九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

動態的モデルにおける公共投資のマクロ経済効果 : 理論と実際

野田, 英雄

https://doi.org/10.15017/3000272

出版情報：経済論究. 109, pp.127-141, 2001-03-31. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

動態的モデルにおける公共投資のマクロ経済効果

——理論と実際——

野　田　英　雄*

目次

1　序
2　理論分析
　2.1　一般的規定
　2.2　家計部門
　2.3　政府と生産部門
　2.4　持続的均衡成長経路
3　実証分析
　3.1　分析の視点
　3.2　データ
　3.3　推定モデルの設定
　3.4　実証結果
4　結語

1　序

1980年代後半のRomer (1986) とLucas (1988) の論文をきっかけに，それ以降の十数年間，内生的成長理論の研究が盛んに行われてきた。内生的成長理論が従来の成長理論と異なる主要な点は，何らかの形で技術水準のパラメータの決定を内生化するようなするようなメカニズムを考え，Steady Stateにおける持続的成長の可能性を提示している点である。今日までにこの方向性による研究は実りの多い理論的発展を遂げ，これまで静学的な分析で議論されることがほとんどであった産業組織，環境問題，金融システムのマクロ経済的機能といったテーマを動学的一般均衡モデルの枠組みの中で長期的経済成長との関連において取り扱う政策分析が可能となった。しかし，一方で各々の理論モデルに対する現実的妥当性をテストした実証研究やケース・スタディーはこれまで充分に行われてきたとは言えず[1)]，特に，理論モデルの示唆する長期的政策効果を分析するのに有効と考えられる時系列解析

*　E-mail: noda@en.kyushu-u.ac.jp

1）これまでの経済成長モデルに対する実証研究は，Barro (1991)，Mankiw, Romer and Weil (1992) 等の各国（あるいは各地域）のクロス・セクション・データを利用した回帰分析によるものが主流であった。この流れに沿った研究は，「条件付収束 (Conditional Convergence)」の観点から現実の経済が新古典派成長モデルと内生的成長モデルのどちらと整合的かを検討する。そして，新古典派成長理論に基づく実証モデルから条件付収束が確認された場合，データから内生的成長モデルが認めれないと解釈する。しかし，このような手続きによる帰結は内生的成長モデルそのものに対する推定結果から得られたものではないため，条件付収束の確認をもって内生的成長モデルの不成立を主張するのはいささか早計であると思われる。さらに，近年，Kocherlakota and Yi (1995) や三野 (2000) で述べられているように，条件付収束に基づく上記のようなクロス・セクション分析は内生的成長モデルと新古典派成長モデルを区別するのに有効な方法ではないことが明らかになってきている。

の手法を用いたテストは今日においても僅かしかなされていない。[2)]

さて，近年わが国において，公共投資のあり方をめぐって活発な議論が行われている。一般的に公共投資は社会資本を蓄積して経済成長を促進するという経済の供給面での役割と，不況時の景気対策という需要面での役割を果たしていると考えられが，今日それらの有効性についても疑問が投げかけられている。このような問題に対しては，異時点間の問題として長期的視点から分析する必要があり，その点で内生的成長理論は有用な分析のフレームワークを提示する。公共投資を考慮した内生的成長理論の主な先行研究としては，Barro (1990)，Azariadis (1993, ch.20)，Barro and Sala-i-Martin (1995, ch.4)， Lau (1995) 等がある。これら一連の研究では分析の手法は多少異なるものの，いずれにおいても政府の適切な政策によって公共投資が経済の持続的成長に貢献するということが示されている。しかし，先述したように，これら理論的モデルのインプリケーションを各国の時系列データを用いて実証的に確認するといった研究は今日までさほどなされていない。このような状況を考慮して，本稿では上記のBarro and Sala-i-Martin (1995, ch.4) を取り上げ，そのモデルの日本経済への適用可能性を考察する。

本稿の次節以降の構成は以下のとおりである。第2節では，Barro and Sala-i-Martin (1995, ch.4) のモデルの理論構造を簡潔に説明する。次いで，第3節では本稿で用いるデータの出所および作成方法，推定・検定方法等について解説した後，理論モデルの定性的インプリケーションが日本経済のデータと整合的かどうかということについての定量的な分析を試みる。最後に第4節でこれまでの節で得られた分析結果を総括し，今後の課題を述べて稿を閉じることにしたい。

2　理論分析

2.1　一般的規定

本稿では，家計，企業，政府から構成される閉鎖経済を分析の対象とする。家計は労働サービスを提供することから得る賃金と保有資産から得る利子所得の合計を総所得とし，その所得の一部で消費財を購入し，残りを貯蓄として資産の追加的蓄積にまわすとする。

また，企業は労働と私的資本ストックに加えて，政府によって供給される（無料の）公共サービスを生産要素として財を生産する。ただし，ここでいう公共サービスとは道路，港湾，情報・通信施設等のいわゆる社会資本を形成する公共投資から派生するものであり，非排除性と非競合性を有すると想定する。[3)]政府は公共投資のための財源を企業に対して一定の比例的税率で課税を行うことによって徴収する。

2）時系列分析のアプローチを採用した数少ない先行研究として，たとえばJones (1995) ではAKモデルとR＆Dに基づく技術進歩モデルが現実のデータとどの程度適合しているかという問題が考察されている。しかし，実証テストの結果として先進国のデータからは内生的成長の成立する可能性は見られなかった。

3）分析の便宜上，Lau (1995) と同様に本稿では社会資本が1期間で完全に減耗するものと仮定する。これにより以下で各期の公共投資と社会資本を明示的に区別せずに議論を進める。

2.2 家計部門

本稿では，完全予見を持つ無限生存家計が生涯効用の割引現在価値を最大化するような連続時間型のモデルを用いて分析を行う。[4]家計には各時点において総労働力人口を構成する成人が一人含まれ，経済の総労働人口Lは時間を通じて一定と仮定する。また，経済に存在する多数の各家計は選好や労働能力の点において同質的であり[5]，単位時間当たり1単位の労働サービスを非弾力的に供給するとしよう。いま，t時点での一人当たりの消費を$c(t)$で表し，代表的家計の目的関数を次のように定式化する。

$$U=\int_0^\infty \frac{c(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}e^{-\rho t}dt. \tag{2.1}$$

ここで，パラメータ$\rho>0$は代表的家計の主観的割引率（時間選好率）を表している。

また，代表的家計の予算制約は次式のように与えられる。

$$\dot{a}(t)=r(t)a(t)+w(t)-c(t), \tag{2.2}$$

ここで，$a(t)$は代表的家計が保有する資産を表し，$r(t)$，$w(t)$はそれぞれ利子率と賃金率を表している。

したがって，家計は$\{r(t)\}_{t=0}^{\infty}$，$\{w(t)\}_{t=0}^{\infty}$の時間経路を所与として，以下の問題を解くと考える。

$$max \int_0^\infty \frac{c(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}e^{-\rho t}dt. \tag{2.3}$$

subject to

$$\dot{a}(t)=r(t)a(t)+w(t)-c(t), \tag{2.4}$$

$$a(0)=a_0>0, \tag{2.5}$$

さて，上記の問題の解となるような$\{\hat{c}(t)\}_{t=0}^{\infty}$，$\{\hat{a}(t)\}_{t=0}^{\infty}$が満足するような条件を求めることにしよう。まず，次のような現在価値ハミルトニアンを設定する。

$$H(c,\ a,\ \lambda,\ t)=\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}e^{-\rho t}+\lambda[r(t)a+w(t)-c]. \tag{2.6}$$

ただし，λは動学方程式(2.4)に付随する共役変数である。そこで，$\{\hat{c}(t)\}_{t=0}^{\infty}$，$\{\hat{a}(t)\}_{t=0}^{\infty}$が上記の問題の最適解であるための必要条件は以下の式で与えられる。

$$\frac{\partial H(c,\ a,\ \lambda,\ t)}{\partial c}=0 \Rightarrow \frac{1}{c(t)^{\theta}}e^{-\rho t}=\lambda(t), \tag{2.7}$$

$$\dot{\lambda}(t)=-\frac{\partial H(c,\ a,\ \lambda,\ t)}{\partial a} \Rightarrow \dot{\lambda}(t)=-\lambda(t)r(t) \tag{2.8}$$

$$\lim_{t\to\infty}[\lambda(t)a(t)]=0, \tag{2.9}$$

ここで，(2.7)の両辺の対数をとり時間tで微分すると

$$-\theta\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}-\rho=\frac{\dot{\lambda}(t)}{\lambda(t)}. \tag{2.10}$$

したがって，(2.8)と(2.10)より一人当たりの消費の成長率を表す式として次式が得られる。

4）より厳密には，次節の実証分析が意味のあるものであるためには期待効用最大化問題を考えなければならない。しかし，その場合の理論モデルから導かれる結論は本節のモデルから得られるものと本質的に大きな差はない。

5）よって，各家計を代表的家計とみなすことができる。

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{1}{\theta}[r(t)-\rho]. \tag{2.11}$$

2.3　政府と生産部門

政府は公共投資 $G(t)$ を行う（公共サービスを提供する）ための財源を企業の産出に対して τ の比例的税率を課すことによって徴収し，常に均衡財政を維持すると仮定しよう。つまり，

$$G(t)=\tau Y(t). \tag{2.12}$$

ここで，$Y(t)$ は経済の総生産を表している。

また，生産部門の各企業は，同一の生産技術に従って，同一の財を生産しているものとする。生産された財は消費財としてだけでなく，投資財としても利用することができるとしよう。こうした財を生産するために，各企業は資本と労働を需要し，その対価として資本レンタル料 $r(t)$ と賃金率 $w(t)$ を支払う。ここで，この部門の集計化された生産関数を次のように特定化しよう。

$$Y(t)=AK(t)^{\alpha}L^{1-\alpha}G(t)^{1-\alpha}. \tag{2.13}$$

ここで，$0<\alpha<1$ である。この生産関数は消費のプラス成長を保証するほど充分に生産的であるが，無限の効用をもたらすほど生産的ではないと仮定しておく。

さて，完全競争市場の仮定のもとで，企業は $r(t)$ と $w(t)$ を所与として，利潤を最大化するように行動する。いま，財の価格を 1 に基準化すると，企業の利潤フローは次のように表される。

$$\begin{aligned}\Pi&=(1-\tau)AK(t)^{\alpha}L^{1-\alpha}G(t)^{1-\alpha}-(r(t)+\delta)K(t)-w(t)L\\&=L[(1-\tau)Ak(t)^{\alpha}G(t)^{1-\alpha}-(r(t)+\delta)k(t)-w(t)].\end{aligned} \tag{2.14}$$

ここで，$k(t)=K(t)/L$ である。したがって，利潤最大化条件により次式が成り立つ。

$$r(t)+\delta=(1-\tau)A\alpha k(t)^{-(1-\alpha)}G(t)^{1-\alpha}. \tag{2.15}$$

ここで，(2.12) と (2.13) より

$$G(t)=(\tau AL)^{\frac{1}{\alpha}}k(t). \tag{2.16}$$

さらに (2.16) を (2.15) に代入すると，

$$r+\delta=(1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \tag{2.17}$$

2.4　持続的均衡成長経路

一般均衡が成立しており，かつ，すべての経済変数が一定の率で成長するような経路を持続的均衡成長経路（Steady State Equilibrium Growth Path）と定義する。本稿では，持続的均衡成長経路の存在を前提としたうえで，その経路上における一人当たりの経済成長率がどのように表されるかを考察していく。以下，議論の焦点を持続的均衡成長経路に当てる。

まず，(2.17) を (2.11) に代入すると一人当たり消費の成長率 γ_c は次のように表される。

$$\gamma_c=\frac{1}{\theta}[(1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}-\delta-\rho]. \tag{2.18}$$

いま，均衡において $a=k$ が成り立つから

$$\dot{k}(t)=rk(t)+w(t)-c(t), \tag{2.19}$$

ここで，ゼロ利潤条件と (2.17) より

$$w(t)=(1-\tau)\alpha A(\tau AL)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}k-(r+\delta)k. \tag{2.20}$$

したがって，(2.20) を (2.19) に代入して整理すると

$$\begin{aligned}\dot{k}(t)&=[(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}-\delta]k(t)-c(t)\\&=\Omega k(t)-c(0)e^{\gamma_c t}.\end{aligned} \tag{2.21}$$

そこで，この微分方程式を解くと

$$k(t)=\frac{c(0)}{\Omega-\gamma_c}e^{\gamma_c t}+\eta e^{\Omega t}, \tag{2.22}$$

となる。ただし，η は任意定数である。

また，均衡において横断性条件は次のように書き換えられる。

$$\lim_{t\to\infty}[k(t)e^{rt}]=0. \tag{2.23}$$

さらに，(2.22) を (2.23) に代入すると，

$$\lim_{t\to\infty}\left[\frac{c(0)}{\Omega-\gamma_c}e^{-(r-\gamma_c)t}+\eta e^{(\Omega-r)t}\right]=0. \tag{2.24}$$

ここで，上式の e のベキの部分について，まず生産関数の性質に関する仮定から

$$r-\gamma_c>0, \tag{2.25}$$

であり，また，

$$\begin{aligned}\Omega-r&=(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}-\delta-r\\&=(1-\alpha)(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}>0,\end{aligned} \tag{2.26}$$

であるから横断性条件が満たされるためには $\eta=0$ でなければならない。以上のことを考慮すると (2.22) は次のように書き換えられる。

$$k(t)=\frac{c(t)}{\Omega-\gamma_c}. \tag{2.27}$$

よって，(2.27) の両辺の対数をとって時間 t で微分すると，

$$\gamma_c=\gamma_k, \tag{2.28}$$

が成り立つ。また，(2.13) と (2.16) より一人当たり所得 $y(t)=Y(t)/L$ は

$$y(t)=A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}k(t). \tag{2.29}$$

したがって，

$$\gamma_y=\gamma_k. \tag{2.30}$$

ゆえに，(2.28) と (2.30) より

$$\gamma_y=\gamma_k=\gamma_c. \tag{2.31}$$

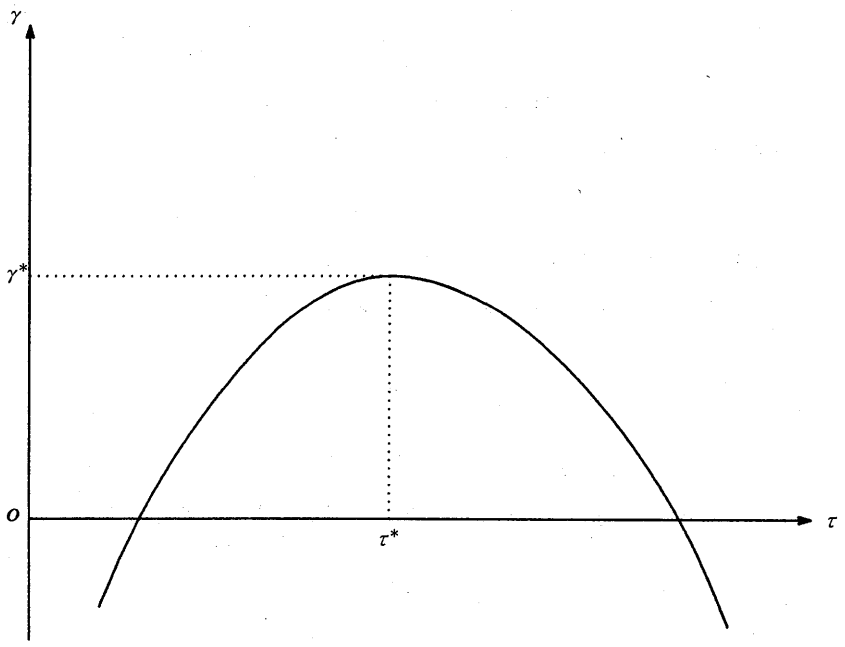
という関係が導かれる。すなわち c，k，y は同一の率で成長するので，それを γ で表すと，

$$\gamma=\frac{1}{\theta}[(1-\tau)\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}(L\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}-\delta-\rho]. \tag{2.32}$$

となる。

政府の政策(増税あるいは公共投資の水準の拡大)が経済成長率に与える効果は2つある。第1は，

図1：成長率と税率



τ の上昇が私的な資本の限界生産性(課税後の資本収益率)を低下させる効果である。すなわち，家計にとっては資産の収益率が低下することになるので，これによって資本の供給が減少し，成長率が低下するのである。また，第2は τ の上昇が相対的公共サービスの拡大をもたらし，これが民間資本の限界生産性を上昇させ，成長率を上昇させる効果である。(2.32)によって示される税率と経済成長率の関係は図1のような逆U字型の形状で表される。[6]税率が低い段階では，税率の上昇(公共投資の増加)による第2の効果が支配的であるが，税率の上昇とともにその効果は弱まり，τ^* を超えて税率が上昇すると逆に第1の効果が支配的になる。

3　実証分析

3.1　分析の視点

前節で示した理論モデルでは，政府が財政政策によって税率，ひいては公共投資率 $(G(t)/Y(t))$ の大きさを操作することで一人当たり経済成長率あるいは一人当たり消費成長率の大きさに影響を及ぼすことが可能であった。したがって，このモデルからは一国の一人当たり経済成長率と一人当たり消

6）言うまでもなく，政府が選択すべき税率は社会的厚生水準をを最大にするものでなければならない。一般に成長率を最大にする税率と社会的厚生を最大にする税率は必ずしも一致しない。しかし，本稿のモデルは両者が一致する特殊なケースであるから成長率を最大にする税率を選択することと社会的厚生を最大にする税率を選択することは同値になる。

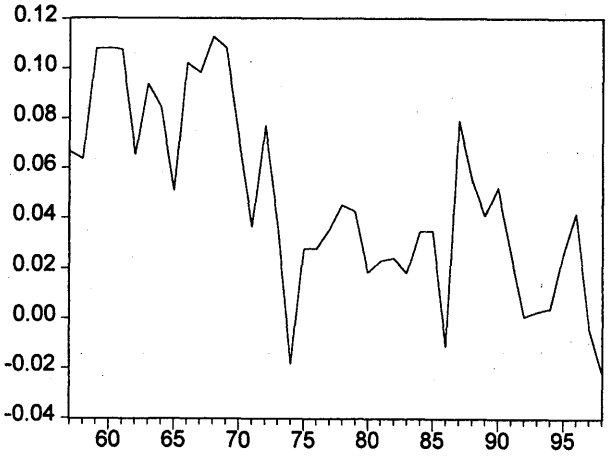
費成長率の予測を行ううえで，公共投資率の大きさが重要な役割を担っていることが示唆される。このような理論モデルの示唆が現実の経済において妥当するか否かを検証するために，ここでは日本のデータを利用して「公共投資率と一人当たり経済成長率」および「公共投資率と一人当たり消費成長率」に関するグランジャーの因果性についての分析を行う。

3.2　データ

ここで，本稿の実証分析において用いるデータについて言及しておこう。

分析の対象とする期間は1957年から1998年までの42年間である。経済成長率については『国民経済計算年報』（経済企画庁）の実質GDP成長率データ（1990年基準）を利用した。また，人口成長率データについては『国勢調査報告』および『人口推計資料』（総務庁）の総人口データに基づいて算出した。そして実質GDP成長率データと人口成長率データの差をとることによって一人当たり経済成長率データを作成した。一人当たり消費成長率については，消費成長率のデータを『国民経済計算』の民間最終消費支出の実質データ（1990年基準）を利用して算出し，これから先に求めた人口成長率データを引くことにより作成した。また，公共投資率の近似的データとして『国民経済計算年報』の公的固定資本形成の実質データ（1990年基準）を実質国内総支出（1990年基準）で除した値を利用した。[7)]

図2　一人当たり経済成長率



7）財政統計における公共投資と国民経済計算（SNA）における公的固定資本形成はその取り扱う範囲において若干の相違がある。この相違は購入された財・サービスの帰属主体を区別する方法として前者が資金の最終的な責任機関を特定する必要から資金源泉主義をとるのに対して，後者はその機能や効果に着目する観点から最終支出主体主義を採用していることに起因する。このことに関するより詳しい議論としては，たとえば大住（1997）を参照せよ。

図3　一人当たり消費成長率

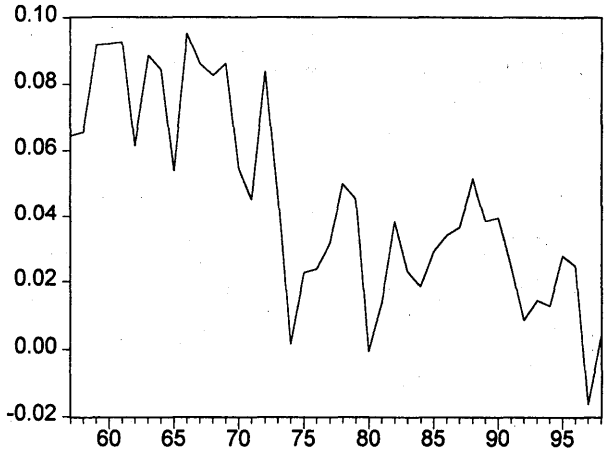
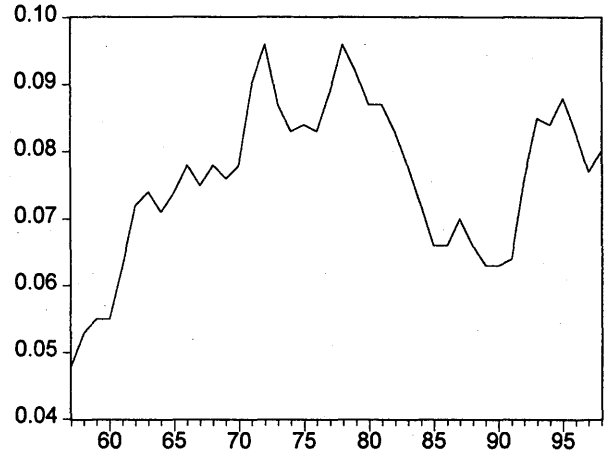


図4　公的固定資本形成/GDE



3.3　推定モデルの設定

まず，予備的考察として経済成長率，公共投資率，消費成長率のデータについて定常性のチェック（単位根検定）を行わねばならない。単位根検定にはいくつかの方法があるが，本稿ではADF（Augmented Duckey-Fuller）検定を採用する。[8]ADF検定を行う際には次のことに留意する必要がある。検定で用いる式は，ラグ付きの自己の変数の他に定数項およびトレンド項を含むのが最も一般的な定式化であるが，定数項およびトレンド項が実際には不要な場合にそれらを含めて推定すると単位根検

8）ここで考察するADF検定はt値タイプのものであるが，F値タイプのものもある。F値タイプの方法についての解説としては，たとえば山本（1988），Maddala（1992），Greene（2000）等を参照せよ。

定の検出力が低下することが知られている。[9]このことを考慮して，本稿ではPerron(1988)，Doldado, Jenkinson and Sosbvilla-Rivero（1990），Campbell and Perron（1991）等と同様の検定手順に従って分析を行う。すなわち，最初により一般的なモデルのケースで単位根検定を行い，もし帰無仮説が棄却されなければ，次第に制約を課したモデルにして単位根検定を続けて，帰無仮説を棄却することができた段階で検定を止めるという方法である。

ところで，上記の方法で検定を行うとき，分析者にとって問題となるのは適切なラグ次数をどのような基準に従って選ぶかということである。次数が低すぎると帰無仮説が真であるにもかかわらずそれを棄却してしまう可能性が高くなり，他方，次数が低すぎると検出力が低下するといった問題が生じる。そこで，本稿では種々の先行研究の方法を総合的に勘案して，以下のような手続きに従って検定モデルにおけるラグ次数を決定する。

1. まず，最大ラグ次数を10次からスタートして順番に減らし，その都度モデルの推定を行い，AIC（Akaike Information Criterion）およびSBIC（Schwarz Baysian Information Criterion）の大きさが最小になるところでストップする。
2. 次に，当該ラグ次数のもとでの回帰係数の t 値を調べる。AICとSBICによって同じラグ次数が選択された場合，少なくとも有意水準10%で有意であればその次数を選択する。他方，異なるラグ次数が選択された場合には，有意となる方の次数を選択する。もし，両者がこの条件を満たしていればHarris（1992）に倣って，自由度修正済み決定係数が大きい方の次数を選択する。
3. また，AICとSBICが最小となるラグ次数のもとで，当該ラグ次数に対応する回帰係数の t 値がどちらも有意でない場合は，AICとSBICが2番目に小さいケースに対応する次数ものとでの回帰係数の t 値を調べる。

表1　レベル変数の単位根検定

変数	モデル	ADF検定統計量	ラグ次数	単位根の有無
一人当たり経済成長率	(1)	−2.005742	9	有
	(2)	−1.266569	2	
	(3)	−1.514080	2	
一人当たり消費成長率	(1)	−2.299808	2	有
	(2)	−0.992323	2	
	(3)	−1.534532	2	
公共投資率	(1)	−2.046644	5	有
	(2)	−2.083050	5	
	(3)	−0.051096	5	

注）モデル(1)は定数項とトレンド項が含まれているもの，モデル(2)は定数項のみが含まれているもの，モデル(3)はそのどちらもふくまれていないものであることを意味している。

9）検出力とは，帰無仮説（この場合，ある変数が単位根を持つという仮説）が誤っているときに，正しく帰無仮説を棄却する確率である。当然，検出力が高いほど望ましい。

以上の方法に従って各変数についての単位根検定を行った結果を表1に要約している。この表で示されている検定統計量に対して，Fuller (1976) のTable 8.5.2を用いて単位根検定を行うと，すべての変数について単位根の存在は棄却されないことがわかる。そこで，次に，これらの変数の系列が一階差分をとることによって定常過程になるかどうかを検討する。[10]検定の手順は先のレベルの変数の場合と全く同様である。検定の結果は次のとおりである。

表2　1階差変数の単位根検定

変数	モデル	ADF検定統計量	ラグ次数	単位根の有無
一人当たり経済成長率の1階差	(1)	−60881101***	1	無
一人当たり消費経済率の1階差	(1)	−5.073250***	3	無
公共投資率の1階差	(1)	−2.353392	4	無
	(2)	−2.434244	4	
	(3)	−2.539496**	4	

注）1.　*，**，***はそれぞれ有意水準10%，5%，1%で有意であることを示す。
2.　モデル(1)は定数項とトレンド項が含まれているもの，モデル(2)は定数項のみが含まれているもの，モデル(3)はそのどちらもふくまれていないものである。

表2で示されているように，レベルで単位根を持つことが確認された先の3変数について，1階の差分を取ったものは定常過程になる，つまりI(1)であることがわかった。したがって，最後に「公共投資率と一人当たり経済成長率」および「公共投資率と一人当たり消費成長率」の間に共和分の関係があるかどうか調べることにする。ここでは，共和分検定としてエングル・グランジャー (Engle-Granger) 検定を採用する。[11]ところで，EG検定に対する問題点として，説明変数と被説明変数を入れ替えることにより共和分検定の結果が変わるということがしばしば指摘されている。したがって，本稿では検定結果の頑健性をみるために，対象となる変数を被説明変数とした場合と説明変数とした場合の両方について検定を行ってみる。[12]この検定の結果は以下の表3として示される。

表3　共和分検定

説明変数	被説明変数	検定統計量	共和分関係
一人当たり経済成長率	公共投資率	−2.858186	無
公共投資率	一人当たり経済成長率	−2.906230	無
一人当たり消費成長率	公共投資率	−2.793156	無
公共投資率	一人当たり消費成長率	−2.614121	無

10) ある変数の系列が1階差分をとることによって定常過程になるとき，その系列は1次で和分されている (integrated of order 1) といい，通常I(1)で表される。
11) エングル・グランジャー検定の詳細についてはEngle and Granger (1987) を参照されたい。本稿の以下の部分では，エングル・グランジャー検定をEG検定と表記する。
12) 2変数間の長期均衡関係の推定式に関する残差の系列相関の検定として，本稿ではラグランジュ乗数 (LM) 検定を採用した。

表3で示されている検定統計量に対して，Engle and Yoo (1987) の分布表を利用して共和分検定を行うと全てのケースについて共和分の関係がないことが確認される。本節の以下の部分では，t 期の一人当たり経済成長率を x_{1t}，t 期の一人当たり消費成長率を x_{2t}，t 期の公共投資率を x_{3t} で表すことにする。

さて，以上の分析結果を踏まえて，因果性のテストを行うために次のような2変量VAR (p) モデルが設定される。[13)]

$$\begin{cases} \Delta x_{1t}=\phi_{10}+\sum_{i=1}^{p}\phi_{11}(i)\Delta x_{1t-i}+\sum_{i=1}^{p}\phi_{12}(i)\Delta x_{3t-i}+u_{1t}, \\ \Delta x_{3t}=\phi_{30}+\sum_{i=1}^{p}\phi_{31}(i)\Delta x_{1t-i}+\sum_{i=1}^{p}\phi_{32}(i)\Delta x_{3t-i}+u_{3t}. \end{cases} \tag{3.1}$$

ただし，ϕ_{10}，$\phi_{11}(i)$，$\phi_{12}(i)$，ϕ_{30}，$\phi_{31}(i)$，$\phi_{32}(i)$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ p)$ はパラメータで，$(u_{1t},\ u_{3t})'$ はホワイトノイズの攪乱項ベクトルである。(3.1) をモデルIと呼ぼう。ここで，公共投資率から経済成長率への因果関係の検定における帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は，それぞれ次のように与えられる。

$$H_0:\ \phi_{12}(1)=\phi_{12}(2)=\cdots=\phi_{12}(p)=0$$

$$H_1:\ \text{いずれかの } i \text{ について } \phi_{12}(i)\neq 0,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ p$$

他方，経済成長率から公共投資率への因果関係の検定の場合，H_0 と H_1 はそれぞれ次のように与えられる。

$$H_0:\ \phi_{21}(1)=\phi_{21}(2)=\cdots=\phi_{21}(p)=0$$

$$H_1:\ \text{いずれかの } i \text{ について } \phi_{21}(i)\neq 0,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ p$$

公共投資率と一人当たり消費成長率の間の因果関係を分析する場合にも上と同様のモデルを設定すればよい。つまり，

$$\begin{cases} \Delta x_{2t}=\psi_{10}+\sum_{j=1}^{q}\psi_{11}(j)\Delta x_{2t-i}+\sum_{j=1}^{q}\psi_{12}(j)\Delta x_{3t-j}+v_{1t}, \\ \Delta x_{3t}=\psi_{20}+\sum_{j=1}^{q}\psi_{21}(j)\Delta x_{2t-j}+\sum_{j=1}^{q}\psi_{22}(j)\Delta x_{3t-j}+v_{2t}. \end{cases} \tag{3.2}$$

モデルIと同様に，ψ_{10}，$\psi_{11}(j)$，$\psi_{12}(j)$，ψ_{20}，$\psi_{21}(j)$，$\psi_{22}(j)$ $(j=1,\ 2,\ \cdots,\ q)$ はパラメータで，$(v_{1t},\ v_{2t})'$ はホワイトノイズの攪乱項ベクトルである。(3.2) をモデルIIと呼ぼう。ここで，公共投資率から一人当たり消費成長率への因果関係の検定における帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は，それぞれ次のように与えられる。

$$H_0:\ \psi_{12}(1)=\psi_{12}(2)=\cdots=\psi_{12}(q)=0$$

$$H_1:\ \text{いずれかの } j \text{ について } \psi_{12}(j)\neq 0,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ q$$

他方，経済成長率から公共投資率への因果関係の検定の場合，H_0 と H_1 はそれぞれ次のように与えられる。

$$H_0:\ \psi_{21}(1)=\psi_{21}(2)=\cdots=\psi_{21}(p)=0$$

$$H_1:\ \text{いずれかの } j \text{ について } \psi_{21}(j)\neq 0,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ p$$

---

13) 変数間に共和分の関係がある場合には，以下のような階差形に基づくVARモデルを用いて分析を行うことは適切な方法ではない。そのような場合にはVARモデルに誤差修正項を加えたVEC (Vector Error Correction) モデルを用いなければならない。この点に関する詳細な議論としてはHamilton (1994)，Enders (1995) 等を参照せよ。

上記VARモデルの推定におけるラグ次数 p，q の選択に際し，本稿ではAIC，SBIC，尤度比検定を勘案して次数を決定する。[14]モデルⅠについて，次数が1次から5次までのすべて式を推定し，*AIC* と *SBIC* の大きさを調べたところAICは次数2，SBICは次数1で最小値をとった。そこで，尤度比検定によってどちらの次数を採用するか検討した結果，$p=2$ となった。また，モデルⅡについても1次から5次までの推定式に対応するAICとSBICの大きさを調べたところAICは次数4，SBICは次数2で最小値をとった。したがって，ここでも尤度比検定によってどちらの次数を採用するか検討した結果，$q=4$ となった。

3.4 実証結果

表4　モデルⅠの実証結果

	Δx_1	Δx_3
定数項	−0.003713 (−0.84111)	0.000481 (0.71508)
$\Delta x_1(-1)$	−0.338476** (−2.12976)	−0.065213*** (−2.69515)
$\Delta x_1(-2)$	−0.161167 (−0.85763)	0.058188** (2.03376)
$\Delta x_3(-1)$	1.669796 (1.60186)	0.626514*** (3.94764)
$\Delta x_3(-2)$	−1.466254 (−1.48109)	−0.334500** (−2.21927)
検定統計量	3.287356	18.23382***

注）1.　行が説明変数，列が非説明変数を示す。
　　2.　括弧内の値は t 値である。
　　3.　*, **, ***はそれぞれ有意水準10%，5%，1%を示す。

表4と表5にそれぞれのVARモデルの推定結果および因果関係の検定結果が示されている。これらの表の結果で特に注目すべきは，「公共投資率から一人当たり経済成長率への因果関係」と「公共投資率から一人当たり消費成長率への因果関係」の検定結果である。まず，前者について因果関係がないという帰無仮説は棄却されなかった。この結果から，日本においては公共投資の配分が硬直的で経済環境の変化に対応したものとなっていないために，公共投資が有効な社会資本ストックの形成に結びついていない可能性が示唆れる。よって，この点に関して本稿で分析した理論モデルの含意と異なるものである。

他方，公共投資率から一人当たり消費成長率についても有意な因果関係が認められなかった。このことから公共投資は長期的な景気刺激策としても有効に機能していなかった可能性が示唆される。

14）これらの点に加えて，VARモデルの最高次のすべての係数の有意性の検定を t 検定で調べ，有意な係数が1つでもあれば，その次数の項をすべて保持する。

表5　モデルIIの実証結果

	Δx_2	Δx_3
定数項	−0.003891 (−1.26262)	0.000112 (0.15945)
$\Delta x_2(-1)$	−0.393383** (−2.22207)	−0.125200*** (−3.11339)
$\Delta x_2(-2)$	−0.542567*** (−2.62594)	0.018067 (0.38496)
$\Delta x_2(-3)$	−0.112417* (1.93178)	−0.094370** (−2.32064)
$\Delta x_2(-4)$	−0.208674 (−1.08738)	0.045582*** (4.36024)
$\Delta x_3(-1)$	1.239006* (1.67165)	0.734091*** (4.36024)
$\Delta x_3(-2)$	−1.312974 (−1.41202)	−0.590991 (−2.70804)
$\Delta x_3(-3)$	−0.010769* (1.93178)	−0.336823* (−1.97342)
$\Delta x_3(-4)$	−0.820558 (−1.09204)	0.000112 (0.15954)
検定統計量	7.096909	16.07965***

注）1.　行が説明変数，列が非説明変数を示す。
2.　括弧内の値は t 値である。
3.　*, **, ***はそれぞれ有意水準10%，5%，1%を示す。

よって，この点についても結果は理論モデルと整合的ではなかった。

以上のことをまとめると，少なくとも本稿の対象期間において，Barro and Sala-i-Martin (1995, ch. 4) モデルの含意をデータから確認することはできなかった。これは，日本における公共投資は生産効率を向上させるような分野に対して振り向けられてきたとは言えず，単なる雇用対策のために行われてきたためと考えられる。

4　結語

本稿の以上の部分では，公共サービス（投資）を伴う内生的成長モデルの代表的なものとしてBarro and Sala-i-Martin (1995, ch.4) のモデルを例にとり，そのモデルの含意が日本経済のデータと整合的かどうかを検討してきた。

1957年から1998年のデータを利用した場合，公共投資率から一人当たり経済成長率への因果関係は認められなかった。この結果から，1950年代半ば以降は，公共投資の配分が硬直的で経済環境の変化に対応したものとなっていないために，公共投資が有効な社会資本ストックの形成に結びついていな

い可能性が示唆れる。したがって，この点については本稿で分析した理論モデルの含意と異なるものであった。

他方，公共投資率から一人当たり消費成長率についても有意な因果関係が認められなかった。このことから公共投資は長期的な景気刺激策としても有効に機能していなかった可能性が示唆される。よって，この点についても理論モデルの含意と整合的はなかった。

以上の帰結は，近年の日本における公共投資が生産効率を向上させるような分野に対して振り向けられてこなかったことに起因するものと考えられる。

なお，今後の検討課題としては次のことが挙げられる。本稿の推定では，公共投資率の利用可能なデータの制約もあって『国民経済計算』を用いたが，それは産業基盤社会資本への投資と生活関連型社会資本への投資を集計化したものであった。しかし，その中で下水道や公園といった生活関連型社会資本への投資は，産業の生産性向上という効果よりもむしろ家計の効用に影響を与えるといった側面が強い。したがって，今後より正確な結論が得られるよう両者を区分して分析を行うこととしたい。

参 考 文 献

(1) Azariadis, C. (1993), *Intertemporal Macroeconomics,* Blackwell.

(2) Barro, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," *Journal of Political Economy,* 98, s103-s125.

(3) Barro, R. J. (1991), "Economic Growth in a Cross Section of Countries," *Quarterly Journal of Economics,* 106, 407-443.

(4) Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (1995), *Economic Growth,* McGraw-Hill (大住圭介訳 (1997, 1998)『内生的経済成長論 I, II』九州大学出版会).

(5) Campbell, J. Y. and P. Perron (1991), "Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomists Should Know about Unit Roots," *NBER Macroeconomics Annual 1991,* 141-201.

(6) Doldado, J., T. Jenkinson, and S. Sosvilla-Rivero (1990), "Cointegration and Unit Roots," *Journal of Economic Survey,* 4, 249-273.

(7) Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series,* John Wiley & Sons.

(8) Engle, R. F. and B. S. Yoo (1987), "Forecasting and Testing in Co-integrated Systems," *Journal of Econometrics,* 35, 143-159.

(9) Fuller, W. A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series,* John Wiley & Sons.

(10) Greene, W. H. (2000), *Econometric Analysis,* 4th ed., Prentice-Hall (斯波恒正・中妻照雄・浅井学訳 (2000)『グリーン計量経済分析 I, II』エコノミスト社).

(11) Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis,* Princeton University Press.

(12) Harris, R. I. D. (1992), "Testing for Unit Roots Using the Augmented Dickey-Fuller Test: Some Issues Relating to the Size, Power and Lag Structure of the Test," *Economics Letters,* 38, 381-386.

(13) Jones, C. I. (1995), "Time Series Tests of Endogenous Growth Models," *Quarterly Journal of Economics,* 110, 495-525.

(14) Lucas, R. E. (1988), "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics,* 22, 3-42.

(15) Lau, S-H. P. (1995), "Walfare-Maximizing vs. Growth-Maximizing," *Economics Letters,* 47, 351-359.

(16) Maddala, G. S. (1992), *Introduction to Econometrics,* 2nd ed., Prentice-Hall (和合肇訳 (1996)『計量経済分析の方法 (第2版)』シーエーピー出版).

(17) Mankiw, N. G., D. Romer, and D. Weil (1992), "A Contribution to the Empirics of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics,* 107, 407-438.

(18) Perron, P. (1988), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Future Evidence from a New Approach," *Journal of Economic Dynamics and Control,* 12, 297-332.

(19) Romer, P. M. (1986), "Increasing Returns and Long-run Growth," *Journal of Political Economy,* 94, 1002-1037.

(20) 大住壮四郎 (1997)『入門SNA　国民経済計算で読む日本経済』日本評論社.

(21) 経済企画庁編 (2000)『国民経済計算年報　平成12年版』大蔵省印刷局.

(22) 中里透 (1999)「社会資本整備と経済成長」『フィナンシャル・レビュー』第52号, 67-84.

(23) 三野和雄 (2000)「経済成長モデルの収束速度：展望」『国民経済雑誌』第181巻, 第2号, 15-30.

(24) 山本拓 (1988)『経済の時系列分析』創文社.