Knowledgeの蓄積と最適経済成長 : Romerによる新しい試み

坂上, 智哉

https://doi.org/10.15017/2920766

出版情報：経済論究. 77, pp.41-54, 1990-07-27. 九州大学大学院経済学会

Knowledge の蓄積と最適経済成長

——Romer による新しい試み——

坂　上　智　哉

目　次

はじめに

経済発展論における近年の実証的研究から演繹される事実の一つに，各国経済の不均等発展をあげることができる．ところが，このことを Solow〔3〕に始まる従来の新古典派型成長モデルで理論的に説明しようとすれば，各国間で異なる技術進歩率を外生的に挿入しなければならない．しかし，結論を最初から恣意的に与えることは，成長理論のメカニズムを説明するのに適当であるとは思えない．このことを克服するためには，各国間の技術進歩率が異なることを内生的に説明できるモデルをつくることが望ましいのである．

一方，技術進歩率の内生化は Uzawa〔4〕によりすでに研究されていたが，経済の不均等発展をより理論的に説明するために，最近 Romer〔2〕や Lucas〔1〕などは人的資本，あるいは knowledge に関して Uzawa〔4〕と異なる特徴づけを行ったうえで，技術進歩率が内生的に決定されるモデルを構築している．特に Romer〔2〕では knowledge の蓄積という考えが導入されている．彼は，(a)蓄積された knowledge による財の生産に関する収穫逓増，

(b)新たな knowledge の生産に関する収穫逓減，そして，(c)ある企業に蓄積された knowledge の，周囲の企業に対する正の外部効果，の三つの仮定をおき，内生的技術変化の均衡モデルをつくりだし，それを利用することによって各国間の成長率に差異が生じるケースを展開している．

本稿の目的は，Romer〔2〕により構築されをモデルを用いて，社会的最適径路と競争均衡径路の導出を行い，さらにそれらの径路の性質をより厳密に考察することである．

1. モデル

まず，個人に関する前提を述べる．S は総人口＝総労働力人口で，一定とする．また，人々の効用 U は，一人当り消費水準 $c(t)$ の関数で以下の条件を満たす．

$U(c(t)): R^1_+ \to R$ もしくは $\bar{R}$（ただし $\bar{R}$ は $\pm\infty$ を含む），

$U(c)$：二回連続微分可能，$DU(c)>0$，$D^2U(c)<0$．

次に，企業に関する前提を述べる．総企業数は N であり，各企業を表すサフィックスを i とする．また，各企業の knowledge の蓄積の程度を $k_i(t)$，社会全体の knowledge の蓄積の程度を $K(t)$ とする．さらに，各企業は単一の財を生産しており，その生産は k_i，K，そして物的資本，労働力などの関数である．K は外部効果の存在を意味するものである．ここで，物的資本，労働力など，knowledge 以外の投入物をベクトル x で表すと，各企業の生産関数は $F_i(k_i, K, x_i)$ で表される。

さて，Romer により提示されたモデルでは，さらに次のような仮定が加えられている．

1．$S=N$[1]．

2．各企業は同質的（よって，生産単位を示すサフィックスは省略する）．

3．企業は時間径路 $(K(t))_{t=0}^{\infty}$ を所与として行動する．なお，均衡では

$$\forall t,\ K(t)=Sk(t)$$

1) Romer〔2〕のモデルでは，いわゆるヨーマンリー型の経済が想定されている．

である.

4. $I(t)$ は research technology への投資を表し,

$$I(t)=F(k(t),\ K(t),\ x(t))-c(t).$$

5. 各企業における knowledge の蓄積の増加率は I と k に依存する. つまり, $k=G(I, k)$. さらに. 関数 G に関しては, 以下のことが仮定される.

- G : 凹, 一次同次. よって,

$$\begin{aligned}\frac{\dot{k}(t)}{k(t)}&=G\left(\frac{I(t)}{k(t)},\ 1\right)\\ &\overset{\mathrm{def}}{=}\ g\left(\frac{I(t)}{k(t)}\right)\\ &=g\left(\frac{F(k(t),\ K(t),\ x(t))-c(t)}{k(t)}\right).\end{aligned}$$

6. 関数 $g(z)$ は, 以下の性質をもつ[2].

- $\exists\alpha>0;\ g(z)\leq\alpha.$
- $\forall z\geq 0,\ g(z)\geq 0,\ g(0)=0.$
- $Dg(0)=1.$

7. knowledge は減耗しない. よって, $I=0$ ならば k は不変に保たれる.

8. knowledge は非可逆的.

9. $x(t)=\bar{x}:\mathit{const}.$ よって,

$$\begin{aligned}F(k(t),\ K(t),\ x(t))&=F(k(t),\ K(t),\ \bar{x}(t))\\ &\overset{\mathrm{def}}{=}f(k(t),\ K(t)).\end{aligned}$$

2. 社会的最適径路の存在とその性質

ここでは, あらゆる情報を知っている社会計画担当者による最適消費計画を考える. 計画担当者は $(K(t))_{t=0}^{\infty}$ に対して, $K(t)=Sk(t)$ となる $(k(t))_{t=0}^{\infty}$ を正確に知ることができると考えられるので, 計画担当者の直面する生産関数は

2) D は微分作用素である. 以下, D_i で関数の第 i 成分に関する偏微分をあらわす.

$$\mathcal{F}(k(t))=f(k(t),\ Sk(t)),$$

と書きなおすことができる．k は財の生産に関して収穫逓増をもたらすので，

$$D\mathcal{F}(k)>0,\ D^2\mathcal{F}(k)>0,$$

である．また，$\delta>0$ を社会的割引率，とする．

ここでの問題は次のようになる．

$$\text{問題 }(A):\ \max_c \int_0^\infty U(c(t))e^{-\delta t}dt$$

$$\text{s. t.}\quad \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}=g\left(\frac{\mathcal{F}(k(t))-c(t)}{k(t)}\right),$$

$$k(0)=k_0,$$

$$c\in[0,\ \mathcal{F}(k(t))]$$

次の定理は，(A) での解の存在を保証するものである．

〔定理 1〕

U, f, g ：R のある部分集合上で定義された連続実数値関数，

U, g : 凹，

$$\exists \mu,\ \rho,\ \alpha\in R\ ;\ \mathcal{F}(k(t))\leq\mu+k^\rho,$$

$$0\leq g(z)\leq\alpha,$$

とする。このとき

$$\alpha\rho<\delta$$

$$\Downarrow$$

(A) は有限値の解をもつ．

証明　Romer〔2〕p. 1021 参照．　**Q.E.D.**

次に，未知補助関数 $\lambda^*(t)$ を導入して，相平面上での最適径路を求める．まず，(A) での Hamiltonian H^* は，

$$H^*(k,c,\lambda^*)=U(c)e^{-\delta t}+\lambda^*\left\{kg\left(\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right)\right\}. \tag{1}$$

このとき，Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{k}=D_3H^*,$$

$$\dot{\lambda}^*=-D_1H^*.$$

ここで，$\lambda^*(t)=\lambda(t)e^{-\delta t}$ として，δ で割り引いた形にすると，

$$H^*=\left[U(c)+\lambda\left\{kg\left(\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right)\right\}\right]e^{-\delta t}.$$

そこで，最大条件を組み込んで

$$H(k,\ \lambda)=\max_{c}\ e^{\delta t}H^{*}$$

$$=\max_{c}\left[U(c)+\lambda\left\{kg\left(\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right)\right\}\right] \tag{2}$$

として

$$\dot{\lambda}^{*}=\dot{\lambda}e^{-\delta t}-\delta\lambda e^{-\delta t}$$

に注意すると，

$$\dot{\lambda}=e^{\delta t}(\dot{\lambda}^{*}+\delta\lambda e^{-\delta t})$$

$$=\delta\lambda-D_{1}H(k,\ \lambda),$$

$$\dot{k}=kg\left(\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right)$$

$$=D_{2}H(k,\ \lambda).$$

が得られる．よって，Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{k}=D_{2}H(k,\ \lambda), \tag{3}$$

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_{1}H(k,\ \lambda), \tag{4}$$

境界条件は

$$k(0)=k_{0}, \tag{5}$$

$$\lim_{t\to\infty}\ \lambda(t)k(t)\ e^{-\delta t}=0. \tag{6}$$

である．

ここで，最適な $c=c^{*}$ が満たすべき条件を考えてみよう．最適な c^{*} は次の問題の解の中から得られる．

$$\max_{c}\ e^{\delta t}H^{*}$$

$$\text{s.t. } 0\leq c\leq\mathcal{F}(k(t)),\ \text{for}\forall k.$$

このとき，

$$\lim_{c\to 0}DU(c)=\infty,$$

という仮定を加えると，c^{*} は $[0,\ \mathcal{F}(k(t)))]$ 内で内点解もしくは右端点解として得られる．内点解の場合，c^{*} は

$$DU(c)=\lambda Dg\left(\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right) \tag{7}$$

を満たすことが必要であり[3]，右端点解の場合は

$$c=\mathcal{F}(k(t)) \tag{8}$$

を満たすことが必要である．したがって，

$$c^*=c(k, \lambda) \tag{9}$$

ということがわかる．(9)を(3)と(4)に代入すると，k と λ だけの微分方程式系が得られる．ここで，次の命題が確認される．

〔命題 1〕 最適な c^* が(7)を満たすとき，

$$D_2c(k, \lambda)<0.$$

証明 仮定より，

$$DU(c)>0,\ D^2U(c)<0,$$

$$Dg(z)>0,\ D^2g(z)<0;\quad z=\frac{\mathcal{F}(k)-c}{k}.$$

であるが，cが増えると z は減少するので，最適な c^* は次の図によって決定されることがわかる．

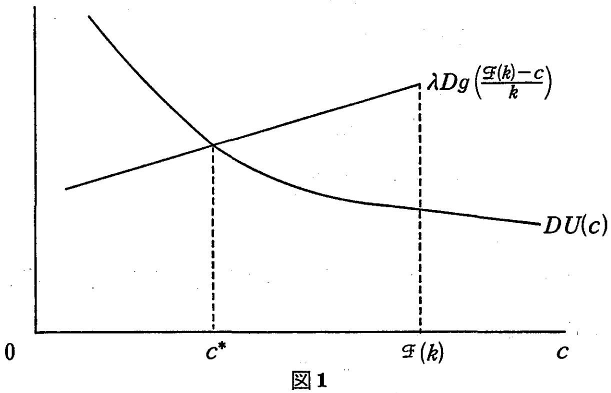

図 1

よって，λ が増えると，$\lambda Dg\left(\dfrac{\mathcal{F}(k)-c}{k}\right)$ は上方にシフトするので，最適な c^* の値は小さくなる．つまり，$D_2c(k, \lambda)<0$.　　**Q.E.D.**

$\dot{k}\geq 0$ なので，(k, λ) 平面は $\dot{k}=0$ と $\dot{k}>0$ の二つの領域に分けることができる．この二つの領域の境界を $\dot{k}=0$ locus と呼ぶと，この locus 上で最適

3) この場合，未知補助関数 λ の意味が明らかにされる．(7)より $\lambda=DU(c)/Dg(z)$ なので，λ は追加的に一単位生産したものを消費したときと，research technology へ投資したときのメリットの比であると考えられる．

な c^* は(7)と(8)を同時に満たすことになる．よって，$\dot{k}=0$ locus は，

$$DU(\mathcal{F}(k(t)))=\lambda \tag{10}$$

で描かれる．この $\dot{k}=0$ locus に関しては，次の性質が確認される．

〔**命題2**〕 $\dot{k}=0$ locus は右下がり (nonincreasing).

証明 $DU(\mathcal{F}(k(t)))$を k で微分すると，

$$D^2U(\mathcal{F}(k(t)))\cdot D\mathcal{F}(k(t))<0.$$

Q.E.D.

次に $\dot{\lambda}=0$ locus を考える．

〔**命題3**〕 $\dot{\lambda}=0$ locus の傾きは不定．

証明 $\Lambda(k, \lambda)=\delta\lambda-D_1H$ とおくと，$\dot{\lambda}=0$ は $\Lambda(k, \lambda)=0$ となる．この傾きは，陰関数定理より

$$\frac{d\lambda}{dk}=-\frac{D_1\Lambda(k, \lambda)}{D_2\Lambda(k, \lambda)}$$

であるが，$D_1\Lambda$ と $D_2\Lambda$ の中には $D_1^2c(k, \lambda)$ や $D_{12}c(k, \lambda)$ がはいってくるので，$c(k, \lambda)$ が具体的に与えられない限り，符号は確定しない． **Q.E.D.**

次の補題は自明である．

〔**補題1**〕 $k\to\infty$のとき，$D\mathcal{F}(k)$ が無限に増大するならば，

$$\exists\hat{k};\ \forall k>\hat{k},\ D\mathcal{F}(k)>\delta.$$

次の補題は $\dot{k}=0$ locus 上で $D\mathcal{F}(k(t))=\delta$ となる点は平衡点であることを主張するものである．

〔**補題2**〕

$$\exists\hat{k};\ D\mathcal{F}(\hat{k})=\delta$$
$$\Downarrow$$
$$\exists\hat{\lambda};\ \hat{\lambda}=DU(\mathcal{F}(\hat{k})),$$
$$\dot{\lambda}=\delta\hat{\lambda}-D_1H(\hat{k}, \hat{\lambda})=0.$$

証明 $\dot{k}=0$ locus 上での $\dot{\lambda}$ の評価を考える．

$\dot{k}=0$ locus 上では

$$H(k, \lambda)=U(\mathcal{F}(k(t))).$$

よって，$\dot{k}=0$ locus 上での $\dot{\lambda}$ の値は

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_1H(k, \lambda)$$

$$=\delta\lambda-\lambda\cdot D\mathcal{F}(k(t)).$$

つまり，

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}=\delta-D\mathcal{F}(k(t)).$$

したがって，

$$\begin{cases}\dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda}>0 & \text{if } k<\hat{k},\\ \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda}=0 & \text{if } k=\hat{k},\\ \dfrac{\dot{\lambda}}{\lambda}<0 & \text{if } k>\hat{k}.\end{cases}$$

よって，$k=\hat{k}$ に対応する $\dot{k}=0$ locus 上の点は平衡点であることがわかる．

Q.E.D.

次の命題が示される．

〔**命題4**〕

$$\exists\hat{k};\ \forall k>\hat{k},\ D\mathcal{F}(k)>\delta$$

$$\Downarrow$$

$\forall k>\hat{k}$, $\dot{\lambda}=0$ locus は $\dot{k}=0$ locus の上方にある．

証明　$D\mathcal{F}(k(t))>\delta$ のとき，$\dot{\lambda}=0$ locus が $\dot{k}=0$ locus の下方に位置していたとしよう．このとき，$\hat{k}$ よりも大きな k に対して $\dot{\lambda}=0$ locus 上では，

$$c=\mathcal{F}(k).$$

よって，Hamiltonian は

$$H(k,\lambda)=U(\mathcal{F}(k)),$$

となるので，$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_1H=0$ は

$$\delta\lambda-DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k)=0$$

と書き換えられ，

$$\lambda=\frac{DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k)}{\delta}$$

を得る．これが，$\dot{\lambda}=0$ locus の (k,λ) 平面における式である．一方，$\dot{k}=0$ locus の式は

$$\lambda=DU(\mathcal{F}(k))$$

で与えられる．そこで，任意の $k>\hat{k}$ に対して，

$$DU(\mathcal{F}(k)) - \frac{DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k)}{\delta} > 0$$

となるはずであるが，$D\mathcal{F}(k) > \delta$ なので

$$\begin{aligned} DU(\mathcal{F}(k)) &- \frac{DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k)}{\delta} \\ &= \frac{1}{\delta} DU(\mathcal{F}(k))(\delta - D\mathcal{F}(k)) < 0, \end{aligned}$$

となり矛盾．　　**Q.E.D.**

命題 2 〜命題 4 より，(k, λ) 平面における位相図は次のようになる[4]．

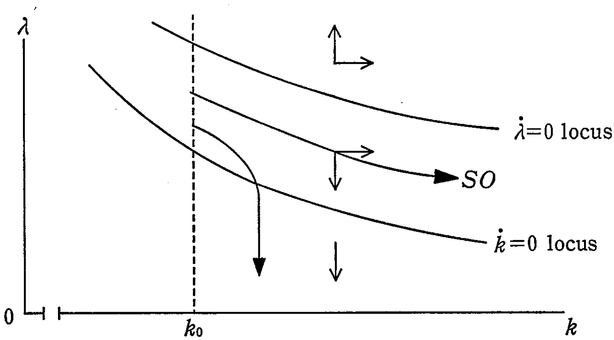

図 2

さらに，$\dot{\lambda}=0$ locus に関して次の命題も成り立つ．

〔**命題 5**〕 $k > \hat{k}$ であれば，$\dot{\lambda}=0$ locus は，陰関数の形で

$$\delta - Dg\left(\frac{\mathcal{F}(k) - c(k, \lambda)}{k}\right)\cdot D\mathcal{F}(k) = 0 \tag{11}$$

で近似される．

証明　$\forall k > \hat{k}$ に対して，$\dot{\lambda}=0$ locus が $\dot{k}=0$ locus の上方にあるならば，$\forall k > \hat{k}$ に対して，$\dot{\lambda}=0$ locus 上で c は

$$DU(c) = \lambda\cdot Dg\left(\frac{\mathcal{F}(k) - c}{k}\right)$$

を満たすことが必要である．そこで，

$$\forall k > \hat{k},\ D_1H(k, \lambda) = \lambda\{g(z) + Dg(z)(D\mathcal{F}(k) - z)\},$$

4)　図中，SO は社会的最適径路を示す．なお，この図は $\hat{k}$ がはるか左の方向にある場合である．

ただし，$z=\dfrac{\mathcal{F}(k)-c(k,\lambda)}{k}$.

よって，$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_1H=0$ は

$$\delta=g(z)+Dg(z)(D\mathcal{F}(k)-z).$$

ここで，Taylor 展開で一次近似を行うと

$$\delta\approx Dg(z)\cdot D\mathcal{F}(k),$$

となることがわかる．　**Q.E.D.**

〔**命題 6**〕 $\dot{k}=0$ locus を横切るトラジェクトリは最適ではない．

証明　$\dot{k}=0$ locus を横切ると，$\dot{k}=0$ 領域にトラジェクトリが入ることになるが，この領域では

$$D_1H(k,\lambda)=DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k).$$

よって，(4)より

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k), \tag{12}$$

さて，トラジェクトリが $\dot{k}=0$ locus を通過すると，それ以降も $\dot{k}=0$ なので，k: *const*. よって，

$$DU(\mathcal{F}(k))\cdot D\mathcal{F}(k)=a : const,$$

とおける．このことから，(12)は

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-a \tag{13}$$

となる．(13)の一般解は

$$\lambda(t)=\lambda(0)e^{\delta t}+\frac{a}{\delta}$$

である．ところが，このとき

$$\lim_{t\to\infty}\lambda(t)k(t)e^{-\delta t}=\lambda(0)\bar{k}\neq 0;\ \bar{k}: const,$$

となり，横断性条件(6)は成立しないことがわかる．　**Q.E.D.**

なお，$\dot{\lambda}=0$ locus を横切るトラジェクトリも最適ではないと思われる．なぜならば，$\dot{\lambda}=0$ locus を横切ると，トラジェクトリは図中の右上方向に進むため横断性条件を満たさないことが予想されるからである．

以上のことから，(A) に関する最適トラジェクトリは $\dot{\lambda}=0$ locus と $\dot{k}=0$ locus の間に位置し，そのトラジェクトリ上で k は無限に成長していくことがわかる．このようにして最適な $(k(t))_{t=0}^{\infty}$，$(\lambda(t))_{t=0}^{\infty}$，$(c(t))_{t=0}^{\infty}$ が，内生的

に決定されていく.

3. 競争均衡径路の存在とその性質

ここでは，分権的意思決定の下での最適消費計画を考える．分権的意思決定の下では，各企業は $(K(t))_{t=0}^{\infty}$ を所与として行動するので，ここでの問題は次のようになる.

$$\text{問題 }(B):\max_{c}\int_{0}^{\infty}U(c(t))e^{-\delta t}dt$$
$$\text{s.t.}\quad \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}=g\left(\frac{f(k(t),K(t))-c(t)}{k(t)}\right),$$
$$k(0)=k_0,$$
$$c\in[0,\ f(k(t),\ K(t))].$$

次の定理は (B) での競争均衡解の存在を保証するものである.

〔**定理 2**〕 定理 1 と同じ条件の下で,

$$\alpha\rho<\delta$$
$$\Downarrow$$

(B) は任意の径路 $K(t)$; $K(t)<K(0)e^{\alpha t}$ に対して有限値の解をもつ.

証明 Romer〔2〕p. 1021 参照. **Q.E.D.**

以下，(A) の場合と同様に議論が展開される．まず，(B) での最大化された Hamiltonian $\tilde{H}$ は

$$\tilde{H}(k,\lambda,K)=\max_{c}\left\{U(c)+\lambda\left[kg\left(\frac{f(k,\ Sk)-c}{k}\right)\right]\right\}. \tag{14}$$

Hamiltonian Dynamics は

$$\dot{k}=D_2\tilde{H}(k,\lambda,K), \tag{15}$$
$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_1\tilde{H}(k,\lambda,K), \tag{16}$$

境界条件は

$$k(0)=k_0, \tag{17}$$
$$\lim_{t\to\infty}\lambda(t)k(t)e^{-\delta t}=0, \tag{18}$$

である．ここで，$K(t)=Sk(t)$ を(15)と(16)に代入すると,

$$\dot{k}=D_2\tilde{H}(k,\lambda,Sk), \tag{19}$$

$$\dot{\lambda}=\delta\lambda-D_1\tilde{H}(k,\lambda,Sk). \tag{20}$$

また，$\tilde{H}$ が c に関して最大化されるための条件は

$$DU(c)=\lambda Dg\left(\frac{f(k,Sk)-c}{k}\right) \qquad \text{if } \dot{k}>0,$$

$$c=f(k,Sk) \qquad \text{if } \dot{k}=0.$$

よって，最適な c^* は

$$c^*=c(k,\lambda) \tag{21}$$

である．これは，$\mathcal{F}(k)=f(k,Sk)$ であることを考えると (A) での(9)と同一の式であることがわかる．

(17)～(21)より，(B) でも (k,λ) 相平面を用いて議論することができる．まず，(A) と同様にして $\dot{k}=0$ locus は

$$DU(f(k,Sk))=\lambda \tag{22}$$

で与えられることがわかる．これは(10)と同一式である。しかし，$\dot{\lambda}=0$ locus は (A) と (B) とで異なる．

〔**命題 7**〕 $k>\hat{k}$ に対して，(B) での $\dot{\lambda}=0$ locus は (A) での $\dot{\lambda}=0$ locus よりも下方に描かれる．

証明 命題 5 より，$k>\hat{k}$ に対して，(A) の $\dot{\lambda}=0$ locus は

$$D_1f(k,Sk)+SD_2f(k,Sk)=\frac{\delta}{Dg(z_1)};\quad z_1=\frac{\mathcal{F}(k)-c(k,\lambda)}{k}, \tag{23}$$

で近似される．また，(B) の $\dot{\lambda}=0$ locus も

$$D_1f(k,Sk)=\frac{\delta}{Dg(z_2)};\quad z_2=\frac{f(k,Sk)-c(k,\lambda)}{k}, \tag{24}$$

で近似されることが，命題 5 の証明と同様の方法で示される．

ここで，明らかに

$$D_1f(k,Sk)+SD_2f(k,Sk)>D_1f(k,Sk),$$

なので，任意の $k>\hat{k}$ に対して

$$\frac{\delta}{Dg(z_1)}>\frac{\delta}{Dg(z_2)},$$

$$\Downarrow$$

$$Dg(z_1) < Dg(z_2),$$
$$\Downarrow$$
$$z_1 > z_2.$$

ここで，z_1 と z_2 の中にでてくる k の値は同じなので，$z_1 > z_2$ であるためには

$$(23)\text{の } c(k, \lambda) < (24)\text{の } c(k, \lambda),$$

が必要である．命題 1 より $D_2c(k, \lambda) < 0$ であるので，このことは，任意の $k > \hat{k}$ に対して

$$(23)\text{の } \lambda > (24)\text{の } \lambda,$$

であることを意味する． **Q.E.D.**

以上のことから，(*B*) の位相図は次のようになる[5]．

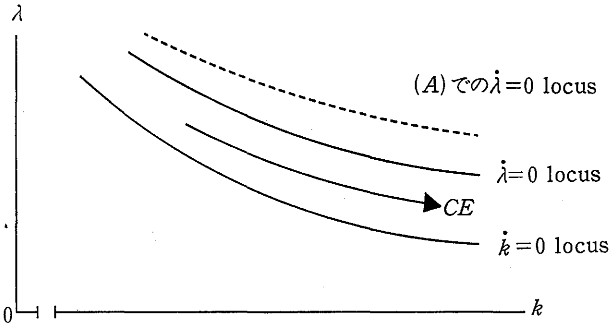

図 3

この図から，(*A*) と (*B*) との平衡点は（それらが存在するとすれば）異なるので，平衡点の近傍から出発する最適トラジェクトリは (*A*) と (*B*) とで異なることがわかる．また，競争均衡径路上でも，$k(t)$ は無限に増大していくことがわかる．

おわりに

本稿では，Romer によって提示されたモデルにおける社会的最適径路と均衡径路の性質が，詳細に考察された．特に，これまでの議論によって，(*A*) と

5) 図中の *CE* は競争均衡径路を示す．

(B) における最適な径路は異なるが，ともに最適径路上で $k(t)$ は無限に増大することが示された．このことから，最適径路上で $c(t)$ も無限に増大することが容易に確認される．また，(A) と (B) における最適径路が異なることから，政府の介入により社会の厚生を高めることができることも示唆される．

最後に，今後の問題点を述べる．まず，本稿で扱ったモデルでは閉鎖経済のみを考察したが，これを二国モデルに拡張することが考えられる．その場合，ある条件の下で，各国の knowledge の蓄積の速度に差異が生じる可能性がある．また，Lucas〔1〕では，learning by doing によって knowledge が蓄積されていくモデルを構築しているが，このようなモデルに関する考察もこれからの課題である．

参考文献

〔1〕 Lucas, R. E. Jr., "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, 22 (1988), 3–42.

〔2〕 Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, 94 (1986), 1002–37.

〔3〕 Solow, R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1956), 65–94.

〔4〕 Uzawa, H., "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth", *International Economic Review*, 6 (1965), 18–31.