

## インフォーマティブな事前分布を用いたGradual Switching Regression Modelの分析とその応用

長崎, 健一

<https://doi.org/10.15017/2920715>

---

出版情報 : 経済論究. 70, pp.83-97, 1988-03-10. 九州大学大学院経済学会  
バージョン :  
権利関係 :

# インフォーマティブな事前分布を用いた Gradual Switching Regression Model の分析とその応用

長 崎 健 一

## 目 次

はじめに

1. Gradual Switching Regression Model
2. インフォーマティブな事前分布を用いた  
Gradual Switching Regression Model の分析
3. 応用例： 賃金関数における予想係数の変化の計量分析  
おわりに

## は じ め に

Quandt (1958) が Switching Regression Model による構造変化の時点の推定方法を提示して以来、Switching Regression Model に関して、これまでに多くの研究が行なわれてきた。わが国においては、Ohtani and Katayama (1985) が、独自の Gradual Switching Regression Model を提示し、Ohtani and Katayama (1985), Katayama, Ohtani and Toyoda (1987) において、ノンインフォーマティブな事前分布を用いるベイジアン・アプローチにより、この Gradual Switching Regression Model を用いた計量分析を行なっている。

本稿の目的は、この分析を、インフォーマティブな事前分布を用いる場合に拡張することにある。

パラメータに関する事前情報が存在する場合には、これをインフォーマティブな事前分布として定式化し推定に組み込むことにより、より良い推定を行な

うことができる。

また、ノンインフォーマティブな事前分布を用いる場合には、構造変化の時点の範囲に制約が課される<sup>1)</sup>が、本稿の事前分布を用いる場合には、この制約を課す必要がないので、より正確な分析を行なうことができる。

以下では、第 1 節で、Gradual Switching Regression Model を説明した後、第 2 節で、インフォーマティブな事前分布を用いるベイジアン・アプローチにより、このモデルの分析を行なう。そして第 3 節で、これを賃金関数における予想係数の変化の計量分析に応用する。

なお、第 3 節の計量分析は、九州大学大型計算機センターの計算機を利用して行なった。

〔注〕

- 1) この制約を、第 1 節の (1. 1) 式および (1. 2. a) 式の記号を用いて表わせば、 $k \leq t_1^* < t_2^* \leq N - k + 1$  である。

## 1. Gradual Switching Regression Model

Ohtani and Katayama (1985) は、次のような Gradual Switching Regression Model を提示した。

$$y_t = x_t'(\beta + \lambda_t \delta) + u_t, \quad t=1, 2, \dots, N. \quad (1.1)$$

ここで、 $t$  は時間、 $y_t$  は従属変数の  $t$  番目の観測値、 $x_t$  は非確率独立変数の  $t$  番目の観測値の  $k \times 1$  ベクトル、 $\beta$  と  $\delta$  は回帰係数の  $k \times 1$  ベクトル、 $\lambda_t$  は回帰係数の transition path、そして  $u_t$  は  $t$  番目の攪乱項である。

このモデルでは、transition path  $\lambda_t$  ( $0 \leq \lambda_t \leq 1$ ) の増加にしたがって、回帰係数が  $\beta$  から  $\beta + \delta$  に徐々にシフトしていく。そして  $\lambda_t$  は、時間  $t$  の線形関数であり、次のような値をとる。

$$\begin{aligned} \lambda_t &= 0, & t &= 1, 2, \dots, t_1^* - 1 \\ \lambda_t &= (t - t_1^*) / (t_2^* - t_1^*), & t &= t_1^*, t_1^* + 1, \dots, t_2^* \\ \lambda_t &= 1, & t &= t_2^* + 1, t_2^* + 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (1.2.a)$$

パラメータ  $t_1^*$  は第 1 regime の終点 (換言すれば gradual shift の始点) であり, パラメータ  $t_2^*$  は第 2 regime の始点 (換言すれば gradual shift の終点) である.

(1.2.a) 式において  $t_2^* = t_1^* + 1$  であれば, (1.1) 式は, 時点  $t_2^*$  において回帰係数が  $\beta$  から  $\beta + \delta$  に一気にシフトするモデルを表わすことになる. すなわち, このモデルは, 回帰係数が一気にシフトする場合をその特殊ケースとして含む, 一般的な Gradual Switching Regression Model である.

本稿では, 第 3 節の応用例で, 賃金関数における予想係数に対してこのモデルを適用する関係上, (1.2.a) 式を次のように変更する.

$$\begin{aligned}
 \lambda_t &= 0, & t &= 1, 2, \dots, t_1^* - 1 \\
 \lambda_t &= (t - t_1^*) / (t_2^* - t_1^*), & t &= t_1^*, t_1^* + 1, \dots, t_2^* \\
 \lambda_t &= 1, & t &= t_2^* + 1, t_2^* + 2, \dots, t_3^* - 1 \\
 \lambda_t &= (t_4^* - t) / (t_4^* - t_3^*), & t &= t_3^*, t_3^* + 1, \dots, t_4^* \\
 \lambda_t &= 0, & t &= t_4^* + 1, t_4^* + 2, \dots, N.
 \end{aligned} \tag{1.2.b}$$

この場合には,  $\lambda_t$  が 0 から 1 に増加するにしたがい, 回帰係数が  $\beta$  から  $\beta + \delta$  に徐々にシフトした後,  $\lambda_t$  が 1 から 0 に減少するにしたがい, 回帰係数が  $\beta + \delta$  から  $\beta$  に徐々にシフトすることになる.

## 2. インフォーマティブな事前分布を用いた Gradual Switching Regression Model の分析

(1.1) 式を行列表示すると, 次のようになる.

$$Y^* = X^* \gamma + u^*. \tag{2.1}$$

ここで

$$Y^* = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

$$X^* = \begin{bmatrix} x'_1 & \lambda_1 x'_1 \\ x'_2 & \lambda_2 x'_2 \\ \vdots & \vdots \\ x'_N & \lambda_N x'_N \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} \beta \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$u^* = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}$$

である。

次に、攪乱項  $u^*$  が、平均  $0$ 、分散共分散行列  $\sigma^2 I_N$  の多変量正規分布にしたがうと仮定すれば、尤度関数は

$$l(\gamma, \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* | \text{data}) \propto \sigma^{-N} \exp\{-(Y^* - X^* \gamma)' (Y^* - X^* \gamma) / 2\sigma^2\} \quad (2.2)$$

となる。

本稿では、 $\gamma, \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の事前分布として、次の確率密度関数で表わされる分布を用いる<sup>1)</sup>。

$$p(\gamma, \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) = p(\gamma | \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) p(\sigma | t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*). \quad (2.3)$$

ここで

$$p(\gamma | \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) \propto \sigma^{-2k} \exp\{-(\gamma - \bar{\gamma})' A(\gamma - \bar{\gamma}) / 2\sigma^2\} \quad (2.4)$$

$$p(\sigma | t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) \propto \sigma^{-1} \quad (2.5)$$

$$p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*) \propto \text{const.} \quad (2.6)$$

である。すなわち、 $\gamma$  の事前分布は、( $\sigma$  を所与として) 平均  $\bar{\gamma}$ 、分散共分散行列  $\sigma^2 A^{-1}$  の多変量正規分布であり、 $\sigma$  および  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  については、散漫 (diffuse) な事前情報を仮定している。なお、 $0 < \sigma < \infty$ 、 $1 \leq t_1^* < t_2^* < t_3^* < t_4^* \leq N$  である。

(2.3) 式の前分布を (2.2) 式の尤度関数と結びつけて、次の同時事後確率密度関数を得る。

$$\begin{aligned}
 & p(\boldsymbol{\gamma}, \sigma, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \\
 & \propto \sigma^{-(N+2k+1)} \exp\{-[(\mathbf{Y}^* - \mathbf{X}^* \boldsymbol{\gamma})' (\mathbf{Y}^* - \mathbf{X}^* \boldsymbol{\gamma}) + (\boldsymbol{\gamma} - \bar{\boldsymbol{\gamma}})' \mathbf{A} (\boldsymbol{\gamma} - \bar{\boldsymbol{\gamma}})]/2\sigma^2\} \\
 & \propto \sigma^{-(N+2k+1)} \exp\{[Ns^{*2} + (\boldsymbol{\gamma} - \tilde{\boldsymbol{\gamma}})' (\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*) (\boldsymbol{\gamma} - \tilde{\boldsymbol{\gamma}})]/2\sigma^2\}. \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 s^{*2} &= [\mathbf{Y}^{*'} \mathbf{Y}^* + \bar{\boldsymbol{\gamma}}' \mathbf{A} \bar{\boldsymbol{\gamma}} - \tilde{\boldsymbol{\gamma}}' (\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*) \tilde{\boldsymbol{\gamma}}] / N \\
 \tilde{\boldsymbol{\gamma}} &= (\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*)^{-1} (\mathbf{A} \bar{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{Y}^*) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

である。

(2.7) 式を  $\sigma$  について積分して,  $\boldsymbol{\gamma}, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の同時事後確率密度関数

$$\begin{aligned}
 & p(\boldsymbol{\gamma}, t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \\
 & \propto [Ns^{*2} + (\boldsymbol{\gamma} - \tilde{\boldsymbol{\gamma}})' (\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*) (\boldsymbol{\gamma} - \tilde{\boldsymbol{\gamma}})]^{-(N+2k)/2} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

を得る。(2.9) 式により,  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  が所与のときの,  $\boldsymbol{\gamma}$  の条件つき事後分布は, 平均  $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}$ , 分散共分散行列

$$(\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*)^{-1} Ns^{*2} / (N-2) \quad (2.10)$$

の多変量  $t$  分布である。

(2.9) 式を  $\boldsymbol{\gamma}$  で積分することにより,  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の同時事後確率関数

$$p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \propto (s^{*2})^{-N/2} |\mathbf{A} + \mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*|^{-1/2} \quad (2.11)$$

が得られる。

(2.11) 式を用いて,  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の周辺事後確率関数は, それぞれ次のように求められる。ただし以下では,  $p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data})$  は, 規準化したものを使用している。

$$p(t_1^* \mid \text{data}) = \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{N-2} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{N-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \quad (2.12)$$

$$p(t_2^* \mid \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{t_2^*-1} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{N-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \quad (2.13)$$

$$p(t_3^* \mid \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{t_3^*-2} \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{t_3^*-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* \mid \text{data}) \quad (2.14)$$

$$p(t_4^* | \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{t_1^*-3} \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{t_2^*-2} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{t_3^*-1} p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* | \text{data}). \quad (2.15)$$

また、 $\gamma$  の事後確率密度関数は、(2.9) 式および (2.11) 式を用いて

$$p(\gamma | \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{N-3} \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{N-2} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{N-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N p(\gamma | t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*, \text{data}) p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* | \text{data}) \quad (2.16)$$

により求めることができる。

最後に、 $\gamma$  の事後平均および事後分散共分散行列は、(2.16) 式により、それぞれ (2.8) 式、(2.10) 式を用いて

$$E(\gamma | \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{N-3} \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{N-2} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{N-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N E(\gamma | t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*, \text{data}) p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* | \text{data}) \quad (2.17)$$

$$\text{Cov}(\gamma | \text{data}) = \sum_{t_1^*=1}^{N-3} \sum_{t_2^*=t_1^*+1}^{N-2} \sum_{t_3^*=t_2^*+1}^{N-1} \sum_{t_4^*=t_3^*+1}^N \text{Cov}(\gamma | t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*, \text{data}) p(t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^* | \text{data}) \quad (2.18)$$

により求めることができる。

〔注〕

- 1) (2.4) 式および (2.5) 式の事前分布は、自然共役事前分布の特殊形である。本来の自然共役事前分布に基づき、 $\sigma$  の事前分布として、(2.5) 式の代わりに逆ガンマ分布を用いても、以下の分析は基本的には同様である。

### 3. 応用例： 賃金関数における予想係数の変化の計量分析

本節では、第 2 節での分析結果をもとに、賃金関数における予想係数の変化の計量分析を行なう。

賃金関数における予想係数とは、拡張フィリップス曲線等の賃金（貨幣賃金率）上昇率決定式における、予想物価上昇率の係数のことである。予想係数

は、賃金交渉において予想物価上昇率が賃金上昇率に反映される程度を表わし、予想係数が1であれば、予想物価上昇率は賃金上昇率に完全に反映される。これに対して、予想係数が1未満であれば、予想物価上昇率は賃金上昇率に完全には反映されないことになり、インフレーション期においては、反映されない分だけ予想実質賃金上昇率が減少することになる。

予想係数に関する分析を行なった文献の多くは、わが国では1970年代に予想係数が一時的に1に近づいたことを報告している。以下では、この情報を事前情報として計量分析を行なう。

### 3.1 推定式

本稿では、予想係数の変化を分析するために、拡張フィリップス曲線による賃金上昇率決定式

$$\dot{W} = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{U} + (\beta_3 + \lambda_t \delta_3) \pi^* \quad (3.1)$$

をインフォーマティブな事前分布を用いて推定する。ここで、 $\dot{W}$  は賃金上昇率、 $U$  は失業率、そして  $\pi^*$  は予想物価上昇率である。 $\pi^*$  の導出方法については、3.3節で述べる。また、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\delta_3$  は回帰係数である。ここでは予想係数の変化を分析することが目的であるから、定数項および  $\frac{1}{U}$  の係数はシフトしないと仮定している。したがって、この場合には  $\gamma = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \delta_3]'$  となる。 $\lambda_t$  は transition path であり、その値は (1.2.b) 式で表わされる。

なお、賃金  $W$  としては、「常用労働者現金給与総額・全産業（サービス業を除く）」を用いた。

### 3.2 事前分布の設定

先に述べたように、以下に示す実証分析の結果から、わが国においては1970年代に予想係数が一時的に1に近づいたことが推察される。

まず、Toyoda (1972) は、1956年第1四半期から1968年第4四半期までの四半期データを用いて拡張フィリップス曲線を推定しているが、これによれば予想係数は0.476である。



これに対して、新保 (1980) は、1966年から1976年までの年次データを用いて拡張フィリップス曲線を推定しており、これによれば予想係数は0.9890であり、ほぼ1に等しい。

さらに、島田・細川・清家 (1982) は、四種類の賃金変数について、1971年第2四半期から1981年第1四半期までの四半期データを用いて拡張フィリップス曲線を推定しているが、この推定では、予想係数は0.757~1.036という値が得られている<sup>1)</sup>。

また、中谷 (1987) は、予想係数が1970年代において一時的に1に近づいた後、1980年代において再びもとの水準に戻ったことを指摘し、その原因を検討している。なお、この事実は、藤本 (1986) において、計量分析により確認されている。

そこで、以上の実証分析の結果をもとに、予想係数に関する事前情報を次のような形で定式化する。

$$E(\beta_3) = 0.476 \quad (3.2)$$

$$E(\delta_3) = 0.524 \quad (3.3)$$

$$E(\beta_3 + \delta_3) = 1.0 \quad (3.4)$$

$$\Pr(0.9 < \beta_3 + \delta_3 < 1.1 \mid \sigma = S_T) = 0.9 \quad (3.5)$$

ここで  $S_T$  は、Toyoda (1972) における推定式の、方程式の標準誤差を表わす。

(3.4) 式と (3.5) 式は、シフト後の予想係数の値が1に近いという事前情報を表わしている。(3.2) 式は Toyoda (1972) から得られたものであり、この式と (3.4) 式とから (3.3) 式が得られる。なお、構造変化の時点  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  に関する事前情報は、あいまいであるから、本稿では推定に組み込んでいない。

ところで、本稿で用いる事前情報は、標本理論的アプローチ (OLS 推定) により得られた推定値を、ベイジアン立場で解釈して使用している。すなわち、標本理論的アプローチによれば、モデル

$$y = X\beta + u \quad (3.6)$$

$y$ : 従属変数の観測値の  $N \times 1$  ベクトル。

$X$ : 非確率独立変数の観測値の  $N \times k$  行列。 $X$  の階数は  $k$ 。

$\beta$ : 回帰係数の  $k \times 1$  ベクトル.

$u$ : 攪乱項の  $N \times 1$  ベクトル.  $u$  は, 平均  $0$ , 分散共分散行列  $\sigma^2 I_N$  の多変量正規分布にしたがう.

から OLS 推定量  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$  が得られ, 推定量  $\hat{\beta}$  が平均  $\beta$ , 分散共分散行列  $\sigma^2 (X'X)^{-1}$  の多変量正規分布にしたがうが, 同じ (3.6) 式を, ノンインフォーマティブな事前分布を用いるベイジアン・アプローチにより推定すれば, 回帰係数の真の値  $\beta$  が平均  $\hat{\beta}$ , 分散共分散行列  $\sigma^2 (X'X)^{-1}$  の多変量正規分布にしたがう. この事実を用いて, ここでは, 標本理論的アプローチによって得られた推定結果を, ノンインフォーマティブな事前分布を用いるベイジアン・アプローチにより得られた推定結果と解釈し, 事前情報として使用した.

次に,  $E(\beta_1)$ ,  $E(\beta_2)$  としては, 島田・細川・清家 (1982) における推定値を使用した.

また,  $V(\beta_1 | \sigma)$ ,  $V(\beta_2 | \sigma)$ ,  $V(\beta_3 | \sigma)$  は, (3.6) 式における  $(X'X)^{-1}$  の, それぞれの回帰係数に対応する対角要素を求めることにより, その値を定めた. この対角要素は, 次のようにして求めることができる<sup>2)</sup>. まず, OLS 推定値  $\hat{\beta}$  およびその  $t$  値  $t$  を用いて, 推定値の標準誤差  $s_\beta$  を  $s_\beta = \hat{\beta}/t$  により求め, この  $s_\beta$  と方程式の標準誤差  $S$  とを用いて,  $s_\beta^2 = S^2 a$  となる  $a$  を求めればよい. この場合,  $V(\beta | \sigma) = \sigma^2 a$  となる. 以上の方法で,  $V(\beta_1 | \sigma)$ ,  $V(\beta_2 | \sigma)$  は島田・細川・清家 (1982) における推定結果により,  $V(\beta_3 | \sigma)$  は Toyoda (1972) における推定結果により, それぞれその値を定めた. なお,  $V(\delta_3 | \sigma) = V(\beta_3 | \sigma)$  とした.

最後に,  $\text{Cov}(\beta_3, \delta_3 | \sigma)$  は, (3.4) 式および (3.5) 式を用いて, 次のようにしてその値を定めた. 標準正規分布  $N(0, 1)$  にしたがう確率変数  $z$  について

$$\Pr(-1.645 < z < 1.645) = 0.9$$

であることから, (3.4) 式により

$$\Pr\left(-1.645 < \frac{(\beta_3 + \delta_3) - 1.0}{\sqrt{V(\beta_3 + \delta_3)}} < 1.645 \mid \sigma = S_T\right) = 0.9$$

が成立し

$$\Pr(1.0 - 1.645\sqrt{V(\beta_3 + \delta_3)} < \beta_3 + \delta_3 < 1.0 + 1.645\sqrt{V(\beta_3 + \delta_3)} \mid \sigma = S_T) = 0.9$$

となるので, (3.5) 式により

$$1.0 - 1.645\sqrt{V(\beta_3 + \delta_3 \mid \sigma = S_T)} = 0.9$$

すなわち

$$\begin{aligned} V(\beta_3 + \delta_3 \mid \sigma = S_T) &= (0.1/1.645)^2 \\ &= 0.00369546 \end{aligned}$$

が得られる。よって

$$V(\beta_3 + \delta_3 \mid \sigma) = \sigma^2(0.00369546/S_T^2)$$

となる。この値と, 先に定めた  $V(\beta_3 \mid \sigma)$ ,  $V(\delta_3 \mid \sigma)$  の値を用いて,  $\text{Cov}(\beta_3, \delta_3 \mid \sigma)$  は

$$V(\beta_3 + \delta_3 \mid \sigma) = V(\beta_3 \mid \sigma) + V(\delta_3 \mid \sigma) + 2\text{Cov}(\beta_3, \delta_3 \mid \sigma)$$

すなわち

$$\text{Cov}(\beta_3, \delta_3 \mid \sigma) = \frac{1}{2} \left[ V(\beta_3 + \delta_3 \mid \sigma) - V(\beta_3 \mid \sigma) - V(\delta_3 \mid \sigma) \right]$$

により定めることができる。

以上で, (2.4) 式の  $\boldsymbol{r} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \delta_3]'$  に関する事前分布が設定された。事前情報の具体的な値は, 次のようになる。

$$\bar{\boldsymbol{r}} = \begin{bmatrix} -7.049 \\ 0.198 \\ 0.476 \\ 0.524 \end{bmatrix}$$

$$\sigma^2 \boldsymbol{A}^{-1} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 0.499 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.799 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.979 \times 10^{-3} & -7.697 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & -7.697 \times 10^{-3} & 7.979 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

〔注〕

- 1) 島田・細川・清家(1982), pp. 22-23の表3-C-(i)・(iii)の, 意識調査型の推定結果による。以下においても, 島田・細川・清家(1982)の推定結果とは, すべてこの推定結果を指す。
- 2)  $\boldsymbol{X}$ の要素が報告されている場合には, 以下の計算を行なう必要はないが, 通常,  $\boldsymbol{X}$ の要素は報告されないので, この方法で対角要素を求める必要がある。

### 3.3 予想物価上昇率の導出

本稿で計量分析に用いる予想物価上昇率は、Carlson and Parkin (1975) が開発した方法<sup>1)</sup>に基づき、サーベイデータから導出した。そして、サーベイとしては、経済企画庁の『消費動向調査』を用いた。

ところで、神戸大学の豊田利久教授は、Carlson and Parkin の方法を改良されている。その改良点は次の二点である（改良の詳細については当該論文を参照されたい）。

(1) Carlson and Parkin が扱った質問は、将来の物価水準自体の騰落を問う形になっているが、『消費動向調査』における質問は、「今後1年間の消費者物価の上がり方は、現在の上がり方比べてどうなると思うか」というものである。そこで、この質問の形式に合致するように、Carlson and Parkin の方法を修正した（豊田（1979））。

(2) Carlson and Parkin の方法においては、「予想物価上昇率と現実の物価上昇率の観測期間における平均は等しく、また回答世帯が物価の騰落を感知し得る弁別閾の臨界点  $\delta_t$  は観測期間中一定である」と仮定されるが、この場合には、ある一定期間について予想物価上昇率を導出した後、観測期間を追加して再び予想物価上昇率を導出すると、以前に導出した予想物価上昇率が変化することになり不都合が生じる。したがって、上記の仮定を、「 $t-1$  期までの情報の下での予想物価上昇率の経時的平均が、現実の物価上昇率の経時的平均に等しいが、時点が変わって新しい情報が入るにつれて  $\delta_t$  は変化する」という形に修正した（豊田（1986））。

本稿においても、Carlson and Parkin の方法を上の(1)、(2)により修正した方法で予想物価上昇率を導出して、計量分析に使用した。

#### 〔注〕

- 1) Carlson and Parkin が開発した予想物価上昇率の導出方法については、原論文および島田・細川・清家（1982）、豊田（1979）・（1986）を参照。

### 3.4 推定結果

ここでは、第2節での分析結果に基づき、3.1節で述べた推定式を3.2節で

設定したインフォーマティブな事前分布を用いて推定した結果を示す。

データは四半期データであり、その内容は表 3-1 の通りである。また、推定期間は1972年第 3 四半期～1984年第 3 四半期である。

表 3-1 データの内容

記号	内 容	出 所 等
$W$	常用労働者現金給与総額指数・全産業(サービス業を除く) (1980年=100)	『経済変動観測資料年報』
$U$	失業率〔季節調整済み〕 (%)	『経済変動観測資料年報』
$\pi^*$	予想物価上昇率 (%)	『消費動向調査』から導出

$t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の周辺事後分布を、図 3-1 に示す。また、各パラメータの推定値を表 3-2 に示す。ただし、推定値としては事後平均を用いた。

図 3-1 および表 3-2 の推定結果から、わが国の予想係数は、本稿の推定期間の範囲内では、1972年第 3 四半期頃から徐々に増加し、1975年第 3 四半期

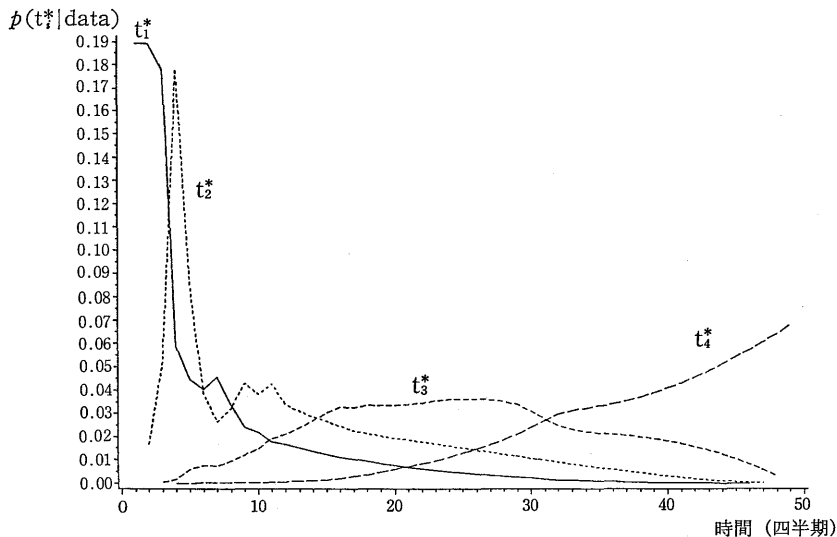


図 3-1  $t_1^*, t_2^*, t_3^*, t_4^*$  の周辺事後分布

に、ほぼ 1 に等しくなった後、1978年第 3 四半期から減少に転じ、1984年第 3 四半期においてもなお減少中であることがわかる。

また、シフト前の予想係数  $\beta_3$  の推定値は 0.769 であるから、シフト前の予想係数に関する事前情報は、データの情報によって、かなり上方に修正されたことがわかる。このことは、1972年第 3 四半期以前に、すでに予想係数のシフトが始まっていたことを示唆しているのかも知れない。

表 3-2 パラメータの推定値

$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$
5.982 [1973:4] (6.533)	13.007 [1975:3] (9.719)	25.379 [1978:3] (10.032)	38.723 [1982:1] (8.025)
$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\delta_3$
1.558 (0.808)	0.199 (0.0542)	0.769 (0.182)	0.238 (0.185)

[注]

- 推定値は事後平均である。
- 推定値の下の ( ) 内の数値は、その推定値の標準偏差を表わす。
- $t_1^*$ ~ $t_4^*$  の推定値の横の [ ] 内の数値は、その推定値を最も近い [年：四半期] に直したものである。

## おわりに

本稿では、インフォーマティブな事前分布を用いるベイジアン・アプローチにより、Gradual Switching Regression Model の分析を行ない、これを賃金関数における予想係数の変化の計量分析に応用した。

インフォーマティブな事前分布を用いる場合には、事前情報を利用して事前分布を設定する必要があるが、本稿で取り扱った拡張フィリップス曲線のように、これまでに多くの研究者によって推定されてきた方程式の場合には、多くの事前情報が利用可能であるから、事前分布の設定は比較的容易であると思われる。

次に、本稿の事前分布を用いる場合には、3. 2 節の事前分布の設定過程か

らわかるように、シフト後の回帰係数の値に関する事前情報が必要であるが、この情報は必ずしも存在するとは限らない。この情報が存在しない場合には、ノンインフォーマティブな事前分布を用いなければならない。

最後に、本稿では、回帰係数についてのみインフォーマティブな事前分布を用いたが、構造変化の時点に関する事前情報が存在する場合には、これらについてもインフォーマティブな事前分布を用いることが可能である。この場合には、それらの確率関数を(2.6)式の代わりに使用することにより、本稿と同様の分析を行なうことができる。

### 参 考 文 献

- 島田晴雄・細川豊秋・清家 篤 (1982), 「賃金および雇用調整過程の分析」, 経済企画庁経済研究所『経済分析』第84号。
- 新保生二 (1980), 『現代日本経済の解明』, 東洋経済新報社。
- 豊田利久 (1979), 「大インフレーション期における期待の形成」, 『季刊理論経済学』第30巻, 193—201。
- (1986), 「合理的期待形成の検証」, 神戸大学『国民経済雑誌』第154巻第2号, 1—21。
- 中谷 巖 (1987), 『入門マクロ経済学』第2版, 日本評論社。
- 藤本浩明 (1986), 「失業とインフレーション」, 九州大学大学院理論・計量経済学研究會第11回例会報告要旨。
- Carlson, J. A. and M. Parkin (1975), "Inflation Expectations", *Economica*, 42, 123—138.
- Judge, G. G., R. C. Hill, et al. (1982), *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, Wiley.
- Katayama, S., K. Ohtani and T. Toyoda (1987), "Estimation of Structural Change in the Import and Export Equations: An International Comparison", *The Economic Studies Quarterly*, 38, 148—158.
- Ohtani, K. and S. Katayama (1985), "An Alternative Gradual Switching Regression Model and Its Application", *The Economic Studies Quarterly*, 36, 148—153.
- Quandt, R. E. (1958), "The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes", *Journal of the American Statistical Association*, 53, 873—880.
- Toyoda, T. (1972), "Price Expectations and the Short-run and Long-run Phil-

lips Curves in Japan, 1956—1968”, *The Review of Economics and Statistics*, 65,  
267—274.

Zellner, A. (1971), *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, Wiley.

(福場庸・大澤豊訳、『ベイジアン計量経済学入門』, 培風館, 1986年)