

NI [Net Income] 法による企業評価

工藤, 裕孝

<https://doi.org/10.15017/2920736>

出版情報 : 経済論究. 73, pp.27-43, 1989-03-28. 九州大学大学院経済学会
バージョン :
権利関係 :

NI 法による企業評価

工 藤 裕 孝

目 次

1. はじめに
2. モデル
 - (i) 記号
 - (ii) 部分均衡モデル
 - (iii) 一般均衡モデル
3. 結 び

1. はじめに

1958年に、論文〔8〕において、Modigliani & Miller（以下では、MM と略す）は「均衡においては、企業価値は資本構成とは無関連である。」という有名な命題¹⁾を導出した²⁾。この論文を契機として、MM 命題の諸仮定を緩め、より現実的な要因を加えた最適資本構成論が現在までに展開されている³⁾。

ところで、田村〔17〕によれば MM が命題を論証するにあたって使用した方法は NOI 法であるという。NOI (Net Operating Income, 以下では NOI と略す) 法とは、年々の営業利益を資本還元して企業の価値を導出する方法である⁴⁾。そこで田村氏は NI 法を使っても MM 命題が論証できることを証明しようとした。NI (Net Income, 以下では NI と略す) 法とは、純利益を資本還元して自己資本の市場価値を導き、それに負債額を加えて企業価値を求める方法である⁴⁾。その際、証明の基礎としたのが Hamada〔3〕の方法である。確かに田村氏の論文においては、同氏が指摘した Hamada の証明法の不備な点は修正されている⁵⁾。しかし、Hamada の MM 命題の証明には、均衡分析

が誤用されている。

Brenner & Subrahmanyam〔1〕によれば、均衡分析については、均衡状態の分析 (intra-equilibrium analysis) と均衡間の分析 (inter-equilibrium analysis) を区別しなければならないという。前者は、均衡が存在すると仮定して、均衡状態において成立する各変数間の関係を特定化したものである。たとえば、CAPM (capital asset pricing model, 以下では CAPM と略す) は、リスクと収益間の関係を述べたものであり、資本構成に関する MM 理論は、同一のリスク・クラス⁶⁾に属し、資本構成が異なる2つの企業価値間の関係を示したものである。後者は、比較静学分析と呼ばれ、異なった均衡状態を比較するものである。すなわち、ある均衡状態において成立している関係式のパラメーターおよび外生変数に変化が生じた場合に別の均衡が成立するものと仮定して、変化前の均衡と変化後の均衡の比較を行なおうとする分析手法である。Hamada は、MM 命題を比較静学的手法を使って証明しようとしている。しかし、MM は同一の均衡内における L 企業 (資金調達を株式と社債で行っている企業) と U 企業 (資金調達は株式だけで行っている企業) の価値を較べようとしているのであって、比較静学的分析を展開しているのではない。この意味で、Hamada の分析は必ずしも適切ではない。田村氏も Hamada モデルに基づいて MM 命題の証明を行なっている為に同様の論法が見られる。

本論文の目的は、比較静学的手法を使わずに、田村氏に従って NI 法で MM 命題を証明することである。以下、第2節(i)では使用される記号を決めておく。(ii)では、特定のリスク・クラスに属する企業に分析を絞るという部分均衡分析によって、法人税がある場合とない場合とにわけて MM 命題を証明する。(iii)では、CAPM を使って、一般均衡的な枠組みの中で、法人税がある場合とない場合にわけて MM 命題を証明する。また、田村氏は2証券に限定して論証しているが、我々は n 証券について証明を行なう。

〔注〕

- 1) 命題 I のことを指している。今後ことわりのない限り、MM 命題という時は、命題 I と法人税を考慮した修正命題を意味するものとする。
- 2) MM 命題の証明については、2つの点でその後修正を受けることとなった。論文

[8] で法人税を考慮して、均衡における U 企業と L 企業の企業価値の関係を導出していたが、 τrD (τ : 法人税率, r : 利子率, D : 負債額) を資本化するのに ρ_k^i (k クラスの, 法人税がある場合の資本化率) を用いた。 τrD は、リスクのない部分であるから資本化するには r を使わなければならないとして、MM 自身によって論文 [9] で修正された。これが第1の修正である。

第2の修正は以下の通りである。Heins & Sprengle[2] によって、MM の裁定取引による証明は、もし投資家がリスク回避者であるならば、収益もふえるがリスクもふえて、果して MM が示したような投資を行うであろうかという問題が生じると主張された。これに対して、MM は論文[10] において、MM 自身は投資家がリスク回避者であるという仮定を使っていないのであるが、もしそう仮定したとしてもそのような問題が生じない一般的証明法を与えた。

MM 自身の証明法について言えば、一貫して対偶が使われた。すなわち、一定の条件のもとでは、“均衡 $\Rightarrow V_U = V_L$ ” \Leftrightarrow “ $V_U \neq V_L \Rightarrow$ 均衡でない” \Leftrightarrow “ $V_U > V_L$ あるいは $V_U < V_L \Rightarrow$ 超過需要が存在する” として対偶が証明されたのである。そしてこの命題は、 V'_L (V_L とは資本負債比率だけが異なる企業) についても同様の証明法で $V_U = V'_L$ が言えるので、 $V_U = V_L$ とあわせて考慮すると $V_L = V'_L$ となる。従って、 $V_U = V_L$ が証明できれば、資本構成が異なるだけで他の条件が同じである企業の市場価値はみな等しくなるということが言えるわけである。法人税を考慮した修正命題についても同様の考え方で説明できる。

- 3) 堀[4] pp. 235-238 参照。
- 4) NI法, NOI 法のさらに詳しい説明については田村[17] pp. 145-146 参照。
- 5) Hamada[3], p. 17, 脚注10において示されているように、 U 企業から L 企業に資本構成を変化させた時に λ が変わってしまうことを指している。これを Hamada に従って示すと以下ようになる。

$$\lambda = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma^2(R_M)}$$

$$R_M = \sum_{k=1}^T \frac{S_k}{S_T} R_k = \frac{1}{S_T} \sum_{k=1}^T X_k$$

ただし

λ	リスクの市場価格
$E(R_M)$	市場ポートフォリオ (M) の投資収益率 (R_M) の期待値
$\sigma^2(R_M)$	市場ポートフォリオ (M) の投資収益率 (R_M) の分散
R_F	無危険利子率
S_k	発行済株式 k の市場価値
S_T	全株式の市場価値
T	発行済株式 k の総数
R_k	株式 k の投資収益率

X_k 企業 k の営業利益

i) A 企業 (負債による資金調達がない企業) の場合

$$\lambda = \frac{\frac{1}{S_T} E\left(\sum_{k=1}^T X_k\right) - R_F}{\left(\frac{1}{S_T}\right)^2 \sigma^2\left(\sum_{k=1}^T X_k\right)} = \frac{S_T \cdot E\left(\sum_{k=1}^T X_k\right) - R_F}{\sigma^2\left(\sum_{k=1}^T X_k\right)}$$

ii) B 企業 (負債による資金調達がある企業) の場合

$$\lambda = \frac{\left\{ \frac{1}{S_T'} \left[E\left(\sum_{k=1}^T X_k\right) - R_F D_B \right] \right\} - R_F}{\left(\frac{1}{S_T'}\right)^2 \sigma^2\left(\sum_{k=1}^T X_k\right)} = \frac{S_T' \left[E\left(\sum_{k=1}^T X_k\right) - R_F(1 + D_B) \right]}{\sigma^2\left(\sum_{k=1}^T X_k\right)}$$

ただし、 S_T' は資本構成を変えることによって A 企業から B 企業に変化した場合の全資本資産の市場価値であり、 D_B は B 企業の負債額である。

以上、i) と ii) より、 λ の分子が異なっているために λ が同じとは言えないのである。

ところで、Hamada の R_M の定義は奇妙なものとなっている。つまり、 $R_M = \sum_{k=1}^T \frac{S_k}{S_T} R_k = \frac{1}{S_T} \sum_{k=1}^T X_k$ となっていて、最初の均衡では企業は U 企業だけしか存在し

ないのである。次の均衡では B 企業を除くと他はみな U 企業である。田村氏も同じ定義を使っている。我々は、証明において、 $R_M = \sum_{k=1}^T \frac{S_k}{S_T} (R_k) = \frac{1}{S_T} \sum_{k=1}^T (X - R_f B_k)$ を使用している。

6) $\forall i, j$ について $X_i = \alpha X_j$ が満たされれば、 i, j 企業は同一のリスク・クラスに属すると言はれる。ただし、 X は営業利益、 α は正の定数である。

2. モデル

(i) 記号

モデルで使用する記号を次のように定めることにする。

V	企業価値
y	株式の利回り
$\sigma(\cdot)$	標準偏差
ρ	市場の要求利回り
X	営業利益
S	株式価値

R_F	無危険利子率
B	負債額
τ	法人税率
$COV(\cdot, \cdot)$	共分散
$\sigma^2(\cdot)$	分散

添字 U, L, j そして M はそれぞれ U 企業, L 企業, j 企業そして市場ポートフォリオを表している。営業利益 X は確率変数である。添字 τ は法人税が存在する場合を意味し、記号の上のバーは期待値を示している。

(ii) 部分均衡モデル

MM 命題は、一定の危険クラスに属する企業についてのみ分析を限定するという意味で部分均衡理論であった。この部分均衡論の大きな特徴は、資産の予想収益を資本還元して市場価値を導出するさいに、割引率（資本化率）を所与とすることである。ここでは、部分均衡の枠組みの中で NI 法を使って MM 命題を証明することにしよう。

まず仮定を述べる。

〔仮定 1〕 すべての投資家は、合理的に行動し、リスク回避者である¹⁾。

〔仮定 2〕 資本市場は

イ) すべての投資家はプライス・テーカーである、

ロ) 取引コストが存在しない、

ハ) すべての投資家にとって、情報が自由に利用できること、

という意味で完全競争市場である。

〔仮定 3〕 投資家の期待は同質である。

〔仮定 4〕 企業の債務不履行リスクは存在しない。

〔仮定 5〕 U 企業および L 企業の両者は資本構成のみが異なり、営業利益 X は同一である。

〔仮定 6〕 ある危険クラスに属するすべての企業に対して、営業利益の資本化率として一定の割引率 ρ_U が与えられている。

(イ). 法人税がない場合

命題 1

$$\text{均衡} \implies V_U = V_L$$

(証 明)

U 企業の株式利回り y_U の期待値とそのリスクは

$$(1) \quad \bar{y}_U = \frac{\bar{X}}{S_U} = \frac{\bar{X}}{V_U}$$

$$(2) \quad \sigma(y_U) = \frac{1}{S_U} \sigma(X) = \frac{1}{V_U} \sigma(X).$$

均衡においては、 U 企業株式の需給は

$$(3) \quad \rho_U = \bar{y}_U \text{ ②③}.$$

L 企業の株式利回り y_L の期待値とそのリスクは

$$(4) \quad \bar{y}_L = \frac{\bar{X} - R_F B_L}{S_L}$$

$$(5) \quad \sigma(y_L) = \frac{1}{S_L} \sigma(X).$$

ここで、 U 企業に対する市場の要求利回りが ρ_U ならば、 $\rho_U - R_F$ は $\frac{1}{V_U} \sigma(X)$

の危険を負担することに対して、投資家達が要求するプレミアムと考えられる⁴⁾。このようなプレミアムは、危険について一定の価格が成立する完全資本市場では、含まれる危険の大きさに比例して決まってくるはずである。そこで、 L 企業の市場の要求利回り ρ_L をそのリスクに応じて調整することにする⁵⁾。 y_U と y_L のリスクの比率をとると、(2)式と(5)式から

$$(6) \quad \frac{\sigma(y_L)}{\sigma(y_U)} = \frac{\sigma(X)}{S_L} \cdot \frac{S_U}{\sigma(X)} = \frac{S_U}{S_L}.$$

よって、リスク・プレミアムの U 企業と L 企業の比率は

$$\frac{\rho_L - R_F}{\rho_U - R_F} = \frac{\sigma(y_L)}{\sigma(y_U)}$$

なので、(6)式、(1)式そして(3)式を利用して ρ_L について整理すると

$$(7) \quad \rho_L = R_F + (\rho_U - R_F) \frac{S_U}{S_L}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{R_F S_L + (\rho_U - R_F) S_U}{S_L} \\
 &= \frac{R_F (S_L - S_U)}{S_L} + \frac{\bar{X}}{S_L}.
 \end{aligned}$$

ここで均衡ならば

$$(8) \quad \rho_L = \bar{y}_L.$$

(4)式と(7)式を上式に代入すると

$$\frac{R_F (S_L - S_U)}{S_L} = - \frac{R_F B_L}{S_L}$$

でなければならない。上式を変形すると

$$S_U = S_L + B_L.$$

故に、 $V_L \equiv S_L + B_L$, $V_U \equiv S_U$ なので $V_U = V_L$ (証了)。

(ロ). 法人税がある場合

命題 2

$$\text{均衡} \implies V_L = V_U + \tau B_L$$

(証 明)

法人税が存在する場合の U 企業の株式利回り y_U^r の期待値とそのリスクは

$$(9) \quad \bar{y}_U^r = \frac{(1-\tau)\bar{X}}{S_U^r} = \frac{(1-\tau)\bar{X}}{V_U^r}$$

$$(10) \quad \sigma(y_U^r) = \frac{(1-\tau)}{S_U^r} \cdot \sigma(X) = \frac{(1-\tau)}{V_U^r} \cdot \sigma(X).$$

均衡においては

$$(11) \quad \rho_U^r = \bar{y}_U^r.$$

L 企業の株式利回り y_L^r の期待値とそのリスクは

$$(12) \quad \bar{y}_L^r = \frac{(1-\tau)(\bar{X} - R_F B_L)}{S_L^r}$$

$$(13) \quad \sigma(y_L^r) = \frac{(1-\tau)}{S_L^r} \cdot \sigma(X).$$

均衡ならば

$$(14) \quad \rho_L^T = \bar{y}_L^T.$$

ここで

$$(15) \quad \frac{\sigma(y_L^T)}{\sigma(y_U^T)} = \frac{(1-\tau)\sigma(X)}{S_L^T} \cdot \frac{S_U^T}{(1-\tau)\sigma(X)} = \frac{S_U^T}{S_L^T}$$

である。よって、法人税がない場合と同様に(15)式、(9)式そして(11)式を使って ρ_L^T を求めると

$$\begin{aligned} (16) \quad \rho_L^T &= R_F + (\rho_U^T - R_F) \frac{S_U^T}{S_L^T} \\ &= \frac{R_F(S_L^T - S_U^T)}{S_L^T} + \frac{\rho_U^T S_U^T}{S_L^T} \\ &= \frac{R_F(S_L^T - S_U^T)}{S_L^T} + \frac{(1-\tau)\bar{X}}{S_L^T}. \end{aligned}$$

(16)式と(12)式を(14)式に代入すると

$$\frac{R_F(S_L^T - S_U^T)}{S_L^T} = - \frac{(1-\tau)R_F B_L}{S_L^T}$$

である。上式を変形すると

$$S_L^T = S_U^T + \tau B_L - B_L.$$

従って

$$V_L \equiv S_L^T + B_L = (S_U^T + \tau B_L - B_L) + B_L = S_U^T + \tau B_L.$$

故に、 $V_U \equiv S_U^T$ なので $V_L = V_U + \tau B_L$ (証了)。

(iii) 一般均衡モデル

部分均衡分析では、〔仮定6〕によって、危険クラスごとに営業利益の資本化率 ρ_U (あるいは ρ_U^T) が与えられていた。これをリスクについて調整し、 L 企業の市場要求利回り ρ_L (あるいは ρ_L^T) を導出して純利益の資本化率として用いてきた。しかし、部分均衡分析では特定の危険クラスに属する U 企業と L 企業のみが取り扱われたので、 ρ_U (あるいは ρ_U^T) と ρ_L (あるいは ρ_L^T) が具体的にどのような水準に決めるのかは示されなかった。この点を考慮するためには、特定のリスク・クラスに属さない、資本市場におけるすべての投資機会

を考慮しなければならない。そのようなものとして、CAPM の均衡利回り決定式がある。これは次式で示される。

$$\rho_j = R_F + \frac{\bar{y}_M - R_F}{\sigma^2(y_M)} \text{COV}(y_j, y_M)^6.$$

ただし

ρ_j j 企業株に対する市場の要求利回り

\bar{y}_M 市場ポートフォリオの期待利回り

$\text{COV}(y_j, y_M)$ j 企業株と市場ポートフォリオの共分散

である。以下では、CAPM を使って MM 命題を証明することにしよう。

(イ). 法人税がない場合

命題 1

$$\text{均衡} \implies V_U = V_L$$

(証明)

企業 1, 企業 2 をそれぞれ U 企業, L 企業とすると, それぞれの利回り y_1 と y_2 の期待値は

$$(17) \quad \bar{y}_1 = \frac{\bar{X}_1}{S_1}$$

$$(18) \quad \bar{y}_2 = \frac{\bar{X}_2 - R_F B_2}{S_2}$$

である。市場ポートフォリオの利回り y_M の期待値は

$$(19) \quad \bar{y}_M = \frac{\sum_j (\bar{X}_j - R_F B_j)}{\sum_j S_j} = \frac{\bar{X}_M}{S_M}.$$

ただし, $\bar{X}_M = \sum_j (\bar{X}_j - R_F B_j)$, $S_M = \sum_j S_j$ である。

また市場ポートフォリオの利回り y_M の分散, 企業 1 の利回り y_1 と市場ポートフォリオの利回り y_M との共分散および企業 2 の利回り y_2 と市場ポートフォリオの利回り y_M との共分散は

$$(20) \quad \sigma^2(y_M) = \frac{\sigma^2(X_M)}{S_M^2}$$

$$(21) \quad COV(y_1, y_M) = COV\left(\frac{X_1}{S_1}, \frac{X_M}{S_M}\right) = \frac{1}{S_1 S_M} COV(X_1, X_M)$$

$$(22) \quad COV(y_2, y_M) = COV\left(\frac{X_2 - R_F B_2}{S_2}, \frac{X_M}{S_M}\right) = \frac{1}{S_2 S_M} COV(X_2, X_M).$$

ここで、U 企業に対する市場の要求利回り ρ_U は

$$\begin{aligned} (23) \quad \rho_U &= R_F + \frac{\frac{\bar{X}_M}{S_M} - R_F}{\frac{\sigma^2(X_M)}{S_M^2}} \cdot \frac{COV(X_1, X_M)}{S_1 S_M} \\ &= R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_M} \cdot \frac{S_M^2}{\sigma^2(X_M)} \cdot \frac{COV(X_1, X_M)}{S_1 S_M} \\ &= R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_1} \cdot \frac{COV(X_1, X_M)}{\sigma^2(X_M)}. \end{aligned}$$

均衡ならば

$$\rho_U = \bar{y}_1.$$

(23)式と(17)式を上式にすると

$$(24) \quad R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_1} \cdot \frac{COV(X_1, X_M)}{\sigma^2(X_M)} = \frac{\bar{X}_1}{S_1}$$

整理すると

$$(25) \quad \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{\sigma^2(X_M)} = \frac{S_1}{COV(X_1, X_M)} \left(\frac{\bar{X}_1}{S_1} - R_F \right).$$

L 企業に対する市場の要求利回り ρ_L は

$$\begin{aligned} (26) \quad \rho_L &= R_F + \frac{\frac{\bar{X}_M}{S_M} - R_F}{\frac{\sigma^2(X_M)}{S_M^2}} \cdot \frac{COV(X_2, X_M)}{S_2 S_M} \\ &= R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_M} \cdot \frac{S_M^2}{\sigma^2(X_M)} \cdot \frac{COV(X_2, X_M)}{S_2 S_M} \\ &= R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_2} \cdot \frac{COV(X_2, X_M)}{\sigma^2(X_M)}. \end{aligned}$$

均衡ならば

$$\rho_L = \bar{y}_2.$$

(26)式と(18)式を上式に代入すると

$$R_F + \frac{\bar{X}_M - R_F S_M}{S_2} \cdot \frac{COV(X_2, X_M)}{\sigma^2(X_M)} = \frac{\bar{X}_2 - R_F B_2}{S_2}$$

(25)式および〔仮定5〕を使って整理すると

$$\begin{aligned} \frac{\bar{X}_2 - R_F B_2}{S_2} &= R_F + \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{COV(X_2, X_M)}{COV(X_1, X_M)} \cdot \left(\frac{\bar{X}_1}{S_1} - R_F \right) \\ &= R_F + \frac{\bar{X}_1}{S_2} - \frac{S_1}{S_2} R_F. \end{aligned}$$

よって

$$S_1 = S_2 + B_2.$$

故に、 $V_U \equiv S_1$ および $V_L \equiv S_2 + B_2$ なので $V_U = V_L$ (証了)。

(ロ). 法人税がある場合

命題2

$$\text{均衡} \implies V_L = V_U + \tau B_L$$

(証明)

企業1の利回り y_1^T , 企業2の利回り y_2^T および市場ポートフォリオの利回り y_M^T のそれぞれの期待値は

$$(27) \quad y_1^T = \frac{(1-\tau)\bar{X}_1}{S_1^T}$$

$$(28) \quad y_2^T = \frac{(1-\tau)(\bar{X}_2 - R_F B_2)}{S_2^T}$$

$$(29) \quad y_M^T = \frac{(1-\tau) \sum_j (\bar{X}_j - R_F B_j)}{\sum_j S_j^T} = \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^T}{S_M^T}.$$

ただし、 $\bar{X}_M^T = \sum_j (\bar{X}_j - R_F B_j)$, $S_M^T = \sum_j S_j^T$ である。また市場ポートフォリオの利回り y_M^T の分散、企業1の利回り y_1^T と市場ポートフォリオの利回り y_M^T との共分散および企業2の利回り y_2^T と市場ポートフォリオの利回り y_M^T との共分散は

$$(30) \quad \sigma^2(y_M^T) = \frac{(1-\tau)^2 \sigma^2(X_M)}{(S_M^T)^2}$$

$$(31) \quad COV(y_1^r, y_M^r) = COV\left(\frac{(1-\tau)X_1}{S_1^r}, \frac{(1-\tau)X_M^r}{S_M^r}\right) \\ = \frac{(1-\tau)^2}{S_1^r S_M^r} COV(X_1, X_M^r)$$

$$(22) \quad COV(y_2^r, y_M^r) = COV\left(\frac{(1-\tau)(X_2 - R_F B_2)}{S_2^r}, \frac{(1-\tau)X_M^r}{S_M^r}\right) \\ = \frac{(1-\tau)^2}{S_2^r S_M^r} COV(X_2, X_M^r).$$

ここで U 企業に対する市場の要求利回り ρ_U^r は、

$$(33) \quad \rho_U^r = R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{\frac{(1-\tau)^2 \sigma^2(X_M^r)}{(S_M^r)^2}} \cdot \frac{(1-\tau)^2}{S_1^r S_M^r} COV(X_1, X_M^r) \\ = R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{S_M^r} \cdot \frac{(S_M^r)^2}{(1-\tau)^2 \sigma^2(X_M^r)} \cdot \frac{(1-\tau)^2}{S_1^r S_M^r} COV(X_1, \\ X_M^r) \\ = R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{S_1^r} \cdot \frac{COV(X_1, X_M^r)}{\sigma^2(X_M^r)}.$$

ここで均衡ならば

$$(34) \quad y_1^r = \rho_U^r.$$

(27)式と(33)式を上式に代入して整理すると

$$(35) \quad \frac{[(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r]}{\sigma^2(X_M^r)} = \frac{(1-\tau)\bar{X}_1 - R_F S_1^r}{COV(X_1, X_M^r)}.$$

L 企業に対する市場の要求利回り ρ_L^r は、

$$(36) \quad \rho_L^r = R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{\frac{(1-\tau)^2 \sigma^2(X_M^r)}{(S_M^r)^2}} \cdot \frac{(1-\tau)^2}{S_2^r S_M^r} COV(X_2, X_M^r) \\ = R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{S_M^r} \cdot \frac{(S_M^r)^2}{(1-\tau)^2 \sigma^2(X_M^r)} \cdot \frac{(1-\tau)^2}{S_2^r S_M^r} COV(X_2, \\ X_M^r)$$

$$= R_F + \frac{(1-\tau)\bar{X}_M^r - R_F S_M^r}{S_2^r} \cdot \frac{COV(X_2, X_M^r)}{\sigma^2(X_M^r)}$$

ここで均衡ならば

$$(37) \quad \bar{y}_2^r = \rho_L^r$$

(28)式と(36)を上式に代入し、(35)式を使って整理すると

$$(1-\tau)(\bar{X}_2 - R_F B_2) = R_F S_2^r + \frac{COV(X_2, X_M^r) [(1-\tau)\bar{X}_1 - R_F S_1^r]}{COV(X_1, X_M^r)}$$

よって〔仮定5〕を使うと

$$S_2^r + B_2 = S_1^r + \tau B_2$$

故に、 $V_2 \equiv S_2^r + B_2$ および $V_1 \equiv S_1^r$ なので $V_2 = V_1 + \tau B_2$ (証了)。

〔注〕

- 1) MM 自身は投資家がリスク回避者であるという仮定は使っていない。
- 2) 右辺は、投資家がこの企業の株式に投資することから期待できる利回りであり、左辺はこの企業への投資に市場が要求する利回りである。両者が等しいことは、需要価格と供給価格が等しいのと同じで、需給の均衡を表わしている。以下の証明においても同様である。
- 3) 〔仮定6〕より、 ρ_U が与えられているものとする。
- 4) これは、〔仮定1〕の投資家がリスク回避者だからである。
- 5) 命題2の証明の場合も、同様に考える。
- 6) 部分均衡分析で使用した仮定の中、〔仮定6〕は除かれる。CAPM 独自の仮定と式の導出については、堀〔4〕, pp. 24-26, 拙稿〔5〕, Lintner〔7〕, Mossin〔11〕,〔12〕, Mossin〔13〕, pp. 64-73, Rubinstein〔14〕, Sharpe〔15〕を参照されたい。

ここでは、モッシン型 CAPM (投資家について2次効用関数を使ったもの。ただし〔11〕においては2次効用関数は使われていない) と一般に利用されている CAPM との同値関係を示しておくことにしよう。

- V_j j 企業の市場価値
- R_F $1+R_F^*$, R_F^* は安全利子率
- $\mu_j = E(X_j)$ j 企業の営業利益の期待値

$$R = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{2C_i} - \sum_k \mu_k}$$

C_i は投資家 i の投資関数 $U_i(Y_i) = Y_i - C_i Y_i^2$ の係数であり、 Y_i は投資家 i の

期末の富である。

$$b_j = \sum_k \sigma_{jk} = \text{COV}(X_j, \sum_k X_k)$$

$$V_j = -\frac{1}{R_F}(\mu_j - R b_j).$$

上式を変形すると

$$S_j = \frac{1}{R_F} [E(X_j) - R_F B_j - R b_j]$$

$$E(X_j) - R_F B_j = R_F S_j + R b_j$$

$$E\left(\frac{X_j - R_F B_j}{S_j}\right) = R_F + \frac{1}{S_j \left[\sum_i \frac{1}{2C_i} - \sum_k E(X_k) \right]} \cdot S_j \cdot \sum_k S_k \cdot \text{COV}$$

$$\left(\frac{X_j - R_F B_j}{S_j}, \frac{\sum_k S_k \cdot \frac{X_k - R_F B_k}{S_k}}{\sum_k S_k} \right)$$

$$E(R_j) = R_F + \frac{\sum_k S_k}{\sum_i \frac{1}{2C_i} - \sum_k E(X_k)} \cdot \text{COV}(R_j, R_M).$$

ここで

$$\lambda = \frac{\sum_k S_k}{\sum_i \frac{1}{2C_i} - \sum_k E(X_k)} \text{ とすると}$$

$$E(R_j) = R_F + \lambda \text{COV}(R_j, R_M)$$

が得られる。この関係は市場ポートフォリオ M についても成立するので

$$E(R_M) = R_F + \lambda \sigma^2(R_M),$$

これより

$$\lambda = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma^2(R_M)}.$$

よって

$$E(R_j) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma^2(R_M)} \text{COV}(R_j, R_M).$$

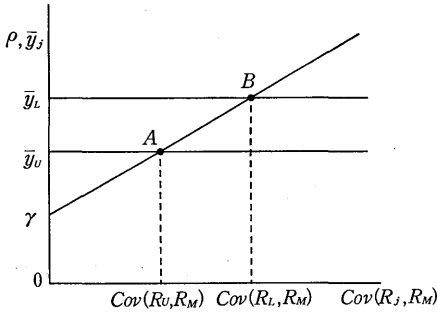
ただし、ここでは $E(R_j) = \rho_j$ である。

3. 結 び

MM が主張したのは、均衡状態では $V_U = V_L$ が成立するということであると我々は考える。Hamada および田村氏は比較静学的手法を使って MM 命題を証明した。これら 2 つの考え方の相違は次の点にある。前者によれば、資

本構成以外に差がない任意の企業の価値は均衡では等しいということに対して、後者は1企業が資本構成だけを変化させても均衡下では企業価値は変化前と変わらないということである。つまり、前者では企業が2企業以上であるのに後者は1企業だけが対象なのである。

第 1 図



次に、我々の均衡状態分析法¹⁾と比較静学的手法とを比べてみると、後者においては前者にはない特別な条件が必要とされる。それをHamadaの論法(U企業が資本構成を変えたとしても、 λ の変化は無視しえるほど小さいので、

λ は変化しないとみなすことが出来る)に従って明らかにすることにしよう。

第1図は証券市場線と期待利回りを示したものであり、横軸にはj企業と市場ポートフォリオの共分散 $COV(R_j, R_M)$ 、たて軸は市場の要求利回り ρ とj企業の期待利回り \bar{y}_j を表している。A点はU企業の市場の要求利回り ρ_U と投資家のU企業に対する期待利回り \bar{y}_U が一致する点であり、 $S_U \equiv V_U$ ²⁾を表している。B点はL企業の市場の要求利回り ρ_L と投資家のL企業に対する期待利回り \bar{y}_L が一致する点で S_L ²⁾を表す。これに B_L を加えると V_L が導かれる。均衡状態分析法では、均衡においてA点の株式価値ならびにB点の株式価値に B_L を加えたものが等しい、すなわち $V_U = V_L$ ということを述べている。比較静学法によれば、最初の均衡点AからU企業が資本構成を変化させることによって変化後の均衡点Bへ移動するということになる(ただし、証券市場線上を動いてB点に移動するだけでなく、単にA点からB点に移るだけであってその径路は問題としない)。その結果 $V_U = V_L$ となる。ここでA点の S_U とB点の S_L との差をとってみると、 $S_U - S_L = V_U - S_L = B_L$ である³⁾。このことは、U企業がL企業に変化する時、社債を発行して得た資金すべてを自社株の買い戻しに使はなければならないことを意味している。この条件を使用しなければ、比較静学的手法によってはMM命題を証明できない。この

条件は、Hamada および田村氏の証明の中で利用されている。

以上、本論文では均衡状態分析法による MM 命題の証明を行なった。そして、比較静学的手法と均衡状態分析法によって CAPM を利用した MM 命題の証明には解釈上の相違があり、証明のテクニカルな側面では前者には後者にはない制約条件が付加されていることを明らかにした。これらの相違については、今後さらに検討を加える必要があるであろう。

〔注〕

1) 均衡状態の分析を以下では均衡状態分析法と呼ぶことにする。

2) $E(R_j) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma^2(R_M)} \text{COV}(R_j, R_M)$ より

$S_j = \frac{1}{R_F} [E(X_j) - R_F B_j - \lambda \text{COV}(X_j, R_M)]$ と変形できる。前節の注 7) を参照。

3) 注 2) より

$$S_U = \frac{1}{R_F} [E(X_U) - \lambda \text{COV}(X_U, R_M)]$$

$$S_L = \frac{1}{R_F} [E(X_L) - R_F B_L - \lambda \text{COV}(X_L, R_M)].$$

よって、 $S_U - S_L = B_L$ 。

参考文献

- [1] Brenner, M., and M. G. Subrahmanyam, "Intra-Equilibrium and Inter-Equilibrium Analysis in Capital Market Theory: A Clarification," *Journal of Finance*, Vol. 32, 1977, pp. 1313-1319.
- [2] Heins, A. J., and C. M. Sprengle, "Comment on the Modigliani-Miller Cost of Capital Thesis," *American Economic Review*, Vol. 59, 1969, pp. 590-592.
- [3] Hamada R. S., "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance," *Journal of Finance*, Vol. 24, 1969, pp. 13-31.
- [4] 堀 彰三『最適資本構成の理論』中央経済社, 1986.
- [5] 工藤裕孝「企業の市場評価に関する一考察——モッシンの所論を中心として——」『九州大学経済論究』第69号, 1987年11月, pp. 1-15.
- [6] 小宮隆太郎・岩田規久男『企業金融の理論』日本経済新聞社, 1973.
- [7] Lintner, J., "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in stock portfolios and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, 1965, pp. 13-37.

- [8] Modigliani, F., and M. H. Miller, "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment," *American Economic Review*, Vol. 48, 1958, pp. 261-297.
- [9] Modigliani, F., and M. H. Miller, "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction," *American Economic Review*, Vol. 53, 1963, pp. 433-443.
- [10] Modigliani, F., and M. H. Miller, "Reply to Heins and Sprengle," *American Economic Review*, Vol. 59, 1969, pp. 592-595.
- [11] Mossin, J., "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica*, Vol. 34, 1966, pp. 768-783.
- [12] Mossin, J., "Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets," *American Economic Review*, Vol. 59, 1969, pp. 747-756.
- [13] Mossin, J., *Theory of Financial Markets*, Prentice-Hall, 1973.
- [14] Rubinstein, M. E., "A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory," *Journal of Finance*, Vol. 28, 1973, pp. 167-181.
- [15] 榊原茂樹「ポートフォリオ・アプローチによる MM 命題の再検討」『国民経済雑誌』第133巻第6号, 1976年6月, pp. 56-76.
- [16] Sharpe, W. F., "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, Vol. 19, 1964, pp. 425-442.
- [17] 田村 茂「企業評価の NI 法と MM 理論」『三田商学研究』第25巻第5号, 1982年12月, pp. 145-161.