九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

独占企業の不正申告と生産決定

佐藤，秀樹

https://doi.org/10.15017/3000066

出版情報：経済論究. 87, pp.73-90, 1993-11-30. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

独占企業の不正申告と生産決定*

佐　藤　秀　樹

1. 序

1970年代の Allingham and Sandmo〔1972〕, Srinivasan〔1973〕, Kolm〔1973〕, あるいは Yitzhaki〔1974〕等の先駆的業績以来，脱税行動に関する文献は多く存在するが，その多くが直接税の脱税行動に関連し，間接税のそれに関する文献は相対的に少ないことが，80年代に，Marrelli〔1986〕あるいは Virmani〔1989〕等，最近では，Cremer and Gahavari〔1993〕によって指摘されており，この領域の関心が高まりつつある。

本稿において我々は，その間接税の脱税モデルの中で，特に，独占企業の不正申告及び生産水準の同時決定の問題に照準を合わせる。この問題に関しては，既に，Marrelli〔1986〕の分析があるが，脱税費用が考慮されていない。この脱税費用は間接税の脱税モデルにおいて，既に，Virmani〔1989〕あるいは Cremer and Gahavari〔1993〕が申告比率の関数と定義し，各々の競争企業モデルに組み込んでいる。

そこで本稿において我々は脱税費用関数を独占企業モデルに組み込んで期待利潤最大化問題の分析を行う。特に，不完全情報下の不正申告と生産決定の比較静学分析，不完全情報下の生産決定と完全情報下のそれとの比較，及び不完全情報下において，監査確率が一定であるケースと可変的であるケースの比較を主要な課題とする。

2. モ デ ル

本稿において我々は1財独占産業を考え，生産水準（q）は厳密に正の水準

であるものとする。課税は企業が当局に申告した収入に対して行われるものとする。当局は企業からの申告収入の真偽を知らず，またそのことを企業は知っているものとし，この意味において，収入に関する不完全情報を仮定する。

このとき企業の不正申告による脱税が可能であると考えられるが，その脱税には費用を伴うものとする。そこで，収入の申告比率を $\alpha\in[0,1]$ で表して，$\alpha=0$ のときは，企業が収入を全く申告しない完全脱税 (full evasion) を意味し，$\alpha=1$ のときは，企業が真の収入を申告するゼロ脱税 (null evasion) を意味する。あるいは，$\alpha\in(0,1)$ のときは真の収入の一部を申告する部分脱税 (partial evasion) を意味する。従って，不正申告は申告比率がゼロ脱税 ($\alpha=1$) を除く $\alpha\in[0,1)$ のときに行われていると考える。我々は，Virmani〔1989〕あるいは Cremer and Gahavari〔1993〕に従って，そのような申告比率 α と脱税費用とを関連付けることにする。そこで収入1単位当たりの不正申告による脱税費用を g で表し，これを非申告比率 $(1-\alpha)\in[0,1]$ の関数として次式のように定義する：

$$(1)\quad g=g(1-\alpha),\ g'(\cdot)>0,\ g''(\cdot)>0\ \forall\alpha\in(0,1),\ g(0)=0,\ ,\ g'(0)=0,\ g(1)=\infty,\ g'(1)=\infty.$$

上式のグラフは図1のように描ける。ここで上式の仮定について述べると，先ず，任意の $\alpha\in(0,1)$ に関する，$g'(\cdot)>0$, $g''(\cdot)>0$ の仮定は脱税費用が部分脱税を意味する非申告比率 $1-\alpha\in(0,1)$ に関して増加的でありかつ逓増的であることを意味する。次に，$g(0)=0$, $g'(0)=0$ の仮定は非申告比率がゼロであることが意味する真の収入を申告するゼロ脱税のときは，無論，脱税費用はゼロであり，そのときの限界費用もゼロであることを意味する。最後に，$g(1)=\infty$, $g'(1)=\infty$ の仮定は非申告比率が1であることが意味する全く収入を申告しない完全脱税のときには脱税費用は無限大であり，そのときの限界費用も無限大であることを意味し，完全脱税を行うことは，事実上，不可能であることを意味している。

また，この脱税費用の具体的なものとしては，賄賂等，真の収入の隠蔽工作

のために外部へ移転される性質のものではなく，例えば，収入の埋蔵等，企業内部における隠蔽費用として費やされるものを想定している[1]。

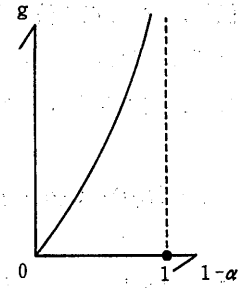

図1

従って，上に定義した脱税費用が収入を上回らない可能な範囲で正であるならば，当局に申告収入の真偽が知られないので当局は一定の確率 $\beta\in(0,1)$ で監査を行う。ここで企業はこの確率で監査が行われることを知っているものとする。当局が確率 β で監査を行えば，監査された企業の不正は確実に発覚するものとする。徴税は所与の税率 $t\in(0,1)$ で申告収入に対して行われる。そして当局が上述の確率 β で監査を行えば，確実に，不正申告を行った企業の真の収入が発覚して，当局は脱税収入に対してペナルティー係数 $m>1$ で追加徴収を行うものとする。但し，この係数 m の値は加算税率 mt が 1 より小であるように与えられているものとする。また，$\alpha=1$ が意味するゼロ脱税のケースでは監査が行われても真の収入を申告していることから追加徴収されることがないため申告収入に対する課税のみである。

3. 企　業　行　動

3.1 不正申告

前節に規定したモデルから本節では独占企業の行動を定式化する。そのために，先ず，この企業の期待利潤 (π^e) を定義する。ここで任意の正の生産水準 q に関して生産費を費用関数 $C=C(q)$，$C'(\cdot)>0$，$C''(\cdot)<0$ で定義し，収入を収入関数 $R=R(q)$，$R'(\cdot)>0$，$R''(\cdot)<0$ で定義する。

先ず，監査されないときの期待利潤 $(\bar{\pi}^e)$ は

$$\bar{\pi}^e=R(q)-C(q)-g(1-\alpha)R(q)-t\alpha R(q).$$

但し，$\bar{\pi}^e$ は正の値であるものとする。従って，$(1-g-t\alpha)R-C>0$ でなければならない。このとき，$0\leqq g<1$ である。

次に，監査されるときの期待利潤（$\bar{\bar{\pi}}^e$）は

$$\bar{\bar{\pi}}^e=R(q)-C(q)-g(1-\alpha)R(q)-t(\alpha+(1-\alpha)m)R(q).$$

但し，$\bar{\bar{\pi}}^e$ も正であるものとし，このとき $(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m))R-C>0$ でなければならず，$0\leqq g<1$ である。

上の両式の期待値をとって，期待利潤（π^e）を次式のように定義する：

$$(2)\quad \pi^e=\pi^e(\alpha,\ q)=R(q)-C(q)-g(1-\alpha)R(q)-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R(q).$$

但し，π^e の値は正であるから，$1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)>0$ であり，このとき，$0\leqq g<1$ である。

独占企業が直面する問題は(2)式の期待利潤を最大化するような申告比率α及び生産水準 q を同時決定することである。この定式化の特徴は従来の間接従価税に関する独占企業の（α, q）の同時決定問題[2] に考慮されていなかった脱税費用 g が組み込まれていることである。

本稿の課題は上に定式化した問題における（α, q）の同時決定であるが，ここで補助的な議論として，他の事情一定にして，申告比率αの決定の分析に照準を合わせることとする。

先ず，生産水準を任意の水準に固定（$q=q_0$）して[3]，期待費用（C^e）を次式のように定義する（なお，q_0 の決定は次節で行う）：

$$(3)\quad C^e=C^e(\alpha,\ q_0)=C(q_0)+g(1-\alpha)R(q_0)+t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)R(q_0).$$

但し，上の関数 $C^e(\alpha, q_0)$ は，(1)式の関数 $g(\cdot)$ の仮定より，申告比率αに関して閉区間〔0, 1〕上で連続かつ開区間（0, 1）上で二階微分可能である。

関数 $C^e(\cdot)$ のグラフを書くために，それをαに関して二階微分すると次式

を得る：

(4)　$C^e{}_{\alpha\alpha}=g''(1-\alpha)R.$

上式の符号は，関数 $g(\cdot)$ の仮定より，正である：関数 $C^e(\alpha, q_0)$ は α に関する閉区間〔0,1〕上で狭義凸関数である。

生産水準が任意に固定された条件下での期待利潤最大化企業の意思決定は(3)式の期待費用 C^e を最小化する申告比率 α の決定と同値である。ここで不正申告に関して次の補題が成立する：

補題1　企業が不正申告を行う必要十分条件は $m\beta<1$ であり，開区間 $(0,1)$ に最小コストを達成する申告比率 α が一意に存在する。

（証明）

(3)式の関数 $C^e(\alpha, q_0)$ を α に関して一階微分すると次式を得る：

(5)　$C^e{}_\alpha=R(q_0)(t(1-m\beta)-g'(1-\alpha)).$

上式に関して $\alpha=1$(null evasion) のとき，$C^e{}_1=R(q_0)(t(1-m\beta)-g'(0))$ であるが，$g'(0)=0$ の仮定より次式を得る：

$$C^e{}_1=R(q_0)(t(1-m\beta)).$$

前述のように関数 $C^e(\alpha, q_0)$ は〔0, 1〕上で狭義凸関数であることから，上式の $C^e{}_1$ の符号が正であるための必要十分条件は $m\beta<1$ である。このとき $\alpha\in[0, 1)$ が意味する不正申告が行われる。

一方，$\alpha=0$(full evasion) のとき，

$$C^e{}_0=R(q_0)(t(1-m\beta))-g'(1)).$$

$g'(1)=\infty$ の仮定より，$C^e{}_0<0$ である。すなわち，関数 $C^e(\alpha, q_0)$ は，狭義凸関数であることを考慮すると，$\alpha\in[0, 1)$ から解の候補として $\alpha=0$ が排除される。

従って，図2のような関数 $C^e(\alpha, q_0)$ のグラフが描けて，$C^e(\alpha, q_0)$ の最小値を与えるある $\alpha\in(0, 1)$ が存在する。

■

ここで条件 $m\beta<1$ の両辺に所与の税率 $t\in(0, 1)$ を掛けると $tm\beta<t$ であり，加算税率が税率よりも小であることが不正申告による部分脱税の条件であるとも言い得る。

効率的な申告比率は税率，ペナルティー係数，監査確率，及び任意に固定された生産水準の関数であることから，次に，それらの変数に関する比較静学を行う。

前項の(5)式をゼロと置くと $R(q_0)>0$ であることから次式が得られる：

$$(6)\quad t(1-m\beta)-g'(1-\alpha)=0.$$

上式より明らかに効率的な申告比率は任意に固定された生産水準の変更から独立である。

上式の条件を満たす $\alpha\in(0, 1)$ の各変数に関する比較静学を行う。ここで関数 $C^e(\alpha, q_0)$ の仮定より(6)式に陰関数定理を適用することができて，以下の諸結果を得る：

$$(7)\quad \alpha_t=\frac{-(1-m\beta)}{\Delta}<0$$

$$(8)\quad \alpha_m=\frac{\beta t}{\Delta}>0$$

$$(9)\quad \alpha_\beta=\frac{mt}{\Delta}>0$$

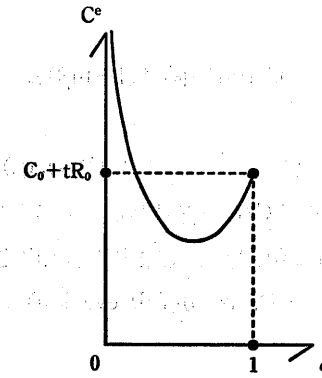

図2

但し，$\Delta \overset{\text{def.}}{=} g''(>0)$.

従って，他の事情一定にして，税率 t の減少（増加）は不正申告の増加（減少）をもたらし，また，他の事情一定にして，ペナルティー係数m及び監査確率αの増大（減少）はいずれも不正申告の増大（減少）をもたらす。

3.2 均衡

次に，不正申告及び生産水準の同時決定としての均衡を定義する。その前に不正申告が可能なときの独占企業の生産決定を当局に真の収入が知られている完全情報下の独占企業の生産決定と比較するために次の結果を求める：

補題 2　独占企業の完全情報下の生産決定の条件は $(1-t)R'=C'$ である。

（証明）　$\alpha=1$ のケースで π^e を最大化する生産水準の一階条件より得られる。

■

さて，不正申告が可能なときの生産決定の条件を求めるために π^e を生産水準に関して一階微分すると次式を得る：

(10)　$\pi^e{}_q=(1-g(1-\alpha)-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R'-C'$.

上式より生産水準に関する意思決定の一階条件として次式を得る：

(11)　$(1-g(1-\alpha)-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R'-C'=0$.

ここで，二階条件を求めて符号をみると

$$(-1)g''R<0,\ g''R(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R''-C'')$$
$$+((t(1-m\beta)+g')R')^2>0$$

であり，利潤最大化の二階条件は満たされている。従って，(6)式及び(11)式を満たす (α, q) が不正申告が可能な独占企業の均衡である。均衡における生産水準に関しては次の補題が成立する：

補題3　均衡において独占企業が不正申告を行うとき，脱税費用と期待納税額との和が税額より大（小）ならば，そのとき生産水準は，完全情報下の独占企業の均衡生産水準と比較して，過小（過剰）生産である。

（証明）

$(1-g(1-\alpha)-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R'=C'$ を満たす生産水準と補題3のそれとを比較するために，前者の R' の係数を見ると，(11)式の係数の符号は，3.1の議論より，$1-g(1-\alpha)-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)>0$ であり，$g(1-\alpha)+t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)$ が t より大（小）であるならば，そのとき前者の生産水準における限界収入が後者の生産水準におけるそれより小（大）であるので，過小（過剰）生産である。この十分条件に収入Rを乗じることにより言える。

■

ここで申告比率及び生産水準の均衡解を具体的に求めるために次式の線形の需要関数及び費用関数を仮定する：

$$R(q) \overset{\text{def.}}{=} (a-bq)q,\ C(q) \overset{\text{def.}}{=} c_0+kq,\ (\text{但し，}a, b, c_0, k\ \text{は正の定数})$$

この仮定より，限界収入は $R'(q)=a-2bq$ となり，限界費用は $C'(q)=k$ と定数になる。これらを(6)式及び(11)式の条件に代入すると，次の2つの式が得られる：

(12)　$(g'-t(1-m\beta))(a-bq)q=0,$

(13)　$(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))(a-2bq)-k=0.$

(12)式より $R(q)=(a-bq)q>0$ のとき，明らかに，$g'-t(1-m\beta)=0$. 従っ

て，効率的な申告比率αが決まるので，これを $\alpha=\alpha(t, m, \beta)$ と表す。このαを(13)式に代入してqに関して解いたものを $q=q(t, m, \beta)$ と表すと，このqは具体的に次式のように得られる：

$$(14)\quad q=q(t,\ m,\ \beta)=\frac{k}{2b\,(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))}-\frac{a}{2b}.$$

3.3 比較静学

次に，上の均衡解のパラメーターt，m，及びβに関する比較静学を行う。ここで効率的な申告比率 $\alpha(t, m, \beta)$ に関しては，それが生産水準から独立であることから，3.1の(7)，(8)，及び(9)式と同一の結果が成立する。効率的な生産水準 $q(t, m, \beta)$ に関しては(14)式を各パラメーターで微分することにより分析できるので，以下に順次行う。

先ず，税率tの変更が生産決定に及ぼす効果をみるために(14)式を税率tで微分すると

$$q_t=\frac{k(-2b)((g'-t(1-m\beta))\alpha_t-(\alpha+(1-\alpha)m\beta))}{(-2b(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)))^2}$$

となり，(14)式のαは(6)式の条件，すなわち，$g'-t(1-m\beta)=0$ を満たしているから，次式を得る：

$$(15)\quad q_t=\frac{2kb(\alpha+(1-\alpha)m\beta))}{(-2b\,(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)))^2}>0$$

この式の符号は正であるので，税率の増大（減少）が生産水準の増大（減少）をもたらす。この結果より価格水準（p）に対する効果も言える。すなわち，価格水準は生産水準に関する線形の減少関数，すなわち，$p=a-bq$ を仮定していたので，税率の増大（減少）は上の生産水準への効果を経て価格水準の減少（増大）をもたらす。

次に，ペナルティー係数の変更に関する効果を見ると

$$(16)\quad q_m=\frac{2kbt(1-\alpha)\beta}{(-2b(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)))^2}>0$$

この符号は正であるから，ペナルティー係数の増大（減少）は生産水準の増大（減少）をもたらし，上に述べた理由で，価格水準の減少（増大）をもたらす。

最後に，監査確率の変更に関する効果を見る：

$$(17)\quad q_\beta=\frac{2kbt(1-\alpha)m}{(-2b(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)))^2}>0$$

この符号も正であることから，監査確率の増大（減少）は生産水準の増大（減少）をもたらし，従って，価格水準の減少（増大）をもたらす。

このように3つの政策パラメーターはいずれも生産決定に及ぼす効果が同一方向である。ここで収入は生産水準に関する増加関数であることから，生産水準への効果を経て，上の諸結果と同一方向の結果が収入に関しても成立する。また，上の諸結果は脱税費用 g 以外の費用構造のパラメーターから独立であることも示している。

以上の結果を用いて，次に，政策パラメーターの変更が税収に及ぼす効果を順次見る。そこで税収（T）は独占企業の納税額 $T=(\alpha+(1-\alpha)m\beta)tR$ と定義されるので，これを各パラメーターで微分することにより分析できる。

先ず，税率に関しては次式を得る：

$$(18)\quad T_t=(\alpha+(1-\alpha)m\beta)R+t(1-m\beta)\alpha_tR+(\alpha+(1-\alpha)m\beta)tR_qq_tR.$$

上式より税率の増大（減少）の効果は右辺の3項の効果に分類されることがわかる。第1項及び第3項はいずれも税収の増大（減少）をもたらすが，第1項は，直接的に，税収の増大（減少）をもたらし，第3項は生産水準の増大

(減少) を経て，間接的に，税収の増大 (減少) をもたらす効果を意味する。そして第 2 項は申告比率の減少 (増大) を通して，間接的に，税収の減少 (増大) をもたらす効果を意味する。

次に，ペナルティー係数及び監査確率に関しては，各々，以下の 2 つの式を得る：

$$T_m=(1-\alpha)\beta tR+t(1-m\beta)\alpha_m R+(\alpha+(1-\alpha)m\beta)R_q q_m, \tag{19}$$

$$T_\beta=(1-\alpha)mtR+(1-m\beta)\alpha_\beta tR+(\alpha+(1-\alpha)m\beta)R_q q_\beta. \tag{20}$$

ペナルティー係数及び監査確率の増大 (減少) の効果もまた 3 つの効果に分類される。すなわち，両式の第 1 項はいずれも，直接的に，税収の増大 (減少) をもたらす効果を意味している。また，両式の第 2 項及び第 3 項は，各々，申告比率の増大 (減少) 及び生産水準の増大 (減少) を通して，間接的に，税収の増大 (減少) をもたらす効果を意味している。このようにペナルティー係数及び監査確率の増大 (減少) の 3 つの効果はいずれも税収の増大 (減少) をもたらす効果をもつ。

以上の結果を次表に要約する：

	t	m	β
a	−	+	+
q	+	+	+
R	+	+	+
p	−	−	−
T	?	+	+

需要関数及び収入関数の線形性を仮定していることから，容易に，政策パラメーターの変更が消費者余剰及び生産者余剰に及ぼす効果をみることができる。

需要関数 (aeb) と限界収入関数 (ac) 及び限界費用 (kd) は右の図 4 のように描ける。この図から消費者余剰(CS) は三角形 aep* の面積で表されてこの値は $(bq^2)/2$ である。

一方，生産者余剰 (PS) は長方形 peq* 0 の面積でありこの値は $((a-bq)-k)q$ である。

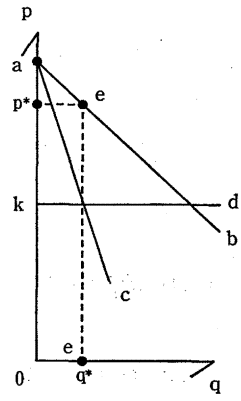

図 3

前述のように 3 つの政策パラメーター t, m, β のいずれに関してもそれが増加（減少）したとき，生産水準は増加（減少）することから，政策パラメーターの変化が消費者余剰と生産者余剰とに及ぼす効果は生産水準の変化が及ぼす効果によって知られる。その生産水準の増加（減少）は消費者余剰の増加（減少）をもたらすことは明らかである。一方，生産水準の変化が生産者余剰に及ぼす効果を見るために，生産者余剰を生産水準で微分すると，

$$PS'(q)=a-2bq-k.$$

この式の符号は(11)式を変形することにより，$(g+(\alpha+(1-\alpha)m\beta)(a-2bq)=a-2bq-k$ が得られて右辺の符号は正である。従って，$PS'(q)>0$ であり生産水準の増加（減少）は生産者余剰の増加（減少）をもたらす。

このように生産水準の増大（減少）は消費者余剰及び生産者余剰の双方の増大（減少）をもたらす。このとき税率，ペナルティー係数及び監査確率の増大（減少）は前述の(15)，(16)，及び(17)式より生産水準の増大（減少）をもたらすことから，3 つのいずれのパラメーターの増大（減少）も消費者余剰及び生産者余剰の増大（減少）をもたらす。

3.4 生産決定

ここで，上に分析した，不正申告が可能な独占企業の均衡における生産決定

が完全情報下の生産決定と比較してどのように異なるかを検討する。これに関して次の命題1が成立する：

命題1　均衡において，不正申告が行われるときの独占企業の生産水準は完全情報下の生産水準と比較して過剰生産である。

（証明）

不正申告が可能な独占企業の生産決定と完全情報下のそれとの比較は(13)式において α が効率的に決定されているときの $g+t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)$ と t との大小関係をみることにより可能である。

ここで前者をZと置いて，tに関して一階微分して符号をみると，

$$dZ/dt=\alpha+(1-\alpha)m\beta>0,$$

また，Zのtに関する二階微分とその符号は

$$d^2Z/dt^2=(1-m\beta)\alpha_t<0.$$

そして一階微分は $t=0$ のとき(11)式より $\alpha=1$ であるから，$dZ/dt=1$.

一方，t のグラフは45度線である。したがって Z のグラフは，図4のように，原点を通る逓減的な増加関数で45度線より下方に描ける。従って，$g+t(\alpha+(1-\alpha)m\beta)<t$ であり，このとき，補題3より，過剰生産である。

■

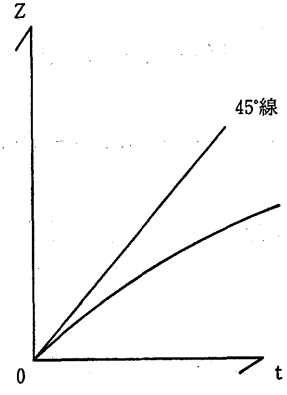

図4

4.　可変監査確率

これまでの分析は固定監査確率の下での企業行動を分析してきたが，以下で

は企業が申告比率が少ないほど監査確率が高まると考えているという意味での可変監査確率を想定して分析を行い，その結果を固定監査確率の結果と比較する。そこで企業は非申告比率に依存する次式の可変監査確率 $\beta\in[\beta_0, 1)$ をもつものとする：

$$\beta=\beta(1-\alpha)=\beta_0+(1-\alpha)\beta_1 \tag{21}$$

但し，β_0，β_1 はいずれも正の定数であるものとする。β_0 は前節までの固定監査確率に相当する。(21)式は申告比率 α の値に依存して β_1 の割合で監査確率 β の値が変化する可変監査確率である。そして β は $[\beta_0, 1)$ の範囲で可変的でなければならないので，任意の $\alpha\in(0, 1]$ に関して，上の確率 β が定義されているものとする。

この監査確率を(1)式の期待利潤の定義に代入して申告比率及び生産水準に関する一階条件を求めると，各々，以下の 2 式を得る：

$$(g'-t(1-m\beta-(1-\alpha)m\beta_1))R=0, \tag{22}$$

$$(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))R'-C'=0. \tag{23}$$

前節と同一の需要関数及び費用関数に関する線形性を仮定すると上の 2 式は，各々，次のように表される：

$$(g'-t(1-m\beta-(1-\alpha)m\beta_1))(a-bq)q=0, \tag{24}$$

$$(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m\beta))(a-2bq)-k=0. \tag{25}$$

(24)式より $R=(a-bq)q>0$ のとき効率的な申告比率 α が決まるのでこれは従来の 3 つの政策パラメーターに加えて β_1 の関数であるから，各々の政策パラメーターの効果をみると，次の 4 つの結果を得る：

(26) $\alpha_t = \dfrac{((1-m\beta)-(1-\alpha)m\beta_1)}{\square} < 0$

(27) $\alpha_m = -\dfrac{(-t)(-\beta-(1-\alpha)\beta_1)}{\square} < 0$

(28) $\alpha_{\beta_0} = -\dfrac{(-t)(-m)}{\square} > 0$

(29) $\alpha_{\beta_1} = -\dfrac{(-t)(-2m(1-\alpha))}{\square} < 0$

但し，$\square \overset{\text{def.}}{=} -g''-tm\beta_1(<0)$.

上の結果を固定監査確率の結果との相違はペナルティー係数mの効果が逆転していること，及び新たに導入した β_1 に負の効果が現れていることの2点である。

効率的な申告比率 α を(25)式の生産決定の条件に代入して生産水準qに関して解くと次式を得る：

(30) $q=q(t, m, \beta_0, \beta_1)=\dfrac{k}{-2b(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m(\beta_0+(1-\alpha)\beta_1))}-\dfrac{a}{2b}$.

ここで，β_1 の変更がqに及ぼす効果をみる必要があるので上式を β_1 で微分すると次式を得る：

(31) $q_{\beta_1}=\dfrac{2bkt(1-\alpha)^2m}{(-2b(1-g-t(\alpha+(1-\alpha)m(\beta_0+(1-\alpha)\beta_1)))^2}.(>0)$

この符号は正であるので，この結果は β_1 の増大（減少）は生産水準の増大（減少）をもたらすことを意味する。その他のパラメーター，すなわち，税率，ペナルティー係数，及び固定監査確率に関する比較静学の結果は前節の固定監査確率の結果と同一である。

次に，税収に対する効果をみると税率及び固定監査確率の効果を表す(18)及び(20)式は固定監査確率の結果と同一であるが，ペナルティー係数の効果が異な

る。すなわち，(19)式の右辺の第2項の意味がペナルティー係数の増大（減少）が申告比率の減少（増大）を経て，間接的に，税収の減少（増大）をもたらすことになる。(19)式の第1項及び第3項は固定監査確率のときの効果と同一であることから，ペナルティー係数の変更が税収に及ぼす効果が確定しないことになる。すなわち，固定監査確率のときにはペナルティーの強化が必ず税収の増加をもたらすことに対して，可変監査確率のときにはペナルティーの強化が必ずしも税収の増加に有効ではないことになる。

そして新たに本節で導入された β_1 の税収に対する効果は次式のように得られる：

$$(32)\quad T_{\beta_1}=(1-\alpha)^2 mtR+(1-m\beta)\alpha_{\beta_1}tR+(\alpha+(1-\alpha)m\beta)tR_q q_{\beta_1}.$$

この右辺の3つの項は β_1 の変更が税収に及ぼす効果が次の3つに分類されることを意味している。すなわち，右辺の第1項は β_1 の増加（減少）が直接税収の増大（減少）をもたらし，第2項は申告比率の減少（増大）を経て，間接的に，税収の減少（増大）をもたらし，そして第3項は生産水準の増大（減少）を経て，間接的に，税収の増大（減少）をもたらすことを意味している。この結果，β_1 の変更が税収に及ぼす効果が確定しないことになる。

このように非申告比率の増加関数として定義した可変監査確率下では新たに導入した確率 β_1 が申告比率，生産水準，収入，価格水準，及び税収に及ぼす効果は税率がそれらに及ぼす効果と同一の符号である。

以上の結果は次表のように要約される：

	t	m	β_0	β_1
a	−	−	+	−
q	+	+	+	+
R	+	+	+	+
p	−	−	−	−
T	?	?	+	?

5. 結　　語

本稿において我々は，近年，理論的関心を集めつつある間接税の脱税モデルの中で，独占企業の不正申告及び生産効率の同時決定に照準を合わせて分析を行った。この分析の主要な結果は，均衡において，不完全情報下の不正企業の効率生産は，完全情報の効率生産水準と比較して，過剰生産となること。そして可変監査確率を導入して比較静学を行った結果を固定監査確率の結果と比較し，特に，可変監査確率下のペナルティー係数の変更が申告比率に及ぼす効果が固定監査確率のときと比較して逆転すること。その結果，固定監査確率の下ではペナルティーの強化が必ず税収の増加をもたらすことに対して，可変監査確率の下では，必ずしも，それが税収の増加をもたらさないことが示された。

残された課題には，本稿の枠組みで，申告比率以外の可変監査確率の変数を用いて比較分析を行うこと。あるいは，競争企業の不正申告及び生産効率の同時決定[4] をあり得る監査確率関数を用いて分析することは興味深い課題である。

また，別のコンテクストでは，最近，最適間接税との関連で Cremer and Ghavari〔1993〕[5] が伝統的な最適間接課税構造の条件である "Ramsey rule" に脱税を考慮した申告比率を組み込み，その条件を修正している。本稿の議論を当局の効率的な政策決定を含むモデルへ拡張することも重要な課題であろう。

注

＊　本稿は現代経済学研究会（1993年8月7日）における報告原稿の一部に基づいて加筆及び修正を行ったものである。討論者の緒方隆教授（九州国際大学）及びフロアーの方々から貴重な示唆を戴いた。

1)　当局の行動を固定して監査確率が主観的であるとき，この想定が固定監査確率の根拠となる。

2)　例えば Marrelli〔1986〕pp. 182-183 を参照。

3)　以下，下付きの添字が0であるときには定数を表し，変数であるときには偏導関数を表すものとする。

4) Virmani〔1989〕は本稿と同一の脱税費用関数を用いて，監査確率が自らの生産水準の増加関数であるときの競争企業モデルを分析している。

5) cf. Usher〔1986〕, Kaplow〔1990〕.

参 考 文 献

Allingham, M. G. and A. Sandmo, 〔1972〕, "Income tax evasion: A thoretical analysis", *Journal of Public Economics* vol. 1, pp. 323–338.

Cremer, H. and F. Gahvari, 〔1993〕, "Tax evasion and optimal commodity taxation", *Journal of Public Economics* vol. 50, pp. 261–275.

Kaplow, L., 〔1990〕, "Optimal taxation with costly enforcement and evasion", *Journal of Public Economics* vol. 43, pp. 221–236.

Kolm, S. C., 〔1973〕, "A note on optimum tax evasion", *Journal of Public Economics* vol. 2, pp. 265–270.

Marrelli, M., 〔1984〕, "On indirect tax evasion", *Journal of Public Economics* vol. 25, pp. 181–196.

Ramsey, F. P., 〔1927〕, "A contribution to the theory of taxation", *Economic Journal*, vol. 37, pp. 47–61.

Srinivasan, T. L., 〔1973〕, "Tax evasion: A model", *Journal of Public Economics* vol. 2, pp. 37–54.

Usher, D., 〔1986〕, "Tax evasion and marginal cost of public funds", *Economic Inquiry*, vol. 24, pp. 563–586.

Virmani, A., 〔1989〕, "Indirect tax evasion and production efficiency", *Journal of Public Economics*, vol. 39, pp. 223–237.

Yitzhaki, S., 〔1974〕, "Income tax evasion": A note", *Journal of Public Economics*, vol. 3, pp. 201–202.