

公共財と公共資本の動学的最適配分

有吉，範敏

<https://doi.org/10.15017/2920639>

出版情報：経済論究. 59, pp.1-16, 1984-07-25. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：



公共財と公共資本の動学的最適配分

有 吉 範 敏

目 次

- 1 はじめに
 - 1.1 公共財の生産と公共資本
 - 1.2 公共消費財と公共生産財
- 2 動学的最適配分
 - 2.1 モデルの設定
 - 2.2 社会的厚生最大化
 - 2.3 公共財と公共資本の最適配分
- 3 競争経済と最適配分
 - 3.1 異時点間の分権的最適化行動
 - 3.2 動学的最適配分の達成
- 4 むすび

1 は じ め に

1.1 公共財の生産と公共資本

本稿の目的は、公共資本を公共財の固定的生産要素としてとらえ、両者を同時に変数として含む動学モデルによって、公共財と公共資本の最適配分条件を検討することにある。

周知の如く、公共財の最適供給に関する研究の多くは、Samuelson がその一連の論文〔8〕、〔9〕、〔10〕においておこなった公共財の定式化に基礎をおいている。Samuelson〔8〕は、公共財を、すべての人々によって等量消費される財と定義し、

$$s=s^1=s^2=\cdots=s^n$$

という関係式によってこれを定式化した。ここに s は n 人の個人から成る社会全体の供給量を、 $s^i (i=1, 2, \dots, n)$ は第 i 個人の消費量をそれぞれあらわしている。もちろん、こうした等量消費がおこなわれるためには、その財が消費の非排除性や非競合性といった性質をもっていることが必要である。このように定義される公共財の例として、われわれは一般道路や公園などのサービスをあげることができる。ここでとくに注意すべきことは、公共財とは、道路施設や公園施設といったストックそのものを指しているのではなく、そうしたストックからひきだされる道路サービスや公園サービスを意味しているということである。われわれが実際に消費する公共財は、まさにこうしたサービスに他ならない。公共財の例として有形の財貨をあげることは、主として公共財のもつ消費の非競合性のために、きわめて困難であると思われる。

いま、公共財の例として警察による治安サービスを考えてみよう。警察という行政機関は、警察署等の建物やパトロールカーといった設備、警察官その他の労働者等々によって構成されている。そしてこれらの要素の結合によって治安サービスが産み出され、それをわれわれが消費している。したがって、治安サービスという公共財は、警察署や各種設備などの固定的要素と警察官の労働といった可変的要素とから産出される生産物であると考えることができる。容易に確認されるように、治安サービスについてのこうした解釈は、国防、消防、公衆衛生、初等教育等々の通常公共財と考えられているすべてのサービスについて適用可能である。ところで、この場合、治安サービスにおける警察署等の施設や公衆衛生サービスにおけるゴミ処理場・ゴミ回収車といった公共財の固定的要素は、通常われわれが公共資本と呼んでいるものに他ならない。ここに公共資本は、公共財というサービスを産み出す固定的要素として理解される。したがって、われわれは一般に公共財を、固定的要素たる公共資本に労働その他の可変的要素を結合させることによってもたらされる生産物であるとなすことができる¹⁾。

このように考えてくると、公共財の最適供給についての分析をおこなうには、公共財の生産要素としての公共資本や労働などが変数として導入されていなければならない。そして、そのためには、固定的生産要素としての公共資本

の変化を許す動学モデルが必要となる。ところが、Samuelson の一連の分析〔8〕,〔9〕,〔10〕は時間を含まない静学モデルによるものであり、したがって私的財、公共財を問わず固定的生産要素の大きさは所与とされている。すなわち、Samuelson は、公共資本の規模を所与として、もっぱら公共財の最適供給条件の分析をおこなったのである。これに対し、Arrow〔2〕に代表される新古典派の公共投資論は、公共資本の規模とそれからもたらされる公共財の量とのあいだに固定的な関係があるという暗黙の仮定の下で、1 財経済における公共資本の最適蓄積条件に注目する。公共資本と公共財とのあいだの固定的関係の仮定は分析の簡単化のためには有益なものである。しかし、上述したことから明らかなように、実際には、公共資本が一定であっても労働等の可変的要素の変化により公共財の供給水準は変わると考えられる。

このように従来の分析では、公共財とその生産要素としての公共資本や労働を同時に変数とするような取り扱いはおこなわれてこなかった。このような取り扱いの必要性はすでに述べたとおりである。そこで本稿では、公共財とその生産要素を変数として含む動学モデルを設定し、公共財の最適供給条件と共に公共資本の最適蓄積条件をもあわせて検討したい。

1.2 公共消費財と公共生産財

ところで、最初に示した公共財の定式化からも明らかなように、Samuelson が分析の対象にしていた公共財は、もっぱら消費目的にのみ使用される「共同消費財」(collective consumption goods) あるいは「公共消費財」(public consumption goods) であった。これに対し、燈台や科学技術、輸送施設などのサービスは、多くの企業の生産関数の中に要素投入として同時に入ってくるという意味で一種の公共財と考えることができる。そこでわれわれは、このような公共財を「公共生産財」(public production goods) と呼ぶことにしよう。Kaizuka〔4〕および Sandmo〔11〕はこうした生産財として使用される公共財を取り上げ、Samuelson の分析の生産面への拡張をおこなっている。われわれはこれら 2 つのタイプの公共財を分析の対象としたい。そこで公共財の類型に関してつぎのような定式化をおこなう。

社会は n 人の個人から構成され、 m 個の生産単位が存在するとしよう。われわれは公共消費財を、Samuelson にならって、

$$s = s^1 = s^2 = \dots = s^n$$

によって定義する。これに対し、

$$s = s^{n+1} = s^{n+2} = \dots = s^{n+m}$$

を満たす財を公共生産財と呼ぶことにしよう。ただし s^{n+j} ($j=1, 2, \dots, m$) は第 j 生産単位の投入量を示している。われわれは公共消費財であると同時に公共生産財であるような公共財——生産・消費型公共財——を想定することができる。たとえば道路サービスなどがそうである。この生産・消費型公共財は、

$$s = s^1 = \dots = s^n = s^{n+1} = \dots = s^{n+m}$$

によって定式化される。われわれは、次節以降の分析において、このタイプの公共財を取り扱う。生産・消費型公共財に関する分析は、公共消費財の分析および公共生産財に関する分析の両方を特殊ケースとして含んでいる。

ところで、上のように公共財を分類すれば、これにともなって、公共財の固定的生産要素である公共資本もまた類別される。われわれは、公共消費財、公共生産財および生産・消費型公共財をもたらす公共資本をそれぞれ消費型公共資本、生産型公共資本および生産・消費型公共資本と呼ぶことにする。新古典派の公共投資論では、Arrow〔2〕、Okuno and Yakita〔5〕、Pestieau〔6〕および Pestieau and Possen〔7〕が生産型公共資本の最適蓄積条件を検討しており、拙稿〔1〕、Arrow and Kurz〔3〕は生産・消費型公共資本を分析の対象にしている。もちろん、生産、消費型公共資本の分析は、消費型公共資本および生産型公共資本の両方の分析を含んでいる。われわれの分析では、生産・消費型の公共財および公共資本が取り扱われる。

本稿の構成はつぎのとおりである。次節では、まず 2.1 で、公共財と公共資本を同時に変数として含む 2 期間モデルが設定される。そして、2.2 で、集権的経済の想定の下に、社会的厚生を最大にするような配分条件を導出する。この動学的最適配分条件の検討は、2.3 において詳細におこなわれる。第 3 節は分権的競争経済における最適条件の分析にあてられる。われわれは、一括課税を導入することによって、分権的競争経済においても、第 2 節で得られた動学

的最適配分条件が達成されることを示すであろう。

本稿において得られる主たる結果はつぎのことである。公共財の動学的最適配分条件は、静学的な最適配分条件が各期において成立することである。これに対し、公共資本の最適蓄積条件は、同一の財が個人消費、民間投資および公共投資のいずれにも用いられるとき、その財の生産、消費、民間投資および公共投資について、それぞれの限界社会的貢献 (marginal social contribution) が互いに等しくなければならないというものである。また、これら二つの条件を含む動学的最適配分条件は、一括課税を伴う分権的競争経済において達成される。

〔注〕 1) 公共財をこのように理解するとき、その生産過程は、生産関数

$$s=f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

によって表現される。ここにベクトル $\mathbf{x}$ は各種可変的生産要素の組を、ベクトル $\mathbf{y}$ は各種固定的生産要素の組、すなわち公共資本の組を、それぞれあらわす。

2 動学的最適配分

2.1 モデルの設定

公共財と公共資本を含む多期間資源配分問題を考察することがわれわれの課題である。分析をより簡単にするために、以下では0期と1期とから成る2期間モデルを考えることにしよう。もちろん、本稿で得られる結果は容易に有限多期間モデルの場合に拡張される。われわれが想定する社会は、2人の個人 (a, b) から成り、3つの生産単位 (α, β, γ) が存在するような社会である。この社会には各期において3種類の私的財 (L, X, Y) と1種類の公共財だけしか存在しないと仮定しよう。ここに L 財は本源的生産要素である。X 財は消費財としても中間財としても用いられる。また Y 財は資本財として利用される一方で消費財としても用いられるとしよう。前節で触れたように、公共財には、消費財および中間財の両方の用途をもつ生産・消費型公共財が想定されている。

消費者 $i(i=a, b)$ は異時的効用関数

$$U^i = \sum_{t=0,1} U_t^i (\ell_t^i, x_t^i, y_t^i, s_t^i), \quad i=a,b \quad (2-1)$$

をもつと仮定する。ここに、 ℓ_t^i , x_t^i , y_t^i および s_t^i はそれぞれ t 期における消費者 i の L 財供給量, X 財消費量, Y 財消費量および公共財消費量をあらわす。

3つの生産単位 (α, β, γ) はそれぞれ異なる財の生産をおこなう。生産単位 α は X 財生産者であり, L 財 (ℓ_t^α) と公共財 (s_t^α) を可変的生産要素に, Y 財 (Y_t^α) を固定的生産要素にして X 財 (x_t^α) を産出する。生産単位 β は Y 財の生産者である。そこでは, L 財 (ℓ_t^β), X 財 (x_t^β) および公共財 (s_t^β) の3つの可変的生産要素から Y 財 (y_t^β) が生産される。さいごに, 生産単位 γ は公共財の生産をおこなうと仮定される。生産単位 γ は固定的生産要素としての Y 財 (Y_t^γ) と可変的生産要素としての L 財 (ℓ_t^γ) および X 財 (x_t^γ) とを投入することによって, 公共財 (s_t^γ) を供給する。これら3つの生産単位はそれぞれつぎのような生産関数をもつと仮定しよう。

$$\left. \begin{aligned} x_t^\alpha &= f_t^\alpha(\ell_t^\alpha, Y_t^\alpha, s_t^\alpha), \quad t=0,1, \\ y_t^\beta &= f_t^\beta(\ell_t^\beta, x_t^\beta, s_t^\beta), \quad t=0,1, \\ s_t^\gamma &= f_t^\gamma(\ell_t^\gamma, x_t^\gamma, Y_t^\gamma), \quad t=0,1. \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

Y_t^α および Y_t^γ はともに Y 財から成る資本ストックであるが, とくに, Y_t は生産単位 α の所有する民間資本, Y_t^γ は生産単位 γ に蓄積されている公共資本とみなすことができる。われわれは Y_0^α および Y_0^γ を所与と仮定する。 Y_1^α および Y_1^γ はそれぞれ

$$Y_1^\alpha = Y_0^\alpha + y_0^\alpha,$$

$$Y_1^\gamma = Y_0^\gamma + y_0^\gamma$$

によってあらわされる。ここに y_0^α は0期に生産単位 α がおこなう民間投資である。同様に y_0^γ は生産単位 γ によって0期におこなわれる公共投資に他ならない。

L 財, X 財および Y 財は私的財であるので, つぎのような需給均等式が満たされなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=a,b} \ell_t^i &= \sum_{j=\alpha,\beta,\gamma} \ell_t^j, \quad t=0,1, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_t^a &= \sum_{i=a,b} x_t^i + \sum_{j=\beta,\gamma} x_t^j, \quad t=0, 1, \\ y_0^b &= \sum_{i=a,b} y_0^i + \sum_{j=\alpha,\gamma} y_0^j, \\ y_1^j &= \sum_{i=a,b} y_1^i. \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

一方、公共財については、

$$s_t^r = s_t^a = s_t^b = s_t^c = s_t^f, \quad t=0,1 \quad (2-4)$$

が成立していなければならない。本稿では生産・消費型公共財を想定しているが、公共消費財の場合には、(2-4)を

$$s_t^r = s_t^a = s_t^b, \quad t=0,1$$

に、公共生産財の場合には

$$s_t^r = s_t^c = s_t^f, \quad t=0,1$$

に、それぞれ修正すればよい。

2.2 社会的厚生最大化

われわれは、完全制御経済を想定し、そのような経済における動学的最適資源配分条件を求めたい。社会的厚生関数を

$$W = W(U^a, U^b) \quad (2-5)$$

とおくことにしよう。このとき、われわれの問題は、(2-1)、(2-2)、(2-3)および(2-4)を制約条件として、(2-5)を最大にすることである。Lagrangianはつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Lambda = & W \left[\sum_{t=0,1} U_t^a(\ell_t^a, x_t^a, y_t^a, f_t^r(\ell_t^r, x_t^r, Y_t^r)), \sum_{t=0,1} U_t^b(\ell_t^b, x_t^b, y_t^b, \right. \\ & \left. f_t^r(\ell_t^r, x_t^r, Y_t^r)) \right] \\ & + \sum_{t=0,1} \lambda_t \left[\sum_{i=a,b} \ell_t^i - \sum_{j=\alpha,\beta,\gamma} \ell_t^j \right] \\ & + \sum_{t=0,1} \mu_t \left[f_t^a(\ell_t^a, Y_t^a, f_t^r(\ell_t^r, x_t^r, Y_t^r)) - \sum_{i=a,b} x_t^i - \sum_{j=\beta,\gamma} x_t^j \right] \\ & + \eta_0 \left[f_0^b(\ell_0^b, x_0^b, f_0^r(\ell_0^r, x_0^r, Y_0^r)) - \sum_{i=a,b} y_0^i - \sum_{j=\alpha,\gamma} y_0^j \right] \\ & + \eta_1 \left[f_1^b(\ell_1^b, x_1^b, f_1^r(\ell_1^r, x_1^r, Y_1^r)) - \sum_{i=a,b} y_1^i \right]. \end{aligned}$$

ここに λ_t, μ_t, η_t ($t=0,1$) は Lagrange 乗数をあらわす。手段変数は、 $\ell_t^i, x_t^i,$

$y_t^i, \ell_t^i, x_t^\alpha, x_t^\beta, y_0^\alpha, y_0^\beta (i=a, b; j=\alpha, \beta, \gamma; t=0, 1)$ の24個である。1階の条件はつぎのように書き出すことができる。

$$W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial \ell_t^i} + \lambda_t = 0, \quad i=a, b; t=0, 1, \quad (2-6-1)$$

$$W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial x_t^i} - \mu_t = 0, \quad i=a, b; t=0, 1, \quad (2-6-2)$$

$$W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial y_t^i} - \eta_t = 0, \quad i=a, b; t=0, 1, \quad (2-6-3)$$

$$-\lambda_t + \mu_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial \ell_t^\alpha} = 0, \quad t=0, 1, \quad (2-7-1)$$

$$\mu_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial Y_1^\alpha} - \eta_0 = 0, \quad (2-7-2)$$

$$-\lambda_t + \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial \ell_t^\beta} = 0, \quad t=0, 1, \quad (2-8-1)$$

$$-\mu_t + \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial x_t^\beta} = 0, \quad t=0, 1, \quad (2-8-2)$$

$$\left(\sum_{i=a, b} W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial s_t^i} + \mu_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial s_t^\alpha} + \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial s_t^\beta} \right) \frac{\partial f_t^i}{\partial \ell_t^i} - \lambda_t = 0, \quad t=0, 1, \quad (2-9-1)$$

$$\left(\sum_{i=a, b} W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial s_t^i} + \mu_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial s_t^\alpha} + \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial s_t^\beta} \right) \frac{\partial f_t^i}{\partial x_t^i} - \mu_t = 0, \quad t=0, 1, \quad (2-9-2)$$

$$\left(\sum_{i=a, b} W_i \frac{\partial U_t^i}{\partial s_t^i} + \mu_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial s_1^\alpha} + \eta_1 \frac{\partial f_1^\beta}{\partial s_1^\beta} \right) \frac{\partial f_1^i}{\partial Y_1^i} - \eta_0 = 0. \quad (2-9-3)$$

ただし、 $W_i \equiv \partial W / \partial U^i (i=a, b)$ である。(2-6) は消費者 i の変数についての条件である。また、(2-7)、(2-8) および (2-9) はそれぞれ生産単位 α, β, γ の変数に関する条件である。

2.3 公共財と公共資本の最適配分

われわれは、上記の条件を整理することによってつぎのような式を得る。

$$\frac{W_a}{W_b} = \frac{\partial U_t^a / \partial \ell_t^a}{\partial U_t^b / \partial \ell_t^b} = \frac{\partial U_t^a / \partial x_t^a}{\partial U_t^b / \partial x_t^b} = \frac{\partial U_t^a / \partial y_t^a}{\partial U_t^b / \partial y_t^b}, \quad t=0, 1, \quad (2-10)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial U_t^a / \partial x_t^a}{\partial U_t^a / \partial \ell_t^a} &= -\frac{\partial U_t^b / \partial x_t^b}{\partial U_t^b / \partial \ell_t^b} = \frac{1}{\partial f_t^\alpha / \partial \ell_t^\alpha} = \frac{\partial f_t^\beta / \partial x_t^\beta}{\partial f_t^\alpha / \partial \ell_t^\alpha} = \frac{\partial f_t^\gamma / \partial x_t^\gamma}{\partial f_t^\alpha / \partial \ell_t^\alpha}, \quad t=0, 1, \\ -\frac{\partial U_t^a / \partial y_t^a}{\partial U_t^a / \partial \ell_t^a} &= -\frac{\partial U_t^b / \partial y_t^b}{\partial U_t^b / \partial \ell_t^b} = \frac{1}{\partial f_t^\beta / \partial \ell_t^\beta}, \quad t=0, 1, \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial U_t^a/\partial s_t^a}{\partial U_t^a/\partial l_t^a} - \frac{\partial U_t^b/\partial s_t^b}{\partial U_t^b/\partial l_t^b} + \frac{\partial f_t^a/\partial s_t^a}{\partial f_t^a/\partial l_t^a} + \frac{\partial f_t^b/\partial s_t^b}{\partial f_t^b/\partial l_t^b} &= \frac{1}{\partial f_t^r/\partial l_t^r}, \quad t=0,1, \\ -\frac{\partial U_t^a/\partial s_t^a}{\partial U_t^a/\partial x_t^a} - \frac{\partial U_t^b/\partial s_t^b}{\partial U_t^b/\partial x_t^b} + \frac{\partial f_t^a}{\partial s_t^a} + \frac{\partial f_t^b/\partial s_t^b}{\partial f_t^r/\partial x_t^r} &= \frac{1}{\partial f_t^r/\partial x_t^r}, \quad t=0,1. \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

(2-10) と (2-11) は (2-6), (2-7-1) および (2-8) から導かれている。また, (2-12) は (2-9-1), (2-9-2), (2-6-1), (2-6-2), (2-7-1) および (2-8) から得られる。(2-10) は, 各消費者の社会的重要度の比が限界効用比に等しいことを要求している。(2-11) は私的財の配分に関する条件で, 各消費者の限界代替率および各生産単位の技術的限界代替率がそれぞれ互いに等しくなければならないことを意味する。また, (2-12) は公共財の最適供給条件である。これは, 公共財と私的財に関して, 各消費者の限界代替率および公共財を使用する生産単位の技術的限界代替率の和が, 公共財生産単位の技術的限界代替率に等しいことを要求する。(2-10), (2-11) および (2-12) は, 生産・消費型公共財を含む静学的最適配分条件¹⁾に類似している。上に示された条件とそれとの相違点は, (2-10), (2-11) および (2-12) が時間を含んでいることにある。動学的最適配分のためには, 静学的条件が各期において満たされていなければならない。

動学的最適配分のための条件はこれだけではない。各期に (2-10), (2-11) および (2-12) が成立すると同時に, 以下に示す投資条件もまた満足されなければならない。(2-6-3) と (2-7-2) より, 民間投資に関する条件

$$\eta_0 = \mu_1 \frac{\partial f_1^a}{\partial Y_1^a} = W_a \frac{\partial U_0^a}{\partial y_0^a} = W_b \frac{\partial U_0^b}{\partial y_0^b} \quad (2-13)$$

を得る。ここで, $\eta_t = \partial W^*/\partial y_t^a$, $\mu_t = \partial W^*/\partial x_t^a$, および $Y_t^a = Y_0^a + y_t^a$ であることが注意されるべきである。この条件式は, 0 期における Y 財生産, Y 財民間投資および Y 財消費の限界社会的貢献 (marginal social contribution) がそれぞれ互いに等しいことを要求するものである。(2-13) に (2-6-2) を考慮すれば,

$$\frac{\partial f_1^a}{\partial Y_1^a} = \frac{\partial U_0^a/\partial y_0^a}{\partial U_1^a/\partial x_1^a} = \frac{\partial U_0^b/\partial y_0^b}{\partial U_1^b/\partial x_1^b}. \quad (2-14)$$

すなわち, 1 期 X 財生産における 0 期 Y 財民間投資の限界生産力は, 各

費者の 1 期 X 財消費と 0 期 Y 財消費のあいだの異時的限界代替率に等しくなければならない。

公共投資に関する条件は (2-9-3) によって与えられる。この式の左辺第 1 項は、公共投資が公共財供給量の変化をつうじて消費者 a, b の効用や生産単位 α, β の生産に及ぼす効果を社会的厚生 の観点から評価したものである。われわれは、この項を、公共投資の限界社会的貢献と呼ぶことができる。したがって (2-9-3) は、最適状態では 0 期 Y 財公共投資の限界社会的貢献が 0 期 Y 財生産の限界社会的貢献に等しくなければならないことを示す条件であると解釈される。(2-9-3) に (2-13) を結合すれば、われわれはつぎのような投資条件を得る。すなわち、

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^1}{\partial s_i^1} + \mu_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial s_i^1} + \eta_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial s_i^1} \right) \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_1^1} = \eta_0 = \mu_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_1^1} \\ & = W_a \frac{\partial U_a^0}{\partial y_a^0} = W_b \frac{\partial U_b^0}{\partial y_b^0} \end{aligned} \quad (2-15)$$

これは、0 期における Y 財公共投資、Y 財生産、Y 財民間投資および Y 財消費について、それぞれの限界社会的貢献が互いに等しくなければならないことを要求する条件である。(2-15) で、とくに、公共投資の限界社会的貢献と民間投資のそれとの均等を求める条件

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^1}{\partial s_i^1} + \mu_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial s_i^1} + \eta_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial s_i^1} \right) \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_1^1} = \mu_1 \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_1^1}$$

は、最適成長論の手法を用いた新古典派公共投資論の結果に対応している²⁾。

(2-9-3) と (2-13) より

$$\frac{\partial U_i^1 / \partial s_i^1}{\partial U_i^0 / \partial y_i^0} + \frac{\partial U_i^1 / \partial s_i^1}{\partial U_i^0 / \partial y_i^0} + \frac{\partial f_i^1 / \partial s_i^1}{\partial f_i^1 / \partial Y_1^1} + \frac{\eta_1}{\eta_0} \frac{\partial f_i^1}{\partial s_i^1} = \frac{1}{\partial f_i^1 / \partial Y_1^1} \quad (2-16)$$

を得る。これは 0 期の公共財と、消費財および資本財の両方の用途をもつ 0 期 Y 財とに関する条件で、各消費者の異時的限界代替率と公共財を投入物として用いる生産単位の技術的限界代替率との和が公共財生産単位の技術的限界代替率に等しくなければならないことを要求している。

(2-9-3) に関してわれわれがおこなった解釈は、(2-9-1) や (2-9-2) についても同様になされる。たとえば、(2-9-1) に (2-6-1), (2-7-1), (2-8-1) を考

慮することによって、

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^t}{\partial S_t^i} + \mu_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial S_t^\alpha} + \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial S_t^\beta} \right) \frac{\partial f_t^\gamma}{\partial L_t^\gamma} = -W_a \frac{\partial U_a^t}{\partial L_t^a}$$

$$= -W_b \frac{\partial U_b^t}{\partial L_t^b} = \mu_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial L_t^\alpha} = \eta_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial L_t^\beta}, \quad t=0, 1$$

を得るが、これは、各消費者 (a, b) の L 財供給および各生産単位 (α, β, γ) の L 財投入について、それぞれの限界社会的貢献が互いに等しいことを求める条件にはほかならない。

〔注〕 1) 2.1で提示したモデルから 時間的要素を取り除き、 固定的生産要素を考慮しなければ、 上と同様の手続きによって、 静学的最適配分条件が導かれる。

2) Arrow and Kurz〔3〕 pp.130-133 および拙稿〔1〕を参照されたい。

3 競争経済と最適配分

3.1 異時点間の分権的最適化行動

前節では、完全制御経済の想定の下に、社会的厚生を最大にするための動学的資源配分条件が導かれた。本節の課題は、前節で得られた動学的資源配分が以下にみるような分権的競争経済において達成されることを示すことにある。まず、各経済単位の異時点間にわたる分権的最適化行動を記述することにしよう。

消費者 i の最適化行動は、予算制約

$$\sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} (p_t x_t^i + q_t y_t^i + T_t^i - w_t l_t^i) = 0, \quad i=a, b$$

の下に、効用関数 (2-1) を最大にすることである。ここに p_t , q_t および w_t はそれぞれ X 財, Y 財および L 財の t 期における価格をあらわす。また r は利子率である。 T_t^i は消費者 i に対する t 期の一括税を示している。1 階の条件は、上式を手段変数 l_t^i, x_t^i および y_t^i で微分しゼロに等しくおくことによってつぎのように得られる。

$$\frac{\partial U_i^t}{\partial l_t^i} - \mu^i \frac{1}{(1+r)^t} w_t = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-1-1)$$

$$\frac{\partial U_t^i}{\partial x_t^i} + \mu^i \frac{1}{(1+r)^t} p_t = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-1-2)$$

$$\frac{\partial U_t^i}{\partial y_t^i} + \mu^i \frac{1}{(1+r)^t} q_t = 0, \quad t=0, 1. \quad (3-1-3)$$

ただし μ^i は Lagrange 乗数である。

一方、生産単位の最適化行動はどのようなものであろうか。各生産単位はいずれも利潤最大化行動をとると仮定しよう。各生産単位の利潤はつぎのように書くことができる。

$$\pi^\alpha = \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} \left[p_t f_t^\alpha(\ell_t^\alpha, Y_t^\alpha, s_t^\alpha) - w_t \ell_t^\alpha - T_t^\alpha \right] - q_0 y_0^\alpha,$$

$$\pi^\beta = \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} \left[q_t f_t^\beta(\ell_t^\beta, x_t^\beta, s_t^\beta) - w_t \ell_t^\beta - p_t x_t^\beta - T_t^\beta \right],$$

$$\pi^\gamma = \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} \left[h_t f_t^\gamma(\ell_t^\gamma, x_t^\gamma, Y_t^\gamma) - w_t \ell_t^\gamma - p_t x_t^\gamma \right] - q_0 y_0^\gamma.$$

ここに h_t は t 期の公共財価格である。生産単位 α および β は、公共財を使用するので、一括税 T_t^α および T_t^β をそれぞれ支払わなければならない。生産単位 α は ℓ_t^α と y_0^α を手段変数にして利潤 π^α を最大化する。1 階の条件は、

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left(p_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial \ell_t^\alpha} - w_t \right) = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-2-1)$$

$$\frac{1}{1+r} p_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial Y_1^\alpha} - q_0 = 0 \quad (3-2-2)$$

となる。他方、生産単位 β の手段変数は ℓ_t^β と x_t^β である。利潤 π^β の最大化のための 1 階の条件は、

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left(q_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial \ell_t^\beta} - w_t \right) = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-3-1)$$

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left(q_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial x_t^\beta} - p_t \right) = 0, \quad t=0, 1. \quad (3-3-2)$$

また、 ℓ_t^γ , x_t^γ および y_0^γ を手段変数としてもつ生産単位 γ の 1 階の条件は

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left(h_t \frac{\partial f_t^\gamma}{\partial \ell_t^\gamma} - w_t \right) = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-4-1)$$

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left(h_t \frac{\partial f_t^\gamma}{\partial x_t^\gamma} - p_t \right) = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-4-2)$$

$$\frac{1}{1+r} h_1 \frac{\partial f_1^r}{\partial Y_1^r} - q_0 = 0 \quad (3-4-3)$$

である。

さいごに、われわれは、税を徴収し、それを資金源に生産単位 γ から公共財を購入して社会に無料で提供する経済単位を想定しなければならない。われわれは、政府がこのような役割を担うものと考えよう。そして、政府の目的関数は社会的厚生関数 (2-5) であると仮定する。政府の予算制約は

$$\sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} \left(h_t s_t^g - \sum_{i=a,b} T_t^i - \sum_{j=\alpha,\beta} T_t^j \right) = 0$$

と書くことができる。ここに s_t^g は政府によって無料提供される公共財の量をあらわす¹⁾。政府の最適化は、予算制約式、間接効用関数、間接利潤関数および $s_t^g = s_t^a = s_t^b = s_t^\alpha = s_t^\beta$ ($t=0,1$) の下に (2-5) を最大にすることである²⁾。

Lagrangian はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Lambda = & W \left[\sum_{t=0,1} U_t^a(\ell_t^a, x_t^a, y_t^a, s_t^g), \sum_{t=0,1} U_t^b(\ell_t^b, x_t^b, y_t^b, s_t^g) \right] \\ & + \xi^\alpha \left\{ \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} [p_t f_t^\alpha(\ell_t^\alpha, Y_t^\alpha, s_t^g) - w_t \ell_t^\alpha - T_t^\alpha] - q_0 y_0^\alpha - \pi^\alpha \right\} \\ & + \xi^\beta \left\{ \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} [q_t f_t^\beta(\ell_t^\beta, x_t^\beta, s_t^g) - w_t \ell_t^\beta - p_t x_t^\beta - T_t^\beta] - \pi^\beta \right\} \\ & + \theta \sum_{t=0,1} \frac{1}{(1+r)^t} \left(h_t s_t^g - \sum_{i=a,b} T_t^i - \sum_{j=\alpha,\beta} T_t^j \right). \end{aligned}$$

ただし、 ξ^α , ξ^β および θ は Lagrange 乗数である。1 階の条件は、手段変数 s_t^g , T_t^i および T_t^j ($i=a,b$; $j=\alpha,\beta$; $t=0,1$) で微分しゼロに等しくおくことによってつぎのように得られる。

$$\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^i}{\partial s_t^i} + \xi^\alpha \frac{1}{(1+r)^t} p_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial s_t^\alpha} + \xi^\beta \frac{1}{(1+r)^t} q_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial s_t^\beta} + \theta \frac{1}{(1+r)^t} h_t = 0, \quad t=0, 1, \quad (3-5-1)$$

$$\theta \frac{1}{(1+r)^t} - W_i \mu^i \frac{1}{(1+r)^t} = 0, \quad i=a, b; \quad t=0, 1, \quad (3-5-2)$$

$$\theta \frac{1}{(1+r)^t} + \xi^j \frac{1}{(1+r)^t} = 0, \quad j=\alpha, \beta; \quad t=0, 1. \quad (3-5-3)$$

〔注〕 1) したがってまた、 s_t^g は、公共財生産単位 γ に対する政府の公共財需要量で

もある。

2) 本稿では、政府と公共財生産単位 γ とを別個の経済単位として 取り扱っている。これらを同一の経済単位とみなしても、すなわち、政府が公共財の生産を直接おこなうと考えても、そこから引き出される結果は同じである。

3.2 動学的最適配分の達成

動学的最適配分条件は、(2-10)、(2-11)、(2-12)、(2-14) および (2-16) であった。われわれは、これらの条件が各経済単位の主体的最適条件によって満足されることを示したい¹⁾。

(3-5-1) は (3-4) を用いることによって、

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^t}{\partial s_i^t} + \xi^\alpha \frac{1}{(1+r)^t} p_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial s_i^t} + \xi^\beta \frac{1}{(1+r)^t} q_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial s_i^t} \right) \frac{\partial f_i^t}{\partial \ell_i^t} \\ = -\theta \frac{1}{(1+r)^t} w_t, \quad t=0, 1, \quad (3-6-1)$$

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^t}{\partial s_i^t} + \xi^\alpha \frac{1}{(1+r)^t} p_t \frac{\partial f_t^\alpha}{\partial s_i^t} + \xi^\beta \frac{1}{(1+r)^t} q_t \frac{\partial f_t^\beta}{\partial s_i^t} \right) \frac{\partial f_i^t}{\partial \ell_i^t} \\ = -\theta \frac{1}{(1+r)^t} p_t, \quad t=0, 1, \quad (3-6-2)$$

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^1}{\partial s_i^1} + \xi^\alpha \frac{1}{1+r} p_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial s_i^1} + \xi^\beta \frac{1}{1+r} q_1 \frac{\partial f_1^\beta}{\partial s_i^1} \right) \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_i^1} = -\theta q_0 \quad (3-6-3)$$

となる。これらの条件式はそれぞれ前節の (2-9-1)、(2-9-2) および (2-9-3) に対応するものである。(3-5-2)、(3-5-3)、(3-1-3) および (3-2-2) より

$$-\theta q_0 = W_a \frac{\partial U_a^0}{\partial y_a^0} = W_b \frac{\partial U_b^0}{\partial y_b^0} = \xi^\alpha \frac{1}{1+r} p_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial Y_1^1} = \xi^\beta q_0 \quad (3-7)$$

を得るが、これは前節の (2-13) に対応する。したがって、たとえば、(3-7) を (3-6-3) に適用すると、

$$\left(\sum_{i=a,b} W_i \frac{\partial U_i^1}{\partial s_i^1} + \xi^\alpha \frac{1}{1+r} p_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial s_i^1} + \xi^\beta \frac{1}{1+r} q_1 \frac{\partial f_1^\beta}{\partial s_i^1} \right) \frac{\partial f_i^1}{\partial Y_i^1} \\ = W_i \frac{\partial U_i^1}{\partial y_i^1} = \xi^\alpha \frac{1}{1+r} p_1 \frac{\partial f_1^\alpha}{\partial Y_1^1} = \xi^\beta q_0. \quad (3-8)$$

ここに $\xi^\alpha = \partial W^* / \partial \pi^\alpha$ 、 $\xi^\beta = \partial W^* / \partial \pi^\beta$ であるから、この式は、公共投資の限界社会的貢献が、生産、消費、民間投資のそれぞれの限界社会的貢献に互いに等

しいことを意味している。それゆえ、(3-8) は、(2-15) に対応する条件式である。

われわれは、(3-6-3) と (3-7) より (2-16) を得ることができる。(2-12) もまた同様にして導かれる。(2-14) は、(3-7), (3-1-2), (3-5-2) および (3-5-3) より、いまの場合にも成立しなければならないことがわかる。また、(2-10) と (2-11) は、(3-1), (3-2-1), (3-3), (3-5-2) および (3-5-3) よりその成立が容易に確かめられる。

以上で、われわれは、政府が公共財の無料提供のために一括税を課するような分権的競争経済において、第 2 節で明示した動学的最適資源配分が達成されることを示すことができた。

〔注〕 1) 以下では、競争均衡の存在を仮定し、競争均衡における各経済主体の最適条件の性質を検討する。

4 む す び

Samuelson [8], [9], [10] に代表される公共財の理論は、公共財というサービスを産み出す固定的要素をまったく考慮せずに、静学的なモデルによって、公共財の最適供給条件を導いた。これに対して、Arrow [2] に代表される新古典派の公共投資論は、公共財というサービスに言及することなく、もっぱら公共資本の最適蓄積条件に注目した。このように、従来の分析では、公共財と公共資本とは別々に切り離されて取り扱われている。しかしながら、第 1 節で詳細に述べたように、公共財と公共資本は、生産物と生産要素の関係にあると考えられる。すなわち、公共財は、公共資本という固定的生産要素に労働等の可変的生産要素を結合することによってもたらされる生産物にほかならない。そこで、われわれは、公共財と公共資本のあいだのこのような関係を明示的に取り上げ、公共資本の変化を許す動学モデルによって、公共財と公共資本の最適配分条件に関する分析を試みた。

われわれが本稿での分析によって得た結論は、以下のように要約される。まず、公共財の動学的最適条件は、各期において静学的条件が成立することであ

った。これに対し、公共資本の最適蓄積条件、すなわち公共投資の最適条件は、ある財が個人消費、民間投資および公共投資のいずれにも使用されるとき、その財の生産、消費、民間投資および公共投資に関する限界社会的貢献がそれぞれ互いに等しいというものである。さらに、これらの条件を含む動学的最適配分条件は、一括課税を伴なう分権的競争経済において達成される。

参考文献

- [1] 有吉範敏「所得課税と公共投資基準」、『経済論究』（九州大学大学院）第58号，1983.
- [2] Arrow, K.J., "Discounting and Public Investment Criteria," in O. Kneese and O. Smith, eds., *Water Research, Resources for the Future*, John Hopkins Press, Baltimore, 1966.
- [3] Arrow, K.J., and M. Kurz, *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, John Hopkins Press, Baltimore, 1970.
- [4] Kaizuka, K., "Public Goods and Decentralization of Production," *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, 1965, pp. 118-120.
- [5] Okuno, N., and A. Yakita, "Public Investment and Income Distribution: A Note," *Quarterly Journal of Economics*, vol. 96, 1981, pp. 171-176.
- [6] Pestieau, P.M., "Optimal Taxation and Discount Rate for Public Investment in a Growth Setting," *Journal of Public Economics*, vol. 3, 1974, pp. 217-235.
- [7] Pestieau, P.M., and U. M. Possen, "Optimal Growth and Distribution Policies," *Journal of Public Economics*, vol. 9, 1978, pp. 357-372.
- [8] Samuelson, P.A., "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, vol. 36, 1954, pp. 387-389.
- [9] Samuelson, P.A., "Diagrammatic Exposition of a Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, vol. 37, 1955, pp. 350-356.
- [10] Samuelson, P.A., "Pure Theory of Public Expenditure and Taxation," in J. Margolis and H. Guitton, eds., *Public Economics*, Macmillan, 1969.
- [11] Sandmo, A., "Optimality Rules for the Provision of Collective Factors of Production," *Journal of Public Economics*, vol. 1, 1972, pp. 149-157.