

## スケール伸長変換による平滑化を用いたフラクタル 表面からの特徴抽出とその応用

岸川, 善紀

<https://doi.org/10.15017/3000252>

---

出版情報 : 経済論究. 108, pp.1-14, 2000-11-28. 九州大学大学院経済学会  
バージョン :  
権利関係 :

# スケール伸長変換による平滑化を用いた フラクタル表面からの特徴抽出とその応用

岸 川 善 紀

## 1 まえがき

部分的なパターンの自己相似性をモデル化する方法としてフラクタル理論が展開されており、時系列予測など1次元の信号処理のほか、画像符号化や圧縮などの2次元データへも適用されている<sup>(1)-(6)</sup>。空間的なフラクタル信号を認識する場合に、含まれるノイズをどのように除去するか、あるいは、重畳している非フラクタル信号をどのように分離するかが問題となる。例えば、雲の空間分布はフラクタル表面で近似できるとされているが、集中的な雲の発生は異状点であり、この検出は重要である。また、半導体表面の粗さを検出する方法としてフラクタル次元を推定する方法があるが、異物を自動検出する方法も必要である<sup>(7)</sup>。本論文では、このようなフラクタル表面で近似できるデータに対して、特異点となる場所を検出し、その形状を推定する方法を提案する<sup>(8)(9)</sup>。

フラクタル時系列およびフラクタル表面の予測（あるいは座標軸上の次のステップにおける値の推定）に関して、著者らは以前、入力信号とスケール関数で展開したインパルス応答関数を用いて表現し、スケール伸長変換を用いて推定値を求める方法を提案した<sup>(4)-(6)</sup>。この方法は、基本的には、信号の予測であるが、既知のデータに関する平滑化の手法として用いることも可能である。本論文では、このスケール伸長変換によるフラクタル信号の予測理論を基礎として、フラクタル表面に重畳された非フラクタル信号（以下では、これを過渡波とよぶ）を検出する問題へと適用する。

しかしながら、フラクタル信号の予測手法を直接適用した場合には、線形予測フィルタに固有の位相のずれが発生するため、これを回避するため、いくつかの方向からの予測を総合して、過渡的な信号を検出するように工夫をしている。また、雲の空間分布や流量のデータなど、現実に観測されるフラクタル表面のデータには、ノイズが重畳していることが多く、これを効率よく除去する必要がある。本論文では、フラクタル表面のウェーブレット変換を用いて、逐次的にノイズレベルを推定し、これを用いてウェーブレット逆変換により、ノイズ除去された情報からもとの信号を再生し、信号からノイズを除去する方法を適用する<sup>(7)</sup>。

本論文では、この手法の有効性を確認するために、最初に、人工的に発生させたフラクタル表面に、既知の信号を重畳し、これをどの程度正確に検出できるかを確認する。その後、代表的なフラクタル表面のデータに対して過渡的な信号を抽出する実験を行う。

以下、2.では座標軸のスケール伸長によるフラクタル表面の推定手法を整理する。3.では、フラクタル表面データのウェーブレット変換を用いてノイズを除去する方法、フラクタル次元を推定する方法を示す。4.では、表面の複数方向からの推定を用いることにより線形予測手法の推定誤差を改善す

る適応的な手法を提案し、人工的に生成したフラクタル表面に過渡波を重畳した場合の検出について触れる。5.では、本論文の平滑化手法を実際に観測されるデータに適用することを考え、いくつかの代表的なフラクタル表面における過渡波の検出結果について述べる。

## 2 フラクタル表面の推定手法

### 2.1 スケール関数による展開

以下では、 $x-y$  座標の上の点で表現されるフラクタル表面  $z(x, y)$  (3次元空間に広がったフラクタル信号) を解析対象とする。以下では、著者らが以前に示したフラクタル表面の推定手法を整理する<sup>(6)</sup>。

まず、フラクタル性を示す表面があった場合に、部分表面で求めたインパルス応答関数が表面の自己相似性を利用することによって座標間隔を拡大した場合に再利用することができ、他の部分を推定することができるかと仮定する。

いま、一般的な線形入出力システム (線形推定式)

$$\bar{z}(x, y) = \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} h(x, x-\tau, y, y-\mu) z(\tau, \mu) d\tau d\mu \quad (1)$$

を考察する。ここで、 $x_0$  と  $y_0$  は  $z(x, y)$  を推定する時に  $X$  座標、 $Y$  座標のどの範囲まで用いるかを示すもので、 $0 < x_0 < x$ ,  $0 < y_0 < y$  の値をとる。例えば、1 座標間隔ごとの離散的なサンプル値を用いる場合  $x = x_0 + 1$ ,  $y = y_0 + 1$  などとなる。

式(1)は入出力が同じ  $z(x, y)$  であってシステムへの入力と出力が同じになるようにインパルス応答関数を決定する必要がある。

インパルス応答関数  $h(x, \tau, y, \mu)$  の推定において、 $h(x, \tau, y, \mu)$  がスケール関数  $\phi(t)$  を用いて次のように展開されると仮定する。

$$h(x, \tau, y, \mu) = \sum_{i,j,k,l} h_{ijkl} \phi N_i(x) \phi N_j(\tau) \phi N_k(y) \phi N_l(\mu) \quad (2)$$

ただし、

$$\phi N_i(t) = 2^{-N/2} \phi(2^{-N}t - i) \quad (3)$$

$$\phi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 1; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

この場合には、インパルス応答関数の推定は係数  $h_{ijkl}$  の推定と同等となる。

いま、式(1)による推定値  $\bar{z}(x, y)$  と観測値  $z(x, y)$  との差の最小 2 乗近似を考え、これを最小化するようにインパルス応答関数の係数  $h_{ijkl}$  を決定する。最小 2 乗近似の評価関数を  $h_{ijkl}$  について微分した値はスケール関数の性質を用いれば比較的容易に計算できる。

### 2.2 スケール関数の伸長による推定

いま、 $X_s \leq x \leq X_e$   $Y_s \leq y \leq Y_e$  は、インパルス応答関数の推定を行なう区間であり、 $X_1 = X_e - X_s$ ,

$Y_1 = Y_e - Y_s$  とする。また、 $0 < x \leq X_2$ ,  $0 < y \leq Y_2$  は式(1)を利用して  $z(x, y)$  を推定する区間とする。次の量を定義する。

$$b = a^D, \quad a = X_2/X_1 = Y_2/Y_1 \quad (5)$$

ここで、 $D$  は信号  $z(x, y)$  の座標軸方向のフラクタル次元でありフラクタル性をもつための条件は

$$1 < D < 2 \quad (6)$$

である。なお、次元  $D$  は観測されたフラクタル表面のデータを用いて、後述のウェーブレット変換による方法で推定される。この次元  $D$  を用いて式(5)から  $b$  が決定される。このとき、 $z(x, y)$  のフラクタル性により、 $0 < x \leq X_2$ ,  $0 < y \leq Y_2$  において、次の式が近似的に成立する。

$$\bar{z}(x, y) = b^{-2} \int_0^{bx_0} \int_0^{by_0} h\left(\frac{x}{b}, \frac{x-\tau}{b}, \frac{y}{b}, \frac{y-\tau}{b}\right) z(\tau, \mu) d\tau d\mu \quad (7)$$

すなわち、それぞれの座標軸が  $a$  倍された領域の中に  $b$  個のフラクタル図形が入る。フラクタル信号の自己相似性から、インパルス応答関数  $h(x, \tau, y, \mu)$  はスケール伸長されても同じ線形推定の関係式を成立させる性質を保持するので、 $X_1, Y_1$  で推定された  $h(x, \tau, y, \mu)$  を  $b$  倍したものをを用いれば、 $a$  倍に伸長した区間においても、式(7)の推定モデルが近似的に成立すると考えられる。

本論文では、サンプリングされた信号を仮定し、サンプリング間隔を 1 とする。すなわち、式(1)の推定において、1 個の座標間隔先の値を推定することとし、 $x = x_0 + 1$ ,  $y = y_0 + 1$  とする。また、座標軸を拡大した場合、式(7)では式(1)の座標間隔の  $b$  倍先の値を推定、つまり、サンプリング間隔が  $b$  先の信号を推定することになる。すなわち、

$$\bar{z}(bx_0 + b, by_0 + b) = b^{-2} \int_0^{bx_0} \int_0^{by_0} h\left(\frac{x}{b}, \frac{x-\tau}{b}, \frac{y}{b}, \frac{y-\tau}{b}\right) z(\tau, \mu) d\tau d\mu \quad (8)$$

ここで、式(8)をもとにして推定を行なう場合、1 つ先の推定値を計算するケースを 1 ステップ先の推定、あるいは  $b$  サンプル先の推定とよんでおく。

### 2.3 シミュレーションによる推定の検討

以下では、シミュレーションにより発生させたフラクタル表面について、 $b$  サンプル先の推定誤差を評価する。推定方式を確認することが目的であるので、 $0 < x < X_2$ ,  $0 < y < Y_2$  の区間でのすべての観測データは得られていると仮定する。なお、フラクタル表面の生成には逐次ランダム加算法<sup>(10)(11)</sup>を用いる。

フラクタル表面の部分から計算したインパルス応答関数をスケール変換して、拡大された表面における形状を推定する場合に、最初に選択する部分を任意にとることはできない。フラクタル性が保存されるためには、部分表面と全体とが拡大縮小の関係に、できるだけ近い方が望ましい。具体的には、領域  $X_2, Y_2$  における表面全体をデータマッチングをとる対象として、 $X_1, Y_1$  とする場所を変化させながら、 $X_1, Y_1$  における部分表面サンプルとの差 (表面の値の差の 2 乗誤差) が小さくなるケースを求める。この場合、サンプリング間隔の調整や、表面サンプルの最大値を 1 に正規化するなどの工夫をする。

シミュレーションのケースとして、 $b=2$  の場合を考える (式(5)において  $a=2^{1/D}$ )。

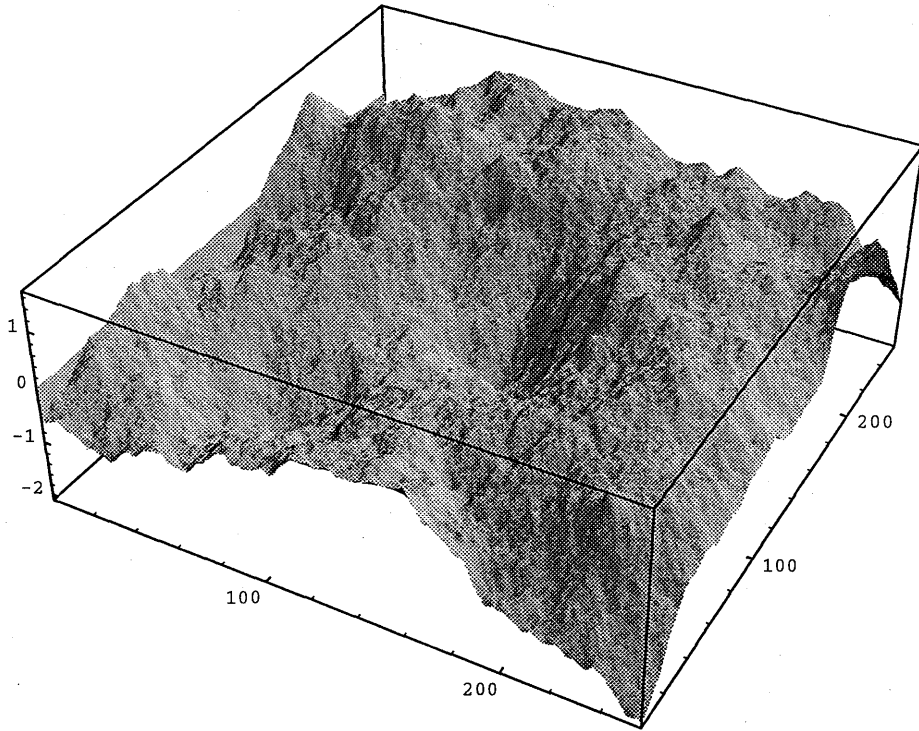


図 1(a) 元のフラクタル信号

図 1(a)には原フラクタル表面の例を，図 1(b)にはその  $b$  サンプル先の推定を示している。

推定誤差の定義として，観測区間の信号の最大振幅に対する推定誤差の相対的な割合（パーセント）を用いた場合，平均推定誤差は0.5%となっている。

### 3 ウェーブレット変換によるノイズ除去

#### 3.1 ウェーブレット変換とフラクタル次元

ここでは，フラクタル表面のデータをウェーブレット変換する基礎について述べる<sup>(12)-(14)</sup>。これは，与えられた 3 次元の表面にフラクタル性が存在するかどうかを検査し，フラクタル性が存在する場合には，その次元を推定する目的や，重畳したノイズを除去する場合に用いる。

いま，与えられた信号  $z(x, y)$  を直交ウェーブレット変換する。

$$z(x, y) = \sum_i \sum_p \sum_j \sum_q z_{ij}^{pq} \phi_i^p(x) \phi_j^q(y) \quad (9)$$

$$z_{ij}^{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z(x, y) \phi_i^p(x) \phi_j^q(y) dx dy. \quad (10)$$

ここで，関数  $\phi_i^p(x)$ ， $\phi_j^q(y)$  は基本ウェーブレット関数  $\phi(\cdot)$  に対して次のスケール，シフト変換を行なうことにより構成される<sup>(13)</sup>。

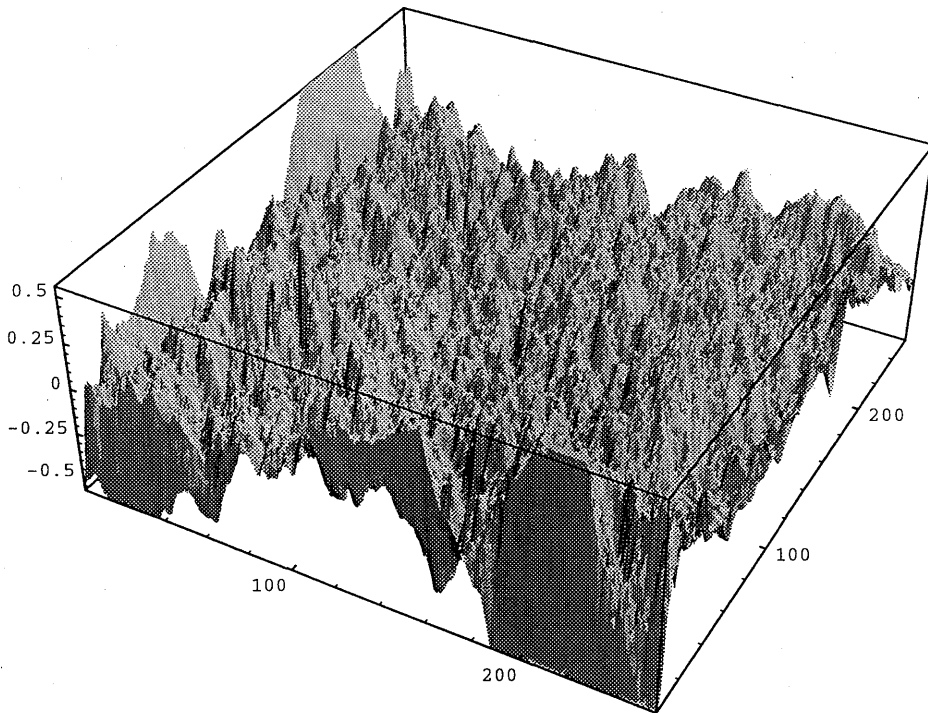


図1(b)  $b$  サンプル先の推定誤差

$$\phi_i^p(t) = 2^{p/2} \phi(2^p t - i) \quad (11)$$

$p, q$  はスケール変換のインデックス,  $i, j$  はシフト変換のインデックスである。スケール変換のインデックスは, データの補間を行わない場合  $p, q = 0, -1, -2, \dots$  となる。

$z(x, y)$  がフラクタル性をもつことから, ウェーブレット関数の自己相似性の性質を用いると, 係数  $z_{ij}^{pq}$  の満たすべき条件として, 次の関係式が得られる。

$$\text{var } z_{ij}^{pq} = \sigma^2 2^{-\gamma(p+q)} \quad (12)$$

ここで,  $\gamma$  はフラクタル時系列のパワースペクトルを求めた場合のスペクトル係数で,

$$S(\omega) \sim \frac{\sigma^2}{|\omega|^\gamma} \quad (13)$$

で表され, フラクタル表面の次元  $D$  と次の関係をもつ<sup>(9)</sup>。

$$\gamma = 5 - 2D \quad (14)$$

従って,  $z_{ij}^{pq}$  の分散が計算できれば, 信号の分散, フラクタル次元の推定が行える。また, 式(12)の両辺の対数をとる, 変数  $p, q$  について線形の関係式となるので, データを用いて, この回帰式からの差を計算することにより, フラクタル性の検討を行なうことができる

$$\log \text{var } z_{ij}^{pq} = -2\sigma - \gamma(p+q) \quad (15)$$

式(15)に回帰直線  $a - b(p+q)$  を当てはめた場合の平均2乗誤差を  $R_w$  と定義する。

### 3.2 ウェーブレット変換を用いたノイズ除去

以下の議論では、観測されたフラクタル表面  $z(x, y)$  には、もとの自己相似的な表面  $r(x, y)$  に加えて、白色雑音  $w(x, y)$  が重畳していると仮定する。

$$z(x, y) = r(x, y) + w(x, y) \tag{16}$$

ノイズ除去において、このようなフラクタル表面における関係式を用いることもできるが、 $x$  座標、あるいは  $y$  座標方向に切断した面は、フラクタル時系列となっているので、これを用いてノイズを除去することができる。いま、簡単のため  $y$  軸に並行な垂直面で切断した断面を  $x(t)$  とする。これは、フラクタル時系列となる。次の関係式が成り立つ。

$$x(t) = r(t) + w(t) \tag{17}$$

$r(t)$  と  $w(t)$  は独立であるので、 $x(t)$  のウェーブレット変換をとり、ウェーブレット係数の分散を求めると、次の関係が得られる。

$$\sigma_m^2 = \sigma^2 \beta^{-m} + \sigma_w^2 \tag{18}$$

$$\beta = 2^D \tag{19}$$

ここで、 $\sigma_m^2$ 、 $\sigma^2 \beta^{-m}$ 、 $\sigma_w^2$  はそれぞれ、観測信号、フラクタル表面、ノイズ成分の分散である。

観測された時系列から  $\sigma^2$ 、 $D$ 、 $\sigma_w^2$  などを推定する方法として、EMによる方法が提案されている。この方法は  $\sigma^2$ 、 $D$ 、 $\sigma_w^2$  とを交互に最適化する逐次近似法であり、計算時間が問題となる<sup>(13)(14)</sup>。ここでは、計算時間と解析精度を考慮して、ウェーブレット係数の統計量を直接用いて簡単化した方法を提案する<sup>(7)(8)</sup>。

ガウス過程の場合には、2乗誤差を最小化する方向でパラメータ推定が行なわれる。特に、高周波でノイズが優勢になり、低周波でスペクトルが優勢になる性質を用いている。ここで  $x_n^m$  と  $r_n^m$  とは jointly Gaussian であるので  $\sigma_m^2$  を求めたあとで、 $x(t)$  からノイズの影響を除去した信号  $r(t)$  のウェーブレット係数の修正値である  $r_n^m$  は、次のように与えられる。

$$r_n^m = x_n^m (\sigma^2 \beta^{-m}) / (\sigma^2 \beta^{-m} + \sigma_w^2) \tag{20}$$

従って、ノイズ成分の分散  $\sigma_w^2$  がいくらになるかが推定できれば、フラクタル時系列を取り出す準備がととのう。ノイズの分散、フラクタルの分散、次元を同時に推定する繰り返し計算アルゴリズムもあるが、以下では簡単な方法でこれを予測する。

アルゴリズムの形でまとめると次のようになる。

(ステップ1)  $D$ の初期値

通常フラクタル次元は  $D=1.5$  前後の値となるので初期値として  $D=1.5$  を与える。

(ステップ2)  $\sigma_w^2$ の初期値

$m$ が最小となるときの  $\log \text{var}(x_n^m)$  の値を  $\sigma_w^2$ の初期値とする。

(ステップ3) ウェーブレット係数の再計算

式(20)よりウェーブレット係数の修正値を計算する。次に、これを用いて回帰式からの差  $R_w$  を計算する。この  $R_w$  の値が満足できるほど小さいものであればステップ4に進む。もし、そうでない場合には、修正したウェーブレット係数を用いてステップ2から計算をやりなおす。

(ステップ4) 回帰式からの差  $R_w$  が最小となる  $\sigma_w^2$

式(15)の  $R_w$  が最小となる  $\sigma_w^2$  を求めれば、その値がフラクタル時系列を分離する最適な  $\sigma_w^2$  を与えると考えられる。

(ステップ5) 回帰式からの次元と分散の推定

式(14), (15)の関係より  $\sigma^2$ ,  $D$  を推定する。 $D$  がもともと与えている値と一致しない場合には、値を変更して再度計算を実行する。

(ステップ6) もとの時系列の再現

式(20)のウェーブレット係数を用いてウェーブレット逆変換（再構成）によりノイズを除去した時系列を求める。

### 3.3 数値シミュレーション

以下では、本論文で提案するウェーブレット係数の分散の対数データに回帰直線を当てはめる方法により計算される次元の推定精度と、ノイズ分散の推定とノイズ除去の方法について、シミュレーションをもとに検討する。

既知のフラクタル次元をもつfBmを文献<sup>(10)(11)</sup>に従って発生させておいて、フラクタル次元を推定するシミュレーションを行ってみる ( $x$ ,  $y$  方向による差異はない)。これらの実験結果として、推定された次元の相対誤差の平均値 (単位%) を表1に示している。これより分かるように、本論文の方法による推定誤差は十分に小さくなっている。

#### (2) ノイズの分離

以下では、シミュレーションとしてフラクタル時系列にあらかじめ含まれるノイズをわかっていると仮定し、その分散などを時系列のウェーブレット係数を用いてノイズ除去を行なう。

図2には、ノイズを含むフラクタル時系列からのノイズ除去の過程を示す1つの例を示す。ノイズレベルにより復元できる可能性は左右されるが、これをまとめたのが表2である。表2では、いくつかのノイズのレベル (SNR) における元のフラクタル表面のデータと、ノイズ除去後の復元データとの間の2乗平方誤差を、元の信号の振幅で割った利得 (SNR-gain) を示している。これより分かるように、SNRが20dB以下であれば、信号の復元が可能であると判断される。

表1 フラクタル次元推定の相対誤差 (%)

$D$	1.2	1.5	1.7	1.9
推定誤差	1.7	7.8	10.2	12.5

表2 ノイズレベル (SNR) と復元記号の相対誤差 (SNR-gain)

SNR	40	30	20	10	0
SNR-gain	0.5	1.2	4.8	8.6	18.7



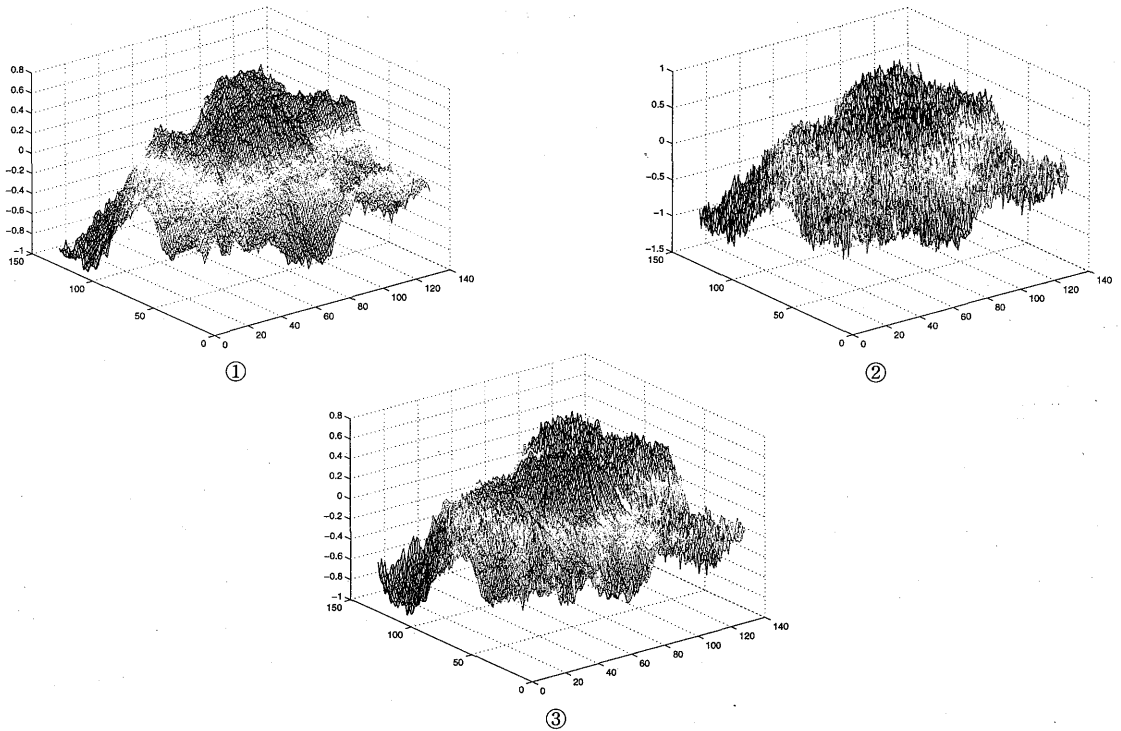


図2 フラクタル表面からのノイズ除去の例  
 (①原信号, ②ノイズ付加の記号, ③ノイズ除去後の信号)

#### 4 フラクタル表面推定による特徴パターンの抽出

##### 4.1 インパルス応答関数の近似計算

本論文の推定手法では、式(1)においてインパルス応答関数の係数を最急降下法を用いて、推定値と観測値との誤差が最小になるように逐次近似する。計算にあたり式(2)の  $j, l$  の範囲を  $j, l=1\sim 4$  に限定する。計算時間を短縮する方法として以下が有効である。スケール関数は式(3)に示されるパラメータ  $N$  を含み、具体的にはスケール関数の解像度に対応しており、 $N$  の値が大きいほど粗い解像度となる。従って、最初、ある程度大きな  $N$  を与えておいてインパルス応答関数の計算を行ない、次のステップでは  $N$  の値を1つ減少させた場合のインパルス応答関数を計算し、これを繰り返して最終的に  $N=0$  の場合のインパルス応答関数を求める。

具体的には、次のようなアルゴリズムとなる。

- 1)  $N$  の値を適当に与えインパルス応答関数の係数を計算する。計算に用いるデータは  $2^N$  おきとなる。
- 2)  $N$  の値を1つ減少させた場合のインパルス応答関数の係数を計算する。係数計算の初期値として、1) で求めた係数値を用いる。すなわちサンプリング間隔は半分になるので、インパルス応答関数

の係数の計算にあたり、隣合う16のサンプルで同じ初期値として前段で計算された係数値を共有する。

3)  $N=0$  になるまで計算を繰り返す。最終的に求められた係数をフラクタル表面の推定に用いる。

インパルス応答関数の係数計算の方法は単純な繰り返し計算であるので、適応的手法を用いれば、 $N$ を増加させるごとに2のべき乗に比例して減少する。例えば、 $N=3$ の場合には、計算時間は適応的手法をもちいない場合に比べ、約1/5になる。

#### 4.2 複数の推定方向による誤差の抑制

線形フィルタを用いた推定手法では、信号の因果関係に基づく限界があることが知られており、その代表的な現象が位相のずれの発生である。従って、これまで述べた推定手法を、そのまま平滑化手法として用いた場合には、フラクタル表面に重畳されている過渡波と推定誤差が同程度となる危険性がある。一方、推定手法と異なり平滑化においては、基本的にすべてのデータが観測されており、利用可能であるので、予測を複数の方向に実行することが可能である。特に、画像など多次元信号の場合には、常に、このような条件が満足されている。従って、複数の方向から推定をすすめ、その平均値として推定値を求めておけば、位相のずれによる推定誤差は縮小できる可能性がある。

複数の方向から推定を進める手法はいくつか考えられるが、以下では、すでに述べた  $i, j$  方向、 $i$  方向、 $j$  方向の推定を組み合わせることとし、それぞれの  $i, j$  の数値（座標）を増加する方向と減少する方向の2つの組合せを考える。これにより、合計、8つの推定値を平均することにより、ある1つの座標における表面の値を推定することになる。しかし、計算の都合上、座標軸の斜め方向はやや複雑となるので、以下ではこの中の4つの方向のみを用いることとする。

$i, j$  方向、 $i$  方向、 $j$  方向の推定において、推定の方向を逆にするには、インパルス応答関数と信号とのたたみこみで推定値を求める表現において、座標軸の変数を逆向きにすることにより得られる。あるいは、同様の手段であるが、データをすべて逆方向にサンプルしたデータを改めて生成しておき、これに順方向の推定手法を適用しても同じ結果が得られる。

このような推定手法を適用したことにより、フラクタル表面の推定誤差がどの程度減少するかをシミュレーションにより確認する。人工的に発生させたフラクタル表面に対して、ここで述べた予測手法を適用した結果、推定誤差は、推定を1つの方向だけで行った場合に比べて、約1/2になっており、4方向からの推定値を平均する効果が大きいことが示されている。

#### 4.3 フラクタル表面からの過渡波検出

これまで述べたフラクタル表面からの過渡波検出の方法をアルゴリズムとしてまとめると次のようになる。

ステップ1：ノイズ除去

すでに述べた手順により観測データからノイズを除去しておく。

ステップ2：予測誤差の計算

$t$ 時刻先の推定を観測された表面の全域について行う。もとの観測データと推定データとの差が大

きくなる場所に過渡波が含まれると考えられる。推定を継続した場合に、少なくとも10サンプルにわたって誤差が拡大する場合には、次のステップ3に進む。

ステップ3：広い範囲に過渡波があるケース

$b$ 時刻先の推定誤差が縮小しない区間においては、相対的に広い範囲に過渡波が含まれる可能性があるため、そのまま推定を続けると誤差に影響される場合がある。従って、この場合にはもとのフラクタル表面から求めた移動平均を、仮の表面データとして推定を継続する。

ステップ4：区間の終了

もし、 $b$ 時刻先の誤差が縮小してきた場合には相対的に広い範囲に過渡波が含まれる区間が終了したとみなす。これ以降はステップ2に戻る。

ステップ5：過渡波の抽出

これまでの推定誤差から過渡波と考えられる部分を抽出する。推定は1回で終了するので、過渡波を抽出するしきい値を設定しなおすことにより、検出できる確率が変化する。

なお、ステップ3において広い範囲に過渡波があるケースを取り入れているが、多くの数値シミュレーションの結果から判断すると、フラクタル表面の推定では、過渡波のレベルに推定が影響される度合は、フラクタル時系列の場合と比較して極めて小さい。従って、ステップに示すような簡便な方法でも過渡波へ対応できる。

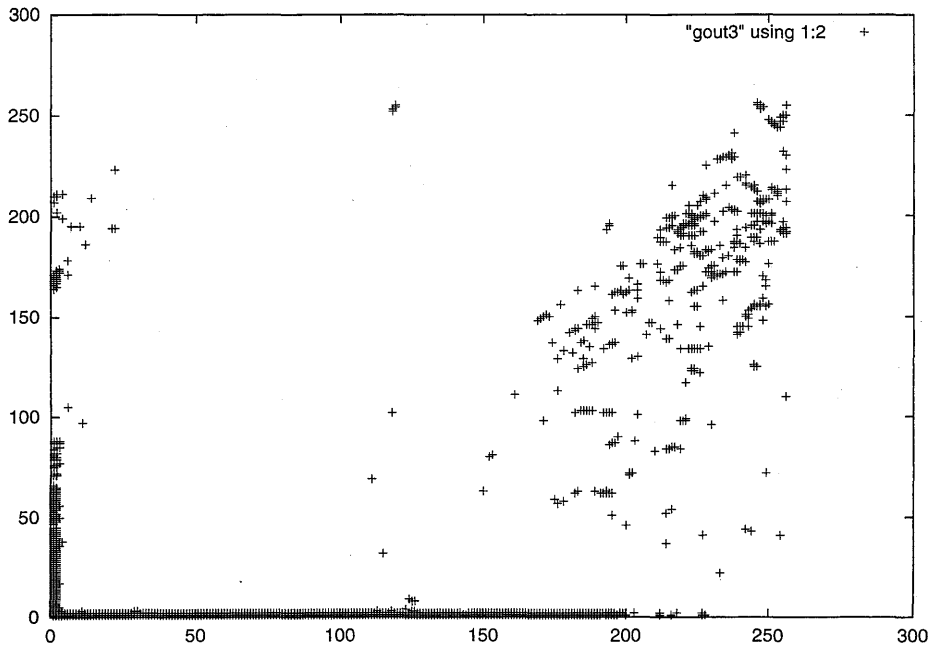
最初に、シミュレーションにより、既知のフラクタル表面に、形状が分かっている過渡波を重畳した場合に、平滑化の手法を用いて過渡波がどの程度正しく検出できるかを確認する。フラクタル表面の次元を  $D=1.5$  としておく。重畳する過渡波は、高さが  $a$ 、底辺の面積が  $B$  である長方形の形状を仮定し、 $a$ 、 $B$  の違いによって検出される確率を求める。検出されるためのしきい値としては、もとの過渡波の高さの70%以上であるとする。これ以下のレベルであれば、ノイズや予測誤差に埋もれているとみなす。

なお、抽出された過渡波が、どの種類のものであるかを認識する、いわゆるパーン認識の機能も必要であるが、ここでは、検出されているかどうかを確認する作業のみを行うこととする。過渡波の振幅レベル  $a$  をフラクタル表面の信号レベルで割った数値を  $s$  として、この違いによる正しい検出の確率を求める。

表3には、過渡波の検出の結果を整理している。これらより分かるように、検出のしきい値  $s$  を0.2程度まで小さく設定できることが分かる。また、図3は  $x-y$  平面上での特徴抽出の例である。

表3 過渡波抽出の確率

	B = 1	B = 4	B = 8	B = 25
s = 1.0	100	100	100	100
s = 0.5	100	100	98	92
s = 0.2	93	88	83	82
s = 0.1	52	50	38	30

図3 特徴抽出の例 ( $x-y$  平面上)

## 5 応用例

### 5.1 雲の空間データの異常検出

従来より、雲の濃度（厚さ）を山岳の高さに置き換えて描くと、フラクタル表面として近似できることが知られている<sup>(1)(13)(14)</sup>。以下では、実際に測定したいくつかの雲の空間分布を用いて、本論文で示した過渡波検出手法を適用してみる。検出方法の応用としては、例えば、集中的な雨の存在など、フラクタルで近似できる表面とは異なる変動を示す部分を検出し、詳細な分析を行う場所を特定できるなどがある。

雲のデータは文献<sup>(15)</sup>よりランダムに抽出し20個について、台風などの特別な形状である場合は除外した。サンプル数は $256 \times 256$ である。雲の空間分布のフラクタル性とフラクタル次元の推定に関して結果を表にまとめてはいないが、式(15)における  $R_b$  は0.14程度でfBmとして発生させたフラクタル表面の場合と同等の小ささであり、フラクタル性が極めて強いといえる。また、その次元  $D$  もほぼ1.4~1.6の範囲に存在していることが分かる。過渡波検出の手順として、以下の応用例を通じて、次のようにさだめている。まず、抽出過程におけるパラメータとして、フラクタル表面の信号レベルと過渡波検出のしきい値との比率  $\theta$  をいくつか与えておき、その中で最適と思われる場合の結果のみを示す。しきい値  $\theta$  が小さく、あるいは大きくなるにしたがって誤った検出が増加している。

表 4 雲のフラクタル表面の過渡波の認識率(%)

	ケースA	ケースB
分析1	95	91
分析2	92	87

次に、人工的なフラクタル表面に生成した過渡波と異なり、過渡波を特定できないので、ここでは、表面の移動平均値を参考にしながら、人間の目視により特徴部分であるとされた範囲を正しい過渡波部分であると仮定する。すなわち、シミュレーション実験では、人間の認識と、ここで述べる方法とがどれ位近いかを検証することになっている。過渡波の種類は、ごく狭い範囲に分布する場合（ケースA）、広く分布する場合（ケースB）の2つのケースに分類しておく。過渡波の抽出結果の整理のしかたとして、人間の判断する過渡波の抽出場所に自動検出の結果がどれ位含まれているかを数値化したものを分析1とし、自動検出の結果の中で人間の判断と一致するものを分析2の数値としてまとめている。

表4には20の雲のデータに対する過渡波の抽出実験の結果を示している。このように、雲のデータからの過渡波の抽出は良好である。

### 5.2 地理データに対するシミュレーション

地理データの代表例として高度データ<sup>(16)</sup>を用いて特徴を抽出するシミュレーションを行う。山岳風景や海岸線などはフラクタルである例としてよく引用されているが、その特徴を抽出する試みはない。

いま、ある地形の高度データが  $x-y$  の平面上のデータとして与えられていると仮定する。平面上のサンプル数は  $256 \times 256$  である。これに対して、これまで述べてきた過渡波抽出の方法を適用する。抽出過程におけるパラメータとして、雲のデータの場合と同様に過渡波検出のしきい値  $\theta$  を用いる。過渡波の種類についても同様に、ごく狭い範囲に分布（ケースA）、広く分布する（ケースB）の2つのケースに分類しておく。

表5には20の地形図に対する過渡波の抽出実験において、正しく検出された目標の割合を示している。地形図の場合、雲のような空間的な自由な移動が少ないことや、開発などによる細かな変動があるので、認識率はやや低くなっている。

### 5.3 環境データの異常検出

次に、環境データの代表例として温度分布における過渡波を検出する。シミュレーションの仮定は、これまでの応用例と同じであり、人間の観測により異常に高い温度分布の範囲が検出されるかどうか

表 5 地形図の過渡波抽出における認識率

	ケースA	ケースB
分析1	81	82
分析2	78	75

表6 温度分布のフラクタル表面の過渡波認識

	ケースA	ケースB
分析1	78	79
分析2	69	67

を検討する。

表6には20の温度分布図をデータとして整理し<sup>(17)</sup>、これに対する過渡波の抽出実験の結果を示している。サンプル数は60×60である。データは精密には求められないので、認識率は他の応用例と比較して低いものとなっている。

## 6 むすび

本論文では、フラクタル表面（3次元フラクタル信号）に対するスケール伸長変換による推定（平滑化）手法を用いた特徴抽出法と、それを実際に応用する場合の適応的手法について述べた。フラクタル表面の特徴抽出には形状をスケール関数の展開形式で表現されたインパルス応答関数と入力信号との畳み込みにより表現するモデルを仮定し、座標軸の伸長に対してインパルス応答の自己相似的な性質が保持されることを用いた推定手法が有効であるが、観測されたフラクタル表面にはノイズが重畳しており、これを効率よく除去する方法を適用した。例として、シミュレーションにより発生させたフラクタル表面へのノイズの重畳と除去、人工的に加えた特徴的な信号の抽出などについて述べ、推定誤差についても一定の範囲内で小さくなることを示した。応用例として、代表的なフラクタル表面として雲の分布データなどについて特徴抽出の分析を行い、有効性を示した。

今後の課題としては、さまざまな多次元信号をフラクタルで近似するための効率的な方法の開発、長期的な相関だけではなく短期的な相関も考慮に入れた場合の推定理論があり、検討を加えていきたい。

## 参 考 文 献

- (1) B. Mandelbrot: The Fractal Geometry of Nature, San Francisco, Freeman, 1982.
- (2) 高安秀樹：フラクタル，朝倉書店，1986.
- (3) 川又政征，長久真樹，樋口龍雄：“多重解像度木探索による反復変換理論符号化の高速符号化アルゴリズム”，信学論(A)，J78-A，2，pp.253-260 (1995-02).
- (4) 時永祥三，森保洋，宮崎明雄，島津宣之：“時系列のフラクタル性を用いた予測手法とその応用”，信学論(A)，J79-A，11，pp.1793-1800 (1996-11).
- (5) 時永祥三，森保洋，宮崎明雄，島津宣之：“スケール伸長変換およびウェーブレット変換によるパラメータ推定を用いたフラクタル時系列予測”，信学論(A)，J79-A，12，pp.2054-2062 (1996-12).
- (6) 池田欽一，時永祥三，宮崎明雄：“スケール伸長変換を用いた多次元フラクタル信号の一予測手法”信学論(A)，J81-A，8，pp.1127-1133 (1998-08).
- (7) 上条正義，相原伸一，中沢賢：“確率的局所フラクタル変数による複雑な形状をもつ物体の同定-LSIウェーブレット上の異物のカテゴリー分類”，信学論(D)，J78-D-II，2，pp.239-247 (1995-02).

- (8) 時永祥三, 岸川善紀: “スケール伸長変換を用いたフラクタル図形の特徴づけとその応用”, 信学技報 DSP98-14, pp.99-106 (1998-04).
- (9) S. Tokainaga and W. Takebayashi: “Prediction of Self-similar Traffic by using the Time Scale Expansion of Fractal Time Series and its Application”, Proc. of ITC Specialist Seminar, pp.205-214 (1998-10).
- (10) I. Daubechies: “Orthonormal bases of compactly supported wavelets”, *Commun. Pure Appl. Math.*, vol.41, pp. 909-996 (Nov. 1988).
- (11) G.W. Wornell and A.V. Oppenheim: “Estimation of fractal signals from noisy measurement using wavelets”, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.40, No.3, pp.611-623 (March 1992).
- (12) G.W. Wornell: “Wavelet-based representation for the 1/f family of fractal processes,” *Proc IEEE*, Vol.81, No.10, pp.1428-1450 (Oct. 1993).
- (13) R.F. Voss: “The fractal dimension of percolation cluster hulls”, *J.Phys. A. Math. Gen.*, vol.17, pp. 363-377 (1984).
- (14) J. フェダー: フラクタル, 啓学出版, 1991.
- (15) 工藤純一, 牧野正三, 川村宏: “日本画像データベース (JAIDAS) について”, 東北大学大型計算機センター広報, Vol.30, No.3, pp.97-102 (1997-7).
- (16) [www.vector.co.jp/soft/data/se021011.html](http://www.vector.co.jp/soft/data/se021011.html)
- (17) 例えば [www.green.pref.tokushima.jp/index.htm](http://www.green.pref.tokushima.jp/index.htm)