

資本資産評価の裁定理論についての一考察

辻, 聖二

<https://doi.org/10.15017/2920780>

出版情報：経済論究. 78, pp.71-83, 1990-11-14. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：



資本資産評価の裁定理論についての一考察

辻 聖 二

目 次

- I. はじめに
- II. 資本資産評価モデル (CAPM)
- III. CAPM に対する批判
- IV. 資本資産評価の裁定理論 (APT)
- V. むすび

I. は じ め に

1960年代半ばに, W. F. Sharpe[15], J. Lintner[6], J. Mossin[9]によって展開された資本資産評価モデル (Capital Asset Pricing Model; CAPM) は, その発表以来さまざまな批判にさらされながらも, 資本市場における一般均衡理論¹⁾として研究者及び実務家たちによって広く受け入れられてきた。というのも, CAPM のモデルとしての扱い易さ, 収益とリスクとの間の関係の明瞭性, 経済学的解釈の容易さなどが, 非常に魅力的であったからである。

しかしながら, R. Roll[10] は, CAPM の検証可能性と投資パフォーマンスの評価基準としての有効性に疑問を持ち, CAPM を痛烈に批判した。この R. Roll の批判及び実証研究からのベータ係数以外の重要な変数の存在の示唆をうけて, S. A. Ross[12] は, 資本資産評価の裁定理論 (The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Arbitrage Pricing Theory; APT) を提唱したのである。APT は, 実証可能な理論の構築を前提に考察されたものであり, 現実的・直観的モデルに経済学的解釈を加えた理論であると言うことが

できる。

本論文の目的は、APT の数学的導出過程を明らかにし、CAPM との比較を行なうことによって APT の特徴と問題点を明確にすることである。

以下第Ⅱ節では、CAPM を簡単にふり返ってその特徴と問題点を述べておく。第Ⅲ節では、CAPM に対するいくつかの批判を紹介する。第Ⅳ節では、S. A. Ross によって展開された APT の数学的導出過程を明らかにし、CAPM との比較を通してその特徴を明確にする。最後の第Ⅴ節では、APT のいくつかの問題点を指摘し今後の課題を述べる。

Ⅱ．資本資産評価モデル (CAPM)

仮定を述べる。

〔仮定 1〕 すべての投資家は、合理的²⁾ で危険回避的である。

〔仮定 2〕 投資家は、投資決定にあたり共通の時間視野を持つ。

〔仮定 3〕 危険資産（またはポートフォリオ）の投資収益率は、その期待値と標準偏差（または分散）のみに基づいて決定され、この 2 つのパラメーターについて投資家は同一の予想を有する。

この〔仮定 3〕は、ポートフォリオ理論がいわゆる「2 パラメーター・アプローチ」によって展開されることを意味しているが、このことは必然的に

(i) 投資収益率の確率分布が、正規分布に従う。

または

(ii) 投資家の効用関数が、二次式でよく近似される。

ということを仮定している、ということに注意しなければならない。

〔仮定 4〕 投資家は、無危険利子率 R_f で自由に借入れ・貸付けできる³⁾。

〔仮定 5〕 資本市場は、

(i) 投資家は、price taker である。

(ii) すべての資産は、完全に分割可能であり、流動的である。

(iii) 取引コストや税は存在しない。

という意味において完全市場である。

以上の仮定に基づいて展開された CAPM を示すと次のようである。

$$E(\tilde{R}_j) = R_f + [E(\tilde{R}_M) - R_f] \beta_j,$$

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)}{\sigma^2(\tilde{R}_M)} \quad \dots\dots\dots(1)$$

但し、 $E(\cdot)$ は期待演算子であり、 $\sim$ (チルド) は確率変数を意味する。また、 R_j 、 R_M はそれぞれ、 j 資産の収益率、市場ポートフォリオの収益率を表わす。

CAPM は、市場が、危険資産の期待収益率が無危険利子率に市場で決定されるリスク・プレミアムを加えた値に等しくなるように、危険資産を評価すること、を意味しているのである。CAPM の特徴は、個々の資産収益率のリスクを標準偏差（または分散）ではなく市場全体のリスクとの関連で（ベータ係数で）とらえているということであり、また、そのベータ係数によって個々の資産の事前の期待収益率の差を説明しているということである。

しかしながら、CAPM に対しては、本当にたった1つの変数すなわちベータ係数だけで市場に存在するすべての資産の収益率を説明できるのか、という素朴な疑問が生じる。実証研究からもベータ係数以外の重要な変数の存在が示唆されており、理論と実証との間の不一致がみられる。さらに実証研究において重要なことは、CAPM が事前の予測モデルだということである。つまり、事前の予測モデルたる CAPM を事後の観察値で検証しているのである⁴⁾。

III. CAPM に対する批判

本節では、R. Roll[10] と S. A. Ross によるいくつかの CAPM 批判を紹介する。

R. Roll によると、CAPM は、市場ポートフォリオが平均一分散効率的である限り必ず成立するリスクと収益との間の均衡関係式である。したがって、CAPM に関する検証とは、市場ポートフォリオが事後的に効率的であるかどうかの検証にはかならない。このことから、CAPM の検証には真の市場ポートフォリオが使われなければならない。しかしながら、真の市場ポートフォリ

オを把握することは実際問題として非常に困難なことである。なぜなら、真の市場ポートフォリオは市場に存在するすべての資産を含んでいなければならないからである。また、もし代理市場ポートフォリオ（例えば、S&P500 など）を使って CAPM の検証を行なうとしても、それはあくまでも代理市場ポートフォリオが有効ポートフォリオであるかどうかを検証したに過ぎない。しかも、近似的にも代理市場ポートフォリオが真の市場ポートフォリオに等しいとは言いがたいのである。これが CAPM の検証可能性に対する R. Roll の批判である。

また、R. Roll は CAPM の投資パフォーマンスの評価基準としての有効性に対しても批判を行なっている。もし一般均衡モデルたる CAPM が成立しており、市場ポートフォリオが平均一分散効率的であるならば、どんな資産の期待投資収益率も CAPM を用いて計算される収益率に等しくなる。したがって、CAPM は、投資決定について常に無差別であるという結論を下すことになり、投資パフォーマンスの評価基準としての意味を持たなくなってしまう。逆に、もし CAPM が成立していないならば、CAPM を投資パフォーマンスの評価基準として使う必然性は全くないのである⁵⁾。

一方、S. A. Ross〔13〕は理論的な理由から CAPM に対する批判を行なっている。つまり、(1)の線型関係は市場ポートフォリオの平均一分散効率性から生じているが、そのような効率性を保証するための投資収益率の確率分布の正規性又は投資家の二次選好についての仮定（すなわち、CAPM の〔仮定3〕）を理論的に正当化することは難しい、と指摘している。かくて、S. A. Ross は資本資産の評価に関して CAPM にとって代わる代替的な理論を展開したのである。

IV. 資本資産評価の裁定理論 (APT)

APT は、次のような仮定を置いている。

〔仮定1〕 すべての投資家は、合理的で危険回避的である。

〔仮定2〕 資本市場は、

- (i) 投資家は, price taker である。
- (ii) すべての資産は, 完全に分割可能であり, 流動的である。
- (iii) 取引コストや税は存在しない。

という意味において完全市場である。

〔仮定 3〕 投資家は, j 資産の投資収益率 ($\tilde{R}_j$) はすべての危険資産の収益率に共通に影響を及ぼす K 個の因子 ($F_k, k=1, \dots, K$) をもつ次の確率過程から生成される, と考えている。

$$\tilde{R}_j = E(\tilde{R}_j) + \sum_{k=1}^K b_{jk} [F_k - E(F_k)] + \tilde{\varepsilon}_j$$

$$j=1, \dots, N$$

但し, b_{jk} は, 共通因子 (F_k) の変動に対する j 資産の反応度を示す係数である。また, $\tilde{\varepsilon}_j$ は, j 資産に固有の非システムティックな変動要因を示す攪乱項であり,

$$E(\tilde{\varepsilon}_j) = 0, \sigma^2(\tilde{\varepsilon}_j) < \infty, \forall j$$

と仮定される。

〔仮定 4〕 各共通因子間, 各攪乱項間, 及び共通因子と攪乱項との間の相関関係はない。すなわち,

$$\text{cov}(F_k, F_l) = 0, k \neq l$$

$$\text{cov}(\tilde{\varepsilon}_j, \tilde{\varepsilon}_i) = 0, j \neq i$$

$$\text{cov}(\tilde{\varepsilon}_j, F_k) = 0, \forall j,$$

これらの仮定から APT を導出する経済学的論拠は, 「均衡状態においては, リスクを追加的に負担することなしに裁定利益を得ることはできない。」ということである。以下では, APT の数学的導出過程を明らかにし, 経済学的解釈を加える。

$$b_k = \begin{bmatrix} b_{1k} \\ \vdots \\ b_{Nk} \end{bmatrix} \quad (k=1, \dots, K), \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ \vdots \\ \tilde{R}_N \end{bmatrix}$$

$$B = [b_1, \dots, b_K], \quad E = \begin{bmatrix} E(\tilde{R}_1) \\ \vdots \\ E(\tilde{R}_N) \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (N \times 1)$$

と書くことにする。投資家の効用関数 $U(x)$ を, 単調増加凸関数 $G(\cdot)$ を使

って次のように表わす。

$$U(x) = G[U(x; r)]$$

但し、 $U(x; r)$ は、相対的危険回避度 r が一定の効用関数であって、

$$U(x; r) = \begin{cases} x^{1-r}/(1-r), & r \neq 1 \\ \log x, & r = 1 \end{cases}$$

となることはよく知られている。以下では、特に $r \neq 1$ の場合について考えることにする⁶⁾。

α^0 を当該投資家にとって最適のポートフォリオとして、

$$\alpha^0 E < m$$

となるような、ある $m (< \infty)$ が存在すると仮定する。この時、

$$\begin{aligned} E\{U[W^N \alpha^0 \tilde{x}]\} &\leq U[W^N \alpha^0 E] \\ &\leq U[W^N m] \quad \dots\dots\dots (2) \\ &= G[(W^N)^{1-r} U(m; r)] \end{aligned}$$

但し、 W^N は特定の富の列を表わしているだけであり、結果とは無関連である。ここで、以下に示すような非システムティック・リスク最小化問題を考えよう。

問題 Minimize $\eta' V \eta$

subject to $\eta' e = 0$

$$\eta' b_k = 0, \quad (k=1, \dots, K)$$

$$\eta' E = d > m + t$$

但し、 V は $\tilde{\epsilon}_j$ の共分散行列であり、 t は有限責任資産への投資 1 単位当たりの最大債務損失である。ベクトル η は、 $\eta' e = 0$ から裁定ポートフォリオであり、かつ、 $\eta' b_k = 0$ からゼロ・ベータ・ポートフォリオである、ということに注意すべきである。

解法 この問題をラグランジュ乗数法を用いて解くことにする。

$$\phi = \eta' V \eta - 2\lambda(\eta' X - d)$$

但し、 $X = [E : B : e]$ であり、フルランクであるとする⁷⁾。上式を η' について微分して 0 とおくと、

$$2V\eta - 2X\lambda = 0$$

$$\therefore V\eta = X\lambda$$

3つの制約条件式を使って整理すると,

$$[X'V^{-1}X]\lambda = \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}$$

さらに $V' = V$ に注意して変形すると

$$\begin{aligned} \eta' V \eta &= \lambda' \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= [d, 0][X'V^{-1}X]^{-1} \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

一般に, 二次平均で確率変数の列がある定数に収束するならば, その期待効用も収束する, ということが知られている⁸⁾。

定理 I $\eta' V \eta \rightarrow 0$ を満足するような部分列は存在し得ない。

証明 もしそのような部分列が存在するならば,

$$E\{U(\eta\bar{x} - t; r)\} \rightarrow U(d - t; r) > U(m; r)$$

このとき,

$$\begin{aligned} E\{U[W^N(\eta\bar{x} - t)]\} &= E\{G[(W^N)^{1-r}U((\eta\bar{x} - t); r)]\} \\ &> G[(W^N)^{1-r}E\{U((\eta\bar{x} - t); r)\}] \\ &> G[(W^N)^{1-r}U(m; r)] \end{aligned}$$

となるが, これは α^0 の最適性 (2)式) に反する。したがって, 任意の N に対して,

$$\eta' V \eta > a > 0$$

となるような a が存在する。

Q.E.D.

定理 II $\langle X^N \rangle$ を $N \times K$ 行列の推移とし, $\langle H^N \rangle$ を対角成分 $\langle h_1 \rangle, \langle h_1, h_2 \rangle, \dots$ を持つ対角行列の推移とする。但し,

$$\min\{h_j\} = h > 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

とする。ある p と a に対して,

$$p' [X^{N'} H^N X^N]^{-1} p > a > 0$$

が成立するならば,

$$(X^N a^*)' (X^N a^*) \leq A < \infty$$

かつ,

$$a^*p=1$$

を満たす a^* と A が存在する。但し, $X^N(N \geq K)$ はフルランクとする。

証明 まず, 次のような問題を考える。

$$\text{Minimize } (X^NZ^N)'H^N(X^NZ^N)$$

$$\text{subject to } Z^Np=1$$

ラグランジェ乗数法を用いて解を求めると,

$$Z^N=\lambda[X^N'H^NX^N]^{-1}p$$

但し,

$$\begin{aligned}\lambda &= (X^NZ^N)'H^N(X^NZ^N) \\ &= (p'[X^N'H^NX^N]^{-1}p)^{-1} \\ &\leq 1/a < \infty\end{aligned}$$

(3)式を使って整理すると,

$$(X^NZ^N)'(X^NZ^N) \leq 1/ha \equiv A < \infty$$

ここで, 上式が任意の N に対して成立することを示しておく。もし, ある $\hat{N}(<N)$ に対して,

$$(X^{\hat{N}}Z^{\hat{N}})'(X^{\hat{N}}Z^{\hat{N}}) > A$$

であると仮定すると, ある N に対して,

$$(X^NZ^N)'(X^NZ^N) \geq (X^{\hat{N}}Z^{\hat{N}})'(X^{\hat{N}}Z^{\hat{N}}) > A$$

となるが, これは仮定に矛盾する。

したがって, $Z^N \rightarrow a^*$ とすることによって,

$$(X^Na^*)'(X^Na^*) \leq A < \infty$$

$$a^*p=1$$

を得ることができる。

Q.E.D.

$p'=[d, 0]$ とすると, 問題, 定理 I 及び定理 II から, 次のことが成り立つことがわかる。

すべての N に対して,

$$(Xa^*)'(Xa^*) \leq A < \infty$$

但し,

$$a^*{}'p=da_1^*=1$$

また, $da^*=(1, -\gamma, -\rho)$ とすれば,

$$\sum_{j=1}^{\infty} [E(\tilde{R}_j) - \rho - \sum_{k=1}^K \gamma_k b_{jk}]^2 < \infty$$

を得る。このことから, 有限のいくつかの資産を除くほとんどすべての資産に対して,

$$E(\tilde{R}_j) \approx \rho + \sum_{k=1}^K \gamma_k b_{jk} \quad \dots\dots\dots(4)$$

という近似式が成立することがわかる。

これが APT の数学的導出過程であるが, 以下ではさらに経済学的解釈を加える。

まず, ρ について検討を行なう。安全資産が存在して, 每期, 無危険利子率 (R_f) を生じると仮定する。各共通因子の変動に対する安全資産の反応度を $b_{fk}(k=1, \dots, K)$ とすると,

$$b_{fk}=0, \quad (k=1, \dots, K)$$

である。したがって,

$$\rho \approx R_f$$

であることがわかる。もし安全資産が存在しなかったならば, ρ は, すべての共通因子の変動に対する反応度がゼロであるようなポートフォリオ (F. Black[1] 的なゼロ・ベータ・ポートフォリオ) の期待収益率に等しくなる。

次に, $\gamma_k(k=1, \dots, K)$ について詳しくみてみることにする。いま, 第 k 番目の共通因子の変動に対する反応度が 1 であり, その他の共通因子の変動に対する反応度が 0 であるような, すなわち,

$$b_{jl}=1, \quad l=k$$

$$b_{jl}=0, \quad l \neq k$$

であるようなポートフォリオ C を考える。j 資産への投資比率を $c_j(j=1, \dots, N)$ で表わすことにすると,

$$\sum_{j=1}^N c_j = 1$$

である。(4)式の両辺に c_j を掛けて、 j について合計すると、

$$\sum_{j=1}^N c_j E(\tilde{R}_j) \approx \sum_{j=1}^N c_j \rho + \sum_{j=1}^N c_j \sum_{k=1}^K \gamma_k b_{jk}$$

$$\therefore E(\tilde{R}^k) \approx \rho + \gamma_k$$

但し、 R^k は、ポートフォリオ C の収益率であり、S. A. Ross によって第 k 番目の因子ポートフォリオの収益率と呼ばれている。この議論はすべての $k(k=1, \dots, K)$ について当てはまる、ということに注意すべきである。

以上の経済学的解釈によって、

$$E(\tilde{R}_j) \approx R_f + \sum_{k=1}^K [E(\tilde{R}^k) - R_f] b_{jk} \quad \dots\dots\dots(5)$$

というリスクと収益との間の近似的な線型関係が成立することがわかった。

さて、CAPM と APT との比較を行なうことにしよう。まず第一に、APT は、CAPM の長所——モデルの扱い易さ、明瞭さ、経済学的解釈の容易さなど——を残しつつ資産収益の説明要因としてより多くの因子を取り入れているという意味においてより一般的である。(1)式と(5)式を比較すれば容易にわかることだが、CAPM が市場全体の収益の変動に関する 1 つの因子によって資産収益を説明しているのに対して、APT は K 個の因子で資産収益を説明しているのである。さらに重要なことは、CAPM に関する実証研究がベータ係数以外の重要な変数の存在を示唆していただけであるのに対して、APT は、それらの複数の因子がそれぞれリスク・プレミアムに関連していることを示しているのである。

第二に、CAPM が市場ポートフォリオの平均—分散効率性に大きく依存して展開された理論モデルであるのに対して、APT は、市場ポートフォリオが平均—分散効率的であるかどうかということを問題にしていない。つまり、CAPM は市場に存在するすべての資産を対象とした一般均衡評価モデルであるが、APT は、〔仮定 3〕の収益生成過程にしたがう資産の集合に対して構築された相対的均衡評価モデル⁹⁾なのである。したがって、S. A. Ross の APT には、市場レベルでの一般均衡評価モデルの構築という課題が残されることになる。

最後に、しかし最も重要なことであるが、S. A. Ross[12] が特に強調しているように、APT は、CAPM とは異なり、投資家の効用関数の型及び資産収益率の分布の型について何ら制約を課していない。このことは、CAPM と APT の分析手法の違いに依存している。つまり、CAPM が「2パラメーター・アプローチ」と呼ばれる分析手法を採っているのに対して、APT は、「均衡状態の下での裁定機会の不存在」という経済学的論拠の下で漸近理論を採用しているのである。

V. む す び

我々は S. A. Ross[12] の所論に基づいて APT を検討してきた。APT はある意味において CAPM をより一般化した相対的均衡評価理論であるということがわかった。

しかしながら、APT はあくまでも近似的に成立する線型関係である、ということに注意しなければならない。確かに、線型近似は資産数 N を増やすことによって改善できるが、これは APT にとって望ましいことではない。というのは、CAPM が市場ポートフォリオを把握する困難に直面したのと同様に、APT もまた、資産数 N を増やせば N 個の資産から成るポートフォリオを把握する困難に直面することになるからである。したがって、APT に関して近似の誤差評価を行ない、モデルの信頼性・検証可能性について検討を加える必要があると思われる。

同じ理由から〔仮定 4〕の

$$\text{cov}(\tilde{\varepsilon}_j, \tilde{\varepsilon}_i) = 0, i \neq j$$

という仮定をゆるめることが望まれる。APT は、 $b_{jk}(k=1, \dots, K)$ について解くことができるためには

$$N \geq K$$

という条件を必要としており、資産数 N が少なくなれば共通因子数 K も少なくならざるを得ない。故に、 K 個の共通因子だけでは十分に資産収益率を説明できなくなり、結果としていくつかの攪乱項の間には何らかの相関関係が残るこ

とになるのである。しかしながら、このことは実務への応用や統計的データ分析にとっては非常に現実的であり、「現実への接近」という APT の理論構築理念にとって何ら妨げとなるものではない。さらに、実証研究面で重要な問題は、共通因子数 K をどれくらいにすべきか、共通因子として何を選択すべきか、という問題である。

また、先に少し触れたように、S. A. Ross の APT は相対的均衡評価モデルなので、市場レベルでの一般化された均衡理論を導出するという問題が我々には残されている。そして、APT の一般均衡モデルを導出すれば、APT の理論的位置づけが明確になる。すなわち、APT が CAPM にとって代わる均衡理論となるかそれとも CAPM の現実への一接近方法に過ぎないモデルとなるかがわかるであろう。

最後に、APT もまた、CAPM と同じように事前の予測モデルであることに注意しなければならない。つまり、事前の予測モデルたる APT の検証は事後の観察値で行われているのである。したがって、真に厳密な理論の構築を目指すならば、事前の予測値を事後の観察値に変換する動学モデルを考えざるを得ないであろう。

〔注〕

- 1) 一般均衡理論とは、ある特定の資産に対してではなく、市場に存在するすべての資産に対して成立している均衡理論のことを指す。
- 2) 投資家が合理的であるとは、投資家は常に少ない富よりもより多くの富を選好し富の増加が現金収入の形態をとるか資本利得（キャピタル・ゲイン）の形態をとるかにについて無差別である、ということの意味している。
- 3) F. Black〔1〕は、借入れに制約がある場合でも CAPM が成立することを示した。
- 4) CAPM に関する実証研究からの批判・検討については、特に Diana R. Harrington〔3〕に詳しい。
- 5) この問題は均衡概念と密接な関係がある。つまり、CAPM が均衡モデルでないならば、それを投資パフォーマンスの評価基準として使うかどうかは、単に考え方の問題であって重要な問題にはならないのである。
- 6) $r=1$ の場合もこれと同様の方法で証明することができる。
- 7) 従属因子を排除したり、共通因子をくくり出すことによって、常にフルランクの行列として扱うことができる。
- 8) この点についての詳しい検討は、M. Loeve〔7〕を参照されたい。

- 9) 相対的均衡評価モデルとは、市場に存在するすべての資産に対して成立する均衡モデルではなく、ある特定の資産の集合に対してのみ成立する部分的な均衡モデルであることを意味している。

参考文献

- [1] Black, F., "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, Vol. 45, 1972, pp. 444-454.
- [2] Connor, G., "A Unified Beta Pricing Theory", *Journal of Economic Theory*, Vol. 34, 1984, pp. 13-31.
- [3] Harrington, Diana R., *Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory A User's Guide*, 2nd ed. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1987.
- [4] Huberman, G., "A Simple Approach to Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Economic Theory*, Vol. 28, 1982, pp. 183-191.
- [5] Ingersoll, J. E. Jr., "Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing", *The Journal of Finance*, Vol. 39, No. 4, 1984, pp. 1021-1039.
- [6] Lintner, J., "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolio and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, 1965, pp. 13-37.
- [7] Loeve, M., *Probability Theory*, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1963.
- [8] 三浦良造『モダンポートフォリオの基礎』同文館, 1989.
- [9] Mossin, J., "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, Vol. 34, 1966, pp. 768-783.
- [10] Roll, R., "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests", *Journal of Financial Economics*, Vol. 4, 1977, pp. 129-176.
- [11] Roll, R. and S. A. Ross., "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", *The Journal of Finance*, Vol. 35, No. 5, 1980, pp. 1073-1103.
- [12] Ross, S. A., "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, 1976, pp. 341-360.
- [13] Ross, S. A., "Return, Risk, and Arbitrage", in Friend, I. & J. L. Bicksler, eds., *Risk and Return in Finance*, Vol. 1, Ballinger Publishing Co., Cambridge, Mass., 1977, pp. 189-218.
- [14] 榊原茂樹『現代財務理論』千倉書房, 1986.
- [15] Sharpe, W. F., "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *The Journal of Finance*, Vol. 19, 1964, pp. 425-442.
- [16] 若杉敬明「Arbitrage Pricing Theory について——S. A. Ross のモデルとわが国の実証研究——」, 日本証券経済研究所計測室テクニカルペーパー, No. 59, 1983, pp. 49-68.