最適自己選抜メニュー : 企業のタイプがn種類の場合

三浦, 功

https://doi.org/10.15017/2920774

出版情報：経済論究. 77, pp.199-222, 1990-07-27. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

最適自己選抜メニュー
——企業のタイプがn種類の場合——

三浦　功

目　次

はじめに

Cooper〔1984〕はエイジェントの選好に関するタイプが離散的である場合のプリンシパルーエイジェント問題を，自己選抜モデルを用いて考察している。エイジェントの選好が単一交叉性の条件を満たす時，自己選抜条件を表わす制約式の数が近隣条件より減らすことが出来るというのがCooper〔1984〕の分析の重要なポイントになっている。本稿では，この手法を三浦〔1989〕の自己選抜モデルに適用する。三浦〔1989〕では企業（エイジェント）のタイプは2種類と仮定されていたが，これをn種類に拡張する。計画官（プリンシパル）が企業のタイプを予想する確率がmonotonic hazard rate propertyを満たし，さらに企業の費用関数にある制約条件を課した時，最適自己選抜メニュー（社会厚生を最大にする報酬メニュー）が分離メニューとなることが明らかにされる。さらに，この最適自己選抜メニューの性質として，企業の生産技術が高くなるほど，企業の利潤，計画官の利潤及び社会厚生が増えることが示

される。

1. モデル

本稿では計画官がある一つの企業に公共財の生産を委託する問題を取りあげる。計画官は，企業と生産契約をする際，まず，報酬メニューを企業に提示するものとしよう。企業には，その報酬メニューの中から自由に報酬計画を選び出す権利が与えられておりさらに公共財の生産量も決められるものとしよう。企業が実際に行った生産量に対し，計画官は企業によって選択された報酬計画に沿い，報酬を支払う。これにより，計画官と企業の間の生産契約が完了する。ここで計画官は，報酬メニューを提示する際，企業の生産技術に関し完備な情報を入手していないものとしよう。従って，計画官にとって，そのような不完備情報のもとで社会厚生を最大にする報酬メニューを作ることが課題となる。他方，企業は，計画官によって示された報酬メニューに基づき，利潤を最大にする報酬計画ならびに生産量を選ぶであろう。企業は外生的に与えられた公共財の価格Pのもとで生産を行う。その生産量をyとしよう。企業のタイプは全部でn種類あり，それらは生産技術をあらわすパラメーター θ_i (i=1, 2, ……, n, $\theta_1<\theta_2<\cdots\cdots<\theta_n$) で区別されているとしよう。このパラメーターの値が大きいほど企業は高度な生産技術を持っているものとする。さらに，各タイプの企業は自己のタイプを知っているが，計画官は知らないものとする。ただし，計画官は当該企業が θ_i タイプであることを ν_i の確率で予想しているものとしよう。この ν_i に関し，次の仮定を置く。

〈仮定1〉 (monotonic hazard rate property)

$$\sum_{t=i+1}^{n} \nu_t/\nu_i \text{はiの減少関数}$$

〈仮定1〉は，一様分布，ボアソン分布，正規分布等の数多くの理論的確率分布が満たしている。θ_i タイプの企業の費用関数を $\psi(y, \theta_i)$ で表わし，次の条件を満たすものとする。

$$\psi_y>0 \tag{1}$$

$$\psi_{yy}>0 \tag{2}$$

$$\psi(y,\theta_i)>\psi(y,\theta_{i+1}) \quad (i=1,2,\cdots,n-1) \tag{3}$$

$$\psi_y(y,\theta_i)>\psi_y(y,\theta_{i+1}) \quad (i=1,2,\cdots,n-1) \tag{4}$$

ここで ψ_y, (ψ_{yy}) は y に関する 1 階（2 階）の微分を表わしている。(3)は，企業の生産性が高くなるにつれ生産費用は減少し，(4)は，限界費用は生産性の向上とともに減少することを意味している。図 1 は θ_i, θ_j $(\theta_i<\theta_j)$ の企業の費用関数を描いたものである。

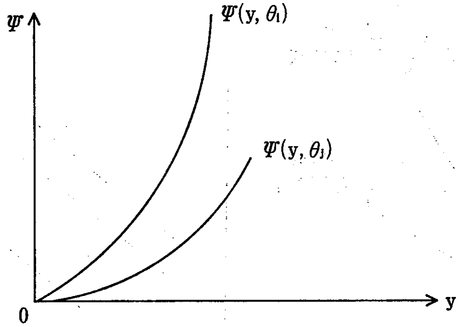

図 1　企業の費用関数

さて，計画官が用いる報酬メニュー α は次の n 組の報酬計画から成るものとしよう。

$$\alpha=\{(a_1,b_1),(a_2,b_2),\cdots\cdots,(a_n,b_n)\} \tag{5}$$

（但し，$b_i>0$）

(5)において a_i は企業の生産量に依存しないで定まる固定報酬を，b_i は生産量 1 単位に対し賦与されるボーナスをそれぞれ表わしている。すなわち，企業が選ぶ報酬計画 (a, b) $(\in\alpha)$ と生産量 y に対し，与えられる報酬 R(y) は a+by となる。次に企業の利潤関数 $\Pi^F(y,\theta_i)$，計画官の利潤関数 $\Pi^{cp}(y)$，社会厚生関数 $W(y,\theta_i)$ を順次定義する。まず，$\Pi^F(y,\theta_i)$ は

$$\Pi^F(y,\theta_i)=a+by-\psi(y,\theta_i) \tag{6}$$

により定義する。$\Pi^{cp}(y)$ は

$$\Pi^{cp}(y)=py-(1+\lambda)(a+by) \tag{7}$$

で表わす。ここで λ は計画官が報酬 a+by を企業に与える時にかかる社会費

用を表わすパラメーターとする。さらに社会厚生関数 $W(y, \theta_i)$ を企業の利潤と計画官の利潤の和として定義する。すなわち,

$$W(y,\theta_i)=\Pi^F+\Pi^{cp}$$
$$=py-\psi(y,\theta_i)-\lambda(a+by) \tag{8}$$

(6), (7)より企業と計画官の等利潤曲線が描けるが，それらは図2，図3のようになる。

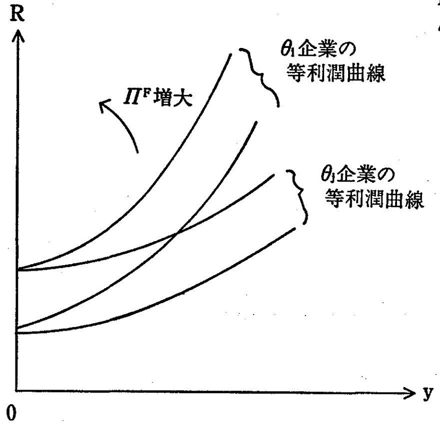

図2　企業の等利潤曲線($\theta_i < \theta_j$)

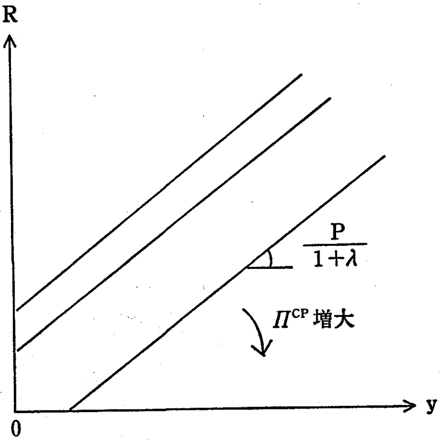

図3　計画官の等利潤曲線

ここで計画官は，各タイプの企業に0以上の利潤を保証する報酬メニュー α を提示するものとしよう。さらに，この報酬メニュー α に対し，計画官はタイプ θ_i の企業には，報酬計画 (a_i, b_i) を選ばせたいと考えているものとしよう。計画官は，企業の生産技術に関し，不完備な情報しか持っていないのでこの場合の社会厚生関数（正確には期待社会厚生関数）Wは，次の様に定式化される。

$$W=\sum_{i=1}^{n}\nu_i[py_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))-\lambda(a_i+b_iy_i(b_i))] \tag{9}$$

$$\left(\begin{array}{l}\text{但し，} y_i(b_i)\equiv\underset{y}{\operatorname{argmax}}\ a_i+b_iy_i-\psi(y,\theta_i)\\ \qquad \psi^i(\cdot)\equiv\psi(\cdot,\theta_i)\end{array}\right)$$

ここで企業の生産に関し，次の仮定をする。

〈仮定２〉 任意のボーナス b に対して，

$$\frac{\dfrac{y_{i+1}(b)-y_i(b)}{\dfrac{dy_i(b)}{db}}}{} > \frac{\dfrac{y_{i+2}(b)-y_{i+1}(b)}{\dfrac{dy_{i+1}(b)}{db}}}{} \tag{10}$$

$$(i=1, 2, \cdots, n-2)$$

〈仮定２〉 の持つ含意は，付録Bで詳しい考察をするが，ここでは(10)が企業のタイプ θ_i とボーナス b との間の限界代替率の逓減を表わすことを指摘するにとどめる。さて，計画官が作る報酬メニュー $\alpha=\{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \cdots\cdots, (a_n, b_n)\}$ は，次の問題の解となるものである。

問題Ａ１ $\underset{\{(a_1,b_1),(a_2,b_2),\cdots,(a_n,b_n)\}}{\text{Max}}\ W$

$$\text{s.t. } a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq 0 \tag{11}$$

$$(i=1, 2, \cdots, n)$$

$$a_i+b_iy_i(b_i)\psi^i(y_i(b_i)) \tag{12}$$

$$\geqq a_j+b_jy_i(b_j)-\psi^i(y_i(b_j))$$

$$(i, j=1, 2, \cdots, n)$$

(11)は各タイプの企業に少なくとも０以上の利潤を保証する参加条件を表わしており，(12)はタイプ θ_i の企業にとって，報酬計画 (a_i, b_i) を選んだ時の利潤が他の報酬計画 (a_j, b_j) を選ぶ時の利潤以上になることを意味する自己選抜条件を表わしている。

2. 最適自己選抜メニューの導出

本節では問題Ａ１を解くことが主要目的である。そのためには，以下で与えられる補題１～８が必要となるが補題１，３，５，６，７，８の証明は付録Aで行なう。まず初めに費用関数に関する条件(1)～(4)から直接得られる性質を補題１にまとめる。

補題１ 任意のボーナス b に対して，

$$y_{i+1}(b)-y_i(b)>0 \quad (i=1, 2, \cdots, n-1)$$

この補題は Cooper〔1984〕の単一交叉性の条件と同等である。次の補題2～5は自己選抜条件の持つ性質を特徴づけている。

補題2　報酬メニューαが自己選抜条件(12)を満たしている時，

(i)　$a_1 \geqq a_2 \geqq \cdots\cdots \geqq a_n$

(ii)　$b_1 \leqq b_2 \leqq \cdots\cdots \leqq b_n$

が成り立つ。

(証明)　三浦〔1989〕補題2を参照。

補題3　報酬メニューαが $b_i \geqq b_{i-1}$ の時，

$$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq a_{i-1} + b_{i-1} y_i(b_{i-1}) \psi^i(y_i(b_{i-1}))$$

を満たすならば，

$$a_i + b_i y_{i+1}(b_i) - \psi^{i+1}(y_{i+1}(b_i))$$
$$\geqq a_{i-1} + b_{i-1} y_{i+1}(b_{i-1}) - \psi^{i+1}(y_{i+1}(b_{i-1}))$$
$$(i=2, 3, \cdots, n-1)$$

が成り立つ。

補題4　報酬メニューαが $b_{i+1} \geqq b_i$ の時

$$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq a_{i+1} + b_{i+1} y_i(b_{i+1}) - \psi^i(y_i(b_{i+1}))$$

を満たすならば，

$$a_i + b_i y_{i-1}(b_i) - \psi^{i-1}(y_{i-1}(b_i))$$
$$\geqq a_{i+1} + b_{i+1} y_{i-1}(b_{i+1}) - \psi^{i-1}(y_{i-1}(b_{i+1}))$$
$$(i=2, 3, \cdots, n-1)$$

が成り立つ。

(証明)　補題3と同様。

補題5 (近隣条件)　報酬メニュー α が自己選抜条件(12)を満たすことと，次の3つの条件を満たすことは同値である。

(i)　$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i))$
$$\geqq a_{i+1} + b_{i+1} y_i(b_{i+1}) - \psi^i(y_i(b_{i+1}))$$
$$(i=1, 2, \cdots, n-1)$$

(ii)　$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i))$
$$\geqq a_{i-1} + b_{i-1} y_i(b_{i-1}) - \psi^i(y_i(b_{i-1}))$$

$(i=2, \cdots, n)$

(iii)　$b_{i+1} \geqq b_i$　　$(i=1, 2, \cdots, n-1)$

補題3は，θ_i タイプの企業にとって報酬計画として (a_{i-1}, b_{i-1}) よりも (a_i, b_i) を選ぶ時の方が利潤が等しいかまたは大きくなる時には，これと同様のことが θ_{i+1} タイプの企業についても言えることを意味している。補題4は，補題3と対照的に，θ_i タイプの企業が報酬計画として (a_{i+1}, b_{i+1}) よりも (a_i, b_i) を選ぶ時の方が利潤が等しいかまたは大きくなる時には，これと同様のことが θ_{i-1} タイプの企業についても言えることを述べている。

補題5を用いることにより問題A 1は次の様に置き換えることが可能となる。

問題A 2　$\underset{\{(a_1,b_1),(a_2,b_2),\cdots,(a_n,b_n)\}}{\mathrm{Max}}\ W$

$$\text{s.t.}\ a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq 0 \qquad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{11}$$

$$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq a_{i+1} + b_{i+1} y_i(b_{i+1}) - \psi^i(y_i(b_{i+1})) \qquad (i=1, 2, \cdots, n-1) \tag{13}$$

$$a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq a_{i-1} + b_{i-1} y_i(b_{i-1}) - \psi^i(y_i(b_{i-1})) \qquad (i=2, 3, \cdots, n) \tag{14}$$

$$b_{i+1} \geqq b_i \qquad (i=1, 2, \cdots, n-1) \tag{15}$$

制約条件(11)と(14)の間には次の補題で示される関係が成り立つ。

補題6

$$a_1 + b_1 y_1(b_1) - \psi^1(y_1(b_1)) \geqq 0,\ a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) \geqq a_{i-1} + b_{i-1} y_i(b_{i-1}) - \psi^i(y_i(b_{i-1}))\ (i=2, 3, \cdots, n)$$
$$\Longrightarrow\ a_i + b_i y_i(b_i) - \psi^i(y_i(b_i)) > 0\ (i=2, 3, \cdots, n)$$

ここで問題A 2の解を最適自己選抜メニューと呼ぶことにし，

$$\alpha^* = \{(a_1^*, b_1^*), (a_2^*, b_2^*) \cdots\cdots, (a_n^*, b_n^*)\}$$

で表わすことにする。さらに各 (a_i^*, b_i^*) を θ_i タイプの企業の最適報酬計画と呼ぶ。この α^* に対し，次の２つの補題を得る。

補題７　θ_1 タイプの企業の最適報酬計画 (a_1^*, b_1^*) に対し，

$$a_1^*+b_1^*y_1(b_1^*)-\psi^1(y_1(b_1^*))=0$$

補題８　最適自己選抜メニュー α^* に対して

$$a_i^*+b_i^*y_i(b_i^*)-\psi^i(y_i(b_i^*))=a_{i-1}^*+b_{i-1}^*y_i(b_{i-1}^*)-\psi^i(y_i(b_{i-1}^*))$$
$$(i=2, 3, \cdots, n)$$

この補題８より，各タイプの企業がそれぞれ最適報酬計画を選んだ時の利潤はタイプが向上するにつれ増えることがわかる。補題６～８を用いると問題Ａ２は次の様になる。

問題Ａ３　$\underset{\{(a_1,b_1),(a_2,b_2),\cdots,(a_n,b_n)\}}{\text{Max}}\ W$

$$\text{s.t. } a_1+b_1y_1(b_1)-\psi^1(y_1(b_1))=0 \tag{16}$$

$$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))$$
$$\geqq a_{i+1}+b_{i+1}y_i(b_{i+1})-\psi^i(y_i(b_{i+1})) \tag{13}$$
$$(i=1, 2, \cdots, n-1)$$

$$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i)) \tag{17}$$
$$=a_{i-1}+b_{i-1}y_i(b_{i-1})-\psi^i(y_i(b_{i-1}))$$
$$(i=2, 3, \cdots, n)$$

$$b_{i+1}\geqq b_i\ \ (i=1,2,\cdots,n-1) \tag{15}$$

(16)，(17)より a_i は

$$a_i=-b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))+\sum_{t=1}^{i-1}\{b_t(y_{t+1}(b_t)-y_t(b_t))+\psi^t(y_t(b_t))$$
$$-\psi^{t+1}(y_{t+1}(b_t))\}\ \ (i=2,3,\cdots,n) \tag{18}$$

と表わされる。問題Ａ３において，制約条件(13)，(15)式を無視し，(18)をWに代入することにより，問題Ａ３は次の様に書き換えられる。

問題A 4

$$\max_{b_1,b_2,\cdots,b_n}\sum_{i=1}^{n}\nu_i\left[py_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))-\lambda\left\{\sum_{t=1}^{i-1}(b_ty_{t+1}(b_t)-b_ty_t(b_t)+\psi^t(y_t(b_t))-\psi^{t+1}(y_{t+1}(b_t)))+\psi^i(y_i(b_i))\right\}\right]$$

最大化一階の条件[1]から

$$b_i=s \qquad (i=n)$$

$$b_i=s-\frac{\lambda\left[\sum_{t=i+1}^{n}\nu_t\right][y_{i+1}(b_i)-y_i(b_i)]}{(1+\lambda)\nu_i\frac{dy_i(b_i)}{db_i}} \qquad (i\neq n) \tag{19}$$

$$\left(但し\quad s=\frac{p}{1+\lambda}\right)$$

こうして得られた b_i について

$$b_i<b_{i+1}\quad(i=1,2,\cdots,n-1) \tag{20}$$

が成り立つことが次の様にして確かめられる。今，仮に $b_i\geqq b_{i+1}$ であるとしよう。(19)より

$$b_{i+1}-b_i=\frac{\lambda}{1+\lambda}\left[\frac{\left[\sum_{t=i+1}^{n}\nu_t\right][y_{i+1}(b_i)-y_i(b_i)]}{\nu_i\frac{dy_i(b_i)}{db_i}}-\frac{\left[\sum_{t=i+2}^{n}\nu_t\right][y_{i+2}(b_{i+1})-y_{i+1}(b_{i+1})]}{\nu_{i+1}\frac{dy_{i+1}(b_{i+1})}{db_{i+1}}}\right] \tag{21}$$

〈仮定 1〉より

$$\frac{\sum_{t=i+1}^{n}\nu_t}{\nu_i}>\frac{\sum_{t=i+2}^{n}\nu_t}{\nu_{i+1}}$$

〈仮定 2〉より

$$\frac{y_{i+1}(b_i)-y_i(b_i)}{\frac{dy_i(b_i)}{db_i}}>\frac{y_{i+2}(b_i)-y_{i+1}(b_i)}{\frac{dy_{i+1}(b_i)}{db_i}}\geqq\frac{y_{i+2}(b_{i+1})-y_{i+1}(b_{i+1})}{\frac{dy_{i+1}(b_{i+1})}{db_{i+1}}}$$

よって(21)式右辺は正となる。ところが仮定より(21)式左辺は 0 以下となるので矛盾する。以上のことから(20)式の成立が言えたことになる。また(18)，(19)で与えら

れる報酬計画 (a_i, b_i) が問題Ａ３の制約条件(13)を満たすことも容易に確認出来る。従ってこの報酬計画 (a_i, b_i) が問題Ａ３（同時に問題Ａ１，Ａ２）の解になる。ゆえに次の命題を得る。

命題１　最適自己選抜メニュー α^* は

$$b_i^* = s \qquad (i = n)$$

$$b_i^* = s - \frac{\lambda\left[\sum_{t=i+1}^{n} \nu_t\right]\left[y_{i+1}(b_i^*) - y_i(b_i^*)\right]}{(1+\lambda)\nu_i \dfrac{dy_i(b_i^*)}{db_i^*}} \qquad (i \neq n)$$

$$a_i^* = -b_i^* y_1(b_i^*) + \psi^1(y_1(b_i^*)) \qquad (i = 1)$$

$$a_i^* = -b_i^* y_i(b_i^*) + \psi^i(y_i(b_i^*)) + \sum_{t=1}^{i-1}\{b_t^*(y_{t+1}(b_t^*) - y_t(b_t^*)) + \psi^t(y_t(b_t^*)) - \psi^{t+1}(y_{t+1}(b_t^*))\} \qquad (i \neq 1)$$

で与えられ，分離メニューとなる。

3.　最適自己選抜メニューの性質

本節では，最適自己選抜メニュー α^* と各タイプの企業に対応する社会厚生との間の関連性を調べる。補題８から各企業がそれぞれ最適報酬計画を選んだ時の利潤はタイプが向上するにつれ増えることは，既に指摘している。また，各タイプ別の最適報酬計画と計画官の利潤との関係は次の命題で示される。

命題２　最適報酬計画に対応する計画官の利潤は，企業の生産性が向上するにつれ増える。

（証明）θ_{i+1} と θ_i のタイプの企業のそれぞれの最適報酬計画に対応する計画官の利潤の差をβとする。すなわち，

$$\beta \equiv py_{i+1}(b_{i+1}^*) - (1+\lambda)(a_{i+1}^* + b_{i+1}^* y_{i+1}(b_{i+1}^*)) - py_i(b_i^*) + (1+\lambda)(a_i^* + b_i^* y_i(b_i^*))$$

補題８を用いると，

$$\beta = p[y_{i+1}(b^*_{i+1}) - y_i(b^*_i)] - (1+\lambda)[\psi^{i+1}(y_{i+1}(b^*_{i+1}))$$
$$+ b^*_i y_{i+1}(b^*_i) - \psi^{i+1}(y_{i+1}(b^*_i)) - b^*_i y_i(b^*)]$$

ここで，$F(b) \equiv py_{i+1}(b) - (1+\lambda)\psi^{i+1}(y_{i+1}(b))$

但し　$b \in [b^*_i, s)$

$$F'(b) = (1+\lambda)(s-b)\frac{dy_{i+1}}{db} > 0$$

よって，

$$\beta > p[y_{i+1}(b^*_i) - y_i(b^*_i)] - (1+\lambda)b^*_i[y_{i+1}(b^*_i) - y_i(b^*_i)]$$
$$= (1+\lambda)[s - b^*_i][y_{i+1}(b^*_i) - y_i(b^*_i)] > 0$$

(Q. E. D.)

以上の事と，社会厚生が計画官の利潤と企業の利潤との代数和として定義されていることを考え合わせると，最適自己選抜メニュー α^* と各タイプの企業に対応する社会厚生との間には，次の命題において示される関係が成り立つ。

命題３　最適報酬計画に対応する社会厚生は，企業の生産性が向上するにつれ増える。

おわりに

本稿における分析の一般化として，付録Ｂにおいても多少の考察がなされているが，企業のタイプが連続的である場合を検討する必要がある。Maskin and Riley〔1984〕は，連続タイプの自己選抜モデルを，離散タイプの極限として連続タイプをみなすことにより構築している。我々はこの手法を本稿での離散タイプ型自己選抜モデルに直ちに応用でき，その場合の最適自己選抜メニューの性質を調べることが可能である[2)]。さらに，Freixas〔1985〕，三浦〔1990〕で考察されている様に，計画官と企業の間の生産契約が長期に及ぶ場合を考えてみる必要がある。ただ，計画官が報酬メニューを各期毎に更新する場合（commitment しない時），本稿の分析の様に企業のタイプが３種類以上

の時には，Freixas〔1985〕命題3，三浦〔1990〕命題3で示されている様な計画官が企業のタイプを予想する確率と（静学的意味での）最適報酬メニューとの間の関係が得られないのではないかと思われる。従って，その場合にはFreixas〔1985〕，三浦〔1990〕で検討されているような完全ベイズ均衡による長期分析は不可能になると考えられるが詳細に関しては今後の課題としたい。

注

1）最大化二階の条件も次の様にして計算出来る。

$$\frac{\partial^2 W}{\partial b_i \partial b_j}=0 \qquad (i, j=1, 2, \cdots, n)$$

なのでヘッセ行列式は

$$\begin{vmatrix} W_{11} & & & \\ & W_{22} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & W_{nn} \end{vmatrix} = W_{11}W_{22}\cdots W_{nn}$$

$$\left(\text{但し，} W_{ii}=\frac{\partial^2 W}{\partial b_i^2}\right)$$

となり，二階の条件は

$$W_{ii}<0 \qquad (i=1, 2, \cdots, n)$$

で表わされる。まず $i=n$ の時を考えてみよう。

$$W_{nn}=\nu_n\left[(p-(1+\lambda)b_n)\frac{d^2y_n}{db_n^2}-(1+\lambda)\frac{dy_n}{db_n}\right]$$

上式を　$b_n=b_n^*=s$ で評価すると

$$W_{nn}\Big|_{b_n=s}=-\nu_n(1+\lambda)\frac{dy_n}{db_n}$$

$\dfrac{dy_n}{db_n}=\dfrac{1}{\psi_{yy}^n}>0$　なので上式は常に負となる。すなわち，二階の条件はいつも満たされている。次に $i\neq n$ の時を考える。

$$W_{ii}=-\nu_i(1+\lambda)\frac{dy_i}{db_i}+\nu_i(p-(1+\lambda)b_i)\frac{d^2y_i}{db_i^2}-\lambda\left(\frac{dy_{i+1}}{db_i}-\frac{dy_i}{db_i}\right)\sum_{t=i+1}^{n}\nu_t$$

$\dfrac{d^2y_n}{db_n^2}=-\dfrac{\psi_{yyy}^n}{\psi_{yy}^n}$ を用いて $W_{ii}\Big|_{b_i=b_i^*}$ が負となる条件を求めると，

$$\psi_i{}^{yyy}(y_i(b_i^*))>\frac{1}{s-b_i^*}\left[\frac{\lambda\sum_{t=i+1}^{n}\nu_t}{(1+\lambda)\nu_i}\left(1-\frac{\psi_{yy}^i(y_i(b_i^*))}{\psi_{yy}^{i+1}(y_{i+1}(b_i^*))}\right)-1\right]$$

従ってこの場合の2階の条件は費用関数がyに関して3回微分可能で上の不等式を満たすものでなければならない。さて，費用関数を

$$\psi^i \equiv \frac{ky^2}{2\theta_i} \quad (k>0)$$

とすると，

$$\psi^i_{yy} = \frac{k}{\theta_i}, \ \psi^i_{yyy} = 0$$

なので上の不等式が常に成り立つことがわかる。

2)　付録Cを参照。

付録A

ここでは，第2節で用いられた補題1～補題8のうち，補題2，4以外について完全な証明を行なう。

（補題1の証明）

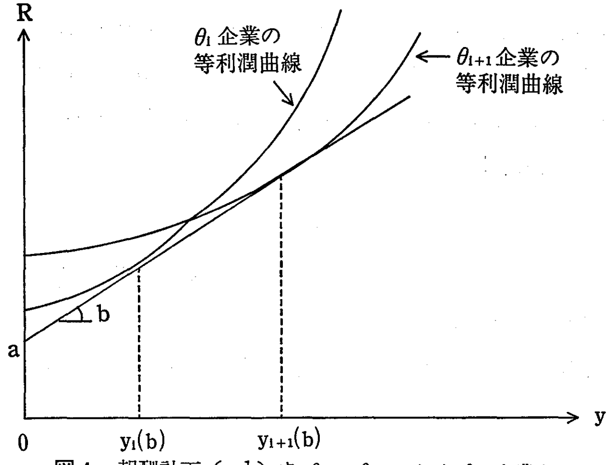

図4　報酬計画（a, b）を θ_i，θ_{i+1} タイプの企業が選ぶ時の生産量

$y_i(b) = \underset{y}{\operatorname{argmax}}\ a + by - \psi^i(y)$ より

$$b = \psi^i_y(y_i(b)) \qquad (A1)$$

$y_{i+1}(b) = \underset{y}{\operatorname{argmax}}\ a + by - \psi^{i+1}(y)$ より

$$b = \psi^{i+1}_y(y_{i+1}(b)) \qquad (A2)$$

(A 1), (A 2)より

$$\psi_y^i(y_i(b))=\psi_y^{i+1}(y_{i+1}(b)) \qquad (A\ 3)$$

ここで $y_{i+1}(b)\leqq y_i(b)$ としよう。この時，費用関数に関する条件(2)より

$$\psi_y^i(y_{i+1}(b))\leqq\psi_y^i(y_i(b))$$

また，(4)より

$$\psi_y^{i+1}(y_{i+1}(b))<\psi_y^i(y_{i+1}(b))$$

よって，$\psi_y^{i+1}(y_{i+1}(b))<\psi_y^i(y_i(b))$ となり(A 3)に矛盾

(Q. E. D.)

(補題3の証明)

仮定より，

$$a_i+b_iy_{i+1}(b_i)-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_i))-a_i-b_{i-1}y_{i+1}(b_{i-1})$$
$$+\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_{i-1}))\geqq b_iy_{i+1}(b_i)-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_i))+\psi^i(y_i(b_i))$$
$$-b_iy_i(b_i)-\{b_{i-1}y_{i+1}(b_{i-1})-\psi^{i+1}(y_{+1}(b_{i-1}))+\psi^i(y_i(b_{i-1}))$$
$$-b_{i-1}y_i(b_{i-1})\}$$

ここで

$$F(b)\equiv by_{i+1}(b)-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b))+\psi^i(y_i(b))-by_i(b)$$
$$F'(b)=y_{i+1}(b)-y_i(b)$$

補題1より $F'(b)$ は正となる。さらに仮定より $b_i\geqq b_{i-1}$ なので，$F(b_i)-F(b_{i-1})>0$

従って

$$a_i+b_iy_{i+1}(b_i)-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_i))\geqq a_{i-1}+b_{i-1}y_{i+1}(b_{i-1})-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_{i-1}))$$

(Q. E. D.)

(補題5の証明)

(⇒) 自明。

(⇐) (i)より，

$$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i+1}+b_{i+1}y_i(b_{i+1})-\psi^i(y_i(b_{i+1}))$$

$a_{i+1}+b_{i+1}y_{i+1}(b_{i+1})-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_{i+1}))\geqq a_{i+2}+b_{i+2}y_{i+1}(b_{i+2})$
$-\psi^{i+1}(y_{i+1}(b_{i+2}))$

補題4より，

$a_{i+1}+b_{i+1}y_i(b_{i+1})-\psi^i(y_i(b_{i+1}))\geqq a_{i+2}+b_{i+2}y_i(b_{i+2})-\psi^i(y_i(b_{i+2}))$

よって，

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i+2}+b_{i+2}y_i(b_{i+2})-\psi^i(y_i(b_{i+2}))$

以下同様に，

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i+3}+b_{i+3}y_i(b_{i+3})-\psi^i(y_i(b_{i+3}))$

……………………………………………………………………

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_n+b_ny_i(b_n)-\psi^i(y_i(b_n))$

(ii)より，

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i-1}+b_{i-1}y_i(b_{i-1})-\psi^i(y_i(b_{i-1}))$

$a_{i-1}+b_{i-1}y_{i-1}(b_{i-1})-\psi^{i-1}(y_{i-1}(b_{i-1}))\geqq a_{i-2}+b_{i-2}y_{i-1}(b_{i-2})$
$-\psi^{i-1}(y_{i-1}(b_{i-2}))$

補題3より，

$a_{i-1}+b_{i-1}y_i(b_{i-1})-\psi^i(y_i(b_{i-1}))\geqq a_{i-2}+b_{i-2}y_i(b_{i-2})-\psi^i(y_i(b_{i-2}))$

よって，

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i-2}+b_{i-2}y_i(b_{i-2})-\psi^i(y_i(b_{i-2}))$

以下同じようにして，

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_{i-3}+b_{i-3}y_i(b_{i-3})-\psi^i(y_i(b_{i-3}))$

……………………………………………………………………

$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))\geqq a_1+b_1y_i(b_1)-\psi^i(y_i(b_1))$

(Q.E.D.)

（補題6の証明）

$a_2+b_2y_2(b_2)-\psi^2(y_2(b_2))$
$\geqq a_1+b_1y_2(b_1)-\psi^2(y_2(b_1))$
$\geqq \psi^1(y_1(b_1))-b_1y_1(b_1)+b_1y_2(b_1)-\psi^2(y_2(b_1))$
>0　　　　（補題1より）

また，

$$a_3+b_3y_3(b_3)-\psi^3(y_3(b_3))$$
$$\geqq a_2+b_2y_3(b_2)-\psi^3(y_3(b_2))$$
$$>\psi^2(y_2(b_2))-b_2y_2(b_2)+b_2y_3(b_2)-\psi^3(y_3(b_2))$$
$$>0$$

以下，同様にして

$$a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))>0 \quad (i=4,5,\cdots,n)$$

(Q. E. D.)

が成り立つ。

（補題7の証明）

$a_1^*+b_1^*y_1(b_1^*)-\psi^1(y_1(b_1^*))>0$ と仮定する。この時，別の固定報酬 a_i' を

$$a_i'=-b_1^*y_1(b_1^*)+\psi^1(y_1(b_1^*)) \qquad (i=1)$$

$$a_i'=a_i^*-a_1^*-b_1^*y_1(b_1^*)+\psi^1(y_1(b_1^*)) \qquad (i\neq 1)$$

と定義して新しい報酬メニュー $\alpha'=\{(a_1',b_1^*),(a_2',b_2^*),\cdots\cdots,(a_n',b_n^*)\}$ を作る。この時，

$$a_i'+b_i^*y_i(b_i^*)-\psi^i(y_i(b_i^*))\geqq a_{i+1}'+b_{i+1}^*y_i(b_{i+1}^*)-\psi^i(y_i(b_{i+1}^*))$$
$$(i=1,2,\cdots,n-1)$$

$$a_i'+b_i^*y_i(b_i^*)-\psi^i(y_i(b_i^*))\geqq a_{i-1}'+b_{i-1}^*y_i(b_{i-1}^*)-\psi^i(y_i(b_{i-1}^*))$$
$$(i=2,3,\cdots,n)$$

が成り立つことはすぐわかる。また，

$$a_1'+b_1^*y_1(b_1^*)-\psi^1(y_1(b_1^*))=0$$

なので，補題6より

$$a_i'+b_i^*y_i(b_i^*)-\psi^i(y_i(b_i^*))>0 \quad (i=2,3,\cdots,n)$$

以上の事から，報酬メニュー α' は，問題A2の制約条件すべてを満たしている。ところで，社会厚生関数の定義から，報酬メニューとして α' を用いる時の社会厚生が α^* のそれよりも大きくなる。よって矛盾。　(Q. E. D.)

（補題 8 の証明）

ある $k \in \{2, 3, \cdots n\}$ に対し，

$$a_k^* + b_k^* y_k(b_k^*) - \psi^k(y_k(b_k^*)) > a_{k-1}^* + b_{k-1}^* y_k(b_{k-1}^*) - \psi^k(y_k(b_{k-1}^*))$$

であるとしよう。この時，別の固定報酬 a_i' を

$$a_i' = a_i^* \qquad (i < k)$$

$$a_i' = a_i^* - a_k^* - b_k^* y_k(b_k^*) + \psi^k(y_k(b_k^*)) + a_{k-1}^*$$
$$+ b_{k-1}^* y_k(b_{k-1}^*) - \psi^k(y_k(b_{k-1}^*)) \qquad (i \geqq k)$$

と定義して，新しい報酬メニュー $\alpha' = \{(a_1', b_1^*), (a_2', b_2^*), \cdots, (a_n', b_n^*)\}$ を作る。この α' は問題Ａ２の制約条件⒀，⒁を満たしている。また，任意の $i \in \{2, 3, \cdots, n\}$ について

$$a_i' + b_i^* y_i(b_i^*) - \psi^i(y_i(b_i^*))$$
$$= a_{i-1}' + b_{i-1}^* y_i(b_{i-1}^*) - \psi^i(y_i(b_{i-1}^*))$$
$$= \sum_{t=1}^{i-1} \{\psi^t(y_t(b_t^*)) - b_t^* y_t(b_t^*) + b_t^* y_{t+1}(b_t^*) - \psi^{t+1}(y_{t+1}(b_t^*))\}$$
$$> 0$$

よって，α' は問題Ａ２の制約条件⑾を満たす。報酬メニューとして α' を用いる時の社会厚生は α^* を用いる時よりも大きくなり矛盾を生ずる。

(Q. E. D.)

付録Ｂ

ここでは，〈仮定２〉の持つ意味を検討する。

〈仮定２〉（再掲）任意のボーナス b に対し，

$$\frac{y_{i+1}(b) - y_i(b)}{\frac{dy_i(b)}{db}} > \frac{y_{i+2}(b) - y_{i+1}(b)}{\frac{dy_{i+1}(b)}{db}} \qquad (B1)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, n-2)$$

この（Ｂ１）式は通常の限界代替率逓減の条件と次の２点において異なる。第１は，タイプ θ_i が離散変数となっていることである。後でこのタイプが連続

的である場合を考察する。第2は，$y_i(b)$ が企業の利潤最大化行動の結果として得られる点である。まず，(B 1)の意味を図形的に解釈してみる。$y_i(b)$ の定義から

$$b=\psi_y^i(y_i(b))$$

$$\frac{dy_i(b)}{db}=\frac{1}{\psi_{yy}^i(y_i(b))}$$

である。図5は，任意に与えられたボーナス b と各タイプの企業の生産量 $y_i(b)$ との間の関係を表わしている。

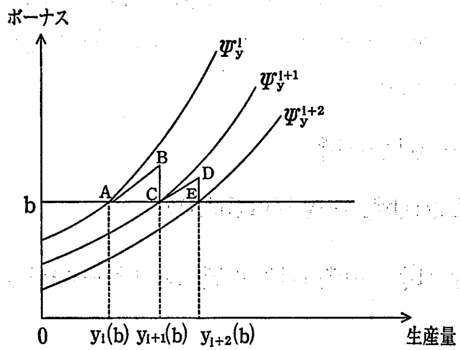

図5

この図5において，$y_{i+1}(b)-y_i(b)$ は AC で，$\frac{dy_i(b)}{db}$ は $\frac{AC}{BC}$ でそれぞれ表わされる。よって，(B 1)式左辺は BC となる。同様にして(B 1)式右辺は DE となるので，結局〈仮定2〉は

$$BC>DE$$

を意味することになる。次にタイプが連続である場合を考えてみる。タイプは閉区間 $[\bar{\theta}, \underline{\theta}]$ で表わされており θ, θ' $(\theta<\theta')$ をこの閉区間に属する任意の2つのタイプとする。この時，(B 1)式は，

$$\frac{\left.\frac{\partial y_x(b)}{\partial x}\right|_{x=\theta}}{\frac{\partial y_\theta(b)}{\partial b}} > \frac{\left.\frac{\partial y_x(b)}{\partial x}\right|_{x=\theta'}}{\frac{\partial y_{\theta'}(b)}{\partial b}} \qquad (B\ 2)$$

$$\left[\begin{array}{l}\text{但し}\quad y_x(b)\equiv\underset{y}{\operatorname{argmax}}\quad a+by-\psi^x(y)\\ \qquad\quad \psi^x(\cdot)\equiv\psi(\cdot,x)\end{array}\right]$$

と表わされる。便宜上, $\left.\frac{\partial y_x(b)}{\partial x}\right|_{x=\theta}=\frac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}$ とすると(B 2)式は

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}}{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial b}}<0 \qquad \text{(B2')}$$

ここで，陰関数の定理から

$$\frac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}=-\frac{\psi_{y\theta}}{\psi_{yy}}$$

よって

$$\frac{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}}{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial b}}=-\psi_{y\theta}$$

これらを用いて(B2′)左辺を計算すると

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}}{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial b}}&=\frac{\partial}{\partial\theta}(-\psi_{y\theta})\\ &=-\psi_{y\theta y}\frac{\partial y_\theta(b)}{\partial\theta}-\psi_{y\theta\theta}\\ &=-\psi_{y\theta y}\left(-\frac{\psi_{y\theta}}{\psi_{yy}}\right)-\psi_{y\theta\theta}\end{aligned}$$

従って(B2′)は次の条件と同等になる。

$$\psi_{y\theta y}\psi_{y\theta}-\psi_{y\theta\theta}\psi_{yy}<0 \qquad \text{(B2'')}$$

つまり，タイプが連続である場合の限界代替率逓減の条件は，費用関数 ψ^θ に対して(B 2″)の条件を課すことになる。さて，費用関数 ψ^θ を

$$\psi^\theta(y)\equiv\frac{ky^2}{2\theta}\quad(k>0) \qquad \text{(B 3)}$$

と具体化しよう。この時,

$$\psi_y=\frac{ky}{\theta},\ \psi_{yy}=\frac{k}{\theta},\ \psi_{y\theta}=-\frac{ky}{\theta^2}$$

$$\psi_{y\theta y}=-\frac{k}{\theta^2},\ \psi_{y\theta\theta}=\frac{2ky}{\theta^3}$$

となり(B2)左辺は

$$-\frac{k^2y}{\theta^4}$$

で常に負となる。よって(B 3)の様な費用関数においては常に条件(B 2)が満たされていることがわかる。

付録C

この付録Cでは 企業のタイプが 連続的である 場合を考察する。 付録Bと同様，タイプを表わす集合は閉区間 $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$（但し，$\underline{\theta}=\theta_1$）で表わされており，計画官は $\theta(\in[\underline{\theta}, \bar{\theta}])$ タイプの企業を $f(\theta)$ の確率で予想しているものとしよう。この $f(\theta)$ に関し，次の仮定をする。

〈仮定C 1〉 (monotonic hazard rate property)

$$\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)} \text{ は } \theta \text{ の減少関数}$$

$$\left(\text{但し}\quad F(\theta)=\int_{\underline{\theta}}^{\theta} f(\theta)\,d\theta\right)$$

θ タイプの企業の費用関数を $\psi(y, \theta)$ で表わし，第1節と 同様に次の条件を満たすものとする。

$$\psi_y > 0 \tag{C 1}$$

$$\psi_{yy} > 0 \tag{C 2}$$

$$\psi_\theta < 0 \tag{C 3}$$

$$\psi_{y\theta} < 0 \tag{C 4}$$

計画官は，θ タイプの 企業に報酬計画 (a_θ, b_θ) を選択させる 報酬メニュー $\{a_\theta, b_\theta\}_{\theta\in[\underline{\theta}, \bar{\theta}]}$ を構築するものとしよう。 ここで企業が行う生産量に関し，次の仮定をする。

〈仮定C 2〉 任意のボーナス b に対して，

$$\frac{\left.\dfrac{\partial y_x(b)}{\partial x}\right|_{x=\theta}}{\dfrac{\partial y_\theta(b)}{\partial b}} > \frac{\left.\dfrac{\partial y_x(b)}{\partial x}\right|_{x=\theta'}}{\dfrac{\partial y_{\theta'}(b)}{\partial b}} \quad \forall\theta,\theta' \in[\underline{\theta},\bar{\theta}],\theta<\theta'$$

もちろんこの〈仮定2′〉は，費用関数 $\psi(y, \theta)$ に(B2″)の条件を課すことに

他ならない。さて，連続タイプの最適自己選択メニュー $\alpha^{**}=\{a^*_\theta, b^*_\theta\}_{\theta\in[\underline{\theta},\bar{\theta}]}$ を Maskin and Riley〔1984〕に従い導出してみよう。今，企業のタイプが θ_i（$\in[\underline{\theta},\bar{\theta}]$）である場合の（完備情報の時の）社会厚生を $W(\theta_i)$ で表わす。

$$W(\theta_i)=py_i(b_i)-\lambda(a_i+b_iy_i(b_i)-\psi^i(y_i(b_i))$$

補題8を用いることにより，

$$W(\theta_i)-W(\theta_{i-1})=p(y_i(b_i)-y_{i-1}(b_{i-1}))-\lambda[b_{i-1}(y_i(b_{i-1})-y_{i-1}(b_{i-1}))$$
$$-\psi^i(y_i(b_{i-1}))+\psi^{i-1}(y_{i-1}(b_{i-1}))]-(1+\lambda)\psi^i(y_i(b_i))$$
$$+(1+\lambda)\psi^{i-1}(y_{i-1}(b_{i-1}))$$

と表わせ，従って，

$$W(\theta_i)=\sum_{t=2}^{i}W(\theta_t)-W(\theta_{t-1})$$
$$=py_i(b_i)-(1+\lambda)\psi^i(y_i(b_i))-\lambda\left[\sum_{t=2}^{i}\int_{\theta_{t-1}}^{\theta_t}\frac{\partial}{\partial x}(b_{t-1}y_x(b_{t-1})\right.$$
$$\left.-\psi^x(y_x(b_{t-1})))dx\right]-W(\theta_1)$$

（但し，$y_{\theta_t}(\cdot)\equiv y_t(\cdot),\psi^{\theta_t}(\cdot)\equiv\psi^t(\cdot)$）

$i\to\infty$を考えると，

$$W(\theta)=py_\theta(b_\theta)-(1+\lambda)\psi^\theta(y_\theta(b_\theta))-\lambda\left[\sum_{t=2}^{\infty}\int_{\theta_{t-1}}^{\theta_t}\frac{\partial}{\partial x}(b_{t-1}y_x(b_{t-1})\right.$$
$$\left.-\psi^x(y_x(b_{t-1})))dx\right]-W(\theta_1)$$

従って，社会厚生 Wc は

$$W^C=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\left[py_\theta(b_\theta)-(1+\lambda)\psi^\theta(y_\theta(b_\theta))-\lambda\left\{\sum_{t=2}^{\infty}\int_{\theta_{t-1}}^{\theta_t}\frac{\partial}{\partial x}(b_{t-1}y_x(b_{t-1})\right.\right.$$
$$\left.\left.-\psi^x(y_x(b_{t-1})))dx\right\}-W(\theta_1)\right]f(\theta)d\theta$$

ここで

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\left[\sum_{t=2}^{\infty}\int_{\theta_{t-1}}^{\theta_t}\frac{\partial}{\partial x}(b_{t-1}y_x(b_{t-1})-\psi^x(y_x(b_{t-1})))dx\right]f(\theta)d\theta$$
$$=\left[-(1-F(\theta))\sum_{t=2}^{\infty}\int_{\theta_{t-1}}^{\theta_t}\frac{\partial}{\partial x}(b_{t-1}y_x(b_{t-1})-\psi^x(y_x(b_{t-1})))dx\right]_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}$$
$$+\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}(1-F(\theta))\frac{\partial}{\partial x}(b_\theta y_x(b_\theta)-\psi^x(y_x(b_\theta))\Big|_{x=\theta}d\theta$$

上式右辺第１項は０となるので，

$$W^C=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\Big[py_\theta(b_\theta)-(1+\lambda)\psi^\theta(y_\theta(b_\theta)-W(\theta_1)$$
$$-\frac{\lambda(1-F(\theta))}{f(\theta)}\frac{\partial}{\partial x}(b_\theta y_x(b_\theta)-\psi^x(y_x(b_\theta)))\Big|_{x=\theta}\Big]f(\theta)d\theta$$

最適な b_θ は，被積分項を最大にするので，

$$p\frac{\partial y_\theta}{\partial b_\theta}-(1+\lambda)b_\theta\frac{\partial y_\theta}{\partial b_\theta}-\frac{\lambda(1-F(\theta))}{f(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial b_\theta\partial x}(b_\theta y_x(b_\theta)-\psi^x(y_x(b_\theta)))\Big|_{x=\theta}$$
$$=0$$

ここで

$$\frac{\partial^2}{\partial b_\theta\partial x}(b_\theta y_x(b_\theta)-\psi^x(y_x(b_\theta)))\Big|_{x=\theta}$$
$$=\frac{\partial^2}{\partial x\partial b_\theta}(b_\theta y_x(b_\theta)-\psi^x(y_x(b_\theta)))\Big|_{x=\theta}$$
$$=\frac{\partial}{\partial x}y_x(b_\theta)\Big|_{x=\theta}$$

よって，

$$b_\theta^*=s-\frac{\lambda(1-F(\theta))\frac{\partial}{\partial x}y_x(b_\theta)\Big|_{x=\theta}}{(1+\lambda)f(\theta)\frac{\partial y_\theta(b_\theta)}{\partial b_\theta}} \qquad (\text{C }5)$$

次に a_θ^* を求める。補題８より

$$a_i^*=\psi^i(y_i(b_i^*))-b_i^*y_i(b_i^*)+\sum_{t=1}^{i-1}\{b_t^*(y_{t+1}(b_t^*)-y_t(b_t^*))$$
$$+\psi^t(y_t(b_t^*))-\psi^{t+1}(y_{t+1}(b_t^*))\}$$
$$=\psi^i(y_i(b_i^*))-b_i^*y_i(b_i^*)+\sum_{t=1}^{i-1}\int_{\theta_t}^{\theta_{t+1}}\frac{\partial}{\partial x}(b_t^*y_x(b_t^*)-\psi^x(y_x(b_t^*)))dx$$

i→∞とすることにより，

$$a_\theta^*=\psi^\theta(y_\theta(b_\theta^*))-b_\theta^*y_\theta(b_\theta^*)+\sum_{t=1}^{\infty}\int_{\theta_t}^{\theta_{t+1}}\frac{\partial}{\partial x}(b_t^*y_x(b_t^*)-\psi^x(y_x(b_t^*)))dx \qquad (\text{C }6)$$

また，〈仮定Ｃ１〉，〈仮定Ｃ２〉より

$$b^*_\theta < b^*_{\theta'}, \qquad (\theta > \theta')$$

が容易に確認出来る。よって，次の命題を得る。

命題C 1　最適自己選抜メニュー α^{**} は，（C 5），（C 6）で与えられ，分離メニューとなる。

次に α^{**} の持つ性質を吟味してみよう。まず，企業のタイプが向上するにつれ，利潤が増える事が次の命題で指摘される。

命題C 2　$\frac{\partial}{\partial\theta}(a^*_\theta + b^*_\theta y_\theta(b^*_\theta) - \psi^\theta(y_\theta(b^*_\theta))) > 0$

（証明）（C 6）より

$$\frac{\partial}{\partial\theta}(a^*_\theta + b^*_\theta y_\theta(b^*_\theta) - \psi^\theta(y_\theta(b^*_\theta))) = -\psi^\theta_\theta(y_\theta(b^*_\theta)) > 0$$

(Q. E. D.)

さらに，企業のタイプが向上するにつれ，計画官の利潤も増える。

命題C 3　$\frac{\partial}{\partial\theta}(py_\theta(b^*_\theta) - (1+\lambda)(a^*_\theta + b^*_\theta y_\theta(b^*_\theta))) > 0$

（証明）（C 6）より

$$\frac{\partial}{\partial\theta}(py_\theta(b^*_\theta) - (1+\lambda)(a^*_\theta + b^*_\theta y_\theta(b^*_\theta)))$$

$$= p\frac{\partial}{\partial\theta}y_\theta(b^*_\theta) - (1+\lambda)b^*_\theta\frac{\partial y_\theta(b^*_\theta)}{\partial\theta}$$

$$= (1+\lambda)(s - b^*_\theta)\left(-\frac{\psi^\theta_{y\theta}}{\psi^\theta_{yy}}\right) > 0$$

(Q. E. D.)

以上のことから，企業のタイプが向上するにつれ社会厚生も増えることが明らかとなった。

参考文献

〔1〕 R. Cooper, "On Allocative Distortions in Problems of Self-Selection," Rand Journal of Economics (1984), 568～577.
〔2〕 X. Freixas, R. Guesnerie and J. Tirole, "Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect," Review of Economic Studies (1985), 173-191.
〔3〕 細江守紀「不確実性と情報の経済分析」九州大学出版会（1987）.

〔4〕 E. Maskin and J. Riley, "Monopoly with Incomplete Information," Rand Journal of Economics (1984), 171–196.

〔5〕 三浦　功「自己選抜モデルを用いた最適報酬計画」九州大学「経済論究」(1989).

〔6〕 ——「2期間最適報酬計画——自己選抜モデルによる分析——」九州大学「経済論究」(1990)。