

可積分系から渋滞学へ : 基礎から応用、そして社会 実践へ

西成, 活裕
東京大学先端科学技術研究センター

<https://doi.org/10.15017/2924853>

出版情報 : 応用力学研究所研究集会報告. 2019A0-S2, pp.51-57, 2020-03. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :

応用力学研究所研究集会報告 No.2019AO-S2
「非線形波動研究の多様性」 (研究代表者 永井 敦)
Reports of RIAM Symposium No.2019AO-S2

Diversity in the research of nonlinear waves

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, October 31 - November 2, 2019

Article No. 10 (pp. 51 - 57)

可積分系から渋滞学へ
—基礎から応用、そして社会実践へ—

西成 活裕 (Nishinari Katsuhiko)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
March, 2020

可積分系から渋滞学へ
—基礎から応用、そして社会实践へ—

東京大学先端科学技術研究センター 西成活裕 (NISHINARI Katsuhiko)

非線形系の優等生である可積分系には、その数学的構造の美しさはもちろん、様々な応用の可能性がある。その一つとして、これまで車や人、物流などの社会的な流れに応用してきたものが渋滞学である。そして近年は社会实践の段階に入り、様々な現場で車の渋滞や人の混雑、またモノの滞留の解消に取り組み、成果を挙げている。その各モデルを紹介するとともに、基礎と応用をどのようにバランスを持って研究していけばよいか考察する。

1. はじめに

可積分系は様々な非線形モデルの基礎として活用されているが、その中でも特に交通流の研究に関してはこれまで様々な接点が知られている。車のモデルとして標準的な最適速度モデル[1]は、その渋滞の臨界付近での挙動が変形 KDV 方程式で記述されることが分かっている[2]。また、そもそも交通流のモデルはバーガース方程式に始まっているが、これは線形化できるという意味で可積分であり、またそのヒエラルキーと物理的対応についても研究が進んでいる[3]。さらにバーガース方程式の超離散化によって得られた離散モデルは、交通流のセルオートマトンモデルの基礎として使われている[4]。

また交通流モデルは実用的にも大きな意味があり、交通渋滞の軽減や混雑緩和、また輸送や物流の効率化の用途で実際に使われてきている。ただし交通流の研究は人の行動を対象にしている部分で従来の自然科学とは異なっている。人が行動する原理は物理学の法則のような厳密なもので記述されるわけではない。人には意思があり、自分自身の判断で動けるため慣性の法則や作用=反作用の法則を満たさない。このような意思を持った粒子を従来のニュートン粒子と区別して「自己駆動粒子」と呼ばれている[5]。そして自己駆動粒子の集団は、従来のニュートンの運動方程式を満たす多体系とは異なった様々な興味深い現象を示す。このような研究はここ数十年足らずの新しい分野であり、日本やオランダ、ドイツのグループなどを中心に活発に研究が行なわれている。自己駆動粒子は運動の三法則を全て満たさないために、その精密な定式化は現在のところ極めて難しいと言える。特に粒子間の相互作用が心理的な要因に由来するものが多いため、その定量化は困難である。従って、現象論的な記述により対象の行動を単純にモデル化して、その振る舞いを定性的に理解する方法が主な研究の方法であり、これまで様々な自己駆動粒子系のモデルが提案されてきた。この基盤になっているのが可積分系に由来した数理モデルである。良いモデルとは、実験と良く合う結果を出すことができ、かつ理論的にも取り扱いやすいものである。実験を再現できるのはもちろんであるが、そのモデルがあまりにも複雑であれば現象の真の理解にはなかなか結びつかない。やはり現象を捉えたミニマムモデルこそがまずは目指すべきところであろうと考えられる。シンプルでかつ広範囲のモデルに応用できるものの一つに、バーガース方程式の超離散化で得られた理論モデルに確率を導入した ASEP (非対称単純排除過程) があげられる[6]。これは排除体積効果を持つ粒子系の最も単純な運動を表すモデルであり、かつ厳密に解ける可解確率過程である。

本稿ではまず、この ASEP を特別な場合として含む車のモデルを紹介する。そしてこれは従来から知られている車の最適速度モデルの確率過程版に対応したものになっていることが示される。次にこのモデルの2次元版で人のモデルあるフロアフィールドモデルを解説する。続いて ASEP にフェロモンの効果を入れたアリのモデル、そして粒子の出入りを考慮したラングミュアーダイナミクスや加水分解を入れることにより、分子モーターのモデルについて述べる。

2. 車の流れのモデル

車のモデルはこれまで様々なものが提案されているが、その中でも特に現実の交通流の持つ一様流不安定性を説明することに成功しているものとして、前述の最適速度モデルがあげられる。このモデルにヒントを得て生まれた離散モデルで、実際の複雑な交通流を精度よく再現できる確率最適速度モデルとして、SOVモデルを紹介する[7]。これはASEPを特殊な場合として含み、単純で扱いやすく、コンピュータによる計算も容易である。まず、道路を一次元の格子とみなし、セル数をとす。各サイトには最大で一台の車が入るものとする。時刻 t における各車 i の位置を x_i^t とし、車は前のセルが空いていれば、確率 v_i^t で1セル進む。そしてこの時間発展を以下のように与える。

$$v_i^{t+1} = (1 - a)v_i^t + aV(\Delta x_i^t) \quad (1)$$

ただし、 a はパラメータであり、運転手の車間に対する感応度を表している。 V が最適速度関数で車間距離 Δx_i^t の単調増加関数ならばどのような関数でもよい。式(1)は、第一項が現在時刻の前進確率であり、第二項は現在の状況を次の前進確率に取り入れる役割を果たしている。そして車の座標の時間発展は、確率 v_i^{t+1} で $x_i^{t+1} = x_i^t + 1$ と書くことができる。以上のモデルはOVモデルの離散化といえるものである、またこのモデルはパラメータ a が特別な場合に可解な確率過程のモデルに帰着される。 $a = 0$ の場合は常にどの時刻でも速度が等しくなるため、これは前進確率が一定のASEPに帰着される。次に $a = 1$ の場合は、次の前進確率は現在の車間距離のみから決まり、これもゼロレンジ・プロセス[8]と呼ばれる可解な確率過程と同等である。

次に現実のデータとの比較だが、ここで重要なのが流量と密度の関係図で、これは基本図といわれている。可解である $a = 0, 1$ の場合、周期境界条件の時は厳密な関係式を得ることができるが、 $0 < a < 1$ の場合は数値的に求めるしかない。 a が小さい場合は図1のようになり、あわせて実際の高速道路での観測データも示した。実測データでは「人」の字のように高い流量を持つ突出した部分があり、ここが一様流不安定性と関係している。このモデルでは、この特性を再現できていることが分かる。

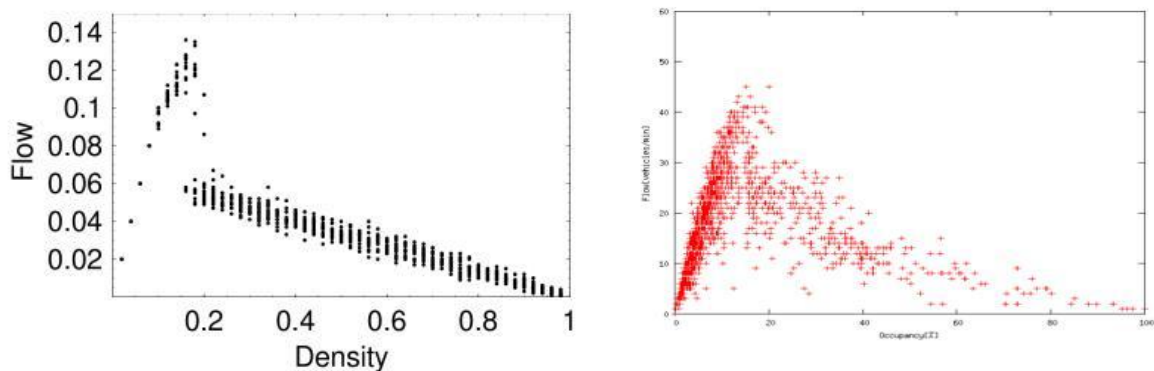


図1 モデルと実際の基本図の比較（左：SOVモデル、右：実測図（首都高速道路三郷線における1ヶ月の実測データ））

3. 人の流れのモデル

次に人流のモデル化について述べよう。これは近年大変注目されている分野で、応用面からも様々な分野に関心を持たれている。例えば防災の分野で、火災時など緊急事態におけるビルからの人々の避難計画は建築設計上極めて重要であり、これまでさまざまな事例からの経験則をもとに定式化されてきている。しかし、実際の状況での実験が困難な事や、人間心理

が関わっているために客観的な手法が適用しにくい事などが相俟って、現在の建築法規にある評価方法はまだまだ満足できるものではない。そこで人間の行動をモデル化し、パニック状況における人間心理を組み入れてシミュレーションすることで、実験不可能な様々な状況下での群集の行動を調べることに使われ始めている。そこで ASEP を 2 次元に拡張したフロアフィールドモデルが離散モデルとして世界的に多く使われており [9]、その拡張の容易さもあって複雑な流動の場合でも現場で活用されている。このモデルでは以下の 2 種類のフロアフィールドを導入する。

1) 静的フロアフィールド S

扉までの距離情報をフロアに持たせたもので、フロアを格子状のセルに分け、そこから扉などの出口までの距離を各セルは保持している。ただし障害物が途中にあればそれを迂回して距離を計算し、それはダイクストラ法などによって最短迂回距離を計算する。

2) 動的フロアフィールド D

人の通った跡をフロアに記憶させたもので、各セルにおける人の足跡の累積数を保持している。ただしその値は時間とともに減衰と拡散により変化させる。パニック時には人は判断力を失い他人に追従する傾向があることが知られている。この D の値が大きい、つまり足跡の数の多いほうに進むことで、この傾向を取り入れることができる。動的フロアフィールドにより、人どうしの遠距離相互作用を、周囲の D の値を見ることで近距離相互作用で近似する。こうして計算の効率化を実現したものがフロアフィールドモデルで、局所探索のみのため計算効率は極めてよい。

以上の 2 つの場を利用して、人を次の確率で隣接セルへ動かす (図 2)。

$$p_{ij} \sim \exp(-k_S S_{ij}) \exp(k_D D_{ij})$$

ここで、 k_S と k_D がそれぞれのフロアフィールドを参照する感度を表すパラメータである。冷静な行動の時は、人は出口の方に向かうので k_S を高く設定すれば良い。パニック時は人に追従する傾向にあるので、 k_D を高く設定する。つまりこの 2 つのパラメータ比はパニックの度合いを表している、と考えられる。

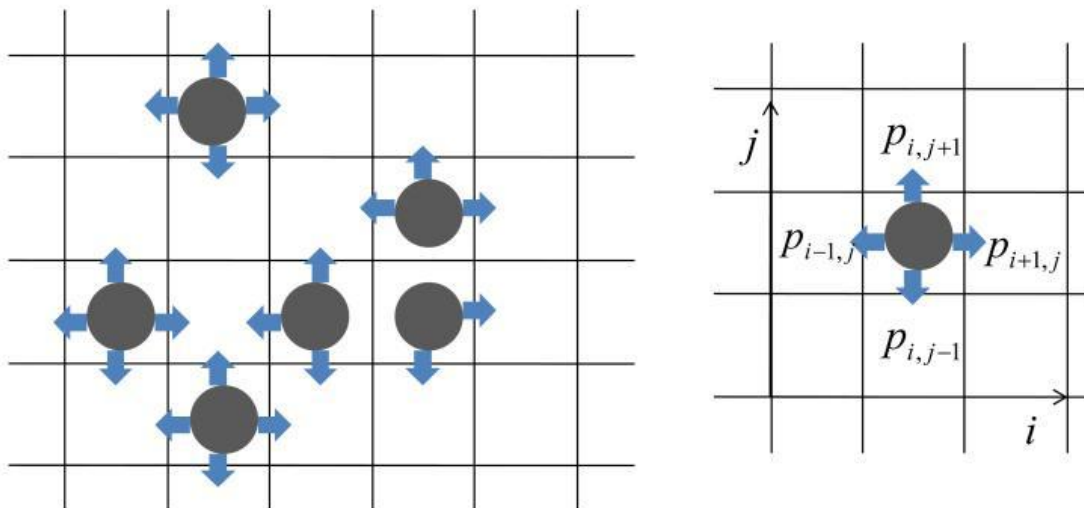


図 2 : フロアフィールドモデルでの人の動き (簡単のためノイマン近傍の 4 セルのみの動きを考える)

以上を同期更新して計算するが、この際の問題点は同じセルに同時に人が進む競合が起こりうる事である。ここで新たに摩擦パラメータを導入する事でこの問題を解消出来る[10]。これは、2人以上が同時にあるセルに移動をしようとするとき、ある確率で全員そのセルに移動できないとするものである。この値が大ききときは人同士の摩擦が大きくて動きにくくなることを表している。逆に確率が小さいと誰か一人がそのセルに動けるとし、その一人はランダムに選ぶものとする。このパラメータの導入により、狭い出口でのアーチングや競合・協力モードの転換をうまく表現する事が可能である。

以上のモデルは計算機への実装も容易であり、複雑な建築物からの避難シミュレーションも現実的な手間で高速な実行が可能である。さらに計算機シミュレーションで明らかになったことだが、出口付近に適切な障害物を置くことで、かえって退出が速くなることが分かり、これは実験で確かめられている。

4. その他様々な流れの研究

4. 1 アリの流れ

次に蟻の行列を交通流としてとらえ、モデル化してみよう。蟻同士はフェロモンを用いてお互いのコミュニケーションを実現している。この効果を取り入れるため、ASEPに新たな変数を導入した2変数確率セルオートマトンモデルを紹介する[11]。

簡単のため蟻は1次元の道を1方向のみに進むとし、空間をセルに分ける。そして、蟻とフェロモン用の変数として、それぞれ S 及び σ を用意する。蟻はフェロモンを通路に残していくが、フェロモンはある時間が経過すれば自然に蒸発する。蟻はフェロモンの方向に惹きつけられるので、フェロモンがある場合と無い場合では「進みやすさ」が変わると考えられる。以上を加味して、蟻の運動とフェロモンの状態更新を分けて以下のように2つのステージに分けてモデル化する。

1) ステージ1

蟻がある時刻 t にセル i にいたとする ($S_i(t) = 1$)。もしも前に蟻がいるならばその蟻は動かない (排除体積効果)。前に蟻がいないときは、前のセルのフェロモンの有無に応じて蟻の前進確率 p が以下のように変わるとする。

$$\begin{aligned} p &= Q & \text{if } \sigma_{i+1}(t) = 1 \\ p &= q & \text{if } \sigma_{i+1}(t) = 0 \end{aligned}$$

このように2種類の確率 Q, q を導入し、フェロモンがある方が動きやすいので $q < Q$ とする。

2) ステージ2

次にステージ1の後で蟻がいるセルはすべてフェロモンを生成する。また、蟻がいないセルのフェロモンは確率 f で蒸発するとする。

以上のモデルは、ゼロレンジ・プロセスを用いて解析ができる。フェロモンの蒸発現象により、前進確率 V は蟻間距離に反比例することが分かる。それを平均場近似の考えで

$$V = Q(1 - f)^{\frac{x}{c}} + q(1 - (1 - f)^{\frac{x}{c}})$$

と置けば良い近似になることが示された。ここで、 x は蟻間距離、 c は蟻の平均速度で、実際は $V=c$ として速度を求める。第1項は前の蟻が残したフェロモンが蒸発せずに残っている場合で、このとき確率 Q で進める。第2項はフェロモンが蒸発してしまう場合で、前進確率は q になる。以上をゼロレンジ・プロセスの解析解に代入すれば流量が計算できる。図3が理論曲線とシミュレーション結果の基本図の比較であり、理論はほぼシミュレーションを再現していることが分かる。

またこの蟻のモデルのクラスターは一般にバスや電車のダンゴ運転と関係していることも分かっている[12]。遅れ始めたバスは次のバス停でよりたくさんの人を乗せるため、さらに遅れて前のバスとの間隔がどんどん空く。これは前の蟻との間隔が空いてしまうとフェロモンが揮発して薄くなり、ますます進みにくくなることに対応している。

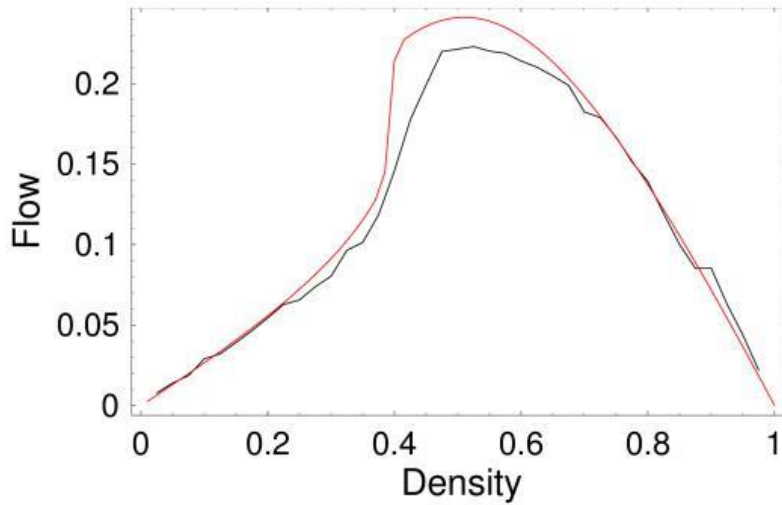


図 3：蟻のモデルの基本図。シミュレーション(折れ線)とゼロレンジ・プロセスを用いた理論曲線の比較 (Q=0.75, q=0.25, f=0.005、周期境界セル数 200)

4. 2 分子モーターの流れ

最後に生体内での交通とその渋滞として、分子モーター「キネシン」の振る舞いについてモデル化してみよう。生体内でのミトコンドリアや小胞などの輸送は分子モーターにより能動的に行なわれている。それは微小管と呼ばれる道の上をキネシンやダイニンが加水分解のエネルギーで自ら方向性を持って動くものである。また、分子モーターの不調により輸送が滞ると、それが様々な病気を引き起こすことも明らかになってきた。したがって分子モーターの挙動を理解することは大変重要である。人体のキネシンは40種類以上あり、その生化学的メカニズムも様々に異なり、すべてが解明されているわけではない。特に多分子が微小管上を動く際の集団現象には様々な未解決問題がある。ここでは分子モーターの一つであるキネシンKIF1Aに焦点を当ててASEPを拡張したモデルを紹介しよう[13]。

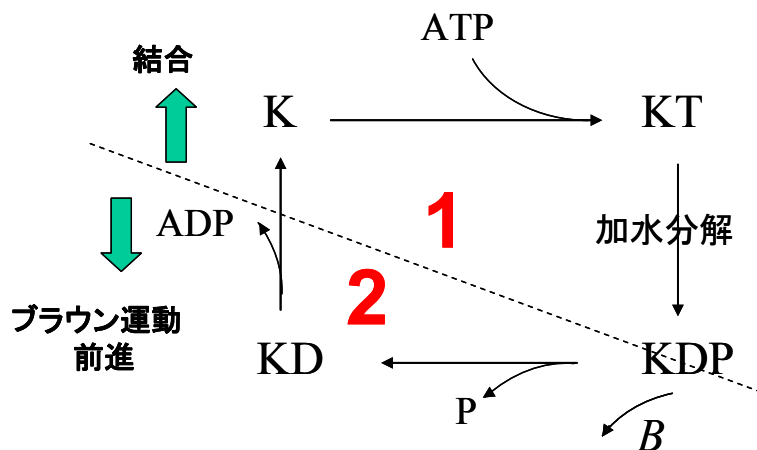


図4：キネシンの加水分解と4つの状態遷移

微小管はプロトフィラメントの束からなり、その1本のプロトフィラメントはチューブリンといわれる単位タンパクが格子状に重合して出来ている。そしてキネシンはその上をマイ

ナス端からプラス端の極性の方向に能動的に動いてゆく。まず、1本のプロトフィラメントを1次元格子でモデル化する。その1格子はチューブリン1つ分に相当している。キネシンは加水分解サイクルの間に生化学的に4つの状態をとる(図4)。それはキネシン単独状態K、ATP結合状態KT、加水分解後のADPとリン酸が結合した状態KDP、そしてリン酸を放出したADP結合状態KDである。

ここで、キネシンのメカニカルな状態に注目すると、微小管上で固定状態(これを状態1とする)か、ブラウン運動状態(これを状態2とする)の2つの状態に区別される。そして、キネシンは状態1から状態2への遷移、つまりリン酸を放出する際にその反作用で微小管から離れやすくなるという性質があるということも知られている。そして逆に微小管への付着はサイトが空いていればいつでも可能である。したがって、以上からキネシンの運動は3状態確率セルオートマトンモデルによってモデル化できる。つまり、あるサイトに何もいない(0)、状態1のキネシンがいる(1)、状態2のキネシンがいる(2)とし、この時間発展ルールを図5のように与える。

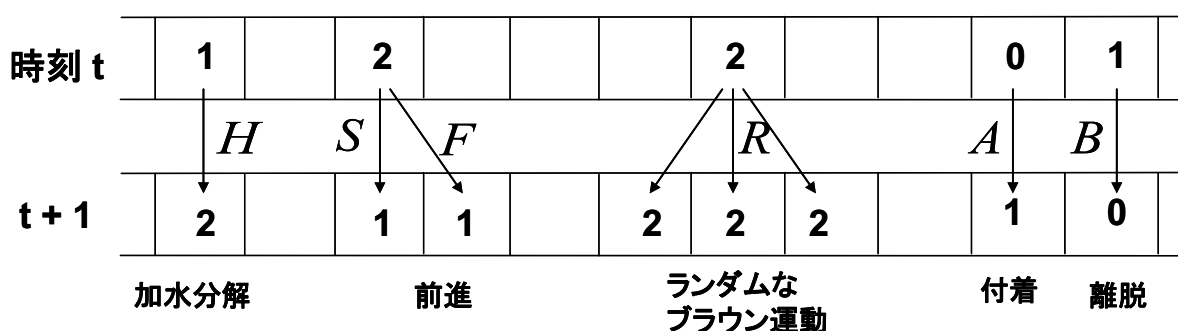


図5: 分子モーター(キネシン)の離散モデル(パラメータH~Bは実験から決定可能)

このモデルで計算した結果が図5である。ATPの濃度とキネシンの濃度を変化させ、時空図を描いたその結果、

このモデルを用いたシミュレーションにより、固定されたドメインウォールを観測することができ、その位置はATP濃度とキネシン濃度に依存することが分かった。ASEPの場合、ドメインウォールはランダムウォークすることが示されるが、この場合には一定の位置にとどまるところが興味深い。またこの結果は実験により確かめられ、確かにある条件でドメインウォールが微小管上に見えることが確認できた。

5. まとめ

以上、可積分なモデルを基盤として様々な現象のモデル化を紹介してきたが、最近ではセルラーゼのモデル化にも成功している[14]。また、全く異なる分野への応用として、仕事の流れに応用した「無駄学」、そしてコミュニケーションの流れに応用した「誤解学」などの研究もある[15]。

以上、自己駆動粒子系における渋滞現象を研究する渋滞学の概要を紹介してきたが、これは様々な研究分野が横断的に関係しているといえる。数学や物理学はもちろん、交通、建築から医学、経済学まで総合的な視野が必要になってくる。現代の我々が抱える諸問題は、一つの専門だけで解決できるようなものではなく、いろいろなことが複雑に絡み合っている。そのため、分野の細分化が行き過ぎた今の状況とは逆の流れの研究も必要で、理学から工学全てを含む総合的な視野が本質的な問題解決には大切である。渋滞学がこのような取り組みのきっかけの一つになればと願っている。

参考文献

- [1] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E51, (1995) p. 1035.
- [2] T. S. Komatsu and S. Sasa, Phys. Rev. E52 (1995) p. 5574
- [3] 「非線形数学」吉田善章、永長直人、石村直之、西成活裕著、丸善出版 2016
- [4] K. Nishinari, D. Takahashi, J. Phys. A: Math. Gen., Vol. 31 (1998) p. 5439
- [5] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. Vol. 73 (2001) p. 1067
- [6] B. Derrida, M. R. Evans, V. Hakim, V. Pasquier, J. Phys. A Vol. 26 (1993) p. 1493
- [7] M. Kanai, K. Nishinari, T. Tokihiro, Phys. Rev. E Vol. 72 (2005) p. 035102(R)
- [8] F. Spitzer, Adv. Math. vol 5 (1970) p. 246
- [9] C. Burstedde, K. Klauck, A. Schadschneider and J. Zittartz, Physica A Vol. 295 (2001) p. 507
- [10] A. Kirchner, K. Nishinari, and A. Schadschneider, Phys. Rev. E Vol. 67 (2003) 056122
- [11] A. Kunwar, A. John, K. Nishinari, A. Schadschneider and D. Chowdhury, J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 73 (2004) p. 2979
- [12] A. Tomoeda, K. Nishinari, D. Chowdhury and A. Schadschneider, Physica A Vol. 384 (2007) p. 600
- [13] K. Nishinari, Y. Okada, A. Schadschneider and D. Chowdhury, Phys. Rev. Lett. Vol. 95 (2005) p. 118101.
- [14] T. Ezaki, K. Nishinari, M. Samemjima, K. Igarashi, Phys. Rev. Lett. Vol. 122 (2019) p. 098102
- [15] 「無駄学」(西成活裕著、新潮選書、2008)、「誤解学」(同、2014)