

学校教育による人的資本の蓄積と最適経済成長

坂上, 智哉

<https://doi.org/10.15017/3000032>

出版情報：経済論究. 81, pp.55-80, 1991-11-20. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：



学校教育による人的資本の蓄積と 最適経済成長*

坂 上 智 哉

目 次

1. はじめに
2. モデル
3. 社会的最適径路の導出
 - 3.1 実行可能径路と Romer 径路
 - 3.2 社会計画担当者の問題
 - 3.3 諸変数の成長率の導出
 - 3.4 最適な教育費
4. 競争均衡径路の導出
 - 4.1 Household-Producer の問題
 - 4.2 諸変数の成長率の導出
 - 4.3 政府の問題
5. 両径路の比較
6. 経済成長, 社会厚生と教育費
7. おわりに

1. はじめに

最近では, 技術進歩を知的資本, または人的資本の蓄積として捉え, 内生的に決定する試みが盛んに行われている (Romer[5, 6, 7], Lucas[3]). また, 従来の新古典派型成長モデルの分析ではあまり重要視されなかった, 政府

* 本稿は, 1991年度理論・計量経済学会西部部会(於甲南大学)において報告された論文に, 加筆, 修正したものである。学会において, 討論者として有益なコメントをくださった西岡英毅氏(大阪府立大学)に感謝の意を表する。

活動と長期の経済成長との関係を研究する試みも多くの論者によって行われている (Barro[1], Barro and Martin[2], Rebelo[4])。本稿では、これら一連の内生的成長モデルの中で、特に、政府の学校教育政策によって人的資本が蓄積されるモデルの構築を試みる。

ところで、政府が学校教育を行うためには、学校を建設したり教員を雇うなどして、教育環境を整えることが必要であるので、それらの費用を賄うため、政府によって一定の税 ρ (これを教育費と呼ぶ) が各個人に課せられなければならない。そして教育費 ρ が高くなると、設備などが充実する結果、教育環境は向上する。よって、教育環境を表す係数を a とすれば、 a は教育費 ρ の増加関数ということになる。

新しい知識の習得は、この教育環境 a が高ければ高いほど、良好となる。また、より多く学校に通ったり、予めより多くの知識が習得されていれば、当然のことながら、やはりより多くの知識を新たに習得できる。したがって、新しい知識は、教育環境 a や学校教育時間、そして、それまでの知識 (または人的資本) のストック h によって生産される、と考えることができる。本稿では、このような知識の生産関数をモデルの中に取り入れる。

学校教育によって人的資本が蓄積されるモデルの構築は Uzawa[10] や Lucas[3] などによって、これまで試みられてきた。しかし、彼らのモデルでは、知識の生産は学校教育時間と知識のストックのみによって行われていた。したがって、今回提示されるモデルでは、Uzawa-Lucas 型の知識の生産関数に、教育環境を表す係数 $a(\rho)$ を組み込んだ点が特徴となっている。

知的資本の蓄積を取り扱った代表的な内生的成長モデルとしては、Romer[5] が挙げられる。彼は、知識の規模に関する収穫通増、知識のストックの外部効果などの仮定のもとで、競争均衡径路 (CE) と社会的最適径路 (SO) が異なること、無限に知識が蓄積されていく最適径路が存在することなどを示した。CE と SO とが乖離するのは、知識のストックの外部効果が存在するためである。また、無限に知識が蓄積されていく最適径路が存在するのは、知識の規模に関する収穫通増の仮定をおいたからである。しかし、無限に知識が蓄積されていく最適径路が存在するためには、必ずしも知識の規模に関する収

穫増の仮定は必要ではなく、収穫一定で十分である¹⁾。そこで本稿では、Romer と同様に知識の外部効果は仮定するが、生産関数は知識の規模に関して収穫一定となるようなモデルを考える。なお、知識の外部効果は財の生産だけにとどまらず、新しい知識の生産に対しても正の効果をもつものとする。

政府活動と経済成長の関係を扱ったモデルとしては、Barro〔1〕、Barro and Martin〔2〕、Rebelo〔4〕が挙げられる。彼らのモデルによれば、一国の長期経済成長率は政府の設定する税率（比例税）に依存して決定される。このことから、各国間の長期経済成長率が異なる原因を、各国間の財政政策の違いに求めることができる。これに対して、本稿では、成長率は教育費の関数となることが示される。この結果、各国間の成長率の差異は、各国間の教育費の違いとして説明されることになる。

以上のフレームワークの下で、本稿では次のように議論が展開される。まず第2節で、学校教育による人的資本の蓄積モデルが提示される。基本的に、ここでのモデルは教育費の徴収方法を除き、拙稿〔8, 11〕で用いられたものとはほぼ同じものである。拙稿〔8, 11〕では学校教育を受ける者が、単位時間当たり ρ の教育費を政府に支払うという形式をとっていた。これに対して、今回提示されるモデルでは ρ が定額税として政府によって徴収されるという点が異なっている。第3節では、あらゆる情報を知ることのできる社会計画担当者による最適消費計画が考察される。そこでは、まず実行可能経路などを定義したうえで、教育費を所与とした場合の問題を示し、その解となる経路上での消費や人的資本の成長率を求める。なおそのとき、最適経路上では、成長率は教育費によって決定され、さらに、人的資本は時間とともに無限に蓄積されていくことが確認される。次に、教育費を操作変数とみて、社会厚生を最大にするような教育費を求める問題を考察する。第4節では、消費と人的資本の蓄積を行う主体と、教育費を決定する主体とをそれぞれ household-producer と政府とに分けて考え、前節と同様の分析を行う。つまり、教育費が与えられた場合の最適経路上での諸変数の成長率を導出し、次に政府による最適な教育費の決

1) Romer〔6〕 pp. 93-94, Barro〔1〕, Rebelo〔4〕等を参照。

定問題を提示する。第5節では、第3節と第4節とで得られた結論の比較検討を行う。そこでは、成長率と厚生両面において、社会計画担当者の問題の解が分権的な問題の解を上回ることを示す。第6節では、教育費の変化が成長率や社会厚生にどのような影響を与えるのかを考察する。また、教育費と成長率の関係から、各国経済の不均等発展が各国間の教育費の差異によって説明できることも明らかにする。

2. モデル

社会には N 人の household-producer が存在し、人口成長はないものとする。各労働者には、各時点で一単位の時間が与えられており、それを労働 u か学校教育 $1-u$ に割り当てることができる。また、 t 時点での個人 $i \in \{1, \dots, N\}$ の知識のストックを $h_i(t)$ 、社会全体の知識の総ストックを $H(t)$ とする。 t 時点での社会的平均の知識のストックは $h_a(t) = H(t)/N$ で表される。このとき、 t 時点での個人 $i \in \{1, \dots, N\}$ の財の生産 $y_i(t)$ は

$$y_i(t) = h_i^\gamma(t) u(t) h_a^\xi(t); \quad 0 \leq \gamma, \xi \leq 1,$$

で表される。ここで、 $h_a^\xi(t)$ は財の生産に対する知識の外部効果を表している。これは、知識のスピルオーバー効果のことである。以下、同質的個人を仮定し、各個人の t 時点での知識のストックを $h(t)$ とすると、各個人の財の生産 $y(t)$ は

$$y(t) = h^\gamma(t) u(t) h_a^\xi(t), \quad (1)$$

となる。

新しい知識の生産は $\xi > 0$ とし、

$$\dot{h}(t) = (h^\gamma(t) h_a^\xi(t))^\xi \cdot G(u(t), \rho); \quad (2)$$

$$G(u(t), \rho) = a(\rho)(1-u(t)), \quad (3)$$

で表されるものとする。ただし、 ρ は政府により徴収された定額税 (lump-sum taxation) であり、教育環境 a の整備に用いられ、以下の条件を満たす。

$$\rho > 0: \text{const.}; \quad a(0) = 0, \quad a'(\rho) > 0, \quad a''(\rho) < 0.$$

また、(2)の中にも h_a^ξ がはいっているが、これは知識のストックが教育面にお

いても正の外部効果を有していることを表している。

(3)より, 任意の $\rho > 0$ に対して

$$G(u, \rho) \geq G(1, \rho) = 0,$$

なので, $h(t) \geq 0, h_a(t) \geq 0, \forall t \geq 0$ と仮定すれば, (2)より $\dot{h}(t) \geq 0$ であることがわかる。これは, 知識は減耗しないことを意味する。

各個人は, 上述の生産関数により, 各時点で $y(t)$ の財を生産する。しかしそのうちの ρ は定額税という形で政府に徴収されるので, 各時点での消費 c は $y(t) - \rho$ を越えない範囲で行われる。そして, 各時点での個人の効用 U は消費 c によって得られ, これを関数の形で $U(c): R_+^1 \rightarrow R$ と記す。この効用関数は以下の性質をもつ。

(i) $U(c)$ は 2 回連続微分可能である。

(ii) 任意の $c > 0$ に対して, $U'(c) > 0, U''(c) < 0$ 。

第 3 節や第 4 節の後半部分では, 諸変数の成長率を具体的に計算するために, 効用関数を

$$U(c) = \ln(c),$$

に特定化する。

3. 社会的最適経路の導出

3.1 実行可能経路と Romer 経路

ここでは, あらゆる情報を知っている社会計画担当者が存在し, 彼によって最適消費計画が立案されるものとする。そのような状況下では, 計画担当者は $h_a(t) = \dot{h}(t), \forall t > 0$, ということを正確に把握できる。したがって, 計画を考える際に利用される財や知識の生産関数は, (1), (2), (3)より, 次のようなものになる。

$$y(t) = h^{\gamma+\xi}(t)u(t), \quad (4)$$

$$h(t) = h^{\gamma+\xi}(t)G(u(t), \rho). \quad (5)$$

ここで, 次の仮定を設ける。

仮定 1 $\gamma + \xi = 1$ 。

仮定 1 より, (4), (5)は

$$y(t) = h(t)u(t), \quad (6)$$

$$h(t) = h^*(t)G(u(t), \rho), \quad (7)$$

となる.

ここで, 次の定義がなされる.

定義 1 $h(0) = h_0$ が所与の下で, ρ が時刻 $t \geq 0$ において実行可能であると
は, その ρ に対して

$$y(t) \geq c(t) + \rho, \quad (8)$$

を満たす $y(t) \geq 0$ と消費 $c(t) \geq 0$ が存在することである.

この定義は(6)を用いると, 次のように言い換えられる.

命題 1 $h(0) = h_0$ を所与の下で, ρ が時刻 $t > 0$ において実行可能であると
は, その ρ に対して

$$h(t)u(t) - \rho \geq 0, \quad (9)$$

を満たす $u(t) \in [0, 1]$ が存在することである.

証明 : 定義と(6)より明か.

Q.E.D.

さらに, ρ の実行可能性に関して次の命題を得る.

命題 2 $h(0) = h_0$ が所与のとき, ρ が任意の $t \geq 0$ において実行可能である
ための十分条件は $\rho \leq h_0$ となることである.

証明 : $\rho \leq h_0$ であれば,

$$\forall t \geq 0, h(t) \geq h_0 \geq \rho,$$

が成立する. なぜならば, 知識は減耗しないからである. ここで, $u(t) \equiv 1$ と
すると, $\rho \leq h_0$ に対して(9)が成立する. したがって, ρ は命題 1 より実行可能
である.

Q.E.D.

以後の分析では, 次のことを仮定する.

仮定 2 ρ は区間 $[0, h_0]$ の範囲内で選択される.

仮定 2 が満たされた場合, 各時点で(9)が成立するための $u(t)$ についての条件
は次のようになる.

命題 3 $h(0) = h_0$ と $\rho \in [0, h_0]$ が所与の下で, 任意の $t \geq 0$ に対して(9)が
成立するためには, $u(t)$ が $\rho/h(t)$ 以上となることである.

証明：(9)からただちに、 $u(t) \geq \rho/h(t)$ を得る。

Q.E.D.

さて、 $h(0)=h_0>0$ と $\rho \in [0, h_0]$ を所与として、実行可能径路を次のように定義する。

定義 2 ある区分的連続関数 $c(t) : [0, \infty) \rightarrow R_+^1$, $u(t) : [0, \infty) \rightarrow [\rho/h(t), 1]$ が存在して、

$$h(t)u(t) \geq c(t) + \rho, \quad (10)$$

$$\dot{h}(t) = h^*(t)a(p)(1-u(t)), \quad (11)$$

を満たす区分的連続微分可能な連続関数 $h(t) : [0, \infty) \rightarrow R_+^1$ は h_0 から出発する実行可能な経済成長径路と呼ばれる。

さらに、実行可能な経済成長径路の中から、効率的な経済成長径路を次のように定義する。

定義 3 条件

$$h(t)u(t) = c(t) + \rho, \quad (12)$$

を満足する実行可能な経済成長径路 $\{h(t)\}_{t=0}^\infty$ は効率的な経済成長径路と呼ばれる。

実行可能な経済成長径路上では、 h_0 が与えられると、 $\{u(t)\}_{t=0}^\infty$ と $\{h(t)\}_{t=0}^\infty$ の間には(11)から一対一の対応関係があることがわかり、さらに効率的な経済成長径路上では $\{h(t)\}_{t=0}^\infty$ と $\{c(t)\}_{t=0}^\infty$ の間にも一対一の関係があることが、(12)からわかる。したがって、効率的な経済成長径路の集合を考える場合、制御パラメータとしては u のみを考えればよいことになる。そこで、以下 $h(0)=h_0$ を所与として、効率的な時間径路 $\{h(t)\}_{t=0}^\infty$ とそれに対応する制御パラメータ u の時間径路 $\{u(t)\}_{t=0}^\infty$ の組の集合を S で表すことにする。

ここで、本稿で扱われる最も重要な径路が、次のように定義される。

定義 4 ρ と $h(0)=h_0$ を所与として、下記の(i), (ii)の条件を満足する人的資本の成長径路は Romer 径路 (Romer path) と呼ばれる。

$$(i) \quad (\{h(t)\}_{t=0}^\infty, \{u(t)\}_{t=0}^\infty) \in S,$$

$$(ii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \infty.$$

効率的な経済成長径路の中に Romer 径路が存在している場合、その Romer 径路は次のような特性を持つ。

命題 4 $\xi < 1$ であれば, Romer 径路上で $t \rightarrow \infty$ とした場合, h の成長率はゼロになる.

証明: $G(u, \rho) \leq G(0, \rho)$ なので, (7)より

$$\frac{\dot{h}}{h} = h^{\xi-1} G(u, \rho) \leq h^{\xi-1} G(0, \rho),$$

である. このとき, $\xi < 1$ であれば

$$\lim_{h \rightarrow \infty} h^{\xi-1} G(0, \rho) = 0,$$

となるので, $\dot{h}/h$ はゼロに収束していく.

Q.E.D.

(6)より,

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{h}}{h} + \frac{\dot{u}}{u},$$

なので, もしも $\xi < 1$ であれば Romer 径路上で h は長期的に y の成長に寄与しなくなる. このような結論を避けるためには $\xi \geq 1$ でなければならないが, 以後の分析では特に, 次のように仮定して議論が展開される.

仮定 3 $\xi = 1$.

仮定 3 から, (11)は

$$\dot{h}(t) = h(t) a(\rho) (1 - u(t)), \quad (13)$$

となる.

3.2 社会計画担当者の問題

ここでは, $h(0) = h_0$ と $\rho \in [0, h_0]$ を所与とした場合の, 社会計画担当者による最適消費計画を考える. 彼の直面する問題は, $\delta > 0$ を割引率として,

$$\max_c \int_0^\infty e^{-\delta t} U(c(t)) dt$$

$$\text{s. t. } h(t)u(t) = c(t) + \rho,$$

$$\dot{h}(t) = a \cdot (1 - u(t)) h(t),$$

$$u(t) \in \left[\frac{\rho}{h(t)}, 1 \right],$$

で与えられる.

制御パラメータを c から u に変えると, 問題は次のようになる.

$$\max_u \int_0^\infty e^{-\delta t} U(h(t)u(t) - \rho) dt \quad (14)$$

$$\text{s. t. } \dot{h}(t) = a(1-u(t))h(t),$$

$$u(t) \in \left[\frac{\rho}{h(t)}, 1 \right].$$

以下、この問題の解である最適な $(\{h^*(t)\}_{t=0}^{\infty}, \{u^*(t)\}_{t=0}^{\infty}) \in S$ が存在すると仮定して、通常の Hamiltonian Dynamics による分析を用いて、最適経路の導出を行う。

Hamiltonian は、 λ : 未知補助変数、として

$$H(u, h, \lambda) = U(hu - \rho) + \lambda[a(1-u)h], \quad (15)$$

となる。よって、Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{h} = a(1-u)h, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \delta\lambda - \frac{\partial H}{\partial h} \\ &= \delta\lambda - u \cdot U'(hu - \rho) - a \cdot (1-u)\lambda, \end{aligned} \quad (17)$$

であり、横断性条件 (Transversality condition) は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} h(t) \lambda(t) = 0, \quad (18)$$

である。

最適な u は次の条件を満足しなければならない。

$$\max_u H,$$

$$\text{s. t. } u \in \left[\frac{\rho}{h}, 1 \right].$$

ここで、 $\lim_{c \rightarrow 0} U'(c) = +\infty$ という仮定を加えると、 H を最大にする u^* が ρ/h となる可能性は排除される。つまり、

$$u \in \left(\frac{\rho}{h}, 1 \right].$$

さらに、(15) から直ちにわかるように H は u に関して凹なので²⁾、 H を最大にするような u^* は、(i) 一階条件

$$U'(hu - \rho) = a\lambda, \quad (19)$$

を満たすものとして得られるか、(ii) $u^* = 1$ となるか、またはその双方を満た

2) (15) の右辺第1項は u に関して凹であり、第2項は u に関して線形なので H は u に関して凹関数となる。

すかである。つまり、 $\{u^*(t)\}_{t=0}^{\infty}$ 上で $u^*(t)$ は各 t ごとに (i), (ii) の二つのケースのうちのどちらかの状態（または双方を満たす状態）にある。(i) の場合、 $\dot{h} \geq 0$ となり、(ii) の場合、 $\dot{h} = 0$ となる。 $\dot{h}$ は非負であったので、 (h, λ) 相平面はこれら二つのケースのいずれかに分けることができる。つまり、一階条件が有効である領域と有効でない領域とに分けることができる。そして、これら二つの領域の境界を $\dot{h} = 0$ isocline と呼ぶと、この isocline 上では $U'(hu - \rho) = a\lambda$ と $u = 1$ の双方を満たさねばならない。したがって、 $\dot{h} = 0$ isocline は

$$\lambda = \frac{U'(h - \rho)}{a}, \quad (20)$$

で表される。このとき、

$$\frac{d\lambda}{dh} = \frac{U''(h - \rho)}{a} < 0,$$

となるので、 $\dot{h} = 0$ isocline は (h, λ) 相平面内で右下がりであることがわかる（図 1 と図 2 の実線）。

一階条件が有効である領域では u^* は h と λ の関数として表される。このとき (19) より

$$u_{\lambda}^* < 0, \quad u_h^* < 0,$$

であるので

$$A(h, \lambda) = \frac{\dot{h}}{h} = a(1 - u(h, \lambda)),$$

とおくと、

$$\frac{\partial A}{\partial \lambda} = -au_{\lambda} > 0. \quad (21)$$

この関係から、 $\dot{h} = 0$ isocline よりも上方では $\dot{h} > 0$ 、下方では $\dot{h} < 0$ となる。なお、 $\dot{h} = 0$ isocline よりも上の領域(i)では $u^* \in (\rho/h, 1)$ となり、下の領域(ii)では $u^* = 1$ となることが (16) よりわかる。

次に、 λ の動きを考える。(17) より、 $\dot{\lambda} = 0$ isocline は

$$\delta\lambda - uU'(hu - \rho) - a(1 - u)\lambda = 0, \quad (22)$$

で表されるが、 $u^* \in (\rho/h, 1)$ 、 $u^* = 1$ のケースに応じて、以下のようになる。

(i) $u^* \in (\rho/h, 1)$ のとき、(19) が成立するので、(22) は次のようになる：

$$(\delta - a)\lambda = 0.$$

よって、この場合、 $\delta=a$ でない限り、 $\dot{\lambda}=0$ isocline は (h, λ) 相平面上では $\lambda=0$ で表される。

(ii) $u^*=1$ のとき、(22)は

$$\lambda = \frac{U'(h-\rho)}{\delta}, \quad (23)$$

で表される。

(i)の場合において $a < \delta$ であれば、 $\lambda=0$ より上方での λ の動きは $\dot{\lambda} > 0$ となり、 $a > \delta$ であれば $\dot{\lambda} < 0$ となる。 $u^* \in (\rho/h, 1)$ である領域は $\lambda=0$ よりも上方にあるので、この領域内では $a < \delta$ であれば $\dot{\lambda} > 0$ 、 $a > \delta$ であれば $\dot{\lambda} < 0$ となる。

(iii)の場合、 λ の動きは

$$\dot{\lambda} = \delta\lambda - U'(h-\rho), \quad (24)$$

で表されるので、(23)で表される $\dot{\lambda}=0$ isocline よりも上方、つまり

$$\lambda > \frac{U'(h-\rho)}{\delta},$$

であるような領域では、 $\dot{\lambda} > 0$ であることが(24)よりわかる。同様に、(23)よりも下方であれば $\dot{\lambda} < 0$ となる。そして、 $a < \delta$ であれば

$$\frac{U'(h-\rho)}{a} > \frac{U'(h-\rho)}{\delta},$$

なので、 (h, λ) 相平面上において(23)で表される $\dot{\lambda}=0$ isocline は(24)で表される $\dot{h}=0$ isocline の下方に位置する。つまり、(23)の $\dot{\lambda}=0$ isocline は $a < \delta$ のとき、 $u^*=1$ となる領域を二分する。よって、 $u^*=1$ となる領域内で(23)の $\dot{\lambda}=0$ isocline より上方では $\dot{\lambda} > 0$ 、下方では $\dot{\lambda} < 0$ ということがわかる。したがって、 $a < \delta$ の場合の位相図は、図1のようになる。

逆に $a > \delta$ であれば(24)で表される $\dot{h}=0$ isocline の上方に(23)で表される $\dot{\lambda}=0$ が位置する。したがって、 $u^*=1$ となる領域は(23)の $\dot{\lambda}=0$ isocline よりも下方に存在することになるので、この領域内では $\dot{\lambda} < 0$ ということになる。したがって、 $a > \delta$ の場合の位置図は図2のようになる。

$a < \delta$ の場合、 h が成長していく最適な径路は存在しないものと思われる。なぜならば、図1で表されるすべてのトラジェクトリは横断性条件(18)を満たさな

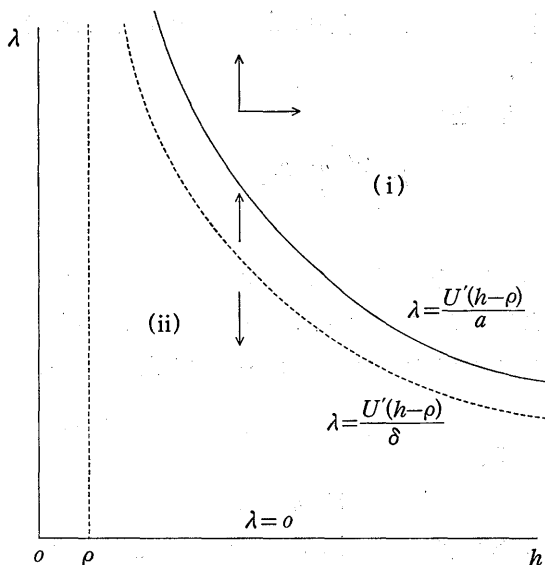


図 1 $a < \delta$ の場合

いであろうからである。そこで、これからは $a > \delta$ の場合を考察することにする。

ここで、次の定義がなされる。

定義 5 次の条件を満たす時間径路 $\{u(t)\}_{t=0}^{\infty}$ とそれに付随する $\{h(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は内部的な経済成長径路 (Interior path) と呼ばれる。

(i) $(\{h(t)\}_{t=0}^{\infty}, \{u(t)\}_{t=0}^{\infty}) \in S$,

(ii) 任意の $t \geq 0$ に対して, $u(t) \in (\rho/h(t), 1)$,

または、同じことであるが

(ii)' 任意の $t \geq 0$ に対して, $\dot{h}(t) > 0$.

図 2 からわかるように, h_0 から出発する (h, λ) 相平面内でのトラジェクトリは, 内部的な経済成長径路か, そうでない径路に分けることができる。そして, そうでない径路上では次の条件を満たす $\bar{t} \geq 0$ が存在することが, 図から読み取れる:

$$\exists \bar{t} \geq 0; \forall t \geq \bar{t}, u(t) = 1. \quad (25)$$

$a > \delta$ のとき, 次の命題が成立する。

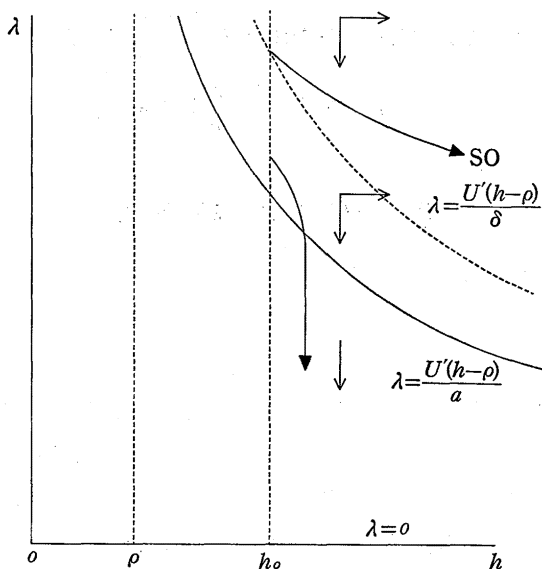


図2 $a > \delta$ の場合

命題5 最適経路が存在すれば、それは内部的な経済成長経路である。

証明: $\{u(t)\}_{t=0}^{\infty}$ が内部的な経路でないならば、(5)が成立する。よってこのとき、

$$\forall t \geq \bar{t}, \dot{h} = 0.$$

したがって、

$$\forall t \geq \bar{t}, h(t) = \bar{h} > 0: \text{const.},$$

となる。また、(17)より

$$\dot{\lambda} = \delta\lambda - U'(h(t) - \rho),$$

であるが、任意の $t \geq \bar{t}$ については

$$\dot{\lambda} = \delta\lambda - U'(\bar{h} - \rho), \quad (26)$$

となる。(26)の一般解は、 $U'(\bar{h} - \rho): \text{const.}$ 、であることに注意すると、

$$\lambda(t) = \lambda(0)e^{\delta t} + \frac{U'(\bar{h} - \rho)}{\delta},$$

である。ところが、このとき

$$\begin{aligned} e^{-\delta t} \lambda(t) h(t) &= e^{-\delta t} \left\{ \lambda(0) e^{\delta t} + \frac{U'(\bar{h} - \rho)}{\delta} \right\} \bar{h} \\ &= \lambda(0) \bar{h} + \frac{\bar{h} U'(\bar{h} - \rho)}{\delta} e^{-\delta t}, \end{aligned}$$

なので, $t \rightarrow \infty$ とすれば

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} \lambda(t) h(t) = \lambda(0) \bar{h} \neq 0,$$

となって, 横断性条件(18)は成立しない。

Q.E.D.

3.3 諸変数の成長率の導出

前節の議論で, 最適経路は内部的な経済成長経路であることが明らかにされた。ここでは, $U(c) = \ln(c)$ として, その内部的な経済成長経路の中から最適成長経路を選び出し, 成長率を計算する。内部的な経路においては(19)が成立していなくてはならないが, $U(c) = \ln(c)$ のとき, (19)は

$$\frac{1}{h(t)u - \rho} = a\lambda(t),$$

と表すことができるので, これから,

$$u = \left[\frac{1}{a\lambda} + \rho \right] \frac{1}{h}, \quad (27)$$

を得る。すると, Hamiltonian Dynamics は(16), (17)より

$$\dot{h} = ah - a\rho - \frac{1}{\lambda} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \delta\lambda - u a \lambda - a(1-u)\lambda \\ &= (\delta - a)\lambda. \end{aligned} \quad (29)$$

(29)より,

$$\lambda(t) = \lambda(0) e^{(\delta - a)t}, \quad (30)$$

なので, (28)は

$$\dot{h} = ah - a\rho - \frac{1}{\lambda(0)} e^{(a - \delta)t}.$$

これは, 線形微分方程式なので, 解は

$$h(t) = \frac{1}{\delta\lambda(0)} e^{(a - \delta)t} + \left\{ h_0 - \frac{1}{\delta\lambda(0)} - \rho \right\} e^{at} + \rho, \quad (31)$$

となる。(31)には $\lambda(0)$ が残っているが, これは横断性条件(18)により決定され

る。まず、

$$\begin{aligned} e^{-\delta t} \lambda(t) h(t) &= e^{-\delta t} \lambda(0) e^{(\delta-a)t} \left[\frac{1}{\delta \lambda(0)} e^{(a-\delta)t} + \left\{ h_0 - \frac{1}{\delta \lambda(0)} - \rho \right\} e^{at} + \rho \right] \\ &= \frac{1}{\delta} e^{-\delta t} + \left\{ \lambda(0) h_0 - \frac{1}{\delta} - \rho \lambda(0) \right\} + \rho \lambda(0) e^{-at}, \end{aligned} \quad (32)$$

となる。 $t \rightarrow \infty$ として極限をとると、(32)の右辺第1項と第3項はゼロに収束するので、横断性条件(18)が成立するためには、

$$\lambda(0) = \frac{1}{\delta(h_0 - \rho)} \quad (33)$$

でなければならない。(33)より(30)、(31)は

$$\lambda(t) = \frac{1}{\delta(h_0 - \rho)} e^{(\delta-a)t}, \quad (34)$$

$$h(t) = (h_0 - \rho) e^{(a-\delta)t} + \rho, \quad (35)$$

となる。さらに(27)より、

$$u(t) = \left[\frac{\delta}{a} (h_0 - \rho) e^{(a-\delta)t} + \rho \right] [(h_0 - \rho) e^{(a-\delta)t} + \rho]^{-1}, \quad (36)$$

となる。このとき、確かに、 $u \in \left(\frac{\rho}{h}, 1 \right)$ となっている。 $u > \rho/h$ は(27)より明かである。さらに、 $x(t) = (h_0 - \rho) e^{(a-\delta)t}$ とおくと、(36)は

$$u(t) = \frac{\frac{\delta}{a} x(t) + \rho}{x(t) + \rho},$$

となり、 $\delta/a < 1$ から $u < 1$ であることもわかる。

(34)と(35)より、最適径路上でのいくつかの重要な性質が確認できる。第一に、 $\lambda(t)$ と $h(t)$ の成長率は、それぞれ $\delta - a(\rho) < 0$, $a(\rho) - \delta > 0$ であり、教育費 ρ の関数である。第二に、最適径路は Romer 径路となっている。なぜならば、(35)で $t \rightarrow \infty$ とすることで $h \rightarrow \infty$ となるからである。第三に、(27)と $c = hu - \rho$ から

$$c(t) = \frac{1}{a\lambda(t)}$$

なので、 $c(t)$ の成長率も $a - \delta$ である。第四に、最適な $u(t)$ の径路は移行過程を持ち、 δ/a に収束する。そして、 $u(t)$ の成長率は $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{u}(t)/u(t) = 0$ である。第一と第四の事実は、 y の成長率 ($= \dot{h}/h + \dot{u}/u$) が、長期的には $\dot{h}/h = a - \delta$ に近づいていくことを意味する。 $a = a(\rho)$ であったので、このことから、

y の長期的な成長率は教育費 ρ によって決定されることがわかる。

3.4 最適な教育費

これまでは ρ を固定して考えてきたが、次に社会計画担当者による最適な ρ の決定問題を考察する。社会計画担当者は任意の ρ に対する各個人の最適反応 (7) を考えながら、各個人の厚生を最大にするような ρ^* を決定していくものとする。このとき、社会計画担当者の問題は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \max_{\rho} \max_u \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(h(t)u(t) - \rho) dt \\ & \text{s. t. } \dot{h} = a(\rho)(1 - u(t))h(t), \\ & h(0) = h_0, u \in \left[\frac{\rho}{h}, 1\right], \rho \in (\bar{\rho}, h_0]. \end{aligned} \quad (37)$$

ただし、 $\bar{\rho}$ は $a(\bar{\rho}) = \delta$ であるようなものとする。 ρ が所与のもとで、各個人の厚生を最大にする u は (7) で与えられていた。そこで、 $U(c) = \ln(c)$ のとき、任意の $\rho \in (\bar{\rho}, h_0]$ に対して、

$$\max_u \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(h(t)u(t) - \rho) dt = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \ln\left(\frac{1}{a(\rho)\lambda(t)}\right) dt. \quad (38)$$

ここで、 $\lambda(t)$ は (34) で与えられるので、(38) は

$$\int_0^{\infty} e^{-\delta t} \ln\left(\frac{\delta(h_0 - \rho)}{a(\rho)} e^{(a(\rho) - \delta)t}\right) dt = \frac{1}{\delta} \left\{ \ln\left(\frac{\delta(h_0 - \rho)}{a(\rho)}\right) + \frac{a(\rho) - \delta}{\delta} \right\} \quad (39)$$

となる。したがって、社会計画担当者の問題は次のようになる。

$$\max_{\rho} \frac{1}{\delta} \left\{ \ln\left(\frac{\delta(h_0 - \rho)}{a(\rho)}\right) + \frac{a(\rho) - \delta}{\delta} \right\}. \quad (40)$$

社会厚生を最大にするような ρ はこの問題の解として得られる。

4. 競争均衡経路の導出

4.1 Household-Producer の問題

前節では集権的意思決定下での計画担当者の問題を考察したが、ここでは、分権的意思決定の下での最適消費計画を考える。分権的意思決定下では、各個人は ρ と $\{h_a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を所与として行動する点が特徴となっている。

まず, ρ と $\{h_a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ が所与の下で, 実行可能径路と効率的径路が以下のように定義される. ただし, 本節でも仮定 1~3 の下で議論が展開される.

定義 6 ある区分的連続関数 $c(t): [0, \infty) \rightarrow R_+^1$, $u(t): [0, \infty) \rightarrow [\rho/h(t), 1]$ が存在して,

$$h^\gamma(t) h_a^{1-\gamma}(t) u(t) \geq c(t) + \rho,$$

$$\dot{h}(t) = h^\gamma(t) h_a^{1-\gamma}(t) a(\rho)(1-u(t)),$$

を満たす区分的連続微分可能な連続関数 $h(t): [0, \infty) \rightarrow R_+^1$ は h_0 から出発する実行可能な経済成長径路と呼ばれる.

定義 7 次の条件

$$h^\gamma(t) h_a^{1-\gamma}(t) u(t) = c(t) + \rho,$$

を満足する実行可能な経済成長径路 $\{h(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は効率的な経済成長径路と呼ばれる.

ここで, 効率的な径路の中から, 各個人による最適な $\{h(t)\}_{t=0}^{\infty}$, $\{u(t)\}_{t=0}^{\infty}$ の選び出しを考えてみよう. 各個人は $h(0)=h_0$, $\rho \in [0, h_0]$, $\{h_a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を所与として, 次のような問題に直面している.

$$\begin{aligned} \max_u \int_0^\infty e^{-\delta t} U(h^\gamma(t) h_a^{1-\gamma}(t) u(t) - \rho) dt \\ \text{s. t. } \dot{h} = a \cdot (1-u) h^\gamma h_a^{1-\gamma}, \\ u \in \left[\frac{\rho}{h}, 1 \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

この問題の Hamiltonian $\tilde{H}$ は

$$\tilde{H}(u, h, h_a, \lambda) = U(h^\gamma h_a^{1-\gamma} u - \rho) + \lambda [a(1-u) h^\gamma h_a^{1-\gamma}], \quad (42)$$

Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{h} = a(1-u) h^\gamma h_a^{1-\gamma}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \delta \lambda - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial h}, \\ &= \delta \lambda - \gamma h^{\gamma-1} h_a^{1-\gamma} u U' (h^\gamma h_a^{1-\gamma} u - \rho) - \gamma h^{\gamma-1} \lambda a (1-u) h_a^{1-\gamma}, \end{aligned} \quad (44)$$

である. 以下, 競争均衡径路の導出を行うが, 均衡では, 各個人によって予想された $\{h_a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ が同質的個人の知識の蓄積径路 $\{h(t)\}_{t=0}^{\infty}$ に一致していな

なくてはならない。つまり均衡では $h_a(t)=h(t)$, $t \geq 0$ が成立していなければならないのである。この条件を(43), (44)に代入すると

$$\dot{h}=a(1-u)h, \quad (45)$$

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-\gamma u U'(hu-\rho)-\gamma\lambda a(1-u), \quad (46)$$

を得る。横断性条件は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} h(t) \lambda(t) = 0, \quad (47)$$

である。 $\tilde{H}$ が u に関して最大化されるための条件は

$$U'(hu-\rho)=a\lambda \quad \text{if } \dot{h}>0, \quad (48)$$

$$u=1 \quad \text{if } \dot{h}=0, \quad (49)$$

である。

(16)~(18)と(45)~(47)とを比較してみると、集権的意思決定問題と分権的意思決定問題でのダイナミックスで異なるのは、 λ の微分方程式のみである。そこで、以下(46)で記述される λ の動きを調べてみる。 $\dot{h}>0$ であるような領域での $\dot{\lambda}=0$ isocline は

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \delta\lambda - \gamma u a \lambda - \gamma \lambda a(1-u) \\ &= (\delta - \gamma a) \lambda = 0. \end{aligned} \quad (50)$$

ここで $\gamma a > \delta$ とすると、 $\dot{\lambda}=0$ isocline は $\lambda=0$ となり、 $\lambda=0$ よりも上方では $\dot{\lambda}<0$ となる。したがって、分権的意思決定下での位相図としては、図2と同様のものが描かれる。

4.2 諸変数の成長率の導出

ここでは、 $U(c)=\ln(c)$ として、 $\gamma a > \delta$ のときの分権的意思決定下での諸変数の成長率を求める。

$\dot{h}>0$ の領域で、最適な u は

$$u = \left[\frac{1}{a\lambda} + \rho \right] \frac{1}{h},$$

で与えられるので、Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{h} = ah - a\rho - \frac{1}{\lambda}, \quad (51)$$

$$\dot{\lambda} = (\delta - \gamma a) \lambda, \quad (52)$$

となる。(52)より,

$$\lambda(t) = \lambda(0)e^{(\delta - \gamma a)t}, \quad (53)$$

なので, (51)の解は

$$h(t) = \frac{1}{(\delta - (\gamma - 1)a)\lambda(0)} e^{(\gamma a - \delta)t} + \left\{ h_0 - \frac{1}{(\delta - (\gamma - 1)a)\lambda(0)} - \rho \right\} e^{at} + \rho, \quad (54)$$

となる。さらに, 横断性条件(47)から

$$\lambda(0) = \frac{1}{(\delta - (\gamma - 1)a)(h_0 - \rho)}, \quad (55)$$

を得るので, (55)より(53), (54)は

$$\lambda(t) = \frac{1}{(\delta - (\gamma - 1)a)(h_0 - \rho)} e^{(\delta - \gamma a)t}, \quad (56)$$

$$h(t) = (h_0 - \rho)e^{(\gamma a - \delta)t} + \rho, \quad (57)$$

となる。これらの結果から, 最適な $u(t)$ は

$$u(t) = \left[\frac{(\delta - (\gamma - 1)a)(h_0 - \rho)}{a} e^{(\gamma a - \delta)t} + \rho \right] [(h_0 - \rho)e^{(\gamma a - \delta)t} + \rho]^{-1} \quad (58)$$

で表される。(56), (57)より, 分権的意思決定下での長期的な $\lambda(t)$ と $h(t)$ (または $c(t)$) の成長率は, それぞれ $\delta - \gamma a$, $\gamma a - \delta$ となることがわかる。

4.3 政府の問題

政府は個人の最適化行動を完全に知ることができると仮定した場合, 政府によってどのような ρ が選択されるのであろうか。ここでは, ρ を操作して社会厚生を最大にしようとするときの政府の問題を考察する。

分権的意思決定下での政府の問題は, 次のようになる。

$$\max_{\rho} \max_u \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(h^\gamma h_a^{1-\gamma} u - \rho) dt \quad (59)$$

$$\text{s. t. } \dot{h} = a(\rho)(1-u)h^\gamma h_a^{1-\gamma},$$

$$h(0) = h_0, u \in \left[\frac{\rho}{h}, 1 \right], \rho \in (\hat{\rho}, h_0].$$

ただし, $\hat{\rho}$ は $\gamma a(\hat{\rho}) = \delta$ となるようなものであり, $a(\rho)$ の性質と $\rho < 1$ から $\hat{\rho} > \rho$ となる。ここで, 均衡条件 $\dot{h}(t) = h_a(t)$, $\forall t \geq 0$ と, 最適な u が満たすべき一階条件を(59)に代入し, (56)を用いると,

$$\begin{aligned} \max_u \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(h(t)u(t) - \rho) dt &= \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \ln \left(\frac{1}{a(\rho)\lambda(t)} \right) dt \\ &= \frac{1}{\delta} \left\{ \ln \left(\frac{(\delta - (r-1)a(\rho))(h_0 - \rho)}{a(\rho)} \right) + \frac{\gamma a(\rho) - \delta}{\delta} \right\}, \end{aligned} \quad (60)$$

となる。したがって、最適な ρ は (60) を最大にするようなものとして得られる。

5. 両径路の比較

3 節と 4 節で、社会的最適径路 (SO) と競争均衡径路 (CE) 上での成長率や、社会厚生を最大にする ρ の満たすべき条件などを考察した。ここでは、前節までに得られたそれらの結果の比較検討を行う。

まず、SO と CE 上での成長率や厚生を比較を行う。次の補題は、教育費 ρ が同一の値に設定された場合の、両径路上での成長率を比較するものである。

補題 1 $\rho \in (\hat{\rho}, h_0]$ を所与とした場合、CE での $h(t)$ 、または $c(t)$ の成長率は、SO でのそれらの成長率を上回ることはない。

証明：SO での $h(t)$ 、 $c(t)$ の成長率は $a - \delta$ であり、CE での成長率は $\gamma a - \delta$ であった。ここで、 $\gamma \leq 1$ なので、

$$\forall \rho \in (\hat{\rho}, h_0], \quad a(\rho) - \delta \geq \gamma a(\rho) - \delta,$$

となる。

Q.E.D.

補題 1 の証明から、 γ の値が 1 に近づけば、CE での h の成長率は SO での成長率に近づくこともわかる。

集権的意思決定下での厚生を最大にするような教育費を $\rho_{SO}^* \in (\hat{\rho}, h_0]$ とし、分権的意思決定下での厚生を最大にするような教育費を $\rho_{CE}^* \in (\hat{\rho}, h_0]$ とする。このとき、次の命題が成り立つ。

命題 6 SO 上で教育費を ρ_{SO}^* としたときの h 、 c の成長率は、CE 上で教育費を ρ_{CE}^* としたときの h 、 c の成長率よりも高い。

証明： $I = (\hat{\rho}, h_0]$ とおく。 $I \subset (\hat{\rho}, h_0]$ であるが、 I 上で補題 1 が成立するので、

$$a(\rho_{SO}^*) - \delta \geq \max_{\rho \in I} \{a(\rho) - \delta\}$$

$$\begin{aligned} &\geq \max_{\rho \in I} \{\gamma a(\rho) - \delta\} \\ &= \gamma a(\rho_{CE}^*) - \delta \end{aligned}$$

となる.

Q.E.D.

次に, SO と CE 上での厚生を比較を検討する. ρ を所与とした場合の SO と CE での厚生は, それぞれ(39)と(40)とで与えられていた. そこで, (39)を $A(\rho)$, (40)を $B(\rho)$ とおくと, 次の補題が得られる.

補題 2 $\rho \in (\hat{\rho}, h_0]$ を所与とした場合, SO での社会厚生は CE での社会厚生よりも高い.

証明: 任意の $\rho \in (\hat{\rho}, h_0]$ について,

$$\begin{aligned} \delta(A(\rho) - B(\rho)) &= \ln(\delta) - \ln(\delta - (\gamma - 1)a(\rho)) + (1 - \gamma) \frac{a(\rho)}{\delta} \\ &= \ln\left(\frac{\delta}{\delta - (\gamma - 1)a(\rho)} e^{(1 - \gamma) \frac{a(\rho)}{\delta}}\right) \\ &> \ln\left(\frac{\delta}{\delta - (\gamma - 1)a(\rho)} \left(1 + (1 - \gamma) \frac{a(\rho)}{\delta}\right)\right) \\ &= \ln(1) = 0, \end{aligned}$$

となるので,

$$\forall \rho \in (\hat{\rho}, h_0], A(\rho) > B(\rho),$$

が成り立つ.

Q.E.D.

補題 2 から, 次の命題が得られる.

命題 7 SO 上で教育費を ρ_{SO}^* としたときの厚生は, CE 上で教育費を ρ_{CE}^* としたときの厚生よりも高い.

証明: 補題 2 から

$$\begin{aligned} A(\rho_{SO}^*) &\geq \max_{\rho \in I} A(\rho) \\ &> \max_{\rho \in I} B(\rho) \\ &= B(\rho_{CE}^*), \end{aligned}$$

となり, 命題は成り立つ.

Q.E.D.

6. 経済成長、社会厚生と教育費

ここでは、教育費が変化した場合、成長率や社会厚生がどの様に変化するかを考察する。また、関数 $a(\rho)$ と最適な教育費との関係もあわせて考察する。まず、教育費の変化が成長率に及ぼす影響は、次の命題で示される。

命題 8 両径路上での h, c の成長率は、 ρ が増加すると高くなる。

証明： $a(\rho) - \delta, \gamma a(\rho) - \delta$ を ρ で微分すると、仮定より $a'(\rho) > 0$ なので明か。Q.E.D.

次に、教育費と厚生との関係を社会的最適経路の場合について考察する。両者の関係は(40)の目的関数で表されていた。そこで、

$$g(\rho) = \frac{1}{\delta} \left\{ \ln \left(\frac{\delta(h_0 - \rho)}{a(\rho)} \right) + \frac{a(\rho) - \delta}{\delta} \right\},$$

とおいて、 $g(\rho)$ の一階条件を求めると、

$$\frac{a(\rho)}{\delta} = \frac{1}{(h_0 - \rho)a'(\rho)} + 1, \quad (61)$$

を得る。(61)の左辺と右辺をそれぞれ ρ の関数とみてグラフを描くと図3のようになる。ここで、 $g(\hat{\rho}) < g(\rho_{so}^*)$ と仮定すると、最適な ρ は図の ρ_{so}^* となる。 $\hat{\rho} < \rho_{so}^* < h_0$ なので、このことから厚生は ρ の増加関数ではないことがわかる。

さらに、 $a(\rho)$ の形状と ρ_{so}^* との関係を考察するために、

$$a(\rho) = \rho^\sigma; \quad 0 < \sigma < 1,$$

と特定化し、 σ と ρ_{so}^* との関係を調べる。(61)の左辺を σ に関して微分すると、

$$\frac{\rho^\sigma \ln \rho}{\delta} > 0,$$

なので、(61)の左辺は σ の増加関数であることがわかる。これに対して、(61)の右辺を σ に関して微分すると、

$$-\frac{1 + \sigma \ln \rho}{\sigma^2 (h_0 - \rho) \rho^{\sigma-1}} < 0,$$

となるので、(61)の右辺は σ の減少関数であることがわかる。よって、これらの

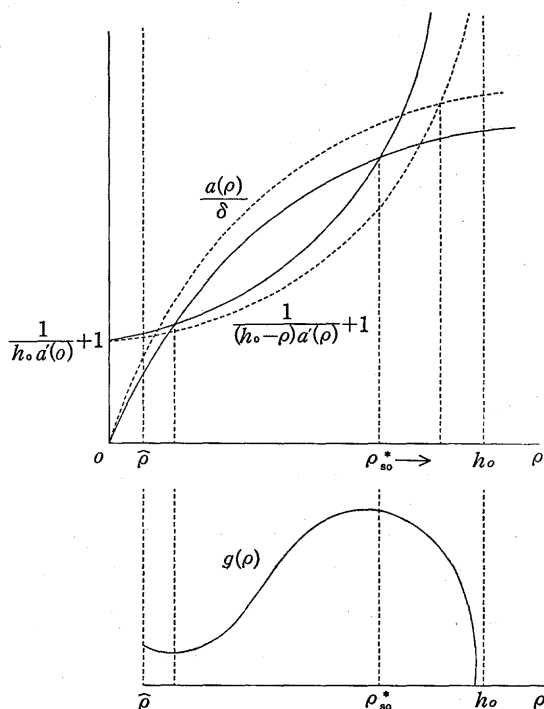


図 3

結果から最適な ρ_{so}^* は σ の増加関数となることがわかる (図 3 の点線)。したがって、命題 8 から、より高い σ はより高い経済成長に対応していることもわかる。

最後に、本節で得られた結論の中で特に命題 8 について、若干のコメントを述べる。

経済発展論における近年の実証的研究から演繹される事実の一つに、各国経済の不均等発展を挙げることができる (Romer[5, 6])。ところが、従来の Solow[9] などの新古典派型成長モデルによれば、政府の操作変数である貯蓄率をどのような値に設定しても、同一の人口成長率の下では、各国の経済成長率は長期的に同じ値に収束してしまう。このため、Solow などのモデルでは各国間で異なる技術進歩率を外生的に与えなければ、各国経済の不均等発展を説明

することはできなかった。これに対して、今回提示されたモデルでは、成長率は政府の操作変数である教育費 p によって決定され、かつ教育費が高ければ成長率も高まることが示された（命題 8）。つまり、Lucas〔3〕の言葉を借りれば、教育費は成長効果（Growth effect）をもつことが明らかにされたのである³⁾。したがって、命題 8 から、各国間で経済成長率が異なる理由を各国間の教育費の差異に求めることができるのである。このことを系としてまとめると、次のようになる。

系 教育費が高い国ほど、長期的な経済成長率も高い。

7. おわりに

本稿では、学校教育によって人的資本が蓄積される場合の、最適人的資本ストックの成長経路の考察を中心に議論が展開された。特に、(i)新しい知識は(ii)それまでの知識（人的資本）のストック、(iii)学校教育時間、(iv)教育環境、によって生産される、(v)知識（人的資本）のストックは、財の生産と新しい知識の双方に対して外部効果をもつ、ということを前提として分析が行われた。その結果、最適経路は人的資本が時間とともに無限に蓄積されていく Romer 経路であり、その経路上での人的資本ストックの成長率は教育費の関数であることが明らかにされた。また、人的資本ストックのもつ外部効果のため、社会的最適経路と競争均衡経路での成長率や社会厚生が異なることも示された。特に、成長率が教育費の関数であり、かつ教育費が高ければ成長率も高いという命題 8 の結論から、各国経済の長期成長率の差異を教育費の違いによって説明することも明らかになった。以上が本稿での分析によって得られた主要な成果である。

最後に、今後の問題点を指摘しておく。今回提示されたモデルでは、教育費

3) Lucas〔3〕p. 12 では、成長理論に登場する操作変数は成長率に影響を及ぼすものと、生産水準自体は変化させるが長期の成長率には影響を及ぼさないものとに分類されることが明らかにされている。そして前者の効果を成長効果、後者の効果を水準効果（Level effect）と呼んだ。例えば、Solow モデルにおける貯蓄率は水準効果をもつが、成長効果はもたない。

を定数としていた。しかし、経済が成長し、生産が拡大されるにもかかわらず税額 ρ が一定で、かつ ρ が区間 $[0, h_0]$ の範囲内で選択されるという仮定は、分析の一般性を欠いているように思われる。実際、命題 2 からわかるように、これは ρ が実行可能であるための一つの十分条件にすぎない。したがって、 ρ の範囲を $[0, y(t)]$ に拡大して、可変的な教育費の時間経路 $\{\rho(t)\}_{t=0}^{\infty}$ の中から、社会厚生を最大にするものを選び出すような問題を次に考察しなければならぬであろう。また、人的資本のストックは、財と知識の生産の双方に対して、同じ規模 $h_a^E(t)$ の外部効果を有していた ((1)と(2))。しかし、それらが同じ規模であるということも一般に考えにくい。よって、財と知識の生産に及ぼす外部効果をそれぞれ独立のものとして議論を行うことも、重要であると思われる。

以上、いくつかの問題点が残ったが、これらの問題は、各国間の教育費と成長率との関係の実証分析と併せて、今後の研究課題としたい。

参考文献

- [1] Barro, R. J., "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," *Journal of Political Economy*, 98 (1990), S103-25.
- [2] Barro, R. J. and X. S. Martin, "Public Finance in Models of Economic Growth," *N.B.E.R. Working paper*, No. 3362 (1990).
- [3] Lucas, R. E. Jr., "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, 22 (1988), 3-42.
- [4] Rebelo, S., "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 99 (1991), 500-21.
- [5] Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 94 (1986), 1002-37.
- [6] Romer, P. M., "Capital Accumulation and Long-Run Growth," in R. J. Barro ed., *Modern Business Cycle Theory*, Blackwell, (1989).
- [7] Romer, P. M., "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, 98 (1990), S71-102.
- [8] Sakagami, T., "Human Capital and Schooling", Unpublished manuscript, Kyushu University, (1990).
- [9] Solow R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1956), 65-94.

- [10] Uzawa, H., "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth" *International Economic Review*, 6 (1965), 18-31.
- [11] 坂上智哉「人的資本と学校教育——教育費と最適学校教育時間について——」『経済論究』九州大学大学院経済学会, 79 (1991), 153—69.