所得再分配政策と公債政策 : 再分配動学モデルによる検討

前田, 純一

https://doi.org/10.15017/2920728

出版情報：経済論究. 71, pp.121-137, 1988-07-27. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

所得再分配政策と公債政策

——再分配動学モデルによる検討——

前　田　純　一

目次

Ⅰ　はじめに

政府が政策的に個人の所得に介入して（すなわち所得再分配政策によって）ある経済社会内の富める人々と貧しい人々との間にある所得格差をできるだけ小さくしていくということは，社会全体の所得の分布の平等性という見地から重要な政策である。経済社会全体で所得を平準化していくことができれば，各個人間の所得格差が少なくなり，所得面からみた平等性が実現されていくからである[1)]。

しかし，単に個人の所得に政策的に介入するといっても，各個人の所得がどのような収入項目から構成されているかによって政策の内容が検討されなければならない。また，一時的な効果をねらって所得再分配政策を施行するのか，それともある程度のタイム・スパンを前提として再分配政策を施行するのか，ということもまず最初に検討されなければならないことである。

また，所得再分配政策を実施するということは，政府による移転支出を各個

人に対して行なうということにであるが，その際の移転支出のための財源を政府がどのようにして確保するかということも重要な問題である。

本稿では以上のような所得再分配政策に関する問題に対して，以下のような仮定を設けながら，再分配政策について検討していこう。（なお仮定の具体的な形については第Ⅱ節で述べる。）

まず各個人の所得がどのような収入項目から構成されているかについては，大きく二つの項目を考える。一つは稼得所得（労働による所得）であり，もう一つは相続所得（親からの遺産）である。ここで，各個人を別個に取り上げれば，稼得所得の大小，相続所得の大小はあるのだが[2)]，項目としてはこの二つを考えておく。

次に所得再分配政策のタイム・スパンについてであるが，本稿では一時的な再分配政策は考えないで，何世代にもわたる形での再分配政策を考える。つまり，再分配政策の一時的な効果を検討するのではなく，長期的な効果を検討するのである。言い換えれば，時間の進行に伴って所得の分布が再分配政策の効果によりどう変化していくかを見ていく。

最後に政府の移転支出のための財源に関する問題についてであるが，政府の財政収入として次の三つを考えよう。一つは比例所得税による税収，一つは比例相続税による税収，そしてもう一つは公債発行による収入である。特に公債発行については，税収によって賄えない部分を公債発行によって賄うものとする[3)]。

以上のような仮定のもとで，再分配政策の効果について検討していくが，その際に効果の指標としては，先に定義した所得に関する分散と変動係数を用いる。分散とは変数のばらつきの大きさを示す測度であるから，再分配政策によって所得の分散がどう変化するかは，重要な政策指標となる。また変動係数とは分布の広がりの幅を分布の中心位置に対する相対比として表わしたものなので，分散と同様重要な政策指標となる。

再分配政策の効果として，分散や変動係数が小さくなっていけば，所得分布の不平等性が小さくなっていくわけで，この分散，変動係数の動きに注目することが本稿のねらいである。

この分散，変動係数の動きに関する最近の研究としては，Davies & Kuhn〔4〕によるものがあるが，彼らは均衡財政政策を前提として分析を行ない財政赤字（公債発行）については考慮していない。したがって変動する変数が所得のみになっているが[4]，本稿では財政赤字を含めて考察を進めていくので変動する変数が所得と消費の二つになっている。

注

1）本稿では「平等性」の尺度として所得の分布の大小にのみ焦点をあてていく。

2）本稿では各個人のもつ効用関数については同質的と考えているが，所得については同質的でないと考えている。詳しくは第Ⅱ節参照。

3）政府には移転支出の目標額があり，これにあわせて税収で賄えない部分を公債発行によって補うと仮定する。

4）文献〔4〕を参照。

Ⅱ モ デ ル

この節では分析に用いるモデルを紹介しよう。モデルに用いる仮定は以下のようにおく。

まず本稿で検討する経済社会は次のような社会である。

仮定Ⅰ　経済社会は総人口n人によって構成されており，人口成長はないものと考える。

仮定Ⅱ　各個人は一期間生存し，一人の子供を残す。つまり無性的[1]に世代が連鎖していると仮定する。

次に経済社会内の各個人については次のような仮定をおく。

仮定Ⅲ　t期における個人（t世代の個人）は収入として稼得所得，E_t，と相続所得，I_t，がありその収入を生涯消費，C_t，と子供への遺産，B_t，に充当する。

$$L_t=E_t+I_t=C_t+B_t \tag{1}$$

L_t：生涯所得

仮定Ⅳ　親とその子供は次の遺産行動式によってリンクしている。

$$I_t = rB_{t-1} \tag{2}$$

r：1＋利子率；利子率は所与と考える。

仮定Ⅴ　t世代の個人の稼得所得は次式によって決定される。

$$E_t = (1-v)\bar{E} + vE_{t-1} + u_t \tag{3}$$

上式において $\bar{E}$ は E_t の平均値，u_t は撹乱項，v はパラメーター（$v \in (0,1)$）である。ここで $\bar{E}$，u_t は次のように定義する。

$\bar{E} \equiv E_t$ の平均値で各期について同じ値をもつ。

$u_t \equiv$ 独立同一分布をもつ撹乱項である。

なお E_t の分布の大きさは時間を通じて一定であり，有限の分散，V（E），をもつと仮定する。

政府の行動様式については以下のように仮定する。

仮定Ⅵ　政府はE_t に比例所得税率，a，の税金を課し，I_t と rD_{t-1} には比例相続税率，b，の税金をそれぞれ課す。また一人当たり移転支出の政策目標，G_t，があり，税収で賄えない部分は公債を発行して賄うのだが，その際に発行した公債は一人当たりDの額を強制的に政府が買わせるものとする。[2)]

すなわち政府の予算制約式は以下のようになる。

$$G_t = a\bar{E}_t + b\bar{I}_t + D_t - rbD_{t-1} \tag{4}$$

$\bar{E}_t$：平均稼得所得，$\bar{I}_t$：平均相続所得

仮定Ⅶ　税率については次の五つのケースを政府は考えている。

（i）　$a=b$

（ii）　$a<b$

（iii）　$a>b$

（iv）　$a>0$，$b=0$

（v）　$a=0$，$b>0$

仮定Ⅵ，仮定Ⅶを用いるとt世代の個人の予算制約は（1）より以下のようになる。

$$L_t = (1-a)E_t + (1-b)I_t + G_t + (1-b)rD_{t-1} - D_t \tag{5}$$

（5）式の右辺第4項は親が買った公債の償還をその子供が受けている部分であ

る。すなわち，公債も債券遺産の形で相続所得となっている。ただし I_t とは別のものと考える[3]。

（4），（5）より

$$\bar{L}_t=\bar{E}_t+\bar{I}_t+rD_{t-1} \tag{6}$$

以上で準備が整ったので，まず t 世代の個人の最大化問題について考察しよう。そのために個人の効用関数を次のように仮定する。

仮定Ⅷ　t 世代の各個人はみな次のような効用関数をもつ。

$U_t=U_t(C_t,\ L_{t+1})=\alpha\log C_t+\beta\log L_{t+1},\ \alpha+\beta=1,\ \alpha>0,\ \beta>0$

すなわち，各個人は自分の生涯消費と子供の生涯所得を独立変数として効用を最大化するように行動するのである。この最大化問題の制約条件は（2），（5）より次のようになる。

$$C_{t-1}+\frac{1}{\tilde{r}}(L_t+D_t-\tilde{r}D_{t-1})=L_{t-1}+\frac{1}{\tilde{r}}\underline{L}_t\equiv Z_t \tag{7}$$

$$\tilde{r}=r(1-b),\underline{L}_t=(1-a)E_t+G_t$$

よって最大化問題は次のように書ける。

$$\max_{C_t,L_{t+1}} U_t(C_t,L_{t+1})=\alpha\log C_t+\beta\log L_{t+1}$$

$$\mathrm{s\cdot t}\ C_{t-1}+\frac{1}{\tilde{r}}(L_t+D_t-\tilde{r}D_{t-1})=L_{t-1}+\frac{1}{\tilde{r}}\underline{L}_t$$

ところが子供の所得，L_{t+1}，については期待値としてしか予測することができない。そこで L_{t+1}，について(5)より次式のようにおく。

$$L_{t+1}=(1-a)E_{t+1}+(1-b)I_{t+1}+G_{t+1}+\tilde{r}D_t-D_{t+1}$$

上式に(1)，(2)を代入して次式る得る。

$$L_{t+1}=(1-a)E_{t+1}+\tilde{r}(L_t-C_t)+G_{t+1}+\tilde{r}D_t-D_{t+1} \tag{8}$$

E_{t+1}:t+1期に実現される期待値。G_{t+1}，D_{t+1}も同様。

(7)，(8)より最大化問題は次のように修正される。

$$\max U_t(C_t,L_{t+1})=\alpha\ \log\ C_t+\beta\ \log\ L_{t+1}$$

C_t，L_t，D_t

s・t　(7)，(8)

この最大化問題を解くことによって次式が得られる。

$$C_t=\frac{\alpha}{\beta r}L_{t+1} \tag{9}$$

ただし L_{t+1} は (8) によって決定される期待値。

$$D_t=D \tag{10}$$

D は政府の決定変数。詳しくは注1)参照。

$$L_t=\tilde{r}(Z_t-C_{t-1})-D+\tilde{r}D_{t-1} \tag{11}$$

(9)を(7)へ代入して次式を得る。

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\tilde{r}}\bar{C}_t=-\bar{C}_{t-1}+\bar{L}_{t-1}+\frac{1}{\tilde{r}}(1-a)\bar{E}_t+\frac{1}{\tilde{r}}G_t+\frac{1}{\tilde{r}^2}E\bar{A}_{t+1}+D_{t-1} \tag{12}$$

$EA_{t+1}=(1-a)E_{t+1}+G_{t+1}-D_{t+1}$；この項は期待値をあつめた項。

(4)へ(1)，(6)，(9)を代入して次式を得る。

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha}\bar{C}_t-\bar{L}_t=rb\bar{C}_{t-1}-rb\bar{L}_{t-1}-a\bar{E}_t+\frac{1}{\tilde{r}}E\bar{A}_{t+1}+rbD_{t-1}+G_t \tag{13}$$

なお G_t の項は定数とみなされる[4)]。

(12)，(13)の二本の定差方程式が C_t と L_t の動きを決定するので，この二本の定差方程式を以下の分析のベースとしよう。次節では(12)，(13)をもとにして，まず体系の安定条件を求める。そして，その安定条件が満たされていると仮定しながら，所得の分布に関する分析へと進んでいこう。

注

1) 文献〔4〕においては「Asexual」と形容されている。

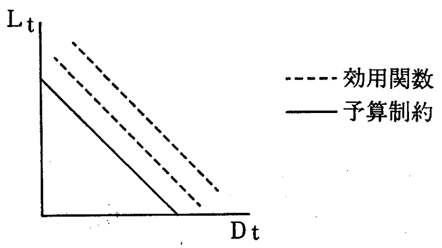
2) これは最大化問題の解において L_t と D_t が無差別になるためである。このことは仮定Ⅷ以下の最大化問題を解いてやれば分かることだが，C_t はある水準に決定される。

ところが L_t と D_t は最大化問題の予算制約によって，傾きが−1の制約線上のどこかで決定される。どこかとは効用関数との交点のことであるが，次式のように効用関数の傾きも1になってしまう。

$$-\frac{\dfrac{\partial U_t}{\partial D_t}}{\dfrac{\partial U_t}{\partial L_t}}=-\frac{\dfrac{\beta\tilde{r}}{L_{t+1}}}{\dfrac{\beta\tilde{r}}{L_{t+1}}}=-1$$

ここで L_{t+1} は(8)によって決定される変数。

すなわち効用関数と予算制約が完全に一致してしまい D_t と L_t が無差別になってしまうのである。



これでは D_t も L_t も決定されないので，政府が政策的に D_t を決定してやるように仮定している。

3) I_t の内容としては現物の相続（たとえば家など）を仮定する。

4) 政府によって外生的に与えられているからである。

Ⅲ　所得と消費の動学分析

この節では，平均生涯消費，$\bar{C}_t$，および平均生涯所得，$\bar{L}_t$，が政策の効果によってどのような動きをするのかについて検討しよう。

(12)と(13)を用いて $\bar{L}_t$ と $\bar{C}_t$ についての連立定差方程式を以下の行列の形に書く。

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha+\beta}{\alpha\tilde{r}} & 0 \\ \frac{\alpha+\beta}{\alpha} & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{C}_t \\ \bar{L}_t \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ rb & rb \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{C}_{t-1} \\ \bar{L}_{t-1} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \frac{1-a}{\tilde{r}} & \frac{1}{\tilde{r}} \\ -a & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{E}_t \\ G_t \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \frac{1}{\tilde{r}^2} & 1 \\ \frac{1}{\tilde{r}} & rb \end{bmatrix}\begin{bmatrix} EA_{t+1} \\ D_{t-1} \end{bmatrix} \qquad (14)$$

(14)を整理するために左辺の行列 $\begin{bmatrix} \frac{\alpha+\beta}{\alpha\tilde{r}} & 0 \\ \frac{\alpha+\beta}{\alpha} & -1 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めて，(14)の両辺に左側から掛けると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_t \\ \bar{L}_t \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{-\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta} & \frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta} \\ -r & r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{C}_{t-1} \\ \bar{L}_{t-1} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \frac{\alpha(1-\alpha)}{\alpha+\beta} & \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{E}_t \\ G_t \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)\tilde{r}} & \frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta} \\ 0 & \tilde{r}-rb \end{bmatrix}\begin{bmatrix} EA_{t+1} \\ D_{t-1} \end{bmatrix} \tag{15}$$

(15)は $\bar{L}_t$ と $\bar{C}_t$ の動きを表した行列である。

この節では $\bar{L}_t$，$\bar{C}_t$ の動きについて分析したいのだが，$\bar{L}_t$，$\bar{C}_t$ が発散してしまっては分析を進めることができない。よって(15)より $\bar{L}_t$，$\bar{C}_t$ の動きが安定的になるための条件をまず求めてこう。その条件とは(15)の右辺第1項の行列の固有値が絶対値において1より小となることである。そこで，まず(15)の右辺第1項の行列の固有値を求めてやろう。

(15)の右辺第1項の固有値を λ とおいて次式より λ を求めてやる。

$$\begin{vmatrix} -\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta}-\lambda & \frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta} \\ -r & r-\lambda \end{vmatrix}=0 \tag{16}$$

(16)より次式を得る。

$$\lambda^2+\left(\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta}-r\right)\lambda=0$$

よって λ は次のようになる。

$$\lambda=0,\lambda=r-\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta} \tag{17}$$

$\bar{L}_t$，$\bar{C}_t$ が安定的となるためには，$|\lambda|<1$ でなければならないので $|\lambda|<1$を仮定して(17)を整理すると次式を得る。[1]

$$b<\frac{1}{r}\left\{1+\frac{(1-r)\beta}{\alpha}\right\} \tag{18}$$

(18)が体系が安定的となるための条件式である。この(18)式を以下において仮定しながら分析を進めていくことにする。

体系が安定であるための条件が出てきたので，ここからは $\bar{L}_t$ の定常解を $\bar{L}^*$，$\bar{C}_t$ の定常解を $\bar{C}^*$とおいて，定常状態での政策の効果について調べていこう。$\bar{L}_t=\bar{L}_{t-1}=\bar{L}^*$，$\bar{C}_t=\bar{C}_{t-1}=\bar{C}^*$とおくと (15) より以下の二式が得られる。

$$\bar{C}^*=\frac{-\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta}\bar{C}^*+\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta}\bar{L}^*+\frac{\alpha(1-a)}{\alpha+\beta}\bar{E}_t+\frac{\alpha}{\alpha+\alpha}G_t$$
$$+\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}EA_{t+1}+\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha+\beta}D_{t-1}$$

$$\bar{L}^*=-r\bar{C}^*+r\bar{L}^*+\bar{E}_t+(\tilde{r}-rb)D_{t-1}$$

上二式を用いて $\bar{L}^*$, $\bar{C}^*$ について整理すると次式を得る。

$$\bar{C}^*=\frac{\alpha\tilde{r}(1-r)}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}\left\{-\frac{r}{1-r}X+Y\right\}+X \tag{19}$$

$$\bar{L}^*=\frac{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}\left\{-\frac{r}{1-r}X+Y\right\} \tag{20}$$

$$X=\frac{\alpha(1-\alpha)}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}\bar{E}_t+\frac{\alpha}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}G_t+\frac{\alpha}{\tilde{r}\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}EA_{t+1}$$
$$+\frac{\alpha\tilde{r}}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}D_{t-1}$$

$$Y=\frac{1}{1-r}\bar{E}_t+\frac{\tilde{r}-rb}{1-r}D_{t-1}$$

では(19), (20)をもとにして政策の効果について検討していこう。まず所得税率, a, の変動による効果をみるために(19), (20)をaで偏微分してみる。

$$\frac{\partial\bar{C}^*}{\partial a}=\frac{-\alpha r\tilde{r}}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}\left\{\frac{-\alpha}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}\bar{E}_t-\frac{\alpha}{\tilde{r}\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}\bar{E}_{t+1}\right\}+\left\{\frac{-\alpha}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}\bar{E}_t-\frac{\alpha}{\tilde{r}\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}\bar{E}_{t+1}\right\} \tag{19$'$}$$

$$\frac{\partial\bar{L}^*}{\partial a}=\frac{-r\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}\left\{\frac{-\alpha}{\alpha(1+\tilde{r})+\beta}\bar{E}_t-\frac{\alpha}{\tilde{r}\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}\bar{E}_{t+1}\right\} \tag{20$'$}$$

(19)′, (20)′ だけではaの変動の効果が, 正か負かはっきりわからないので次のようなパラメーター制約をおいてみよう。

$A=(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}$ とおいて以下のような制約を想定する。

〈制約 1〉　$A>0$

〈制約 2〉　$A<0$

〈制約 2〉が満たされるとき, (19)′ は負となり, (20)′ についても負となる。

次に b の変動による効果をみてみよう。(19), (20)をbで偏微分すると次の二式が得られる。

$$\frac{\partial\bar{C}^*}{\partial b}=\frac{\alpha r(r-1)[(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}]+\alpha^2 r(1-r)\tilde{r}}{[(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}]^2}$$
$$\times\left\{-\frac{r}{1-r}X+Y\right\}+\frac{\alpha\tilde{r}(1-r)}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}$$
$$\times\left\{\frac{-r}{1-r}\frac{\partial X}{\partial b}+\frac{\partial Y}{\partial b}\right\}+\frac{\partial X}{\partial b} \tag{19$''$}$$

$$\frac{\partial X}{\partial b}=\frac{\alpha^2 r(1-a)}{\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}^2}\bar{E}_t+\frac{\alpha r}{\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}^2}G_t$$
$$+\frac{\alpha r\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha^2 r\tilde{r}}{\tilde{r}^2\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}^2}EA_{t+1}$$
$$+\frac{-\alpha r\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha^2 r\tilde{r}}{\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}^2}D_{t-1}$$
$$\frac{\partial Y}{\partial b}=\frac{2r}{r-1}D_{t-1}$$
$$\frac{\partial \bar{L}^*}{\partial b}=\frac{\alpha r(r-1)[(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}]+(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}\alpha r}{[(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}]^2}$$
$$\times\left\{-\frac{r}{1-r}X+Y\right\}+\frac{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}}{(1-r)\{\alpha(1+\tilde{r})+\beta\}+\alpha r\tilde{r}}$$
$$\times\left\{-\frac{r}{1-r}\frac{\partial X}{\partial b}+\frac{\partial Y}{\partial b}\right. \qquad (20)''$$

(19)″の符号はどうであろうか。(19)″についてはパラメーターに色々と制約を加えてやらなければ符号が確定できないようである。

(20)″全体としての符号も，やはり不確定である。

この節で得られた結果についてまとめておこう。所得税率，a，の変更による効果は以下のようである。

$A<0$ ならば，$\frac{\partial \bar{L}^*}{\partial a}<0$，$\frac{\partial \bar{C}^*}{\partial a}<0$。

相続税率，b，の変更による効果についてはも不確定である。

注

1) これは相続税率に関する制約であるが，政府は，この制約を前提として政策を施行するものとする。

Ⅳ 分 散 の 展 開

この節では生涯所得，L_t，の分散がどのような動学方程式で表わされるかを検討し，政策の効果について検討してみよう[1)]。

まず(7)に(4)を代入して次式を得る。

$$L_t=\tilde{r}L_{t-1}+(1-a)E_t+a\bar{E}_t+b\bar{I}_t-\tilde{r}C_{t-1}+\tilde{r}D_{t-1}-rb\bar{D}_{t-1} \qquad (21)$$

(11)の両辺の平均をとれば次式を得る。

$$\bar{L}_t=\tilde{r}\bar{L}_{t-1}+\bar{E}_t+b\bar{I}_t-\tilde{r}\bar{C}_{t-1}+r(1-2b)\bar{D}_{t-1} \qquad (21)'$$

(21)—(21)′ より次式を得る。

$$L_t-\bar{L}_t=\tilde{r}(L_{t-1}-\bar{L}_{t-1})+(1-a)(E_t-\bar{E}_t)-\tilde{r}(C_{t-1}-\bar{C}_{t-1})+\tilde{r}(D_{t-1}-\bar{D}_{t-1}) \qquad (22)$$

(22)の両辺を2乗して，その後n人分合計したあとnで割れば[2)]，以下のような生涯所得，L_t，の分散に関する定差方程式が得られる。

$$V(L_t)=\tilde{r}^2V(L_{t-1})+(1-a)^2V(E_t)+\tilde{r}^2V(C_{t-1})+2\tilde{r}(1-a)\mathrm{Cov}(L_{t-1},E_t)-2\tilde{r}^2\mathrm{Cov}(L_{t-1},C_{t-1})-2\tilde{r}(1-a)\mathrm{Cov}(E_t,C_{t-1}) \qquad (23)$$

$V(L_t)$：L_tの分散，$\mathrm{Cov}(A,B)$：AとBの共分散。

(23)をもとにして生涯所得の分散の動学経路について分析を進めたいのだが，(23)の右辺の中にある共分散の項についてそれぞれ形を明示してやらなければ分析を進めることができない。

そこで一つずつ求めてやると以下のようになる[3)]。

$$\mathrm{Cov}(L_{t-1},E_t)=v\left(\frac{\tilde{r}v\beta}{\alpha+\beta}\right)^{t-1}\mathrm{Cov}(L_0,E_0)+\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta}V(E) \qquad (24)$$

$$\mathrm{Cov}(E_t,C_{t-1})=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left[\left(\frac{\tilde{r}v\beta}{\alpha+\beta}\right)^{t-1}\mathrm{Cov}(L_0,E_0)+\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}V(E)\right]+\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}v}V(E) \qquad (25)$$

$$\mathrm{Cov}(L_{t-1},C_{t-1})=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}V(L_{t-1})+\frac{\alpha(1-a)v}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\left[\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left\{\left(\frac{\tilde{r}v\beta}{\alpha+\beta}\right)^{t}\mathrm{Cov}(L_0,E_0)+\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta}V(E)\right\}+\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}v}V(E)\right] \qquad (26)$$

$$V(C_{t-1})=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left[\frac{\alpha}{\alpha+\beta}V(L_{t-1})+\frac{\alpha^2v(1-a)}{\tilde{r}(\alpha+\beta)^2}\left\{\left(\frac{\tilde{r}v\beta}{\alpha+\beta}\right)^{t-1}\mathrm{Cov}(L_0,E_0)+\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}V(E)\right\}+\frac{\alpha^2(1-a)^2}{\tilde{r}^2(\alpha+\beta)^2}V(E)\right]$$
$$+\frac{\alpha(1-a)v}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\left[\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left\{\left(\frac{\tilde{r}v\beta}{\alpha+\beta}\right)^{t}\mathrm{Cov}(L_0,E_0)\right.\right.$$

$$+\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}V(E)\Big\}+\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}v}V(E)\Big] \tag{27}$$

(24)～(27)を用いると(23)は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned}V(L_t)=&\frac{\tilde{r}^2\beta^2}{(\alpha+\beta)^2}V(L_{t-1})+(1-a)V(E_t)\\&+\tilde{r}^2\left\{(27)\text{の右辺}-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2V(L_{t-1})\right\}\\&+2\tilde{r}(1-a)\times(24)-2\tilde{r}^2\times\left\{(26)\text{の右辺}-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}V(L_{t-1})\right\}\\&-2\tilde{r}(1-a)\times(25)\end{aligned} \tag{28}$$

(28)は生涯所得，L_t，の分散に関する一階の定差方程式である。以下(28)式をもとにして分散の動きについて検討しよう。(28) 式は安定的であることは明らかである。そこで $V(L_t)$ の定常解を $V(L^*)$ とおく。以上のことから(28)は次のようになる。

$$\begin{aligned}V(L^*)=&\frac{(\alpha+\beta)^2}{(\alpha+\beta)^2-\tilde{r}^2\beta^2}\Big[(1-a)V(E)\\&+\frac{\alpha\tilde{r}^2}{\alpha+\beta}\Big\{\frac{\alpha^2v(1-a)}{\tilde{r}(\alpha+\beta)^2}\cdot\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}V(E)\\&+\frac{\alpha^2(1-a)^2}{\tilde{r}^2(\alpha+\beta)^2}V(E)\Big\}+\frac{\alpha(1-a)v}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\cdot\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}\\&\times V(E)+\left(\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\right)^2V(E)\\&+2\tilde{r}(1-a)\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta}V(E)\\&-2\tilde{r}^2\frac{\alpha(1-a)v}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\cdot\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}\cdot\frac{\alpha}{\alpha+\beta}V(E)\\&-2\tilde{r}^2\left(\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\right)^2(VE)\\&-2\tilde{r}(1-a)\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\cdot\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}V(E)\\&-2\tilde{r}(1-a)\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}v}V(E)\Big]\end{aligned} \tag{29}$$

では(29)をもとにして政策の効果を検討してみよう。

まず(29)を a について偏微分すると次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial V(L^*)}{\partial a}=&\frac{(\alpha+\beta)^2}{(\alpha+\beta)^2-\tilde{r}^2\beta^2}\Big[-1+\frac{\alpha\tilde{r}^2}{\alpha+\beta}\Big\{\frac{-\alpha^2v}{\tilde{r}(\alpha+\beta)^2}\\&\times\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}+\frac{\alpha^2v(1-a)}{\tilde{r}(\alpha+\beta)^2}\cdot\frac{-\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}v\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}\Big\}\\&+\frac{-2\alpha^2(1-a)}{\tilde{r}(\alpha+\beta)^2}\end{aligned}$$

$$+\left(1-\frac{2\alpha\tilde{r}^2}{\alpha+\beta}-\frac{2\tilde{r}\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}{v\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}\right)\left\{\frac{-\alpha}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\right.$$
$$\left.\times\frac{(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}+\frac{\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)\tilde{r}}\cdot\frac{-\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\tilde{r}\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}\right\}$$
$$+(1-2\tilde{r}^2)\frac{-2\alpha(1-a)}{(\alpha+\beta)^2\tilde{r}^2}$$
$$\left.+\frac{\alpha(\tilde{r}v-1)+\tilde{r}v\beta}{(\alpha+\beta)\tilde{r}v}\cdot\frac{-4\tilde{r}(1-a)\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta}\right]V(E) \tag{30}$$

(30)については以下のパラメーター制約が満たされるとき符号が決定される。

〈制約3〉 $(\alpha+\beta)^2-\tilde{r}^2\beta^2>0$, $\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta>0$,

$$1-\frac{2\alpha\tilde{r}^2}{\alpha+\beta}-\frac{2\tilde{r}\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}{v\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}>0,$$
$$1-2\tilde{r}^2>0,\ \alpha(\tilde{r}v-1)+\tilde{r}v\beta>0.$$

が満たされるとき(30)の符号は負。

〈制約4〉 $(\alpha+\beta)^2-\tilde{r}^2\beta^2<0$, $\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta>0$,

$$1-\frac{2\alpha\tilde{r}^2}{\alpha+\beta}-\frac{2\tilde{r}\{\alpha+(1-\tilde{r}v)\beta\}}{v\{(1+\tilde{r}v)\alpha+\tilde{r}v\beta\}}>0$$
$$1-2\tilde{r}^2>0,\ \alpha(\tilde{r}v-1)+\tilde{r}v\beta>0.$$

が満たされるとき(30)の符号は正。

次に(29)をbについて偏微分したとき符号がどう決定されるかを確かめたいのだが，(29)式があまりに複雑な形をしているため，かなりのパラメーターの制約を想定しなければ符号は確定されないようである。

よって，(29)をbについて偏微分するケースについては取扱わないことにしよう。

以上の分析から，分散については次のようにまとめることができる。〈制約3〉をみたす経済環境にある場合には，比例所得税率を増加させる政策は，定常所得分散を減少させる効果がある。逆に〈制約4〉をみたす経済環境にある場合には定常所得分散を増加させる効果があることがわかる。したがって定常所得分散に対する政策効果は，〈制約3〉をみたす経済環境の場合には，本稿での平等性の基準に対してプラスに作用しているのである。もちろん，〈制約4〉をみたす経済環境の場合には全く逆の結果を生じるので，定常所得の分析の場合と同様に，分散の動きも実にデリケートであるといえるだ

ろう。

注

1)　分散の動学方程式の導出に関しては文献[3]を参考にしている。

2)　分散を求める手続きである。

3)　(24)については以下のような手続きで求めている。(22)の両辺に $(E_{t+1}-\bar{E}_{t+1})$ を掛けて整理すると次式を得る。

$$
\begin{aligned}
(L_t-\bar{L}_t)(E_{t+1}-\bar{E}_{t+1}) = \tilde{r}(L_{t-1}-\bar{L}_{t-1})(E_{t+1}-\bar{E}_{t+1}) \\
+(1-a)(E_t-\bar{E}_t)(E_{t+1}-\bar{E}_{t+1}) \\
-\tilde{r}(C_{t-1}-\bar{C}_{t-1})(\bar{E}_{t+1}-E_{t+1}) \\
+\tilde{r}(D_{t-1}-\bar{D}_{t-1})(E_{t+1}-\bar{E}_{t+1})
\end{aligned}
$$

よって次式を得る。

$$
\begin{aligned}
Cov(L_t,E_{t+1}) = \tilde{r}Cov(L_{t-1},E_{t+1})+(1-a)Cov(E_t,E_{t+1}) \\
-\tilde{r}Cov(C_{t-1},E_{t+1})
\end{aligned}
$$

このような手続きを(22)の他，(7)，(8)，(9)などに施してそれぞれ求めていくのである。

以下，(25)，(26)，(27)についても同様である。なお仮定Vより $E_{t+1}-\bar{E}_{t+1}=v(E_t-\bar{E}_t)$ となることを用いている。

V　変動係数の展開

この節では生涯所得，L_t，の変動係数に関して分析してみよう。ただし前節までのように動学方程式を導出して，それから分析を進めるのではなく，はじめから定常変動係数について考察する。というのは定常変動係数が以下のように定義できるからである。

$$CV(L^*)=\frac{\sqrt{V(L^*)}}{\bar{L}^*} \tag{31}$$

$CV(L^*)$: L_t の定常変動係数

(31)式において，$V(L^*)$ に関しては既に第Ⅳ節で検討しているし，$\bar{L}^*$ については第Ⅲ節で既に検討している。したがって変動係数に関する動学方程式を導出して安定性を検討するまでもなく，(31)の定常変動係数を得ることができるのである。

では(31)式をもとにして政策の効果を検討してみよう。第Ⅲ節，第Ⅳ節の分析より，以下のことが示された。

① 〈制約２〉がみたされるならば，

$$a\uparrow \rightarrow \bar{L}^* \downarrow.$$

② 〈制約３〉がみたされるならば，

$$a\uparrow \rightarrow V(L^*) \downarrow.$$

③ 〈制約４〉がみたされるならば，

$$a\uparrow \rightarrow V(L^*) \uparrow.$$

以上のことより変動係数については次のことのみが示される。

〈稼得所得税率のみを変更する場合の政策効果〉

〈制約２〉がみたされ，かつ〈制約４〉がみたされるならば，

所得の定常変動係数は大きくなる。

相続所得税率を変更すると，定常平均所得の動きが不確定になるため，政策効果は不確定になってしまう。

Ⅵ　おわりに

本稿の分析によって得られた結果についてここで整理してみよう。本稿では政府が公債を発行して赤字財政のもとで所得再分配政策を行なった場合，経済社会の各個人の生涯所得の分散，変動係数がどのように時間とともに変化していくかを検討してきた。そして以下の結果を得ることができた。まず分散については政策変数（稼得所得税率）の変更によって，ある経済環境のもとでは，定常分散が増加するケースと減少するケースの両極端なケースに分かれることが明らかとなった。このことは定常分散が，いかにデリケートな変数となっているかを示している。本稿のモデルにおいては遺産行動と公債政策が共存しているのだが，この二つの要因が定常分散のデリケートな側面を構成しているのである。というのは以下のような理由からである。遺産行動は，富める人は子孫により多くの相続財産を残し，貧しい人はより少ない相続財産しか子孫に残さないという側面をもっているのだが，このことが再分配政策の所得分布縮小効果をある程度相殺しているといえる。その一方で，本稿で想定した公債購入行動は，経済社会の各個人が同じ額の公債を政府によって強制的に購入させら

れるものであった。このことは公債購入を一種の貯蓄行動に読み替えれば，経済社会全体の平均貯蓄量が平準化していくことになり，公債政策が所得を平準化させてゆく効果をもつことを意味しているのである。このように，遺産行動と公債政策が所得の分布に対して反対の効果を持っているので，定常分散を表した (29) 式をみても明らかなように，両者の効果が絡み合ってデリケートな変数となっているのである。

変動係数については，あまりにパラメーターが多いため稼得所得税率を上げる時，ある経済環境のもとでは，定常変動係数が増加することしか確認できなかった。これは定常平均稼得所得の政策変更による動きがあまりに複雑なためであり，この部分については今後分析の方法を模索してみたいと思う。

次に本稿の分析の今後の拡大方向について言及しておこう。本稿では親から子供への遺産，I_t，をある財による遺産（たとえば家など）と仮定して分析を進めたが，この親から子供への遺産に「人的資本」を含めた場合，どのような結果が得られるかということは興味ある課題である。Becker & Tomes〔2〕はこの人的資本の問題に関してアプローチしている。

また本稿では各個人の稼得所得に関して(3)のような仮定をおき，E_t の決定に関して生産活動とはかかわりをもたない形で分析を進めたが，生産活動とのかかわりによって稼得所得が決定されるようにモデルを組み替えた場合，どのような結果が得られるかということも今後の課題である。もちろん，その場合には利子率の決定は資本市場に委ねられるが，本稿で扱ったモデルのように公債を含めると資本市場の構造をどのように規定するかが，重要な問題となってくる。

参考文献

〔1〕 Atkinson,A.B and Stiglitz.J.E., *Lectures on Public Economics*, Mcgraw-Hill, 1980.

〔2〕 Becker, Gary S., and Tomes, Nigel., "An Equilibrium Theory of the Distribution of Income and Intergenerational Mobility", *Journal of Political Economy*, 1979, 87, 1153-89.

〔3〕 Davies, James B., "Does Redistribution Reduce Inequality ?", *Journal of*

Labor Economics, 1986, 4, 538-59.

〔4〕 Davies, James B., and Kuhn, Peter., "A Dynamic Model of Redistribution, Inheritance and Inequality," *Research Report* 8602, University of Western Ontario, 1986.

〔5〕 Diamond,P.A., "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, 1965,55,1126-50.

〔6〕 Gale,D., "Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Model, "*Journal of Economic Theory*, 1973,6,12-36.

〔7〕 Sen, A. K., *On Economic Inequality*, Oxford: Clarendon, 1973.

〔8〕 岸本哲也,『公共経済学』, 有斐閣, 1986.

〔9〕 野口悠紀雄,『公共政策』, 岩波書店, 1984.