

個別銘柄間株価の長期的関係について

森保, 洋

<https://doi.org/10.15017/3000173>

出版情報 : 経済論究. 99, pp.113-127, 1997-11-30. 九州大学大学院経済学会
バージョン :
権利関係 :

個別銘柄間株価の長期的関係について

森 保 洋

1 はじめに

株価、為替レートに代表される金融時系列が単位根をもつことは、多くの文献によって確認されている ([2], [3])。一方、同一業種内の企業間の株価変動は高い正の相関を持ち、時間的にその関係が安定していることが知られている。これは、同業種ゆえに互いの収益構造が似通っており、同じ経済環境のもとで企業活動を行っていることを考えれば、一見自明のように感じられる。

また、複数の和分過程の線形結合が、定常過程になるような係数ベクトルが存在するとき、それらの過程には共和分の関係があるというが、上場企業の株価の推移を観察すると、同業種の企業の株価は同じ方向へ動く場合が多く、共和分の関係が存在することを予想させる。

ところが、株価の間に共和分の関係があるということは、株価がマルチンゲールであることに矛盾し、過去の株価系列をもって将来の株価を予測する可能性を示唆することになる。もし、共和分関係が存在すれば、エラーコレクションモデルを用いて過去の株価から、条件付き平均よりも精度が高い予測値が得られる可能性があると考えられるからである。

本稿では、いくつかの企業の株価について、単位根検定、共和分関係の存在の検定、株価の予測可能性についての検証を行う。

本稿は以下のように構成される。第2節で分析対象について説明し、実証分析を第3節で行う。具体的には第3.1節において3種の異なった単位根検定を用い、分析対象が単位根を持つかどうか検定する。また、第3.2節ではJohansenの共和分検定によって、株価間に長期的関係が存在するか検証し、第3.3節で、3種のモデルにより、分析対象企業の株価を予測し、それらの予測パフォーマンスについて考察を加える。最後に第4節で、結論および今後の課題について触れる。

2 データ

分析対象業種として、鉄鋼、半導体、証券、電力を選択し、それぞれの業種から我が国における代表的な4ないし5社の株価間に長期的関係があるかどうかを検証する。対象とした企業を表1に示す。

分析期間は1983年8月1日から1993年7月30日である。株価の日次データについては、東京証券取引所で取引された終値に権利落ち修正を施し、対数変換したものをを用いる。ただし、取引が成立していない日の株価については前日の株価を利用する。サンプル数は各銘柄につき2648である。株価データは東洋経済新報社のCD株価 [16] から入手したものを利用した。各業種の対数株価をグラフ化し

表1：分析対象企業

業種	企業名
鉄鋼	新日本製鐵，川崎製鐵，NKK，住友金属工業，神戸製鋼所
半導体	日立製作所，東芝，三菱電機，日本電気，富士通
証券	大和証券，山一証券，日興証券，野村証券
電力	東京電力，中部電力，関西電力，東北電力

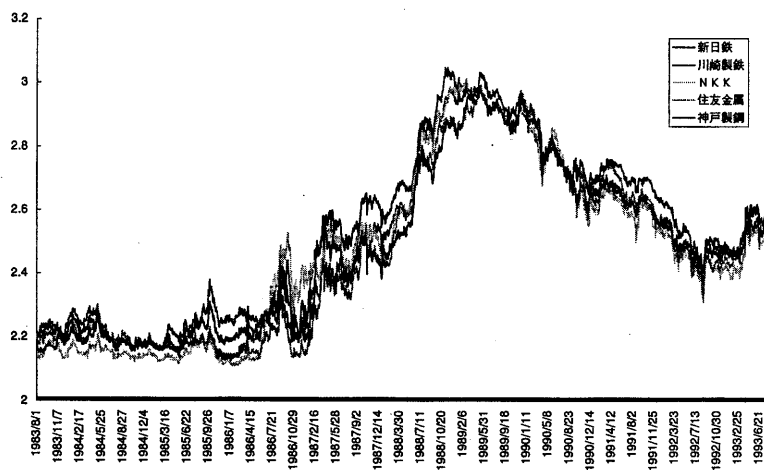


図1：株価の推移：鉄鋼

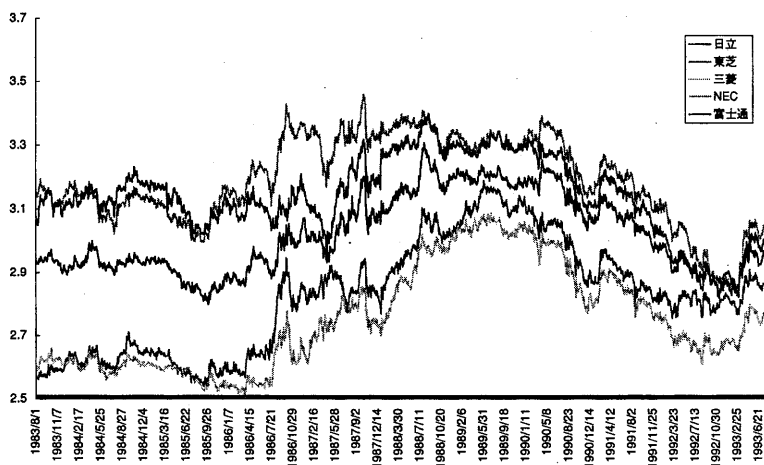


図2：株価の推移：半導体

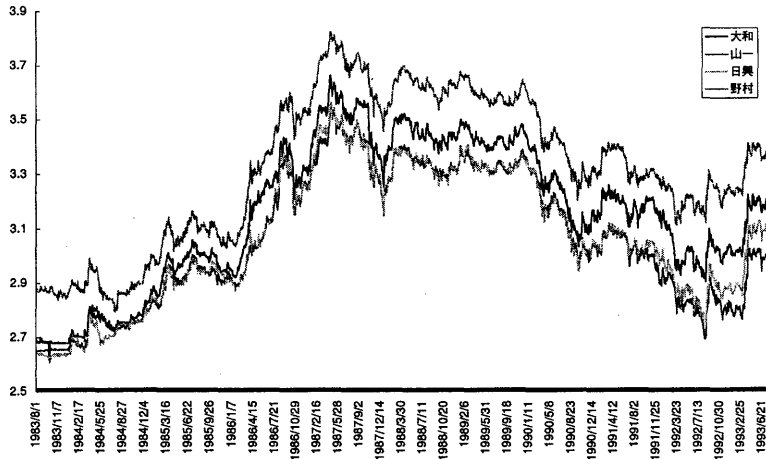


図 3 : 株価の推移 : 証券

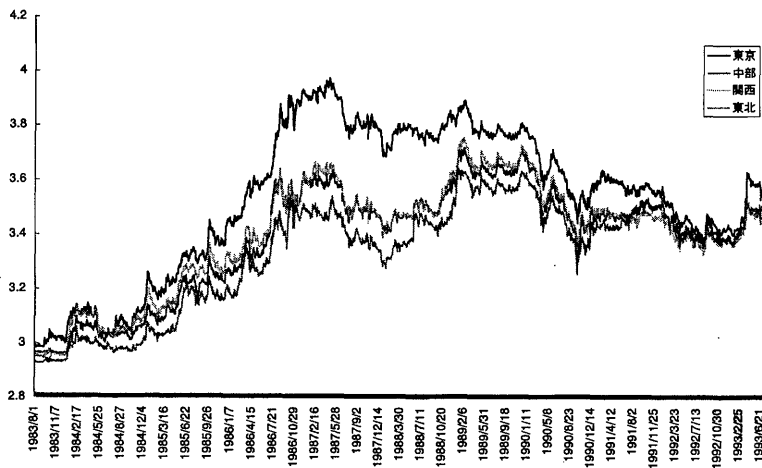


図 4 : 株価の推移 : 電力

たものを図 1, 2, 3, 4 に示す。

3 実証分析

本節では、各株価の対数値が単位根過程であるかどうかをDickey-FullerテストおよびARCH効果を考慮した単位根検定、さらにKwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shimテスト (KPSSテスト) を用いることで検証する。結果として、各時系列は定数項、トレンドなしのI(1)過程であることが示されたので、続いて共和分検定を用い、各銘柄間に長期的な関係があるかどうかについて検討する。ま

た、エラーコレクションモデルによる予測値がマルチンゲールモデルを超える精度を与えるかどうかについても検証する。

3.1 単位根検定

3.1.1 修正Dickey-Fullerテスト

分析対象の株価系列に対し、修正Dickey-Fullerテストを行った結果、すべての系列に対し、定数項、トレンドなしの1次の和分過程であることが示された。以下では、その詳細について述べる。

検定すべき対数株価系列を y_t とする。まず、トレンドおよび定数項を含む回帰

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1)$$

を行った結果、帰無仮説 $\rho=0$ を10%の有意水準で棄却できなかった。さらに、同時仮説 $\beta=0, \rho=0$ についても10%の有意水準で棄却されなかった。これにより、時系列はトレンドがない単位根過程である可能性が示唆された。よって、次に

$$\Delta y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (2)$$

の回帰を行い、帰無仮説 $\rho=0$ および同時仮説 $\alpha=0, \rho=0$ の仮説検定を行ったが、両者とも有意水準10%で棄却されず、 y_t が定数項を含まない単位根過程であることが示された。続いて、

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t \quad (3)$$

の回帰を行った結果、帰無仮説 $\rho=0$ は10%の有意水準で採択される結果となった。以上の検定により、各株価系列は定数項およびトレンドを含まず、少なくとも一つの単位根を持つ時系列であることが示された。

最後に、各株価系列が2つ以上の単位根を持つかどうかを検定するため、

$$\Delta^2 y_t = \alpha + \beta t + \rho \Delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta^2 y_{t-i} + \epsilon_t \quad (4)$$

の回帰を行った。帰無仮説 $\rho=0$ は、1%の有意水準で棄却され、各株価系列の1回階差が単位根を持たないことが示された。株価の原系列および1回階差系列の単位根検定から、各株価系列は、定数項およびトレンドをもたない1次の和分過程であると帰結された。

実際の仮説検定とその統計量、臨界値を表2に示す。なお、各回帰式における k はAICを基準として決定した。

3.1.2 ARCH効果を考慮した修正Dickey-Fullerテスト

第3.1.1節において修正Dickey-Fullerテストに用いた臨界値はFuller [6], MacKinon [13] によってモンテカルロ・シミュレーションによって求められたものであるが、いずれも小標本の場合、正規分布に従う攪乱項を仮定している。一方、株価や為替レートなどの金融時系列の収益率は条件付き分散が時間とともに変動することが知られており、この場合、一般にその分布は正規分布に従わない。よって、各株価系列に対しEGARCH(1,1)モデルを推定し、モンテカルロ・シミュレーションを行い、臨界値の検討を行う。すなわち収益率 Δy_t が

表2：修正Dickey-Fullerテストの結果

回帰式	k	(1)	(1)	(2)	(2)	(3)	k	(4)
		test1	test2	test3	test4	test5		test6
新日本製鐵	4	-0.87	0.81	-1.26	1.14	0.69	3	-25.75
川崎製鐵	3	-0.85	0.71	-1.19	0.98	0.62	2	-32.07
NKK	9	-0.92	0.94	-1.36	1.19	0.59	8	-16.48
住友金属	9	-0.95	0.76	-1.23	1.04	0.61	8	-16.78
神戸製鋼所	2	-0.79	0.96	-1.36	1.27	0.68	1	-41.00
日立製作所	4	-1.48	1.35	-1.63	1.33	0.01	3	-28.34
東芝	4	-1.34	1.33	-1.63	1.62	0.67	3	-28.27
三菱電機	4	-1.19	0.93	-1.37	1.03	0.36	3	-28.41
日本電気	4	-1.53	1.48	-1.42	1.03	-0.27	3	-28.39
富士通	4	-1.80	2.08	-1.53	1.19	-0.21	3	-29.09
大和証券	4	-1.45	1.98	-1.86	2.14	0.74	3	-25.61
山一証券	4	-1.47	2.17	-1.75	1.72	0.48	3	-25.39
日興証券	8	-1.55	1.93	-1.83	2.05	0.71	7	-18.21
野村証券	2	-1.20	1.57	-1.65	1.84	0.84	1	-37.98
東京電力	3	-1.39	2.56	-2.05	2.81	1.03	2	-28.75
中部電力	10	-1.68	2.18	-2.08	2.80	1.00	9	-16.12
関西電力	3	-1.78	2.47	-2.22	3.13	1.02	2	-30.34
東北電力	2	-1.85	2.13	-1.88	2.62	1.19	1	-39.02
臨界値 (10%)	2	-3.12	5.34	-2.57	3.78	-1.62	1	-3.12
臨界値 (5%)	2	-3.41	6.25	-2.86	4.59	-1.95	1	-3.41
臨界値 (1%)	2	-3.96	8.27	-3.43	6.43	-2.58	1	-3.96

注) test1からtest6の帰無仮説 H_0 , 対立仮説 H_1 はそれぞれ

test1 : $H_0 : \rho=0$ v.s. $H_1 : \rho<0$

test2 : $H_0 : (\rho, \beta)=(0,0)$ v.s. $H_1 : (\rho, \beta)=(\rho, \beta)$

test3 : $H_0 : \rho=0$ v.s. $H_1 : \rho<0$

test4 : $H_0 : (\rho, \alpha)=(0,0)$ v.s. $H_1 : (\rho, \alpha)=(\rho, \alpha)$

test5 : $H_0 : \rho=0$ v.s. $H_1 : \rho<0$

test6 : $H_0 : \rho=0$ v.s. $H_1 : \rho<0$

$$\Delta y_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim \text{NID}(0, 1), \quad (5)$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \alpha_1(\gamma \epsilon_{t-1} + |\epsilon_{t-1}| - E|\epsilon_{t-1}|) + \beta_1 \ln h_{t-1} \quad (6)$$

で表されるとして最尤推定を行い、得られたパラメータを利用しEGARCH (1,1) 過程を多数生成し、臨界値を計算する⁽¹⁾。

まず、各企業についての推定パラメータを表3に示す。すべてのパラメータについて5%水準で有意であるものの、パラメータの値については、業種ごとに異なった傾向が見受けられる。 $\hat{\beta}_1$ については、鉄鋼および半導体に比較的1に近い値を取るものが多く、この業種について、ボラティリティは比較的長期的に過去のボラティリティに依存する部分が大いことが示唆される。また、 $\hat{\gamma}$ については、半導体、証券に-0.2以下の値を取るものが多く、これらの業種にはいわゆるレバレッジ効果が大きく現れているといえよう。一方、電力に関しては $\hat{\gamma}$ が0に近いものが多く、ボラティリティ変動の非対称性が見受けられないのが特徴的である。

次に、定数項およびトレンドなしのI(1)過程において、その攪乱項が推定されたパラメータで表現されるEGARCH (1,1) 過程とし、サンプル長を分析データと同じ2648した場合における修正Dickey-Fullerテストの臨界値をモンテカルロ・シミュレーションによって求めた。結果を表4に示す。

全銘柄における各有意水準において、FullerおよびMacKinonの数表の臨界値より0.5程度大きな値をとっている。すなわち、攪乱項の正規性を仮定した通常の修正Dickey-Fullerテストに比べ、ARCH効果を考慮したテストのほうが、より帰無仮説を棄却しやすくなっているといえる。通常の修正Dickey-Fullerテストは、単位根を持たない時系列についても、帰無仮説を採択しやすい傾向にあることがNelson and Plosser [14] によって指摘されているが、その一因として、攪乱項のARCH効果も考えられることを示唆する結果となった。しかし、表2のtest5によって得られた統計量は、本節のモンテカルロ・シミュレーションによる臨界値の値より大きく、すべての株価過程は定数項、トレンドなしのI(1)過程という結論には変化がなかった。

なお、モンテカルロ・シミュレーションにおいて、各EGARCH (1,1)過程は3万回ずつ発生させた。シミュレーションプログラムは数値計算ソフトウェアOx [5] を用いて記述した。

3.1.3 KPSSテスト

修正Dickey-Fullerテストは、時系列が単位根をもつことを帰無仮説とし、対立仮説として単位根を持たない定常過程であるとする検定である。この検定においては、帰無仮説が棄却されない場合に検定を行った時系列が単位根を持つと帰結するが、これは稀にしか起きないことが起きなかったというだけであり、積極的な意味で単位根を持つとは言い難い。

Kwiatkowski et al. [11] は、帰無仮説を時系列が定常過程であるとし、対立仮説を単位根過程であるとする検定方法を提案している。ここではKPSSテストを用い、各銘柄の株価系列がI(1)過程であるかどうかを検定する。

(1) 対数変換前の株価を Y_t とすれば、連続複利収益率は $\ln(Y_t/Y_{t-1}) = y_t - y_{t-1} = \Delta y_t$ で表される。

表3：EGARCHモデルの推定パラメータ

銘柄	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\gamma}$	対数尤度
新日本製鐵	-0.3334 (0.0491)	0.2411 (0.0166)	0.9561 (0.0063)	-0.0958 (0.0327)	6731.68
川崎製鐵	-0.2246 (0.0257)	0.2236 (0.0159)	0.9692 (0.0034)	-0.1330 (0.0399)	6509.37
NKK	-0.1383 (0.0210)	0.2078 (0.0124)	0.9806 (0.0027)	-0.1595 (0.0376)	6548.08
住友金属	-0.3858 (0.0448)	0.3052 (0.0163)	0.9484 (0.0057)	-0.1049 (0.0338)	6637.26
神戸製鋼所	-0.5445 (0.0623)	0.3596 (0.0180)	0.9275 (0.0080)	-0.0980 (0.0335)	6561.92
日立製作所	-0.2177 (0.0432)	0.1979 (0.0161)	0.9720 (0.0054)	-0.0515 (0.0515)	6920.02
東芝	-0.6203 (0.0842)	0.3392 (0.0191)	0.9197 (0.0106)	-0.1387 (0.0366)	6754.80
三菱電機	-0.2229 (0.0377)	0.2496 (0.0153)	0.9708 (0.0047)	-0.2306 (0.0430)	6912.00
日本電気	-0.2762 (0.0504)	0.2281 (0.0144)	0.9631 (0.0065)	-0.2752 (0.0406)	6566.91
富士通	-0.5691 (0.0805)	0.2608 (0.0177)	0.9244 (0.0104)	-0.2308 (0.0441)	6475.50
大和証券	-0.7238 (0.0575)	0.3233 (0.0184)	0.9011 (0.0075)	-0.2489 (0.0331)	6335.93
山一証券	-0.6320 (0.0455)	0.3545 (0.0152)	0.9129 (0.0058)	-0.2124 (0.0257)	6350.33
日興証券	-0.4047 (0.0430)	0.2301 (0.0161)	0.9434 (0.0059)	-0.2201 (0.0360)	6157.16
野村証券	-0.7057 (0.0833)	0.3142 (0.0212)	0.9063 (0.0108)	-0.2695 (0.0356)	6473.26
東京電力	-1.1547 (0.1125)	0.3117 (0.0201)	0.8487 (0.0144)	-0.0874 (0.0332)	6594.37
中部電力	-0.4961 (0.0411)	0.3128 (0.0147)	0.9328 (0.0053)	-0.0427 (0.0310)	6618.81
関西電力	-0.5569 (0.0567)	0.3024 (0.0165)	0.9258 (0.0072)	-0.0570 (0.0353)	6605.02
東北電力	-0.5485 (0.0625)	0.3108 (0.0189)	0.9274 (0.0080)	-0.0276 (0.0355)	6659.41

注) カッコ内は標準誤差。

KPSSテストでは、観測される時系列がトレンドとランダムウォークおよび定常な攪乱項に分離されると仮定する。すなわち、観測系列を y_t 、 ϵ_t を定常な確率過程、 $u_t \sim \text{IID}(0, \sigma_u^2)$ とすると、

$$y_t = \xi t + r_t + \epsilon_t, \tag{7}$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \tag{8}$$

である。ここで、 $\sigma_u = 0$ であれば、 $y_t = \xi t + r_0 + \epsilon_t$ となり、 y_t はトレンドまわりの定常過程となる。さらに、 $\xi = 0$ の条件が加われば、 $y_t = r_0 + \epsilon_t$ となり、平均まわりの定常過程となる。KPSSテストでは y_t が定常過程、すなわち $\sigma_u = 0$ を帰無仮説とし検定を行う。

Kwiatkowski et al. [11] は、サンプル数が T で、帰無仮説が $\sigma_u = 0$ 、 $\xi = 0$ のときの検定統計量

$$\hat{\eta}_\mu = \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{s^2(\ell)} \tag{9}$$

が漸近的に

$$\int_0^1 V(r) dr \tag{10}$$

に従うことを示した。ここで $V(r)$ はブラウン橋、すなわち、 $W(r)$ をWiener過程とした場合、

$$V(r) = W(r) - rW(1) \tag{11}$$

であり、 $S_t = \sum_{i=1}^t e_i$ 。検定統計量中の $s^2(\ell)$ は(7)式の回帰による残差和の長期的な分散の一致推定量

$$s^2(\ell) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^{\ell} w(s, \ell) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s} \tag{12}$$

である⁽²⁾。また、 $w(s, \ell)$ はBartlettウインドー

$$w(s, \ell) = 1 - \frac{s}{\ell + 1} \tag{13}$$

を表す。

帰無仮説が $\sigma_u = 0$ 、 $\xi \neq 0$ の場合の統計量も同様に(9)式で表されるが、漸近分布が異なり、

$$\int_0^T V_2^2(r) dr \tag{14}$$

に従う⁽³⁾。ここで $V_2(r)$ は第 2 水準のブラウン橋

$$V_2(r) = W(r) + (2r - 3r^2)W(1) + (-6r + 6r^2) \int_0^1 W(s) ds \tag{15}$$

である。

ここでは、各株価系列が平均まわりの定常過程であるかどうかについて検討する。各株価系列およびその 1 回差分についての $\hat{\eta}_\mu$ の値を表 5 に示す。実際の検定に際しては ℓ の値を決定しなければならないが、ここでは $\ell = 0, 9, 27$ について求めた結果を示している⁽⁴⁾。すべての株価系列の原系列について、1%の有意水準で帰無仮説を棄却し、1回差分の系列については、両側 5%の有意水準で帰無仮説を棄却しない。すなわち、すべての株価系列について I(1)過程であるという修正Dickey-Fullerテス

(2) ここで、残差和の長期的な分散とは $\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(\sum_{i=1}^T e_i)^2$ をあらわす。

(3) 以下ではこの統計量を $\hat{\eta}_T$ で表すことにする。

(4) ℓ の与え方については、Kwiatkowski et al.[11]に従った。すなわち、0、および $[4(2648/100)^{1/4}]$ 、 $[12(2648/100)^{1/4}]$ である。

表4：シミュレーションによる臨界値

銘柄	下側確率			銘柄	下側確率		
	0.01	0.05	0.10		0.01	0.05	0.10
新日本製鐵	-2.29	-1.58	-1.19	日立製作所	-2.34	-1.65	-1.25
川崎製鐵	-2.16	-1.40	-0.98	東芝	-2.33	-1.62	-1.24
NKK	-2.05	-1.22	-0.74	三菱電機	-2.29	-1.54	-1.14
住友金属	-2.25	-1.50	-1.08	日本電気	-2.22	-1.50	-1.09
神戸製鋼所	-2.24	-1.53	-1.12	富士通	-2.27	-1.54	-1.15
大和証券	-2.18	-1.47	-1.05	東京電力	-2.31	-1.63	-1.26
山一証券	-2.16	-1.40	-0.97	中部電力	-2.22	-1.47	-1.07
日興証券	-2.11	-1.38	-0.95	関西電力	-2.27	-1.56	-1.18
野村証券	-2.28	-1.53	-1.15	東北電力	-2.32	-1.57	-1.18
Fuller	-2.58	-1.95	-1.62	MacKinson	-2.58	-1.95	-1.62

注) FullerおよびMacKinsonはFuller [6], MacKinson [13] から得た修正Dickey-Fuller テストの臨界値を表す

表5：各株価系列の $\hat{\eta}_\mu$ の値

銘柄	原系列			1階差分		
	$\ell=0$	$\ell=9$	$\ell=27$	$\ell=0$	$\ell=9$	$\ell=27$
新日本製鐵	149.898	15.032	5.397	0.264	0.279	0.251
川崎製鐵	148.598	14.902	5.348	0.222	0.262	0.268
NKK	147.173	14.763	5.303	0.245	0.278	0.257
住友金属	157.247	15.769	5.661	0.221	0.238	0.235
神戸製鋼所	170.781	17.134	6.156	0.217	0.267	0.242
日立製作所	79.091	7.972	2.883	0.102	0.126	0.139
東芝	144.111	14.488	5.220	0.143	0.172	0.175
三菱電機	117.672	11.822	4.252	0.128	0.167	0.183
日本電気	53.357	5.379	1.948	0.118	0.133	0.129
富士通	49.406	4.989	1.809	0.109	0.142	0.154
大和証券	88.462	8.891	3.205	0.363	0.337	0.310
山一証券	69.674	7.003	2.525	0.387	0.366	0.355
日興証券	75.505	7.590	2.737	0.294	0.308	0.288
野村証券	96.059	9.645	3.472	0.377	0.341	0.312
東京電力	99.802	10.027	3.613	0.552	0.516	0.519
中部電力	148.444	14.939	5.395	0.212	0.232	0.236
関西電力	131.747	13.266	4.799	0.244	0.259	0.253
東北電力	176.153	17.729	6.404	0.128	0.146	0.152

表6：KPSSテストの臨界値

上側確率 臨界値	$\hat{\eta}_\mu$				$\hat{\eta}_\tau$			
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.10	0.05	0.025	0.01
	0.347	0.463	0.574	0.739	0.119	0.146	0.176	0.216

トの結果を再確認する結果となった。ただし、東京電力以外の株価系列の1回差分は片側5%水準で帰無仮説を棄却しないのに対し、東京電力は両側5%水準でしか帰無仮説を採択しない。よって東京電力の系列にはI(2)過程である可能性があることに注意が必要である。

(10), (14)式の臨界値は、Kwiatkowskiらがモンテカルロ・シミュレーションによって求めている。臨界値の表を表6に示す。

3.2 共和分検定

前節において、各株価系列が定数項、トレンドなしのI(1)過程であることが示された。本節では、各株価系列間に共和分の関係があるかどうかを検定する。

n 次の観測値ベクトル y_t に $h (< n)$ 個の共和分の関係が存在するとき、Grangerの表現定理より、

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^p \zeta_i \Delta y_{t-i} + \alpha + \zeta_0 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (16)$$

$$= \sum_{i=1}^p \zeta_i \Delta y_{t-i} + \alpha - \mathbf{B}\mathbf{A}' y_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID}(0, \Sigma_\epsilon) \quad (17)$$

と表すことができる。ここで $\zeta_i (i=0, \dots, p)$ は n 次正方行列、 \mathbf{A} , \mathbf{B} は $(n \times h)$ 行列であり $\zeta_0 = -\mathbf{B}\mathbf{A}'$ を満たす。また、 $\text{rank}(\zeta_0) = \text{rank}(\mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{B}) = h$ である。

Johansen [8] は ϵ_t に正規性を仮定することで共和分ベクトルの最尤推定および仮説検定の方法を導出した。ここでは、Johansenの方法を用い、各業種間の株価に共和分の関係があるかどうかを検定する。

帰無仮説を「 h 個の共和分が存在する」、対立仮説を「 $h+1$ 個の共和分が存在する」としたとき、それぞれの仮説のもとでの最大対数尤度を L_0 , L_1 とすると、 $2(L_1 - L_0)$ は、通常の尤度比検定のように χ^2 分布には従わず、特殊な分布に従う。例えば、(17)式において、 $\alpha = 0$ の場合、 $2(L_1 - L_0)$ は漸近的に

$$\left[\int_0^1 \mathbf{W}(r) d\mathbf{W}(r)' \right] \left[\int_0^1 \mathbf{W}(r) \mathbf{W}(r)' dr \right]^{-1} \left[\int_0^1 \mathbf{W}(r) d\mathbf{W}(r)' \right] \quad (18)$$

なる行列の最大固有値に従うことが知られている。ここで、 $\mathbf{W}(r)$ は $n-h$ 次元Wiener過程である。

Johansenは $\alpha = 0$ の他に、 $\alpha \neq 0$, $\alpha = \mathbf{B}\mu^*$, $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \mathbf{B}\mu^*$ についての漸近分布を示し、モンテカルロ・シミュレーションによる臨界値の数値を与えている。ここで、 $\mu^* = E(\mathbf{A}' y_{t-1})$ である。

$\alpha \neq 0$, $\alpha = \mathbf{B}\mu^*$ なる仮定のもとで、各業種についての検定を行った結果、鉄鋼および電力については、帰無仮説 $h=0$, 対立仮説 $h=1$ のテストを1%の有意水準で棄却し、帰無仮説 $h=1$, 対立仮説 $h=2$ のテストを10%水準で採択した。よってこれらの業種については共和分の数が1であるといえる。半導体については、帰無仮説 $h=2$, 対立仮説 $h=3$ のテストを10%水準で採択する一方、帰無仮説 $h=1$, 対立仮説 $h=2$ のテストを5%水準で棄却した。すなわち、半導体については共和分数は2である。証券は、共和分数を0とする帰無仮説のテストを10%水準で棄却できず、業種内企業について共和分が存在しないことが明らかになった。検定の詳細を表7に示す。仮説検定の手続きは時系列分析ソフトウェアRATS [4] を用いて記述した。

3.3 予測

第3.2節において、証券以外の業種について、共和分の関係があると帰結された。共和分の関係が存在すれば、Grangerの表現定理によりエラーコレクション表現が可能であり、株価系列に対し階差をとった系列からなるVARモデルより精度の高い予測精度が期待される。本節では、マルチンゲールモデル、VARモデル、エラーコレクションモデルにより各企業の株価水準を予測し、その予測精度を比較する。

株価が定数項付きのI(1)過程である場合、株価系列の1階差分 Δy_t は

$$\Delta y_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (19)$$

で表される。この場合 y_t はマルチンゲールであり、将来の最適な予測値は、過去のデータの平均となる。修正Dickey-Fullerテストにおいて、分析対象の全株価系列は定数項およびトレンドを含まないI(1)過程であることが示されたが、ここでは μ を導入して予測を行う⁽⁵⁾。

株価系列の1階差分がVARで表現されるとき、同業種株価ベクトル y_t を n 次元ベクトルとすれば、

$$\Delta y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Pi_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID}(0, \Sigma_\epsilon) \quad (20)$$

である。ここで、 μ 、 Π_i はそれぞれ n 次元ベクトルと n 次正方行列である。この場合、予測は通常のVARモデルの枠組みで行われる。さらに株価間に共和分の関係が存在すれば、株価はVAR表現に誤差修正項が付加され、

$$\Delta y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Pi_i \Delta y_{t-i} - \Pi y_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID}(0, \Sigma_\epsilon) \quad (21)$$

なるエラーコレクションモデルで表現できる。ここで h を共和分の数とすれば、 $\text{rank}(\Pi) = h$ である。

以上の3モデルを用い、各株価の予測を試みる。サンプル期間2648をパラメータ推定に利用する期間と、予測を行い実績値と比較する期間に分割する。まず、サンプル前半の2008+ ℓk ($k=0,1,2,\dots$)期間を利用し各モデルのパラメータを推定する。ここで ℓ は1回のパラメータ推定につき予測を行う期間である。次に ℓ 期間の予測を行い、実績値との二乗誤差を計算する。 k を逐次増やしていき、実績値と比較する期間がなくなるまでこれを繰り返し、2009期から2648期までの予測値と、その実績値との二乗誤差和によって予測の精度を比較することにする。予測期間 ℓ は1,5,10,40とした⁽⁶⁾。

なお、共和分の関係が存在しなかった証券のエラーコレクションモデルについては、共和分数が1であるとして推定、予測を行っている。

予測結果を表8, 9, 10, 11に示す。表中のモデル欄におけるMART, VAR, ECM1, ECM2はそれぞれ、マルチンゲールモデル, VARモデル, トレンドについて制約をおかないエラーコレクションモデル, トレンドが存在しないと仮定するエラーコレクションモデルを表している。すべての業種に

(5) KPSSテストにおいては、 Δy_t が平均まわりで定常であることが示唆されたが、その平均の水準については何ら言及していない点に注意が必要である。

(6) 予測期間を20営業日とした分析も行ったが、紙面の都合上予測結果は割愛する。いずれの業種においても、40営業日予測同様、マルチンゲールモデルが最も予測誤差が少ない傾向にあった。

表 7：共和分検定

業種	帰無仮説	対立仮説	統計量	臨界値		
				1%	5%	10%
鉄鋼	$h=0$	$h=1$	38.798	38.341	33.178	30.774
	$h=1$	$h=2$	19.745	31.943	27.169	24.712
半導体	$h=0$	$h=1$	34.106	38.341	33.178	30.774
	$h=1$	$h=2$	27.616	31.943	27.169	24.712
	$h=2$	$h=3$	6.276	25.521	20.778	18.697
証券	$h=0$	$h=1$	23.869	31.943	27.169	24.712
電力	$h=0$	$h=1$	59.963	31.943	27.169	24.712
	$h=0$	$h=1$	13.713	25.521	20.778	18.697

注) h は共和分の数を表す。臨界値についてはJohansen [9] から引用した。

において、もっともよい40日営業日予測を与えるモデルはマルチンゲールモデルであった。10営業日予測においても半導体の2社以外はマルチンゲールモデルによる予測が最良の結果を得ている。1営業日予測については、共和分関係が存在した鉄鋼のすべての銘柄および半導体、電力の2社について、トレンドなしの制約を加えたエラーコレクションモデルによる予測が他の予測モデルを上回る結果を示した。一方、共和分関係が存在しなかった証券の1営業日予測については、VARモデルにおいて最も予測誤差が少ない結果となった。5営業日予測については、証券においてマルチンゲールモデルのパフォーマンスのよさが目立つが、他の業種については顕著な特徴は見当たらない。エラーコレクションモデルが最良であったのは3社にすぎなかった。

次に、トレンドについて制約を与えた場合と、制約を与えなかった場合のエラーコレクションモデルによる予測を比較すると、制約ありの予測は、全モデル中、最もよい予測精度を与えたケースが12存在したが、制約なしの予測についてはまったく存在しなかった。両モデルのみの比較では、72ケース中14ケースが制約なしのエラーコレクションモデルの方がよい結果を与えている。修正Dickey-Fuller検定における、すべての株価系列は定数項、トレンドなしのI(1)過程という結果を考えると、トレンドなしの制約をつけた予測が全般的によりパフォーマンスを示したのは当然の結果といえよう。

4 結論

本稿では、共和分アプローチを用いることで、同業種における企業の株価間に長期的な関係が存在するかどうかを検証した。まず、各企業の株価系列について修正Dickey-Fullerテスト、ARCH効果を考慮した修正Dickey-Fullerテスト、およびKPSSテストの3種の単位根検定を行った結果、すべてのテストにおいて、分析対象企業の株価系列は1次の和分過程であることが示された。次にJohansenの方法を用い、共和分の検定を行った。証券以外の分析対象業種については、共和分の関係が認められた。共和分関係が存在すれば、Grangerの表現定理によりエラーコレクション表現が可能であり、予測においてもマルチンゲールモデルを超える予測精度を得られる可能性がある。分析対象業種に対し、マルチンゲールモデル、VARモデル、エラーコレクションモデルを用い、予測を行ったところ、共和

表 8：予測結果（鉄鋼）

予測期間	モデル	新日本製鐵	川崎製鐵	NKK	住友金属	神戸製鋼所
1	MART	0.23423	0.23767	0.34229	0.29121	0.23219
	VAR	0.23113	0.23008	0.33353	0.28987	0.22689
	ECM1	0.23109	0.23032	0.33348	0.28936	0.22699
	ECM2	0.23069*	0.22992*	0.33292*	0.28901*	0.22632*
5	MART	0.23414	0.23738*	0.33926	0.29039*	0.23153*
	VAR	0.23812	0.23905	0.33886	0.29506	0.23727
	ECM1	0.23816	0.23930	0.33908	0.29488	0.23731
	ECM2	0.23774	0.23885	0.33843*	0.29423	0.23643
10	MART	0.23414*	0.23738*	0.33924*	0.29040*	0.23152*
	VAR	0.23508	0.23806	0.34038	0.29297	0.23805
	ECM1	0.23515	0.23833	0.34069	0.29303	0.23814
	ECM2	0.23463	0.23774	0.33998	0.29233	0.23721
40	MART	0.23412*	0.23737*	0.33925*	0.29038*	0.23153*
	VAR	0.23819	0.24324	0.34427	0.29595	0.23798
	ECM1	0.23826	0.24332	0.34506	0.29636	0.23821
	ECM2	0.23763	0.24276	0.34408	0.29536	0.23685

注) *は各モデル中最小の値であることを示す。

表 9：予測結果（半導体）

予測期間	モデル	日立製作所	東芝	三菱電機	日本電気	富士通
1	MART	0.18799	0.23656	0.24105	0.28912	0.26625
	VAR	0.18491*	0.23198	0.23540	0.28704*	0.26030*
	ECM1	0.18571	0.23222	0.23570	0.28868	0.26039
	ECM2	0.18524	0.23192*	0.23483*	0.29012	0.26148
5	MART	0.18783	0.23626	0.24020	0.28898*	0.26602
	VAR	0.18696*	0.23451*	0.23730*	0.28979	0.26304*
	ECM1	0.18782	0.23471	0.23767	0.29119	0.26318
	ECM2	0.18756	0.23481	0.23731	0.29186	0.26435
10	MART	0.18782*	0.23626	0.24019	0.28897	0.26600*
	VAR	0.18844	0.23576*	0.23799	0.29021	0.26623
	ECM1	0.18926	0.23614	0.23839	0.29185	0.26641
	ECM2	0.18831	0.23586	0.23773*	0.29185	0.26739
40	MART	0.18781*	0.23622*	0.24017*	0.28897*	0.26598*
	VAR	0.18915	0.23697	0.24033	0.29091	0.27309
	ECM1	0.19073	0.23721	0.24079	0.29221	0.27284
	ECM2	0.19134	0.23771	0.24056	0.29440	0.27501

注) *は各モデル中の最小の値であることを示す。

表10：予測結果（証券）

予測期間	モデル	大和証券	山一証券	日興証券	野村証券
1	MART	0.48206	0.47900	0.55551	0.35770
	VAR	0.44469*	0.46541*	0.52364*	0.34743*
	ECM1	0.44638	0.46822	0.52616	0.34932
	ECM2	0.44608	0.46750	0.52683	0.34807
5	MART	0.47967*	0.47770*	0.55387*	0.35649*
	VAR	0.48664	0.48432	0.55785	0.36433
	ECM1	0.48805	0.48770	0.56190	0.36664
	ECM2	0.48680	0.48535	0.56293	0.36469
10	MART	0.47963*	0.47766*	0.55383*	0.35648*
	VAR	0.48754	0.49021	0.55474	0.36359
	ECM1	0.48990	0.49543	0.55768	0.36735
	ECM2	0.48875	0.49388	0.55817	0.36554
40	MART	0.47965*	0.47765*	0.55384*	0.35646*
	VAR	0.49286	0.49229	0.55827	0.36960
	ECM1	0.49731	0.49976	0.56096	0.37541
	ECM2	0.49580	0.49888	0.56047	0.37430

注) *は各モデル中最小の値であることを示す。

表11：予測結果（電力）

予測期間	モデル	東京電力	中部電力	関西電力	東北電力
1	MART	0.21720	0.24084	0.22944	0.22087
	VAR	0.21671*	0.23680	0.22036	0.21411*
	ECM1	0.21752	0.23309	0.22052	0.21469
	ECM2	0.21725	0.23291*	0.22027*	0.21476
5	MART	0.21707*	0.24079	0.22901	0.21987
	VAR	0.21811	0.24189	0.22684	0.21715*
	ECM1	0.21848	0.24078	0.22696	0.21766
	ECM2	0.21810	0.24031*	0.22660*	0.21763
10	MART	0.21707*	0.24078*	0.22897*	0.21984*
	VAR	0.21852	0.24214	0.22961	0.21948
	ECM1	0.21866	0.24160	0.22966	0.21996
	ECM2	0.21815	0.24111	0.22914	0.21985
40	MART	0.21704*	0.24075*	0.22896*	0.21983*
	VAR	0.22106	0.24191	0.23474	0.22300
	ECM1	0.22112	0.24253	0.23473	0.22342
	ECM2	0.22085	0.24214	0.23454	0.22345

注) *は各モデル中最小の値であることを示す。

分関係が存在しなかった証券を除き、1期先予測ではエラーコレクションモデルは、他のモデルより良好な予測精度を得た。しかし、より長期の予測では、一般的にマルチンゲールモデルによる予測が最もよい予測精度を示しており、このことから市場の効率性は否定されるものではないと考える。

今回の分析では、同一業種の中から代表的な企業を取り出し、その企業間の株価の長期的関係について検証したわけであるが、為替レートなどの株価以外の経済指標を含めた共積分分析は有意義なものとする。また、長期的関係が認められた業種について、その関係を利用した売買シミュレーションを行い、超過利潤が得られるかどうか検証することで、市場の効率性についての何らかの証左を引き出せると考える。これらのことを考慮に入れた詳細な分析を今後の課題としたい。

参 考 文 献

- [1] T. Bollerslev, R. Y. Chou, and K. F. Kroner. ARCH modeling in finance : A review of the theory and empirical evidence. *Jouranal of Econometrics*, 52 : 5-59, 1992.
- [2] P. L. Chelley-Steeley and E. J. Pentecost. Stock market efficiency, the small firm effect and cointegration. *Applied Financial Economics*, 4 : 405-411, 1994.
- [3] F. X. Diebold, J. Gardeazabal, and K. Yilmaz. On cointegration and exchange rate dynamics. *Journal of Finance*, 49(2) : 727- 735, 1994.
- [4] T. A. Doan. *RATS User's Manual Version 4*. Estima, 1992.
- [5] J. A. Doornik. *Object-Oriented Matrix Programming using Ox*, 1996.
- [6] W. A. Fuller. *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley, New York, 1976.
- [7] J. D. Hamilton. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.
- [8] S. Johansen. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59 : 1551-1580, 1991.
- [9] S. Johansen and K. Juselius. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration - with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2) : 169-210, 1990.
- [10] K. Kim and P. Schmidt. Unit root tests with conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 59(3) : 287-300, 1993.
- [11] D. Kwiatkowski, P. C. Phillips, P. Schmidt, and Y. Shin. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, 54(3) : 159-178, 1992.
- [12] D. Lee and P. Schmidt. On the power of the KPSS test of stationarity against fractionally-integrated alternatives. *Journal of Econometrics*, 73(1) : 285-302, 1996.
- [13] J. MacKinon. *Long-run Economic Relationships*, chapter 13, pp. 267-276. Oxford University Press, Oxford, 1991.
- [14] C. Nelson and C. Plosser. Trends versus random walks in macroeconomic time series : Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10 : 139-162, 1982.
- [15] B. B. Rad ed. *Cointegration for the Applied Economist*. St. Martin's Press, New York, 1994.
- [16] CD株価操作マニュアル. 東洋経済新報社, 1993.