経済分析のためのエージェント・ベース・シミュレーション技法

大隈，慎吾

https://doi.org/10.15017/3000293

出版情報：経済論究. 112, pp.15-26, 2002-03-29. 九州大学大学院経済学会

経済分析のためのエージェント・ベース・シミュレーション技法

大　隈　慎　吾

1　はじめに

本稿の目的は，筆者が作成したシミュレーション・プログラムの用途，使用法について解説する事にある。ここでいうシミュレーションとは，‘限定合理性’[1)]（Simon 1955）に基づく経済活動を行う複数のエージェントによるコンピュータ・シミュレーションの事であり，一般に，エージェント・ベース・シミュレーション（agent-based computer simulation）[2)]と呼ばれている。

エージェント・ベース・シミュレーションとは個別の行動主体（エージェント）にある規則を与えて各々自律的に動作させながら相互作用させ，それらの全体的なダイナミクスを分析するという手法であるが，本稿ではMacCain(1999a 1999b)に基づいてそれを経済成長分析に応用する。具体的には，ミクロレベルで生産関数や効用関数などの規則を与えられた個人（エージェント）が財の交換などの相互作用を行う事によって生じるマクロレベルでの現象を分析する事となる。

本稿執筆の為に開発されたシミュレータ（シミュレーション用プログラム）[3)]は筆者のホームページ（URLは下記）上からダウンロードできる。

http://fukuoka.cool.ne.jp/s_ohkuma

上記のホームページでは，プログラム内部における処理やエージェント・ベース・シミュレーションそのものに関するより詳細な解説も参照可能である。

また，それらを電子メールで配信する事も可能である。以下は筆者の電子メール・アドレスである。

ohkuma@en.kyushu-u.ac.jp

1）新古典派の経済理論では完全予見性や完全情報性などのいわゆる‘完全な’合理性を経済主体に賦与することにより，経済的な命題に対して十分条件や一意性に関する有意義な結論を引き出している。しかしコンピュータ上の分析においては，計算機械の物理的限界からそのような仮定を採用する事ができない。また，実証研究における結果も，完全な合理性に関する仮定を必ずしも支持してはいない。そこで本プログラムでは，予見性や情報の獲得に関して一定の制約が課されるものと仮定することになる。そのような一定の制約が課された合理性の事を‘限定合理性’と呼ぶのである。

2）エージェント・ベース・シミュレーションの詳細については，MacCain（1999a 1999b）を参照。

3）既存のエージェント・ベース・シミュレータとしては，株式会社構造計画研究所創造工学部のMulti Agent Simulator(MAS)，米国サンタフェ研究所のSwarmが有名である。しかし，前者はシミュレーションのアルゴリズムが複雑化していくと実行が不可能となる場合がある。後者はユーザーのカスタマイズによってアルゴリズムの複雑化には充分対応できるものの，カスタマイズが高じると最初からシミュレータを自作するのと変わらない状況にもなり得る。よって，ここでは今後の拡張をも考慮に入れた上で，Microsoft Visual Basic 6.0を用いてシミュレータを自作した。

2　プログラム処理の概要

本プログラムが具現化している経済モデルの仮定について説明する。この経済は閉鎖経済であり，経済活動の行為者として81のエージェントが居住している。エージェントが居住する場所は固定されており，移動は行わないものとする。その居住区をここで‘セル’と呼ぶ事にする。各セルの地理的な関係は図１で表されている。

図１

(−4, 4) **49**	(−3, 4) **50**	(−2, 4) **51**	(−1, 4) **52**	(0, 4) **53**	(1, 4) **54**	(2, 4) **55**	(3, 4) **56**	(4, 4) **57**
(−4, 3) **80**	(−3, 3) **25**	(−2, 3) **26**	(−1, 3) **27**	(0, 3) **28**	(1, 3) **29**	(2, 3) **30**	(3, 3) **31**	(4, 3) **58**
(−4, 2) **79**	(−3, 2) **48**	(−2, 2) **9**	(−1, 2) **10**	(0, 2) **11**	(1, 2) **12**	(2, 2) **13**	(3, 2) **32**	(4, 2) **59**
(−4, 1) **78**	(−3, 1) **47**	(−2, 1) **24**	(−1, 1) **1**	(0, 1) **2**	(1, 1) **3**	(2, 1) **14**	(3, 1) **33**	(4, 1) **60**
(−4, 0) **77**	(−3, 0) **46**	(−2, 0) **23**	(−1, 0) **8**	(0, 0) **0**	(1, 0) **4**	(2, 0) **15**	(3, 0) **34**	(4, 0) **61**
(−4, −1) **76**	(−3, −1) **45**	(−2, −1) **22**	(−1, −1) **7**	(0, −1) **6**	(1, −1) **5**	(2, −1) **16**	(3, −1) **35**	(4, −1) **62**
(−4, −2) **75**	(−3, −2) **44**	(−2, −2) **21**	(−1, −2) **20**	(0, −2) **19**	(1, −2) **18**	(2, −2) **17**	(3, −2) **36**	(4, −2) **63**
(−4, −3) **74**	(−3, −3) **43**	(−2, −3) **42**	(−1, −3) **41**	(0, −3) **40**	(1, −3) **39**	(2, −3) **38**	(3, −3) **37**	(4, −3) **64**
(−4, −4) **73**	(−3, −4) **72**	(−2, −4) **71**	(−1, −4) **70**	(0, −4) **69**	(1, −4) **68**	(2, −4) **67**	(3, −4) **66**	(4, −4) **65**

図１において，太字で表されている数字はセルに居住するエージェントに付された通し番号である。また $(i,\ j)$（$i,\ j$ はともに −4 から 4 までの整数）は，セルの位置を示す２次元座標を表す。

各エージェントが行う経済活動は生産，交換(取引)，消費の３つから成る。各エージェントは１期間内でこれら３つの活動を順次実行し，次の期以降もそれを繰り返す。シミュレーション実行中にどのくらいの期間が経過するかは，シミュレーション・プログラムの実行時にユーザーから入力される数値によって決定される。すなわち，本プログラムが想定する経済モデルでは，経済活動のサイクルによって（経済）時間が進行する。例えば，生産，交換（取引），消費に関する処理が t 回（t は非負の整数）実行されたとすれば，経済モデルの中で進行した時間は t 期間である。また，プログラムが終了する条件は，実行回数 t がプログラムの使用者によって指定された回数に達したときである。

次に，それぞれの経済活動について説明する。

2.1 生産

全ての期間に渡って，当モデルの経済に居住する全てのエージェントは生産活動を行う。エージェントが生産するのは第１財と第２財の２種類であり，その生産関数は次式で表される。

$$x = A(k^x)^\alpha,\ \ y = B(k^y)^\alpha.$$

ここで x は第１財の生産量，y は第２財の生産量，k^x は第１財の生産に必要な資本ストック，k^y は第２財の生産に必要な資本ストックを表す。また，A と B は生産効率を表す正値の定数，α は正値かつ１未満の定数である。生産には，当該期に保有する全ての資本ストックが投入される。

資本ストックの蓄積方程式は以下によって与えられる。

$$k^x_{t+1} = sx + (1-\delta)k^x_t,\ \ k^y_{t+1} = sy + (1-\delta)k^y_t.$$

上式において，k^x_{t+1} は $t+1$ 期における第１財の資本ストック，k^x_t は t 期における第１財の資本ストック，k^y_{t+1} は $t+1$ 期における第２財の資本ストック，k^y_t は t 期における第２財の資本ストックであり，s は貯蓄率，δ は資本減耗率を表す定数である。つまり，各エージェントは産出の一定比率 s を貯蓄にまわし，貯蓄にまわされた産出量の一部は当該期の減耗分をのぞいた後に資本ストックに組み込まれ，それが来期の資本ストックとなるのである。また，ここでは閉鎖経済が仮定されているので資産＝資本ストックである。初期値 k^x_0，k^y_0 については，実数値で０から10までの範囲の乱数が与えられる。すなわち，初期（第０期）に保有する資本ストック量は各エージェントで同一ではなくそれぞれ異なっている。

2.2 消費

第１財の消費量を x^c，第２財の消費量を y^c とする。第１財と第２財の消費に関して，全てのエージェントは次のような効用関数で表される選好を持つ。

$$U = (x^c)^{0.4}(y^c)^{0.6} \tag{2.1}$$

第１財と第２財の交換（次の小節で詳しく述べる）に参加するエージェント以外は，前節で述べたように産出の一定比率 s を貯蓄した後，残りを消費する。

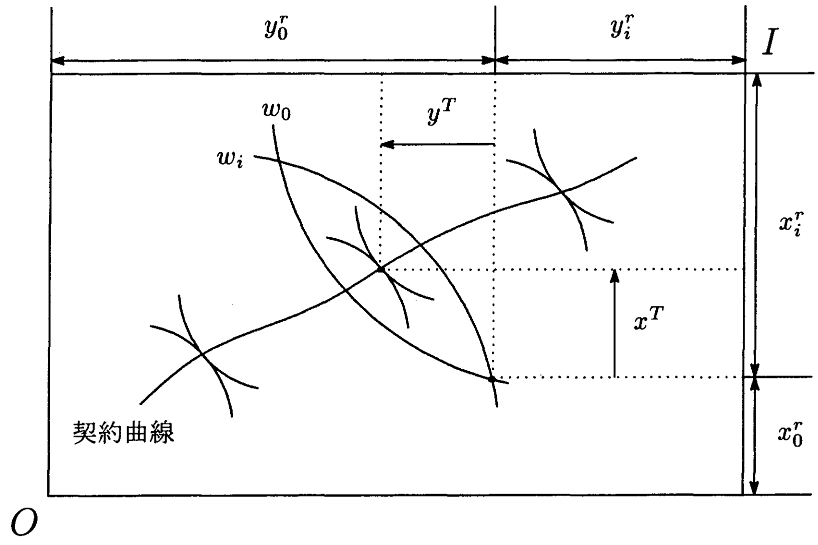
2.3 交換（取引）

自らが生産した産出物を用いて‘交換(取引)’を行う権利は，ある２者のエージェントに対してのみ与えられる。ここでいう‘交換’とは第１財と第２財の交換を指す。例えば，自らが保有する第１財の一部を相手のエージェントに与える代わりに，相手が保有する第２財の一部を受け取る等の行為である。

交換の権利を与えられる２者のうち一方は，図１において通し番号０を付されたエージェント（以下エージェント０）である。すなわちエージェント０は全ての期間において交換に参加する特権をもつ。また，それのみならず，エージェント０は交換に参加するもう一方のエージェントを選ぶ権利も持っている。このエージェント０によって選ばれる他のエージェントの事を，以降‘パートナー’と呼ぶ事にする。

エージェント０は図１におけるエージェントのうち，自分を除く80のエージェントの中からパート

図2



ナーを選ぶが，どのエージェントが選ばれるかは各期で定まってはいない。ただし，エージェント0には（地理的な距離が）自分に近いエージェントを選びやすい傾向があり，また，以前交換を行った経験がある相手を選びやすいという傾向も同時に併せ持っている。しかし，極まれにではあるが，そのような2つの条件を満たさなくても突然あるエージェントがパートナーに選ばれやすくなる事もあり得る。これらの事について後で詳しく述べる。

また，交換の権利を与えられても2者がそれを行使するとは限らない事にも注意すべきである。なぜなら，これは図2によって表される，エッジワースのボックス・ダイアグラムによって解く事のできる非常に単純な資源配分問題であり，(2.1)式で表される効用が互いに増加する，つまりパレート改善が可能でなければ，両者に交換を行う動機がないからである。

ここで，図1において通し番号 i（i は $1 \leq i \leq 80$ の整数）を付されたエージェント（以下エージェント i）がパートナーに選ばれたとする。

図2のボックス・ダイアグラムで，O はエージェント0の原点，I はエージェント i の原点を表す。また，x^T はエージェント0とエージェント i の間で交換される第1財の量，y^T はエージェント0とエージェント i の間で交換される第2財の量である。エージェント0の生産から貯蓄を差し引いた残りを (x_0^r, y_0^r)，エージェント i の生産から貯蓄を差し引いた残りを (x_i^r, y_i^r) とすると，上図の w_0 は $U_0=(x_0^r)^{0.4}(y_0^r)^{0.6}$ の効用関数から得られる無差別曲線を表し，w_i は $U_i=(x_i^r)^{0.4}(y_i^r)^{0.6}$ の効用関数から得られる無差別曲線を表す。また，エージェント0の消費量を (x_0^c, y_0^c)，エージェント i の消費量を (x_i^c, y_i^c) とすると，各エージェントの消費量と産出量，エージェント相互の取引量の間には明らかに以下の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} x_0^c = x_0^r + x^T \\ y_0^c = y_0^r + y^T, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_i^c = x_i^r - x^T \\ y_i^c = y_i^r - y^T. \end{cases} \tag{2.2}$$

各エージェントの交換と消費に際して，プログラム内部で実際に行われているのは，次のような処理である。

1．パレート最適が実現する際のエージェント 0 の消費量を $(x_0^{c*},\ y_0^{c*})$ とする[4)]。もし，$x_0^{c*}=x_0^r$ かつ $y_0^{c*}=y_0^r$ であれば，すでにパレート最適の状態にあるものとして交換は行われず，各エージェントは $(x_0^r,\ y_0^r)$，$(x_i^r y_i^r)$ をそのまま消費する。$x_0^{c*}\neq x_0^r$ または $y_0^{c*}\neq y_0^r$ なら，2．のステップに進む。

2．エージェント 0 とエージェント i は，

$$\begin{cases} x^T=x_0^{c*}-x_0^r \\ y^T\ =y_0^{c*}-y_0^r \end{cases}$$

を交換する。そして，交換後に手元に残った財を $(x_0^c,\ y_0^c)$，$(x_i^c,\ y_i^c)$ として全て消費する。ただし，実際のプログラム上におけるステップ 2．の処理は，消費，交換，生産から貯蓄を差し引いた残りに関する変数をゼロでクリアするだけである。つまり各エージェントの消費行動は，データの破棄という形で表現される。なぜなら，$(x_0^c,\ y_0^c)$，$(x_i^c,\ y_i^c)$ は当該期において全て消費しつくされ，来期には全く持ち越されないからである。

遺伝子

当モデルにおける全てのエージェントは，交換の当事者として選ばれる度合い，すなわち“選ばれやすさ”を示す指標を持っている。この指標は数値として表されており，その値が小さなものほどより多く選ばれる傾向を持つ[5)]。この数値を‘遺伝子’と呼ぶ事にする。

本プログラムで遺伝子は 8 bitの 2 進数として表現される事になるが，各エージェントが持つ遺伝子の初期値（第 0 期の値）は次のように決定される。まず，全 8 bitの内，上位 3 bitを決定するのはエージェント 0 からの‘距離’である。座標 $(i,\ j)$ に位置するセル（以下セル $(i,\ j)$）の‘距離’$d(i,\ j)$ は以下のように定義される。

$$d(i,\ j)=\max(|i|,\ |j|)$$

図 1 においては，$d(i,\ j)$ のとりうる値は10進表記で $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ である。これらの値を 2 進数で表記すると $\{000,\ 001,\ 010,\ 011,\ 100\}$ となるが，この値が遺伝子 8 bitの上位 3 bitとなるのである。残り 5 bitには，$d(0,\ 0)=0$ の場合を除き，乱数（もちろん 5 桁の 2 進数で）がセットされるので，その数値は全くのランダムとなる。$d(0,\ 0)=0$ のケースについては，下位 5 bitに00000000（10進表記で 0）がセットされる。このように遺伝子が決定された場合，それぞれの距離に応じた遺伝子の値がとりうる範囲は表 1 のようになる。

4）$(x_0^{c*},\ y_0^{c*})$ の具体的な計算は，本稿末尾の補論を参照せよ。

5）すなわち，エージェント 0 が持つ指標の値は常に最小値となるように設定されている。

表1

距離の値	最小値	最大値
0	00000000（10進表記で０）	00000000（10進表記で０）
1	00100000（10進表記で32）	00111111（10進表記で63）
2	01000000（10進表記で64）	01011111（10進表記で95）
3	01100000（10進表記で96）	01111111（10進表記で127）
4	10000000（10進表記で128）	10011111（10進表記で159）

このように決められる遺伝子によって，パートナーとして選ばれる頻度に差が現れる理由を次に述べる。

プログラムは各期におけるエージェント０のパートナーを選択する際に，以下のような手順によって特殊な変数を発生させる。この手順によって作成された値は32から159までの値をとり，平均 μ，分散 σ^2 の正規分布[6]（以下，$N(\mu,\ \sigma)$）にしたがう。

1．各種のプログラム言語に組み込まれた擬似乱数発生関数などによって機械的に作られる擬似乱数 w_i（w_i は０以上１以下の実数値）を用い，次のような変数を作る。

$$z=\sum_{i=1}^{12} w_i-6$$

この変数 z は標準正規分布に従う事がわかっている[7]。

2．$v=\sigma z+\mu$ の変換を行って $N(\mu,\ \sigma^2)$ にしたがう正規変量 v をつくる[8]。

3．$i=\{[(UB-LB)+1]\times x+LB\}$[9]を算出し，$i$ の小数点以下を切り捨てて整数化する。ここで，$UB=159$（i の最大値），$LB=32$（i の最小値）である。

4．i が32から159の範囲にない場合，i の値を破棄して１.のステップにもどる。$32\leq i\leq 159$ であれば i を採用する。

プログラムは，この変数 i を２進数表記したものと一致する遺伝子をもつエージェントをパートナーとして選ぶのである（もし一致するエージェントがいなければ，上記１～４の処理を再び繰り返す）。

ところで，このようにして作成された変数 i は正規分布にしたがうので，密度関数を図示すると図３のようになる。

図３における横軸の値と表１における初期遺伝子の値（10進数表記）を対応させると，距離の値が小さく（つまり地理的な距離が近く）なるほど，その距離に対応する遺伝子の値の範囲に i が存在す

6）本プログラムでは $\mu=32$，$\sigma^2=0.5$ が用いられる。

7）乱数 w_i が従う分布は一様分布である。このことから，w_i の平均 μ_{w_i} と分散 $\sigma_{w_i}^2$ が以下のように求められる。

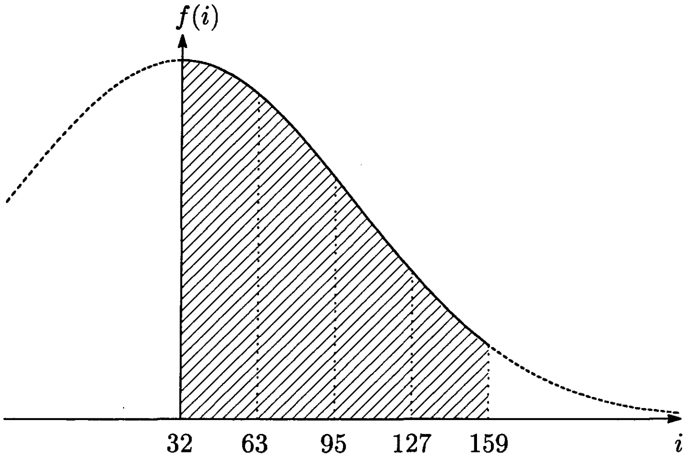
$$\mu_{w_i}=E(w_i)=\int_0^1 w_i dw_i=\frac{1}{2},\quad \sigma_{w_i}^2=E(w_i-\mu_{w_i})=\int_0^1\left(w_i-\frac{1}{2}\right)^2 dw_i=\frac{1}{12}$$

また，w_i の標本平均を $\bar{w}$，標本の大きさを n とすると，$z=(\bar{w}-\mu_{w_i})/(\sigma_{w_i}/\sqrt{n})$ は n が大きくなるにつれ $N(0,\ 1)$ に近づく（中心極限定理）。この z に上記で求めた μ_{w_i}，σ_{w_i} と $n=12$ を代入すると，$z=\sum_{i=1}^{12} w_i-6$ となる。

8）任意の正規分布 $N(\mu,\ \sigma^2)$ にしたがう正規変量 v を変数変換して得られる $z=(v-\mu)/\sigma$ は $N(0,\ 1)$ にしたがう（岩田 1983）。２.における変換は，この逆変換である。

9）v のとる値はほとんどが［0，1］の領域内にある。これを［32，159］のスケールに拡大するためにこのような計算を行う。

図3



る確率が高くなる事がわかる。つまり，交換の経験が全くない初期においては，エージェント 0 は(地理的に)近いエージェントを選びやすいという事である。一方，距離の値が等しいセルに居住するエージェント同士は，遺伝子の下位 5 bitが（一様分布にしたがう）乱数となっているので，パートナーとして選ばれる確率が同じになる。例えば，距離が 1 のセルに居住するエージェントの初期遺伝子の値は（図 3 における i 軸上で考えると）区間［32，63］内に必ず存在する。もちろん［32，63］の中でも小さい値になるほど選択される確率は大きくなるのであるが，遺伝子がどの値をとるかは乱数である下位 5 bitによって決まるので，実際には［32，63］内にあるどの値も選ばれる確率はみな等しい。この事は，距離 1 に対応する上位 3 bitが与えられた下での条件付確率を計算する事によって容易に確かめられる。

交　配

ではどのようにして，交換の経験が選択される頻度を上げるのであろうか。それを実現するために，以下のような事が行われる。

パレート改善が可能な交換が成功すると，エージェント 0 とパートナーはそれぞれが持つ遺伝子の一部を交換する事になる。これを‘交配’と呼ぶ事にしよう。この事には次のような意味があると考えられる。各エージェントがパートナーに選ばれる確率は遺伝子の値が小さくなるほど大きくなる。ならば，各期で選ばれるパートナーは他のエージェントと比べ小さな値の遺伝子を持つ事が多いだろう。そのパートナーの遺伝子の一部をエージェント 0 は交配によって引き継ぎ，来期にパートナーとして選ばれるエージェントに再び交配によって受け渡すのである。そのような事が行われれば，パートナーに選ばれる回数が多くなるほど，そのエージェントの遺伝子の値はしだいに小さくなっていく傾向を持つだろう。そうなれば，再びパートナーに選ばれる確率も大きくなるのである。これが，エージェント 0 は“以前交換を行った経験がある相手を選びやすい”と述べた意味である。ただしパートナーの選択はあくまで確率的に行われるので，偶然遺伝子の値が大きなエージェントが選ばれる事もあり

得る。その場合，その遺伝子を受け継いだエージェントはパートナーに選ばれにくくなる。しかし遺伝子の値が大きなエージェントが選ばれる確率は小さいので，期間全体を通して見るとそのような事はあまり起こらない。

交配は 8 bitある遺伝子記号のうち，下位 3 bitを入れ替えることによって行われる。その例を図 4 に示す。

図 4

例)

		遺伝子の交換前	⇒	遺伝子の交換後
エージェント 0 の遺伝子	：	0 0 0 0 0 0 1 1		0 0 0 0 0 1 0 1
交換相手のの遺伝子	：	1 0 0 1 1 1 0 1		1 0 0 1 0 0 1 1

遺伝子が変化するのは下位 3 bitだけであるので，距離に対応する上位 3 bitが影響を受ける事がないように交配が行われている事に注意しよう。

突然変異

距離が遠く交換の経験があまりないようなエージェントでも，突然パートナーに選ばれやすくなる事もあり得る。そのような性質を実現するために行われる処理について述べる。交配が終了すると，ある一定の確率[10)]でパートナーの遺伝子 8 bitのうち 1 bitだけが反転する（0 なら 1 に，1 なら 0 に変わる)。これを‘突然変異’と呼ぶ。突然変異はどのbitにも起こりうる。したがって交配とは異なり，距離を表す上位 3 bitも影響を受ける。図 5 に突然変異の例を示す。

図 5

例)

		突然変異前	⇒	突然変異後
交換相手の遺伝子	：	0 1 1 0 1 0 1 1		0 1 0 0 1 0 1 1

図 5 の例では突然変異によって遺伝子の値は小さくなっているが，もし 0 であったbitが 1 に反転すれば逆に遺伝子の値は大きくもなる。つまり，それまで選ばれにくかったエージェントが突然選ばれやすくなる事もあれば，その逆に，交換の経験を積む事によって獲得した“選ばれやすさ”が突然水泡に帰す事もあるという事である。これは，交配が“経験による習慣”を反映しているのに対して，突然変異は，予測不能な（経済）環境の変化すなわち“不確実性による外部効果”を反映しているのだと解釈できる。

ただし，距離を表す上位 3 bitが突然変異の結果000（10進数で表すと0），101（10進数で表すと 5)，110（10進数で表すと 6)，111（10進数で表すと 7）になった場合は，遺伝子の値がパートナーとして

10) 本プログラムでは100回の交配につき 1 回，すなわち 1 %の確率が採用されている。

選ばれる範囲を逸脱してしまうため，以下のような置き換えを行う。

000→100，101→001，110→010，111→011

最後に，上で述べたような遺伝子の交配や突然変異を組み込んだ計算規則（アルゴリズム）は一般に‘遺伝的アルゴリズム’と呼ばれる。

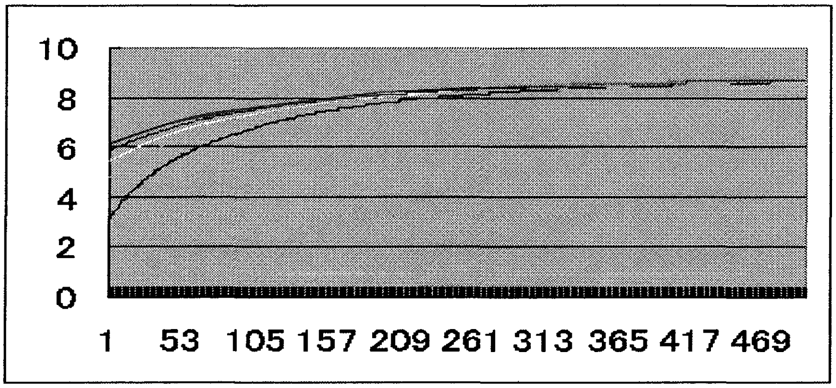
3　おわりに（シミュレーションの実行結果）

図6は，前節で説明した経済活動（生産，交換，消費）を500回繰り返して実行した場合の第1財の産出量の推移を，0番から5番までのエージェントについてグラフに表したものである。

図6を見ると，それぞれ異なる水準から出発したエージェントの産出量は皆同一の水準値に向けて収束していく傾向を示し，繰り返し回数300を過ぎた辺りからは各々の産出量にほとんど差はなくなっている。この収束傾向は残り75のエージェントについても同様であり，収束水準値も図6と全く同じであった。さらに，同一の水準値への収束は第2財の産出量でも確認された。また，第1財の資本ストックの蓄積についても同じ傾向（同一水準値への収束）が見られ，第2財の資本ストックについても同様であった。

貯蓄率一定を仮定したソロー・スワンの経済成長モデル[11]では，（2節におけるA，B，α，δ，sのような外生変数が同じならば）資本ストックや産出量は，初期においてそれぞれ異なっていても通時的には同じ水準値に向けて収束していく事が帰結されている。当シミュレーションの経済モデルも貯蓄率一定を仮定してはいるが，初期資本ストック量の決定やパートナーの選択に確率過程を組み込んだモデルであるという点でソロー・スワンのものとは異なる。しかし生産プロセスや資本ストックの蓄積に確率過程の影響が及ばないため，ソロー・スワンのモデルと同様の結果がもたらされたと考えられる。

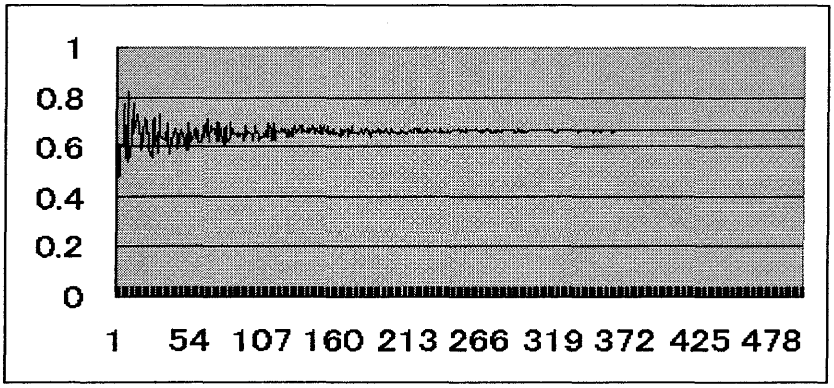
図6　エージェント0からエージェント4までの産出量の推移



＊ 横軸は繰り返し回数を表し，縦軸は産出水準を表す

11) Solow (1956), Swan (1956) を参照せよ。

図７　交換における（相対）価格の推移



＊ 横軸は繰り返し回数を表し，縦軸は交換における (相対) 価格を表す

図７からは，交換における（相対）価格は減衰振動しながら一定値に近づいていく事がわかる。これには，次のような原因が考えられる。まず，２者間における資源配分問題では，第１財の資源の総量と第２財の資源の総量の差が相対比として第１財の第２財に対する（あるいは第２財の第１財に対する）相対価格に反映される。ここでの資源の総量とは，エージェント０とパートナーが保有する第１財，第２財それぞれの産出量の総和の事である。しかし図６でみたように産出量は同じ値に収束するので，エージェント０がどのエージェントをパートナーに選んでも産出量の総和はしだいに変化しなくなる。これは第１財，第２財の両方について言える事である。よってそれらの相対比，すなわち（相対）価格も一定値に近づいていくと考えられるのである。

しかし，上記のような事を原因と特定するためには，モデルの仮定を緩和しながら，さらにシミュレーションを重ねる事が必要である。本稿のモデルの場合は，まず，貯蓄率一定の仮定を緩和する事が次のステップとなろう。そして，貯蓄率一定の仮定を緩和した結果，産出量と相対価格の収束がともに観測されなくなれば，上記の議論が‘計算上’正しいと証明された事になる。逆に，もしそのような結果が観測されなければ，分析が不十分である事を示唆するものであるから，さらなる検討を加える事としたい。このように，今後シミュレーションの結果を逐一フィードバックしながら分析を進めていく予定である。

A　補　論

ここでは，２節で述べたエッジワースのボックス･ダイアグラムにおけるパレート最適消費量(x_0^{c*}, y_0^{c*})，(x_i^{c*}, y_i^{c*})，および，エージェント０とエージェントiが交換する第１財と第２財の量(x^T, y^T)を求める。

エージェント０の家計は，以下の効用最大化問題を解く。

$$\max_{(x_0^c,\ y_0^c)} U_0=(x_0^c)^{0.4}(y_0^c)^{0.6},$$

$$\text{s.t.}\ \ x_0^r+p_0y_0^r \geq x^c0+p_0y_0^c. \qquad (\text{A}.1)$$

ここで，p_0 はエージェント 0 にとっての，第 1 財に対する第 2 財の相対価格である。ラグランジュ未定乗数法を用いると一階条件から以下が得られる。

$$p_0=\frac{3}{2}\left(\frac{x_0^c}{y_0^c}\right)$$

一方，エージェント i でも同様の最大化を行うと以下が得られる。

$$p_i=\frac{3}{2}\left(\frac{x_i^c}{y_i^c}\right).$$

ここで，p_i はエージェント i にとっての，第 1 財に対する第 2 財の相対価格である。交換によって契約曲線上の配分が実現するときは $p_0=p_i$ となるので（図 8 参照），この共通価格を p^* とすると以下が成立する。

$$\frac{2}{3}p^*=\frac{x_0^c}{y_0^c}=\frac{x_i^c}{y_i^c}. \tag{A.2}$$

(A.2) を (2.2) の関係に注意して変形すると，p^* が次のような定数として表される。

$$p^*=\frac{3}{2}\left(\frac{x_0^r+x_i^r}{y_0^r+y_i^r}\right).$$

この p^* を用いて (A.1) を書き換えると次式となる。

$$x_0^r+p^*y_0^r=x_0^c+p^*y_0^c.$$

これを y_0^c について解くと，

$$y_0^c=-\frac{x_0^c}{p^*}+\left(\frac{x_0^r}{p^*}+y_0^r\right). \tag{A.3}$$

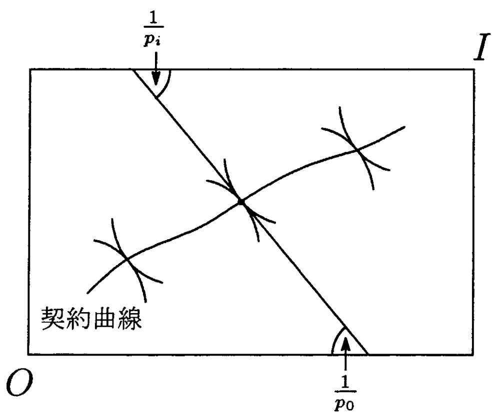
この y_0^c を $U_0=(x_0^c)^{0.4}(y_0^c)^{0.6}$ に代入すると次式が得られる。

$$U_0=(x_0^c)^{0.4}\left(\frac{x_0^r}{p^*}+y_0^r\right)^{0.6}.$$

上記の U_0 は x_0^c のみの関数であるので，U_0 が最大となるときの x_0^{c*} の値は，通常の最大化条件 $(dU_0/dx_0^c)=0$ から求めることができる。以下は，そのようにして求めた x_0^{c*} である。

$$x_0^{c*}=0.4(x_0^r+p^*y_0^r). \tag{A.4}$$

図 8



これを(A.3)に代入すると以下の y_0^c が得られる。

$$y_0^{c*}=0.6(p^*)^{-1}(x_0^\tau+p^*y_0^\tau). \tag{A.5}$$

(A.4)，(A.5)を(2.2)に代入し x^T，y^T について解くと，エージェント間の交換量も以下のような定数で与えられる。

$$\begin{cases} x^T=0.6x_0^\tau+0.4p^*y_0^\tau, \\ y^T=-0.6(p^*)^{-1}x_0^\tau+0.4y_0^\tau. \end{cases}$$

上で求めた (x^T, y^T) と，(A.4)，(A.5)を再び(2.2)に代入すれば (x_i^{c*}, y_i^{c*}) も得られる。

参 考 文 献

(1) McCain, Roger A. (1999b), *Agent-Based Computer Simulation of Dichotomous Economic Growth*, Kluwer Academic Publishers.

(2) McCain, Roger A. (1999a), http://william-king.www.drexel.edu/top/eco/BC/BC.html, "Backwash and Spread: Effects of Trade Networks in a Space of Agents who Learn by Doing. Version 2."

(3) Simon, H. A. (1955), "A Behavioral Model of Rational Choise," *Quarterly Journal of Economics*, 69, 99-118.

(4) Solow, Robert M. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.

(5) Swan, Trevor W. (1956), "Economic Growth and Capital Accumulation," *Economic Record*, 32, 334-361.

(6) 小淵洋一 (1999)『離散情報処理とオートマトン』朝倉書店.

(7) 岩田暁一 (1983)『経済分析のための統計的方法』東洋経済新報社.

(8) 三宮信夫・喜多一・玉置久・岩本貴司 (1998)『遺伝アルゴリズムと最適化』朝倉書店.