九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

経済発展と低開発の罠

片桐，昭司

https://doi.org/10.15017/3000097

出版情報：経済論究．91，pp.59-88，1995-03-31．九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

経済発展と低開発の罠

片　桐　昭　司

目　次

1　はじめに

経済発展に関して，アジア・アフリカ等の発展途上国の現状に目を向けると，いまだ低水準の状態であるのはよく知られた事実である．Nelson [1956] は，その低水準について，たとえ投資が実行されたとしても，人口が投資と同率でより急速に増加すれば1人当たりの所得は増加せず，経済も成長しないと述べ，それら発展途上国は，いわゆる低水準均衡の罠（low－level equilibrium trap）に捕らわれていると指摘している．低水準均衡の罠から抜け出すために，Rosenstein－Rodan [1943], Nurkse [1953], Hirschman [1961], Murphy, Shleifer and Vishny [1989] 等多くの研究者は経済成長の足がかり（big push）として工業化の重要性を述べている．Myint [1980, p. 212] は『経済開発を成功させるためには公共部門と私的部門の両部門において企業家および管理者の一般的不足があり，多くの開発途上国が貯蓄の不足よりはむしろ熟

練と知識の不足によって制約を受けており，そのために生産的投資に資本を吸収する組織構造の能力が限られていることが現在ますます認識されつつある.』と述べている.

Azariadis and Drazen [1990] は，Nelson [1956] による人口圧力に起因する低水準均衡の罠の代わりに人的資本を導入し，離散型による動学システムを使って低開発の罠（underdevelopment trap）を説明しているが，Arrow [1962],Lucas [1988] とは異なり，訓練技術を人的資本として取り扱っている.[1]

そこでは人的資本としての訓練教育へ個人の時間が投下されても，ある程度労働の質が低い経済は低開発の罠に捕らわれた安定的な定常状態となるが，ある経済状態のもとで一旦訓練教育に個人の時間が投下されれば，サドル経路に沿ってあるより高い経済発展段階の定常状態に経済は収束すると指摘している. この場合，この経済は訓練教育へ個人の時間が投下さえされれば低開発の罠から逃れられることになる. 本稿では，Azariadis and Drazen [1990] のモデルをもとに，彼らの訓練技術に学習効果関数と損失関数を組み込ませて，訓練技術へ個人の時間が投下された場合の定常状態の動学的安定性を検討し，彼らが指摘した低開発の罠から逃れる条件が一概に言えないことを明らかにし，さらにここで導入した条件のもとでの低開発の罠からの離脱条件を検討することにする.

以下，第 2 節で基本モデルを設定し，第 3 節で訓練技術に学習効果関数を導入した場合（ケース 1）とケース 1 に損失関数を追加した場合（ケース 2）の定常状態の安定性を比較・検討し，第 4 節で Azariadis and Drazen [1990] の結果と本稿の結果を検討し，低開発の罠に関する若干の政策的インプリケーションを考察することにする.

---

[1] 訓練技術に関して，Lim[1994, p. 839] は NIES の経済成長の背景には一般教育とは別に職業訓練や技術訓練が生産量の成長の源泉であることを強調している. また人的発展に関しては，Aturupane, Glewwe and Isenman[1994] や Streeten[1994] が述べているように生産の結果（humanitarians の考え方）あるいは生産手段（human-resource developer の考え方）の 2 つのカテゴリーがあるが，本論文では後者を重要視している.

2 基本モデル

ここで使用されるモデルは Azariadis and Drazen [1990] の拡張モデルで，Diamond [1965] による 1 部門オーバーラッピング・ジェネレーシンズの資本蓄積モデルに基づいている.

2.1 モデルの設定

本モデルでは，人口は一定（つまり人口成長率はゼロ）とする．各個人は 2 期間生存し，各世代は G_t は t 時点に生まれ，t 期を若い個人，t+1 期で年配の個人，t+2 時点で死亡すると考える．世代 G_0 を特別な世代とし，t=1 時点で年配の個人として生まれ，t=2 時点で死亡する．すべての個人は同一の労働および訓練能力と信用市場のアクセスをもっている．各個人は若いときと年配のとき 1 単位の余暇がそれぞれ賦与され，市場活動にその余暇を労働サービスとして供給する．また t 期に若者は貯蓄を行い，t+1 期にそれを消費する．ここで貯蓄を s_t で表す．t 世代の個人の消費ベクトルは$C^t=(C_1^t, C_2^t)$とする．世代 G_0 は資本$k_1>0$ と消費C_2^0 が与えられている．t 世代の個人の効用関数を u (C^t) で表し，この関数はホモセティックとする．また全ての個人は同一の選好をもつものと仮定する.

生産は企業によって実行され，t 期の生産は t−1 期の資本と t 期の労働サービスを使用して次の (1) で与えられた収穫一定の技術で生産し，その生産物を販売し，要素報酬を支払うことによって事業を終了させる．資本は完全にその期で減耗し，最大利潤はゼロとなる.

$$Y_t=F(K_t,\ N_t). \tag{1}$$

ここで，K_t は t 期の期首での資本，N_t は t 期の期首での効率単位の労働，Y_t は t 期の生産物とする．また生産関数 F の限界生産物はプラス ($F_K>0$, $F_N>0$) とし，一次同次の凹関数とする.

すべての個人は共通の人的資本としての訓練技術にアクセスできるものとす

る．この技術は若いときに投入した時間でその後の労働の質を改善させ，知識，熟練や健康資本ストックを高め，労働者が年配となったとき1単位当たりのより高い労働サービスを可能とさせる技術である．特に t+1 での労働を供給する年配の個人 i の労働の効率単位での労働量は，

$$x^i_{t+1}=x_t h(\tau^i_t, x_t) \tag{2}$$

で，$\tau^i_t \in (0,1)$ は正規の教育，訓練，健康維持などの労働の質に t 時点で個人 i によって投資された時間の割合であり，残りの $1-\tau^i_t$ は労働市場に供給する個人 i の若いときの時間の割合の賦存である．x_t はすべての世代 G_t によって受け継がれる労働サービスの質であり，具体的には，t 期の若い個人と年配の個人の平均の労働の質を表しており，若い個人に賦与されている単位時間当たりの労働サービスの効率単位の数を表し，能力に関しては同一的個人を仮定しているので個人 i の添字は無視できる．t 時点のすべての若い個人は 1 に等しい時間と x_t に等しい労働サービスの質という初期賦存で開始する．

関数 h に関して本稿では，Azariadis and Drazen [1990] が想定したものを変更し，ケース1として以下の図1に示された学習効果関数を，ケース2としてケース1に以下の図2に示された損失関数を導入した場合の2つのケースの h を扱う．

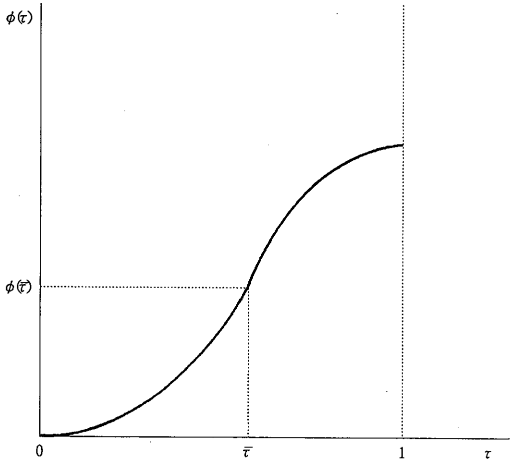
〔ケース 1〕

$$h(\tau, x_t)=1+\gamma(x_t)\phi(\tau). \tag{3}$$

〔ケース 2〕

$$h(\tau, x_t)=1+\gamma(x_t)\phi(\tau)-\phi(\tau). \tag{4}$$

学習効果関数：$\phi(\tau_t)$

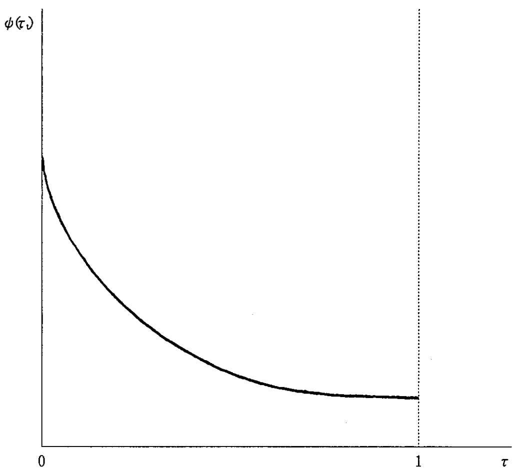


$\phi'(\tau)>0.$
τ $\tau\in(0,\ \bar{\tau})$のとき$\phi''>0,$
τ $\tau\in(\bar{\tau},\ 0)$のとき$\phi''<0,$
$\phi(0)=0.$

図 1

1単位の時間の中からτの割合が訓練等に投じられると，最初のうちは学習効果が身につかないが，その後効果は急速に増加するが$\bar{\tau}$を超えると次第にその増加率は逓減するものとする．

損失関数：$\psi(\tau_t)$



$\psi'(\tau)<0,\ \psi''(\tau)>0,\ \psi(0)=0.$

図 2

損失関数は，訓練に時間が投入されるとき，かなりの費用が発生し，その後その費用は逓減するものとし，その費用を時間のマイナスで労働の質に転化されるものと仮定する．なお，損失関数の形状および性質は事前に個人には所与でなく，結果として発生すると予想されるものとする．

γ は人的資本に関する私的収益で，x の増加関数とする．x についての γ の依存状態は現行の訓練の能力に既存の人的資本がどのように影響を与えているかを述べている[2]．つまり，それは個人のインセンテイブが経済状態に追従し，労働の質が低いときよりも高いときの方がインセンテイブが強いことを意味している．

以上述べてきたことを図3に示しておくことにしよう．最後に，定常状態はこの経済に付随する状態変数が一定で成長するような状態として定義する．

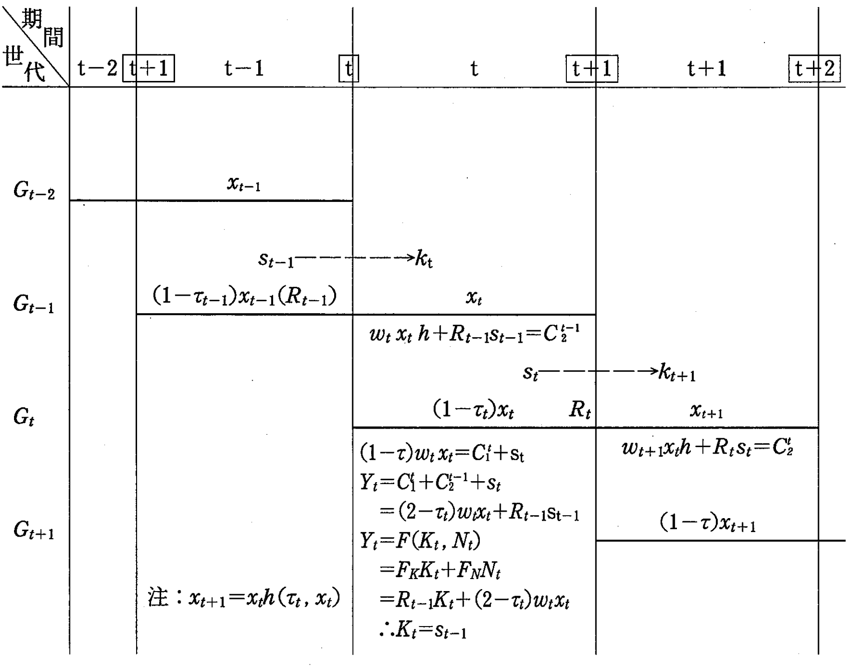


図3 t期を中心とする Overlapping Generations Model

---

[2] Azariadis and Drazen[1990] による人的資本に関する私的収益については，Psacharopoulos [1985] によって提示された私的収益が1つの目安と考えられる．

2.2 競争均衡条件

さて以上の準備のもとで，各主体の競争均衡条件を求めることにしよう．

個人の効用最大化は以下の式で表される．

$$\begin{aligned} &max.\ u\ (C^t), \\ &s.t.\ C_1^t+s_t=(1-\tau_t)w_t x_t, \\ &\qquad C_2^t=R_t s_t+w_{t+1}x_t h(\tau_t, x_t). \end{aligned}$$

ここで，w_t は t 期の賃金所得，R_t は t 期の貸与に関する収益である．このときの一階の条件は，

$$\frac{\partial u(C^t)}{\partial s_t}=-u_1+R_t u_2=0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial u(C^t)}{\partial \tau_t}=-w_t x_t u_1+w_{t+1}x_t h_\tau(\tau_t, x_t)u_2=0 \tag{6}$$

である．ここで，$u_j=\partial u/\partial C_j, j=1, 2$ である．これらより結局，貯蓄関数（7）と貸付に関する収益（8）を得ることができる．

$$s_t=s[R_t, (1-\tau_t)w_t x_t, w_{t+1}x_t h(\tau_t, x_t)], \tag{7}$$

$$R_t=\frac{w_{t+1}}{w_t}h_\tau(\tau_t, x_t). \tag{8}$$

なお，若いときと年配のときの消費は共に強い意味での正常財および粗代替財と仮定し，貯蓄関数は第1，第2独立変数の増加関数で，第3独立変数の減少関数となる．

労働市場に関して，効率単位の労働供給 N_t は以下の式で与えられ，労働は1に基準化されていることを考慮すれば，

$$N_t=(1-\tau)x_t+x_t \tag{9}$$

となる．右辺の2つの項は若い個人（労働者）と年配の個人（労働者）各々による質的に調整された労働供給である．

企業の利潤最大化条件を求めると，いま利潤関数は，

$$\pi_t = F(K_t, N_t) - w_t N_t - R_{t-1} K_t \tag{10}$$

で，一階の条件，生産関数の一次同次生およびオイラーの定理を利用すれば，

$$R_{t-1} = f'(k_t), \tag{11}$$
$$w_t = f(k_t) - kf'(k_t) \tag{12}$$

を得る．ここで，$k_t = K_t/N_t$，$f(k_t) = Y_t/N_t$である．

さて以上の各主体の最大化条件から，この経済における動学的均衡条件が満足しなければならない市場清算条件を求めることにしよう．

財市場の均衡条件として，マクロ的には貯蓄と投資は等しいから，(7) より，

$$K_{t+1} = s[R_t, (1-\tau_t) w_t x_t, w_{t+1} x_{t+1} h(\tau_t, x_t)] \tag{13}$$

となり，効率単位で表すと，

$$N_{t+1} k_{t+1} = s[R_t, (1-\tau_t) w_t x_t, w_{t+1} x_{t+1} h(\tau_t, x_t)] \tag{14}$$

となる．ここで以上述べてきたことを式でまとめてみると以下のようになる．

$$N_{t+1} k_{t+1} = s[R_t, (1-\tau_t) w_t x_t, w_{t+1} x_{t+1} h(\tau_t, x_t)], \tag{15}$$
$$R_t = f'(k_{t+1}), \tag{16}$$
$$w_t = f(k_t) - kf'(k_t), \tag{17}$$
$$N_t = (2-\tau_t) x_t, \tag{18}$$
$$R_t = \frac{w_{t+1}}{w_t} h_\tau(\tau_t, x_t), \tag{19}$$
$$x_{t+1} = x_t h(\tau_t, x_t). \tag{20}$$

未知変数はN_t, N_{t+1}, k_t, k_{t+1}, R_t, τ_t, w_t, w_{t+1}, x_{t+1},の 9 個である．いまw_{t-1}, τ_{t-1}, x_t, R_{t-1}が先決とすると，(16) からk_t, (17) からw_t, (15) からN_t, (18) からτ_t, (20) からx_{t+1}が決まる．また，(17) および (16) と (19) の関係からk_{t+1}が一意に決まり，(16) からR_t, (17) からw_{t+1}, (15) からN_{t+1}が求まる．

2.3 ケース1のときの競争均衡条件

ここではケース1のときの競争均衡条件を求めることにしよう.
(3), (18), (20) を使って,

$$N_{t+1}=(2-\tau_{t+1})x_t[1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)] \tag{21}$$

が得られ, (15), (16), (21) を使うと,

$$\begin{aligned}&(2-\tau_{t+1})x_t[1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)]k_{t+1}\\&\quad=s[f'(k_{t+1}),\ w_tx_t(1-\tau_t),\ w_{t+1}x_t[1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)]]\end{aligned} \tag{22}$$

を得る. ここで効用関数のホモセティック性を利用すれば, 貯蓄関数は所得プロフィールの一次同次, つまり第2, 第3独立変数の一次同次がいえる[3]. したがって, (22) の両辺を$x_t[1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)]$で割ると,

$$(2-\tau_{t+1})k_{t+1}=s\left[f'(k_{t+1}),\frac{(1-\tau_t)w_t}{1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)},w_{t+1}\right] \tag{23}$$

を得る. したがって, ケース1のときの競争均衡条件は以下を満足する (τ_t, k_t) の流列である.

$$\frac{w(k_{t+1})\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)}{f'(k_{t+1})}=w(k_t). \tag{24}$$

$$(2-\tau_{t+1})k_{t+1}=s\left[f'(k_{t+1}),\frac{(1-\tau_t)w}{1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)},w_{t+1}\right]. \tag{25}$$

2.4 ケース2のときの競争均衡条件

ケース1の (24) と (25) に相当するケース2の競争均衡条件は以下を満足

---

[3] $u(\alpha C^t)=u(\alpha C^t{}_1,\ \alpha C^t_2)$.
$\alpha C^t{}_1=\alpha(1-\tau_t)w_tx_t-\alpha s_t$.
$\alpha C^t{}_1=\alpha R_ts_t+\alpha w_{t+1}x_th(\tau_t,\ x_t)$.
$u(\alpha C^t)=u[\alpha(1-r_t)w_tx_t-\alpha s_t,\ \alpha R_ts_t+\alpha w_{t+1}x_th(\tau_tx_t)]$.
$\dfrac{\partial u(\alpha C^t)}{\partial s_t}=u_1(-\alpha)+u_2(\alpha R_t)=0$
$u_1/u_2=R_t$.
したがってR_tはαとは独立している。ゆえに, $\alpha s_t=s[R_t,\ \alpha(1-\tau_t)w_tx_t,\ \alpha w_{t+1}\mathrm{x}_th(\tau_t,\ x_t)]$.

する (τ_t, k_t) の流列である.

$$\frac{w(k_{t+1})[\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)-\phi'(\tau_t)]}{f'(k_{t+1})}=w(k_t). \tag{26}$$

$$(2-\tau_{t+1})k_{t+1}=s\left[f'(k_{t+1}), \frac{(1-\tau_t)w_t}{1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)-\phi(\tau_t)}, w_{t+1}\right]. \tag{27}$$

3 低開発の罠

ここでは Azariadis and Drazen [1990] が考察した低開発の罠に関して，人的資本としての訓練技術のケース1とケース2を導入してさらなる考察を展開することにしよう．まず各ケースの検討に入る前に，彼らが展開した訓練技術へのインセンテイブ条件を考慮した各ケースの条件は以下の通りである．

〔ケース 1〕

(2)，(3) と (24) から以下の式が得られる．

$$R_t \geq \frac{w_{t+1}}{w_t}\cdot\gamma(x_t)\phi'(\tau_t),\quad \tau_t>0\text{のとき等号が成立.} \tag{28}$$

$$\frac{x_{t+1}}{x_t}=1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t). \tag{29}$$

〔ケース 2〕

(2)，(4) と (26) から以下の式が得られる．

$$R_t \geq \frac{w_{t+1}}{w_t}\cdot[\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)-\phi'(\tau_t)],\quad \tau_t>0\text{のとき等号が成立.} \tag{30}$$

$$\frac{x_{t+1}}{x_t}=1+\gamma(x_t)\phi(\tau_t)-\phi(\tau_t). \tag{31}$$

(29) と (31) は人的資本蓄積の技術であり，(28) と (30) は物的資本に関する収益が人的資本に関する収益と等しいかどうかである．もし人的資本投資が発生するならば，それら収益が等しいということになる．さてこれから各ケースを検討することにしよう．

3.1 ケース1のときの訓練教育

3.1.1 $\tau^*=0$ のとき

Azariadis and Drazen [1990] では，ある有限期後$(t)_{t=T}^{\infty}$に対して，$\tau_t=0$ の経済は訓練技術均衡経路がなく，低開発の罠としての流列（0, k_t）が言及されている．この理由として，彼らの h は $1+\gamma(x_t)\tau_t$ であり，τ_t でこれを偏微分すると $\gamma(x_t)$ となって，h_τ は x_t のみに依存する．これは x_t という経済状態によって私的人的収益が決定されるため，x_t 次第で教育訓練が行われるかどうかの意思決定がなされる．したがって，$R_t=(w_{t+1}/w_t)\gamma(x_t)$ ならば $\tau_t>0$ となって訓練教育への投資が行われ，経済は定常状態(τ^*, k^*)に収束し，$R_t>(w_{t+1}/w_t)\gamma(x_t)$ ならば $\tau_t=0$ となって，貯蓄のみが行われるという意思決定がなされ，彼らが指摘した低開発の罠という定常状態$(0, k^*)$に陥ることになる．

しかしながら，今回のケース1の場合は，h_τ が (28) のように τ_t にも依存して決定され，$R_t=(w_{t+1}/w_t)\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)$となるように個人は $\tau_t>0$ を選択できることになる．いま，$h_\tau(\tau_t, x_t)=\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)$であるから Azariadis and Drazen [1990] の $h_\tau(\tau_t, x_t)=\gamma(x_t)$と比較すると図4のようになる．

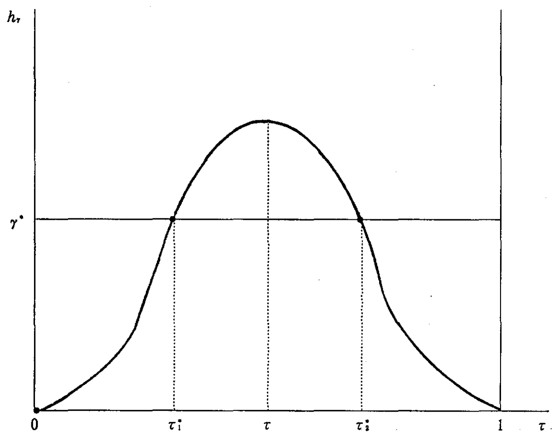


図4

いま，γ^* を訓練教育が行われるときの定常状態とすれば，γ^* 以下であれば

Azariadis and Drazen の場合は訓練教育投資が行われない．しかしながら，ケース 1 の場合は，個人が τ_t を調整できるため，τ_1^* と τ_2^* と $\tau^*=0$（これは最初から全く τ_t が投入されなければ，この場合も定常状態となる[4)]）の 3 点が定常状態となる．以下では低開発の罠に捕らわれない 2 つの定常状態（$\tau^*>0$）がどのような局所的な性質をもつかを検討することにしよう．

3.1.2 $\tau^*>0$のとき

ここでは訓練投資が行われるケースを扱うことにしよう．このときの均衡は (24)，(25)，(29) を満足する(τ_t, k_t)の流列である．ここで差分方程式体系(24)と(25)に関して，定常状態(τ^*, k^*)近傍での安定性を検討することにしよう．まず定常状態近傍の (24) と (25) を次のように線型化することにしよう．

$$k_{t+1}=f(\tau^*,k^*)+f_k\cdot(k_t-k^*)+f_\tau\cdot(\tau_t-\tau^*). \tag{32}$$

$$\tau_{t+1}=g(\tau^*,k^*)+g_k\cdot(k_t-k^*)+g_\tau\cdot(\tau_t-\tau^*). \tag{33}$$

ここで，$k_{t+1}=f(\tau_t, k_t)$, $\tau_{t+1}=g(\tau_t, k_t)$, $dk_{t+1}/dk_t=f_k(\tau^*, k^*)$, $dk_{t+1}/d\tau_t=f_\tau(\tau^*, k^*)$, $d\tau_{t+1}/\mathrm{d}k_t=\mathrm{g}_k(\tau^*,k^*)$, $\mathrm{d}\tau_{t+1}/g\tau(\tau^*, k^*)$である．これを行列表示すると，

$$\begin{bmatrix} k_{t+1} \\ \tau_{t+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} f(\tau^*,\ k^*) \\ g(\tau^*,\ k^*) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} f_k & f_\tau \\ g_k & g_\tau \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_t-k^* \\ \tau_t-\tau^* \end{bmatrix} \tag{34}$$

となる．ここでこの差分方程式系の定常状態近傍の安定性を検討するためにヤコビ行列の係数を求めると以下を得る．

$$f_k=\frac{k^*f'(k^*)}{f(k^*)}<1, \tag{35}$$

$$f_\tau=\frac{\phi''(\tau^*)f'(k^*)w(k^*)}{\phi'(\tau^*)f''(k^*)f(k^*)}, \tag{36}$$

$$g_k=\frac{s_y\cdot(2-\tau^*)(1-\tau^*)k^*f''(k^*)}{s\cdot[1+\gamma\phi(\tau^*)]}<0, \tag{37}$$

$$g_\tau=\frac{s_y\cdot w(k^*)[1+\gamma\phi(\tau^*)+\gamma\phi'(\tau^*)(1-\tau^*)]}{k^*[1+\gamma\phi(\tau^*)]^2}. \tag{38}$$

---

[4] ケース 1 で $\tau_t=0$ のときのk^*の一意性と安定性は Azariadis and Drazen[1990] とまったく同じ手法で証明できるのでここでは省略する

ここで，$s_y=\partial s/\partial w_t$ である．また，$s=(2-\tau^*)k^*$ という関係式が (25) から得られることに注意しておこう．以上でヤコビ行列の各係数が求まった．ここで簡便のため，生産関数と学習効果関数を特定化することにしよう．

i）生産関数：コブ＝ダグラス型生産関数

$$Y=K^{\alpha}L^{1-\alpha},\ 0<\alpha<1,$$

$$y=f(k)=k^{\alpha},\quad k=K/L,$$

$$f'(k)=\alpha k^{\alpha-1},\quad f''(k)=\alpha(\alpha-1)k^{\alpha-2},\quad w(k)=(1-\alpha)k^{\alpha},$$

$$\frac{kf'(k)}{f(k)}=\alpha,\quad \frac{f'(k)w(k)}{f(k)}=\alpha(1-\alpha)k^{\alpha-1}\cdot$$

ii）学習効果関数

$\tau\in(0,\bar{\tau})$ に対して，$\phi(\tau)=\tau^2, \phi'(\tau)=2\tau>0, \phi''(\tau)=2>0.$

$\tau\in(\bar{\tau},1)$ に対して，$\phi(\tau)=a\tau^{\frac{1}{2}}+b, \phi'(\tau)=a\tau^{-\frac{1}{2}}/2>0, \phi''(\tau)=-a\tau^{-\frac{3}{2}}/4<0.$

ここで $a>0,\ 0<b<1.$

これよりヤコビ行列のトレース T と行列式 D を求める．固有値（λ）とトレース T および行列式 D との間には以下のような関係があることに注意して計算を進めていくことにする．

$$J=\begin{bmatrix} f_k & f_\tau \\ g_k & g_\tau \end{bmatrix}\cdot \tag{39}$$

$$T=f_k+g_\tau\longleftrightarrow T=\lambda_1+\lambda_2.$$

$$D=f_kg_\tau-f_\tau g_k\longleftrightarrow D=\lambda_1\cdot\lambda_2.$$

(1) トレース T を求める．

$$T=f_k+g_\tau$$

$$=\frac{k^*f'(k^*)}{f(k^*)}+\frac{s_y\cdot w(k^*)[1+\gamma\phi(\tau^*)+\gamma\phi'(\tau^*)(1-\tau^*)]}{k^*[1+\gamma\phi(\tau^*)]^2} \tag{40}$$

<u>$\tau\in(0,\bar{\tau})$ のとき</u>

$$T=\alpha+\frac{s_yk^{*\alpha}(1-\alpha)[1+\gamma\tau^{*2}+2\gamma\tau^*(1-\tau^*)]}{k^*[1+\gamma\tau^{*2}]^2}\cdot \tag{41}$$

いま，$0<\alpha<1$ および$g_\tau>0$ であるから，$T>0$ は成立する．そこで $T>2$ の条件を調べてみよう．

$$\frac{s_y k^{*\alpha}(1-\alpha)[1+\gamma\tau^{*2}+2\gamma\tau^*(1-\tau^*)]}{k^*[1+\gamma\tau^{*2}]^2}>\frac{2-\alpha}{1-\alpha} \tag{42}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{s_y[1+\gamma\tau^{*2}+2\gamma\tau^*(1-\tau^*)]}{[1+\gamma\tau^{*2}]^2}\cdot\frac{k^{*\alpha}}{k^*}>\frac{2-\alpha}{1-\alpha}. \tag{43}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{1-\alpha}{2-\alpha}\cdot\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\frac{C_2}{C_1^2}>1.$$

いまここで，

$$C_1=1+\gamma\tau^{*2},\quad C_2=1+\gamma\tau^{*2}+2\gamma\tau^*(1-\tau^*)$$

である．したがって，$T>2$ の必要条件は$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/(2-\alpha)k^*$かつ$C_2/C_1^2$が十分大きければよい．

<u>$\tau\in(\bar{\tau},1)$のとき</u>

$$T=\alpha+\frac{s_y k^{*\alpha}(1-\alpha)[\alpha\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b+\alpha\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}(1-\gamma^*)/2]}{k^*[1+\alpha\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b]^2}. \tag{44}$$

$\tau\in(0,\bar{\tau})$のときと同じように $T>0$ は成立するから $T>2$ を調べると，

$$\frac{s_y(1-\alpha)[1+\alpha\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b+\alpha\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}(1-\tau^*)/2]}{[1+\alpha\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b]^2}\cdot\frac{k^{*\alpha}}{k^*}>\frac{2-\alpha}{1-\alpha}. \tag{45}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{1-\alpha}{2-\alpha}\cdot\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\frac{E_2}{E_1^2}>1. \tag{46}$$

ここで，

$$E_1=1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b,\quad E_2=1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b+a\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}(1-\tau^*)/2$$

とする．したがって，$T>2$ の必要条件は$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/(2-\alpha)k^*$かつ$E_2/E_1^2$が十分大きければよい．

(2) 行列式Dを求める

$$D=f_k g_\tau - f_\tau g_k,$$

$$f_k g_\tau = \frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} \cdot \frac{s_y \cdot w(k^*)[1+\gamma\phi(\tau^*)+\gamma\phi'(\tau^*)(1-\tau^*)]}{k^*[1+\gamma\phi(\tau^*)]^2}$$

$$f_\tau g_k = \frac{\phi''(\tau^*) f'(k^*) w(k^*)}{\phi'(\tau^*) f(k^*)} \cdot \frac{s_y(1-\tau^*)}{1+\gamma\phi(\tau^*)}.$$

$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$のとき

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)k^{*\alpha}s_y}{k^*} \cdot \left[\frac{1+\gamma\tau^{*2}+2\gamma\tau^*(1-\tau^*)}{(1+\gamma\tau^{*2})^2} - \frac{1-\tau^*}{\tau^*(1+\gamma\tau^{*2})}\right].$$

$$\Updownarrow \tag{47}$$

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)k^{*\alpha}s_y}{k^*}\left[\frac{C_2}{C_1^2}-\frac{1-\tau^*}{\tau^* C_1}\right].$$

したがって，$C_2/C_1 > (1-\tau^*)/\tau^*$ ならば，$D>0$ は成立し，逆のときは$D<0$ が成立する.

$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$のとき

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)k^{*\alpha}s_y}{k^*} \cdot \left[\frac{1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b+a\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}(1-\tau^*)/2}{(1+a\gamma\tau^*+\gamma b)^2} + \frac{1+\tau^*}{2\tau^*(1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b)}\right].$$

$$\Updownarrow \tag{48}$$

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)k^{*\alpha}s_y}{k^*} \cdot \left[\frac{E_2}{E_1^2}+\frac{1-\tau^*}{2\tau^* E_1}\right]. \tag{49}$$

このとき$D>0$ はかならず成立し，$D>1$ の必要条件は，$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ かつE_2/E_1^2と$1-\tau^*/2\tau^* E_1$が十分大きければよい.

(3) 以下 Azariadis［1993, p65−66］に基づいて，安定性の検討を行うことにしよう．固有値（λ）はトレースTと行列式Dの間には以下のような関係があることに注意して検討を行うことにする.

$$P(\lambda)=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)=\lambda^2-(\lambda_1+\lambda_2)\lambda+\lambda_1\lambda_2$$
$$=\lambda^2-T\lambda+D,$$
$$P(1)=1-T+D,\quad P(-1)=1+\mathrm{T}+\mathrm{D}. \tag{50}$$

$P(1)$のケース

$\tau\in(0,\bar{\tau})$のとき

$$P(1)=(1-\alpha)\cdot\left[1-\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\left[\frac{(1-\alpha)C_2}{C_1^2}+\frac{\alpha(1-\tau^*)}{\tau^* C_1}\right]\right]. \tag{51}$$

いま，$(1-\alpha)C_2/C_1$と$\alpha(1-\tau^*)/\tau^*$は0より大であるから，$P(1)<0$のときは$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分大きければ，$P(1)>0$のときは$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分小さければよい．

$\tau\in(\bar{\tau},1)$のとき

$$P(1)=(1-\alpha)\left[1-\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\left[\frac{(1-\alpha)E_2}{E_1^2}-\frac{\alpha(1-\tau^*)}{2\tau^* E_1}\right]\right]. \tag{52}$$

いま，$(1-\alpha)E_2/\alpha E_1>(1-\tau^*)/2\tau^* E_1$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きいときは$P(1)<0$, $(1-\alpha)\mathrm{E}_2/\alpha\mathrm{E}_1<(1-\tau^*)/2\tau^*$かつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きいときは$P(1)>0$は成立する．

$P(-1)$のケース

$\tau\in(0,\bar{\tau})$のとき

$$P(-1)=1+\alpha+(1-\alpha)\cdot\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\left[\frac{(1+\alpha)C_2}{C_1^2}-\frac{(1-\tau^*)}{\tau^* C_1}\right]. \tag{53}$$

いま，$(1+\alpha)C_2/C_1>(1-\tau^*)/\tau^*$ならば$P(-1)>0$, $(1+\alpha)C_2/C_1<(1-\tau^*)/\tau^*$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きければ$P(-1)<0$が成立する．

$\tau\in(\bar{\tau},1)$のとき

$P(-1)>0$が常に成立している．

(4) 安定性の領域の決定[5]

• Case–1：$P(1)>0$, $P(-1)>0$；源点

<u>$\tau\in(0,\ \bar{\tau})$のとき</u>

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が小さく，かつ$(1+\alpha)C_2/C_1>(1-\tau^*)/\tau^*$が必要条件.

Region–4：$T<-2$, $D>0$

$T>0$はつねに成立するから，このRegionはありえない.

Region–7：$T\in(-1, 1), D\in(-2, 2)$

Tは$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/(2-\alpha)k^*$が小さく，Dは$\alpha(1-\alpha)C_2/C_1>(1-\tau^*)/\tau^*$かつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が小さいときに成立する.

Region–8：$T>2$, $D>0$

Tは$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/(2-\alpha)k^*$が十分に大きく，Dは$\alpha(1-\alpha)C_2/C_1>(1-\tau^*)/\tau^*$のとき成立する.

<u>$\tau\in(\bar{\tau}, 1)$のとき</u>

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きくかつ$(1-\alpha)E_2/\alpha E_1<(1-\tau^*)/2\tau^*$が必要条件.

Region–4：$T<-2$, $D>0$

T>0は常に成立するから，このRegionはありえない.

Region–7：$T\in(-2, 2), D\in(-1, 1)$

Tは$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$が小さくかつ$E_2/E_1^2$が大きく，Dは$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$が小さいときに成立するからこのRegionの可能性は少ない.

Region–8：$T>2$, $D>0$

Tは$(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/(2-\alpha)k^*$が十分に大きくかつ$E_2/E_1^2$が大きいときに，Dは常に成立するからこのRegionの可能性は少ない.

• Case–2 (Region 3)：$P(1)>0, P(-1)<0$；サドル

<u>$\tau\in(0,\ \bar{\tau})$のとき</u>

$P(1)>0$は$s_y k^{*\alpha}/k^*$が小さいとき，P(−1)は$(1+\alpha)C_2/C_1<(1-\tau^*)/\tau^*$かつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きいとき成立するから，この可能性はすくない.

<u>$\tau\in(\bar{\tau}, 1)$のとき</u>

---

[5] 以下で述べるRegionはAzariadis [1993, p65] を参照のこと.

$P(-1)>0$はつねに成立するからこの Region はありえない.

• Case–3 (Region 1) : $P(1)<0, P(-1)>0$; サドル

$\tau \in (0, \bar{\tau})$のとき

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きく, かつ$(1+\alpha)C_2/C_1>(1-\tau^*)/\tau^*$のとき成立する.

$\tau \in (\bar{\tau}, 1)$のとき

$(1-\alpha)E_2/\alpha E_1>(1-\tau^*)/2\tau^*$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きいとき成立する.

• Case–4 (Region 2) : $P(1)<0, P(-1)<0$; 源点

$\tau \in (0, \bar{\tau})$のとき

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大きく, かつ$(1+\alpha)C_2/C_1<(1-\tau^*)/\tau^*$のとき成立する.

$\tau \in (\bar{\tau}, 1)$のとき

$P(-1)>0$が常に成立するからこの Region はありえない.

(5) ケース 1 のときの訓練教育の検討

それでは, 定常状態における安定性がどのような状況であるかを検討することにしよう. まず$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に小さい (大きい) ということはk^*が大きく (小さく), またs_yが小さい (大きい) ときである. このときαはある適切な値 (極端な値でない, 例えばゼロや 1 に近くない値) をとればよい. また$C_2/C_1>(<)(1-\tau^*)/\tau^*$であることは訓練教育へ時間が投入された場合, その労働の質に転化される私的収益の変化量が大きく (小さく), かつτ^*が大きい (小さい) ときである. これと同じく, $(1-\alpha)E_2/\alpha E_1>(<)(1-\tau^*)/2\tau^*$であることも, 訓練教育へ時間が投入された場合, その労働の質に転化された私的収益の変化量が大きく (小さく) かつτ^*が大きく (小さく), αが小さい (大きい) 場合である. このことを考慮して, これまで述べてきた安定性の検討を表 1 に示すことにしよう.

発展途上国は通常k, αが小さくτも小さい (つまり, 図 4 のτ_1^*に相当する) と仮定すれば, $\tau^* \in (0, \bar{\tau})$の状態にあると考えられる. しかしながら, 第 1 期目の収益に対する貯蓄の増加量$(\partial s/\partial w)$は不明瞭なのでとりあえず保留にし

安定性の領域	範囲	s_y	k^*	τ^*	私的収益の変化量
Region 7	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	小	大	大	大
(源点)	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	小	大	—	小
Region 8	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	大	大
(源点)	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	大	小	—	小
Region 1	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	大	大
(サドル)	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	大	小	大	大
Region 2	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	小	小
(源点)					

表1

ておくと，表1から，ここで想定した発展途上国の定常状態はCase－4 (Region 2) が該当することになる．したがって$\tau^*>0$であっても定常状態がCase－4 (Region 2) を満足するパラメータおよび変数であれば，不安定であり，たとえ訓練教育に時間が投入されても，定常状態からはずれれば$\tau=0$に向かって収束する可能性がある．

また$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$であれば（つまり，図4の$\tau_2^*$），Case–3 (Region 1) に該当し，サドル経路にそって達成される定常状態ということが考えられる．以上から，発展途上国（つまり$\tau \in (0, \bar{\tau})$）が低開発の罠に陥らないための条件を列挙すると，サドル経路をたどるのはkが小さい場合，十分な訓練教育投資が必要で，かつs_yも十分に高い状態が必要であることがいえる．

3.2 ケース2のときの訓練教育

3.2.1 $\tau^*=0$のとき

ケース2の場合もh_τが (30) のようにτ_tに依存して決定され，$R_t=(w_{t+1}/w_t)[\gamma(x_t)\phi'(\tau_t)-\phi'(\tau_t)]$であるから図4と同じような図を描くと，図5のようになる．

ただしケース1と異なるのはAzariadis and Drazen [1990] において訓練教育が行われる人的資本の私的収益をγ^*とすれば，その大きさによって，ケース2の定常状態の範囲が異なることであろう．たとえばもし2つのプラスの定常状態が存在しγ^*が小さければ，τの範囲はケース1と同じように$\bar{\tau}$の両端に位置するかもしれないし，γ^*が大きければ2つの定常状態は$\bar{\tau}$の右側（つ

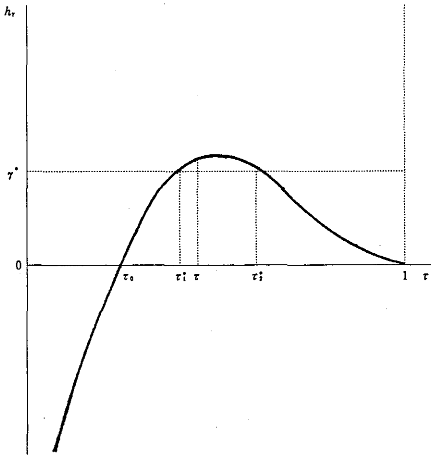


図5

まり訓練投資が高い）に位置するかもしれない．また、τ_0 以下の訓練投資時間であれば，その経済は直ちに $\tau^*=0$ となる．$\tau^*=0$ のときの安定性の検討はケース1とまったく同じ手続きで行えるので省略し，以下では2つの定常状態がどのような局所的性質を持つかを検討することにしよう．

3.2.2　$\tau^*>0$ のとき

このときの均衡は (26), (27), (31) を満足する (τ_t, k_t) の流列である．以下ケース1と同じように差分方程式体系 (26) と (27) に関して定常状態近傍で安定性の検討をするために，(26) と (27) を線型化すると，以下のようなヤコビ行列の係数を得る．

$$f_k=\frac{k^*f'(k^*)}{f(k^*)}<1, \tag{54}$$

$$f_\tau=\frac{\phi''(\tau^*)-\gamma\phi''(\tau^*)}{\phi'(\tau^*)-\gamma\phi'(\tau^*)}\cdot\frac{f'(k^*)w(k^*)}{f''(k^*)f(k^*)}, \tag{55}$$

$$g_k=\frac{s_y\cdot(2-\tau^*)(1-\tau^*)k^*f''(k^*)}{s\cdot[1+\gamma\phi(\tau^*)-\phi(\tau^*)]}=<0, \tag{56}$$

$$g_\tau=\frac{s_y\cdot w(k^*)[1+\gamma\phi(\tau^*)-\phi(\tau^*)+(1-\tau^*)[\gamma\phi'(\tau^*)-\phi(\tau^*)]]}{k^*[1+\gamma\phi(\tau^*)-\phi(\tau^*)]^2}. \tag{57}$$

ここでケース1と同様に生産関数，学習効果関数および損失関数を特定化することにするが，生産関数と学習効果関数はケース1のものをそのまま適用し，損失関数を以下のように特定化しよう．

（i）損失関数

$$\phi(\tau_t)=\frac{1}{\tau_t}-m,\quad 0<m<1,$$

$$\phi'(\tau_t)=-\frac{1}{\tau_t^2}<0,\quad \phi''(\tau_t)=\frac{2}{\tau_t^3}>0,\quad \phi(\tau_t)=0\quad (\tau_t=0\text{ のとき}).$$

以下，ケース1と同様にヤコビ行列のトレースTと行列Dを求めることにしよう．

(1) トレースT

$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$のとき

$$T=\alpha+\frac{(1-\alpha)s_yk^{*\alpha}[1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau+m+(1-\tau^*)[2\gamma\tau^*+1/\tau^{*2}]]}{k^*[1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau^*+m]^2}. \tag{58}$$

$$\Updownarrow$$

$$T=\alpha+\frac{(1-\alpha)s_yk^{*\alpha}}{k^*}\cdot\frac{H_2}{H_1^2}. \tag{59}$$

ここで

$$H_1=1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau^*+m,\ H_2=1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau^*1+m+(1-\tau^*)(2\gamma\tau^*+1/\tau^{*2})$$

とする．

いま$H_2>0$ならば$T>0, H_2>0$かつ$(1-\alpha)s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きいならば$T>2, H_2<0$かつ$(1-\alpha)s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きいならば$T<0$となる．

$\tau^*\in(\bar{\tau},1)$のとき

$$T=\alpha+$$
$$\frac{(1-\alpha)s_yk^{*\alpha}[1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b-1/\tau^*+m+(1-\tau^*)[a\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}/2+1/\tau^{*2}]]}{k^*[1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}\gamma b-1/\tau^*+m]^2}. \tag{60}$$

$$\Updownarrow$$

$$T=\alpha+\frac{(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\frac{J_2}{J_1^2}. \tag{61}$$

ここで

$$J_1=1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+a\gamma b-1/\tau^*+m,$$
$$J_2=1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b-1/\tau^*+m+(1-\tau^*)[a\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}/2+1/\tau^{*2}]$$

とする．いま $J_2>0$ ならば $T>0$, $J_2>0$ かつ $(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が十分に大きいならば $T>2$, $J_2<0$ かつ $(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が十分に大きいならば $T<0$ となる．

(2) 行列式D

$\underline{\tau^*\in(0,\bar{\tau})}$のとき

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\left[\frac{H_2}{H_1^2}-\frac{2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)}{(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1}\right]. \tag{62}$$

ここで行列式Dの符号と大小関係を検討するために場合分けを行うことにしよう．なお，$H_1>0$, $H_2<0$ の可能性はないので，これは検討しないことにする．

• $H_1>0$, $H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}<1$ならば $D>0$ である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きければDも大きくなる．$\gamma\tau^{*3}>1$でかつ$H_2/H_1>(<)2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)$ならば $D>(<)0$ である．この場合$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きくなればDは大きく（小さく）なる．

• $H_1<0$, $H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ならばD>0である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きければDも大きくなる．$\gamma\tau^{*3}<1$でかつ$|H_2/H_1^2|>(<)|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば $D>(<)0$ である．この場合$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きくなればDは大きく（小さく）なる．

• $H_1<0$, $H_2<0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ かつ $|H_2/H_1^2|>(<)|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ ならば $D<(>)0$ である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きければDは小さく（大きく）なる．$\gamma\tau^{*3}<1$ならば $D<0$ である．

$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$のとき

$$D=\frac{\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\left[\frac{J_2}{J_1^2}+\frac{8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}}}{4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}}}\cdot\frac{1-\tau^*}{J_1}\right]. \tag{63}$$

同様に行列式Dの符号と大小関係を検討するために場合分けを行うことにしよう．なお，$J_1>0$, $J_2<0$ の可能性はないので，これは検討しないことにする．

• $J_1>0$, $J_2>0$ のとき

$D>0$ である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きければDも大きくなる．

• $J_1<0$, $J_2>0$ のとき

$|J_2/J_1^2|>(<)|(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})(1-\tau^*)H_1|$ ならばD $>(<)0$ である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きくなればDは大きく（小さく）なる．

• $J_1<0$, $J_2<0$ のとき

$D<0$ である．またこのとき$\alpha(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}/k^*$ が大きければDは小さくなる．

(3) ケース1と同様な手続きで安定性の検討を行うことにしよう．

i) $p(1)$のケース

$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$のとき

$$p(1)=(1-\alpha)\left[1-\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\left[(1-\alpha)\frac{H_2}{H_1^2}+\frac{2\alpha(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)}{(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1}\right]\right]. \tag{64}$$

ここで$p(1)$の符号を場合分けして検討することにしよう．

• $H_1>0$, $H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ならば$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(1)<(>)0$である．$\gamma\tau^{*3}<1$ でかつ $|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ で $s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(1)<(>)0$ また$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば$p(1)>0$である．

• $H_1<0$, $H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ でかつ $|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ で

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(1)<(>)0$である．また$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば$p(1)>0$である．つぎに$\gamma\tau^{*3}<1$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(1)<(>)0$である．

• $H_1<0$, $H_2<0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ ならば $p(1)>0$である．$\gamma\tau^{*3}<1$ でかつ $|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ ならば $p(1)>0$である．また$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(1)<(>)0$である．

$\tau^*\in(\bar{\tau},1)$のとき

$$p(1)=(1-\alpha)\left[1-\frac{s_y k^{*\alpha}}{k^*}\left[(1-\alpha)\cdot\frac{J_2}{J_1^2}-\frac{\alpha(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})}{4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}}}\cdot\frac{1-\tau^*}{J_1}\right]\right]. \tag{65}$$

同様に$p(-1)$の符号を検討するために場合分けを行うことにしよう．

• $J_1>0$, $J_2>0$ のとき

$(1-\alpha)J_2/\alpha J_1^2>(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大き（小さ）ければ$p(1)<(>)0$である．

• $J_1<0$, $J_2>0$ のとき

$s_y k^{*\alpha}/k^*$が十分大き（小さ）ければ$p(1)<(>)0$である．

• $J_1<0$, $J_2<0$ のとき

$|(1-\alpha)J_2/\alpha J_1^2|<|(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1$でかつ$s_y k^{*\alpha}/k^*$が大き（小さ）ければ$p(1)<(>)0$である．逆に$|(1-\alpha)J_2/\alpha J_2^3|>|(8+a\gamma\tau^{*\frac{2}{3}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1|$ならば$p(1)>0$である．

ii）P(−1)のケース

$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$のとき

$$p(-1)=1+\alpha+\frac{(1-\alpha)s_y k^{*\alpha}}{k^*}\cdot\left[(1+\alpha)\frac{H_2}{H_1^2}-\frac{2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)}{(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1}\right]. \tag{66}$$

同様に$p(-1)$の符号を場合分けして検討することにしよう．

• $H_1>0,\ H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$でかつ$|(1+\alpha)(H_2/H_1^2)|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば$p(-1)>0$である．また$|(1+\alpha)(H_2/H_1^2)|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$でかつ$s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きいならば$p(-1)<0$である．$\gamma\tau^{*3}<1$ならば$p(-1)>0$である．

• $H_1<0,\ H_2>0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ならば$p(-1)>0$である．$\gamma\tau^{*3}<1$でかつ$|(1+\alpha)(H_2/H_1^2)|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$で$s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(-1)<(>)0$である．また$|(1+\alpha)(H_1/H_1^2)|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば$P(-1)>0$である．

• $H_1<0,\ H_2<0$ のとき

$\gamma\tau^{*3}>1$ でかつ $|(1+\alpha)(H_2/H_1^2)|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ で$s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ときに$p(-1)<(>)0$である．また$|(1+\alpha)(H_2/H_1^2)|<|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ならば$p(-1)>0$である．$\gamma\tau^{*3}<1$でかつ$s_yk^{*\alpha}/k^*$が十分に大きい（小さい）ならば$p(-1)<(>)0$である．

<u>$\tau^*\in(\bar{\tau},1)$のとき</u>

$$p(-1)=(1-\alpha)\left[1+\frac{s_yk^{*\alpha}}{k^*}\left[(1-\alpha)\frac{J_2}{J_1^2}+\frac{\alpha(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})}{4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}}}\cdot\frac{1-\tau^*}{J_1}\right]\right]\cdot \qquad (67)$$

同様に$p(-1)$の符号を検討するために場合分けを行うことにしよう．

• $J_1>0,\ J_2>0$ のとき

$p(-1)>0$である．

• $J_1<0,\ J_2>0$ のとき

$|(1-\alpha)J_2/\alpha J_1^2|>|(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1|$ならば$p(-1)>0$である．逆に$|(1-\alpha)J_2/\alpha J_1^2|<|(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1|$でかつ$s_yk^{*\alpha}/k^*$が大きい（小さい）ならば$p(-1)<(>)0$である．

• $J_1<0,\ J_2<0$ のとき

$s_yk^{*\alpha}/k^*$が大きい（小さい）ならば$p(-1)<(>)0$である．

(4) 安定性の領域の決定

安定性の領域は，上で求められトレース T，行列式 D，P(1)および P(−1)の結果から決定されなければならないが，ケース 1 と比べるとそのステップはかなり複雑である．しかしながら，その安定性の領域は，上で求めた結果を利用し，ケース 1 と同じステップを行えば決定できるのでその最終結果を以下に述べる検討結果とまとめて表 2 に示すだけにする．

(5) ケース 2 のときの訓練教育の検討

それではケース 1 と同様に，定常状態における安定性がどのような場合であるかを考察してみよう．$s_y k^{*\alpha}/k^*$ および α の大小の解釈はケース 1 と同様である．ここで，H_1, H_2, J_1 および J_2 について考察してみよう．$\tau^* \in (0,\ \bar{\tau})$ に関して，$H_1 = 1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau^*+m$ は訓練技術への投資の収益であり，$H_1>1$ であることは訓練技術へ時間を投入すると収益が得られ，その結果，労働の質に改善がみられ，逆に $H_1<1$ であれば訓練技術へ時間を投入しても収益が得られず，労働の質の改善に結びつかないことを示している．$H_2 = H_1+(1-\tau^*)(2\gamma\tau^*+1/\tau^{*2})$ は訓練技への投資収益とその限界収益の要因をたしたものである．限界収益の要因は常にプラスであるから，$H_1>1$ のときは常に $H_2>1$ となる．このことは，$H_1<1$ のとき H_2 がプラスになるためには，訓練技術への投資に対する限界収益が大きくなければならないことを意味している．

$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$ に関して，$J_1 = 1+a\gamma\tau^{*\frac{1}{2}}+\gamma b-1/\tau^*+m$ および $J_2 = J_1+(1-\tau^*)(a\gamma\tau^{*-\frac{1}{2}}/2+1/\tau^{*2})$ も各々 H_1 と H_2 と同じように解釈することができる．これらを考慮すると，$|H_2/H_1^2| > (<) |2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$ と $|J_2/J_1^2| > (<) |(8+a\gamma\tau^{*\frac{3}{2}})(1-\tau^*)/(4\tau^*+2a\gamma\tau^{*\frac{5}{2}})J_1|$ の意味するところは，訓練時間に時間が投入された場合，その労働の質に転化される変化量が大きく（小さく）かつ時間の投入量が大きい（小さい）ということである．これらをまとめたものを表 2 に示すことにしよう．

さてここでケース 1 と同様に発展途上国における定常状態の安定性を検討することにしよう．前と同じように，k^*, α および τ^* が小さく，$\tau^* \in (0,\ \bar{\tau})$ の状

安定性の領域	範囲	s_y	k^*	τ^*	γ	私的収益の変化量
Region 4 (源点)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	大	大	小 (H_1：−, H_2：−)
Region 7 (源点)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	小	大	大	大	小 (H_1：+, H_2：+)
		小	大	大	大	− (H_1：−, H_2：+)
		小	大	小	小	大 (H_1：−, H_2：+)
		小	大	—	—	− (H_1：−, H_2：−)
	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	小	大	大	—	小 (J_1：+, J_2：+)
		小	大	小	—	小 (J_1：−, J_2：+)
		小	大	—	—	− (J_1：−, J_2：−)
Region 8 (源点)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	大	大	大	大 (H_1：+, H_2：+)
Region 3 (サドル)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	大	大	小 (H_1：+, H_2：+)
		大	小	大	大	大 (H_1：−, H_2：−)
	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	大	小	大	—	大 (H_1：−, H_2：−)
Region 1 (サドル)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	—	—	大 (H_1：+, H_2：+)
		大	小	大	大	大 (H_1：−, H_2：+)
		大	小	小	小	大 (H_1：−, H_2：+)
	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	大	小	大	—	大 (J_1：+, J_2：+)
Region 2 (源点)	$\tau^* \in (0, \bar{\tau})$	大	小	大	大	小 (H_1：+, H_2：+)
		大	小	小	小	小 (H_1：−, H_2：−)
	$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$	大	小	小	—	小 (J_1：−, J_2：−)

表2

態にあると仮定すれば，表2から，発展途上国の定常状態はCase–3（Region 1：サドル）とCase–4（Region 2：源点）が該当する．ケース2の場合，定常状態の特性を決定するのはH_2/H_1^2の符号と大きさである．$H_2/H_1^2<0$でかつ$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$であればRegion 1（サドル）が成立し，$H_2/H_1^2<0$で，その絶対値が小であれば，Region 2（源点）が成立していることになる．

また$\tau^* \in (\bar{\tau}, 1)$の状態にあると仮定すれば，定常状態はCase–2（Region 3：サドル）とCase–3（Region 1：サドル）が該当するが，いづれにしてもサドルである．

以上から，低開発の罠に陥る可能性がある経済というのは$H_1<0$, $H_2<0$（つまり訓練技術への投資の収益と，その収益に限界収益の要因をたしたものがマイナス）で，H_2/H_1^2の値が小さいような経済である．したがってケース2では

発展途上国（つまり$\tau\in(0,\bar{\tau})$の状態）が低開発の罠から離脱する条件は，γを大きくすることであり，これにより，たとえ$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$の状態であっても，発展途上国はサドル経路に沿ってあるより高い定常状態を達成できる可能性が残されている．（ただし，αの値はゼロや1に近い値でないことはケース1と同様である．）

3.3 ケース1とケース2の比較および検討

ケース1とケース2の相違点は$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$での安定性の特性である．$\tau^*\in(\bar{\tau},1)$ではk^*が小さくても，τ^*が大きくかつ教育訓練による人的資本の収益の変化量も大きくなって，サドル経路に沿って経済は安定状態に収束する．$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$に関して，ケース1の場合は定常状態が源点のみであったが，ケース2の場合は，サドルと源点の2つの可能性が生じた．この2つの可能性の分岐点はαとγの大きさに依存している．いま，$\tau^*\in(0,\bar{\tau})$であるから，$H_1=1+\gamma\tau^{*2}-1/\tau^*+m$と$H_2=H_1+(1-\tau^*)(2\gamma\tau^*+1/\tau^{*2})$が採択され，$H_1<0$かつ$H_2>0$で，$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|>|2(\gamma\tau^{*3}-1)(1-\tau^*)/(2\gamma\tau^{*4}+\tau^*)H_1|$であれば（つまり$\alpha$が小さく，$\gamma$が大きい），サドルであり，$H_1<0$かつ$H_2<0$で，$|(1-\alpha)H_2/\alpha H_1^2|$が小さいならば（つまり$\alpha$が大きく，$\gamma$が小さい），源点である．

以上より，ケース1の場合，発展途上国が低開発の罠から離脱するためにはτを増加させ，τの範囲を変化させることが求められる．ケース2の場合，τが変化しないとすると，γを大きくすることにより，低開発の罠から離脱でき，ケース1のように，τ^*を$(\bar{\tau},1)$の範囲に変化させることなしに離脱が達成される可能性が残されている．[6]

4 おわりに

Azariadis and Drazen [1990] が提示した訓練技術関数の中にここで導入した学習効果関数と損失関数を組み入れると，彼らが指摘したようにある経済状態のもとで訓練教育に時間を投入さえすれば低開発の罠から抜け出し，より高

い発展段階を達成できるという結論は極めて脆いことが明らかになった．つまり，$\tau^*>0$ であっても訓練時間投資が少ない定常状態($\tau^* \in (0, \bar{\tau})$)は不安定で，定常状態から訓練時間が少ない方向にはずれれば彼らが指摘した低開発の罠（つまり，$\tau^*=0$）に陥る可能性があることが考えられる．したがって，その低開発の罠に陥らないためには，時間投資を促進させるための何らかの政府の支援や経済状態の改善，私的インセンティブを高めること，または教育訓練による私的収益を高めることによって γ を変化させることが必要であると考えられる．今後の課題として，ここで展開された安定性の検討はかなり複雑で，提示された条件は必要条件に限られているために，低開発の罠からの離脱のための必要十分条件を示すことができず，また安定性の領域の区分けもここで提示されたもの以上に精密のものが考えられるであろう．したがって，それらの必要十分条件やその実証分析の問題が残されている．また損失関数もここで仮定したものよりもより複雑なメカニズムを持っていると考えられ，より現実的なものを反映させる必要があるかもしれない．

参　考　文　献

[1] Arrow, K.J., “The Economic Implications of Learning by Doing,” *Review of Economic Studies*, 29(1962), 155–173.

[2] Aturupane, H., P. Glewwe and P. Isenman, “Poverty, Human Development, and Growth: An Emerging Consensus?,” *American Economic Review (Papers and Proceeding)*, 84(1994), 232–237.

[3] Azariadis, C., *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, 1993.

[4] Azariadis, C. and Drazen, “Threshold Externalities in Economic Development,”*Quarterly Journal of Economics*, 55(1990), 501–526.

[5] Blanchard, O. J. and S. Fisher, *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press, 1992.

[6] Diamond, P. A., “National Debt in a Neoclassical Growth”, *American Economic Review*, 55(1956), 1126–1150.

[7] Galor, O. and H. E. Ryder, “Existence, Uniqueness, and Stability of Equilib-

[6] 通常 γ と α は比例の関係にあると考えられる．本論文の結果では定常状態をサドルと考える際には γ を大きくして α を小さくすればよいが，ここでは α を一定の小さい値として，γ を大きくするという考え方をとった．

rium in an Overlapping Generations model with Productive Capital," *Journal of Economics,* 49(1989), 360–375.

[8] Hirschman, O. J., "The Strategy of Economic Development," Yale University Press, 1958; 小島清監訳・麻田四朗訳『経済発展の戦略』巖松堂, 1982.

[9] Lim, D., "Explaning the Growth Performance of Asian Developing Economies," *Economic Development and Cultual Change,* 42(1994), 829–844.

[10] Lucas, R. O. Jr., "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics,* 21(1988), 3–42.

[11] McCandless, G. T. and N. Wallance, *Introduction to Dynamic Macroeconomic Theory,* Harvard University Press, 1991; 川又邦雄・國府田桂一・酒井良清・前多康男共訳,『動学マクロ経済学』創文社, 1994.

[12] Murphy, K. M., A. Shleifer and R. W. Vishny, "Industrialization and Big Push," *Journal of Political Economy,* 97(1989), 1003–1026.

[13] Myint, H., *The Economics of the Developing Countries,* Huchinson, 1980; 木村修三・渡辺利夫訳『発展途上国の経済学』東洋経済新報社, 1988.

[14] Nelson, R., "A Theory of The Low-level Equilibrium Traps in Under-developed Economic," *American Economic Review,* 16(1956), 894–908.

[15] Nurkse, R., *Problems of Capital Formation in Underdevelopment Countries,* Oxford University Press, 1953; 土屋六朗訳『後進国の資本形成』巖松堂, 1977.

[16] Psacharopoulos, G., "Returns to Education: A Further International Update and Implications," *The Journal of Human Reasources,* 20(1985), 583–604.

[17] Rosenstein-Rodan, P. N., "Problems of Industrialization of Eastern and South-Eastern Europe," *Economic Journal,* 53(1943), 202–211.

[18] Streeten, P., "Human Development: Means and Ends," *American Economic Review (Papers and Proceedings),* 84(1994), 232–237.