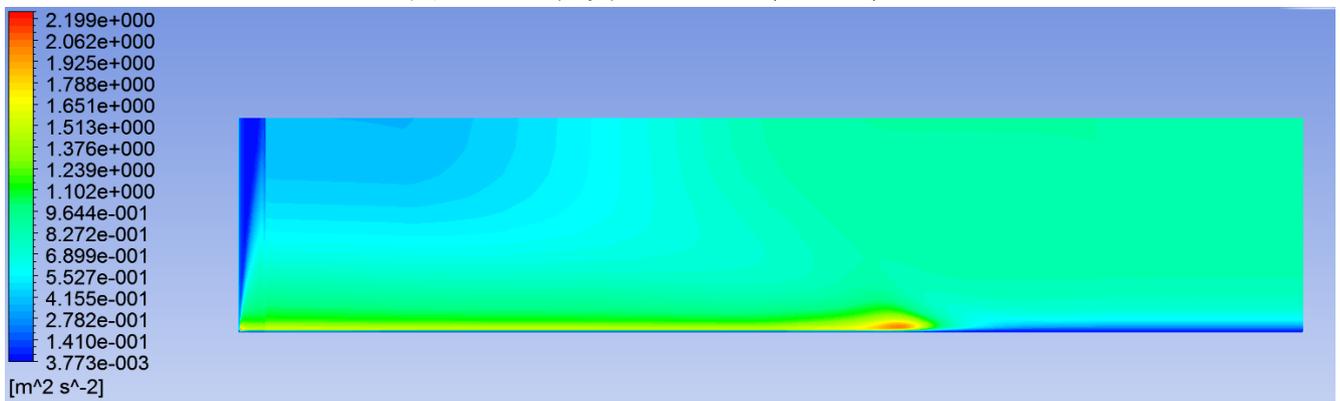


図 4.108 乱流運動エネルギーコンター (Case N)

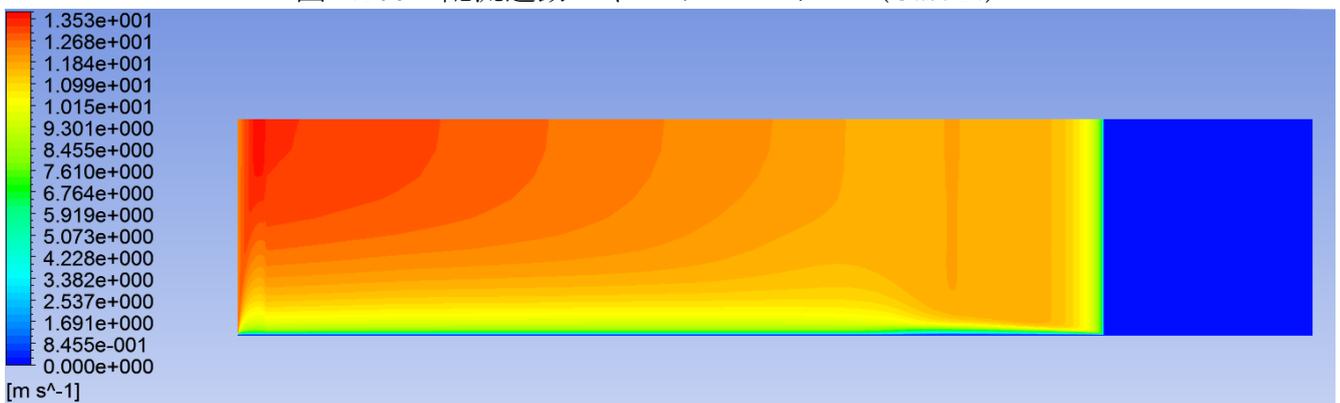


図 4.109 速度コンター (Case N)

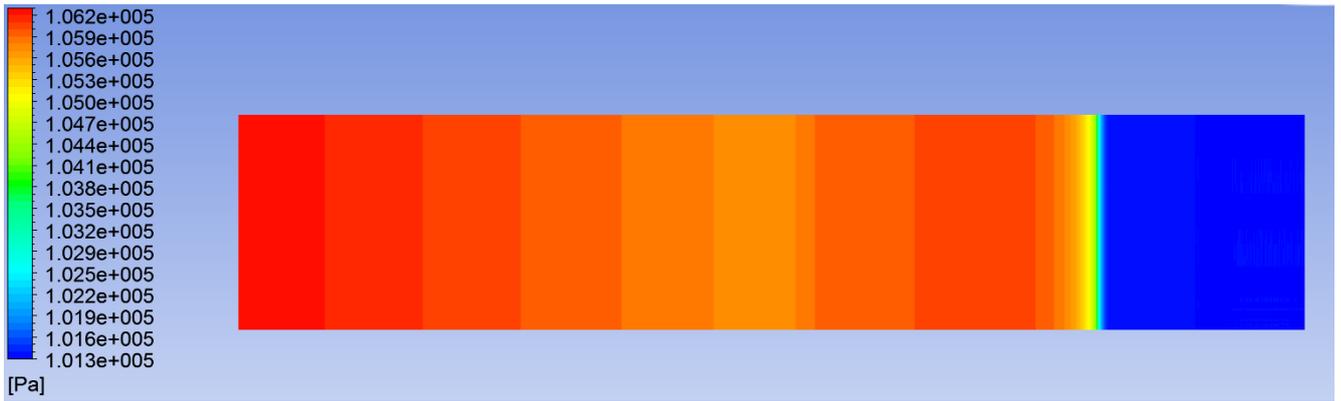


図 4.110 圧力コンター (Case O)

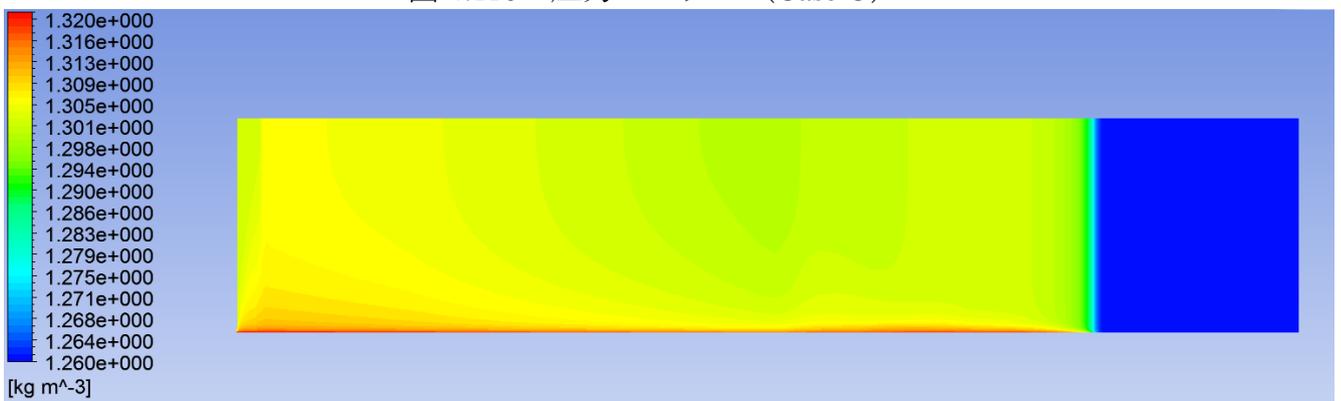


図 4.111 密度コンター (Case O)

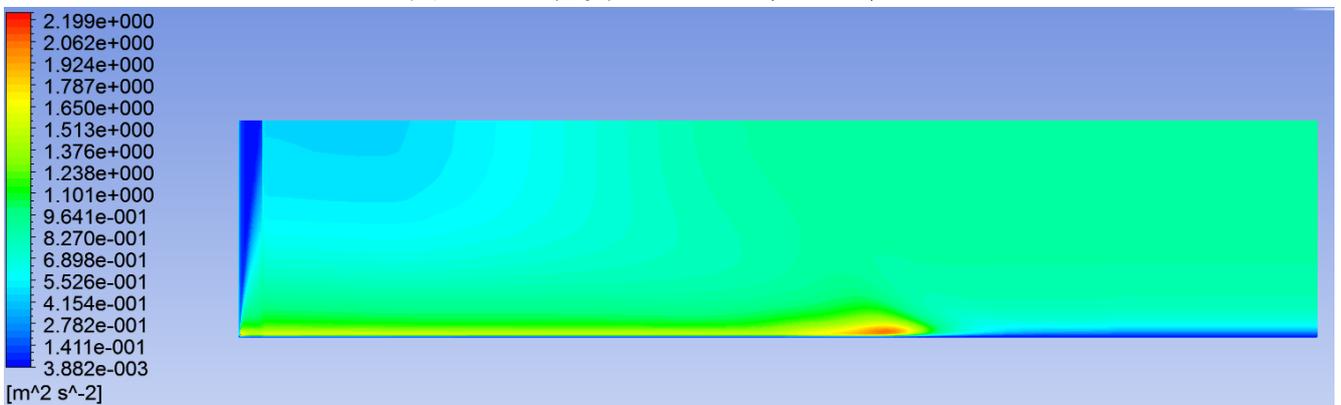


図 4.112 乱流運動エネルギーコンター (Case O)

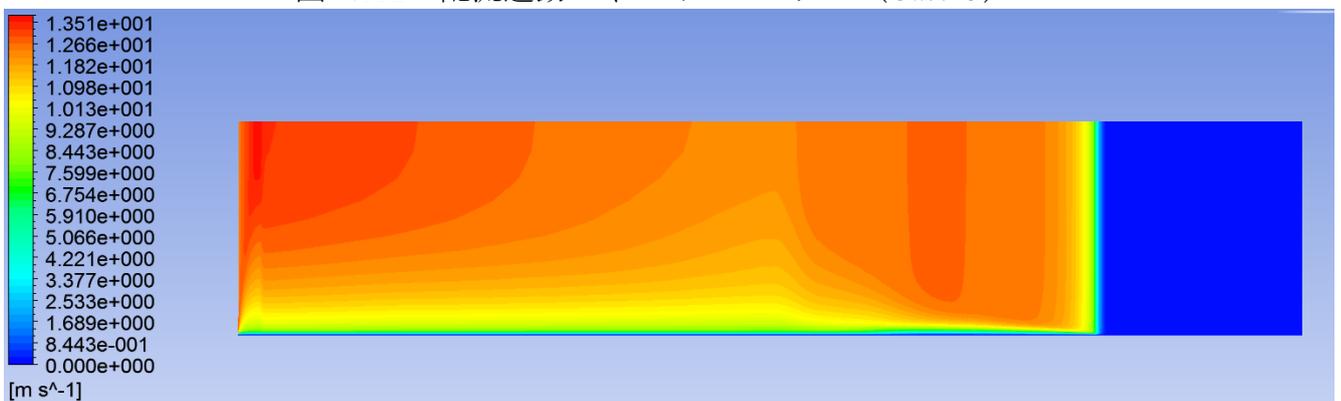


図 4.113 速度コンター (Case O)

第5章 結論

5.1 本研究の結論

本研究では、実験的研究の圧縮波の圧力波形を基に数値解析を用いて、波面の異なる初期圧縮波を作り出し、その伝播特性について考察を行うことで圧縮波の波面の形状と非線形効果の関係を明らかにした。以下に結論をまとめる。

- (1) 数値解析で取得した初期圧力波形は、実験で習得した初期圧力波形と良く一致し、実験を十分に再現できた。
- (2) 初期圧縮波強さと波面の最大圧力勾配が比較的小さい場合、非線形効果に対する初期圧縮波の波面形状の影響は小さい。
- (3) 初期圧縮波強さと波面の最大圧力勾配が比較的大きい場合、伝播する圧縮波の波面は急激に切り立ち、一部が衝撃波へと遷移する。この過程において初期圧縮波の波面形状が非線形効果の大きさに影響を及ぼす。
- (4) 初期圧縮波の波面形状が圧縮波の伝播速度に与える影響はきわめて小さい。
- (5) 波面背後の圧力や密度上昇における圧力勾配による影響は大きい。
- (6) 初期圧縮波強さが大きいほど、圧縮波背後の境界層の発達における影響が大きい。

5.2 今後の課題

本研究では、初期圧縮波の波面の形状が、伝播過程における非線形効果に影響を及ぼすことを明らかにした。しかし、波面後方に発達する非定常境界層による影響など他の影響について考慮されていない。また、検討の余地のある条件があったこともあり、より精度の高い数値計算を行い、その結果から波面の形状と非線形効果の関係を具体的に表す適当なモデルを提案する必要がある。

参考文献

- (1) 田中 宏, 長谷川 泉 : 超大管の圧縮空気の減圧特性に関する研究(第1報), 日本機械学会論文集(B編), 52-474, (1986), 772.
- (2) R.Flatt : Unsteady Compressible Flow in Long Pipelines Following a Rupture, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6, (1986), 83.
- (3) F.K.Bannister and G.F.Mucklow : Wave Action Following Sudden Release of Compressed Gas from a Cylinder, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 159-42, (1948), 269.
- (4) G.F.Mucklow and A.J.Wilson : Wave-action in Gases, The Attenuation and Reflection of Compression Waves Propagating in Pipes, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 169-1, (1955), 69.
- (5) J.G.Hall, G.Srinivasan, and J.S.Rathi : Laminar Boundary Layer in Noncentered Unsteady Waves, *AIAA Journal* , 11-12, (1973), 1770.
- (6) J.G.Hall, G.Srinivasan, and J.S.Rathi : Unsteady Expansion Waveforms Generated by Diaphragm Rupture, *AIAA Journal*, 12-5, (1974), 724.
- (7) G.Srinivasan and J.G.Hall : Heat Transfer in Laminar Boundary Layer within Noncentered Unsteady Expansion Wave, *Modern Developments in Shock Tube Research* (Proceedings of the Tenth International Shock Tube Symposium), (1975), 102.
- (8) T.Watanabe : Boundary-Layer Effect on Pressure Variations in Expansion Waves, *Nuclear Engineering and Design*, 77, (1984), 63.
- (9) 松村 修二, 他3名 : 自動車排気管内の衝撃波生成と排気騒音, 東北大流体研報告 No.4(1993), 113
- (10) 佐藤 勝俊, 畑中 浩 : 空気圧管路におけるパルス列信号の伝送, 東北大学速研報告, 53-442(1984), 33.
- (11) 杉江 壯志・ほか2名, 超高压天然ガスパイプラインにおける亀裂発生時のガス減圧特性, 第14回数値流体力学シンポジウム, D02-4, (2000).
- (12) 松尾 一泰 : 高速鉄道トンネルにおける波動現象, 機械の研究, 45-6(1993), 656.
- (13) 小沢 智 : トンネル出口微気圧波の研究, 鉄道技術研究報告, 1121, (1979).
- (14) 小沢 智 : トンネル出口微気圧波, 鉄道技術研究資料, 37-1, (1980).
- (15) 仲尾 晋一郎, 長い管路内における弱い圧力波の伝播特性に関する研究, 九州大学大学院総合理工学研究科学学位論文, (2000).
- (16) 玉井 直哉, 様々な壁面構造を持つ管内を伝播する圧縮波の特性, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2006).
- (17) 松岡 諒, 管内を伝播する圧縮波の弾性板によるパッシブコントロール, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2006).

- (18) 山本 純平, 圧縮波の伝播特性に及ぼす管壁構造の影響に関する研究, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2007).
- (19) 三浦 功嗣, 極めて長い管内を伝播する圧縮波の特性に関する研究, 九州大学大学院総合理工学府修士論文, (2008).
- (20) 斉藤 実俊, 他 4 名, 長大スラブトンネル内における圧縮波の伝播特性, 日本機械学会 2007 年度年次大会講演論文集(2), 07-1, (2007), 267-268
- (21) 松尾 一泰, 圧縮性流体力学, 理工学社, 99.
- (22) J.C.Boison : Highly Cooled Boundary Layer Transition Data in a Shock Tube , *Modern Developments in Shock Tube Research* (Proceedings of the Tenth International Shock Tube Symposium), (1975), 127. Shock Tube Research Society, Japan.
- (23) W.J.Cook and M.Luu : Transition in the Shock-Induced Unsteady Boundary Layer on a Flat Plate, *Shock Tube -and Shock Wave Research* (Proceedings of the Eleventh International Symposium on the Shock Tubes and Waves), (1977), 337, University of Washington Press, Seattle and London.
- (24) R.Brun, P.Auberger and N.V.Que : Shock Tube Study of Boundary Layer Instability, *Acta Astronautica*, 5(1978), 1145.
- (25) M.J.Chaney and W.J.Cook : Further Experiments on Shock Tube Wall Boundary-Layer Transition, *AIAA Journal*, 21-7(1983), 1046.
- (26) R.E.Dillon and H.T.Nagamatsu : Heat Transfer and Transition Mechanism on a Shock-Tube Wall, *AIAA Journal*, 22-11(1984), 1524.
- (27) ANSYS, Inc., ANSYS Fluent 理論ガイド, (2015).
- (28) G. K. Batchelor, An Introduction to Fluid Dynamics, *Cambridge*, (1967).
- (29) T. J. Barths and D. Jaspersen, *TR AIAA*, **366**, (1989).
- (30) B. Van Leer, *J.Comput. Phys.*, **32**, 101-136 (1979).
- (31) J. M. Waiss and W. A. Smith, *AIAA J.*, **33**, 2050-2057 (1995).
- (32) S. Venkateswaran *et al.*, *TR AIAA*, **3437**, (1992).
- (33) P. L. Roe, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **18**, 337-365 (1986).
- (34) E. Turkel and V. N. Vatsa, *TR AIAA*, **3692**, (2003).
- (35) S. A. Pandya *et al.*, *TR AIAA*, **72**, (2003).
- (36) J. O. Hinze, *Turbulence*, *McGraw-Hill*, (1975).
- (37) D. Keith and D. Cokljat, *J. Fluids Eng.*, **130**, (2008).
- (38) 山崎弘, 九州大大学院総合理工学府修士論文, (2014).

謝辞

本研究を行うにあたり、適切な助言を賜り、丁寧にご指導して下さいました。

九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 流動熱工学
青木 俊之 教授

に心より御礼申し上げます。

研究に関する助言や、研究設備の構築にご助力を賜りました。

九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 流動熱工学
安養寺 正之 准教授

に心より御礼申し上げます。

共に切磋琢磨し研究や勉学に取り組み、互いに高め合った。

九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 修士課程

横山 恭平 君

犬丸 友希 君

後藤 逸平 君

に感謝します。

同じ研究室で共に過ごした。

九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 修士課程

栗野 大志 君

九州大学大学院 総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 修士課程

金川 昌弘 君

をはじめ、エネルギー流体科学研究室の皆さんに感謝します。

令和2年2月5日