ファジィ決定過程の労働者モデルへの応用

津留崎, 和義

https://doi.org/10.15017/3000227

出版情報：経済論究. 105, pp.63-71, 1999-11-30. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

ファジィ決定過程の労働者モデルへの応用

津留﨑　和　義

1　はじめに

複雑化，多様化を増す今日の社会システムにおいて，我々の直面する意思決定の多くは，目標，制約条件，決定，状態推移などが正確には知ることができない環境の下で行なわなければならない。これまでの決定過程の分野における研究のほとんどは，これらの不正確さを定量的に扱うため，確率を導入して処理を行なってきた (Howard [5]，北川 [10])。確かに，この不正確さが物理的なことに起因する場合には，randomnessによって引き起こされるとみなし，確率的手法を用いることは妥当であろう。ところが，人間の主観に基づく意思や決定のあいまいさ (fuzziness) を処理するためには，従来の確率的な方法ではうまく表現できない場合がある。

そこで，Bellman & Zadeh [3] はファジィ集合の概念を用いることにより，ファジィ環境下の意思決定を定式化している。彼らのアプローチは，制約と目標のうち少なくとも一方がファジィ集合であるとし，制約と目標を同時に満たすという意味で最小型評価系を導入している。また状態推移としては確率的システムを考えており，数学的には最小型関数の期待値(いわゆる積和の期待値)最大化問題を取り扱っている (Iwamoto & Fujita [7]，水本 [11]，小田中 [12])。

その後も彼らの論文を受けて，決定過程や動的計画の分野にファジィ集合の概念を導入した研究が展開されている (Baldwin & Pilsworth [1]，Esogbue & Bellman [4]，Iwamoto [8]，Stein [14])。ところが，確率的意思決定過程に対しては数々の応用例が挙げられてきたが (Howard [5]，北川 [10])，ファジィ決定過程に対しては，未だそのような応用例は挙げられていない。

そこで本稿では，ファジィ決定過程を経済学的モデルへと応用することを目的とする。理論的には，Iwamoto & Sniedovich [6] の理論を用いる。まず，第2節では労働者の意思決定モデルを定義し，第3節ではファジィ決定過程の定式化，第4節においては労働者モデルに対する2種類の解法(再帰式による逐次的解法，ファジィ決定樹表による同時的解法)を与える。

2　労働者のモデル

ファジィ決定問題として次のような3状態2決定2段問題を考えていく。今，ある労働者(意思決定者)が3つの可能な経済状態

s_1＝苦しい状態，　s_2＝普通の状態，　s_3＝裕福な状態

のいずれか1つにあるとする。3つの各状態において，彼は2つの可能な決定

a_1＝よく働く，　a_2＝あまり働かない

の1つを選択できるとする。今，ある時点で彼が苦しい状態 s_1 にあるとしよう。このとき彼がよく働けば（a_1 をとれば），次の時点ではそれぞれ

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_1, a_1)=0.5$,
普通の状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_2|s_1, a_1)=0.6$,
裕福な状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_3|s_1, a_1)=0.3$

であるとする。また，彼が普通の状態 s_2 にあるとき，よく働けば（a_1 をとれば），次の時点では

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_2, a_1)=0.4$,
普通の状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_2|s_2, a_1)=0.5$,
裕福な状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_3|s_2, a_1)=0.4$

であるとする。さらに，裕福な状態 s_3 にあって，彼がよく働けば（a_1 をとれば），次の時点では

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_3, a_1)=0.2$,
普通の状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_2|s_3, a_1)=0.6$,
裕福な状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_3|s_3, a_1)=0.7$

であるとする。

逆に，彼があまり働かなければ（a_2 をとれば），次の時点では，それぞれ苦しい状態 s_1 からは

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_1, a_2)=0.9$,
普通の状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_2|s_1, a_2)=0.3$,
裕福な状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_3|s_1, a_2)=0.1$

普通の状態 s_2 からは

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_2, a_2)=0.7$,
普通の状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_2|s_2, a_2)=0.4$,
裕福な状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_3|s_2, a_2)=0.2$

裕福な状態 s_3 からは

苦しい状態 s_1 になる帰属度は $\mu(s_1|s_3, a_2)=0.3$,
普通の状態 s_2 になる帰属度は $\mu(s_2|s_3, a_2)=0.5$,
裕福な状態 s_3 になる帰属度は $\mu(s_3|s_3, a_2)=0.3$

であるとする。

次に，最終(第2)期では労働者(意思決定者)のファジィ状態に応じた終端帰属度が存在し，苦しい状態にある帰属度は0.6，普通の状態にある帰属度は1.0，裕福な状態にある帰属度は0.8とする。すなわち，終端メンバーシップ関数はそれぞれ

$$\mu_{G^2}(s_1)=0.6, \quad \mu_{G^2}(s_2)=1.0, \quad \mu_{G^2}(s_3)=0.8$$

である。また，第1期でのファジィ制約はファジィ決定集合で，よく働く帰属度は0.9，あまり働かない帰属度は0.7とする。すなわち，第1期のファジィ決定集合のメンバーシップ関数は

$$\mu_1(a_1)=0.9, \quad \mu_1(a_2)=0.7$$

である。さらに，初(第0)期のファジィ決定集合では，よく働く帰属度は0.6，あまり働かない帰属度は0.9とする。すなわち，初期ファジィ決定集合のメンバーシップ関数は

$$\mu_0(a_1)=0.6, \qquad \mu_0(a_2)=0.9$$

である。

以上の労働者のモデルにおいて，本稿のファジィ決定問題は，このようなファジィ環境下で各期，各状態でどのような決定を採っていけば，システム全体として，第0期からのファジィ状態のメンバーシップ（すなわち各状態での帰属度）を最大にすることができるか，が問題である。

3　ファジィ決定問題

まず，一般にN段ファジィ決定問題を数学的に定式化（Iwamoto & Sniedovich [6]）すると

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & F[\mu_0(u_0)\wedge\mu_1(u_1)\wedge\cdots\wedge\mu_{N-1}(u_{N-1})\wedge\mu_{G^N}(x_N)] \\ \text{subject to} & (\mathrm{i})_\mathrm{n} \quad x_{n+1}\simeq\mu(\cdot\,|\,x_n, u_n) \quad 0\leq n\leq N-1 \\ & (\mathrm{ii})_\mathrm{n} \quad u_n\in\{a_1, a_2\} \quad 0\leq n\leq N-1 \end{array} \tag{1}$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} & F[\mu_0(u_0)\wedge\mu_1(u_1)\wedge\cdots\wedge\mu_{N-1}(u_{N-1})\wedge\mu_{G^N}(x_N)] \\ & =\bigvee_{x\in X^N}\{[\mu_0(u_0)\wedge\mu_1(u_1)\wedge\cdots\wedge\mu_{N-1}(u_{N-1})\wedge\mu_{G^N}(x_N)] \\ & \qquad \wedge[\mu(x_1\,|\,x_0, u_0)\wedge\mu(x_2\,|\,x_1, u_1)\wedge\cdots\wedge\mu(x_N\,|\,x_{N-1}, u_{N-1})]\} \end{aligned} \tag{2}$$

$$x=(x_1, \ldots, x_N), \qquad X^N=X\times X\times\cdots\times X$$

である。上式(2)におけるFは期待値演算子であり，通常の積和の期待値（E）ではなく，min-max期待値を最大にする問題となっていることに注意する。

さて，このN段問題(1)に対し部分問題群の最大値関数を

$$\mu_{G^n}(x_n)=\mathrm{Max}\{F[\mu_n(u_n)\wedge\cdots\wedge\mu_{N-1}(u_{N-1})\wedge\mu_{G^N}(x_N)]\,|\,(\mathrm{i})_\mathrm{m}, (\mathrm{ii})_\mathrm{m} \ \ n\leq m\leq N-1\} \tag{3}$$

と定義すると，これらの最大値関数列の間に次の再帰式が成り立つ。

定理3.1

$$\mu_{G^n}(x)=\mathop{\mathrm{Max}}_{u\in U}[\mu_n(u)\wedge(F\mu_{G^{n+1}})(x, u)] \quad x\in X \quad 0\leq n\leq N-1. \tag{4}$$

ただし

$$(Fg)(x, u)=\bigvee_{y\in X}[g(y)\wedge\mu(y\,|\,x, u)]. \tag{5}$$

4　解　　法

前々節の労働者のモデルを数学的に定式化すると，次の最大化問題

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & F[\mu_0(u_0)\wedge\mu_1(u_1)\wedge\mu_{G^2}(x_2)] \\ \text{subject to} & (\mathrm{i})_\mathrm{n} \quad x_{n+1}\simeq\mu(\cdot\,|x_n, u_n) \quad n=0, 1 \\ & (\mathrm{ii})_\mathrm{n} \quad u_n\in\{a_1, a_2\} \quad n=0, 1 \end{array} \tag{6}$$

になる。ただし，数値は以下の通りである。

$$\mu_{G^2}(s_1)=0.6,\quad \mu_{G^2}(s_2)=1.0,\quad \mu_{G^2}(s_3)=0.8$$

$$\mu_1(a_1)=0.9,\quad \mu_1(a_2)=0.7\,;\quad \mu_0(a_1)=0.6,\quad \mu_0(a_2)=0.9$$

$\mu(x_{t+1}|x_t, a_1)$

$x_t \diagdown x_{t+1}$	s_1	s_2	s_3
s_1	0.5	0.6	0.3
s_2	0.4	0.5	0.4
s_3	0.2	0.6	0.7

$\mu(x_{t+1}|x_t, a_2)$

$x_t \diagdown x_{t+1}$	s_1	s_2	s_3
s_1	0.9	0.3	0.1
s_2	0.7	0.4	0.2
s_3	0.3	0.5	0.3

4.1 逐次的解法

この小節では，労働者のファジィ決定問題(6)を再帰式を用いて解いていく。問題(6)に前節の定理3.1を適用すると，以下の再帰式が得られる．

$$\mu_{G^1}(x_1)=\mathrm{Max}[\mu_1(a_1)\wedge(F\mu_{G^2})(x_1, a_1),\ \mu_1(a_2)\wedge(F\mu_{G^2})(x_1, a_2)] \tag{7}$$

$$\mu_{G^0}(x_0)=\mathrm{Max}[\mu_0(a_1)\wedge(F\mu_{G^1})(x_0, a_1),\ \mu_0(a_2)\wedge(F\mu_{G^1})(x_0, a_2)]. \tag{8}$$

まず，(7)式に対して

$$(F\mu_{G^2})(x_1, a_1)=[\mu_{G^2}(s_1)\wedge\mu(s_1|x_1, a_1)]\vee[\mu_{G^2}(s_2)\wedge\mu(s_2|x_1, a_1)]\vee[\mu_{G^2}(s_3)\wedge\mu(s_3|x_1, a_1)]$$

より

$$(F\mu_{G^2})(s_1, a_1)=(0.6\wedge0.5)\vee(1.0\wedge0.6)\vee(0.8\wedge0.3)=0.6$$

となる。同様にして，以下を得る。

$$(F\mu_{G^2})(s_1, a_1)=0.6,\quad (F\mu_{G^2})(s_1, a_2)=0.6,$$
$$(F\mu_{G^2})(s_2, a_1)=0.5,\quad (F\mu_{G^2})(s_2, a_2)=0.6,$$
$$(F\mu_{G^2})(s_3, a_1)=0.7,\quad (F\mu_{G^2})(s_3, a_2)=0.5.$$

よって，(7)式より

$$\begin{aligned}\mu_{G^1}(s_1)&=\mathrm{Max}[\mu_1(a_1)\wedge(F\mu_{G^2})(s_1, a_1),\ \mu_1(a_2)\wedge(F\mu_{G^2})(s_1, a_2)]\\&=\mathrm{Max}[0.9\wedge0.6,\ 0.7\wedge0.6]\\&=0.6\quad \tilde{\pi}_1(s_1)=a_1 \text{ or } a_2.\end{aligned}$$

同様にして

$$\mu_{G^1}(s_2)=0.6\quad \tilde{\pi}_1(s_2)=a_2\,;\quad \mu_{G^1}(s_3)=0.7\quad \tilde{\pi}_1(s_3)=a_1$$

を得る。

次に，(8)に対しても

$$(F\mu_{G^1})(s_1, a_1)=0.6,\quad (F\mu_{G^1})(s_1, a_2)=0.6,$$
$$(F\mu_{G^1})(s_2, a_1)=0.5,\quad (F\mu_{G^1})(s_2, a_2)=0.6,$$
$$(F\mu_{G^1})(s_3, a_1)=0.7,\quad (F\mu_{G^1})(s_3, a_2)=0.5$$

となり，以下の最適解を得る。

$$\begin{aligned}&\mu_{G^0}(s_1)=0.6\quad \tilde{\pi}_0(s_1)=a_1 \text{ or } a_2,\\&\mu_{G^0}(s_2)=0.6\quad \tilde{\pi}_0(s_2)=a_2,\\&\mu_{G^0}(s_3)=0.6\quad \tilde{\pi}_0(s_3)=a_1.\end{aligned} \tag{9}$$

4.2 同時的解法

次に，多段ファジィ決定樹表を用いた列挙法によって最適解を求める.図1～3では，履歴として

$$x_0 \to \begin{matrix} u_0 \\ \mu_0(u_0) \end{matrix} \to \mu(x_1 | x_0, u_0) \to x_1 \to \begin{matrix} u_1 \\ \mu_1(u_1) \end{matrix} \to \mu(x_2 | x_1, u_1) \to \begin{matrix} x_2 \\ \mu_{G^2}(x_2) \end{matrix}$$

を図で表しており，

$$\text{経路} = \mu(x_1 | x_0, u_0) \wedge \mu(x_2 | x_1, u_1)$$
$$\text{目的} = \mu_0(u_0) \wedge \mu_1(u_1) \wedge \mu_{G^2}(x_2)$$
$$\text{最小} = \text{経路} \wedge \text{目的}$$
$$\text{部分期待} = \text{部分期待値}$$
$$\text{全期待} = \text{全期待値}$$

を表で列挙している。また，部分期待，全期待の欄はそれぞれ最大決定となるものをゴチック体で表記している。さらに，対応する最適決定については実線で表している。

求める最大値は，図1～3の全期待のゴチック体より

$$\mu_{G^0}(s_1) = 0.6, \quad \mu_{G^0}(s_2) = 0.6, \quad \mu_{G^0}(s_3) = 0.6 \tag{10}$$

であることが解る。それと同時に，各段決定分岐において（点線部ではなく）実線部を辿ると，求める最適政策が

$$\begin{aligned} &\tilde{\sigma}_0(s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_0(s_2) = a_2, && \tilde{\sigma}_0(s_3) = a_1, \\ &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_1) = a_1, a_2, \\ &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_2) = a_2 \text{ or } a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_2) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_2) = a_2, \\ &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_3) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_3) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_3) = a_1 \end{aligned} \tag{11}$$

になることが分かる。この中で，特に第2決定関数

$$\begin{aligned} &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_1) = a_1, a_2, \\ &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_2) = a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_2) = a_2, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_2) = a_2, \\ &\tilde{\sigma}_1(s_1, s_3) = a_1 && \tilde{\sigma}_1(s_2, s_3) = a_1, && \tilde{\sigma}_1(s_3, s_3) = a_1 \end{aligned} \tag{12}$$

を選ぶと，最適政策 $\tilde{\sigma} = \{\tilde{\sigma}_0(x_0),\ \tilde{\sigma}_1(x_0, x_1)\}$ はマルコフ政策になっている。すなわち，この $\tilde{\sigma}$ はマルコフ政策 $\tilde{\pi} = \{\tilde{\pi}_0(x_0),\ \tilde{\pi}_1(x_1)\}$ で表すと

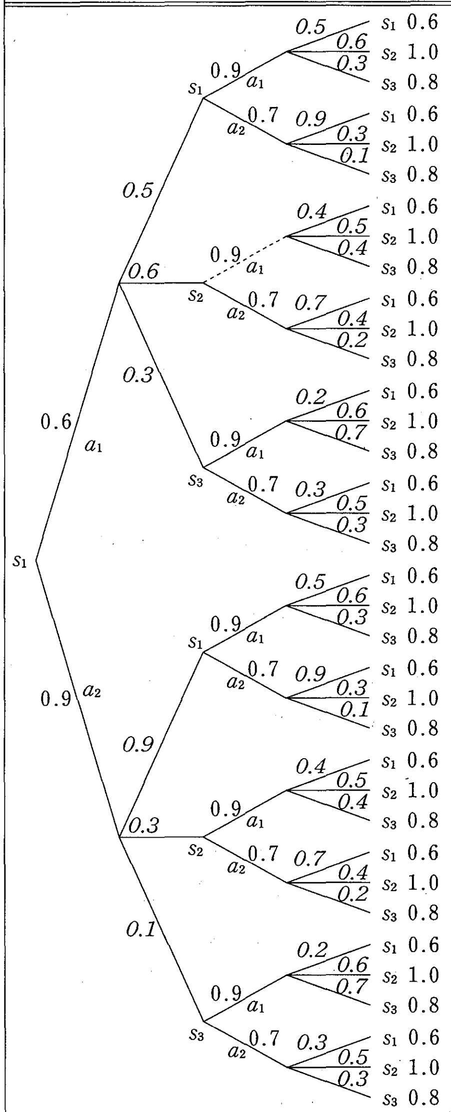
$$\begin{aligned} &\tilde{\pi}_0(s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\pi}_0(s_2) = a_2, && \tilde{\pi}_0(s_3) = a_1, \\ &\tilde{\pi}_1(s_1) = a_1, a_2, && \tilde{\pi}_1(s_2) = a_2, && \tilde{\pi}_1(s_3) = a_1 \end{aligned} \tag{13}$$

になり，再帰式による最適解と一致することが確かめられる。

すなわち，本労働者モデルにおいては，初期（第0期）状態が「苦しい状態」のときは「よく働く」，「あまり働かない」のどちらを選んでもよく，「普通の状態」，「裕福な状態」のときはそれぞれ「あまり働かない」，「よく働く」を選択した方が労働者にとっては好ましい結果となっている。

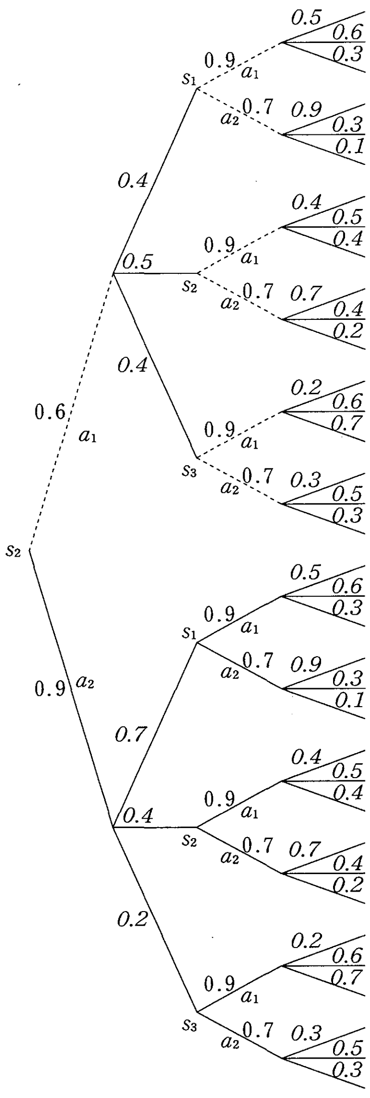
また，第1期の状態が「苦しい状態」のときも「よく働く」，「あまり働かない」のどちらを選んでもよく，「普通の状態」，「裕福な状態」であるときもそれぞれ「あまり働かない」，「よく働く」の行動をとった方が全体としてメンバーシップが最大となる。

図１：状態 s_1 からの２段ファジィ決定樹表



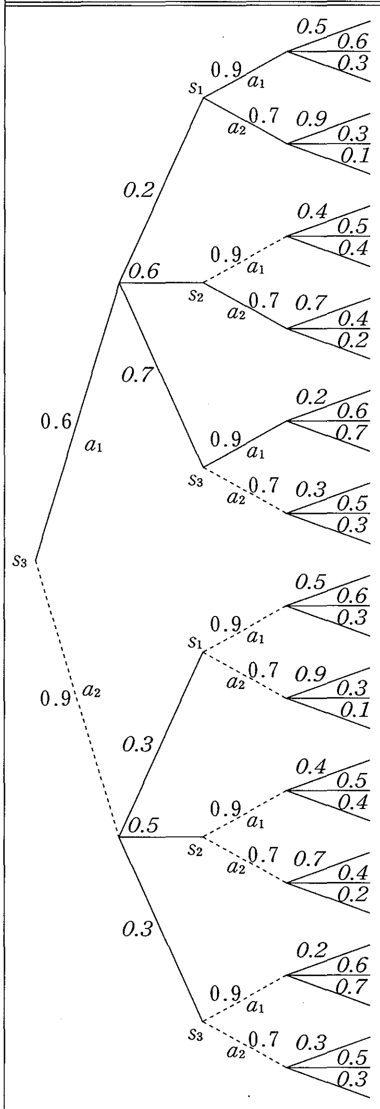
履　歴	経路	目的	最小	部分期待	全期待
s_1 0.6	0.5	0.6	0.5		
s_2 1.0	0.5	0.6	0.5	**0.5**	
s_3 0.8	0.3	0.6	0.3		
s_1 0.6	0.5	0.6	0.5		
s_2 1.0	0.3	0.6	0.3	**0.5**	
s_3 0.8	0.1	0.6	0.1		
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.5	0.6	0.5	0.5	
s_3 0.8	0.4	0.6	0.4		**0.6**
s_1 0.6	0.6	0.6	0.6		
s_2 1.0	0.4	0.6	0.4	**0.6**	
s_3 0.8	0.2	0.6	0.2		
s_1 0.6	0.2	0.6	0.2		
s_2 1.0	0.3	0.6	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	0.3	0.6	0.3		
s_1 0.6	0.3	0.6	0.3		
s_2 1.0	0.3	0.6	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	0.3	0.6	0.3		
s_1 0.6	0.5	0.6	0.5		
s_2 1.0	0.6	0.9	0.6	**0.6**	
s_3 0.8	0.3	0.8	0.3		
s_1 0.6	0.9	0.6	0.6		
s_2 1.0	0.3	0.7	0.3	**0.6**	
s_3 0.8	0.1	0.7	0.1		
s_1 0.6	0.3	0.6	0.3		
s_2 1.0	0.3	0.9	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	0.3	0.8	0.3		**0.6**
s_1 0.6	0.3	0.6	0.3		
s_2 1.0	0.3	0.7	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	0.2	0.7	0.2		
s_1 0.6	0.1	0.6	0.1		
s_2 1.0	0.1	0.9	0.1	**0.1**	
s_3 0.8	0.1	0.8	0.1		
s_1 0.6	0.1	0.6	0.1		
s_2 1.0	0.1	0.7	0.1	**0.1**	
s_3 0.8	0.1	0.7	0.1		

図２：状態 s_2 からの２段ファジィ決定樹表



履歴	経路	目的	最小	部分期待	全期待
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.4	0.6	0.4	**0.4**	
s_3 0.8	0.3	0.6	0.3		
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.3	0.6	0.3	**0.4**	
s_3 0.8	0.1	0.6	0.1		
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.5	0.6	0.5	**0.5**	
s_3 0.8	0.4	0.6	0.4		0.5
s_1 0.6	0.5	0.6	0.5		
s_2 1.0	0.4	0.6	0.4	**0.5**	
s_3 0.8	0.2	0.6	0.2		
s_1 0.6	0.2	0.6	0.2		
s_2 1.0	0.4	0.6	0.4	**0.4**	
s_3 0.8	0.4	0.6	0.4		
s_1 0.6	0.3	0.6	0.3		
s_2 1.0	0.4	0.6	0.4	**0.4**	
s_3 0.8	0.3	0.6	0.3		
s_1 0.6	0.5	0.6	0.5		
s_2 1.0	0.6	0.9	0.6	**0.6**	
s_3 0.8	0.3	0.8	0.3		
s_1 0.6	0.7	0.6	0.6		
s_2 1.0	0.3	0.7	0.3	**0.6**	
s_3 0.8	0.1	0.7	0.1		
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.4	0.9	0.4	**0.4**	
s_3 0.8	0.4	0.8	0.4		**0.6**
s_1 0.6	0.4	0.6	0.4		
s_2 1.0	0.4	0.7	0.4	**0.4**	
s_3 0.8	0.2	0.7	0.2		
s_1 0.6	0.2	0.6	0.2		
s_2 1.0	0.2	0.9	0.2	**0.2**	
s_3 0.8	0.2	0.8	0.2		
s_1 0.6	0.2	0.6	0.2		
s_2 1.0	0.2	0.7	0.2	**0.2**	
s_3 0.8	0.2	0.7	0.2		

図3：状態 s_3 からの2段ファジィ決定樹表



履歴	経路	目的	最小	部分期待	全期待
s_1 0.6	*0.2*	0.6	0.2		
s_2 1.0	*0.2*	0.6	0.2	**0.2**	
s_3 0.8	*0.2*	0.6	0.2		
s_1 0.6	*0.2*	0.6	0.2		
s_2 1.0	*0.2*	0.6	0.2	**0.2**	
s_3 0.8	*0.1*	0.6	0.1		
s_1 0.6	*0.4*	0.6	0.4		
s_2 1.0	*0.5*	0.6	0.5	0.5	
s_3 0.8	*0.4*	0.6	0.4		
s_1 0.6	*0.6*	0.6	0.6		**0.6**
s_2 1.0	*0.4*	0.6	0.4	**0.6**	
s_3 0.8	*0.2*	0.6	0.2		
s_1 0.6	*0.2*	0.6	0.2		
s_2 1.0	*0.6*	0.6	0.6	**0.6**	
s_3 0.8	*0.7*	0.6	0.6		
s_1 0.6	*0.3*	0.6	0.3		
s_2 1.0	*0.5*	0.6	0.5	0.5	
s_3 0.8	*0.3*	0.6	0.3		
s_1 0.6	*0.3*	0.6	0.3		
s_2 1.0	*0.3*	0.9	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	*0.3*	0.8	0.3		
s_1 0.6	*0.3*	0.6	0.3		
s_2 1.0	*0.3*	0.7	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	*0.1*	0.7	0.1		
s_1 0.6	*0.4*	0.6	0.4		
s_2 1.0	*0.5*	0.9	0.5	**0.5**	
s_3 0.8	*0.4*	0.8	0.4		
s_1 0.6	*0.5*	0.6	0.5		0.5
s_2 1.0	*0.4*	0.7	0.4	**0.5**	
s_3 0.8	*0.2*	0.7	0.2		
s_1 0.6	*0.2*	0.6	0.2		
s_2 1.0	*0.3*	0.9	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	*0.3*	0.8	0.3		
s_1 0.6	*0.3*	0.6	0.3		
s_2 1.0	*0.3*	0.7	0.3	**0.3**	
s_3 0.8	*0.3*	0.7	0.3		

5 おわりに

本稿では，Iwamoto & Sniedovich [6] の理論を用い，ファジィ決定過程の1つの応用として労働者モデルを提示した。本決定問題では，各段で与えられる帰属度，次の状態へ推移する帰属度，いずれもファジィ集合上のメンバーシップ関数として与えられ，システム全体の帰属度を最大にするという意味で，min-max期待値を最大化する問題を考えている。いわゆる期待値というと通常は積和の期待値が用いられているが，メンバーシップ関数の期待値を考慮する場合には，min-max期待値を用いるのは自然なことであろう。

本モデルのような，状態，決定，状態推移などがあいまいである場合，ファジィ決定過程は有効な手法になり得る。

参 考 文 献

[1] J. F. Baldwin and B. W. Pilsworth, Dynamic programming for fuzzy systems with fuzzy environment, *J. Math. Anal. Appl.* **85**, 1-23, 1982.

[2] R. E. Bellman, *Dynamic Programming*, Princeton Univ. Press, NJ, 1957.

[3] R. E. Bellman and L. A. Zadeh, Decision-making in a fuzzy environment, *Management Sci.* **17**, B141-B164, 1970.

[4] A. O. Esogbue and R. E. Bellman, Fuzzy dynamic programming and its extensions, *TIMS/Studies in the Management Sciences* **20**, 147-167, 1984.

[5] R. A. Howard, *Dynamic Programming and Markov Processes*, MIT Press, Cambridge, MA, 1960；関根・羽鳥・森訳，『ダイナミックプログラミングとマルコフ過程』，培風館，1971.

[6] S. Iwamoto, Associative dynamic programs, *J. Math. Anal. Appl.* **201**, 195-211, 1996.

[7] S. Iwamoto and T. Fujita, Stochastic decision-making in a fuzzy environment, *J. Oper. Res. Soc. Japan* **38**, 467-482, 1995.

[8] S. Iwamoto and M. Sniedovich, Sequential decision making in fuzzy environment, *J. Math. Anal. Appl.* **222**, 208-224, 1998.

[9] J. Kacprzyk, Decision-making in a fuzzy environment with fuzzy termination time, *Fuzzy Sets and Systems* **1**, 169-179, 1978.

[10] 北川敏男編，『マルコフ過程』，共立出版，1967.

[11] 水本雅晴，『ファジィ理論とその応用』，サイエンス社，1988.

[12] 小田中敏男，『確率制御過程』，森北出版，1976.

[13] M. Sniedovich, *Dynamic Programming*, Marcel Deckker, Inc. NY, 1992.

[14] W. E. Stein, Optimal stopping in a fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems* **3**, 253-259, 1980.