日経平均株価に対する条件付き歪度変動モデルの構築とその適用

福井, 昭吾
九州大学大学院経済学府

https://doi.org/10.15017/3000323

出版情報：経済論究. 115, pp.69-82, 2003-03-15. 九州大学大学院経済学会

日経平均株価に対する条件付き歪度変動モデルの構築とその適用

福　井　昭　吾

1　現代ポートフォリオ理論における，歪度に関するこれまでの議論

Markowitzにより提案された平均－分散アプローチ（E-V法）は，現代ポートフォリオ理論の根幹をなす考え方である。E-V法とは，投資家が証券の評価を期待収益率の平均と分散にのみ基づいて行う，というものである。このアプローチは，以降様々な形で用いられることになった。例えば，オプション評価理論でも用いられている市場モデル（シングル・ファクター・モデル）

$$R=(r_f+\lambda\sigma)+\epsilon$$
$$\epsilon\sim N(0,\ \sigma^2)$$

（ただし，Rは株価の成長率，r_fは非危険利子率，λは単位リスクプレミアム，σはボラティリティである。）は，その理論的基礎をE-V法においている。

E-V法が広く用いられるようになるに従い，その妥当性について数多くの議論がなされるようになったのであるが，その1つに「平均と分散という2つのパラメータによるポートフォリオ評価の妥当性」というものがあった。すなわち，ポートフォリオの評価には，歪度や尖度などの，さらに高次の積率が必要ではないか，という議論である。高次の積率を考える場合，それらは(1)期待収益率の構成要素，(2)市場モデルの従う確率分布の形という2点に現れることになる。以下では，この2点について見ていくことにしよう。

Rubinstein(1973)は，投資家の期待効用に高次の積率が含まれる場合，期待収益率の構成要素としてそれら高次の積率が現れることを示した。また，Jean (1973) やArditti and Levy (1975) は，平均，分散に加えて歪度が存在する場合のポートフォリオ分析を行い，歪度が変化するとE-V平面上の効率性フロンティアも変化することを示した。これらの研究は，ポートフォリオ分析を行う際，高次の積率は決して無意味な存在ではないことを示したが，反面，大きな問題点をも生み出す結果となった。すなわち，高次の積率を考慮したポートフォリオ分析が，皮肉にも従来のE-V法の堅牢さを支持する結果となった点である。E-V法の場合，投資家の効用関数が，

$$\frac{\partial u}{\partial \mu}>0,\ \frac{\partial u}{\partial \sigma}<0$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial \mu^2}<0,\ \frac{\partial^2 u}{\partial \sigma^2}<0$$

という性質を満たす限り，すべての投資家に対して資本市場線はただ1つしか存在しない。ところが，3次の積率を考慮した場合，効用関数が

$$\frac{\partial u}{\partial \mu}>0,\ \frac{\partial u}{\partial \sigma}<0,\ \frac{\partial u}{\partial m_3}>0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \mu^2}<0,\ \frac{\partial^2 u}{\partial \sigma^2}<0,\ \frac{\partial^2 u}{\partial m_3^2}<0$$

$$\text{ただし，}\ m_3=\{E[(R-\mu)^3]\}^{1/3}$$

という，E-V法の場合と同様の性質を満たすものとすると，各投資家毎に異なる資本市場線が得られることになる。この場合，株価のデータから資本市場線を推定したとき，それは，もはや市場に共通のものではなくなる。具体的には，歪度が大きくなるほど，資本市場線の傾きは小さくなっていくことになる[1)]。この意味で，E-V法が，高次の積率を考慮した場合に比べてより堅牢であるといえよう。それでも，歪度を取り入れて分析を行うのは，投資家が歪度の高い証券を望むこと，そして，収益率の分布が歪みを持っている，という研究結果が示されたからである[2)]。

収益率の分布が歪みを持つか否かについては，それを支持する研究結果と，それに対する反証的な結果の両方がある。歪みの存在を支持する結果としては，例えば，Simkowitz and Beedles (1978) およびChunhachinda, Dandapani, Hamid and Prakash (1997) などがある。Simkowitz and Beedles (1978) は，549銘柄，252ヶ月のデータについて回帰分析を行い，資産価格の成長率の分布は右に歪んでいると結論付けている。また，Chunhachinda, Dandapani, Hamid and Prakash (1997) は週次データと月次データについてWilk-Shapiro検定を行い，週次データの場合，ほとんどの株価指数について，正規分布に従うという仮説は棄却されないものの，月次データでは，ほとんどの指数について正方向への歪みが見られることを示している。他方，反証的な結果の例として，Peiró (1999) がある。Peiró (1999) は主要な国の株価指数について，歪度が0となるか否かについてノンパラメトリック法による検定を行っている。その結果，各国の株価指数は，視覚的にも統計的にも歪度が0でないと結論付けることは出来ない，としている。

その一方で，条件付き歪度は一定ではないという研究結果も示されている。例えば，Singleton and Wingender (1986) よれば，歪度は常に正ではなく，時間に応じて変化することを示している。Hervey and Siddique (1999) もまた，アメリカ，ドイツ，日本の株価指数に対して，年次ごとの歪度について歪度一定の検定を行い，いずれの指数に対しても仮説は棄却されることを示し，従来のGARCHモデルに条件付き歪度の変動を説明する式を加えたGARCHSモデルを構築している。

歪度は，期待収益率と確率分布の形という2つの側面からポートフォリオ分析に影響を与えるため，その影響を無視することは出来ない。その一方で，上述した研究結果からは，歪度が存在するか否か自体が明確ではないという事実も存在する。そこで，次節では，日経平均株価の歪度および条件付き歪度について検定を行うことにする。

1）詳細については，Jean (1973) を参照。
2）例えば，Arditti (1967) を参照。

表１　日経平均株価成長率の確率的特性

	通常の成長率	対数成長率	通常の成長率 (休日明け除く)	対数成長率 (休日明け除く)
観測値数	679		504	
標本平均	−0.000892	−0.001025	−0.000968	−0.001094
標本分数	0.000266	0.000266	0.000253	0.000253
歪度	0.28525	0.20900	0.07599	0.01351
尖度	1.22545	1.16780	0.60697	0.65633
Jarque-Bera 統計量	51.69434	43.52632	8.22187	9.06149

2　歪度についての検定

日経平均株価は，2000年４月24日から2002年11月29日までのデータを用いることにする。これは，2000年に行われた大幅な銘柄組み換えの影響を除去するためである。また，以下の検定では，全営業日を対象とした成長率と休日明けを除いた成長率について考察している。これは，休日をはさんだ場合の成長率がそれ以外の日と比較して，ボラティリティが高いという理由からである[3)]。

表（１）および表（２）は，Peiróの用いた手法に基づいて行った，日経平均株価についての歪度の検定結果である。ただし，通常の成長率および対数成長率とは，それぞれ，

$$R_t=\begin{cases}\dfrac{S_t-S_{t-1}}{S_{t-1}} & \text{通常の成長率}\\ \ln S_t-\ln S_{t-1} & \text{対数成長率}\end{cases} \tag{1}$$

である。

表(１)は各成長率の基本的な特性値とJarque-Bera統計量について示している。特性値については，歪度と尖度に関して，全営業日を考慮する場合と休日明けを除く場合とで明らかな違いがある。特に歪度に関して，その相違は際立っているように見える。そこで，後のモデル構築ではこの相違についても考慮する。

まず，成長率の分布が正規性を持つことの検定を行う必要がある。Jarque-Bera統計量は，対象となる確率変数が正規分布に従うとき，漸近的に自由度２のカイ２乗分布に従うため，その棄却域は，有意水準５％のとき5.99，有意水準１％のとき9.21となる。表（１）では，全営業日を対象にした場合は有意水準１％で棄却され，休日明けを除いた場合は，有意水準１％では棄却されないものの，有意水準５％では棄却される。結果として，収益率の分布が正規分布に従うという帰無仮説は棄却される。そこで，歪度の検定方法として，ノンパラメトリック法の１つであるWilcoxon検定を行う[4)]。Wilcox-

3）例えば，ハル（1998）を参照。ただし，この文献では休日も取引日と同等であるとみなしている点に注意。
4）歪度の検定については，Kendall and Stuart（1958）にあるようなパラメトリックな方法もあるが，これは基となる分布が正規分布かつi.i.dでなくてはならない。しかしながら，直前にあるように成長率の分布に関する正規性の検定は棄却されるため，結果としてノンパラメトリックな方法に依らざるを得ない。

on検定は，本来，メディアンについての検定であるが，歪みのない分布では，常に「期待値＝メディアン」となるのに対し，歪みのある分布ではこれが成り立たないことを利用して，

$$H_0 : \mathrm{Median}(R_t) = E[R_t]$$

という帰無仮説の検定を行うのである。Wilcoxon検定の結果は表（2）に示している。帰無仮説のもとで，表（2）の z は漸近的に正規分布に従うが，4種類の成長率すべてについて，帰無仮説は棄却されない。これらの結果から，日経平均株価の収益率の従う分布が歪みを持つという仮説は採択されない。

続いて，条件付き歪度が一定か否かの検定を行う。具体的には，日経平均株価の成長率を定数項に回帰させた残差を3乗した系列についてACFを求め，各ACFに対してLjung-Box統計量を導出し，自己相関の有無を検定する。

表（3）は，比較として2乗系列および4乗系列のLjung-Box統計量も示しているが，すべての系列に関して，自己相関の存在が疑われる。この結果，条件付き歪度は過去の情報に影響を受けており，時間に関して一定ではないと考えられる。

そこで，次節では条件付き歪度が時間に応じて変動する場合の市場モデルを構築してみよう。

3　歪度が変動する場合の市場モデルの構築

前節で述べたように，日経平均株価の条件付き歪度は一定ではないと考えられる。Harvey and Siddique (1999) は，条件付き歪度に対して

$$s_t = \gamma_0 + \gamma_1 s_{t-1} + \zeta_1 u_{t-1}^3 \tag{2}$$

（ただし，s_t は t 時点の条件付き歪度，u_t は基となる回帰モデルの t 時点の残差である）というモデルを設定し，これを従来のGARCH (1, 1) モデルに組み合わせたGARCHS (1, 1, 1) モデルを提示した。表（3）からもわかるように，条件付き歪度は自己相関を持つと考えられるため，以下で述べるモデル構築でも，条件付き歪度の説明式としてこのモデルを用いることにする。なお，前節では，休日の影響を見るために休日明けを除く成長率と全営業日を対象とする成長率を用いたが，以下のモデルでは，全営業日を対象とする成長率を用いることにし，休日ダミーとして

$$NOBUS_t = \begin{cases} 1,\ \text{前日が非営業日} \\ 0,\ \text{それ以外} \end{cases} \tag{3}$$

表2　Wilcoxon検定の結果

	n	WilcoxonのT	z
通常の成長率	680	112724	−0.5944
対数成長率	680	113546	−0.433994
通常の成長率（休日明け除く）	504	62485	−0.350029
対数成長率（休日明け除く）	504	62862	−0.23478

表３　Ljung-BoxのＱ統計量

n	２次残差	３次残差	４次残差
1	0.3912*	0.4796*	0.0454*
2	7.1227***	1.6308*	1.1137*
3	29.8951	22.1430	24.3280
4	30.0491	22.1519	24.3354
5	30.4741	22.2468	24.3408
6	41.3193	39.8384	33.9508
7	58.0632	41.0913	37.1457
8	58.0633	41.3198	37.3183
9	58.2027	42.6894	37.3236
10	58.7124	43.5492	37.3398
11	58.8018	44.7539	37.3438
12	59.0224	45.0027	37.3871
13	67.0376	51.1100	39.3409
14	69.0959	51.2086	39.3570
15	70.9798	56.6988	41.4392
20	75.2371	62.2145	43.9440
25	79.3549	67.2197	44.8613
30	86.6944	67.5603	46.5347***
35	90.0936	67.8475	47.5246**
40	92.9048	68.5746	48.4717*
45	99.5451	68.8010***	49.3414*
50	103.4093	70.7944***	50.2495*
52	104.1632	71.8731***	50.5831*

*は有意水準10％でも採択。
**は有意水準５％でも採択。
***は有意水準１％でも採択。

を用いる。

モデルを構築する前に，日経平均株価のデータ特性について見てみよう。図３を見ても分かるように，当該期間のデータは負のトレンドを持っているように見える。そこで，日経平均株価に対してDickey-Fuller検定を行うと，

$$P_t = \underset{(2.71216)}{357.5251255} - \underset{(-2.37968)}{0.2473929}\,t + \underset{(124.74475)}{0.9770867}\,\Delta P_t$$

Dickey-Fuller's t statistics $= -2.92534$

Dickey-Fuller's $T(\rho-1) = -15.55813$

という結果が得られる。有意水準５％の棄却域は，ｔ値の場合と $T(\rho-1)$ の場合とで，それぞれ，

図1　2000年4月24日—2002年11月29日の日経平均株価

−3.66，−24.4であり，いずれのDickey-Fuller統計量もこの値を上回る。このため，日経平均株価はトレンド定常であり，かつそのトレンドは負の方向であると結論付けることが出来よう。

シングル・ファクター・モデルは，その前提として，株式を保持することで得られる収益が無リスク資産から得られる収益よりも平均的に大きい必要がある。ところが，当該期間の日経平均株価の場合，負のトレンドを持つことからその収益率は非危険利子率よりも小さくなるため，市場モデルを推定することで得られる単位プレミアムの推定値は負の値をとる。このような問題が起こる原因としては，日経平均株価の成長率が，本来，非危険利子率およびボラティリティ以外の要因にも影響を受けているにもかかわらず，その要因をすべて排除してしまった点にあると考えられる。そのため，この問題を回避するためにはそれらの要因を含んだマルチ・ファクター・モデルを用いるのが望ましいと考えられ，それにより，シングル・ファクター・モデルよりも有効な市場モデルを構築することが出来よう。

しかし，マルチ・ファクター・モデルを適用する場合，説明変数の設定という問題を解決しなくてはならない。マルチ・ファクター・モデルでは，期待物価上昇率や金利の期間構造といった変数が用いられるが，このような変数はその推計方法によって得られる値が異なるため，その推計自体が1つの問題となる。これに加えて，そもそも説明変数として何を用いるか，という点も問題である。マルチ・ファクター・モデルにおける説明変数の設定は，基本的にアナリストの主観にゆだねられているため，モデルの説明力はアナリスト自身の力量次第である。本稿では，あくまで条件付き歪度のモデル化に主観を置くため，マルチ・ファクター・モデルを用いることはせず，以下で述べるような代替案を用いることにする。しかし，現実の株価の変動を極めてよく捉えているようなマルチ・ファクター・モデルを得ることが出来るならば，それを用いることで，より望ましい市場モデルを構築する

ことが出来よう。

マルチ・ファクター・モデルを用いる以外に，この問題を回避する方法として，(1)データの期間を延長する，(2)市場モデルに定数項を与える，という2つが考えられる。

データの期間を延長する方法は，比較的容易に行うことができ，かつ，シングル・ファクター・モデルのままでも分析可能になりうる，という利点がある一方，いくつかの欠点もある。それは，ある程度データの期間を延長したとしても，負のトレンドが除去されない可能性がある点である。日本の場合，1990年前後に起きたバブル崩壊以降現在に至るまで，株価は，局所的な上昇はあるものの，基本的に下降の一途をたどっている。そのため，データの期間をある程度長くしたとしても負のトレンドは除去されないのである。例えば，1996年2月2日－2002年11月29日という期間の日経平均株価に対して単位根検定を行うと

$$P_t = \underset{(2.30921)}{137.4186451} - \underset{(-2.19241)}{0.0427956}\,t + \underset{(359.87316)}{0.9933397}\,\Delta P_t$$

$$\text{Dickey-Fuller's t statistics} = -2.41295$$

$$\text{Dickey-Fuller's } T(\rho-1) = -11.85541$$

という結果が得られる。有意水準5％の棄却域はt値の場合と $T(\rho-1)$ の場合とで，それぞれ -3.66, -24.4であるから，先のDickey-Fuller検定と同様，日経平均株価はトレンド定常かつ，負のトレンドを持つと考えられる。

この問題に対して，さらに期間を長くするという対処法が考えられるかもしれない。その場合，新たに構造変化の問題が表れることになるだろう。日経平均株価の場合，経済構造の変化や景況の良し悪しといった巨視的なものから，銘柄組み替えや取引にかかわる法制の変化といった微視的なものまで，構造変化に関わる数多くの要因が挙げられる。このため，期間を長くとるほど，これらの要因もより多く現れることになり，結果として構造変化を考慮したモデルを考える必要がある。しかしながら，上述したような構造変化をすべて説明しうるような市場モデルを構築することは極めて困難であろう。

一方，定数項の導入は，いわば「消極的なマルチ・ファクター・モデル」であると考えられる。すなわち，定数項を市場モデルに含めることは，非危険利子率およびボラティリティ以外の要因が株価の成長率に影響を及ぼしている事実は認めるものの，その要因を特定せず，かつ，時間に関して一定であると置くことと等価なのである。この方法であれば定数項部分で負のトレンドを説明することが出来るが，あくまで「消極的」であるため，マルチ・ファクター・モデルに比べて，その説明力は大幅に落ちる。

これらマルチ・ファクター・モデルに対する代替的手法は，そのいずれも大きな欠点があるが，以下で行うモデルの構築では後者の方法を用いることにする。もちろん，先に述べたように，この方法はあくまで条件付き歪度の変動に主眼を置くための代替案に過ぎない。

第1節において，歪度が効用関数に含まれる場合，その値に応じて資本市場線の傾きが変動し，これにより効用関数の形が異なる個人では，その資本市場線も異なるということを述べた。いま構築しようとしているモデルは，各投資家に対して一意となるようなものであるため，資本市場線の説明変

数として歪度を導入するのは正しくないと思われるかもしれない。しかし，Arditti (1967) が述べているように，歪度が存在するとき，その他の要素を一定とするならば，投資家はより高い歪度を望むことが分かっている。そこで，あらゆる危険回避的投資家に一意な資本市場線ではなく，日経平均株価のみを取引対象とする危険回避的な投資家に対する資本市場線を考えることにする。その場合の資本市場線は次のようにモデル化されるものとする。

$$(R_t - r_{ft}) = c_0 + \lambda_1\sqrt{h_t} \times \exp(\lambda_2 s_t^{(1/3)}) + u_t$$

以上の点を踏まえて，条件付き分散および歪度が変動する場合の市場モデルとして，以下のようなモデルを考えることにする。

$$(R_t - r_{ft}) = c_0 + \lambda_1\sqrt{h_t} \times \exp(\lambda_2 s_t^{(1/3)}) + u_t \tag{4}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \beta_1 u_{t-1}^2 \tag{5}$$

$$s_t = \gamma_0 + \gamma_1 s_{t-1} + \zeta_1 u_{t-1}^3 \tag{6}$$

$$E[u_t | \mathcal{F}_{t-1}] = 0 \tag{7}$$

$$Var[u_t | \mathcal{F}_{t-1}] = h_t \tag{8}$$

$$E[u_t^3 | \mathcal{F}_{t-1}] = s_t \tag{9}$$

休日の影響をダミー変数として導入する場合，式(5)および式(6)をそれぞれ

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \beta_1 u^2{}_{t-1} + \varkappa NOBUS_t \tag{10}$$

$$s_t = \gamma_0 + \gamma_1 s_{t-1} + \zeta_1 u_{t-1}^3 + \iota NOBUS_t \tag{11}$$

と置く。

これまでの理論から，上述の市場モデルにおける各パラメータは以下の条件を満たすはずである。

$$\text{資本市場線部分：} c_0 < 0,\ \lambda_1 > 0,\ \lambda_2 < 0 \tag{12}$$

$$\text{条件付き分散部分：} 0 < \alpha_1 < 1,\ 0 < \beta_1 < 1,\ \alpha_1 + \beta_1 < 1 \tag{13}$$

$$\text{条件付き歪度部分：} -1 < \gamma_1 < 1,\ -1 < \zeta_1 < 1,\ -1 < \gamma_1 + \zeta_1 < 1 \tag{14}$$

式(12)の $c_0 < 0$ は，当該期間の日経平均株価が負のトレンドを持つためであり，$\lambda_1 > 0$ および $\lambda_2 < 0$ は資本市場線の特性に起因するものである。また，式(13)および式(14)は，それぞれ，条件付き分散および条件付き歪度が発散しないための条件である。

u_t の確率分布としては様々なものが考えられる[5]が，ここでは，Azzalini分布を用いることにする。ただし，実際に適用する場合，確率変数の特性値が式(7)から式(9)までの性質を満たすような調整が必要である。この調整を施した後のAzzalini分布の密度関数は以下のようになる。

$$f(u_t) = \frac{2}{\omega_t} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(u_t - \xi_t)^2}{2\omega_t^2}\right\} \times \int_{-\infty}^{\alpha_t \frac{u_t - \xi_t}{\omega_t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \tag{15}$$

$$\xi_t = -\omega_t \delta_t \sqrt{\frac{2}{\pi}} \tag{16}$$

5）例えば，Harbey and Siddique (1999) では，非心 t 分布を用いている。

$$\omega_t=\sqrt{h_t+\frac{2}{\pi}\left(\frac{s_t}{V}\right)^{\frac{2}{3}}} \tag{17}$$

$$\alpha_t=\frac{\delta_t}{\sqrt{1-\delta_t^2}} \tag{18}$$

$$\delta_t=\left(\frac{s_t}{V}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{1}{\omega_t} \tag{19}$$

$$V=\frac{(4-\pi)(2/\pi)^{(3/2)}}{2} \tag{20}$$

実際の推定では，式(15)に式(16)－式(20)を代入することで，式(15)を h_t および s_t についての式に変換してから，最尤法を適用することになる。

なお，非危険利子率の代理変数として以下では公定歩合を用いることにする。これは，代理変数として通常用いられている無担保コール翌日物などの短期金利と日経平均株価成長率の間の相関が極めて弱いと考えられるからである。

市場モデルとして，通常のGARCH（1，1）モデル，GARCHS（1，1，1）＋Azzalini分布モデル，休日ダミーつきGARCHS(1，1，1)＋Azzalini分布モデルの3つを考えるとき，その推定結果は表(4)のようになる。

GARCH(1，1)モデルについては，各パラメータは定常性の条件 $0<\alpha_1<1$，$0<\beta_1<1$ および $\alpha_1+\beta_1<1$ を満たしており，また，他のすべてのパラメータは符号条件を満たしている。さらに，すべてのパラメータが有意水準10％で有意であるため，GARCH(1，1)モデルは極めて理想的なモデルではある。

GARCHS（1，1，1）＋Azzalini分布モデルの場合，λ_2 が式(12)の条件を満たしておらず，さらに λ_1，λ_2，α_0 および γ_0 の4つのパラメータは，そのt値からも分かるようにほとんど有意ではない。

休日ダミーつきGARCHS(1，1，1)＋Azzalini分布モデルは，式(12)から式(14)の条件をすべて満たしているが，資本市場線部分のパラメータはすべて有意ではない。また，ダミー変数の係数である χ および ι もまた有意ではない。このため，このモデルにおける条件付き分散および条件付き歪度は休日により影響を受けないと考えられる。

また，各モデルの条件付き分散および歪度を図2から図6に示している。条件付き分散については，大局的な動きは，どのモデルでもほとんど同じであるが，日次ごとの変動は各モデルで大きく異なっていることが分かる。すなわち，GARCH(1，1)モデルと休日ダミーつきGARCHS(1，1，1)＋Azzalini分布モデルは，条件付き分散部分のパラメータが互いに近い値をとるため，日次ごとの変動もよく似ているが，GARCHS(1，1，1)＋Azzalini分布モデルの場合，他の2つのモデルに比べると日次ごとの動きは極めて激しいものとなっている。また，2つのGARCHS（1，1，1）モデルに関して，条件付き分散と条件付き歪度は同時に激しく変動する傾向も見られる。

表4　各モデルの推定結果

	GARCH(1, 1) ＋正規分布	GARCHS(1, 1, 1) ＋Azzalini分布	休日ダミーつきGARCHS(1, 1, 1) ＋Azzalini分布
c_0	−0.0094* (−1.8286)	−0.0018* (−1.8578)	−0.003 (−0.1516)
λ_1	0.5522* (1.6864)	0.0576 (0.2354)	0.1338 (0.5592)
λ_2		21.3705 (0.0248)	−2.7897 (−0.3494)
$\alpha_0 \times 1000$	0.0133* (1.7954)	0.0758 (1.2241)	0.0146** (2.5542)
α_1	0.8917*** (23.4912)	0.6549*** (3.2975)	0.8714*** (45.1194)
β_1	0.0594*** (3.1063)	0.0678*** (60.7964)	0.0601*** (1680.5093)
$\chi \times 1000$			0.0162 (0.1959)
$\gamma_0 \times 1000$		0.0009 (0.1651)	0.0008*** (3.1124)
γ_1		0.2074*** (3.8718)	0.1734*** (5.1861)
ζ_1		0.0038*** (59.8444)	0.003*** (24.8456)
$\iota \times 1000$			0.0002 (0.0083)

各項目の上段がパラメータ推定値，下段が t 値である。
*は有意水準10％で有意，**は有意水準５％で有意，***は有意水準１％で有意。

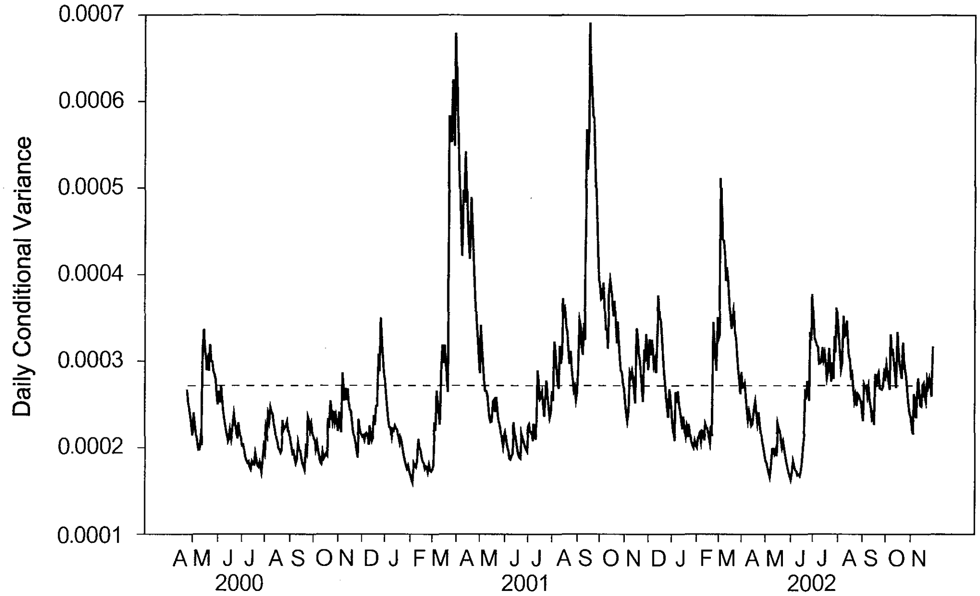

図2　GARCH（1，1）モデルによる条件付き分散の推定値

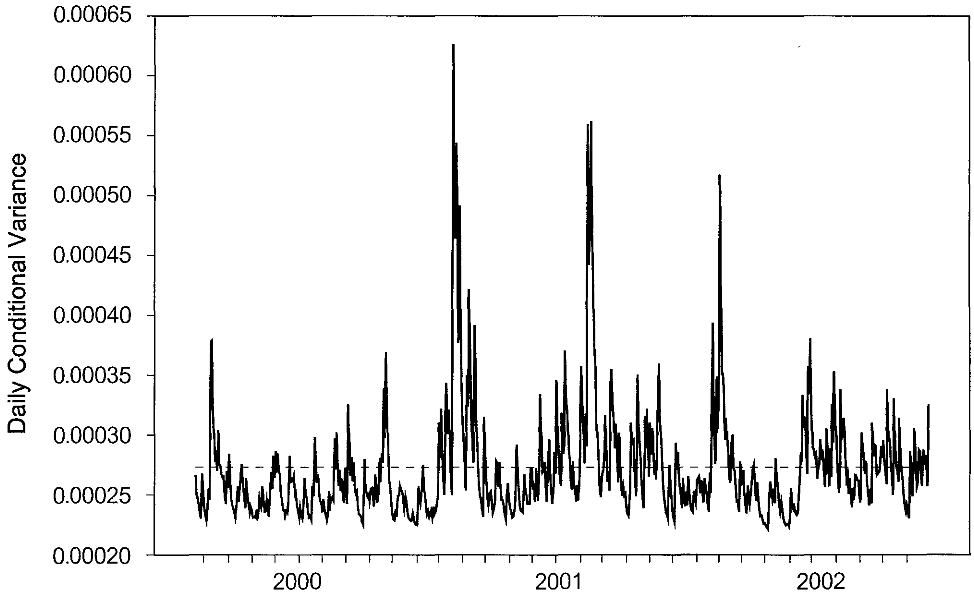

図3　GARCHS(1，1，1)＋Azzalini分布モデルによる条件付き分散の推定値

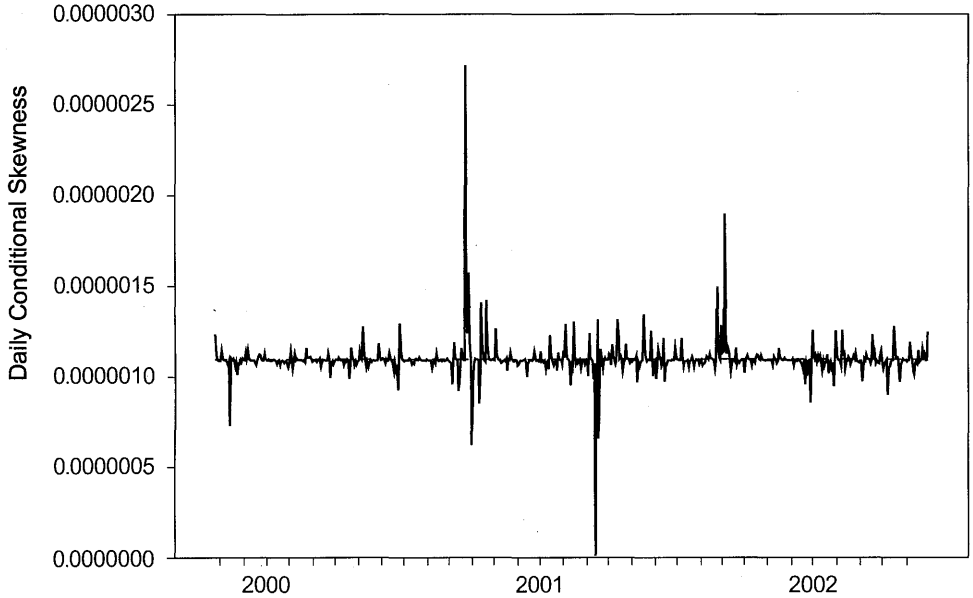

図4　GARCHS(1, 1, 1)＋Azzalini分布モデルによる条件付き歪度の推定値

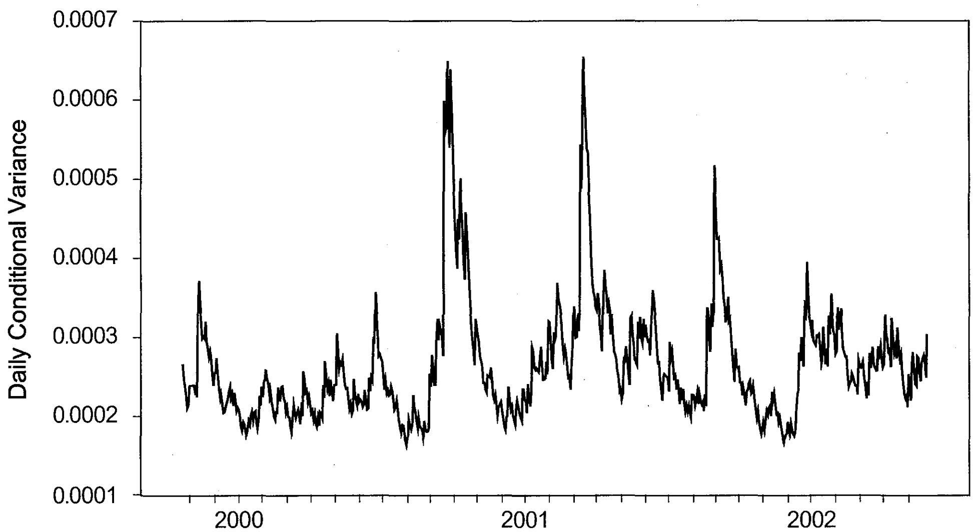

図5　休日ダミーつきGARCHS(1, 1, 1)＋Azzalini分布モデルによる条件付き分散の推定値

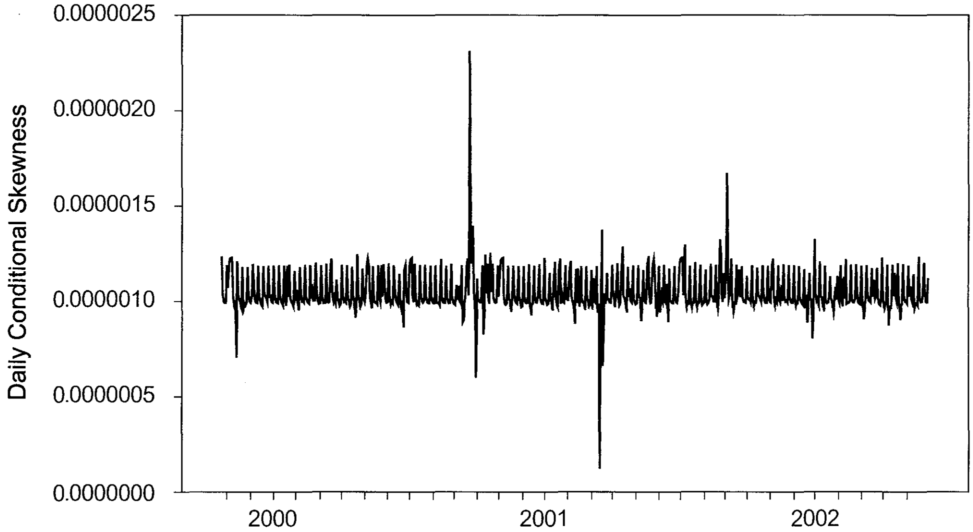

図6　休日ダミーつきGARCHS(1，1，1)+Azzalini分布モデルによる条件付き歪度の推定値

4　結　論

本稿では，条件付き歪度の変動について検定を行い，その結果としての条件付き歪度変動モデルの推定を行った。その推定結果は前節で述べたように，いくつかのパラメータで理論とは異なる結果が得られたものの，条件付き分散および条件付き歪度に関するパラメータは，定数項を除いて，いずれのモデルでも有意であり，符号条件も満たしていることが分かった。一方，資本市場線部分については，λ_1 および λ_2 が，GARCHSモデルでほとんど有意ではなかった。これにより，日経平均株価について，少なくとも前節で述べたようなモデルでは歪度の変動が資本市場線に及ぼす影響を確認することは出来なかった。それでも，条件付き分散および歪度が時間に応じて変動する可能性は高いことが考えられる。

これまでの議論は，条件付き歪度の変動をも考慮したモデルとしては極めて基本的なモデルを示したに過ぎない。そのため，このモデルに対して様々な拡張を行うことが出来よう。この拡張に関しては，稿を改めて考察したい。

参 考 文 献

[1] Fred D. Arditti and Haim Levy,"Portfolio Efficiency Analysis in Three Moments: The Multiperiod Case", *The Journal of Finance*, Vol.30, 1975.

[2] Pornchai Chunhachinda, Krishnan Dandapani, Shahid Hamid, Arun J. Prakash, "Portfolio Selection and Skewness: Evidence from International Stock Markets", *Journal of Banking and Finance*, Vol.21, 1997.

[3] Cambell R. Harvey and Akhtar, "Autoregressive Conditional Skewness", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.34, 1999.

[4] William H. Jean, "More on Multidimensional Portfolio Analysis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.8, 1973.

[5] Amado Peirō, "Skewness in Financial Returns", *Journal of Banking and Finance*, Vol.23, 1999.

[6] Mark E. Rubinstein, "The Fundamental Theorem of Parameter-Preference Security Valuation", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.8, 1973.

[7] Paul A. Samuelson, "The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments", *Review of Economic Studies*, Vol.37, 1970.

[8] Michael A. Simkowitz and William L. Beedles, "Diversification in A Three-Moment World", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.13. 1978.

[9] J. Clay Singleton and John Wingender, "Skewness Persistence in Common Stock Returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.21, 1986.

[10] Edwin J. Elton and Martin J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (5 th ed), John Wiley and Sons, 1995.

[11] William H. Greene, *Econometric Analysis* (4 th ed), Prentice Hall, 2000.

[12] Maurice G. Kendall and Alan Stuart, *The Advanced Theory of Statistics* (2 nd ed), Vol.1, Charles Griffin and Company, 1963.

[13] David J. Sheskin, *Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures* (2 nd ed), Chapman and Hall/CRC, 2000.

[14] ジョンハル，東京三菱銀行商品開発部訳，『フィナンシャルエンジニアリング：デリバティブ商品開発とリスク管理の基礎（第3版）』，金融財政事情研究会，1998。