

遺伝的プログラミングを基礎とするマルチエージェントシステムによる人工市場分析：人工市場比較分析を通じて

呂，建軍

<https://doi.org/10.15017/3000362>

出版情報：経済論究. 120, pp.175-191, 2004-11-25. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：



遺伝的プログラミングを基礎とするマルチエージェントシステムによる人工市場分析

——人工市場比較分析を通じて

呂 建 軍

1 まえがき

近年、市場の激しい変動をさらされた株式市場に見られるように、市場参加者である人間の心理の効果が特に注目されている。しかし、合理的な人間のみが存在するこれまでの伝統的な経済理論では、過度に理想的で非現実な市場が仮定されており、市場参加者の個人特性の違いの心理的側面を軽視していた。このような現状からより現実的な市場のモデルを目指した人工市場 (artificial market) 研究と呼ばれるアプローチが現れた [1]。

本論文は、これまでの人工市場に関する主な研究手法や成果の分類を分析することを通じて、遺伝的プログラミング (Genetic Programming: GP) に基づく情報処理機能をもつマルチエージェントシステムによる人工市場研究分析を行う。このシステムにおいては、単独の種類のエージェントだけではなく五つの種類のエージェントを導入すること、そのなかでは非合理的なエージェントの存在を仮定し、創発の現象との関係を考慮していること、更に、知識ベースを独立したものほかに、共用の知識ベースへのアクセスを行うことを保証するメカニズムを取り入れている。

これまでの研究において、人工株式市場をエージェント理論を用いて解析することや、サービスファシリティにおける振動現象の解析が個別的に行なわれている [4]-[6]。しかし

ながら、情報処理機能をもったエージェントによるモデル化とこれにより形成される市場における振動現象をとりあつかったものはない。

本論文は、このような経済社会における振動現象 (以下では、需給プライシングとよぶ) について、遺伝的プログラミングによる情報処理機能をもつマルチエージェントによるモデル分析の方法を示す [7] [10] [12]。そのため、従来行なってきた人工株式市場のモデル分析の手法を拡張する [7]。

社会学習を考慮したマルチエージェントシステムにより形成される市場の需給プライシングのカオス性分析をとりあげ、システム記述のパラメータとの関係を求めその特徴を分析する。これまで、カオス力学系など方程式系を用いたカオス生成の事例はあるが、現実のシステムでカオス性が観測されるのは興味深い。また、現実の市場の需給プライシングにみられるフラクタル性との関連を分析する。

次に、カオス性を基本的な波形としながら、ランダムな行動をするエージェントを加えることにより、現実の市場に存在する時系列におけるフラクタル時系列の発生を示すことが出来る。この要因を、エージェントが意思決定するために用いる個体の選択方法とエージェントの構成比率から分析している。

以下、2.では現在行っている主な人工市場研究を述べ、様々な研究主体と対象を比較分析する。3.では、現在での人工市場研究の主な手法について述べる。4.では、現在行っている工市

場研究の主なマルチエージェントシステムを比較する。5.では、遺伝的プログラミングを基礎とするマルチエージェントシステムによる人工市場分析を行い、6.では、市場需給プライシングの特徴づけとモデル化を述べ、7.では、エージェントの特性と時系列のカオス性を分析する。最後に、8.では、需給プライシングのフラクタル性を分析する。

2 現在行われている主な人工市場研究の比較分析

人工市場モデルでは、市場への参加者個人の行動というミクロなレベルから市場全体にみられるマクロ現象との関係の解明を目指している。ミクロからマクロまでの以下の3つの特徴により人工市場研究の研究手法や成果を論じていく [20]。

エージェント：人工市場内では、市場参加者であるエージェントが複数存在して経済的な交換や投資、学習や相互作用を行う。各エージェントは、何かしらの情報を入力として受取り、自分なりのルールに基づいて行動決定を行い、売買行動などを出力する。

市場構造：人工市場は経済的な市場構造のモデルである。価格決定のメカニズムとしては、主に、実際の市場のように売り手と買い手が出会って個別に売買が成立していく相対型と、市場全体の需要と供給をいったん全て集めて需給が釣り合うところに価格（レート）が決定される均衡型の2種類にわかれる。

分析対象：人工市場研究がシミュレーション結果の解析を行い、金融市場のマクロ的な特徴の分析とミクロな行動とマクロ現象との関係の解明を目的としている。

1. 計量経済モデルとGA: Arifovic

従来の計量経済学的なモデルに遺伝的アルゴリズムを適用した。各エージェントが来期への貯蓄高と今期の資本の自国資本と外国資本への分配の割合を決定し、マネタリー均衡から導出された線形式でレートが決定される。

1.1 エージェント

- (a) 出力：来期への貯蓄高，今期の資本のポートフォリオ。
- (b) 構造：30桁のビット列。
- (c) 行動決定：20桁で来期への貯蓄高を10桁でポートフォリオを表す。
- (d) 学習：効用を適合度とする遺伝的アルゴリズム。

1.2 市場構造 マネタリー均衡から導出された線形式でレートが決定される。

1.3 分析対象 価格変動が大きいことの解析と人間を使った実験市場との比較。

2. 貨幣の自生と自壊：安富ら

n種類の財が存在する財市場でエージェントがみずからの効用と他エージェントの需要構造を考慮して財の交換を行う。

2.1 エージェント

- (a) 入力：他のエージェントの需要構造。
- (b) 出力：n種類の財への需要。
- (c) 構造：n種類の財の所有状況，n種類の財の効用，他のエージェントの需要構造に関する見方を表現するベクトル。
- (d) 行動決定：自分自身の効用が高い財，もしくは他のエージェントからの需要が高い財を欲する。
- (e) 学習：財の交換の時に相手のエージェントと需要構造に関する情報を交換し，相手の情報と平均化して更新する。

2.2 市場構造

生産フェーズと交換フェーズがあり，交換

表1 各人工市場の特徴

主体	エージェントの表現	構造	分析対象
Arifovic	貯蓄高と資本分配	線形	価格変動の大きさ
安富	財の所有状況, 効用, 需要構造	相対	貨幣の生成, 崩壊
高安	希望価格, 売り手か買手か	相対	確率過程近似, 変動分布
Lux	予想タイプの違い	均衡	変動分布, 時系列的特徴
水田	生産家か投機家か	均衡	シグナルと市場の安定性
Arthur	100個のIF-THEN式	均衡	合理的期待仮説と比較
Chen	過去の株価と関数の木構造	均衡	経済理論の検証
和泉	17種類の予想材料の重要度	均衡	創発現象, 意思決定支援

フェーズの時ランダムに選ばれたエージェントが自分が欲する財を最も多く所有したエージェントを指名し, 2 人の間でうまく需給が釣り合ったら交換が発生する。

2.3 分析対象 n 種類への財の需要が平均しているような物々交換経済から, ある財のみが突出して欲せられて交換の媒体となる貨幣経済の発生と崩壊を分析している。

3. 価格変動の統計物理学: 高安ら

決定論的なディーラーが構成する人工株式市場をつくり, その結果を確率的なマクロモデルで近似し, 変動の分布など現象を解析している。

3.1 エージェント

- (a) 入力: 過去の価格変化量。
- (b) 出力: 希望価格。
- (c) 行動決定: 売り手は手持ちの株を売ることができるまで希望価格を下げ続け, 買手は株を入手できるまで希望価格を上げ続ける。

3.2 市場構造 最大の買値 > 最小の売値の場合, 個別に相対取引で価格決定。

3.3 分析対象 確率過程による近似と価格変動の分布の解析。

4. サンタフェ研究所の人工株式市場: Arthurら

複数のIF-THEN式の集合で表されるエージェントによる人工株式市場でシミュレートされた価格と, 従来の合理的期待仮説が成立した

場合の価格と比較を行った。

4.1 エージェント

- (a) 入力: 市場の状態。
- (b) 出力: レートがいくらだったら, どれほど売り買いするかというオーダー。
- (c) 構造: 100個の予測ルール (IF-THEN式)。
- (d) 行動決定: 現在の市場の状態が条件部にマッチする予測ルールで予測し, 期待利得が最大になるように取引をきめる。
- (e) 学習: 遺伝的アルゴリズム (クラシファイヤシステム)。

4.2 市場構造 市場全体の需要と供給が均衡する値に価格が決定される。

4.3 分析対象 合理的期待仮説との比較と予想方式の変化。

5. 時系列的特徴の分析: Lux

ファンダメンタリストとチャートリストの2種類が存在する人工株式市場で, 実際の市場でみられる価格の時系列的特徴の再現と解析を行った。

5.1 エージェント ファンダメンタリストとチャートリストの2種類が存在。

- (a) 入力: ファンダメンタルズ価格。
- (b) 出力: 注文量。
- (c) 行動決定: 現在の価格とファンダメンタルズ価格の差により売買決定。
- (d) 学習: 市場全体の多数意見とそれぞれの予

想の仕方による利得の差により、エージェントはファンダメンタリストに変わるかチャートリストに変わるか決める。

5.2 市場構造 価格決定は需給が合うところまで、値段を上げ下げする。

5.3 分析対象 価格の時系列データの定常性と価格データのカオス的特性および価格変動の分布の尖度。

6. 財市場と価格シグナル：水田ら

生産消費を行う生産エージェントと市場の売買によって利益を得る投機エージェントが存在する人工の財市場をつくり、バブルのシミュレーション、エージェントにフィードバックさせる価格シグナルの種類と市場の安定性との関係を分析した。

6.1 エージェント 生産エージェントとバリュートレーダー、トレンドトレーダーの3種類が存在する。

(a) 入力：最適な在庫量（生産エージェント）、価格推移（バリュートレーダー）、均衡価格の1回差分（トレンドトレーダー）。

(b) 出力：生産（生産エージェント）、売買量（全エージェント）。

(c) 行動決定：最適な在庫量になるように売買決定（生産エージェント）、前回の価格がそれまでの移動平均価格よりも安ければ買い、高ければ売る（バリュートレーダー）、トレンドが上昇なら買い、下降なら売り（トレンドトレーダー）。

6.2 市場構造 市場全体の需要と供給が均衡する値に価格が決定される。

6.3 分析対象 バブルの発生とエージェントへのフィードバック情報と市場の安定性の関係。

7. 経済理論の検証：Chenら

遺伝的プログラミングを用いた人工株式市場

のシミュレーションにより、合理的市場仮説や効率的市場仮説などの従来の経済学で金融市場についていわれていたいくつかの仮説の検証を試みている。

7.1 エージェント

(a) 入力：過去の株価と配当。

(b) 出力：予測値。

(c) 構造：端点が過去の株価と配当、途中が算術関数である木構造。

(d) 行動決定：予想価格を基に期待利得が最大になるように取引をきめる。

(e) 学習：遺伝的プログラミング。

7.2 市場構造 市場全体の需要と供給が均衡する値にレートが決定される。

7.3 分析対象 合理的期待仮説の検証と効率的市場仮説の検証、および価格変動の複雑度の現実の市場との比較。

8. 現実世界の解明と適用：和泉ら

現実のディーラーへのインタビューを基につくられたエージェントによる人工外為市場により、現実の市場にみられる創発現象（バブル、変動分布）のメカニズムの解析や為替政策の意思決定支援システムの構築を行っている。

8.1 エージェント

(a) 入力：経済的ファンダメンタルズやチャートトレンドや要人発言などの17種類のレートの予想材料。

(b) 出力：レートがいくらだったら、どれほど売り買いするかというオーダー。

(c) 構造：17種類の予想要因の重要度の列。

(d) 行動決定：予想要因に関するニュースを自分の重要度で加重平均をとり将来のレートを予想し、予想レートを基に期待利得が最大になるように取引をきめる。

(e) 学習：遺伝的アルゴリズム。

8.2 市場構造 市場全体の需要と供給が均衡

する値にレートが決定される。

8.3 分析対象 レート変動の分布のメカニズムの解明と意思決定支援システムの構築。

3 人工市場研究の主な手法

3.1 Fuzzy

ファジイ理論 (fuzzy theory) は、確定的な現象や確率で定義される現象とも異なる、あいまいさを具体的に表現する方法であり、英語では possibility として表現されている。特に、あいまいを言語で表現することに大きな特徴があり、物の大小を比較する場合にも、「おおよそ10」とか「少し小さい」などの記述が可能となる。従って、人間に理解されやすい直接的な表現を用いて判断ルールや制御アルゴリズムを記述する方法として便利である [31]。

ファジイの大きな特徴は、主観的なデータや知識の取り扱いに優れていることである。人間の知識の多くは言語を使って表現できることから、知識表現の意味でヒューマンインターフェースに優れているといえる。また、知識やルールには厳密性が要求されないのが、扱いが楽であるという大きな利点がある。しかし、ファジイの問題点も少なからずあるので、その解決策として、多くの利用可能な技術（ニューラルネットワーク、遺伝的アルゴリズム、従来からある人工知能や数学的手法など）との効果的融合が検討されている。

3.2 GA

遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) は生物の遺伝子に作用する各種の遺伝子操作を模倣して、この方法を数理的に定式化された問題を解く手法として応用するものであり、現在でも、さまざまな分野で、また種々の問題

解決に適用されている。GAの原理を簡単に述べれば、与えられた問題の解を遺伝子（あるいは個体ともよばれる）として複数個準備しておいて、これらの遺伝子が与える問題解決への貢献度（例えば最大化問題であれば関数値が大きなもの）を計算し、これらの中で貢献度の高いものどうしを取り出し、そのペアに対して遺伝子操作を行い、次の世代における個体として残していく。貢献度の高い個体に対して遺伝子操作をすることにより、より良好な解を与えるとといった方針のもとで生成操作が実行される。このような操作を繰り返すことにより、最終的に望ましい解を得ることができる [31]。

GAは遺伝子操作にいくつかのバリエーションがあり、これらをどのように選択するかの問題は残るが、最適化の方法としては、従来の非線形最適化の逐次近似手法などと比べても相対的に簡単であり、取り扱いやすい方法である。また、制約条件を満足しない解（個体）は次の世代に生き残れないことにすれば、実現できる。非線形最適化問題を解く場合に常に問題となることは、逐次近似の過程で局所的な最適解へと収束してしまい、これ以上大域的な解へは収束しないケースが発生することがあるが、これに関しても、遺伝子に突然変異を導入することにより、回避できる可能性がある。

3.3 GP

遺伝的プログラミング (GP: Genetic Programming) は、遺伝的アルゴリズム (GA) の遺伝子型を構造的な表現が扱えるように拡張し、プログラム生成や学習、推論、概念形成などに応用することを目指している。一般的なGAが一次元配列を扱うのに対して、GPは木構造で個体を表現することにより、決定木・グラフ等の知識表現の獲得や、関数・プログラムの

自動生成など、階層的な表現能力を要する問題を直接的に扱えるという利点を持つ [31]。

最初に関数を木構造で表現することとし、1つの個体が1つの関数近似に対応する。木構造の表現として、演算記号と演算子を適切な順序に一系列にならべる表現である前置表現 (prefix representation) を用いる。個体の関数値を計算するには、変数に値を与えて解釈する。

一方、個体の初期値および2つ個体を部分的に切断して交差処理により相互に接続する処理の結果として生成される個体が、関数を表現しているかどうかをチェックする目的のため、Stack Count という変数を導入する。Stack Count は、スタックの中に存在する演算子の数から、演算記号の数を引いた数値である。従って、前置表現において、その途中まで、この Stack Count をかぞえて、その数値が同じであれば、この位置で2つの個体を切断し交差処理をしても、意味のある方程式表現を与えていることになる。

以上のような準備のもので、GPを適用するアルゴリズムを整理すると以下ようになる。

(ステップ1)：個体に初期値の生成

最初の個体の集合 (プール) を乱数を基にして発生させる。この場合、すでに述べた Stack Count を用いて、関数として意味をなすものが得られるまで繰り返す。

(ステップ2)：個体の適応度の計算

すでに述べた関数近似における予測値と観測値との2乗誤差の逆数を個体 i の適合度 S_i として定義する。個体を適応度の大きい順に並べかえておく。

(ステップ3)：交差処理

適応度に比例した確率で2つの個体を取り出し、交差処理を実施する。交差処理では、乱数を1個発生させておいて、一方の個体の切断個

所とし、ここまでの Stack Count の値を計算する。このうち、もう一方の個体の Stack Count を計算しながら、同じ Stack Count の値となる場所を検出し、これらから任意に1個を選択して切断位置を決める。このようにして新しい個体を生成し適合度の低い個体と入れ替える。この操作を規定回数実施する (例えば、全体の20% が入れ替わるまで実施している)。

(ステップ4)：突然変異

GPにおける突然変異として、次の2つのものを用いることとし、一定の確率で適用する。

グローバル突然変異

ある個体 (木構造) I により置き換える方法である。もとの木構造は、やや複雑なものへと変化する。

ローカル突然変異

木構造の葉の部分で、別の変数に置き換える操作である。あるいは、木構造における根の部分に相当する原始関数を、別のものに置き換える操作であることもある。

GAとGPを比較すると、GAによる最適化が、もっぱら数値最適化や組合せ理論における最適化に向いている。それに対して、GPでは、いわゆる言語的な記述により最適解を表現することが可能となる。複雑系の挙動を、言語として表現する手段を与えようと言える。

4 人工市場研究とエージェントモデル

人工市場研究では、エージェントを中心とする人工市場モデルは、主に単独行動モデルとマルチエージェントモデルに分類されている。

単独行動モデルはエージェントにすべての判断機能を持たせるのは、データ量の問題があるため、機能を分割してコンディショニング、アクション

ンルールを持たせる場合が多い。人間にも、生まれつきの反射作用がある。何らかの知覚から、現在の状況と一致するルールを見つけ、それに関係する行動をとっている。このような反射エージェントは、非常に効率的ではあるが、適応範囲は狭くなる。

単独行動モデルには主に、情報探索を助けるエージェントとして定義される情報エージェントと、組織の知識ネットワークについての質問に自動的に答えるために設計されたIKNOW (Inquiring Knowledge Network) と、エージェントモデルを社会行動に対応させようという社会行動モデルがある。

さまざまな社会行動をとるエージェントを多数集めて、その現象を分析するモデルとして、マルチエージェントモデルがある。マルチエージェントによって人工的な市場を構築する研究では、主として次のような研究が行われている。

1. U-Mart：経済学と工学の学際研究への利用を目的に共通のテストベッドとして開発されている人工市場システムである。現実存在する株式指数を対象とした先物取引を行うことで、現実経済の複雑さをシステム内に生成される仮想先物市場に反映させる点に特徴がある。作られた市場においてどのエージェントの戦略が最も利益を生じさせるかを観察しており。人工エージェントと人間によるエージェントの混在を認める [19]。

2. 経済物理学 (Econophysics) 的アプローチ：Econophysics (経済物理学) とは、物理学の視点から経済現象を実証的に解明する新しい分野である。研究はあらゆる過去のデータを詳細に分析し、現実を忠実に反映した経験則と理論とを確立することから始める、システムのフラクタル性の解析を行っている。econophysicsの研究テーマは現在のところ、市場価格の変動

と会社のサイズ分布に分けて二つある [20]。

3. X-Economy System：マルチエージェントの情報交換場としてのプラットフォーム、国際貿易ゲーム的要素の強いものである [21]。

主に、学習エージェントの外部情報解釈と市場のマクロ構造の関係性に関する研究、ポートフォリオに基づく分散投資エージェントの設計と市場のマクロ構造の関係性に関する研究、国際貿易モデルにおける基軸通貨の発生と市場の安定性に関する研究、板寄せ・ざらばに基づく市場制度の違いが人工市場の変動に与える影響に関する研究などを行っている。

4. 「Boxed Economy Simulation Platform」(BESP) とは、経済社会を多数のエージェント (自律的主体) の相互作用からなるシステムとしてモデル化する「エージェントベース経済モデル」のシミュレーションを、作成・実行・分析するためのプラットフォームである [22]。

BESPは第一に、研究プロセスを一貫して支援するための統合環境を提供する。第二に、モデルやツールのコンポーネントを再利用し拡張するための仕組みを提供する。また、プログラミングを軽減する仕組みを提供する。

5. 逆問題的アプローチ：長尾研 (東工大・横浜国大)：マルチエージェントのグループ行動の進化的手法である DG (Automatically Defined Groups) 法を、人工株式市場の構築に適用する研究である。似通った投資戦略をもったエージェントを同一グループに属するとみなすことによって、もっともらしい挙動を示す人工株式市場における、投資戦略のグループ構成について検討する。現実の市場に近い挙動を示すマルチエージェントシステムの構築を目指している [23]。

6. 米国の複雑系研究所として知られているサンタフェ研究所による Santa Fe artificial

stock marketとよばれるマルチエージェント人工株式市場。GAを利用して現実の株式市場における株価と似た性質をもつことを統計解析により示している [24]。

7. Chenらの研究が、Santa Fe artificial stock marketと似ているが、主にGPを導入している交易者モデル、価格決定モデル、自己適応モデルを含む分析的なモデルを研究しており、株式取引のemergent問題の解決が得意である [25]。

8. Giulia Ioriらは、異種のトレーダーを持っているモデルを提案する、このモデルは、いくつかの株式市場のリターンを説明できる。モデルでは、同期結果（それらはリターンに大きな変動を生成する）が純粋にトレーダーの間のコミュニケーションおよび模倣から発生することができる。このモデル中の重要な要素は価格変動を応じて、将来の取引上のフィードバック・メカニズムを作成し、クラスタリングを生成する貿易摩擦の導入である [26]。

9. A. G. Zawadowski, R. Karadi and J. Kertesz は Lux-Marchesi というマルチエージェントで株価の振動現象を基本の価格下落に対する反応と比較し、このマルチエージェントが株価の実データの重要な特徴を生成できる。この研究の目標は変動、および金融市場の外部効果に対する反応を比較することである。このモデルの特徴は、パラメータの変更がこの骨組内の変動および応答（基本の価格変動への）を比較するために引き起こした時、この特性の相対的な強健さと重要な特徴を再生できる [27]。

10. 「El Farol bar」モデルは最も簡単なものの、いわゆる「minority games」である。このようなモデルが主なメカニズムを捕らえるのに適切であるが、経済学への詳細な対応は見つけないのが難しい [28]。

11. Kiyotake-Wright modelはエージェントの行動モデルである。エージェントの自律的挙動、自己最適化の行動は、便益に関する関数を定義し、これを最大化する解から選択するほかに、ランダムな行動も仮定される。また、市場における決定ルールに関しては、例えば数量と価格の関係などの規範を用いている [29]。

12. 人工的な為替レートに関するJ. Arifovicによる研究では2つの国をエージェントとして仮定し、これらがそれぞれ世代重複モデル（overlapping generation model）による行動を行うことによるシステム記述を行っている。エージェントの最適化、学習行動として用いている。このエージェントシステムを用いて為替レートの安定性や、その不安定化の要因を分析している [30]。

5 GPを基礎とするマルチエージェントシステムによる人工市場分析

5.1 GPによるエージェントの情報処理機能

本論文では、市場へかかわる行為者を過去のデータに基づいて情報処理を実施する機能をもつエージェントとしてモデル化する。

経済社会における情報システム構築のためのマルチエージェントシステムモデル化には、さまざまな方法論が考えらるが、仮想的な市場を仮定し、その中で、複数のエージェントが登場するモデルを考察する[7]。多様なエージェントが共存するのがこのシステムの特徴であり、具体的には3つのタイプのエージェントが仮定されている。更に、これらのエージェントは自分の専有の予測モデルの集合（モデルベース）を所有するほかに、場合によっては共有するモデルベースからの知識を利用することができるかと仮定している。

3つのタイプのエージェントは、次のように定義される。

(1) 第1, 3類のエージェント

第1, 3類のエージェントの特徴は、次の時期での需給プライシングの予測を算術式により実施することである。これを、以下では、予測モデルにより行動するエージェントと呼ぶ。

第1類と第3類のエージェントの違いは、第1類のエージェントが自分の専有の予測モデルの集合(モデルベース)を所有するのに対して、第3類のエージェントは共有するモデルベースからの知識を利用する点である。具体的には、GPを適用する場合に、用いる個体の範囲を限定したり広げたりする操作により実現している[7][12]。第1類のエージェントは、通常は自分専用のモデルベースからの知識を利用するが、富の増加が低下して、知識ベースに問題を感じる場合には、共用のモデルベースからの知識の獲得を行う。しかし、前提として、第1類のエージェントは、もともと自分のモデルベースに自信を持っていると仮定しているので、共用のモデルベースへのアクセスの確率は低い(頻繁にはアクセスしない)と仮定しておく。

以下の議論では、ランダムに平均より有効性の高いルールを残していく方法をとることにする。すなわち、現在の環境では最適であるルールであったとしても、環境が変化した次の時期には、もはや有効なルールとはなりえないからである。このような方法論は、変化する環境への適応を主要な目的としているLCS (Learning Classifier System) において用いられ、その有効性が示されている[15]。

(2) 第2, 4類のエージェント

次に、第2, 4類のエージェントは、需給プライシングの予測をプロダクション・ルールに従って実施すると仮定する。これらのエージェ

ントをルールによって行動するエージェントと呼ぶことにする。すなわち、if-then型のプロダクション・ルールに従って、需給プライシングのルールを構成すると仮定し、このルールを学習により改善する方法としてGPを用いる。

第2, 4類のエージェントは、現時点まで観測された需要データなどを用いて、次の時刻に商品供給をすべきか否かを判断するルールを所有している。第2類のエージェントは、自分だけの専用のルール・ベースを所有しており、これを学習により改善していく。第4類のエージェントは、共用のルール・ベースを所有しており、共通の知識を利用しながら意思表示していく。

(3) 第5類のエージェント

最後の種類の第5類エージェントとして、以上の4つのエージェントとは異なる特徴をもったエージェントを仮定する。具体的には、これまでの4つのエージェントがいずれも合理的な算術式やルールに従って決定するのに対して、第5類のエージェントは、不合理な動きをすると仮定する。この第5類のエージェントは、市場分析において、投機的な動きをすると仮定し、確率的に購買の行動を行う。このため、市場の動きを観察しながら、商品需要を予測して行動する合理的なエージェントにはできない判断、あるいは不規則な変動に対応する方法を選択する可能性がある。

5.2 GPのモデル化

(1) 算術式による予測モデル

既に述べたように、第1, 3類のエージェントは、次の時刻 $t+1$ における需給プライシング $t+1$ を予測するのに算術式によるモデルを用いる。更に、GPにより算術式(予測モデル)を学習的に改善する。

表 2 演算子の意味

演算子	意味
$\min(t)$	過去 t 期間における需給プライシング最小値
$\max(t)$	過去 t 期間における需給プライシング最大値
$av(t)$	過去 t 期間における需給プライシング平均
$price(t)$	現在から期間 t 前の需給プライシング

GPにおける1つの予測モデルは、木構造で表現され、その非ターミナルノードには演算子の集合から選択された記号をおき、ターミナルノードには変数と定数をおく。演算子の集合として、次のようなものを仮定する。

$+$, $-$, $/$, $\times$, Exp, abs, sqrt, log, min, max, av, Price, dividend

木構造に等価である前置表現 (prefix representation) を用いることにより、処理方法を簡略化している。なお、それぞれ演算子の中で自明なものを除くものは、次の表2にまとめておく。

(2) GPと取引ルールの学習

第2, 4類のエージェントはプロダクション・ルールを用いて商品供給を決定する。プロダクション・ルールの表現方法として一般に用いられるif A then B型のルールを用いる。Aは条件部とか前件部とかよばれ、条件部の条件が満足された場合にかぎって実行部（あるいは後件部ともよばれる）に記述された命令が実施される。以下では、市場への商品供給のシグナルは結論部に書かれていると仮定し、供給が中止かを実行部に表している。

条件部は1つの論理式として記述されており、複数の命題 (statement) を論理記号で結合したものとなっている。更に、1つの命題は、2つの算術式を比較演算子で結合した形となっている。論理式も木構造で表現され、非ターミナルノードには論理演算子は配置され、ターミナルノードには命題が配置される。更に、命題

に含まれる算術式は、すでに述べた予測モデルにおける算術式と同様に、木構造で表現される。

以下では、個体を表現するデータ構造を、やや簡単化するため、論理式は2項論理演算に分解してされていると仮定する。すなわち、論理演算を記述する場合に、その論理演算の対象とする被演算子は2つに限定する。すなわち、複雑な論理演算は、被演算子2項からなる論理式で記述される。これにより、一般性は失われない。

この場合、個体表現には階層構造を用いることが便利であり、ルールの最上位を示すルールの全体構造、論理演算の表現を第1階層の個体（これを、レベル1の個体プールとよぶ）としておき、論理演算の対象となる算術式は別の個体として表現し、プール（これを、レベル2の個体プールとよぶ）を構成しておく。

個体の値の計算は次のように行われる。

算術式の値の計算

最初に、レベル2の個体である算術式を解釈する。学習サンプルとした与えられたデータには、変数の値が示されているので、これを変数に代入する。

論理式の解釈

算術式の値をレベル1の個体に代入したあとで、それぞれの論理式の値を計算する。比較演算子と、これが対象とする算術式があり、算術式の値はすでに分かっているので、論理値が求まる。

レベル1の個体の解釈

それぞれの論理式の値が計算されるので、個体の取りうる最終的な結果が計算される。

6 市場の需給プライシングの特徴づけとモデル化

市場の特性を考慮した場合に、1つの時刻における需給関係で決定される商品市場と、過去の需要と供給との累計で決まる商品市場の2つに分類できることが分かる。

以下では、このような2つのタイプの市場を仮定し、前者のような1つの時刻における需給関係で決定される商品市場を即時型市場、後者の過去の需要と供給との累計で決まる商品市場を累積型市場とよぶことにする。

(1) 即時型市場のモデル

最初の市場モデルとして、需要と供給による需給プライシングが即時的に決定されるケースを考察する。商品に対する需要が大きい場合には価格は上昇し、逆に需要が少ない場合には、価格は下落する。この様子を需給の差異として表現するモデルとして、次に示す式を仮定する。

$$p_{t+1} = p_t [1 + \beta(B_t - O_t)] \quad (1)$$

$$\beta(B_t - O_t) = \begin{cases} \tanh(\beta_1(B_t - O_t)), & \text{for } B_t \geq O_t; \\ \tanh(\beta_2(B_t - O_t)), & \text{for } B_t < O_t; \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $\beta_1(B_t - O_t)$ 株価変換のための関数を意味する。関数 $(B_t - O_t)$ は需要より供給が大きい場合と、その逆の場合で形状が少し異なると仮定している。式(2 a) (2 b) に示すように、これらの2つの場合の形状はパラメータ β_1, β_2 により調整している。

このように、それぞれのエージェントは自分の取引ルールに従って行動にすることで、需給プライシングが変動する。このような操作を繰り返す結果として、市場における価格の動きを実現することができる。

GPを適用する場合の個体の適合度として、過去のデータに対する個体の予測モデルの当ては

まりの良さを求め、これに比例した数値として定義する。具体的には、予測誤差の2乗の逆数であり、すなわち、予測誤差が小さいほど、その予測モデルに対応するGPの個体の適合度は上昇する。エージェント i が時刻 t で行なった予測 $\hat{p}_t^i$ と実現された需給プライシング p_t との間の誤差は、次のように計算できる。

$$e_{i,t} = (1-w)e_{i,t-1}^2 + w[p_t - \hat{p}_t^i]^2 \quad (3)$$

ただし、 w は重みであり、以下では $w=0.5$ としておく。株式市場を仮定した場合にはエージェントの最適な株式の保有数量は、次の式で与えられることが証明されている [16]。

$$X_{i,t} = \frac{\hat{p}_{t+1}^i - p_t(1+r_f)}{\lambda \sigma_{i,t}^2} \quad (4)$$

ここで、 r_f は預金などのむりスク (リスクフリー) 資産の利子率である。ここに示す $X_{i,t}$ は、第1, 3類のエージェントが保有したいと希望する株式の数量である。簡単化のため、 $\sigma_{i,t}^2 = e_{i,t}$ としておく。

なお、第2, 4類のエージェントについては、株を購入したいか売却したいかを論理値として決定するようなモデルとしているので、実際に購入 (売却) する数量は確率的に決めている。更に、第5類は購入も数量も確率的に決めている。これらを5種類のエージェントの購入 (売却) 希望数量を総計した量が市場での株式の需要を表す。

(2) 累積型市場のモデル

次に、市場での過去の商品供給が現在の需給プライシングに影響を与える累積型市場のモデルを導入する。これは、一般的な商品市場やサービスファシリティにおけるプライシングの基本となるモデルである [1] [2]。企業は市場の製品数量を予測しながら、供給するか止めるか (参入と退去: join/balk) を決定する。

単一の市場を仮定し、市場に存在する商品数

量は固定した値 f に加えて、これまで供給され売却されていない商品からなっているとする。

[1] [2]。最初に、企業がまとまってグループとして同じ行動をとる場合についてモデルを示す。企業は単位時間当たり Λ の率で商品を供給できるとする。簡単のため $\Lambda=1$ としておく。しかし、これらのすべてが市場の供給されるのではない。実際に市場に供給される商品の割合を表すもので、単位 時間当たりの率を λ で表すこれを実供給率とよぶ。

客がサービスを受けるための固定的な参加費用 (admission fee) を f とする。客がサービスを受けることにより得られるサービス価値 (service value) の分布関数を $F(x)$, $x>0$ とする。時刻 $t+1$ において、企業は商品を供給するか否かを意思決定をするが、この場合、市場の商品数量を推定する必要がある。これを固定された数値 f と、売却されないで市場に残っている数量との和で表現し、 p_t として記述する。

$$p_t = f + hW(\lambda_t) \quad (5)$$

この p_t をプライシングとする。 $W(\lambda_t)$ は待ち行列理論で用いられる待ち室での期待滞在時間を表し、 h は数量を変換するための定数である。これにより、式(5)は時刻において実供給率を λ_t とした場合の、市場での商品数量を表すことになる。

企業は市場における商品数量を正確には知らない。企業が時刻 t において推定した $t+1$ におけるプライシング推定値を π_{t+1} としておく。指数平滑型の予測 (推定) を用いた場合には、次のような関係になる。

$$\pi_{t+1} = (1-\omega)\pi_t + \omega p_t \quad (6)$$

ここで、 $0 \leq \omega \leq 1$ である。

次に、企業が自己適応的であることを前提として、参加/退去の決定原則について説明する。具体的には、企業は需給プライシングの予測値

が自己の基準より大きいときには商品を供給しないが一方、基準より小さいときには供給する。

この中間では比例した数量とする。例えば、次のようなものが用いられる。

$$\lambda = \Lambda \bar{F}(\pi) = \begin{cases} \Lambda & (0 \leq \pi \leq d); \\ \Lambda(a-\pi)/(a-d) & (d \leq \pi \leq a); \\ 0 & (\pi \geq a) \end{cases} \quad (7)$$

次に、これまでの単独企業の議論を複数のエージェントがそれぞれ自己最適な行動をとる場合に拡張する。それぞれのエージェントは算術モデルを用いて、観測されたデータから式(8)に示される待ち行列特性を推定すると仮定する。しかしこの場合、第1, 3類のエージェントと第5類のエージェントが存在し、エージェントごとに違いが存在することを仮定する。

実供給率の決定

それぞれのエージェント i は、他のすべてのエージェントも自己と同じ行動をとると判断すると仮定する。すなわち、エージェント i は式(5)を用いて指数平滑法により、次の時刻の数量を推定する。これを π_{t+1}^i で表す。次に、式(4)を用いて実供給率を確定する。

$$\lambda_{t+1}^i = \Lambda \bar{F}(\pi_{t+1}^i), \pi_{t+1}^i = (1-\omega)\pi_t^i + \omega p_t \quad (8)$$

エージェント i は、単純にエージェントの人数をかけて全体の到着率であるとみなす。決定された実供給率を、 λ_{t+1}^i で表す。

エージェントの推定する待ち行列モデル

エージェント i は、過去の観測データをもとにして、式(1)に示すシステムの待ち行列を推定する。これを、 $\hat{W}_t(\lambda)$ と表す。同時に、この推定値を用いて、次の時刻における数量を推定する。これを、次のように示す。

$$\hat{p}_{t+1}^i = f + \hat{W}_t(\lambda_{t+1}^i) \quad (9)$$

この値と、実際に生成された数量 p_{t+1} との間の差異をもとに、エージェントは、自己の決定

方法（予測式）の妥当性を検討し、GPによる改善を行なう。

7 エージェントの特性と時系列の caos 性分析

(1) カオス性発生の条件

以下では、エージェントの構成についてある条件が満足される場合には需給プライシングの時系列がカオス性をもつことを示す。その方法としてシミュレーションによる分析を用いる。時系列がカオス性を示す場合には短期的な時系列予測が決定論的な方程式を用いて、極めて正確に実施できる。

次のような3つの条件が成立する場合には、需給プライシングの時系列はカオスとなる。

第5類エージェントをシステムから除外する。第5類のエージェントを加えた場合には、生成される時系列には、常にランダム性が含まれるので、そのままではカオス性を示すことが極めて難しい。

それぞれのエージェントは適合度が最高となる個体を意思決定のために用いる。クラシフィカシシステムによる挙動を前提としているが、これも生成される時系列にランダム性を与える原因になっている。

GPを実施する第3, 4類のエージェントはそ

れぞれ第1, 2類のエージェントの個体から、最高の適合度をもつものだけを選択して構成する。前提も、ランダム性を排除するための条件であり、適合度が高い個体を確率的に選択して第2, 4類のエージェントの知識ベース(個体)を構成すると、カオス性が検証できない。

即時型市場の場合

シミュレーションのための初期条件を、次のように設定しておく。

エージェントの数：100。

エージェントの持つ個体プールの個体の数：それぞれ100。

学習のための株価：日経平均株価の100日分を用いて予測式とルールを生成する。

$\lambda := 0.01$

パラメータ β_1 および β_2 とは、 λ と、ほぼ、反比例する関係にあるので、以下では、パラメータ β_1 , β_2 だけについて検討する。

結果については、下にまとめられる。

また、パラメータ β_1 , β_2 を変えた場合の分岐図を、図1に示す。

良く知られているように、時系列のカオス的な挙動はダイナミックス（カオス力学系）における生成の初期値依存性がある。われわれは、Liapunov Exponentによる評価を行なう。以下では、パラメータ $\beta = \beta_1 = \beta_2$ を変更しながら、

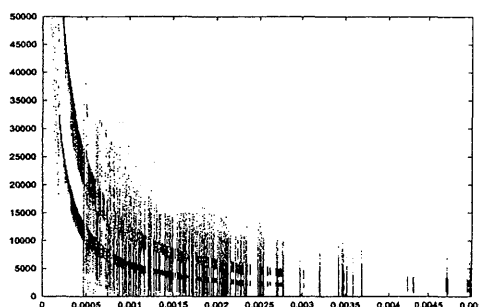


図1 β_1 , β_2 による分岐図

表 3 株価カオス性発生の β の範囲 $0.0005 < \beta < 0.9$

β	0.00005	0.0001	0.0005	0.001	0.005	0.01
mLE	0.168	0.0128	0.0160	0.00391	0.00205	0.0

Liapunov Exponentを計算する。更に、これらの結果から、最大のLiapunov Exponentをまとめる。これを示したものが表3である。

生成される需給プライシング時系列のリアプノフ指数を計算してみると、接線の傾き（つまり最大リアプノフ指数）が正であり、初期値依存性の特徴がみられる結果となる。

累積型市場の場合

シミュレーションでは、次のような仮定をおく。

エージェントの数：第1, 2, 3類のエージェントを最大100

μ の範囲：0.05～1.00の範囲で変化させる

固定費用： $f=1$

待ち行列特性：M/M/1, M/E(k)/1, M/G/1

GP適用頻度：10時刻（ステップ）ごとにGPを適用し改善をはかる

時系列がカオス性を示す範囲を求める。

この結果について、表4にまとめている。

(2) プライシングの分散制御

これまでの議論で明らかのように、それぞれのエージェントは時系列を観測しながら、システムの待ち行列特性をGPにより近似する行動を行なう。これにより、システムへの参加と退去が判断され、結果的にはシステム全体のプライシングが形成される。

以下では、エージェントが、それぞれ自身で適切な制御入力を加えて、安定点へと移行する制御を行なう。

いま制御を時刻 T_1 から開始し、時刻 T_2 において終了する。ここで微小な入力 $u(t)$ を $\pi(t)$ に対して加えて目標のレベル x_L へと移行させる方法を考える。

予測モデルにより待ち行列の長さの推定値 $\hat{W}_i(\lambda_{i+1}^i)$ を得ることができるため、式(8)により次の期のプライシング予測をそれぞれのエージェントが実施することができる。また、実到着率に制御入力 u_i を加えた時のプライシングを推定することができるため

$$\hat{p}_{i+1}^i = f + \hat{W}_i(\lambda_{i+1}^i + u_i) \quad (10)$$

この値と制御の目標値の誤差をもっとも小さくする u_i を各エージェントの制御入力とすることができる。すなわち、各エージェントが自己の到着率に制御入力を加えることにより分散制御を実施することができる。

このとき次に示す収束の評価値を定義する。これは目標値である x_L に依存している。

$$R(x_L) = \sum_{t=T_1+1}^{T_2} [\pi(t) - x_L]^2 / (T_2 - T_1) \quad (11)$$

ここで制御入力は次のように決まる。

$$u(T_1) = x_L - \pi(T_1) \quad (12)$$

このように制御目標のレベル x_L を変化させながら適切な入力である $u(T_1)$ を選択的に決めていく。図3, 4にはM/M/1システムの制御

表 4 プライシング時系列の最大リアプノフ指数

μ	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
M/M/1	0.0140	0.221	0.161	0.0858	0.0379	0.0535	0.0051
/E(k)/1	0.00388	0.280	0.528	0.657	0.0512	0.0414	0.185

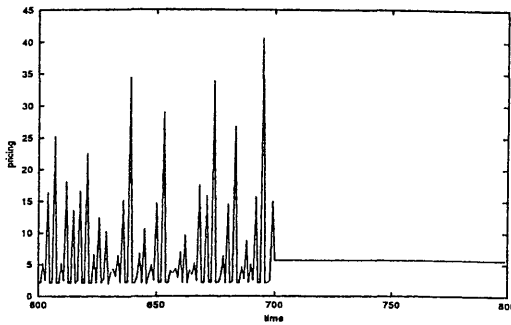


図3 分散制御の例

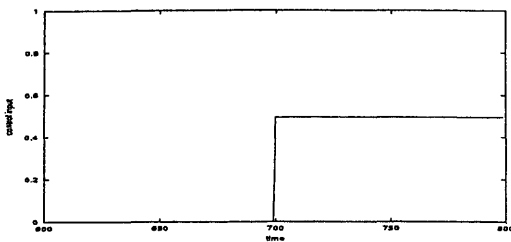


図4 制御入力の実例

の例, その時の各エージェントの制御入力の平均値をそれぞれ示している。

8 需給プライシングのフラクタル性分析

これまでの議論では第5類のエージェントをから除外し, 更にそれぞれのエージェントの選択する個体は, 最高の適合度をもつものだけを選択すると仮定した。以下では, この仮定を無くした場合には, 需給プライシングの時系列にフラクタル性が見られることを示す。

時系列がフラクタルであるかどうかを検証する方法として, ウェーブレット係数の分散を求め, これの対数を係数におけるdilation indexに従ってプロットするものを用いる。

与えられた時系列 $x(t)$ をウェーブレット変換することにより, ウェーブレット係数 x_n^m を計算する。

$$x_n^m = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi_n^m(t) dt \quad (13)$$

$\phi_n^m(t)$ はウェーブレット基本関数 $\phi(t)$ に対する次のスケール, シフト

$$\phi_n^m(t) = 2^{m/2} \phi(2^m t - 2^n) \quad (14)$$

ここで, m, n は, スケール変換, シフト変換のインデックス (dilation and translation index) である。

$x(t)$ がフラクタル性をもつことから, ウェーブレット係数 x_n^m の満たすべき条件として, 次の関係式が得られる [17] [18]。

$$\text{var}(x_n^m) = \sigma^2 2^{-7m} \quad (15)$$

この両辺の対数をとると, m について線形の関係式が得られる。この直線との2乗平方誤差 R_w の大きさによりフラクタル性を判定できる。

$$R_w = \left[\sum_m (\log(\text{var}(x_n^m)) - c_0 - c_1 m)^2 \right]^{1/2} / (MX_r) \quad (16)$$

ただし, c_0, c_1 は回帰直線を当てはめた場合の係数であり, M は添字 m の取り得る個数, X_r は観測期間における $\log(\text{var}(x_n^m))$ の最大値と最小値との差である。

以下では, われわれはLCSの影響を記述する方法を考察するが, この場合プールからの個体選択の範囲を変更することにより需給プライシングの時系列への影響を検証することにする。確率 p_s を定義しこれをプールからの個体の選択の確率として用いる。もともとのLCSシステムでは, 個体の適合度を計算し, 相対的に大きな適合度をもつ個体を N_c 個選択する。

われわれは, 第1, 2, 3, 4類のエージェントが, これらの N_c 個の上位の適合度から N_s 個までの個体を指定し, これらの中からランダムに1個を選択すると仮定しておく。従って, 確率 p_s は $p_s = N_s / N_c$ として定義される。いま,

表5 確率 p_s と R_w , D との関係

p_s	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	no lcs
R_w	0.00649	0.00781	0.0914	0.01392	0.0243	0.0138
D	1.613	1.765	1.782	1.747	1726	1730

もし、 $p_s=1$ であるとする、個体の利用方法は、もとのLCSシステムと同じとなる。もし、 $N_s=1$, $p_s=1/N_s$ ならば、LCSを排除することになり、エージェントは個体プールの中で最高の適合度をもつものだけを利用することになる。

シミュレーションの条件を次のように設定する。

エージェントの数：それぞれの類について 100

個体の数：100

パラメータ： $\lambda=0.01$, $\beta=0.1$

結果の概要を表5に示している。この表5では、フラクタル性を検査する指標である R_w を示している。

9 むすび

本論文では、これまでの人工市場に関する主な研究手法や成果の分類を分析することを通じて、遺伝的プログラミング (GP) に基づく情報処理機能をもつマルチエージェントシステムにより生成される需給プライシングのカオス性分析を行ない、その応用を示した。5つの種類のエージェントを導入し、GPによりプライシングを予測するエージェント、非合理的なものを仮定し、知識ベースを独立した、共用の知識ベースを準備した。ある条件のもとでは生成されるプライシング時系列がカオス性を示すことを述べ、パラメータとの関係を示した、更に、パラメータの変更によりこの時系列がフラクタル的になることを述べた。

今後、実際のサービス施設との対応関係の検証などを実施することにより、実際の人工市場分析の新しい方法論と制御法を展開する予定である。

参 考 文 献

- [1] H.L.Lee, V.Padmanabhan and S.Whang, "Information distortion in a supply chain: Bull-whip effect", Management Science, vol.43, no.4, pp.546-558, 1997.
- [2] H.L.Lee, K.C.So and C.S.Tang, "The value of information sharing in a two-level supply chain", Management Science, vol.46, no.5, pp.626-643, 2000.
- [3] J.H.Holland and J.H.Miller, "Artificial adaptive agents in economic theory", Learning and Adaptive Economic Behavior, vol.81, no.2, pp.365-370, 1992.
- [4] B.LeBaron, "Agent-based computational finance: suggested readings and early research", Journal of Economic Dynamic and Control, vol. 24, pp.679-702, 2002.
- [5] S.H.Chen and C.H.Yeh, "Evolving traders and the business school with genetic programming: A new architecture of the agent-based artificial stock market", Journal of Economic Dynamic and Control, vol.25, pp.363-393, 2001.
- [6] C.M.Rump and S.Stidham, Jr, "Stability and chaos in input pricing for a service facility with adaptive customer response to congestion", Management Science, vol.44, no.2, p.246-261, 1998.
- [7] 陳 曉榮, 時永祥三, "共進化GPを用いたマルチエージェントシステムの構成とその人工市場分析への応用", 電子情報通信学会論文誌, vol.E86-A, no.10, 2003.
- [8] Y. Ikeda and S.Tokinaga, "Approximation of chaotic dynamics by using smaller number of

- data based upon the genetic programming”, Trans. IEICE, vol.E83-A, no.8, pp.1599-1607, 2000.
- [9] Y. Ikeda and S.Tokinaga, “Controlling the chaotic dynamics by using approximated system equations obtained by the genetic programming Trans. IEICE, vol.E84-A, no.9, pp.2118-2127, 2001.
- [10] X. Chen and S.Tokinaga, “Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos”, Trans. IEICE, vol.E85-A, no.9, pp. 2107-2117, 2002.
- [11] 矢加部 正幸, 時永祥三, “遺伝的プログラミングを用いたCNNによる拡散モデルの近似と同期化への応用”, 電子情報通信学会論文誌, vol.E85-A, no.5, pp.548-559, 2002.
- [12] 池田 欽一, “共進化によるカオス常微分システムの推定”, 電子情報通信学会論文誌, vol.E85-A, no.4, pp.424-433, 2002.
- [13] J.R.Koza, Genetic Programming, MIT Press, 1992.
- [14] M.J.Keith and M.C.Martin, “Genetic programming in C++: Implementation issues”, in (ed) K. E.Kinnerar, Jr., Advance in Genetic Programming MIT Press, 1994.
- [15] L.B.Brooker, D.E.Goldberg and J.H.Holland, “Classifier system and genetic algorithm”, Artificial Intelligence, 40, pp.235-282, 1989.
- [16] S.Grossman, “On the efficiency of competitive stock market where traders have diverse information”, Journal of Finance, vol.XXXI, no.2, pp. 573-585, 1976.
- [17] G.W.Wornell and A.V.Oppenheim: “Estimation of fractal signals from noisy measurement using Wavelets”, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 40, no.3, pp.611-623, 1992.
- [18] 時永祥三, 森保 洋, 宮崎明雄, 島津宣之, “時系列のフラクタル性を用いた予測手法とその応用”, 信学論(A), vol.J79-A, no.11, pp.1793-1800, 1996.
- [19] 寺野隆雄, 出口弘, “社会科学におけるエージェント研究の動向と課題”, 情報処理学会「知能と複雑系研究会」/電子情報通信学会「人工知能と知識処理」研究会資料, (2002)
- [20] 和泉 潔, 植田 一博, “人工市場入門”, 特集「人工市場」, 人工知能学会誌, 15巻 6 号, 2000.
- [21] 川村 秀憲, 大内 東, “X-Economy System : マルチエージェントの情報交換場としてのプラットフォーム”, システム制御情報学会論文誌, Vol.0, No.0, pp.1-6, 0000.
- [22] <http://www.boxed-economy.org>, 2004.
- [23] www.nlab.sogo1.ynu.ac.jp/ynu
- [24] Arthur, W.B., Holland, J., LeBaron, B., Palmer, R., Tayler, P., 1997. “Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market” In: Arthur, W.B., Durlauf, S., Lane, D. (Eds.), The Economy as an Evolving Complex System II. Addison-Wesley, Reading, MA, pp.15? 44.
- [25] Shu-Heng Chen and Chung-Chih Liao, “Agent-based computational modeling of the stock price”, volume relation Information Sciences, Article in Press (2004)
- [26] Giulia Iori, “A microsimulation of traders activity in the stock market: the role of heterogeneity, agents interactions and trade frictions”, Journal of Economic Behavior Organization Volume 49, Issue 2, October 2002, Pages 269-285.
- [27] A. G. Zawadowski R. Karadi and J. Kertesz, “Price drops, fluctuations, and correlation in a multi-agent model of stock markets”, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 316, Issues 1-4, 15 December 2002, Pages 403-412.
- [28] D. Challet and Y.-C. Zhang, “Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game”, Physica A 246 (1997), p.407.
- [29] S. R. Aiyagari, “Fiat Money in the Kiyotaki-Wright Model”, Economic Theory, 1992.
- [30] Jasmina Arifovic, “Evolutionary dynamics of currency substitution”, Journal of Economic Dynamics and Control, Volume 25, Issues 3-4, March 2001, Pages 395-417.
- [31] 時永祥三, 2000年 9 月, 『複雑系による経済モデル分析』, 九州大学出版会.