

自己選抜モデルを用いた最適報酬計画

三浦, 功

<https://doi.org/10.15017/2920750>

出版情報 : 経済論究. 74, pp.129-142, 1989-08-10. 九州大学大学院経済学会
バージョン :
権利関係 :



自己選抜モデルを用いた最適報酬計画

三 浦 功

目 次

- 1 はじめに
- 2 最適報酬計画 (Freixas 静学モデルによる分析)
- 3 最適報酬計画 (自己選抜モデルによる分析)
- 4 おわりに

1 はじめに

本稿は Freixas[1] で定式化された 静学モデルにより 導出される最適報酬計画と自己選抜モデルによる最適報酬計画を社会厚生観点から比較検討する事を目的とする。

結果的には、自己選抜モデルによる最適社会厚生が Freixas 静学モデルによる最適社会厚生を上回る事が明らかにされる。

2 最適報酬計画 (Freixas 静学モデルによる分析)

本節では、Freixas 静学モデルを定式化して、最適報酬計画を導出し、その性質について分析する¹⁾。Freixas 静学モデルでは、計画官 (principal)²⁾ が、企業 (agent) に公共財の生産を委託するかわり、その生産量に応じて報酬を与えるというのが基本的フレームワークである。その際、計画官は企業が固有に持つ生産技術に関して完備な情報を持っておらず、従ってそのような不完備情報のもとで社会厚生を最大にする報酬計画を作ることが計画官にとっての課題となる。他方、企業は、計画官によって示された報酬計画に基づき、利潤を

最大化する生産量を選ぶであろう。さて、Freixas 静学モデルを定式化しよう。企業は、外生的に与えられた価格 p のもとで公共財の生産を行なう。その生産量を y としよう。企業の費用関数を $\psi(y, \theta)$ で表わす。ここで、 θ は、企業の生産技術を表わすパラメーターであり、この値に関して企業は正確に知っているが、計画官は観察出来ないものとする。ただし、計画官は、このパラメーターが $\underline{\theta}$ と $\bar{\theta}$ の 2 種類しかなく ($\underline{\theta}$ は低い生産技術を表わし $\bar{\theta}$ は高い生産技術を表わす)、それぞれ ν , $1-\nu$ の確率で予想出来るものとしよう。さらに費用関数に関して次の仮定を置く。

$$\psi_y > 0 \quad (1)$$

$$\psi_{yy} > 0 \quad (2)$$

$$\psi_\theta < 0 \quad (3)$$

$$\psi_{y\theta} < 0 \quad (4)$$

(3)は、生産性が高くなるにつれ生産費用は減少することを意味し、(4)は、限界費用は、生産性が高くなるにつれ減少することを意味している。計画官が用いる報酬計画 $R(y)$ は

$$R(y) = a + by \quad (b > 0) \quad (5)$$

の形で表わされるものとしよう。ここで、 a は、生産量に依存しないで定まる固定給を、 b は生産 1 単位に対して賦与されるボーナスをそれぞれ表わすものと考えられる。さて、我々は次に企業の利潤関数 $\Pi^F(y, \theta)$ 、計画官の利潤関数 $\Pi^{CP}(y)$ 、社会厚生関数 $W(y, \theta)$ を定式化する。まず企業の利潤関数 $\Pi^F(y, \theta)$ は、

$$\Pi^F(y, \theta) = a + by - \psi(y, \theta) \quad (6)$$

によって定義する³⁾。計画官の利潤関数 $\Pi^{CP}(y)$ は

$$\Pi^{CP}(y) = py - (1 + \lambda)(a + by) \quad (7)$$

で表わす。ここで λ は計画官が報酬 $a + by$ を企業に与える時にかかる社会費用を表わすものである⁴⁾。さらに社会厚生関数 $W(y, \theta)$ を $\Pi^F(y, \theta)$ と $\Pi^{CP}(y)$ の和として定義しよう。すなわち、

$$W(y, \theta) = \Pi^F + \Pi^{CP} = py - \psi(y, \theta) - \lambda R(y) \quad (8)$$

(6), (7)より企業と計画官の等利潤曲線が描けるが、それを図示したものが図 1

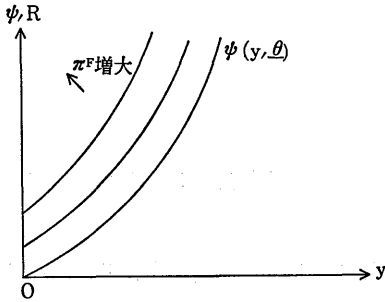


図1 低い生産性の企業の費用関数
と等利潤曲線

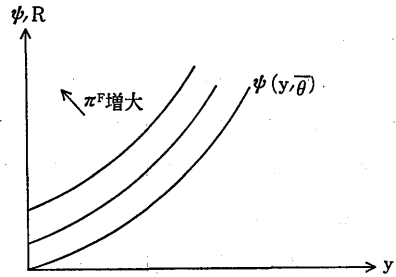


図2 高い生産性の企業の費用関数
と等利潤曲線

～図3である。

ここで計画官は、企業に対してある
最小利潤を保証するものとし、一般性
を失う事なくその額を0と置く事が出
来る。従って企業は、 $\Pi^F(y, \theta) \geq 0$ と
いう条件のもとで $\Pi^F(y, \theta)$ を最大化
する。もし $\max_y \Pi^F(y, \theta) < 0$ の時には、
企業の生産量は0となる。まず参考の
ため、計画官は企業のタイプ θ に関し

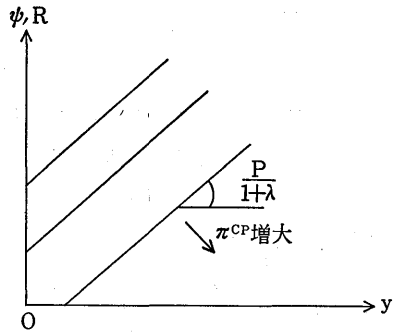


図3 計画官の等利潤曲線⁵⁾

て完備な情報を得ている場合を考えてみよう。ボーナスが b の時、企業が $\Pi^F(y, \theta)$ を最大化する生産量を $y(b, \theta)$ とする。この時、計画官にとっての最適化問題は次の様に定式化される。

$$\text{問題A} \quad \max_{a, b} W(y(b, \theta), \theta) \quad (9)$$

$$\text{s.t.} \quad a + by(b, \theta) - \psi(y(b, \theta), \theta) \geq 0 \quad (10)$$

最適な a は(10)を等号で成立させる。何故なら、今仮に最適な a に対して(10)が厳密な不等号で成り立っているものとしよう。この時、 a の値を少しでも小さくすると(8)より $W(y(b, \theta), \theta)$ は増加するからである。以上の事から問題Aは、次の様に置き換えられる。

$$\text{問題A'} \quad \max_b py(b, \theta) - (1 + \lambda)\psi(y(b, \theta), \theta) \quad (11)$$

最大化の必要条件より

$$b = \frac{p}{1+\lambda} \equiv s \quad (12)$$

を得る⁶⁾。よって最適な a は

$$a = \psi(y(s, \theta), \theta) - sy(s, \theta) \quad (13)$$

で与えられる。この事を命題 1 としてまとめる。

命題 1 完備情報のもとでの最適なボーナスは、公共財のシャドウプライス s に等しい。

次に我々は計画官が企業のタイプ θ に関して不完備な場合を考える。ボーナスが b の時、 θ タイプの企業が利潤を最大にする生産量を $\underline{y}(b)$ とし同様に $\bar{y}(b)$ を定義する。この時、 $\bar{y}(b) > \underline{y}(b)$ が成り立つ⁷⁾。さらに、この 2 つのタイプに対応する費用関数をそれぞれ $\underline{\psi}$, $\bar{\psi}$ で表わす。この場合の社会厚生関数（正確には期待社会厚生関数） W は

$$W = \nu[p\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \lambda(a + b\underline{y}(b))] + (1-\nu)[p\bar{y}(b) - \bar{\psi}(\bar{y}(b)) - \lambda(a + b\bar{y}(b))] \quad (14)$$

と書け、計画官にとっての最適化問題は次の様になる。

$$\text{問題 B} \quad \text{Max}_{a, b} W \quad (15)$$

$$\text{s.t.} \quad a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq 0 \quad (16)$$

$$a + b\bar{y}(b) - \bar{\psi}(\bar{y}(b)) \geq 0 \quad (17)$$

最適な a は(16)を等号で成立させるが、この理由は問題 A の場合と同様である。従って

$$a = \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b\underline{y}(b) \quad (18)$$

さらに(16)から(17)が言えるので、問題 B は次の様に置き換えられる。

$$\begin{aligned} \text{問題 B'} \quad \text{Max}_b & [\nu[p\underline{y}(b) - (1+\lambda)\underline{\psi}(\underline{y}(b))] \\ & + (1-\nu)[p\bar{y}(b) - \bar{\psi}(\bar{y}(b)) - \lambda(\underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b\underline{y}(b) + b\bar{y}(b))]] \end{aligned} \quad (19)$$

最大化の必要条件を求める。

$$\frac{dW}{db} = (1+\lambda) \left[(s-b) \left[\nu \frac{d\underline{y}}{db} + (1-\nu) \frac{d\bar{y}}{db} \right] - \frac{\lambda(1-\nu)}{1+\lambda} [\bar{y}(b) - \underline{y}(b)] \right] \quad (20)$$

(20)式を 0 とおいて $s-b$ について整理すると

$$s-b = \frac{\lambda(1-\nu)}{1+\lambda} \left[\frac{\bar{y}(b) - \underline{y}(b)}{\nu \frac{d\underline{y}(b)}{db} + (1-\nu) \frac{d\bar{y}(b)}{db}} \right] \quad (21)$$

最適な生産量は、生産性が高いほど、ボーナスが大きいほど増えるので、(20)，
 (21)より次の命題2が成り立つ。

命題2 不完備情報の場合、

(i) W は $b \geq s$ となる b の減少関数

(ii) 最適なボーナスは s より小さい

命題2(ii)は、完備情報の時と比べて、不完備情報の場合、社会厚生^{〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇}の欠損が生じる事を示唆しており、計画官にとって多少コスト^{〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇}がかかっても企業の生産技術に関する情報を出来る限り入手した方が望ましいと言えるだろう。

次に確率 ν が変化した時、最適なボーナスと生産性の高い企業の利潤に及ぼす影響を調べる。計画官が生産性の低い企業の確率を ν と予想した時の最適な報酬計画 $(a(\nu), b(\nu))$ に対応する生産性の高い企業の利潤を $\Pi^F(\nu)$ で表わそう。この時、次の命題3が成り立つ。

命題3 (i) $b(\nu)$ は ν の増加関数

(ii) $\Pi^F(\nu)$ は ν の連続増加関数

(証明) Freixas[1] を参照。

命題3は最適なボーナスと生産性の高い企業の利潤が、生産性の低い企業である確率が増すにつれ大きくなることを主張している。後者の点は、生産性の高い企業に計画官に対して自分を生産性の低い企業にカムフラージュさせるインセンティブをもたせる可能性を示唆している。

3 最適報酬計画（自己選抜モデルによる分析）

本節では、前節において定式化された Freixas 静学モデルに若干の修正を施す事により、報酬計画を企業に選択させる自己選抜モデルを作る。そして、その場合の最適報酬計画を求め、その性質を調べる。ここでは前節で用いられた記号をそのまま用いることにする。まず、計画官は企業と生産契約をする前に2組の報酬メニュー $\{(a, b), (a, \bar{b})\}^B$ を企業に示すものとしよう。この場合、企業はどちらの報酬メニューをも自由に選んで良いものとする。この時、計画官は生産性の低い企業には (a, b) を、生産性の高い企業には $(a, \bar{b})$ をそれぞれ

れ選ばせたいと考えているものとしよう。計画官が企業の生産技術に関して不完備な情報しか持っていない場合の社会厚生関数 W^s は、次の様に定式化される。

$$W^s = \nu \{ p\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \lambda(a + b\underline{y}(b)) \} \\ + (1-\nu) \{ p\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) - \lambda(a + \bar{b}\bar{y}(\bar{b})) \} \quad (22)$$

(但し $\underline{y}(b), \bar{y}(\bar{b})$ はそれぞれ $b, \bar{b}$ のもとで利潤を最大にする生産量を表わす。) 計画官が作る報酬メニュー $\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}$ は、次の問題の解となるものである。

$$\text{問題 C} \quad \text{Max}_{((a, b), (\bar{a}, \bar{b}))} W^s \quad (23)$$

$$\text{s.t.} \quad a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq 0 \quad (24)$$

$$\bar{a} + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) \geq 0 \quad (25)$$

$$a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq \bar{a} + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) \quad (26)$$

$$\bar{a} + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) \geq a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \quad (27)$$

(24), (25)が両タイプの企業の参加条件であり(26), (27)が自己選抜条件を表わしている。便宜上(24), (25)をそれぞれ参加条件〔I〕, 〔II〕とし, (26), (27)を自己選抜条件〔I〕, 〔II〕と呼ぶことにする。問題 C を解く前に, (24)~(27)より導出される結果を補題 1 から補題 3 にまとめる。

補題 1 参加条件〔I〕, 自己選抜条件〔II〕を仮定する時, 参加条件〔II〕は厳密な不等号で成立する。

(証明)

自己選抜条件〔II〕, 参加条件〔I〕より

$$a + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) \geq a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \\ \geq \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b\underline{y}(b) + b\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))$$

$$\text{ここで } F(b) \equiv \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b\underline{y}(b) + b\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}))$$

$$F(0) = 0$$

$$F'(b) = \bar{y}(\bar{b}) - \underline{y}(b) > 0$$

$$F(b) > 0$$

$$\therefore a + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b})) > 0 \quad (\text{Q.E.D.})$$

補題 2 自己選抜条件〔I〕, 〔II〕が満たされる時

$$\bar{b} \geq b$$

$$a \geq \bar{a}$$

が成り立つ。

(証明)

自己選抜条件〔I〕, 〔II〕より

$$a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq \bar{a} + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))$$

$$a + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) \geq a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

両式を辺々加え整理すると

$$\bar{b}(\underline{y}(\bar{b}) - \underline{y}(b)) + \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))$$

$$- \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq b(\underline{y}(b) - \underline{y}(b)) + \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

$$\text{ここで } F(b) \equiv b(\underline{y}(b) - \underline{y}(b)) + \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

$$F'(b) = \underline{y}(b) - \underline{y}(b) > 0$$

一方, $F(\bar{b}) \geq F(b)$ なので $\bar{b} \geq b$ となる。

次に $a \geq \bar{a}$ を示そう。再び, 自己選抜条件〔I〕を用いると

$$a \geq \bar{a} + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) - \{b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))\}$$

$$\text{ここで } G(b) \equiv b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

$$G(b) = 0$$

$$G'(b) = \underline{y}(b) > 0$$

$\bar{b} \geq b$ なので $G(\bar{b}) \geq G(b)$

$$\therefore a \geq \bar{a} \quad (\text{Q.E.D.})$$

補題 3

$$a = \bar{a} \iff a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) = \bar{a} + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))$$

$$b = \bar{b} \iff \bar{a} + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) = a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

(証明)

($\Rightarrow$) 自明。

$$(\Leftarrow) \quad a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) = \bar{a} + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}))$$

$$a + \bar{b}\underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) = a + b\underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

両式を辺々加え, 整理すると

$$b\underline{y}(b) - b\underline{y}(b) + \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \underline{\psi}(\underline{y}(b))$$

$$= \bar{b}\bar{y}(\bar{b}) - b\bar{y}(\bar{b}) + \bar{y}(\bar{b}) - \underline{y}(\bar{b})$$

ここで $F(b) \equiv b\bar{y}(b) - b\bar{y}(b) + \bar{y}(b) - \underline{y}(b)$

$$F'(b) = \bar{y}(b) - \underline{y}(b) < 0$$

よって $F(b)$ は単調減少なので 1 対 1 写像となる。従って、 $F(b) = F(\bar{b})$ より $b = \bar{b}$ 。また、このことから $a = \bar{a}$ は直ちに言える。(Q.E.D.)

次に問題 C の解 $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ を最適報酬メニューと呼ぶことにする。
この最適報酬メニューに対して次の補題 4, 5 が成り立つ。

補題 4 最適報酬メニューのもとでは、参加条件 [I] は等号で成立する。

(証明)

最適報酬メニュー $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ に対して

$$a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \underline{y}(b^*) > 0$$

であるとしよう。ここで a', a' を

$$a' \equiv -b^* \bar{y}(b^*) + \underline{y}(b^*)$$

$$a' \equiv a^* - a^* - b^* \bar{y}(b^*) + \underline{y}(b^*)$$

と定義しよう。この時 a', a' はそれぞれ a^*, a^* を同じ額だけ小さくしたものである。なので報酬メニュー $\{(a', b^*), (\bar{a}', \bar{b}^*)\}$ は自己選抜条件 [I], [II] を満たす。
また、

$$a' + b^* \bar{y}(b^*) - \underline{y}(b^*) = 0$$

なので補題 1 より

$$a' + \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) - \bar{y}(\bar{b}^*) > 0$$

よって参加条件 [I], [II] も満たす。さらに報酬メニュー $\{(a', b^*), (\bar{a}', \bar{b}^*)\}$ を用いた時の社会厚生の方が、 $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ のそれよりも大きいことは明らか。よって矛盾。

$$\therefore a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \underline{y}(b^*) = 0 \quad (\text{Q.E.D.})$$

補題 5 最適報酬メニューのもとでは、自己選抜条件 [II] は等号で成立する。

(証明)

最適報酬メニュー $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ に対して

$$a^* + \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) - \bar{y}(\bar{b}^*) > a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \bar{y}(b^*)$$

を仮定する。ここで $\bar{a}'$ を

$$\bar{a}' \equiv a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b^*)) - \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) + \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b}^*)) \quad (28)$$

と定義する。この時報酬メニュー $\{(a^*, b^*), (\bar{a}', \bar{b}^*)\}$ について補題 4 より

$$a^* + b^* \underline{y}(b^*) - \underline{\psi}(\underline{y}(b^*)) = 0 \quad (29)$$

また(28), (29)より

$$\begin{aligned} \bar{a}' + \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b}^*)) &= -b^* \underline{y}(b^*) + \underline{\psi}(\underline{y}(b^*)) \\ &\quad + b^* \bar{y}(b^*) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b^*)) > 0 \end{aligned}$$

よって参加条件〔I〕, 〔II〕を満たす。また $\bar{a}^* > \bar{a}'$ なので

$$a^* + b^* \underline{y}(b^*) - \underline{\psi}(\underline{y}(b^*)) > \bar{a}' + \bar{b}^* \underline{y}(\bar{b}^*) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b}^*))$$

$$\bar{a}' + \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b}^*)) = a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b^*))$$

となり自己選抜条件〔I〕, 〔II〕も満たす。さらに報酬メニュー $\{(a^*, b^*), (\bar{a}', \bar{b}^*)\}$ を用いた時の社会厚生の方が $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ のそれよりも大きい。

よって矛盾。

$$\therefore \bar{a}^* + \bar{b}^* \bar{y}(\bar{b}^*) - \bar{\psi}(\bar{y}(\bar{b}^*)) = a^* + b^* \bar{y}(b^*) - \bar{\psi}(\bar{y}(b^*)) \quad (\text{Q.E.D.})$$

補題 5 は, 生産性の高い企業にとって最適報酬メニュー $\{(a^*, b^*), (\bar{a}^*, \bar{b}^*)\}$ は共に同じ利潤をもたらすことを主張している。

補題 1, 4, 5 より問題 C は次の様に置き換えられる。

$$\text{問題 C'} \quad \text{Max}_{\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}} W^S \quad (30)$$

$$\text{s.t.} \quad a + b \underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) = 0 \quad (31)$$

$$a + b \underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) \geq \bar{a} + \bar{b} \underline{y}(\bar{b}) - \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) \quad (32)$$

$$\bar{a} + \bar{b} \bar{y}(\bar{b}) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b})) = a + b \bar{y}(b) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b)) \quad (33)$$

(31), (33)より $a, \bar{a}$ を消去出来る。今(32)を無視して W^S を最大化することを考えよう。すなわち

$$\begin{aligned} \text{問題 C''} \quad \text{Max}_{b, \bar{b}} & \nu [p \underline{y}(b) - (1 + \lambda) \underline{\psi}(\underline{y}(b))] + (1 - \nu) [p \bar{y}(\bar{b}) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b})) \\ & + \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b})) + \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b \underline{y}(b)] \end{aligned}$$

最大化の必要条件より

$$\frac{\partial W^S}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial W^S}{\partial \bar{b}} = 0$$

これから

$$\underline{b} = s - \frac{\frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1-\nu}{\nu} [\bar{y}(b) - \underline{y}(b)]}{\frac{dy}{db}} \quad (34)$$

$$\bar{b} = s \quad (35)$$

(34), (35)で導出された $\underline{b}, \bar{b}$ が(32)を満たす事は容易に確かめられる。よって, この $\underline{b}, \bar{b}$ が最適なボーナスになる。以上より次の命題4が得られる。

命題4 不完備情報の場合, 最適なボーナス $b^*, \bar{b}^*$ に関して

- (i) b^* は s より小さい
- (ii) $\bar{b}^*$ は s に等しい

が成り立つ。

次に前節において導出された Freixas 静学モデルにおける最適報酬計画とこの節で導かれた最適報酬メニューを社会厚生観点から比較してみる。この時次の命題5が成り立つ。

命題5 不完備情報の場合, 自己選抜モデルを用いて得られる最適報酬メニューに対応する社会厚生の方が, Freixas 静学モデルでの最適報酬計画に対応する社会厚生よりも大きい。

(証明)

報酬メニュー $\{(a, b), (a, \bar{b})\}$ を次の様に定義する。

$$\underline{b} \equiv b(\nu)$$

$$\underline{a} \equiv \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) - b(\nu) \underline{y}(b(\nu))$$

$$\bar{b} \equiv s$$

$$\begin{aligned} \bar{a} \equiv & \text{Min} \{ \underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s \underline{y}(s), b(\nu) (\bar{y}(b(\nu)) - \underline{y}(b(\nu))) - s \bar{y}(b(\nu)) \\ & + \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) \} - \varepsilon \end{aligned}$$

但し ε は十分小さな正数

(Step 1) 報酬メニュー $\{(a, b), (a, \bar{b})\}$ が自己選抜条件〔I〕, 〔II〕を満たすこと。

$$\begin{aligned} & a + b \underline{y}(b) - \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - \bar{a} - \bar{b} \underline{y}(\bar{b}) + \underline{\psi}(\underline{y}(\bar{b})) \\ & = \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) - b(\nu) \underline{y}(b(\nu)) + b(\nu) \underline{y}(b(\nu)) - \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) \\ & \quad - \text{Min} \{ \underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s \underline{y}(s), b(\nu) (\bar{y}(b(\nu)) - \underline{y}(b(\nu))) - s \bar{y}(b(\nu)) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) \} + \varepsilon - s\underline{y}(s) + \underline{\psi}(\underline{y}(s)) \\
& \geq - \{ \underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s\underline{y}(s) \} - s\underline{y}(s) + \underline{\psi}(\underline{y}(s)) + \varepsilon \\
& = \varepsilon > 0
\end{aligned}$$

よって自己選抜条件〔I〕を満たす。次に自己選抜条件〔II〕が成立することを示す。まず、

$$\underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s\underline{y}(s) \geq b(\nu) (\bar{y}(b(\nu)) - \underline{y}(b(\nu))) - s\bar{y}(b(\nu)) + \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu)))$$

の場合を考える。

$$\begin{aligned}
& \bar{a} + b\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b})) - a - b\bar{y}(b) + \bar{\varphi}(\bar{y}(b)) \\
& = b(\nu) (\bar{y}(b(\nu)) - \underline{y}(b(\nu))) - s\bar{y}(b(\nu)) + \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) - \varepsilon + s\bar{y}(s) \\
& \quad - \bar{\varphi}(\bar{y}(s)) - \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) + b(\nu) \underline{y}(b(\nu)) - b(\nu) \bar{y}(b(\nu)) + \bar{\varphi}(\bar{y}(b(\nu))) \\
& = s\bar{y}(s) - \bar{\varphi}(\bar{y}(s)) - \{ s\bar{y}(b(\nu)) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b(\nu))) \} - \varepsilon \tag{36}
\end{aligned}$$

ここで $F(b)$ を

$$F(b) \equiv s\bar{y}(b) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b))$$

と定義すると

$$F'(b) > 0$$

$$s > b(\nu)$$

である事を考慮すると

$$s\bar{y}(s) - \bar{\varphi}(\bar{y}(s)) - \{ s\bar{y}(b(\nu)) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b(\nu))) \} > 0$$

ε は十分小さな正数なので(36)は正となる。よって自己選抜条件〔II〕を満たす事がわかる。次に

$$\underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s\underline{y}(s) < b(\nu) (\bar{y}(b(\nu)) - \underline{y}(b(\nu))) - s\bar{y}(b(\nu)) + \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu)))$$

の場合を調べよう。

$$\begin{aligned}
& \bar{a} + b\bar{y}(\bar{b}) - \bar{\varphi}(\bar{y}(\bar{b})) - a - b\bar{y}(b) + \bar{\varphi}(\bar{y}(b)) \\
& = \underline{\psi}(\underline{y}(s)) - s\underline{y}(s) + s\bar{y}(s) - \bar{\varphi}(\bar{y}(s)) - \{ \underline{\psi}(\underline{y}(b(\nu))) - b(\nu) \underline{y}(b(\nu)) \\
& \quad + b(\nu) \bar{y}(b(\nu)) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b(\nu))) \} - \varepsilon \tag{37}
\end{aligned}$$

ここで $G(b)$ を

$$G(b) \equiv \underline{\psi}(\underline{y}(b)) - b\underline{y}(b) + b\bar{y}(b) - \bar{\varphi}(\bar{y}(b))$$

と定義する。この時

$$G'(b) = \bar{y}(b) - \underline{y}(b) > 0$$

ε は十分小さな正数なので(37)は正となる。よって自己選抜条件〔Ⅱ〕を満たす。

(Step 2) 報酬メニュー $\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}$ が参加条件〔Ⅰ〕, 〔Ⅱ〕を満たすこと。

$$a + by(b) - \psi(y(b)) = 0$$

補題 1 より

$$a + \bar{b}y(\bar{b}) - \bar{\psi}(y(\bar{b})) > 0$$

よって参加条件〔Ⅰ〕, 〔Ⅱ〕が満たされる。

(Step 1), (Step 2) より計画官が報酬メニュー $\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}$ を企業に示した時には, 生産性の低い企業は (a, b) を, 生産性の高い企業は $(\bar{a}, \bar{b})$ を選ぶことがわかる。

(Step 3) 報酬メニュー $\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}$ を用いた時の社会厚生が Freixas 静学モデルでの最適社会厚生を上回ること。

Freixas 静学モデルでの最適報酬計画 (a, b) は

$$b = b(\nu)$$

$$a = \psi(y(b(\nu))) - b(\nu)y(b(\nu))$$

と表わされるので, その時の社会厚生 W^F は

$$W^F = \nu[p\bar{y}(b(\nu)) - (1 + \lambda)\psi(y(b(\nu)))] + (1 - \nu)[p\bar{y}(b(\nu)) - \bar{\psi}(y(b(\nu))) - \lambda(\psi(y(b(\nu))) - b(\nu)y(b(\nu)) + b(\nu)\bar{y}(b(\nu)))] \quad (38)$$

他方, 報酬メニュー $\{(a, b), (\bar{a}, \bar{b})\}$ を用いた時の社会厚生 W^S は

$$W^S = \nu[p\bar{y}(b(\nu)) - (1 + \lambda)\psi(y(b(\nu)))] + (1 - \nu)[p\bar{y}(s) - \bar{\psi}(y(s)) - \lambda(\text{Min}\{\psi(y(s)) - s\bar{y}(s), b(\nu)(\bar{y}(b(\nu)) - y(b(\nu))) - s\bar{y}(b(\nu)) + \psi(y(b(\nu)))\} - \varepsilon + s\bar{y}(s))] \quad (39)$$

(38), (39)より生産性の低い企業の場合の社会厚生は, 共に等しいことがわかるので, 生産性の高い企業の場合の社会厚生のみを比較すれば十分である。そこで, 報酬計画 (a, b) を $(\bar{a}, \bar{b})$ に変えた時, 生産性の高い企業の利潤と計画官の利潤がそれぞれどう変わるかを調べる。まず生産性の高い企業にとってこの報酬計画の変更は, (Step 1) で自己選抜条件〔Ⅱ〕が厳密な不等号で成り立つ事が既に示されているので, 利潤は増える。また計画官にとっては, 計画官の等利潤曲線の傾きが s であることから $(\bar{y}(\bar{b}), a + \bar{b}\bar{y}(\bar{b}))$ を通る等利潤曲線は,

$(y(b), a+by(b))$ を通る等利潤曲線の下方に位置する。従ってこのシフトは計画官の利潤を増加させる。よって

$$W^F < W^S$$

が成り立つ。もちろん、最適報酬メニューに対応する社会厚生は W^S 以上となるので命題 5 の成立が言えたことになる。(Q. E. D.)

4 おわりに

本稿での分析は計画官と企業の生産契約が 1 期である場合に限定されているが、これを長期の契約に拡張する事が今後の課題である。Freixas[1] では 2 節のモデルを 2 期間に拡張し、計画官が企業との生産契約にコミットしない時にはラチェット効果が生ずることを示している。我々は 3 節の自己選抜モデルを長期に拡張し、その場合の最適報酬メニューの持つ性質を調べる事が必要であろう。

注

- 1) 本節での議論は、すべて Ferixas[1] に基づいている。
- 2) ここで言う計画官とは公共財の生産に関して意志決定を行う主体を表わしており、例えば政府、中央官庁、地方公共団体等がその対象になる。
- 3) ここでは企業はリスク中立的であると仮定されているので利潤関数 $\Pi^F(y, \theta)$ を効用関数とみなすことが出来る。
- 4) 正確には報酬 $a+by$ は税金でまかなわれると考えられるので、その税金を徴収する時にかかる社会費用を表わす。
- 5) (7)より計画官の利潤関数 $\Pi^{CP}(y)$ は

$$\Pi^{CP}(y) = py - (1+\lambda)(a+by)$$

$a+by$ を $R(y)$ に置き換え、 $\Pi^{CP}(y)$ を任意に固定させると、上式は等利潤曲線を表わすものと考えられる。上式を $R(y)$ について整理すると

$$R(y) = \frac{p}{1+\lambda}y - \frac{\Pi^{CP}(y)}{1+\lambda}$$

となり図 3 の様に等利潤曲線が直線になる事がわかる。さらに $\Pi^{CP}(y)$ が増えるとその直線は下方にシフトする事もわかる。

- 6) s は公共財のシャドウプライスと考えられる。
- 7) 生産性の高い企業の利潤関数は(6)より

$$\Pi^F(y, \theta) = a + by - \psi(y, \theta)$$

利潤最大化の必要条件より

$$\frac{d\Pi^F}{dy} = b - \psi_y(y, \theta) = 0$$

$$\therefore \psi_y(y, \theta) = b \quad \text{①}$$

となるので $\bar{y}(b)$ は①を満たす生産量である。同様に $\underline{y}(b)$ は

$$\psi_y(y, \theta) = b \quad \text{②}$$

を満たす生産量を表わす。①, ②, (1), (2), (3), (4)より

$$\bar{y}(b) > \underline{y}(b)$$

を得る。

8) $a, \bar{a}$ が固定給を $b, \bar{b}$ がボーナスをそれぞれ表わしている。

〔参考文献〕

- 〔1〕 X. Freixas, R. Guesnerie, and J. Tirole, "Planning Under Incomplete Information and the Ratchet Effect," *Review of Economic Studies* (1985), 173-191.
- 〔2〕 細江守紀「不確実性と情報の経済分析」九州大学出版会, 1987.
- 〔3〕 J. Laffont, "Toward a Normative Theory of Incentive Contracts between Government and Private Firms," *Economic Journal* (1987), 17~31.
- 〔4〕 N. Melumad and S. Reichelstein, "Centralization Versus Delegation and the Value of Communication", *Journal of Accounting Research* (1987), 1~18.
- 〔5〕 M. Weitzman, "Optimal Rewards for Economic Regulation", *American Economic Review* (1978), 683~691.
- 〔6〕 M. Weitzman, "The ratchet principle and performance incentives," *Bell Journal of Economics* (1980), 251~257.