

2部門・2階級モデルにおける資本蓄積と所得分配

秋本, 耕二

<https://doi.org/10.15017/2920665>

出版情報：経済論究. 63, pp. 1-19, 1985-12-25. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：



2部門・2階級モデルにおける 資本蓄積と所得分配

秋 本 耕 二

目 次

I 序

II モデル

1) モデルの構成

2) 縮約モデル

III 資本蓄積と所得分配

1) 平衡点に関する条件

2) 資本-労働比率と経済変動

IV むすび

I. 序

資本蓄積と所得分配の決定メカニズムは、技術選択、生産物価格の変動、および生産水準の決定システムなど、多くの問題を含み、これらのことが、Pasinetti[6], Sraffa[8] などにより検討されてきた。これらの研究のうち、価格決定と所得分配に関する分析では、多部門モデルを用いた考察が行なわれ (Sraffa[8], Garegnani[2]), 価格体系における利潤率と賃金率の關係に焦点が当てられた。

ところで、価格は、いかなるニューメレールが選択されたとしても、利潤率が賃金率のうちどちらかが外生的に与えられなくては決定しないが、いずれが与えられたとしても、利潤率と賃金率の変化がもたらす価格の変動は、市場の需給關係を通して生産水準の決定に影響を及ぼし、資本蓄積に何らかの impact を与えるはずである。また、国民所得が利潤と賃金に分配される時、利潤率と賃金率は、その決定要因の1つとなる。しかも、この所得分配は、市場

の需給関係を通して、生産水準を決定する。しかし、生産水準自身も所得分配の決定に関与している。すなわち、Pasinetti が指摘するように、ある利潤率と賃金率のもとで、価格と生産水準が確定するのと同時に、所得分配は決定されているはずである¹⁾。したがって、資本蓄積と所得分配の決定メカニズムを解く上で、利潤率と賃金率の関係は、決定的な役割を果すものと思われる。

これらの問題では、所得分配は数量×価格というタームで考察されなくてはならないが、このようなタームで所得分配を考察しているのが、いわゆる Kaldor Model である²⁾。このモデルでは、各階級（すなわち、資本家階級と労働者階級）の貯蓄性向 s_p , s_w は明確に区別され、投資 I は資本家と労働者の貯蓄 S に等しく、国民所得 Y は必ず利潤 Π と賃金 W に分配されるという基本方程式が導入されている。それを示せば、

$$\begin{aligned} Y &= \Pi + W, \\ S &= s_p \Pi + s_w W, \\ I &= S \end{aligned} \quad (1-1)$$

となる。ここで、 $0 < s_w < s_p < 1$ である。

(1-1) では、 Y は数量×価格というタームですでに集計されている。これに対し、価格体系を含む (1-1) の考察は、Rothschild[7] などにより行なわれているが、そこでの分析は、諸変数決定の因果関係に関する静学的考察に終始し、動学経路については分析が行なわれていない。そこで、本稿では、価格体系を含む 2 部門モデルを用いて、基本方程式 (1-1) を数量×価格というタームで表現し、資本蓄積と分配問題を考察する。

本章につづくⅡ章では、基本モデルを構成したのち、その縮約モデルが示される。Ⅲ章では、この縮約モデルを用いて、資本蓄積と賃金率の動学経路が考察されるが、そこでは、利潤率と賃金率の関係を規定する各部門の資本-労働比率が、これらの動学経路に大きな影響を与えることが示される。

〔注〕

1) Pasinetti[6] (pp. 133~136) を見よ。

2) 本稿では、Kaldor[3] により提示されたモデルを Kaldor Model とよぶ。

II. モデル

1) モデルの構成

本節で、われわれは、生産体系、価格体系、労働市場における賃金の決定方程式、および Kaldor Model の基本方程式を含むモデルを構成する。

Pasinetti[6] に示されているように、技術進歩は価格の変動をもたらす。しかし、本稿の目的は、利潤率と賃金率の変化が資本蓄積に与える影響を分析することにあるので、ここでは、技術を固定して考察する。

〈生産体系〉われわれは、生産物として消費財と資本財をもつ経済を考える。消費財を生産する部門を消費財部門、資本財を生産する部門を資本財部門と呼び、前者をⅠ部門、後者をⅡ部門と表わす。各部門の技術は、労働投入係数 n_i と資本—産出係数 b_i により表現されるものとしよう。 $n_i = \text{const.}$, $b_i = \text{const.}$ である。ただし、添字 i ($= 1, 2$) はそれぞれⅠ部門およびⅡ部門に対応してつけられている。このとき、各部門における産出量を X_i , 雇用量を N_i で表わし、 X_i を生産するのに必要な資本財を K_i とおけば、

$$X_1 = \frac{1}{b_1} K_1, \quad (2-1)$$

$$X_2 = \frac{1}{b_2} K_2, \quad (2-2)$$

および

$$N_1 = n_1 X_1, \quad (2-3)$$

$$N_2 = n_2 X_2 \quad (2-4)$$

となる。ただし、われわれは生産的な経済を考えているので、 $0 < b_i < 1$ でなくてはならない。すなわち、1 単位の資本財を生産するとき必要とされる資本財の量は 1 単位以下でなくてはならない。また、総資本量、総雇用量をそれぞれ K, N とすれば、明らかに

$$K = K_1 + K_2, \quad (2-5)$$

$$N = N_1 + N_2 \quad (2-6)$$

である。

各財は資本財と労働用役をそれぞれの生産過程に投入して生産されるが、ここで、われわれは、この資本財に関するいくつかの仮定をおくことにする。

仮定Ⅰ．資本財は減耗しないものとする。

仮定Ⅱ．資本財はⅠ部門とⅡ部門の間を自由に移動できる。

仮定Ⅲ．資本財は完全に利用される。

これらの仮定より

$$X_2 = \dot{K} (= \dot{K}_1 + \dot{K}_2) \quad (2-7)$$

となる。ここで、ドット(・)は $\cdot \equiv \frac{d}{dt}$ で、 t は時間を表わしている。(2-7)は、資本蓄積の変動を決定し、次期の総資本量 K を定める。しかし、 K の K_1 と K_2 への配分の決定は、のちに示される Kaldor Model の導入をまたなくてはならない。

〈価格体系〉各生産物の価格は、労働用役の代価として支払われる賃金と資本財を使用するために生じる利潤の合計により決定されるものとする。仮定Ⅰにより、減価償却に関する費用は考えなくてよいので、消費財の価格を p_1 、資本財の価格を p_2 で表わせば、

$$\begin{cases} p_1 = n_1 w + \pi b_1 p_2, \\ p_2 = n_2 w + \pi b_2 p_2 \end{cases}$$

となる。これを解くと、

$$p_1 = \left(n_1 + \frac{\pi n_2 b_1}{1 - \pi b_2} \right) w, \quad (2-8)$$

$$p_2 = \frac{n_2}{1 - \pi b_2} w \quad (2-9)$$

を得る。ただし、 w は賃金率、 π は利潤率である。

(2-9)において、 $1/(1-\pi b_2)$ は、利潤を引いたのち資本財1単位を得るためにⅡ部門で生産しなくてはならない資本財の量を表わしているので、 $n_2/(1-\pi b_2)$ は資本財1単位を得るために経済全体で必要となる労働量を示している¹⁾。また、(2-8)の()内第1項 n_1 は、消費財1単位を生産するの

に直接必要となる労働量であり、第 2 項 $\pi n_2 b_1 / (1 - \pi b_2)$ は、資本財の量 b_1 に対する利潤を示している。

p_1, p_2 は正值でなくてはならないので、

$$\pi < \frac{1}{b_2}$$

である。すなわち、利潤率 π は 1 単位の資本財が生産できる資本財の量より小さく、したがって、それは資本財の生産性より小さくなくてはならない。

ところで、(2-8)、(2-9) は 4 つの未知数 p_1, p_2, π, w を含んでいる。賃金率 w は、以下説明するように、労働市場における雇用率により決定されるものとするが ((2-12) を見よ)、それでも未知数は 3 つとなり、価格体系は 1 つの自由度をもつことになる。そこで、われわれはニューメレールとして消費財を選び、消費財を価値尺度として p_2, π, w を計ることにする。すなわち、

$$p_1 = 1 \quad (2-10)$$

とする。

〈労働市場における賃金率の変動〉 賃金率の変動は労働市場における雇用率に比例するものとする。すなわち、雇用率が上昇すれば、賃金率の変化率も上がり、逆に、雇用率が減少すれば、賃金率の変化率も下がるものとしよう。いま、人口を L 、その増加率を α として

$$\frac{\dot{L}}{L} = \alpha \quad (2-11)$$

と書けば、上述の関係は

$$\frac{\dot{w}}{w} = -c_1 + c_2 \frac{N_1 + N_2}{L} \quad (2-12)$$

と表わすことができる。ただし、 c_1, c_2 は定数で、 $c_1 > 0, c_2 > 0$ とする。

〈Kaldor Model の基本方程式〉 (2-1) ~ (2-4) ならびに (2-8)、(2-9) を使って、Kaldor Model の基本方程式を表現してみよう。第 I 章で述べたように、ある利潤率 π と賃金率 w のもとで、(2-8)、(2-9) により、 p_1, p_2 が定まり、ある資本量 K が与えられて、(2-1) ~ (2-4) により、 X_1, X_2, N_1, N_2 が決定するとき、所得 Y 、総利潤 Π および総賃金 W も決定

しているはずである。

仮定 I より、

$$Y = p_1 X_1 + p_2 X_2$$

となる。これに、(2-1)~(2-4) および (2-8), (2-9) を代入して整理すれば、

$$Y = \left(\frac{n_1}{b_1} K_1 + \frac{n_2}{b_2} K_2 \right) w + \left\{ \frac{\pi n_2}{1 - \pi b_2} w K_1 + \left(\frac{1}{1 - \pi b_2} - 1 \right) \frac{n_2}{b_2} w K_2 \right\}$$

となる。上式右辺の第 1 項は $(N_1 + N_2)w$ であるから、

$$W = \left(\frac{n_1}{b_1} K_1 + \frac{n_2}{b_2} K_2 \right)$$

である。また、

$$\Pi = \frac{\pi n_2}{1 - \pi b_2} w K_1 + \left(\frac{1}{1 - \pi b_2} - 1 \right) \frac{n_2}{b_2} w K_2$$

とおくと、 Π は (2-2), (2-4), (2-9) を用いて、

$$\Pi = \pi p_2 K_1 + (p_2 X_2 - N_2 w)$$

となる。右辺第 1 項は I 部門で要求される利潤であり、第 2 項は II 部門の生産額から賃金を引いた残り、すなわち、資本家に残される部分を表わしている。

よって、 Π は、国民所得 Y のうち、資本家に分配される部分である。このとき、明らかに、

$$Y = \Pi + W$$

である。

そうすると、仮定 I より、投資 $= p_2 X_2$ であるから、資本家と労働者の貯蓄性向をそれぞれ s_p, s_w とすれば、上で定義した Π, W を用いて、

$$p_2 X_2 = s_p \Pi + s_w W \quad (2-13)$$

と書くことができる。(2-13) は Kaldor Model の基本方程式に対応しており、財市場における均衡条件を表わしている。

ここで、われわれは (1-1) にならい、次の仮定をおく。

仮定 IV. $0 < s_w < s_p < 1$ 。

さらに、 $0 < b_2 < 1, 0 < \alpha < 1$ であり、 α は十分小さいと考えられるので、以下の仮定をおくことにする。

仮定 V. $s_p > \alpha b_2$ 。

以上、われわれは、(2-1)~(2-13) により、生産体系、価格体系、労働市場における賃金の決定方程式、および財市場における需給均衡式を含むモデルを構成した。未知数は、 $X_1, X_2, p_1, p_2, K, K_1, K_2, N, N_1, N_2, w, \pi, L$ の13個で、方程式は (2-1)~(2-13) であるから、モデルは完結している。

2) 縮約モデル

本節では、モデル (2-1)~(2-13) を縮約し、資本蓄積と、所得分配の決定要因である賃金率の変動を表わすモデルを再構成する。

まず、仮定Ⅲより、産出量 X_i は現存する資本量により決定されるので、(2-2) と (2-7) より

$$K_2 = b_2 \dot{K} \quad (2-14)$$

を得る。また、(2-5), (2-14) より

$$K_1 = K - b_2 \dot{K} \quad (2-15)$$

である。このとき、(2-13) に (2-7), (2-9) を代入すると、

$$\frac{n_2}{1 - \pi b_2} w \dot{K} = s_p \Pi + s_w W \quad (2-16)$$

となる。 Π, W はすでに前節で定義されている。

一方、(2-8), (2-10) より

$$\pi = \frac{1 - n_1 w}{b_2 + (n_2 b_1 - n_1 b_2) w} \quad (2-17)$$

を得る。ここで、(2-16) に (2-14) と (2-15) を代入したのち、(2-17) を代入して整理すれば、

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{s_p - (s_p - s_w) n_1 w}{b_2 + (1 - s_w) (n_2 b_1 - n_1 b_2) w} \quad (2-18)$$

を得る。

(2-18) は、資本の蓄積率が、技術水準、各階級の貯蓄率および賃金率により決定されることを示している。特に、仮定Ⅳより、 $s_p > 0, s_p - s_w > 0, 1 - s_w > 0$ なることが保証されているが、 $n_2 b_1 - n_1 b_2$ の符号は、各部門の資本-労働比率の大小関係により定められるので、この関係が資本蓄積に影響を及ぼすことが予想される。

一方、賃金率は雇用率 $(N_1+N_2)/L$ により決定されるが、雇用率 $N(=N_1+N_2)$ は、仮定Ⅲより、現存する資本量により定まる。すなわち、(2-1)~(2-4) より、 $N_i=(n_i/b_i) \cdot K_i$ である。そして、この式と (2-14), (2-15) より、

$$\begin{cases} N_1 = \frac{n_1}{b_1} (K - b_2 \dot{K}), \\ N_2 = n_2 \dot{K} \end{cases} \quad (2-19)$$

を得る。そこで、(2-19) を (2-12) に代入して整理すると

$$\frac{\dot{w}}{w} = -c_1 + \frac{c_2}{b_1} \left\{ n_1 + (n_2 b_1 - n_1 b_2) \frac{s_p - (s_p - s_w) n_1 w}{b_2 + (1 - s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2) w} \right\} \frac{K}{L} \quad (2-20)$$

となる。ここでも、(2-18) と同様、各部門の資本-労働比率の大小が賃金率の変動に影響を与えている。

ところで、われわれは、1人当りの資本量という変数を用いてモデルを表現しよう。新たな変数として

$$v = \frac{K}{L}$$

を導入すると、

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

となるから、(2-11) と (2-18) より、次式を得る。

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{s_p - (s_p - s_w) n_1 w}{b_2 + (1 - s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2) w} - \alpha. \quad (2-21)$$

また、明らかに、(2-20) は、

$$\frac{\dot{w}}{w} = -c_1 + \frac{c_2}{b_1} \left\{ n_1 + (n_2 b_1 - n_1 b_2) \frac{s_p - (s_p - s_w) n_1 w}{b_2 + (1 - s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2) w} \right\} v \quad (2-22)$$

と書ける。

以上、モデル (2-1)~(2-13) を縮約して、モデル (2-21), (2-22) を得た。

〔注〕

- 1) このことは、次のようにも説明できる。すなわち、 $\pi < \frac{1}{b_2}$ (このことは、以下言及される) という条件のもとでは、

$$\frac{n_2}{1-\pi b_2} = n_2 + (\pi b_2)n_2 + (\pi b_2)^2 n_2 + \dots$$

となる。上式は、Sraffa[8] のいう「日付けのある労働量への還元」を表わしている。このことに関する説明は、Pasinetti[5] に詳しい。

Ⅲ. 資本蓄積と所得分配

1) 平衡点に関する条件

本章で、われわれはモデル (2-21), (2-22) の相平面における動学経路を検討する。そこでは、本質的に平衡点の近傍における解の動きを分析することに主眼がおかれるが、そのためには、平衡点自体が経済学的にモデルの解として意味をもっていなくてはならない。上述のように、モデル自体が各部門の資本-労働比率の大きさに影響を受けているので、平衡点にかかわる諸条件も、 $n_2 b_1 - n_1 b_2 > 0$, $n_2 b_1 - n_1 b_2 < 0$, および $n_2 b_1 - n_1 b_2 = 0$ というケースについて考察される。

まず、われわれは簡単化のため、(2-21) と (2-22) を次のように書くことにしよう。すなわち、

$$\begin{cases} \dot{v} = f_1(w)v, \\ \dot{w} = f_2(v, w)w. \end{cases} \quad (3-1)$$

ここで、

$$f_1(w) = \frac{s_p - (s_p - s_w)n_1 w}{b_2 + (1-s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2)w} - \alpha,$$

$$f_2(v, w) = -c_1 + \frac{c_2}{b_1} \left\{ n_1 + (n_2 b_1 - n_1 b_2) \frac{s_p - (s_p - s_w)n_1 w}{b_2 + (1-s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2)w} \right\} v$$

である。明らかに、 $f_1, f_2, \frac{\partial f_1}{\partial v}, \frac{\partial f_1}{\partial w}, \frac{\partial f_2}{\partial v}, \frac{\partial f_2}{\partial w}$ は、 $v > 0, 0 < w < 1/n_1$ において連続である¹⁾。

ところで、(3-1) において、 $f_1(w)v = 0, f_2(v, w)w = 0$ とおくと、われわれは、ゼロでない平衡点

$$\begin{cases} v^* = \frac{c_1 b_1}{c_2 \{n_1(1-\alpha b_2) + \alpha n_2 b_1\}}, \\ w^* = \frac{s_p - \alpha b_2}{(s_p - s_w)n_1 + \alpha(1-s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2)}. \end{cases} \quad (3-2)$$

と、もう1つの平衡点

$$\begin{cases} v^{**}=0, \\ w^{**}=0 \end{cases}$$

を得る。ここで、 $0 < \alpha < 1$, $0 < b_2 < 1$ であるから、 v^* が正值であることは保証されている。一方、 $0 < w < 1/n_1$ より¹⁾、当然 $0 < w^* < 1/n_1$ でなくてはならない。したがって、仮定IVを考え合わせると、次のことが成立しなくてはならない。

仮定VI. (i) $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$ ならば、 $s_w < \frac{\alpha n_2b_1}{\alpha n_2b_1 + n_1(1-\alpha b_2)} (< 1)$ となる。

(ii) $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ ならば、 $s_w < \frac{\alpha n_2b_1}{\alpha n_2b_1 + n_1(1-\alpha b_2)} (< 1)$,

$$s_p > \left(1 + \alpha \frac{n_2b_1 - n_1b_2}{n_1}\right) s_w - \alpha \frac{n_2b_1 - n_1b_2}{n_1}$$

となる。

(iii) $n_2b_1 - n_1b_2 = 0$ ならば、 $s_w < \alpha b_2$ となる。

以下、われわれは、仮定IV～VIを満足する s_p , s_w についてモデル (3-1) を考察する。ここで、 s_p , s_w のとりうる範囲を示せば、次のようになる。

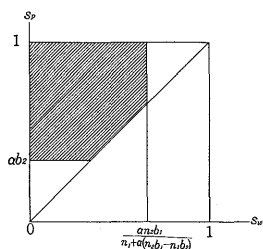


図 3-1 $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$
のケース²⁾

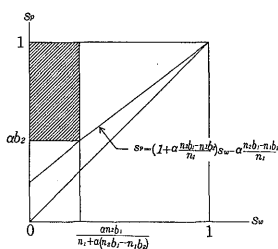


図 3-2 $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$
のケース²⁾

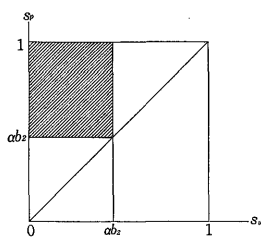


図 3-3 $n_2b_1 - n_1b_2 = 0$
のケース²⁾

2) 資本—労働比率と経済変動

前節で考察された条件のもとで、モデル (3-1) を検討する。すなわち、各階級の貯蓄性向 s_p , s_w は、それぞれのケースについて、図 3-1, 3-2, 3-3 で示されている諸条件を満足するものとしよう。したがって、ここでも

動学経路は3つのケースについて分析される。

(i) $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$, $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ のケース。

まず、われわれは、解の軌道进行分析のための準備として、 f_1 , f_2 , $\frac{\partial f_1}{\partial v}$, $\frac{\partial f_1}{\partial w}$, $\frac{\partial f_2}{\partial v}$ および $\frac{\partial f_2}{\partial w}$ について考察しよう。モデル(3-1)では、関数 f_1 , f_2 の形が明示されているので、具体的に各関数の偏導関数を求めることができる。それらを示せば、次のようになる。

$$\frac{\partial f_1}{\partial v} = 0, \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial w} = \frac{s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1}{\{b_2 + (1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2)w\}^2}, \quad (3-4)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v} = \frac{c_2}{b_1} \left\{ n_1 + (n_2b_1 - n_1b_2) \frac{s_p - (s_p - s_w)n_1w}{b_2 + (1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2)w} \right\}, \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial w} = \frac{c_2}{b_1} (n_2b_1 - n_1b_2) v \frac{s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1}{\{b_2 + (1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2)w\}^2}. \quad (3-6)$$

ここで、 $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$, $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ それぞれのケースについて、 $0 < w < 1/n_1$, $v > 0$ における偏導関数の符号を吟味する。

$\langle \frac{\partial f_1}{\partial w} \text{ について} \rangle$ $\frac{\partial f_1}{\partial w}$ の分母は正であるから、 $s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1$ の符号を検討すればよい。

$n_2b_1 - n_1b_2 > 0$ のときは、

$$\begin{aligned} & s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1 \\ &= -s_p(n_2b_1 - n_1b_2)(1-s_w) - (s_p - s_w)n_1b_2 < 0 \end{aligned}$$

であるから、 $\frac{\partial f_1}{\partial w} < 0$ となり、 $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ のときも、

$$s_w < \frac{\alpha n_2b_1}{\alpha n_2b_1 + n_1(1-\alpha b_2)}$$

より(仮定VIの(iii)を見よ)、

$$s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1 < -\frac{n_1n_2b_1(s_p - \alpha b_2)}{\alpha n_2b_1 + n_1(1-\alpha b_2)} < 0$$

となり、 $\frac{\partial f_1}{\partial w} < 0$ を得る。

$\langle \frac{\partial f_2}{\partial v} \text{ について} \rangle$ $\frac{\partial f_2}{\partial v}$ は双曲線である。 $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$, $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ のいずれのケースについても、 $s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1 < 0$ となることを用い

て, $0 < w < 1/n_1$ では,

$$\frac{\partial f_2}{\partial v} > 0$$

となることを示すことができる.

$\left\langle \frac{\partial f_2}{\partial w} \right\rangle$ について $s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1 < 0$ より, $v > 0$, $0 < w < 1/n_1$ において,

$$n_2b_1 - n_1b_2 > 0 \text{ ならば, } \frac{\partial f_2}{\partial w} < 0,$$

$$n_2b_1 - n_1b_2 < 0 \text{ ならば, } \frac{\partial f_2}{\partial w} > 0$$

となる.

ここで, 上の分析に基づき, 平衡点 (v^*, w^*) の近傍におけるモデル (3-1) の動学経路を検討しよう. まず, (v^*, w^*) における (3-1) の線型近似体系をあらわす行列を R^* とすれば,

$$R^* = \begin{pmatrix} 0 & v^* \frac{\partial}{\partial w} f_1(w^*) \\ w^* \frac{\partial}{\partial v} f_2(v^*, w^*) & w^* \frac{\partial}{\partial w} f_2(v^*, w^*) \end{pmatrix}$$

となる. このとき, 上で行なった各偏導関数についての分析を用いると,

$$\text{trace } R^* = w^* \frac{\partial}{\partial w} f_2(v^*, w^*)$$

であるから,

$$n_2b_1 - n_1b_2 > 0 \text{ ならば, } \text{trace } R^* < 0,$$

$$n_2b_1 - n_1b_2 < 0 \text{ ならば, } \text{trace } R^* > 0$$

となることがわかる. また,

$$\det R^* = -v^* w^* \frac{\partial}{\partial w} f_1(w^*) \frac{\partial}{\partial v} f_2(v^*, w^*) > 0$$

を得る. したがって, 平衡点 (v^*, w^*) について, われわれは一応次のような結論を下すことができよう. すなわち, $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ のとき, 平衡点 (v^*, w^*) は不安定結節点か不安定渦状点となり, $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$ のとき, (v^*, w^*) は安定結節点か安定渦状点となる.

ところで, 平衡点 (v^*, w^*) が結節点か渦状点のいずれになるのかということを検討するためには, $(\text{trace } R^*)^2 - 4 \det R^*$ の符号を判定しなくてはならない. そこで, (3-2), (3-4)~(3-6) を用いてこの判定を行なう.

まず,

$$\begin{aligned}
 & (\text{trace } R^*)^2 - 4 \det R^* \\
 &= \left(w^* \frac{\partial}{\partial w} f_2(v^*, w^*) \right)^2 + 4v^* w^* \frac{\partial}{\partial w} f_1(w^*) \frac{\partial}{\partial v} f_2(v^*, w^*) \\
 &= w^* v^* \frac{c_2}{b_1} \cdot \frac{\{s_w(1-s_p)n_1b_2 - s_p(1-s_w)n_2b_1\}^2}{\{b_2 + (1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2)w^*\}^4} \\
 &\quad \times \frac{1}{\{(s_p - s_w)n_1 + \alpha(1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2)\}} \\
 &\quad \times \left[\frac{c_1(s_p - \alpha b_2)}{\alpha n_2b_1 + n_1(1-\alpha b_2)} (n_2b_1 - n_1b_2)^2 - 4\{n_1(1-s_p)w^* + s_p\}(n_2b_1 - n_1b_2) \right. \\
 &\quad \left. - 4n_1b_2 \right] \tag{3-7}
 \end{aligned}$$

となる。 $n_2b_1 - n_1b_2 < 0$ のときは、仮定 IV(ii) より、 $(s_p - s_w)n_1 + \alpha(1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2) > 0$ となることがわかる。一方、 $n_2b_1 - n_1b_2 > 0$ のときも、仮定 IV~VI を満足する (s_p, s_w) について、 $(s_p - s_w)n_1 + \alpha(1-s_w)(n_2b_1 - n_1b_2) > 0$ となることが容易に示される³⁾。したがって、(3-7) の右辺における [] 内の符号を吟味すればよいことになるが、この符号の正確な判定は不可能である。しかし、[] 内の式に関して、われわれは少なくとも次のような結論をくだすことができよう。すなわち、[] 内を $g(n_1, n_2, b_1, b_2)$ で表わすと、 g は明らかに n_1, n_2, b_1, b_2 に関する連続関数である。一方、 $n_2b_1 - n_1b_2 = 0$ を満足する各変数を $n_1^*(> 0)$, $n_2^*(> 0)$, $b_1^*(> 0)$, $b_2^*(> 0)$ とおくと、

$$g(n_1^*, n_2^*, b_1^*, b_2^*) = -4n_1^*b_2^* < 0$$

となる。よって、 $(n_1^*, n_2^*, b_1^*, b_2^*)$ のある近傍 U では

$$g(n_1, n_2, b_1, b_2) < 0$$

となる。いま、われわれは、 $n_2b_1 - n_1b_2 \neq 0$ なるケースを検討しているのであるから、次のような集合 $U_{>0}$, $U_{<0}$ を定義しよう。

$$U_{>0} = \{(n_1, n_2, b_1, b_2); (n_1, n_2, b_1, b_2) \in U, n_2b_1 - n_1b_2 > 0\},$$

$$U_{<0} = \{(n_1, n_2, b_1, b_2); (n_1, n_2, b_1, b_2) \in U, n_2b_1 - n_1b_2 < 0\}.$$

そうすると、 $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{<0}$ ならば、(3-7) より、 $(\text{trace } R^*)^2 - 4 \det R^* < 0$ となり、平衡点 (v^*, w^*) は不安定渦状点となる。また、 $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{>0}$ ならば、 $(\text{trace } R^*)^2 - 4 \det R^* < 0$ となり、 (v^*, w^*) は安定渦状点となる。したがって、このような状態を位相図に表わせば、図 3-4, 3-5 のようになる。

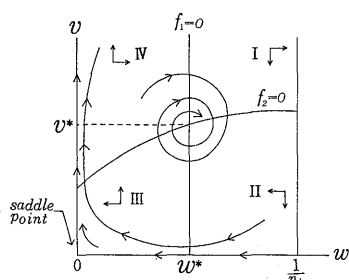


図 3-4 ; $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{>0}$ の場合^{4), 5)}

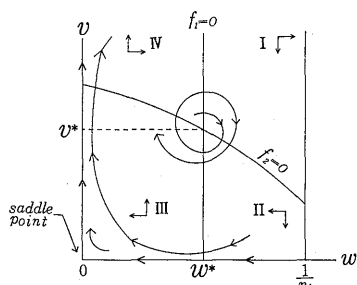


図 3-5 ; $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{<0}$ の場合^{4), 5)}

相平面上、I では、賃金率の水準が高く、利潤率が圧迫されているために投資が減少し、II においては、投資の減少にともない雇用率が下がり、賃金率は投資を増加させるのに十分な水準に減少することが示されている。このとき、利潤率が回復していくのにもない、投資は増加し始める (III)。そうして、投資の増加が雇用率の上昇をもたらし、賃金率もともに増加する局面が IV で示されている。

このような景気循環が、平衡点に収束するか否かということは、上の分析で示しているように、各部門の資本—労働比率の大小関係に依存している。すなわち、図 3-4 は、II 部門の資本—労働比率 b_2/n_2 が I 部門の資本—労働比率 b_1/n_1 よりも小さい場合であり、図 3-5 は逆のケースを表わしている。したがって、経済が安定となるためには、II 部門の機械化度が I 部門のそれよりも低い水準に保たれていなくてはならない。

(ii) $n_2 b_1 - n_1 b_2 = 0$ のケース。

最後に、各部門の資本—労働比率が等しいケースを検討しよう。このとき、利潤率と賃金率の関係は、(2-17) より、

$$\pi = \frac{1}{b_2} - \frac{n_1}{b_2} w$$

という線型関数で表わされる。

そうすると、モデル (3-1) は

$$\begin{cases} \frac{\dot{v}}{v} = \left(\frac{s_p}{b_2} - \alpha \right) - \frac{(s_p - s_w)n_1}{b_2} w, \\ \frac{\dot{w}}{w} = -c_1 + \frac{c_2 n_1}{b_1} v \end{cases} \quad (3-8)$$

と書くことができる。いま、簡単化のため、 $a=(s_p/b_2)-\alpha$, $b=(s_p-s_w)n_1/b_2$, $c=c_1$, $d=c_2n_1/b_1$ とおく。明らかに、 $c>0$, $d>0$ であり、仮定 IV, V より $a>0$, $b>0$ となる。そうすると、(3-8) は

$$\begin{cases} \frac{\dot{v}}{v} = a - bw, \\ \frac{\dot{w}}{w} = -c + dv \end{cases} \quad (3-9)$$

となるが、これは Andronov[1] で示された Lotka-Volterra model である⁶⁾。

(3-9) の平衡点は

$$\begin{cases} v^* = \frac{c}{d} \\ w^* = \frac{a}{b} \end{cases}, \quad \begin{cases} v^{**} = 0 \\ w^{**} = 0 \end{cases}$$

となる。そうすると、 (v^*, w^*) および (v^{**}, w^{**}) における (3-9) の線型近似を示す行列を R^* , R^{**} で表わせば、

$$R^* = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{bc}{d} \\ \frac{ad}{b} & 0 \end{pmatrix}, \quad R^{**} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -c \end{pmatrix}$$

と書ける。このとき、 $\text{trace } R^* = 0$, $(\text{trace } R^*)^2 - 4 \det R^* = -4ac < 0$ となり、 (v^*, w^*) の近傍は周期解によりうめつくされていることがわかる。一方、 R^{**} の特性方程式の解は $a (>0)$, $-c (<0)$ であるから、 (v^{**}, w^{**}) は saddle point となる。

ここで、われわれは、Andronov[1] により、相平面上で、(3-9) の周期解を実際に描くことができる。すなわち、(3-9) の第 1 式に d , 第 2 式に b をかけて、それらを加えると、

$$d\dot{v} + b\dot{w} = adv - bcw$$

となるが、この式に c/dv , a/bw をそれぞれかけたものを加えあわせると、

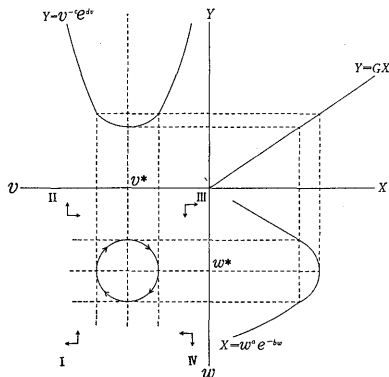


図 3-6

$$c \frac{\dot{v}}{v} + a \frac{\dot{w}}{w} = a dv - bcw$$

を得る。したがって、

$$d\dot{v} + b\dot{w} - c \frac{d}{dt} Inv - a \frac{d}{dt} Inw = 0$$

となり、これを積分して、

$$dv + bw - c Inv - a Inw = H \quad (3-10)$$

であることがわかる。ここで H は任意定数であり、それは初期値により決定される。このとき、(3-10) は、

$$v^{-c} e^{dv} = G w^a e^{-bw}$$

と書ける。ただし、 $G = e^H$ である。そこで、 $Y = v^{-c} e^{dv}$ 、 $X = w^a e^{-bw}$ とおく
と⁷⁾、上式は

$$Y = GX$$

となる。そこで、われわれは、(3-9) の周期解を図 3-6 のようにして描くことができる。

〔注〕

- 1) $p_1 = 1$ より、 $w = \frac{1 - \pi b_2}{n_1 + \pi(n_2 b_1 - n_1 b_2)}$ となるが、 $0 < \pi < \frac{1}{b_2}$ より、 $0 < w < \frac{1}{n_1}$ となる。

いま、われわれは、消費財をニューメレールとし賃金率を計っているので、 $w < \frac{1}{n_1}$ なることは、賃金率が労働の生産性を越えることはできないということを示している。

- 2) s_w, s_p のとりうる範囲は、斜線部により示されている。ただし、境界線は含まれない。

- 3) $s_p = s_w$ 上では、 $s_w = s'_w = \frac{\alpha n_2 b_1}{n_1 + \alpha(n_2 b_1 - n_1 b_2)}$ のとき、 $s_p = s'_p = s'_w$ となる。このとき、 $s'_p < 1$ 、 $s'_w < 1$ なることを用いて、

$$s'_p > \left\{ 1 + \frac{\alpha(n_2 b_1 - n_1 b_2)}{n_1} \right\} s'_w - \frac{\alpha(n_2 b_1 - n_1 b_2)}{n_1}$$

であることが確かめられる。これと図 3-1 より、 $(s_p - s_w) n_1 + \alpha(1 - s_w)(n_2 b_1 - n_1 b_2) > 0$ となることがわかる。

- 4) $f_2 = 0$ より、

$$v = \frac{c_1 b_1}{c_2} \left\{ \frac{1 - s_w}{n_1(1 - s_p)} + \frac{b_2 - \frac{\{n_1 b_2 + s_p(n_2 b_1 - n_1 b_2)\}(1 - s_w)}{n_1(1 - s_p)}}{n_1 b_2 + s_p(n_2 b_1 - n_1 b_2) + n_1(n_2 b_1 - n_1 b_2)(1 - s_w)w} \right\}$$

を得る。図 3-4、3-5 では、それぞれ、 $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{>0}$ および $(n_1, n_2, b_1, b_2) \in U_{<0}$ のときの双曲線が描かれている。

- 5) 平衡点 $(v^{**}, w^{**}) = (0, 0)$ は saddle point である. 実際, (v^{**}, w^{**}) における線型近似体系 R^{**} は,

$$R^{**} = \begin{bmatrix} f_1(0) & 0 \\ 0 & f_2(0,0) \end{bmatrix}$$

となるが, 仮定 V より, $f_1(0) = \frac{s_p}{b_2} - \alpha > 0$ となり, また $f_2(0, 0) = -c_1 < 0$ であるので, R^{**} の特性方程式は異符号の実解をもつ.

- 6) Andronov[1] (pp. 142~145) を見よ.
 7) $Y = v^{-c} e^{dv}$, $X = w^a e^{-bw}$ の分析は, Andronov[1] に詳しい.

IV. む す び

本稿では, Kaldor Model の基本方程式を数量×価格というタームで表現して, 資本蓄積と賃金率の変動過程を検討してきたが, 賃金率の変動は(2—17)を通して利潤率の変動を決定するので, これらの分析は資本蓄積と所得分配の関係を示していると結論することができよう. 前述のように, これらの変動過程は各部門の資本—労働比率の大小関係に依存している. 結果をまとめると次のようになる. すなわち, $(n_1^*, n_2^*, b_1^*, b_2^*)$ のある近傍において,

(i) $\frac{b_1}{n_1} > \frac{b_2}{n_2} \Rightarrow$ 平衡点 (v^*, w^*) は安定渦状点となる.

(ii) $\frac{b_1}{n_1} < \frac{b_2}{n_2} \Rightarrow$ 平衡点 (v^*, w^*) は不安定渦状点となる.

(iii) $\frac{b_1}{n_1} = \frac{b_2}{n_2} \Rightarrow$ 平衡点 (v^*, w^*) を中心として, 経済は周期的に変動する.

また, $(n_1^*, n_2^*, b_1^*, b_2^*)$ の近傍に含まれない (n_1, n_2, b_1, b_2) についても, $\det R^* > 0$ であり,

$$\frac{b_1}{n_1} > \frac{b_2}{n_2} \Rightarrow \text{trace } R^* < 0,$$

$$\frac{b_1}{n_1} < \frac{b_2}{n_2} \Rightarrow \text{trace } R^* > 0$$

となることは確定しているので, 前者の場合は, (v^*, w^*) は安定結節点か安定渦状点となり, (v^*, w^*) は安定である. 一方, 後者の場合は, (v^*, w^*) は不安定結節点か不安定渦状点となり, いずれにしても, (v^*, w^*) は不安定である.

もちろん、これらの分析は、各階級の貯蓄性向 s_w, s_p が、図 3—1, 3—2, 3—3 に示された条件を満足していることを前提としている。

ところで、平衡点を取りまく軌道をもつ変動過程については、すでに、その経済学的説明を行なっているので、ここでは、それを行なわないが、各部門の資本—労働比率により規定される安定性の有無は、変動過程における資本財の価格の変動にその原因を求めることができよう。つまり、(2—9) と (2—17) より、

$$p_2 = \frac{n_2}{n_1 + (n_2 b_1 - n_1 b_2) \pi}$$

を得るが、明らかに、 $n_2 b_1 - n_1 b_2 < 0$ のとき、利潤率 π が上昇すれば、 p_2 も上がる。このようなことは、賃金率 w が下落する過程、すなわち、図 3—5 の相平面上、Ⅱ、Ⅲにおいて起こる。逆に、 $n_2 b_1 - n_1 b_2 > 0$ のときは、 w が減少すれば π は増加するが、このとき p_2 は減少する。よって、 (v^*, w^*) が安定となるか否かということは、経済の停滞ないし回復局面における資本財価格の変動により決定されるものと考えられる。

以上、資本蓄積と所得分配に関する変動過程について、一応の結論を得た。しかし、モデルの構成については、検討すべきいくつかの問題点を残している。まず、各階級の貯蓄性向 s_p, s_w に関し、 $s_p = \text{const.}$ $s_w = \text{const.}$ という仮定を設けたが、貯蓄性向は利潤率および賃金率の水準とともに変動する可能性をもっているので、 $s_p = s_p(\pi)$, $s_w = s_w(w)$ として、

$$\frac{d}{d\pi} s_p > 0, \quad \frac{d}{dw} s_w > 0$$

と仮定した方がより現実的である。

また、本稿では、技術進歩を捨象し、各部門の各技術係数を const. としたが、所得分配を考えると、技術進歩による価格の減少が、とりわけ賃金率の水準ひいては利潤率の変動に大きく影響することが考えられる。この点に関しては、Garegnani[2] 等により考察されている「技術の switching」を検討しなくてはならない。

本稿で構成したモデルでは、動学経路を決定する f_1, f_2 が、貯蓄性向 s_p, s_w および技術係数 n_1, n_2, b_1, b_2 の関数として具体的に与えられているので、

これらの問題を検討する余地が残されている。

参 考 文 献

- [1] Andronov, A. A., Vitt, A. A., Khaikin, S. E., *Theory of Oscillators*, Pergamon Press, 1966.
- [2] Garegnani, P., "Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution", *Review of Economic Studies*, vol. xxxvii, 1970.
- [3] Kaldor, N., "Alternative Theories of Distribution", *Review of Economic Studies*, vol. xxxiii, 1955. (富田重夫編訳『マクロ分配理論』, 学文社, 1973に所収)。
- [4] Medio, A., "A Classical Model of Business Cycles", in *Growth, Profits, and Property*, E. J. Nell, ed., Cambridge University Press, 1980.
- [5] Pasinetti, L. L., "The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis", in *Essays on the Theory of Joint Production*, L. L. Pasinetti, ed., Macmillan Press, 1980.
- [6] Pasinetti, L. L., *Structural Change and Economic Growth; A theoretical essay on the dynamics of the wealth of nations*, Cambridge University Press, 1981. (大塚勇一郎, 渡会勝義訳『構造変化と経済成長』, 日本評論社, 1983)。
- [7] Rothschild, K. W., "Different Approaches in Distribution Theory", *Kyklos*, vol. xxiv, 1971.
- [8] Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge University Press, 1960. (菱山泉, 山下博訳『商品による商品の生産』, 有斐閣, 1962)。