不確実性下の企業の意思決定と特殊訓練

福沢, 勝彦

https://doi.org/10.15017/2920689

出版情報：経済論究. 66, pp.51-65, 1986-12-05. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

不確実性下の企業の意思決定と特殊訓練

福　澤　勝　彦

目　次

はじめに

本稿の目的は，企業が労働者に（企業）特殊訓練（specific training）を施して生産活動を行なうときの，企業の意思決定について考察することである。その中心的な考え方は，企業が労働者に訓練を施した後に，その労働者は企業に対し賃金の決定についての交渉力を持つようになる，ということである。それゆえにわれわれは，企業は訓練後の賃金に対して労働者の意思決定を考慮する必要があるという意味において，賃金に関して不確実性に直面すると仮定する。この仮定は本稿において，本質的な役割を演じる。

上述の枠組みのなかで I において 2 期間の 企業の 意思決定 モデルを構成する。そのモデルには，賃金の不確実性に直面する企業の行動を説明するために，利潤を変数とする（可測的）効用関数が導入される。企業は，この効用関数の期待値を最大にするように行動する。IIでは，企業が利潤最大を達成する均衡点における比較静学を期待賃金と不確実性の変化について行なう。IIIでは，I のモデルの枠組みを少し離れ，現実に 2 期に企業があるときの，企業と労働者

の交渉について考察し，その均衡点における比較静学をおこなう。この2主体間の交渉は，ナッシュの交渉解（例えば鈴木〔8〕）によって記述される。

I　モデルの構成

本稿において議論する企業は，自ら（費用を負担するという意味で）労働者に特殊訓練を施して，その訓練後の利潤による期待効用を最大にするように行動する。企業特殊訓練とは，訓練を行なった企業の中だけでのみ，労働に関する限界価値生産力が上昇する訓練と定義される。したがって，訓練の費用(1)は企業が負担する（Becker〔1〕)。企業は2期間活動して解散する。1期には労働者に訓練を施し（単純化のために，生産は行なわないものとする)，2期に生産を行なう（図1参照)。

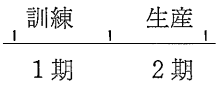

図1

労働市場は完全競争の状態にあり，十分な数の同質な労働者がいるとする。一人の労働者は訓練費用 c の投入に対して，人的資本 h を形成する。すなわち

(1—1)　　$h=h(c)$

と表わす。労働者は同質であるから，全ての労働者に，この関数は共通である。一般に，この関数は2回連続微分可能な狭義増加凹関数と仮定される。すなわち，人的資本は費用に関して逓減する。

この企業が，労働者数 l と特殊訓練費用 c を可変的生産要素として，1種類の生産物を生産するとすれば，その2期間の利潤は，2期に労働者が移動しないと仮定すれば

(1—2)　　$\pi=R(l,h(c))-w\,l-c\,l-b$

$\qquad\qquad\equiv R(l,c)-w\,l-c\,l-b$

となる(2)。ただし，生産物市場は完全競争の状況にあるとする。2期の生産物価格は，単純のため1とする。それゆえ，$R(\cdot)$ は企業の生産関数であるが，

そのまま，収入関数とみなせる。収入関数 $R(\cdot)$ は，２回連続微分可能な狭義増加凹関数とする。w は２期の賃金，b は生産活動の大小に依存しない固定費用[3] である。一般には利潤を現在価値に換算すべきであるが，単純化のために省略する。ここで，特殊訓練の定義から

$$h \geqq h' \quad \text{ならば} \quad R(l, h) \geqq R(l, h')$$

である。すなわち，人的資本の増加は，同量の労働者数において大きな収入をもたらす。換言すれば，訓練費用の増加は収入を増加させる[4]。

ここで，つぎのような仮定を設ける。

仮定１　労働者が移動しないとき，企業は２期の賃金の不確実性に直面する。

したがって，賃金 w は確率変数であって，一定の企業の主観的な確率密度 $\phi(w)$ をもつものとする。特に，

$$(1\text{—}3) \qquad w \equiv \bar{w} + r\varepsilon > 0$$

とする。パラメーター $\bar{w}$ は w の期待値 $\bar{w}=E(w)$ であり，パラメーター r は，w の危険度を表わす。すなわち，r が大きくなれば賃金 w の変化の幅は大きくなる。確率変数 ε の期待値 $E(\varepsilon)=0$ とする。この確率分布は生産活動の大小にかかわらず不変であるものとする。

仮定１を設けるのは，以下のような理由からである。企業特殊訓練の定義により２期の期首に，１期に訓練を施された労働者は，その訓練費用を負担していないので，他の企業へ移動することによって，自身は何らの損害を被ることなく当該の企業に訓練費用分の損害を与えうる可能性がある。また，訓練の成果を生産のうえではっきしなくても市場賃金を得る事は可能である。それは，当該企業でもよいし，他の企業で働いてもよいだろう[5]。したがって，労働者達は，企業に対して交渉力をもつようになる。彼らの意思決定は，企業には操作不能である。このように，２期の市場賃金の不確実性の上にさらに，上の様な不確実性が加わることとなる。これが，特に仮定１を設ける理由である。当然の事ながら２期の生産物価格も不確実であるが，単純化のために１と仮定した[6]。この単純化は，後の分析を明瞭なものにするだろう。

利潤から得られる企業の効用を関数 $U(\pi)$ によって表わせば，この企業の

期待効用は

(1—4)　$EU(\pi) \equiv E[U(\pi)]$

$$= \int_0^\infty U(R(l,c) - wl - cl - b)\phi(w)dw$$

となる。効用関数 $U(\cdot)$ は，2回連続微分可能な狭義増加凹関数とする。これは，当該企業が，危険回避型であることと同値である。すなわち，関数 $U(\cdot)$ の2回微分について

危険回避型$\Longleftrightarrow$狭義増加凹関数$\Longleftrightarrow U''(\pi)<0$(ただし，$U'(\pi)>0$)

が成り立つ。

ここで，この企業が特殊訓練を労働者にたいして施す条件について考える。当該企業は，訓練を施した場合の利潤の期待効用が，訓練を施さない場合の利潤の期待効用よりも大きい場合に，労働者に特殊訓練を施すであろう。訓練を行なわない場合，2期の労働賃金について当該企業は労働者と交渉する必要はないであろう。したがって，賃金の不確実性は訓練が行なわれる場合にくらべて小さい。そこでわれわれは，当該企業は2期の市場賃金 w' を確率1で予想しているとする。また1期には，同じように生産を行なわない。訓練費用 $c=0$ の場合の人的資本 $h(0)=h_0$ とすれば，当該企業の利潤の期待効用は

(1—5)　$U(\pi) = U(R(l, h_0) - wl - b)$

となる。期待効用最大化の1次の条件から，

(1—6)　$R_l(l, h_0) = w'$

ただし，$R_l(l,h) \equiv \dfrac{\partial R(l,h)}{\partial l}$

を得る。この条件を満たす期待効用を最大にする労働者数を l_0 とするとき，最大期待効用は，式（1-5）に l_0 を代入して

(1—7)　$U(\pi_0) = U(R(l_0, h_0) - w' l_0 - b)$

となる。企業は $U(\pi_0)$ よりも特殊訓練を施す場合の期待効用が大きい場合にのみ，労働者に訓練を施す。われわれは，この条件は満たされるものとして，以後の議論を続ける。

企業の目的は，式（1-4）で現わされる利潤の期待効用を最大にすることである。期待効用最大化の1次条件は，$U'(\pi)$ を $U(\pi)$ の π にかんする微分

とすれば，それぞれ

$$(1\text{—}8)\qquad \frac{\partial E[U(\pi)]}{\partial l} \equiv E[U'(\pi)(R_l(l,c)-w-c)]=0$$

$$(1\text{—}9)\qquad \frac{\partial E[U(\pi)]}{\partial c} \equiv E[U'(\pi)(R_c(l,c)-l)]=0$$

$$\text{ただし，} R_l(l,c) \equiv \frac{\partial R(l,c)}{\partial l},\ R_c(l,c) \equiv \frac{\partial R(l,c)}{\partial c}$$

となる。ただし，2次条件は満たされているものとする。式（1－8），（1－9）が成り立つ時に，当該企業の最適な労働者数 l^* および最適訓練費用 c^* は，パラメーター w, r, b の関数として，陰関数の定理から

$$(1\text{—}10)\qquad l^* = l(w, r, b)$$

$$(1\text{—}11)\qquad c^* = c(w, r, b)$$

で表わされる。

式（1－8），（1－9）を満たす最適投入 l^*, c^* は次のように解釈される。当該企業は，1期には l^* 人の労働者を雇用して，1人当たり c^* の訓練費用をかけて総額 $l^* * c^*$ の訓練を施し，2期にはその訓練を受けた1人の労働者によって生産を行なう。なんとなれば，仮定より労働者は2期に移動しない。

均衡の条件について検討しよう。式（1－3）を1次の条件の式（1－8）に代入することにより

$$(1\text{—}12)\qquad R_l(l^*, c^*) = \bar{w} + c^* + \rho$$

$$\text{ただし，}\rho \equiv \frac{rE[U'(\pi)\varepsilon]}{E[U'(\pi)]}$$

を得る（付録1）。また，式（1－9）から直接に

$$(1\text{—}13)\qquad R_c(l^*, c^*) = l^*$$

を得る。ρ の値は，賃金の不確実性が存在する時に，危険回避者として企業が余分に支払うべき心理的費用の大きさを表わすものと，一般に解釈される。つまり，危険負担料と言い換えることも可能である。

当該企業は仮定から危険回避型であることより，ρ について

性質1　$\rho > 0$

が成り立つ（付録2）。

性質１から

$$(1\text{—}14)\qquad R_l(l^*,\ c^*)>\bar{w}+c^*$$

の不等式が不確実性下の企業の均衡において成り立つ。式（1-14）は，労働者数に関する限界価値生産力が，一人当たりの期待賃金と一人当たりの訓練費用の和より大きいことを示している。さらに

$$\text{性質２}\qquad \frac{\partial\rho}{\partial l}>0$$

$$\text{性質３}\qquad \frac{\partial\rho}{\partial c}=0$$

である（付録３）。以上の準備の上で次項において，比較静学をおこなう。

注

(1) 一般に，訓練費用は，直接費用と機会費用を合計したものである。直接費用とは，訓練に直接に用いられる費用で，教材費や講師料などである。いっぽう，機会費用とは，訓練に用いないで利益を得る為にその財を用いた時に得られるであろう逸失利益である。また，この費用のなかから，１期の労働者への賃金が支払われる。

(2) 式（1-2）を，以後の議論では主として用いる。

(3) １期における生産設備の費用と考えれば，分析が明瞭になろう。

(4) 労働に関する限界価値生産力の増加とは，数式で表わせば

$$c\leqq c'\rightarrow h(c)\leqq h(c')\rightarrow\frac{\partial R(l,h(c))}{\partial c}\leqq\frac{\partial R(l,h(c'))}{\partial c}$$

である。

(5) なぜなら，労働者は完全競争の労働市場に，いつでも戻ることが出来るからである。

(6) これは，仮定１を設けた理由の逆である。２期の当該企業の賃金の不確実性の原因が，当該企業と労働者間の交渉にあるとすれば，生産物価格の不確実性は，分析の中心的役割を担わない。それゆえに，単純化のために１とおく。

Ⅱ　比較静学

Ⅱ-１　期待賃金の変化

２期における期待賃金の変化について考察する。そのために，本節全体に用いられる絶対的危機回避減少の仮説（酒井〔７〕）を設ける。この仮説の意味するところは，企業は利潤量の増大とともに，危険回避の気持ちが和らぐという

ことである。厳密に定義すれば，絶対的危険回避の関数

(2—1)　$Ra(\pi)\equiv -\dfrac{U''(\pi)}{U'(\pi)}$

は，π について減少関数

(2—2)　$Ra'(\pi)<0$

である。ただし $U''(\pi)$ は $U(\pi)$ の2回微分である。

これより，比較静学をおこなう。ρ は期待賃金 $\bar{w}$ の増加に対して，増加する。すなわち

(2—3)　$\dfrac{\partial\rho}{\partial\bar{w}}>0$

である（付録4)。さて，均衡式（1-12),（1-13) を w について偏微分して，$l=l^*$, $c=c^*$ で評価すると

(2—3)
$$\begin{bmatrix} R_{ll}(l^*,c^*)-\dfrac{\partial\rho}{\partial l} & R_{lc}(l^*,c^*)-1 \\ R_{cl}(l^*,c^*)-1 & R_{cc}(l^*,c^*) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dfrac{\partial l}{\partial\bar{w}} \\ \dfrac{\partial c}{\partial\bar{w}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1+\dfrac{\partial\rho}{\partial\bar{w}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ただし，$R_{ll}(l,c)\equiv\dfrac{\partial^2R(l,c)}{\partial l^2}$, $R_{cc}(l,c)\equiv\dfrac{\partial^2R(l,c)}{\partial c^2}$

$$R_{lc}(l,c)=R_{cl}(l,c)\equiv\frac{\partial R(l,c)}{\partial l\,\partial c}$$

を得る。このとき，性質2より，$\dfrac{\partial\rho}{\partial l}$は正，式（2-3）より$\dfrac{\partial\rho}{\partial\bar{w}}$は正であるが，

行列式Δ

(2—4)
$$\Delta\equiv\begin{vmatrix} R_{ll}(l^*,c^*)-\dfrac{\partial\rho}{\partial l} & R_{lc}(l^*,c^*)-1 \\ R_{cl}(l^*,c^*)-1 & R_{cc}(l^*,c^*) \end{vmatrix}$$

および，$R_{lc}(l^*,c^*)-1=R_{cl}(l^*,c^*)-1$ の符合を確定することは困難である。それは，収入関数の形状に大きく依存する。そこで

仮定　期待賃金の上昇は，訓練費 c に影響しない。すなわち，

$$\frac{\partial c}{\partial\bar{w}}=0$$

という特殊なケースについてのみ以下において検討する。この仮定は，訓練によって成果をあげるには，あるほぼ決まった訓練費用をかける必要があると考

えれば，それほど非常識なものではないであろう。

そうすれば，式（2-3)，（2-4）および性質 2 から

$$(2\text{—}5)\qquad \frac{\partial l}{\partial \bar{w}}=\frac{1+\dfrac{\partial \rho}{\partial \bar{w}}}{R_{ll}-\dfrac{\partial \rho}{\partial l}}<0$$

を得る。すなわち，期待賃金の上昇は，1期に雇用される労働者数の減少を引き起こす。すなわち，2期の労働者も1期と同数であるから減少する。式（2-5）の結果は，期待賃金の上昇が，訓練費用に大きな影響を与えない時には，期待賃金の上昇は，雇用される労働者数の減少を引き起こすであろうことを示唆している。

II-2　賃金の不確実性の変化

賃金の不確実性の変化，すなわち，r の変化について考察する。r の増加は危険負担料 ρ を増加させる，すなわち

$$(2\text{—}6)\qquad \frac{\partial \rho}{\partial r}>0$$

である（付録 5)。均衡式（1-12)，（1-13）を r で偏微分して $l=l^*$, $c=c^*$ で評価すれば，性質 3 に注意して

$$(2\text{—}7)\qquad \begin{bmatrix} R_{ll}(l^*,c^*)-\dfrac{\partial \rho}{\partial l} & R_{lc}(l^*,c^*)-1 \\ R_{cl}(l^*,c^*)-1 & R_{cc}(l^*,c^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l}{\partial r} \\ \dfrac{\partial c}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \rho}{\partial r} \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる。ここで，

$$\text{仮定}\qquad \frac{\partial c}{\partial r}=0$$

とすれば，

$$(2\text{—}8)\qquad \frac{\partial l}{\partial r}=\frac{\dfrac{\partial \rho}{\partial r}}{R_{ll}(l^*,c^*)-\dfrac{\partial \rho}{\partial l}}<0$$

を得る。不確実性の増加は，それが訓練費用に大きな影響をおよぼさなければ，雇用者数の減少を引き起こすことを示唆している。

以上で特殊なケースのみではあるが，比較静学をおわる。訓練費用への期待賃金および不確実性の変化の影響は，このモデルに，さらに幾つかの仮定を加えることを必要としよう。

Ⅲ 交渉による賃金の決定

現実に経済が2期の期首にあるときの当該企業と労働者の間の賃金の交渉を定式化しよう。われわれは，それをナッシュの交渉解の概念を用いることによっておこなう。そうすれば，交渉を行なう企業と労働者の目的は

$$(2\text{—}9)\qquad (R(l^*,c^*)-w_2l^*-c^*l^*-\pi_0)(u(w_2)-u(\bar{w}))l^*$$

を最大にすることである。ここで，関数 $u(\cdot)$ は，労働者一人一人の2期の賃金 w_2 に関する2回連続微分可能な狭義凹の効用関数である。π_0 は，式（1-7）で求めた企業が訓練を行なわない場合に得られる利潤である。$\bar{w}$ は労働者のリザベーション賃金（*resavation wage*）[1]，これまでの議論から明らかなように，労働者数と l^* 訓練費用 c^* は定数である。したがって，式（2-9）の最大化は

$$(2\text{—}10)\qquad (R(l^*,c^*)-w_2l^*-c^*l^*-\pi_0)(u(w_2)-u(\bar{w}))$$

の最大化と同値である。最大化の一次の条件より

$$(2\text{—}11)\qquad -l^*(u(w_2)-u(\bar{w}))+(R(l^*,c^*)-w_2l^*-c^*l^*-\pi_0)u'(w_2)=0$$

を得る。すなわち，2期の最適交渉賃金 w_2^* は，式（2-11）をみたし，パラメーター，l^*, c^*, π_0 の関数として

$$(2\text{—}12)\qquad w_2^*=w_2(l^*,c^*,\pi_0)$$

と表わされる。ただし，2次の条件は満たされるものとする。

それでは，労働者数 l^* の変化が，交渉賃金 w_2^* に与える影響について考察しよう。均衡式（2-11）を，l^* で偏微分し，$w_2=w_2^*$ で評価すれば，式（1-12）から

$$(2\text{—}13)\qquad R_l{}^*(l^*,c^*)=\rho+\bar{w}+c^*$$

であることから

$$(2\text{—}14)\qquad w_2^*>\rho+\bar{w}-(u(w_2^*)-u(\bar{w}))/u'(w_2^*)$$

であれば，

$$(2\text{—}15)\qquad \frac{\partial w_2}{\partial l^*}=\frac{R_l(l^*,c^*)-w_2^*-c^*-(u(w_2^*)-u(\bar{w}))}{l^*u'(w_2^*)-u''(w_2^*)}<0$$

を得る。(付録6)。この場合に，当該企業に雇用された労働者数の増加は，賃金の減少を引き起こすことがわかる。さて，Ⅱ-1でみたように，期待賃金の変化が，最適訓練費用にそれほど影響を与えないとき，期待賃金の上昇は1期に雇用される労働者数の減少を引き起こした。すなわち，期待賃金の上昇は，2期における交渉賃金の減少を導くだろう。Ⅱ-2における不確実性の増加も，不確実性の変化が，最適訓練費用にそれほど影響を与えないなら，2期の交渉賃金の減少を導く。

次に，リザベーション賃金の変化について考察する。均衡式（2-11）を $\bar{w}$ ついて偏微分し，$w_2=w_2^*$ で評価すると

$$(2\text{—}16)\qquad \frac{\partial w_2}{\partial \bar{w}}=\frac{l^*(u'(w_2^*)-u'(\bar{w}))}{(R(l^*,c^*)-w_2^*l^*-c^*l^*-\pi_0)u''(w_2^*)-l^*u'(w_2^*)}>0$$

を得る（付録6）。すなわち，リザベーション賃金 $\bar{w}$ の増加は2期の最適な交渉賃金を増加させる。リザベーション賃金は，その定義より2期の市場賃金が上昇すれば，それに比例して上昇する。したがって，2期の市場賃金が上昇すれば，交渉賃金も上昇することがわかる。

最後に，訓練費用の増加について考える。これまでと同様に c^* について偏微分し，$w_2=w_2^*$ で評価すれば，式（1-13）に注意して

$$(2\text{—}17)\qquad \frac{\partial w_2}{\partial c^*}=\frac{(R_c*(l^*,c^*)-l^*)u'(w_2^*)}{(R(l^*,c^*)-w_2^*l^*-c^*l^*-\pi_0)u''(w_2^*)}=0$$

を得る（付録6）。これより，訓練費用の増加は，交渉賃金に影響しない。

注

(1) リザベーション賃金は，1期に労働者が受け取った賃金と1期の市場賃金の差を，2期の市場賃金に加えたものと定義される。一般に，特殊訓練仮説では，1期に市場賃金よりも低い賃金を払い，2期にその低い分を補う額の賃金を2期の市場賃金に上乗せて支払うことにより，労働者の移動を止めるものと，考えている（Becker〔1〕)。しかし，それは1期の意思決定には，無関係である（福澤〔3〕)。また，それは，ここでの分析においても本質的ではない。

付録〔証明の手順は酒井〔7〕による〕

1．式（1-12）の証明。

1次条件の式（1-8）に，式（1-3）を代入すると

$$E[U'(\pi)(R_l(l^*,c^*)-\bar{w}-r\varepsilon-c^*)]$$
$$=R_l(l^*,c^*)E[U'(\pi)]-(\bar{w}+c^*)E[U'(\pi)]-rE[U'(\pi)]=0$$

を得る。ここで，ρを

$$\text{(A—1)} \qquad \rho\equiv\frac{rE[U'(\pi)\varepsilon]}{E[U'(\pi)]}$$

と定義すれば，式（1-12）が成り立つ。

Q. E. D.

2．$\rho>0$ の証明。

当該企業は危険回避型であることから，利潤πについての2回微分 $U''(\pi)<0$ となる。したがって，1回微分 $U'(\pi)$ は，狭義単調減少関数である。式（1-3）より

$$\pi-E\pi=l(\bar{w}-w)$$

が成り立つことから

$$\bar{w}\gtreqless w\Longleftrightarrow\pi\gtreqless E\pi\Longleftrightarrow U'(\pi)\lesseqgtr U'(E\pi)$$

を得る。ただし，$E\pi$ は期待値を表わす。これより，あらゆるwの値に対して式（1-3）に注意すれば

$$U'(\pi)r\varepsilon=U'(\pi)(w-\bar{w})\geqq U'(E\pi)(w-\bar{w})=U'(E\pi)r\varepsilon$$

が成り立つ。左右の辺に確率オペレーターを施せば

$$E[U'(\pi)r\varepsilon]>U'(E\pi)rE[\varepsilon]=0$$

が成り立つ。この式および $U'(E\pi)>0$ と式（A-1）の ρ の定義より

$$\rho>0$$

を得る。

Q. E. D.

3．性質2と性質3の証明。

ρをlで偏微分して l^*, c^* で評価すれば，$r=1$ に注意して

$$\frac{\partial\rho}{\partial l}=\frac{A}{\{E[U'(\pi)]\}^2}$$

ただし，

$$A = E[U''(\pi)(R_l(l^*,c^*) - w - c^*)\varepsilon]E[U'(\pi)] \\ - E[U'(\pi)\varepsilon]E[U''(\pi)(R_l(l^*,c^*) - w - c^*)]$$

である。一方，式（1-3）と1次条件の式（1-12）から

$$\text{(A—2)} \quad \varepsilon = w - \bar{w} = w + c^* - R_l(l^*, c^*) + \rho$$

であるから，上式に代入し，式（A-1）の ρ の定義に注意して，

$$\begin{aligned} A &= E[U''(\pi)(R_l(^*l, c^*) - w - c^*)(w + c^* - R_l(l^*, c^*) + \rho)]E[U'(\pi)] \\ &\quad - E[U'(\pi)\varepsilon]E[U''(\pi)(R_l(l^*, c^*) - w - c^*)] \\ &= -E[U''(\pi)(R_l(l^*, c^*) - w - c^*)^2]E[U'(\pi)] \\ &\quad + \rho E[U''(\pi)(R_l(l^*, c^*) - w - c^*)]E[U'(\pi)] \\ &\quad - \rho E[U'(\pi)]E[U''(\pi)(R_l(l^*, c^*) - w - c^*)] \\ &= -E[U''(\pi)(R_l(l^*, c^*) - w - c^*)^2]E[U'(\pi)] > 0 \end{aligned}$$

を得る。すなわち，性質2は成り立つ。

性質3も同様に c で偏微分し，$l = l^*$, $c = c^*$ で評価すると

$$\frac{\partial \rho}{\partial c} = \frac{B}{\{E[U'(\pi)]\}^2}$$

ただし，

$$B = E[U''(\pi)(R_c(l^*, c^*) - l^*)\varepsilon]E[U'(\pi)] \\ - E[U''(\pi)(R_c(l^*, c^*) - l^*)]E[U'(\pi)\varepsilon] = 0$$

である。1次条件の式（1-13）より。すなわち，性質3を満たす。

Q. E. D.

4.　$\dfrac{\partial \rho}{\partial \bar{w}}$ の符合の導出。

ρ を $\bar{w}$ について偏微分して l^*, c^* で評価し，$r = 1$ とおくと

$$\frac{\partial \rho}{\partial \bar{w}} = \frac{C}{\{E[U'(\pi)]\}^2}$$

ここで

$$C \equiv E[U''(\pi)(-l^*)\varepsilon]E[U'(\pi)] - E[U''(\pi)(-l^*)]E[U'(\pi)\varepsilon]$$

となる。付録3の式（A-2）と一次条件の式（1-12）を用いれば

$$C = -l^* E[U''(\pi)(w + c^* - R_l(l^*, c^*))]E[U'(\pi)] \\ - \rho l^* E[U''(\pi)]E[U'(\pi)]$$

$$+l^*E[U'(\pi)(w+c^*-R(l^*,c^*))]E[U''(\pi)]$$
$$+\rho l^*E[U''(\pi)]E[U'(\pi)]$$
$$=-l^*E[U''(\pi)(w+c^*-R(l^*,c^*))]E[U'(\pi)]$$

を得る。

したがって,

$$E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))]$$

の符合が定まれば求める式の符合が決まる。いま,ある w^0 を

$$R_l(l^*,c^*)=w^0+c^*$$

となるように選ぶ。そして

$$\pi^0\equiv R(l^*,c^*)-w^0l^*-c^*l^*$$

と定義する。また

$$\pi\equiv R(l^*,c^*)-wl^*-c^*l^*$$

とすれば,明らかに

$$\pi\gtreqless\pi^0\Longleftrightarrow w\lesseqgtr w^0=R_l(l^*,c^*)-c^*$$

が成り立つ。絶対的危険回避減少の仮説より,利潤の増加は絶対的危険回避の関数を減少させることから,上式より

$$-\frac{U''(\pi)}{U'(\pi)}\gtreqless-\frac{U''(\pi^0)}{U'(\pi^0)}\Longleftrightarrow w+c^*-R_l(l^*,c^*)\gtreqless 0$$

を得る。したがって,すべての w に対して

$$(w+c^*-R_l(l^*,c^*))U''(\pi)\leqq\frac{U''(\pi^0)}{U'(\pi^0)}(w+c^*-R_l(l^*,c^*))U'(\pi)$$

が成り立つ。等号は $w=w^0$ のときのみ成り立つ。この式の両辺に確率オペレーターを施せば,一次条件の式(1-12)を考慮して

$$E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))]$$
$$<\frac{U''(\pi^0)}{U'(\pi^0)}E[U'(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))]=0$$

を得る。すなわち

$$(A-3)\qquad E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))]<0$$

である。したがって,式(2-3)が成り立つ。

Q. E. D.

5．式（2－6）の証明。

ρ を r で偏微分して，$l=l^*$, $c=c^*$ で評価し，$r=1$ とおけば

$$\frac{\partial\rho}{\partial r}=\rho+\frac{D}{\{E[U'(\pi)]\}^2}$$

ただし，

$$D\equiv E[U''(\pi)\varepsilon(-\varepsilon)]E[U'(\pi)]+E[U''(\pi)\varepsilon]E[U'(\pi)\varepsilon]$$

となる。ここで，式（A－2）と1次条件の式（1－12）に注意して，式（A－3）が負であることから，D の符合は

$$\begin{aligned}D=&-E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))^2]E[U'(\pi)]\\&-2\rho E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))]E[U'(\pi)]\\&-\rho^2E[U''(\pi)]E[U'(\pi)]\\&+\rho E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*)]E[U'(\pi)]+\rho^2E[U''(\pi)]E[U'(\pi)]\\=&-E[U''(\pi)(w+c^*-R_l(l^*,c^*))^2]E[U'(\pi)]\\&-\rho E[U''(\pi)(w+c^*-R(l^*,c^*))]E[U'(\pi)]>0\end{aligned}$$

を得る。したがって，式（2－6）は成り立つ。

Q. E. D.

6．式（2－15)，（2－16)，（2－17）の証明。

最適点 $w_2=w_2^*$ において，$w_2^*>\overline{w}$ であれば，$u''(\cdot)<0$ から $u'(\cdot)$ は狭義減少関数であるから

$$u'(w_2^*)<u'(\bar{w})$$

が成り立つ。さらに，最適点で

$$R(l^*,c^*)-w_2^*l^*-c^*l^*-\pi_0>0$$

であれば，もとめる式を得る。

Q. E. D.

おわりに

本稿はさらに拡張，深化すべき点を幾つか残している。まず，われわれは労働市場の労働者をすべて同質と仮定したが，これは異質な労働者の存在へと，拡張されよう。それは，企業が訓練後の労働生産性の不確実性に直面すること

を意味するだろう。さらに，交渉をナッシュの交渉解の概念をもちいて記述したが，他の方法も考えられよう。われわれは，ナッシュの交渉解に固執する必要はない。

また，交渉を行なうことで，モデルに労働者の意思決定を組み込んだが，それは，企業の行動に不確実性という形で影響を与えるにとどまっている。われわれは，労働者が訓練を受けることへの主体的判断を考慮したモデルへと，拡張すべきであろう。それは，本稿で考慮されていない失業の問題を考えることに結び付く。

参 考 文 献

〔1〕 Becker, G. S., *Human Capital*. NBER. New York: Columbia Univ. Press, 1964. 2nd 1975 (佐野陽子訳『人的資本』東洋経済新報社 (1976)).

〔2〕 Ellis, C. J., and Jhon Fender, "Wage Bargaining in a Macroeconomic Model with Rationing," *Quarterly Journal of Economics*, August (1985) 625-650.

〔3〕 福澤勝彦「特殊訓練と限界生産力」,『経済論究』, 1985年12月.

〔4〕 McDonald, Ian M., and Robert M. Solow, "Wage Bargaining and Employment", *American Economic Review*, December (1981), 896-908.

〔5〕 McDonald, Ian M., and Robert M. Solow, "Wage and Employment in a Segmented Labor Market," *Quarterly Journal of Economics*, November (1985) 1115-1141.

〔6〕 西島益幸「企業特殊的労働者と賃金構造」,『季刊理論経済学』, 1985年８月.

〔7〕 酒井泰弘『不確実性の経済学』, 有斐閣, 1982.

〔8〕 鈴木光男『ゲーム理論入門』, 共立出版, 1981.