

信用市場の摩擦とインフレーション効果

内田, 秀昭
九州大学大学院経済学府

<https://doi.org/10.15017/3000403>

出版情報：経済論究. 125, pp.71-80, 2006-07. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

信用市場の摩擦とインフレーション効果

内 田 秀 昭

1 はじめに

本論文ではインフレーションと経済成長率との関係について分析する。物価水準の上昇は、現在から将来にかけて一定量の貨幣を保有したときに将来購入できる財の量を減少させるので、貨幣保有収益率の低下を意味している。貨幣と経済成長の関係を扱った先行研究では、貨幣保有収益率の低下は家計にとって貨幣を持つことよりも企業への貸し付けを魅力的にするので、企業への投資を通じて経済成長を刺激すると指摘されてきた。この効果はマンデル＝トービン効果と呼ばれ、これによるとインフレーションは経済成長を促進させると考えられていた。

しかしながら、最近の実証分析によると、経済成長とインフレーションの間には実際には負の関係が成立することが示されている。例えば、Boyd, Levine, and Smith (2001) は、インフレ率の高い経済ほど金融部門のパフォーマンスは低く、企業への投資および経済成長率も低水準であることを実証的に明らかにした。

このような理論的帰結が得られるモデルとして、Hung (2003) は効率的な借り手と非効率的な借り手が存在し、貸し手はそのタイプを区別できないというアドバース・セレクションを含むモデルを提示している。アドバース・セレクションの状況下では、効率的な借り手が現在の利子率のもとでより多くの借入を望んでいるにもかかわらず、十分な資金を得ることができないという、いわゆる信用割当の発生が知られている。彼の分析結果によると、インフレ率の上昇は信用割当を悪化させることになる。すなわち、効率的な借り手に対する貸し付け量が減少し、その結果経済成長を減速させるという結果を示している。しかし、インフレーションがアドバース・セレクションによる歪みを拡大させるという実証結果もその帰結に対するインテュイティブな説明も提示されていない。したがって、インフレーションと経済成長の負の関係をアドバース・セレクションによって説明することに疑問の余地が残されている。さらに付け加えると、彼のモデルでは情報の非対称性だけではインフレーションと経済成長率の負の関係が得られないため、貸し手と借り手は貸借の1期前に契約を結ばなければならない、その資金は貨幣によって保有されなければならないとするキャッシュ・イン・アドバンス制約を課し、その他に、世代間の貸し付けは不可能であることを仮定している。

以上のように先行研究では多くの制約を課しているため、どの仮定がインフレーションと経済成長の負の関係にとって重要であるのかが不明瞭である。本論文では、貸し手は借り手に関して十分な情報を持たないために、情報収集のために1期間の時間を要するという状況を考え、この設定のもとで、インフレーションと経済成長の関係を導く。その他に、本論文では政府支出の大きさが均衡でのイン

フレ率と経済成長率に与える効果についても分析している。その結果は政府支出と経済成長率に関する実証結果とも整合的であることが確認される。また、先行研究では分析は定常的な均衡のみに限定されているが、本論文では動学的な挙動についても分析がなされる。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では、家計主体、企業、政府の行動を導く。第3節では、この経済における均衡を導出し、第4節では、政府が支出に関する政策を変化させたときの効果を分析する。最後に第5節で、本論文の結論についてまとめる。

2 モデル

家計主体が3期間生存する世代重複モデルを考える。各世代の人口の大きさは1で、貸し手と借り手が半数ずつ存在しているとする。 t 期に生まれた主体を第 t 世代と呼ぶ。また、家計主体の将来の変数への期待は完全予見により決まると仮定する。

2.1 家計の行動

貸し手は若年期に1単位の労働を保有し、それを非弾力的に供給し実質賃金を得る。賃金はその期の消費と将来の消費のための貯蓄に分けられる。財自体を次の期に貯蔵することはできないために、貯蓄は貨幣保有または企業への貸し付けによって行われなければならない。ただし、貸し手は借り手に関する十分な情報を保有しておらず、情報収集のために1期間の時間を要すると仮定する。この仮定により、若年期の貸し手は借り手への貸し付けを行うことが不可能であるため、消費されなかった財は貨幣と交換され、貨幣保有の形で貯蓄が行われる。

貸し手は中年期において、前の期から持ち越した貨幣で市場に供給される財を購入する。これらの財はその期の消費と老年期の消費のための貯蓄に分けられる。中年期には貸し手は借り手に関する情報を得ているために、貯蓄の手段としては借り手への貸し付けと貨幣保有が可能である。

第 t 世代の貸し手の効用関数は次式で与えられる。

$$U(c_t^y, c_{t+1}^m, c_{t+2}^o) = u(c_t^y) + \beta u(c_{t+1}^m) + \beta^2 u(c_{t+2}^o), \quad 0 < \beta < 1 \quad (1)$$

ここで、 c_t^y , c_{t+1}^m , c_{t+2}^o は第 t 世代の主体の若年期、中年期、老年期の消費を表し、 β は割引因子である。 $u(c)$ は異時点間の代替の弾力性が一定の関数 $\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^{-1} c^{1-\frac{1}{\sigma}}$ とし、貯蓄が収益率の増加関数となるように $1 < \sigma$ を仮定する。

次に、貸し手が直面する予算制約を導くことにする。若年期の主体は信用市場の摩擦により借り手への貸し付けを行うことが不可能である。したがって、賃金 w_t はその期の消費と貨幣の保有に分けられる。中年期には前の期から保有した貨幣で購入した財をその期の消費、借り手への投資および貨幣保有に分けられる。最後に、老年期には借り手への投資および貨幣保有からの収益を消費に費やす。したがって、各期の消費は次の制約条件を満たさなければならない。

$$c_t^y = w_t - \frac{M_t}{P_t} \quad (2)$$

$$c_{t+1}^m = \frac{M_t}{P_{t+1}} - I_{t+1} - \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}} \quad (3)$$

$$c_{t+2}^o = \rho_{t+2} I_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_{t+2}} \quad (4)$$

ここで、 M_t 、 P_t 、 I_t 、 ρ_t は t 期の貨幣保有量、価格水準、借り手への投資、投資の収益率を表す。

若年期に決定される M_t を所与として、中年期の主体の予算制約は(3)と(4)から I_t を消去して、次のように導かれる。

$$c_{t+1}^m + \frac{c_{t+2}^o}{\rho_{t+2}} = \frac{M_t}{P_{t+1}} + \left[\frac{1}{\rho_{t+2} P_{t+2}} - \frac{1}{P_{t+1}} \right] M_{t+1} \quad (5)$$

右辺第2項の括弧に関して、もし貨幣保有の収益率 $r_{t+2}^m = P_{t+1}/P_{t+2}$ が投資の収益率 ρ_{t+2} よりも高ければ、どの貸し手も借り手への投資を行わない。しかし、誰も投資を行わなければ、次の期の資本ストックはゼロとなり最終財の生産は行われないので、次の期に貨幣との交換によって得られる財の量もゼロでなければならない。つまり、貨幣の収益率はゼロとなってしまうので、貨幣保有の収益率が投資の収益率よりも高くなるということは、完全予見均衡において起こりえない。したがって、均衡では任意の t において $\rho_{t+2} \geq r_{t+2}^m$ が成立する。貨幣保有の収益率と投資収益率が等しければ、任意の貨幣保有量が均衡において起こりえる。投資収益率のほうが高ければ、ゼロの貨幣保有量が選ばれることになる。以上の議論より、どちらの場合も(5)の右辺の第2項はゼロとなり、中年期の貸し手にとっての予算制約式は次式で与えられることになる。

$$c_{t+1}^m + \frac{c_{t+2}^o}{\rho_{t+2}} = \frac{M_t}{P_{t+1}} \quad (6)$$

次に、(6)と(2)から M_t を消去すると、若年期の貸し手が直面する予算制約式は次式で表される。

$$c_t^y + \frac{c_{t+1}^m}{r_{t+1}^m} + \frac{c_{t+2}^o}{r_{t+1}^m \rho_{t+2}} = w_t \quad (7)$$

したがって、第 t 世代の若年期の家計主体は賃金 w_t 、価格 P_t 、 P_{t+1} 、 P_{t+2} と投資収益率 ρ_{t+2} を所与として、(7)の制約のもとで、目的関数(1)を最大化する。その結果、各期の消費についての需要関数は次のように求められる。

$$\begin{aligned} c_t^y &= \frac{1}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (r_{t+1}^m \rho_{t+2}) \sigma^{-1}} w_t \\ c_{t+1}^m &= \frac{\beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (r_{t+1}^m \rho_{t+2}) \sigma^{-1}} w_t \\ c_{t+2}^o &= \frac{\beta^{2\sigma} (r_{t+1}^m \rho_{t+2}) \sigma}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (r_{t+1}^m \rho_{t+2}) \sigma^{-1}} w_t \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 企業

企業は最終財を次の期に利用可能な資本財に変換する技術を保有する。また、次の期にはその技術によって変換された資本財と若年家計の労働を投入して最終財を生産する。資本財は各期に最終財の生産によってすべて減耗すると仮定する。最終財生産企業は測度 n の区間に連続的に存在しており、完全競争的に行動する。最終財生産企業の生産関数は次のような資本財投入のスピルオーバー効果を

含むRomer (1986) 型とする。

$$y_t = \bar{k}_t^\eta k_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (9)$$

ここで、 k_t と L_t は企業が投入する資本財と労働の量を表す。 \bar{k}_t は経済全体の資本投入の平均値を表す。 η は物的資本投資の外部性を表すパラメータであり、以下では $\eta=1-\alpha$ とする。

最終財は完全競争的であるので、資本財の価格と賃金は最終財生産関数の限界生産性によって次のように決定される。

$$\rho_t = \alpha \bar{k}_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \quad (10)$$

$$w_t = (1-\alpha) \bar{k}_t^{1-\alpha} k_t^\alpha L_t^{-\alpha} \quad (11)$$

個々の企業にとって、経済全体の資本財投入の平均値 \bar{k}_t を所与として、生産関数は規模に関して収穫一定であるので、各企業の生産規模を決定することはできない。以下ではすべての最終財企業の資本投入が同じである対称的な状況を考える。このような状況では、各企業の労働投入量も等しくならなければならない。企業数が n であり、家計の数が 1 であることから、各企業はすべての期において $1/n$ の労働者を雇うことになる。したがって、資本財のレンタル価格はすべての期において $\rho_t = \alpha(1/n)^{1-\alpha} (\equiv \rho)$ で一定、 t 期の賃金は $(1-\alpha)k_t(1/n)^{-\alpha}$ となる。以下では簡単化のために、 $n=1$ とする。

2.3 政府

政府は各期に最終財で測って g_t 単位の支出をし、その財源は貨幣発行によって徴収される。具体的には、政府支出は市場へ供給される財のうち θ の割合を購入することに費やされるとする。若年家計が得る実質賃金のうち消費されなかった残りが市場に供給される財のすべてなので、 t 期における政府の予算制約は次式によって表される。

$$\theta s_t^g = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} \quad (12)$$

実質貨幣残高を m_t で表し、貨幣収益率の定義を用いると、政府の予算制約は次のように書き換えられる。

$$\theta s_t^g = m_t - r_t^m m_{t-1} \quad (13)$$

市場へ供給される財のうち政府が購入する割合 θ は時間を通じて一定であり、政府によって購入された財は中年期の借り手へ移転されると仮定する。

3 貨幣均衡の動学分析

本節では、均衡において成立する貨幣収益率と経済成長率の動学を分析する。続いて次節では、市場に供給される財のうち政府が購入する割合 θ が変更されるとき政策効果が分析される。その結果、インフレ率と経済成長率の関係および政府支出拡大の貨幣収益率と経済成長率に与える効果が導かれる。

定義 貨幣均衡はすべての t において貨幣が保有され、(8), (10), (11), (13)を満たす数列 $\{y_t, k_t, w_t, M_t, P_t, r_t^m\}$ である。さらに、貨幣均衡のうち y_t, k_t, w_t, M_t, P_t が一定率で成長し、 r_t^m が定数となる貨幣均衡を定常貨幣均衡と呼ぶ。

市場に供給される財のうち政府は θ の割合、中年期の貸し手は $(1-\theta)$ の割合を貨幣との交換によって獲得する。中年期の貸し手が貨幣との交換で得た財のうち、消費されなかった残りとして政府が購入した財が物的資本形成の投資に向けられるので、 $t+2$ 期の 1 企業当たりの資本ストックは次式で与えられる。

$$k_{t+2} = \frac{\theta\beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}} w_{t+1} \quad (14)$$

w_{t+1} に賃金を代入することによって、資本ストックの成長率は次式で与えられる。

$$g_{t+1} = (1-\alpha) \frac{\theta\beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}} \quad (15)$$

最終財の生産関数より産出と賃金も資本ストックと同じ率で成長するので、(15)はそれらの成長率も意味している。

t 期に市場に供給される財はその期に存在するすべての貨幣と交換されるので、財の価格 P_t は財の供給量と実質貨幣残高を等しくするように決定される。財市場における供給量と貨幣の実質価値の均等は次式によって表される。

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} = s_t^y \quad (16)$$

この条件を用いると、政府の予算制約式(13)は次のように表される。

$$\theta s_{t+1}^y = s_{t+1}^y - r_{t+1}^m s_t^y \quad (17)$$

これを書き換えると次のようになる。

$$\frac{r_{t+1}^m}{1-\theta} = \frac{s_{t+1}^y}{s_t^y} \quad (18)$$

第 t 世代と第 $t+1$ 世代の若年期の貯蓄を代入すると、賃金の成長率を次式のように導くことができる。

$$g_{t+1} = \frac{r_{t+1}^m}{1-\theta} \frac{1 + \beta^\sigma r_{t+2}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+2}^m)^{\sigma-1}}{\beta^\sigma r_{t+2}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+2}^m)^{\sigma-1}} \frac{\beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma r_{t+1}^m \sigma^{-1} + \beta^{2\sigma} (\rho r_{t+1}^m)^{\sigma-1}} \quad (19)$$

賃金は資本ストックや最終財の生産量と同じ率で成長するので、(15)と(19)から g_{t+1} を消去すると、次式で表される r_{t+2}^m の推移式を得る。

$$r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta) = \frac{1}{\beta^\sigma (1 + \beta^\sigma \rho^{\sigma-1})} \left[(1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta + \beta^\sigma \rho^{\sigma-1}}{1 + \beta^\sigma \rho^{\sigma-1}} \frac{1}{r_{t+1}^m} - 1 \right]^{-1} \quad (20)$$

政府の政策によって決められる θ を所与として、 r_{t+2}^m は r_{t+1}^m の関数として表される。この関数の形状に関して、次の結果が得られる。¹

命題 1: 任意の $\theta \in [0, 1)$ を所与として、推移式は次の条件を満たす。

1 すべての命題の証明は補論で与えられている。

$$\begin{aligned}
 (i) \quad & \frac{\partial r_{t+2}^m}{\partial r_{t+1}^m} > 0, \\
 (ii) \quad & \frac{\partial^2 r_{t+2}^m}{\partial r_{t+1}^m{}^2} > 0.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

すなわち、(20)を (r_{t+1}^m, r_{t+2}^m) 平面に描いたものは図 1 のように右上がり凸な形状となる。

初期値を与えたときの r_t^m の挙動が図 1 の矢印によって表される。まず、初期の r^m が図 1 の交点 r^{m*} よりも右に位置するケースでは、時間の経過とともに r_t^m は増加し、無限に大きくなる。その途中で、貨幣収益率は必ず資本財への投資収益率 ρ よりも大きくなってしまふ。しかし、既に言及したように貨幣保有の収益率が投資の収益率よりも大きくなれば、すべての貸し手が借り手への投資を選択しないので次の期の最終財生産量はゼロとなり、貨幣の収益率はゼロにならざるを得ない。したがって、貨幣保有の収益率が無限に大きくなるという経路は完全予見均衡では起こりえない。その結果、初期の r^m が図 1 の交点に位置するケースと交点よりも左に位置するケースが完全予見均衡として考えることができる。初期の r^m が交点の左に位置するケースでは、 r_t^m は時間の経過とともに減少し、ゼロに収束する。このとき、(15)から経済成長率も貨幣保有収益率の低下とともに減少し、ゼロに収束することがわかる。このような均衡は貨幣が保有される均衡なので貨幣均衡ではあるが、任意の t において貨幣収益率と経済成長率は一定ではないので、非定常な貨幣均衡である。この結果は、貨幣保有収益率の低下によって若年期の貸し手の貯蓄が減少することから生じている。最後に、初期の r^m がちょうど交点に位置するケースでは、その後のすべての期において r_t^m は交点の値をとることになる。このとき、経済成長率もすべての期で一定となるので、この均衡は定常貨幣均衡である。

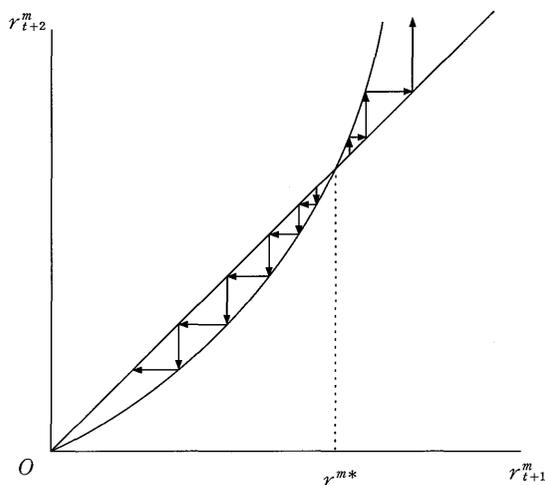


図 1

4 政府支出の効果

本節では、市場に供給される財のうち政府が購入する割合 θ を変化させたときのインフレ率と経済成長率への効果を分析する。政府が決定する θ の変化は(20)を変化させるので、この経済の均衡において成立する貨幣収益率の動的な経路に影響を与えることになる。その結果、(15)からわかるように政府支出は経済成長率へも影響を与える。

では、以下では図を用いて θ が変化したときの(20)への効果を確認することにする。まず、 r_{t+1}^m を所与として、(20)の θ に関する偏微分について次の結果を確認することができる。

命題 2 $1 - \beta^\sigma \rho^{\sigma-1} - 2\theta < 0$ のとき、そのときにのみ、次の関係が成立する。

$$\frac{\partial r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta)}{\partial \theta} > 0 \quad (22)$$

つまり、 $1 - \beta^\sigma \rho^{\sigma-1} - 2\theta < 0$ という条件のもとで、 (r_{t+1}^m, r_{t+2}^m) 平面上に描かれた曲線(20)は図 2 のように θ の増加によって上方にシフトする。

命題 2 の結果が条件によって分けられている理由は、このモデルでは θ の増加が 2 つの対立する効果を持つことに由来する。 θ の増加は市場に供給される財のうち政府が購入する割合の増加を意味するので、政府から投資を行う主体への移転も増加することになる。その結果、政府支出の拡大は投資を促進させ、成長率を上昇させる効果を持つ。また、この効果は次の期に市場へ供給される財の量を増加させるので、貨幣収益率も上昇させることになる。

しかし、もう一方で、 θ の増加により市場に供給される財のうち政府がより大きい割合を購入することになるので、貨幣保有の収益率を下落させるという効果も持つ。この効果により、若年期の貸し手は貯蓄をする魅力が減少し、その期の消費を増加させようとする。このことは市場へ供給される財と投資へ向けられる財の量を減少させてしまう。その結果、経済成長率も投資の減少に伴って下落する。

したがって、 θ の増加は経済成長率と貨幣収益率をともに増加させる効果と、ともに減少させる効果の 2 つを持つことがわかった。図 2 では命題 2 の条件のもとでの、 θ から $\theta' (> \theta)$ への変化が描かれている。

政府支出の比率に関して、 $\theta > 1/2$ ならば必ず命題 2 の条件が満たされることがわかる。つまり、政府支出の割合が既に高いときには、さらなる支出の拡大は必ず定常貨幣均衡における貨幣収益率と経済成長率の低下を招くということができる。一方、 $1 > \beta^\sigma \rho^{\sigma-1}$ という条件の下では、 θ が十分に小さければ政府支出の拡大は成長促進的な効果を持ち得る。この結果はある意味で Hung (2001, 2003) などの結果とも整合的である。ただし、それらの文献では複数の定常均衡が発生する場合に、高インフレ定常均衡に対しては政府支出の拡大が成長減速的な効果を持ち、低インフレ定常均衡に対しては成長促進的な効果が発生することを示している。それに対して、本論文では定常貨幣均衡は一意であるが、 θ の大きさに依存して唯一の定常均衡における経済成長と貨幣収益率への効果が異なるという結果が得られた。

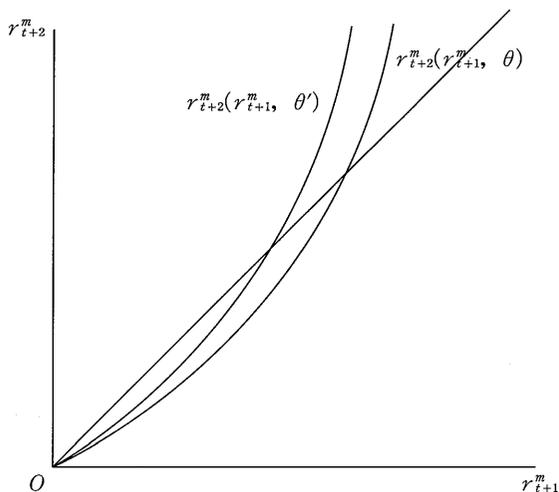


図 2

5 おわりに

本論文では、貸し手が借り手に関して十分な情報を持たないという意味で信用市場に摩擦が存在するモデルを用いて、インフレ率と経済成長率の関係および政府支出のそれらの変数への効果を分析した。信用市場の摩擦のために、若年期の貸し手が貯蓄手段として貨幣保有しか選べない状況では、インフレ率の上昇は貯蓄動機を低下させることになる。その結果、インフレ率と経済成長率の負の関係が成立することが示された。

さらに政策の効果として、政府支出の拡大は、一方で、投資を行う主体への移転を増加させるため、成長促進的效果を発揮する。しかし、もう一方で、貨幣保有の収益率を低下させてしまうため、貯蓄を通じた資本財への投資を減少させ、経済成長を低下させる効果も持つ。特に、政府支出が既にかなり大きいときには、必ず貨幣保有の収益率と経済成長率を低下させる効果を持つことが示された。Barro and Sala-i-Martin (2003) ではクロス・セクション・データを用いて、経済成長率と様々な要因との実証分析結果を提示している。そのなかで既に言及したインフレと成長の負の関係の他に、政府支出と成長の間の負の関係も示されている。ただし、政府支出のGDPに対する比率が十分に小さいときには負の関係は成立しないが、支出が大きくなると負の関係が明確に現れることが明らかにされている。したがって、本論文の理論的帰結はこの実証結果とも整合的であるといえる。

以上の結果をまとめると、先行研究のように信用市場においてアドバース・セレクションが存在しなくても、貸し手が借り手に関する情報を十分に持っていないために貯蓄手段として貨幣を保有しなければならない状況では、実証分析と整合的なインフレ率と経済成長率の負の関係が成立することが本論文で明らかにされた。

補論

命題 1 の証明

(i) r_{t+2}^m の r_{t+1}^m に関する偏微分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta)}{\partial r_{t+1}^m} &= \frac{1}{\beta^\sigma(1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1})} \cdot -1 \cdot \left[(1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} \frac{1}{r_{t+1}^m} - 1 \right]^{-2} \\ &\quad \cdot -1 \cdot (1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} r_{t+1}^{m-2} \\ &= \frac{1}{\beta^\sigma(1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1})} \left[(1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} - r_{t+1}^m \right]^{-2} \\ &\quad \cdot (1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} > 0 \end{aligned} \quad (23)$$

(ii) さらに上の式を微分すると 2 階偏微分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta)}{\partial r_{t+1}^{m2}} &= \frac{1}{\beta^\sigma(1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1})} \cdot -2 \cdot \left[(1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} - r_{t+1}^m \right]^{-3} \\ &\quad \cdot -1 \cdot (1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} > 0 \end{aligned} \quad (24)$$

命題 2 の証明

r_{t+2}^m の θ に関する微分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta)}{\partial \theta} &= \frac{1}{\beta^\sigma(1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1})} \cdot -1 \cdot \left[(1-\theta)(1-\alpha) \frac{\theta+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} \frac{1}{r_{t+1}^m} - 1 \right]^{-2} \\ &\quad \cdot (1-\alpha) \frac{1}{1+\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}} \frac{1}{r_{t+1}^m} [1-\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}-2\theta] \end{aligned} \quad (25)$$

したがって、

$$\frac{\partial r_{t+2}^m(r_{t+1}^m, \theta)}{\partial \theta} \geq 0 \Leftrightarrow [1-\beta^\sigma\rho^{\sigma-1}-2\theta] \leq 0 \quad (26)$$

という関係が成り立つ。

参 考 文 献

- (1) Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (2004), *Economic Growth* (2nd edition), MIT Press. (大住圭介 訳 (近刊), 『内生的経済成長論 (第 2 版) I・II』, 九州大学出版会.)
- (2) Boyd, J. H. and R. Levine and B. D. Smith (2001), "The Impact of Inflation on Financial Sector Performance," *Journal of Monetary Economics* 47, 221-248.
- (3) Bruno, M. and W. Easterly (1998), "Inflation Crises and Long-Run Growth," *Journal of Monetary Economics* 41, 3-26
- (4) de la Croix, D. and P. Michel (2002), *A Theory of Economic Growth: Dynamics and Policy in Overlapping Generations*, Cambridge University Press.
- (5) Grossman, G. M. and N. Yanagawa (1993), "Asset Bubbles and Endogenous Growth," *Journal of Monetary Economics* 31, 3-19.
- (6) Hung, F-S. (2001), "Fiscal, Monetary, and Reserve Requirement Policy in an Endogenous Growth with

- Financial Market Imperfections,” *Journal of Economic Development* 26, 61-82.
- (7) Hung, F-S. (2003), “Inflation, Financial Development, and Economic Growth,” *International Review of Economics and Finance* 12, 45-67.
- (8) Huybens, E. and B. D. Smith (1999), “Inflation, Financial Market and Long-Run Real Activity” *Journal of Monetary Economics* 43, 283-315.
- (9) McCandless, G. T., Jr. (1991), *Introduction to Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press.
(川又邦雄・國府田桂一・酒井良清・前多康男 共訳 (1994), 『動学マクロ経済学』, 創文社.)
- (10) Romer, P. M. (1986), “Increasing Returns and Long-Run Growth,” *Journal of Political Economy* 94, 1002-1037.