

整列的相互作用を持たない運動粒子集団における集団的円運動の発生条件

武田, 龍之介
東京工業大学情報学研究科

小池, 正史
宇都宮大学学術院

矢嶋, 徹
宇都宮大学学術院

<https://doi.org/10.15017/2924858>

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 2019A0-S2, pp.83-88, 2020-03. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン：

権利関係：



応用力学研究所研究集会報告 No.2019AO-S2
「非線形波動研究の多様性」 (研究代表者 永井 敦)

Reports of RIAM Symposium No.2019AO-S2

Diversity in the research of nonlinear waves

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, October 31 - November 2, 2019

Article No. 15 (pp. 83 - 88)

整列的相互作用を持たない運動粒子集団 における集団的円運動の発生条件

武田 龍之介 (Takeda Ryunosuke), 小池 正史 (Koike
Masafumi), 矢嶋 徹 (Yajima Tetsu)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
March, 2020

整列的相互作用を持たない運動粒子集団における集団的円運動の発生条件

東京工業大学情報学研究科 武田 龍之介 (TAKEDA Ryunosuke)
宇都宮大学学術院 小池 正史 (KOIKE Masafumi)
宇都宮大学学術院 矢嶋 徹 (YAJIMA Tetsu)

概要 多数の粒子が自発的に運動する集団で、特段にリーダーがない場合にも巨視的秩序運動状態に至ることがある。運動状態を揃える規則を陽に含まない近接粒子間相互作用下で発生する巨視的な運動状態として、多数の粒子が位置と発生時間を共有する円運動を取り上げ、その発生をモデル中のパラメーターを変えて精査し、発生条件を調べた。パラメーター空間を表す三角ダイアグラムを導入し、円運動発生域をプロットしたところ、発生域に顕著なパターンが観察された。このパターンはモデルに取り込まれた相互作用の意味によってある程度解釈できる。

1 はじめに

ある種の鳥や魚などの生物の集団が群れをなす場合に、特にリーダーがいるようには考えられない場合でも、運動状態に秩序が形成されて集団として興味深い状態が現れることがある。このような状態は意識を持つような生物に限らず、微生物や細胞、高分子の流れでも同様のことが観察されるほか、ロボットなどの人工的な運動体でも見られることがある。一般に、相互作用のもとで運動する運動体が、明白な巨視的構造を持つ運動状態を取る現象は集団運動と呼ばれ、興味深い研究の対象となっている [1, 2]。

集団運動を呈示する運動体の集合では、個体分布の疎密状態や対流などの巨視的な構造が自己組織されることが大きな特徴である。そのようなパターンの発生を説明するモデルとしては、Vicsek モデル [3] がよく知られている。これは、大まかには「周囲を見て運動方向を合わせようとする」効果に加えて運動に発生するノイズを取り入れたモデルである。このモデルは集団運動が示す性質をある程度説明している。

しかし、このモデルは「運動方向を揃える」という整列規則を外力的に加えている。この意味では、整列規則の効果が強い場合には集団的な運動が観察されることは自明である。また、集団運動の発生状況は多種多様であり、必ずしも明示的な整列規則を取り入れることが適切でない場合もあると考えられる。したがって、整列規則を持たない場合に、各粒子の運動を律する微視的な運動規則がいかにして巨視的な運動状態に至るかを明らかにすることは有意義である。ここでは、整列規則を持たない集団運動のモデルを取り上げ、運動に生じる明白なパターンである集団的な円運動に注目する。モデルでのパラメーターを変化させてこの円運動の発生条件を調べ、集団運動に至る条件を明らかにすることを目指す。

2 モデルの概要とパラメーター

本稿では、集団運動のモデルとして、Strömbom による整列規則を陽に含まないモデル [4] を用いる。このモデルは、微視的な運動規則を構成する要因として、運動体が集まろうとする凝集、自分の運動を継続しようとする慣性（直進性）、運動方向の摂動（ノイズ）の3つの効果を取り入れたものである。以下、Strömbom のモデルによる粒子の位置更新規則をまとめる。

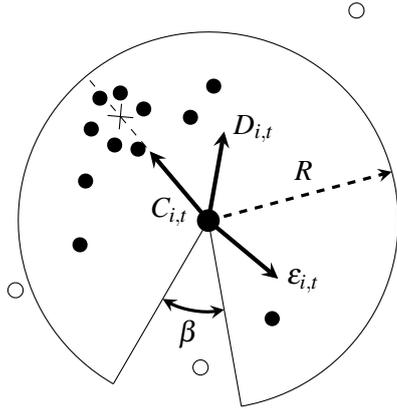


図 1: Strömbom モデルの相互作用域と時間発展方向を決める 3つのベクトル

平面上に N 個の運動体（以下、粒子と呼ぶ）が分布している。時刻 t における、粒子 i の位置を $P_{i,t}$ とする。時間変数 t は間隔 1 の離散変数とする。時刻 t から $t+1$ の間、粒子 i の運動方向を決める単位ベクトルを $D_{i,t+1}$ として、変数 $P_{i,t}$ の更新規則を

$$P_{i,t+1} = P_{i,t} + \delta(1 + \zeta_{i,t})D_{i,t+1} \quad (2.1)$$

と定める。ただし、 δ は 1 ステップ間の平均移動距離、 $\zeta_{i,t}$ は各ステップにおける粒子ごとの移動距離の摂動である。すなわち、時刻 t での粒子 i の速さが $\delta(1 + \zeta_{i,t})$ ということになる。運動方向の単位ベクトル $D_{i,t+1}$ を決める要素として挙げた上記の効果（凝集、慣性、摂動）のうち、凝集については

- 局所性：粒子から見て一定の距離以下（半径 R の円内）の粒子とのみ相互作用する
- 凝集の方向：相互作用域にある粒子の重心に引き寄せられる
- 死角の設定：場合により、後方死角（ β ）を設けることもある

と仮定する。図 1 は粒子 i の時間発展則を決める模式図で、実線で描いた円弧と 2つの半径で囲まれる部分が相互作用域である。黒丸が粒子 i の相互作用域内の粒子、白丸が相互作用域にない粒子である。相互作用域にある粒子の重心位置を \times で示した。時刻 t において粒子 i から相互作用域にある粒子の重心までを指す単位ベクトルを $C_{i,t}$ 、同時刻で粒子 i の進行方向に生じるノイズを表す単位ベクトルを $\epsilon_{i,t}$ としよう。粒子の運動方向 $D_{i,t+1}$ は、これらの要素の線形結合により決まる。すなわち、

$$D_{i,t+1} = \frac{F_{i,t+1}}{|F_{i,t+1}|}, \quad F_{i,t+1} = cC_{i,t} + dD_{i,t} + e\epsilon_{i,t} \quad (2.2)$$

とする。ここで、式 (2.2) の $F_{i,t+1}$ やそれを規格化した $D_{i,t+1}$ は進行方向を決めるだけであり、移動距離は式 (2.1) の $\delta(1 + \zeta_{i,t})$ で与えられることに注意したい。したがって、係数 c, d, e はその絶対量ではなく比率が意味を持つ。すなわち、 $c + d + e = 1$ という条件を課することができる。以下本稿ではこの値を 1 に取る。また、 c, d, e の値は非負とする。すなわち、条件

$$c + d + e = 1, \quad c \geq 0, \quad d \geq 0, \quad e \geq 0 \quad (2.3)$$

を課することとする。

3 数値計算とその結果

前節で紹介した Strömbom のモデルでは、長時間経過後に観察される運動の例としては、密集状態での整列、集団での円運動、静止点への集中が知られている。ここでは、これらのうちで継

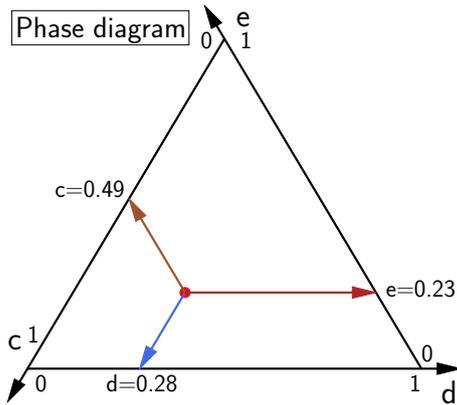


図 2: c, d, e の値の組を表す三角ダイアグラムの模式図

続的に発現するまとまった運動状態として円運動を取り上げ、運動要因の混合パラメーター c, d, e と相互作用距離 R を変化させて、円運動の発生条件を数値的に調べる。そのことにより、整列規則がない場合の集団運動の発生要因を考察したい。ここで探求する円運動としては、複数の粒子が位置と時間帯を共有して運動する状態を指す。したがって、同時刻に円運動するが場所が異なっている場合や同じ場所でも運動の時間帯が異なる場合は除外する。これは、運動状態に集団的なパターンが見られる状態を探すためであり、位置と時間をともに共有しない場合は、あくまでも個別的運動に過ぎないためである。

モデルでは、運動を決める 3 つの要素（凝集、慣性、摂動）の比が重要であった。ここでは式 (2.3) を課している。これは、パラメーターの cde 空間で値の範囲を平面上に束縛していることを意味する。これらのパラメーター値の組み合わせを表す相図として図 2 の三角ダイアグラムを用いる。図の三角形の各辺は c, d, e の値を読み取る座標軸で、図のように両端で 0 と 1 になるように値を割り当てている。三角形内の点は c, d, e の値を表しており、その点から各軸に平行かつ矢印と同じ向きに読み取り線を引き、軸の位置におけるパラメーターの値を読む。以下の数値計算では、与えられた R のもとで c, d, e の値を変え、集団的円運動の発生したパラメーター範囲を相図上に図示する。

数値計算での設定および条件は次の通りである。まず、共通のパラメーター設定としては、表 1 の値を取った。速さ（ステップ長）のゆらぎと後方死角は共に 0 とした。後方死角がないことにより、各粒子は単純に自分から一定の距離内を見て、その中の他粒子の分布の中心方向に引き寄せられることになる。系全体は長さ $L = 15$ の正方形で、周期的境界条件を課す。粒子 i の速度ベクトルの方向の摂動 $\varepsilon_{i,t}$ は、速度ベクトル $D_{i,t}$ の向きを中心とした標準正規分布に従うとした。

表 1: 数値計算で共通に設定される各種パラメーターの値

パラメーター	値
δ (平均速さ/ステップ長)	0.5
$\zeta_{i,t}$ (速さのゆらぎ)	0
β (後方死角)	0
L (システムサイズ)	15
N (総粒子数)	50

次に、変動させるパラメーターは次の通りである。相互作用半径 R は 0.3 から 4 の範囲で変化させた。これはシステムサイズ L の 2% から 25% 強にあたる大きさである。 $R \leq 1$ では 0.1 刻み、 $R > 1$ では 1 刻みとした。パラメーター (c, d, e) は条件 (2.3) をみだす範囲で、それぞれ 0.01 刻みで変化させた。

まず、三角ダイアグラムにおける集団的円運動の発生域の典型的なパターンを図 3 に示す。(a) が $R = 0.5$ の場合、(b) が $R = 4$ の場合である。円運動の発生域を赤紫（白黒印刷では濃色）、非発生域を灰色（白黒では淡色）で表した。まず、相互作用半径が小さい場合、 e が小さく、 c, d が適度

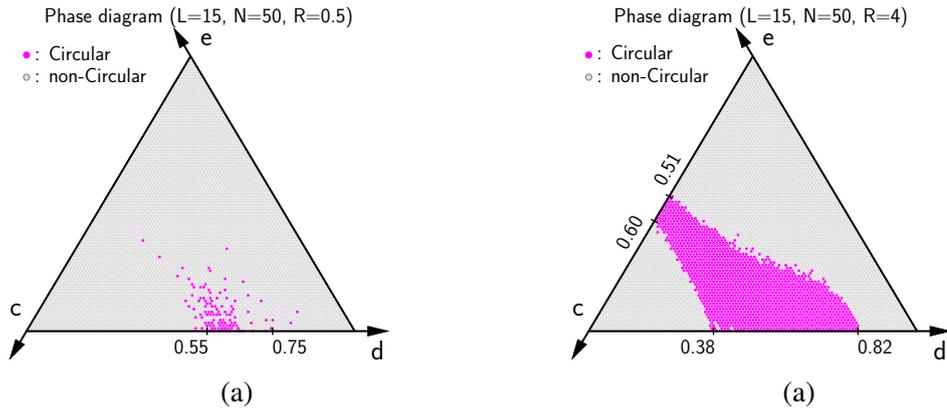


図 3: 三角ダイアグラム上の円運動発生域。(a) $R = 0.5$ の場合。(b) $R = 4$ の場合。

な値の場合に円運動が発生している。 R が大きくなると、円運動発生域が広がるが、 d が取り得る値の範囲（直進性の許容範囲）が広く上限のみが存在し、 c が取り得る値の範囲（凝集性の許容範囲）が狭く、上限と下限が存在する。また、 d 軸に沿った領域に膨らみがあることが注目される。

次に、相互作用半径 R が 0.3 から 1.0 まで変化する場合の、三角ダイアグラム上の円運動発生域の変化をまとめて図 4 に示す。図によると、 R が大きくなるに伴って集団的円運動の発生域が拡大していることがわかる。これは、回りの粒子の影響を受けやすくなることを反映している。拡大の状況については、 d 軸中央付近を起点として発生域が広がり始め、ほぼ $c =$ 一定のラインに沿って伸び、このラインが太くなる形で拡大する。既に述べたように発生域の c には上限と下限がある。すなわち、集団運動発生には凝集性は必要であるが、強すぎたはいけない。適度な凝集性が必要であり、これも合理的である。発生域の c の下限は R が大きくなるほど、また e が小さくなるほど広がる。反面、 c の上限は R によらずほぼ一定値を取る。このように、三角ダイアグラム上の集団的円運動の発生域には構造が見られ、相互作用域の大きさによる変化も一定の法則性が見られる。

R が十分に大きい場合の典型例は図 5 に示した。発生域のパターンの概形、特徴は $R \leq 1$ の場合と同様であるが、さらに顕著な特徴が見られる。まず、 c の上限である $c =$ 一定のラインはこの場合も特に変化は見られない。すなわち、許される凝集性を特徴づける何らかの量の存在が示唆される。一方、 d 軸上、 $d = 1$ に近い方に発生域が広がりが強く出ている。図 4 の $R = 0.6$ の場合からも想像できるが、円運動発生域が 2つの領域がつながる形で広がっている。このため、円運動発生域がその運動形態に応じていくつかの相に分かれる可能性が考えられる。

以上の推定を確認するため、 $0.5 < R < 0.6$ の範囲で相図での集団的円運動発生域の広がりを詳細に調べた状況が図 6 である。このように、 R が小さいときに d 軸付近に発生域が存在しているが、 R の増加に伴う発生域の拡大は非常に緩やかで、 c 軸方向へ特化した拡大状況は見られない。 R が増えるにつれて既存の発生域とは別の発生域が c 軸に向かって伸びる様子が観察された。これらの発生域において、集団的円運動そのものの状況に質的な差異があるかどうかは今後の解析が待たれる。

4 結論

本稿では、整列規則を持たない集団運動のモデルとして、Strömbom のモデルを取り上げ、凝集、慣性、ノイズのバランスが円運動状態の実現にどのように影響するかを調べた。その結果、三角

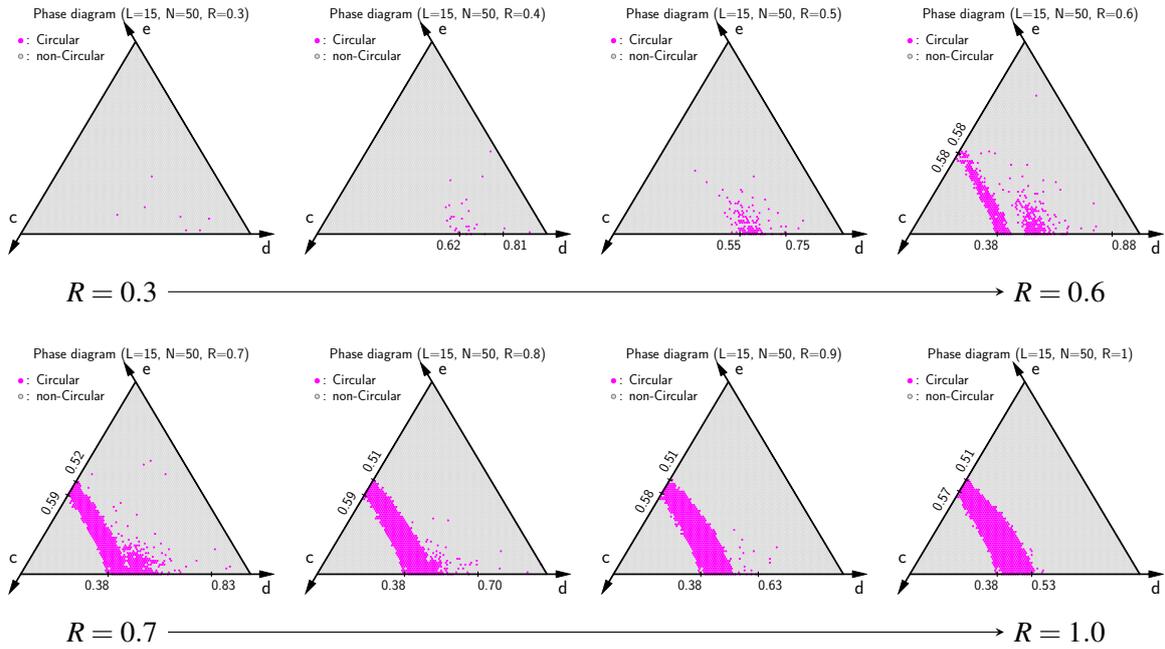


図 4: R の変化に伴う三角ダイアグラム上の集団的円運動発生域の変化。 $R \leq 1$ の場合

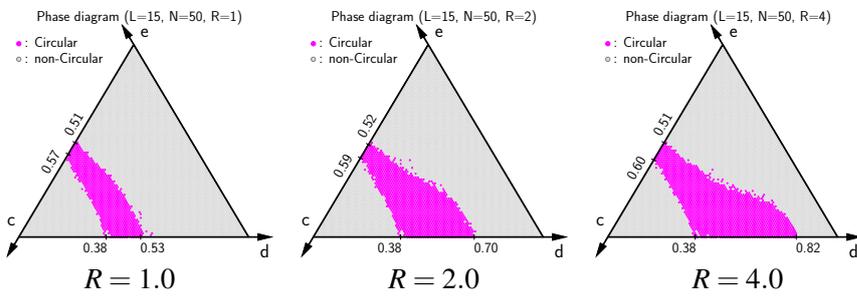


図 5: R の変化に伴う集団的円運動発生域の変化。 $R \geq 1$ の場合

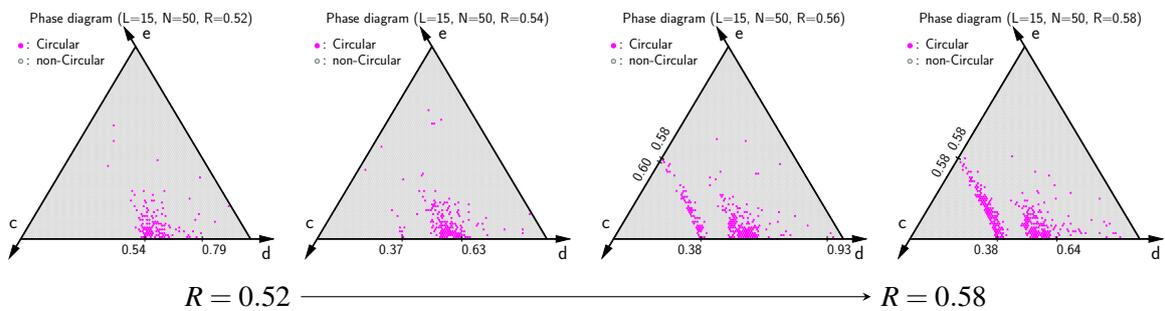


図 6: 集団的円運動発生域が広がる状況。 $0.52 \leq R \leq 0.58$

ダイアグラム上の相図は定性的にモデルにおける各項の意味に適合していることがわかった。その反面、円運動の発生行きの拡大の様子や、相境界の形状や定量的な値など顕著な構造が見られたことには何らかの新しい解釈が求められる。このためには、発生した運動を特徴づける何らかの指標が必要であることが予測される。これは今後の研究課題として大変興味深い内容である。

謝辞

長年にわたり、関連分野の研究集会を開催していただきました九州大学応用力学研究所、所内世話人として運営に携わって下さいました及川正行先生および辻英一先生、その他関係の方々に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 日本物理学会：『物理学 70 の不思議』，日本物理学会誌 **72** (2017) 第 9 号付録，64.
- [2] T. Vicsek and A. Zafeiris: Phys. Reports, **517** (2012), 71.
- [3] T. Vicsek, A. Cserzók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, O. Shochet: Phys. Rev. Lett., **75** (1995), 1226.
- [4] D. Strömbom: J. Theor. Biol., **283** (2011), 145.