最適生産・報酬システムの分析

三浦, 功

https://doi.org/10.15017/2920782

出版情報：経済論究. 78, pp.113-127, 1990-11-14. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

最適生産・報酬システムの分析

三　浦　　　功

目　次

は　じ　め　に

本稿では，公共財の生産を民間企業に委託する問題が分析される。この分野は，最近のプリンシパル・エイジェンシー理論の目ざましい発展とともに，新しい展開をみせている。プリンシパル（計画官）がエイジェント（企業）の特性や行動を完全に知ることが出来ない時，社会厚生の観点から望ましい公共財規制政策のあり方が Baron and Myerson〔1982〕を契機として，Baron and Besanko〔1984〕,〔1988〕, Freixas, Guesnerie and Tirole（F-G-T）〔1985〕, Laffont and Tirole〔1986〕, Lewis and Sappington〔1985〕等により精力的に研究が進められてきている。とりわけ，F-G-T では，計画官が企業との公共財生産に関する契約に commitment しない時，ラチェット効果が生ずることを，単純なモデルを用いて示している。この F-G-T モデルでは2つの重要な仮定がなされている。第1は，計画官が生産契約を策定する際，企業の生産技術に関し完備な情報を入手していない点である。第2は，企業側が公共財の

生産量を決定出来る権限委譲型になっていることである。第1の仮定に関して，我々は三浦〔1989〕,〔1990〕において報酬計画を企業に選択させる自己選抜型契約を作り，計画官が企業の生産技術に関する私的情報を正しく引き出させるメカニズムが分析されている。本稿では第2の仮定を改め，計画官が公共財の生産量を決める中央集権型モデルを作り，その特性が検討される。

§1. 中央集権型モデル

計画官は，企業と生産契約をする際，公共財の生産量と報酬の組（以後，生産・報酬計画と呼ぶ）から成るメニューを企業に提示する。企業には，このメニューの中から自由に生産・報酬計画を選ぶ権利が与えられているものとしよう。企業によって実際，選択された生産・報酬計画通り生産契約が履行される。企業の費用関数を $\psi(y,\theta)$ で表わす。y は公共財の生産量であり，θ はその企業の生産技術に関するパラメータを表わす。この θ に関して，その企業は正確に知っているが計画官は知らないものとする。ただし，計画官は，このパラメーター θ が $\underline{\theta}$（低い生産技術），$\bar{\theta}$（高い生産技術）の2種類であることは知っており，さらに $\underline{\theta}$ である確率を v で予想しているものとしよう。この費用関数 $\psi(y,\theta)$ に関して次の仮定を置く。

$$\psi_y>0 \tag{1}$$

$$\psi_{yy}>0 \tag{2}$$

$$\psi(y,\ \underline{\theta})>\psi(y,\ \bar{\theta}) \tag{3}$$

$$\psi_y(y,\ \underline{\theta})>\psi_y(y,\ \bar{\theta}) \tag{4}$$

$$\psi_{yy}(y,\ \underline{\theta})>\psi_{yy}(y,\ \bar{\theta}) \tag{5}$$

ここで，ψ_y(ψ_{yy}) は y に関する1階（2階）の偏微分を表わしている。(3),(4)はそれぞれ生産費用及び限界費用が生産技術の高い企業の方が低いことを意味する。(5)は技術的理由により必要となる。さて，計画官は2種類のタイプの企業にそれぞれ異った生産・報酬計画を選択させるため，2組の生産・報酬計画から成るメニュー α

$$\alpha=\{(\underline{y},\ \underline{r}),(\bar{y},\ \bar{r})\} \tag{6}$$

を企業に提示するものとしよう。ここで $\underline{y}, \bar{y}$ は公共財の生産量を，$\underline{r}, \bar{r}$ は報酬をそれぞれ表わしている。

次に，$\theta(=\underline{\theta}$ or $\bar{\theta})$ タイプの企業が生産・報酬計画 (y, r) $(\in\alpha)$ を選択した時の企業の利潤関数 $\Pi^F(y,\theta)$，計画官の利潤関数 $\Pi^{cp}(y)$，社会厚生関数 $W(y,\theta)$ を順次定式化していく。まず，$\Pi^F(y,\theta)$ は

$$\Pi^F(y, \theta)=r-\psi(y, \theta) \tag{7}$$

と表わされる。また $\Pi^{cp}(y)$ は

$$\Pi^{cp}(y)=py-(1+\lambda)r \tag{8}$$

で表わす。ここで p は，公共財の価格で外生的に与えられているものとし，λ は計画官が報酬 r を企業に与える時にかかる社会費用を表わすパラメーターとする。社会厚生関数 $W(y,\theta)$ を企業の利潤と計画官の利潤の和として定義する。すなわち，

$$\begin{aligned} W(y, \theta) &= \Pi^F(y, \theta)+\Pi^{cp}(y) \\ &= py-\lambda r-\psi(y, \theta) \end{aligned} \tag{9}$$

さて，計画官はメニュー α を作る際，次の 2 点に留意する。第 1 は両タイプの企業に 0 以上の利潤を保証する。これは企業に生産契約を受諾させるための条件である。第 2 は $\underline{\theta}$ タイプの企業には生産・報酬計画 $(\underline{y}, \underline{r})$ を，$\bar{\theta}$ タイプの企業には $(\bar{y}\ \bar{r})$ をそれぞれ選ばせるようにさせる。計画官は企業の生産技術に関し，不完備な情報しか持っていないのでこの場合の社会厚生関数 W^c は，次の様に定式化される。

$$W^c=\nu[p\underline{y}-\lambda\underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})]+(1-\nu)[p\bar{y}-\lambda\bar{r}-\bar{\psi}(\bar{y})] \tag{10}$$

$$\text{但し，}\ \underline{\psi}(\cdot)\equiv\psi(\cdot, \underline{\theta}), \bar{\psi}(\cdot)\equiv\psi(\cdot, \bar{\theta})$$

計画官が作るメニュー α は，次の問題の解となるものである。

問題A 1　$\underset{\{(\underline{y}, \underline{r}), (\bar{y}, \bar{r})\}}{\mathrm{Max}} W^c$

$$\text{s. t.}\quad \underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})\geqq 0 \tag{11}$$

$$\bar{r}-\bar{\psi}(\bar{y})\geqq 0 \tag{12}$$

$$\underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})\geqq\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y}) \tag{13}$$

$$\bar{r}-\bar{\psi}(\bar{y})\geqq\underline{r}-\bar{\psi}(\underline{y}) \tag{14}$$

⑾，⑿は各タイプの企業の参加条件であり，⒀，⒁はそれらの自己選抜条件を表わしている。問題A１の解を最適・報酬システムと呼ぶことにし

$$\alpha^{*}=\{(\underline{y}^{*},\ \underline{r}^{*}),\ (\bar{y}^{*},\ \bar{r}^{*})\}$$

で表わす。

§2. 最適生産・報酬システムの導出

参加条件⑾，⑿及び自己選抜条件⒀，⒁から得られる性質を補題１，２にまとめる。

補題１　メニュー α が自己選抜条件⒀，⒁を満たす時，

$$\underline{y}\leqq\bar{y}$$

（証明）　自己選抜条件⒀，⒁を辺々加え整理すると

$$\underline{\psi}(\bar{y})-\overline{\psi}(\bar{y})\geqq\underline{\psi}(\underline{y})-\overline{\psi}(\underline{y})$$

ここで $F(y)\equiv\underline{\psi}(y)-\overline{\psi}(y)$ とすると

$$F'(y)=\underline{\psi}_{y}-\overline{\psi}_{y}$$

⑷より $F'(y)>0$ よって $\underline{y}\leqq\bar{y}$ (Q.E.D.)

補題２　メニュー α が参加条件⑾，自己選抜条件⒁を満たす時，参加条件⑿は厳密な不等号で成立する。

（証明）　自己選抜条件⒁及び参加条件⑾より

$$\bar{r}-\overline{\psi}(\bar{y})\geqq\underline{r}-\overline{\psi}(\underline{y})$$

$$\geqq\underline{\psi}(\underline{y})-\overline{\psi}(\underline{y})$$

⑶より，$\overline{\psi}(\underline{y})-\underline{\psi}(\underline{y})>0$ となる。 (Q.E.D.)

次の補題３，４は最適生産・報酬システム α^{*} の性質を述べている。

補題３　最適生産・報酬システム α^{*} のもとでは，参加条件⑾は等号で成立する。

（証明）　$\alpha^{*}=\{(\underline{y}^{*},\underline{r}^{*}),\ (\bar{y}^{*},\bar{r}^{*})\}$ に対して，

$$\underline{r}^{*}-\underline{\psi}(y^{*})>0$$

であったとしよう。この時，別の報酬 $\underline{r}',\bar{r}'$ を

$$\underline{r}'=\underline{\psi}(\underline{y}^{*})$$

$$\bar{r}'=\bar{r}^*-\underline{r}^*+\underline{\psi}(y^*)$$

と定め，新しいメニュー $\alpha'=\{(\underline{y}^*,\underline{r}^*),(\bar{y}^*,\bar{r}')\}$ を作る。このメニュー α' に対し自己選抜条件(13)，(14)が満たされることは明らかである。また

$$\underline{r}'-\underline{\psi}(\underline{y}^*)=0$$

なので参加条件(11)を満たす。補題２より

$$\bar{r}'-\overline{\psi}(\bar{y}^*)>0$$

となり，参加条件(12)も満たされる。さらに，メニューとして α' を用いた時の社会厚生は，α^* を用いた時よりも大きくなり矛盾を生ずる。よって，

$$\underline{r}^*-\underline{\psi}(\underline{y}^*)=0 \qquad \text{(Q.E.D.)}$$

補題４　最適生産・報酬メニュー α^* のもとでは，自己選抜条件(14)は等号で成立する。

（証明）　$r^*-\overline{\psi}(\bar{y}^*)>\underline{r}^*-\overline{\psi}(\underline{y}^*)$

であったとしよう。この時，別の報酬 $\bar{r}'$ を

$$\bar{r}'=\underline{r}^*-\overline{\psi}(\underline{y}^*)+\overline{\psi}(\bar{y}^*)$$

を満たすように定め，新しいメニュー $\alpha'=\{(\underline{y}^*,\underline{r}^*),(\bar{y}^*,\bar{r}')\}$ を作る。この α' に対して補題３より，

$$\underline{r}^*-\underline{\psi}(\underline{y}^*)=0$$

このことから

$$\bar{r}'-\overline{\psi}(\bar{y}^*)=\underline{r}^*-\overline{\psi}(\underline{y}^*)>0$$

となり，メニュー α' は参加条件(11)，(12)を満たす。また $\bar{r}^*>\bar{r}'$ なので

$$\underline{r}^*-\underline{\psi}(\underline{y}^*)>\bar{r}'-\underline{\psi}(\bar{y}^*)$$

$$\bar{r}'-\overline{\psi}(\bar{y}^*)=\underline{r}'-\overline{\psi}(y^*)$$

よって，自己選抜条件(13)，(14)も満たしている。さらにメニューとして α' を用いた時の社会厚生は，α^* を用いた時よりも大きくなり矛盾を生ずる。よって

$$\bar{r}^*-\overline{\psi}(\bar{y}^*)=\underline{r}^*-\overline{\psi}(\underline{y}^*) \qquad \text{(Q.E.D.)}$$

補題２，３，４より問題Ａ１は次の様に置き換えられる。

問題Ａ２　$\underset{\{(\underline{y},\underline{r}),(\bar{y},\bar{r})\}}{\mathrm{Max}}\ W^c$

$$\text{s.t.}\quad \underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})=0 \qquad (15)$$

$$\underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})\geqq\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y}) \tag{13}$$

$$\bar{r}-\overline{\psi}(\bar{y})=\underline{r}-\overline{\psi}(\underline{y}) \tag{16}$$

(15), (16)より社会厚生関数 W^c から $\underline{r},\bar{r}$ を消去出来る。さらに自己選抜条件(13)を無視して W^c を最大化することを考える。すなわち,

問題A 3　$\underset{\bar{y},\underline{y}}{\mathrm{Max}}\,\nu[p\underline{y}-(1+\lambda)\underline{\psi}(\underline{y})]+(1-\nu)[p\bar{y}-\lambda(\underline{\psi}(\underline{y})-\overline{\psi}(\underline{y}))$

$-(1+\lambda)\overline{\psi}(\bar{y})]$

最大化一階の条件より

$$\overline{\psi}_y(\bar{y})=s\quad\left(\text{但し,}\ s\equiv\frac{p}{1+\lambda}\right) \tag{17}$$

$$\underline{\psi}_y(\underline{y})=s-\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}(\underline{\psi}_y(\underline{y})-\overline{\psi}_y(\underline{y})) \tag{18}$$

まず,(18)を満たす $\underline{y}$ がユニークに定まることを示そう。仮に $\underline{y}'(\fallingdotseq\underline{y})$ が(18)を満たしているとする。

$$\underline{\psi}_y(\underline{y}')=s-\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}(\underline{\psi}_y(\underline{y}')-\overline{\psi}_y(\underline{y}'))$$

この時,

$$\underline{\psi}_y(\underline{y})-\underline{\psi}_y(\underline{y}')=\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}(\underline{\psi}_y(\underline{y}')-\overline{\psi}_y(\underline{y}')-\underline{\psi}_y(\underline{y})+\overline{\psi}_y(\underline{y}))$$

$$y'\gtrless y\ \Rightarrow\ \text{上式左辺}\lesseqgtr 0\ [(2)\text{より}],\ \text{上式右辺}\gtreqless 0\ [(5)\text{より}]$$

となり矛盾を生ずる。さらに(17), (18)を満たす $\underline{y},\bar{y}$ と(15), (16)から得られる $\underline{r},\bar{r}$ が自己選抜条件(13)を満たすことが次の様にして確かめられる。まず(15)より $\underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})=0$ なので $\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y})\leqq 0$ を示せば良い。

$$\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y})=\overline{\psi}(\bar{y})-\underline{\psi}(\bar{y})-\{\overline{\psi}(\underline{y})-\underline{\psi}(\underline{y})\}$$

$\overline{\psi}(\cdot)-\underline{\psi}(\cdot)$ は単調減少であり,(17), (18)より $\underline{y}<\bar{y}$ なので $\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y})<0$ となる。以上のことから次の命題を得る。

命題1　最適生産・報酬メニュー α^* は

$$\underline{\psi}_y(\underline{y}^*)=s-\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}(\underline{\psi}_y(\underline{y}^*)-\overline{\psi}_y(\underline{y}^*))$$

$$\overline{\psi}_y(\bar{y}^*)=s$$

$$\underline{r}^*=\underline{\psi}(\underline{y}^*)$$

$$\bar{r}^*=\overline{\psi}(\bar{y}^*)+\underline{\psi}(\underline{y}^*)-\overline{\psi}(\underline{y}^*)$$

と表わされる。

この命題から $\underline{y}^*<\bar{y}^*$, $\underline{r}^*<\bar{r}^*$ が成り立つので，α^* は分離メニューであることがわかる。

§3．最適生産・報酬システムの性質（その1）

補題2，3より最適生産・報酬システム α^* に対応する企業の利潤について次の命題が成立する。

命題2　最適生産・報酬システム α^* のもとでは，生産性の高い企業の利潤は生産性の低い企業の利潤を上回る。

（証明）　補題3より

$$\underline{r}^*-\underline{\psi}(\underline{y}^*)=0$$

補題2より，

$$\bar{r}^*-\overline{\psi}(\bar{y}^*)>0 \qquad \text{(Q.E.D.)}$$

さらに，最適生産・報酬システム α^* と計画官の利潤との関係は次の命題で示される。

命題3　最適生産・報酬システム α^* に対応する計画官の利潤は，企業の生産性が高いほど大きい。

（証明）

$$\begin{aligned}\Delta&\equiv p\bar{y}^*-(1+\lambda)\bar{r}^*-\{p\underline{y}^*-(1+\lambda)\underline{r}^*\}\\&=(1+\lambda)\{s\bar{y}^*-\bar{r}^*-s\underline{y}^*+\underline{r}^*\}\end{aligned}$$

命題1を用いるとΔは，

$$\Delta=(1+\lambda)\{s\bar{y}^*-\overline{\psi}(\bar{y}^*)-s\underline{y}^*+\overline{\psi}(\underline{y}^*)\}$$

ここで $F(y)\equiv sy-\overline{\psi}(y)$

$$F'(y)=s-\overline{\psi}_y$$

再び，命題1より

$$F'(y)>0 \qquad \text{for all } y\in[\underline{y}^*,\ \bar{y}^*)$$

$$F'(y)=0 \qquad \text{for } y=\bar{y}^*$$

よって，$F(\bar{y}^*)>F(\underline{y}^*)$ となり $\Delta>0$ が成り立つ。

(Q.E.D.)

命題2，3及び社会厚生が計画官の利潤と企業の利潤との代数和として定義されていることを考え合わせると最適生産・報酬システム α^* に関して，企業の生産性と社会厚生との間には，次の命題において示される関係が成り立つ。

命題4　最適生産・報酬システム α^* に関して，企業の生産性が高くなるほど社会厚生は増える。

§4．最適生産・報酬システムの性質（その2）

§1では，計画官が公共財の生産量を決める中央集権型モデルが構築されたが，本節では企業サイドで公共財の生産量を決定出来る権限委譲型モデルを計画官が企業に提示する報酬計画が生産量に関し，線型の場合と非線型の場合にわけて構築する。そしてこれら2つの権限委譲型モデルを社会厚生の観点から中央集権型モデルと比較する。

4―1　権限委譲型モデル（線型報酬計画の場合）との厚生比較

計画官は，まず初めに2組の報酬計画から成る報酬メニュー β を企業に提示する。

$$\beta=\{(\underline{a},\ \underline{b}),\ (\bar{a},\ \bar{b})\}$$

但し，$\underline{a}$, $\bar{a}$：固定報酬

$\underline{b}$, $\bar{b}$：生産量1単位に対し賦与されるボーナス

権限委譲型モデルでは，企業に対し報酬メニュー β の中から自由に報酬計画を選び出し，さらに公共財の生産量も決める権利が与えられているものと仮定される。企業が実際選ぶ報酬計画 $(a, b)(\in\beta)$ と生産量 y に対し，計画官により報酬として $a+by$ が企業に支払われる。計画官は，報酬メニュー β の策定に関し，次の2点に留意するものとされる。第1は，両タイプの企業に0以上の利潤を保証することであり，第2は生産性の低い企業には $(\underline{a}, \underline{b})$ を，生産性の高い企業には $(\bar{a}, \bar{b})$ をそれぞれ選ばせるようにすることである。§1

と同様，計画官は生産性の低い企業である確率をνで予想しているものとしよう。この時，社会厚生数 W^{DL}は次の様に定式化される。

$$W^{DL}=\nu[p\underline{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}))-\lambda(\underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b}))]$$
$$+(1-\nu)[p\bar{y}(\bar{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))-\lambda(\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b}))]$$

$$\left(\begin{array}{l}\text{但し，}\ \underline{y}(\underline{b})=\underset{y}{\operatorname{argmax}}\ \underline{a}+\underline{b}y-\psi(y,\ \underline{\theta})\\ \qquad\quad \bar{y}(\bar{b})=\underset{y}{\operatorname{argmax}}\ \bar{a}+\bar{b}y-\psi(y,\ \bar{\theta})\end{array}\right)$$

計画官が作る報酬メニュー $\{(\underline{a},\underline{b}),(\bar{a},\bar{b})$ は次の問題の解となるものである。

問題B $\underset{\{(\underline{a},\underline{b}),(\bar{a},\bar{b})\}}{\operatorname{Max}}\ W^{DL}$

$$\text{s. t.}\ \underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}))\geqq 0$$
$$\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))\geqq 0$$
$$\underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}))\geqq\bar{a}+\bar{b}\underline{y}(\bar{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))$$
$$\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))\geqq\underline{a}+\underline{b}\bar{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\bar{y}(\underline{b}))$$

問題Bの解を最適線型報酬メニューと呼び

$$\beta^*=\{(\underline{a}^*,\ \underline{b}^*),(\bar{a}^*,\ \bar{b}^*)\}$$

で表わす。この β^* は三浦〔1989〕で求められており，ここでは結果のみを記す。

命題5 最適線型報酬メニュー β^* は，

$$\underline{b}^*=s-\frac{\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}[\bar{y}(\underline{b}^*)-\underline{y}(\underline{b}^*)]}{\frac{\partial\underline{y}(\underline{b}^*)}{\partial\underline{b}^*}}$$

$$\underline{a}^*=\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}^*))-\underline{b}^*\underline{y}(\underline{b}^*)$$

$$\bar{b}^*=s$$

$$\bar{a}^*=\bar{\psi}(\bar{y}(s))-s\bar{y}(s)+\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}^*))-\underline{b}^*\underline{y}(\underline{b}^*)+\underline{b}^*\bar{y}(\underline{b}^*)-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{b}^*))$$

と表わされる。

さて，本題の中央集権型モデルと権限委譲型モデルの厚生比較の問題にうつろう。今，生産・報酬計画から成るメニューαを

$$\alpha=\{(\underline{y}(\underline{b}^*),\ \underline{a}^*+\underline{b}^*\underline{y}(\underline{b}^*)),\ (\bar{y}(s),\ \bar{a}^*+s\bar{y}(s))\}$$

とすると，このメニュー α は問題A1の制約条件(11)〜(14)を満たすことがわかる。よって α に対応する社会厚生は，最適生産・報酬システム α^* に対応する社会厚生以下になることがわかる。さらに α と α^* を比較検討することにより，次の命題を得る。

命題6　中央集権型モデルにおける最適生産・報酬システムに対応する社会厚生は，権限委譲型モデルにおける最適線型報酬メニューに対応する社会厚生を上回る。

（証明）$\underline{y}^*=\underline{y}(\underline{b}^*)$ の時を考えよう。命題1，5より，$\bar{y}^*=\bar{y}(s)$ が成り立つ。ここでΔを次の様に定義する。

$$
\begin{aligned}
\Delta &\equiv \bar{a}^*+s\bar{y}(s)-\bar{r}^* \\
&=\underline{b}^*\bar{y}(\underline{b}^*)-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{b}^*))-\underline{b}^*\underline{y}(\underline{b}^*)+\bar{\psi}(\underline{y}^*) \\
&=\underline{b}^*\bar{y}(\underline{b}^*)-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{b}^*))-\{\underline{b}^*\underline{y}^*-\bar{\psi}(\underline{y}^*)\}
\end{aligned}
$$

ここで F(y) を

$$F(y)\equiv\underline{b}^*y-\bar{\psi}(y)$$

$$F'(y)=\underline{b}^*-\bar{\psi}_y$$

となるので

$$F'(y)=0 \qquad \text{if } y=\bar{y}(\underline{b}^*)$$

$$F'(y)>0 \qquad \text{if } y<\bar{y}(\underline{b}^*)$$

一方，$\bar{y}(\underline{b}^*)>\underline{y}^*$ なので

$$F(\bar{y}(\underline{b}^*))>F(\underline{y}^*)$$

よって $\Delta>0$，ゆえに

$$\bar{r}^*\neq\bar{a}^*+s\bar{y}(s)$$

結局，$\alpha^*\neq\alpha$ 　　(Q.E.D.)

4—2　権限委譲型モデル（非線型報酬計画の場合）との厚生比較

ここでは計画官が報酬メニューとして非線型報酬計画を用いるものとする。この点のみが4-1の権限委譲型モデルと異なる。非線型報酬計画 R(y) は次の条件を満たす。

$$R(0)\neq 0 \tag{19}$$

$$R'(y)>0 \tag{20}$$

$$R''(y)<0 \tag{21}$$

(19)は $R(\cdot)$ が固定報酬を含むことを意味している。(21)は企業の均衡生産量が存在するための条件である。さて，計画官は報酬メニューとして γ

$$\gamma=\{\underline{R}(y),\ \bar{R}(y)\}$$

を用いるものとする。但し，$\underline{R}(\cdot)$，$\bar{R}(\cdot)$ は共に(19)～(21)を満たす非線型報酬計画を表わしている。計画官は生産性の低い企業には $\underline{R}(\cdot)$ を，生産性の高い企業には $\bar{R}(\cdot)$ をそれぞれ選ばせるように報酬メニュー γ を策定するものとしよう。この時，社会厚生関数 W^{DN} は次の様に定式化される。

$$\begin{aligned} W^{DN}=&\nu[p\underline{y}(\underline{R}(\cdot))-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{R}(\cdot)))-\lambda\underline{R}(\cdot)] \\ &+(1-\nu)[p\bar{y}(\bar{R}(\cdot))-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{R}(\cdot)))-\lambda\bar{R}(\cdot)] \end{aligned}$$

$$\left(\begin{aligned} \text{但し，}\ \underline{y}(\underline{R}(\cdot))&=\underset{y}{\operatorname{argmax}}\ \underline{R}(\cdot)-\underline{\psi}(\cdot) \\ \bar{y}(\bar{R}(\cdot))&=\underset{y}{\operatorname{argmax}}\ \bar{R}(\cdot)-\bar{\psi}(\cdot) \end{aligned}\right)$$

計画官が作る報酬メニュー $\{\underline{R}(\cdot),\bar{R}(\cdot)\}$ は次の問題の解となるものである。

問題C $\underset{\{\underline{R}(\cdot),\bar{R}(\cdot)\}}{\mathrm{Max}}\ W^{DN}$

$$\begin{aligned} \text{s. t. }\ &\underline{R}(\underline{y}(\underline{R}(\cdot)))-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{R}(\cdot)))\geqq 0 \\ &\bar{R}(\bar{y}(\bar{R}(\cdot)))-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{R}(\cdot)))\geqq 0 \\ &\underline{R}(\underline{y}(\underline{R}(\cdot)))-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{R}(\cdot))) \\ &\qquad\geqq\bar{R}(\underline{y}(\bar{R}(\cdot)))-\underline{\psi}(\underline{y}(\bar{R}(\cdot))) \\ &\bar{R}(\bar{y}(\bar{R}(\cdot)))-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{R}(\cdot))) \\ &\qquad\geqq\underline{R}(\bar{y}(\underline{R}(\cdot)))-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{R}(\cdot))) \end{aligned}$$

問題Cの解を最適非線型報酬メニューと呼び $\gamma^*=\{\underline{R}^*(\cdot),\bar{R}^*(\cdot)\}$ で表わす。この γ^* は三浦〔1989〕と同様な方法で求められる。ここでは結果のみを書く。

命題7 最適非線型報酬メニュー γ^* は次の条件を満たす。

(i) $$\frac{\partial\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot))}{\partial\underline{R}^*(\cdot)}=\frac{\nu+\lambda}{s\nu(1+\lambda)+\lambda(1-\nu)\bar{\psi}_y(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))}$$

(ii) $\dfrac{\partial \bar{y}(\bar{R}^*(\cdot))}{\partial \bar{R}^*(\cdot)}=\dfrac{1}{s}$

(iii) $\underline{R}^*(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))=\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))$

(iv) $\bar{R}^*(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))=\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))+\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))-\bar{\psi}(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))$

さて，こうして得られた γ^* と中央集権型モデルにおける最適生産・報酬システム α^* とを社会厚生の観点から比較する。

命題８　中央集権型モデルにおける最適生産・報酬システム α^* に対応する社会厚生は，権限委譲型モデルにおける最適非線型報酬メニュー γ^* に対応する社会厚生と等しくなる。

（証明）　α^* と γ^* に関して次の事が成り立つことを示そう。

(イ) $\underline{y}^*=\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot))$

(ロ) $\bar{y}^*=\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot))$

(ハ) $\underline{r}^*=\underline{R}^*(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))$

(ニ) $\bar{r}^*=\bar{R}^*(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))$

権限委譲型モデルでは，企業は利潤を最大にする生産量を選ぶので

$$\frac{d\underline{R}^*(\cdot)}{d\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot))}=\underline{\psi}_y(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))$$

$$\frac{d\bar{R}^*(\cdot)}{d\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot))}=\bar{\psi}_y(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))$$

が成り立つ。命題７（ⅰ），（ⅱ）より

$$\underline{\psi}_y(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))=s-\frac{\lambda(1-\nu)}{(1+\lambda)\nu}[\underline{\psi}_y(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))-\bar{\psi}_y(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))]$$

$$\bar{\psi}_y(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))=s$$

命題１より

$$\underline{y}^*=\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot))$$

$$\bar{y}^*=\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot))$$

となる。さらに命題７（ⅲ），（ⅳ）及び命題１より

$$\underline{r}^*=\underline{R}^*(\underline{y}(\underline{R}^*(\cdot)))$$

$$\bar{r}^*=\bar{R}^*(\bar{y}(\bar{R}^*(\cdot)))$$

が成り立つ。従って α^* と γ^* に対応する社会厚生はそれぞれ等しくなる。

(Q.E.D.)

おわりに

本稿では，計画官が報酬計画及び公共財の生産量を決める中央集権型モデルが構築された。この中央集権型モデルに対して導出された最適生産・報酬システムの主要な性質は，次の3点に要約出来る。

(P 1) 最適生産・報酬システムに関して，企業の生産性が向上するほど社会厚生は増える。(命題4)

(P 2) 最適生産・報酬システムに対応する社会厚生は，最適線型報酬メニューに対応する社会厚生よりも大きい。(命題6)

(P 3) 最適生産・報酬システムに対応する社会厚生は，最適非線型報酬メニューに対応する社会厚生に一致する。(命題8)

(P 1) に関しては，権限委譲型モデルの場合にも同様な事が言える[1)]。また (P 2)，(P 3) から，権限委譲型モデルでは，最適非線型報酬メニューが最適線型報酬メニューを強く支配することがわかる。さらに (P 3) は，Melumad and Reichelstein〔1987〕の結論に一致する。しかしながら，Melumad and Reichelstein〔1987〕では，通常のプリンシパル・エイジェンシー理論に従い，プリンシパル (計画官) の期待効用最大化を目的としており，この点は本稿で行った我々の分析と異なる[2)]。また彼らはエイジェント (企業) の私的情報をプリンシパルが正しく引き出させるようにするためにインセンティヴ・コムパティブル契約を用いているが，これは本質的には本稿における自己選抜型契約と同等である[3)]。

注

1) 三浦〔1990〕を参照。

2) 線型報酬計画を用いる時の権限委譲型モデルで，計画官の期待効用最大化問題を定式化してみる。

問題D
$$\underset{\{(\underline{a},\underline{b}),(\bar{a},\bar{b})\}}{\mathrm{Max}}\ \nu[p\underline{y}(\underline{b})-(1+\lambda)(\underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b}))]+(1-\nu)[p\bar{y}(\bar{b})-(1+\lambda)(\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b}))]$$
$$\text{s.t.}\quad \underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}))\geqq 0$$
$$\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))\geqq 0$$

$$\begin{aligned}&\underline{a}+\underline{b}\underline{y}(\underline{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}))\\&\quad\geq\bar{a}+\bar{b}\underline{y}(\bar{b})-\underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))\\&\bar{a}+\bar{b}\bar{y}(\bar{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))\\&\quad\geq\underline{a}+\underline{b}\bar{y}(\underline{b})-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{b}))\end{aligned}$$

問題Dの解 $\beta^{**}=\{(\underline{a}^{**},\underline{b}^{**}),(\bar{a}^{**},\bar{b}^{**})\}$ は

$$\underline{b}^{**}=s-\frac{\frac{1-\nu}{\nu}[\bar{y}(\underline{b}^{**})-\underline{y}(\underline{b}^{*})]}{\frac{\partial\underline{y}(\underline{b}^{**})}{\partial\underline{b}^{**}}}$$

$$\underline{a}^{**}=\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}^{**}))-\underline{b}^{**}\underline{y}(\underline{b}^{**})$$

$$\bar{b}^{**}=s$$

$$\begin{aligned}\bar{a}^{**}=&\bar{\psi}(\bar{y}(s))-s\bar{y}(s)+\underline{\psi}(\underline{y}(\underline{b}^{**}))-\underline{b}^{**}\underline{y}(\underline{b}^{**})\\&+\underline{b}^{**}\bar{y}(\underline{b}^{**})-\bar{\psi}(\bar{y}(\underline{b}^{**}))\end{aligned}$$

となる。命題4より

$$\beta^{*}\neq\beta^{**}$$

であることがわかる。さらに(5)より任意の，b, b′ (b＜b′) に対して

$$\frac{\bar{y}(b)-\underline{y}(b)}{\frac{\partial\underline{y}(b)}{\partial b}}<\frac{\bar{y}(b')-\underline{y}(b')}{\frac{\partial\underline{y}(b')}{\partial b'}}$$

が成り立つことから

$$\underline{b}^{**}<\underline{b}^{*}$$

を得る。

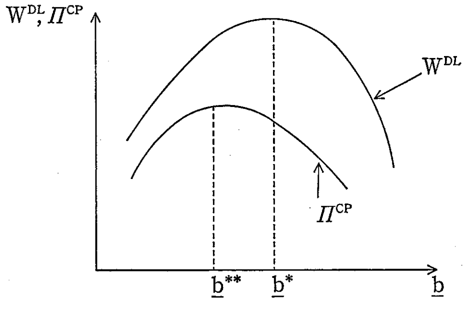

図1

図1から生産性の低い企業に与えるボーナス $\underline{b}$ が閉区間 [$\underline{b}^{**}$ $\underline{b}^{*}$] に属している時には，計画官の利潤を減らした方が社会厚生が高まることがわかる。

3) Melumad and Reichelstein〔1987〕で用いられたインセンティヴ・コムパティブルメカニズムを本稿における中央集権型モデル上で表現してみる。計画官と企業の行動の時間的流れは次の様になる。

T 1　計画官は生産・報酬計画から成るメニュー $\{(\underline{y},\underline{r}),(\bar{y},\bar{r})\}$ を企業に提示する。

T 2　企業は自己のタイプ θ を計画官に報告する。

T 3　計画官は企業によって報告されたタイプ θ が $\underline{\theta}$ の時には $(\underline{y},\underline{r})$ を $\bar{\theta}$ の時には $(\bar{y},\bar{r})$ を生産契約として採用する。

この時，インセンティヴ・コムパティビリティ条件は，

$$\underline{r}-\underline{\psi}(\underline{y})\geqq\bar{r}-\underline{\psi}(\bar{y})$$
$$\bar{r}-\bar{\psi}(\bar{y})\geqq\underline{r}-\bar{\psi}(\underline{y})$$

と表わされ，これらは⒀，⒁の自己選抜条件と同じである。

参考文献

〔1〕 D. P. Baron and D. Besanko, "Monitoring of Performance in Organizational Contracting: The Case of Defense Procurement," Scand. J. of Economics (1988), 329～356.

〔2〕 —— and ——, "Regulation and Information in a Continuing Relationship," Information Economics and Policy (1984), 447～470.

〔3〕 D. P. Baron and R. Myerson, "Regulating a monopolist with unknown costs," Econometrica (1982), 911～930.

〔4〕 X. Freixas, R. Guesnerie and J. Tirole, "Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect," Review of Economic Studies (1985), 173～191.

〔5〕 細江守紀「不確実性と情報の経済分析」九州大学出版会（1987)。

〔6〕 J. Laffont and J. Tirole, "Using cost observation to regulate firm," Journal of Political Economy (1986), 614～641.

〔7〕 T. Lewis and D. Sappington, "Countervailing Incentives in Agency Problems," Journal of Economic Theory (1989), 294～313.

〔8〕 N. Melumand and S. Reichelstein, "Centralization Versus Delegation and the Value of Communication," Journal of Accounting Research (1987), 1～18.

〔9〕 三浦　功「自己選抜モデルを用いた最適報酬計画」九州大学「経済論究」(1989).

〔10〕 ——「最適自己選抜メニュー——企業のタイプが n 種類の場合——」九州大学「経済論究」(1990).