

社会的厚生最大化と国際貿易

緒方, 隆

<https://doi.org/10.15017/2920607>

出版情報 : 経済論究. 50, pp.1-22, 1981-01-10. 九州大学大学院経済学会
バージョン :
権利関係 :



社会的厚生の最大化と国際貿易

緒 方 隆

目 次

はじめに

I, 基本的概念

II, 最適な所得分配

III, 自由貿易と自給自足経済

はじめに

われわれは、本稿において、一国の国民の社会的厚生という観点から、自由貿易下の経済と自給自足経済との比較を行なう。自給自足の経済の状態にとどまるよりも、諸外国との貿易を行なうことによって、その国民がより多くの利益を享受できるということは、多くの人々によって、堅く信じられてきたのであるが、その厳密な証明の試みとしては、次の人々の研究を挙げることができよう。まず、1939年 P. A. Samuelson によって、科学技術に関する若干の仮定の下で、世界の物価に影響を与え得ない小国にとって、自由貿易は、自由貿易をしないよりも有利であるという言明がなされた。さらに、M. C. Kemp [7] は、この言明を一般化して、国の大小にかかわらず、自給自足経済の下にとどまるよりも、たとえ、多少、制限されたものであっても、貿易を行なうことによってその国は利益を受けることを証明した。ほぼ同時に、P. A. Samuelson [11] は、顕示選好の理論を用いて、以前の議論を発展させた。また、P. B. Kenen [8] は、Edgeworth の箱型図表を変形して、これを国際貿易理論に関するいくつかの命題の分析に応用した。

われわれは、Samuelson [10], Chipman&Moore [3, 4] によって開発された方法を、この問題の分析に際して採用する。本稿の構成、内容の要約は次の通りである。まず、I においては、本稿で用いられる基本的な概念について説明が行なわれる。各消費者は、各自、消費集合をもっている。消費集合は、財の数を n とするとき、 n 次元 Euclid 空間の正象限の部分集合として表

わされ、各消費者が選択し得る財の組み合わせ全体の集合を示す。したがって、その組み合わせを示すのに n 次元ベクトルを用いる。さらに、この消費集合にもとづいて、配分集合と集計的消費集合を定義する。配分集合は、上に述べた、各消費者の選択し得る財の組み合わせを並べたもの全体から成る集合である。したがって、もし、当該国に l 人が存在するとすれば、その並べたものを示すのに $(n \times l)$ 行列を用いる。他方、集計的消費集合は、各消費者の選択し得る財の組み合わせの、 l 人に関する和全体の集合である。また、各消費者は、消費集合の上に、それぞれ、選好関係をもっている。この選好関係にもとづいて、配分集合と集計的消費集合の上に、それぞれ、社会的厚生順序と集計的社会的選好を定義する。この社会的厚生順序の特別なものとして、Pareto 順序がある。次に、IIにおいては、最初に、社会的厚生順序にある条件を付与して、Bergson 流社会的厚生順序を定義し、また、所与の価格と所得の制約の下で、集計的社会的選好に関して最も選好される、集計的消費集合の部分集合を需要対応と呼ぶ。この Bergson 流社会的厚生順序を用いて、所得分配について、最適所得分配対応を定義する。そして、所得が、最適所得分配対応にしたがって各消費者に分配されると社会的厚生が最大化されることが証明される。さらに、この逆が成立するための条件についても検討する。

最後に、IIIにおいて、自由貿易下の経済と自給自足経済の比較を行なう。その比較の基準としては、Bergson 流社会的厚生順序を用いる。自給自足経済と比較して、社会的厚生に関して等しいか、または、より大きい、自由貿易の下での競争均衡が存在することが、定理 3, 1 で証明される。また、系 3, 1 においては、上述した自由貿易の下での競争均衡と自給自足経済の下での競争均衡の比較が行なわれる。さらに、若干の条件を付加した、特別な場合について検討する。

I. 基本的概念

本稿においてわれわれの取扱う、ある国の経済には、 n 種類の商品と l 人の消費者が存在する。そして、消費者 i は、その中から商品を選択することが可能である商品の組み合わせの集合、消費集合 C_i を持つ。消費集合 C_i は n 次元

Euclid 空間の正象限 E の閉かつ、空でない部分集合である。この消費集合 C_i の l 個の直積として $\mathfrak{U}$ を、

$$\mathfrak{U} = \prod_{i=1}^l C_i \quad (1 \cdot 1)$$

で定義し、また、消費集合 C_i の l 個のベクトル和として、 C を、

$$C = \sum_{i=1}^l C_i \quad (1 \cdot 2)$$

で定義する。それぞれ、 $\mathfrak{U}$ を配分集合、 C を集計的消費集合と呼ぶ。配分集合 $\mathfrak{U}$ の要素を示すために、行列 $X = [x_{ij}]$ を用い、行列 X は、 $n \times l$ 行列である。ベクトル x_i で示される行列 X の第 i 行は、消費者 i の商品束である。消費者 i の商品束 x_i は、もちろん、消費集合 C_i の元である。さらに、ベクトル x で集計的消費集合 C の元を示す。ベクトル x は、集計的消費束と呼ばれ、全消費者の消費する各商品量の組み合わせを示す。さて、以上の定義に基づいて、関数 $\sigma: \mathfrak{U} \rightarrow C$ を、

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^l x_i = (1, 1, \dots, 1) \cdot x, \quad (1 \cdot 3)$$

で定義する。この関数 σ は、各消費者の消費する各商品量の組み合わせを与えたときに、全消費者の消費する各商品量の組み合わせを示す。さらに、対応 $A: C \rightarrow \mathfrak{U}$ を、

$$A(x) = \sigma^{-1}(x) = \{X \in \mathfrak{U} \mid \sigma(X) = x\}, \quad (1 \cdot 4)$$

で定義する。この対応 A は、上に述べた関数とは逆に、全消費者の消費する各商品量の組み合わせを与えたときに、各消費者の消費する各商品量の、あらゆる可能な組み合わせを示す。集計的消費集合 C の各元 x に対して、 $A(x)$ を、集計的消費束 x の達成可能集合と呼ぶ。同様に、これを拡張して、集計的消費集合 C の任意の部分集合 Y に対して、 Y の達成可能集合 $A(Y)$ を、

$$A(Y) = \bigcup_{x \in Y} A(x)$$

で示す。

さて、各種の消費集合の上には、どのような選好関係が設けられるのであろうか。まず、消費者 i が消費集合 C_i の上に持つ選好関係の定義から始める。す

なわち、消費者 i ($i = 1, 2, \dots, l$) は、次の三つ条件 (a), (b), (c) を満足する、消費集合 C_i 上の選好関係 R_i を持っている。

(a) 選好関係 R_i は、自明でない弱順序である¹⁾。

(b) 選好関係 R_i は、連続的に表現可能である²⁾。

(c) 選好関係 R_i によって生成された需要対応 $h(p, m_i; R_i)$ は、次の予算均衡条件を満たす。

$$(V(p, m_i) \in \Omega_i) \quad (\forall x_i \in h(p, m_i; R_i) : p \cdot x_i = m_i). \quad (1 \cdot 5)$$

ただし、上の (c) において、ベクトル p は価格を、 m_i は消費者 i の所得を示す。そして、集合 Ω_i は、次のような価格と所得の組全体の集合である。

$$\Omega_i = \{(p, m_i) \in E_{++}^{n+1} \mid p \in E_{++}^n \text{ かつ } (\exists x \in C_i) : p \cdot x \leq m_i\}.$$

また、上の集合の中で、 E_{++}^n は次のように、 E^n の中で、厳密に正のベクトルのみから成る集合である。

$$E_{++}^n = \{x \in E^n \mid x_j > 0 \text{ for } j = 1, 2, \dots, n\} = \{x \in E^n \mid x > 0\}.$$

消費者 i の選好関係 R_i から導かれる効用関数の集合 $\mathcal{U}(R_i)$ を次のように定義する。

$\mathcal{U}(R_i) = \{U_i \mid U_i : C_i \rightarrow E^1_{++}, U_i \text{ は連続, かつ消費集合 } C_i \text{ 上での選好関係 } R_i \text{ を表現する}\}.$

消費者 i の選好関係 R_i の l 個の組を記号 R で表わす。すなわち、

$$R = (R_1, R_2, \dots, R_l)$$

とするとき、 $\mathcal{U}(R)$ を、上述の $\mathcal{U}(R_i)$ の直積として、

$$\mathcal{U}(R) = \prod_{i=1}^l \mathcal{U}(R_i) \quad (1 \cdot 6)$$

で定義する。

さらに、上の R によって導かれた、配分集合 $\mathcal{X}$ の上における Pareto 順序 (同じく R で示す) を、

$$x R x' \iff x_i R_i x'_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, l. \quad (1 \cdot 7)$$

で定義する。定義から、Pareto 順序に関して x が x' よりも選好されるか、または両者が無差別であるとは、すべての消費者が、各消費者の商品束 x_i を

x'_i よりも選好するか、また両者が無差別であることを意味する。もちろん、ここで、 x_i は x の第 i 行であり、 x'_i は x' の第 i 行を示す。 $(i = 1, 2, \dots, l)$ 。

さて、配分集合 $\mathfrak{A}$ における、反射的かつ推移的な2項関係全体の集合を $\mathfrak{B}$ で示し、 $\mathfrak{B}$ の元 B を社会的厚生順序と呼ぶことにする³⁾。そして、社会的厚生順序 B が与えられたとき、この社会的厚生順序 B によって導かれた集計的消費集合 C 上の集計的社会的選好関係 G_B を、

$$x G_B x' \Leftrightarrow (\forall x' \in A(x)) (\exists X \in A(x)) : X B X'. \quad (1 \cdot 8)$$

で定義する。すなわち、集計的社会的選好関係 G_B に関して、集計的消費束 x が集計的消費束 x' よりも選好されるか、または無差別であるとは、集計的消費束 x' に対応する、任意の配分集合 X' に対して、集計的消費束 x に対応する配分集合 X が存在して、社会的厚生順序 B に関して、配分集合 X が配分集合 X' よりも選好されるか、または両者が無差別であることを意味する。以上の議論から、次の二つの結果、命題1, 1と命題1, 2が導かれる。まず、次の命題1, 1は、社会的厚生順序 B の性質に基づいて、集計的社会的選好関係 G_B の性質を示す。

命題1, 1 社会的厚生順序 B が与えられれば、その B によって導かれた、集計的社会的選好関係 G_B は、集計的消費集合 C の上での反射的かつ推移的な関係である。

証明) 社会的厚生順序 B は、反射的かつ推移的な2項関係全体の集合の $\mathfrak{B}$ の元であるから、もちろん、反射的かつ推移的である。 $A(x)$ の任意の元 X に対して、 B は反射的であるので、 $X B X$ である。したがって、定義(1・8)から、 $x G_B x$ 。すなわち、 G_B は反射的である。

$x G_B x', x' G_B x''$ のとき、定義(1, 8)と B の推移性から、 $x G_B x''$ が成立する。すなわち、 G_B は推移的である(証了)。

次に、命題1, 2は、社会的厚生順序 B, B' 相互の間の関係について述べる。ここで、二つの社会的厚生順序 B, B' が与えられたとき、配分集合 $\mathfrak{A}$ の任意の元 $X, \bar{X}$ に対して、 $X B \bar{X}$ ならば $X B' \bar{X}$ が成立するときに、社会的厚生順序 B' が社会的厚生順序 B の拡大であると定義する。同様に、集計的社会的選好

関係 G'_B が集計的社会的選好関係 G_B の拡大であるとは、集計的消費集合 C の任意の元 $x, \bar{x}$ に対して、 $x G_B \bar{x}$ ならば $x G'_B \bar{x}$ が成立することを意味する。

命題 1, 2 もし、配分集合 A 上の社会的厚生順序 B, B' について、 B' が B の拡大であるならば、そのとき集計的消費集合 C 上の集計的社会的選好関係 $G_{B'}$ は G_B の拡大である。

証明) C の任意の元、 x, x' に対して、 $x G_B x'$ ならば、定義 (1・8) と B' が B の拡大であることから、 $x G_{B'} x'$ である。すなわち、 $G_{B'}$ は G_B の拡大である (証了)。

社会的厚生順序 B が与えられたときに、それから導かれる集計的社会的選好関係 G_B は、反射的かつ推移的であることは、既に、命題 1, 1 で述べられた。ところが、全順序に関しては、たとえ、社会的厚生順序 B が全順序であったとしても、集計的社会的選好関係 G_B は全順序であるとは限らない。そこで、配分集合 A 上における、反射的かつ推移的な 2 項関係全体の集合 $\mathfrak{B}$ の部分集合 $\mathfrak{B}_0$ を、次のように定義する。すなわち、 $\mathfrak{B}$ の元、社会的厚生順序 B は、

(a) F は連続である。

(b) $(\forall x, x' \in \mathfrak{A}) : x B x' \iff F(x) \geq F(x')$.

の二つの条件を満足する、配分集合 $\mathfrak{A}$ から実数全体の集合 E^1 への関数 F が存在するときに、また、そのときにのみ $\mathfrak{B}_0$ の元である。そして、(a), (b) の二つの条件を満足する社会的厚生順序 B を、連続的に表現可能な社会的厚生順序と呼ぶ。この言い方を用いれば、 $\mathfrak{B}_0$ は、連続的に表現可能な社会的厚生順序全体の集合である。この $\mathfrak{B}_0$ の元 B について、条件 (a), (b) を満足する、配分集合 $\mathfrak{A}$ から、非負の実数全体への関数全体の集合を $\mathfrak{F}(B)$ で表わす。ま本、対応 A は、前述のように集計的消費集合 C から配分集合 $\mathfrak{A}$ への対応である。そして、社会的効用数 U を、

$$U(x) = \max_{X \in A(x)} F(X) . \quad (1 \cdot 10)$$

で定義する。すると、社会的効用関数 U が次の性質を持つことがわかる。

定理 1, 1 社会的厚生順序 B が $\mathfrak{B}_0$ の元であり、関数 F が $\mathfrak{F}(B)$ の元であるとする。そのとき、集計的消費集合 C 上で定義された社会的効用関数 U

は、

(i) C 上で連続である。

(ii) $(\forall x, x' \in C) : x G_B x' \iff U(x) \geq U(x')$.

の二つの性質を持つ。

証明) 対応 A が連続であり、かつ関数 F が連続であるので、Berge [1] の最大定理により、関数 U は連続である。さらに、 $x G_B x'$ であれば、定義 (1・8) により $A(x')$ の任意の元 X' について、 $X B X'$ 、すなわち、 $F(X) > F(X')$ となる $A(x)$ の元 X が存在する。したがって、 $\max_{X \in A(x)} F(X) > \max_{X' \in A(x')} F(X')$ 、つまり、 $U(x) > U(x')$ が成立する。逆も同様に、 $U(x) > U(x')$ すなわち、 $\max_{X \in A(x)} F(X) > \max_{X' \in A(x')} F(X')$ であれば、 $A(x')$ の任意の元 X' に対して、 $A(x)$ の元として、 $\max_{X \in A(x)} F(X)$ となる X をとれば、 $F(X) > F(X')$ 、つまり、 $X B X'$ が成立する。故に U は、 C 上で G_B を表現する (証了)。

集計的社会的選好関係 G_B について、定理 1、1 の条件 (ii) を満たす社会的効用関数 U が存在すれば、 G_B は表現可能であると呼び、条件 (i)、(ii) を満たす社会的効用関数 U が存在すれば、 G_B は連続的に表現可能であるとする。

ところで、対応 $A(x)$ は、一般に、多くの元を持つ集合である。すなわち、一つの集計的消費束 x に対応する配分集合 X は多く存在する。これらの配分集合 X 相互の間に、社会的厚生順序 B を導入して、次のように、対応 $A(x)$ の部分集合を定義する。

$$O(x; B) = \{X \in A(x) \mid (\forall X' \in A(x)) : X B X'\}$$

そして、この $O(x; B)$ を最適配分対応、と呼ぶ。定義から、明らかに、最適配分対応 $O(x; B)$ の任意の元 X は、社会的厚生順序 B に関して、対応 $A(x)$ の任意の元 X' よりも選好されるか、または、両者は無差別である。

同様に、集計的消費集合 C の部分集合 Y に対して、社会的厚生順序 B が所与のときの、 Y の最適配分対応 $O(Y; B)$ を、

$$O(Y; B) = \{X \in A(Y) \mid (\forall X' \in A(Y)) : X B X'\} .$$

で定義する。

さて、(1・10)式、すなわち、 $U(x) = \max_{X \in A(x)} F(X)$ を用いて、上に定義した最適配分対応を表現してみよう。対応 $A(x)$ のある元 X について、 $F(X) = \max_{X' \in A(x)} F(X')$ が成立するとすれば、対応 $A(x)$ の任意の元 X' に対して、 $F(X) \geq F(X')$ が成立する。故に、社会的厚生順序 B と、それから導かれる $\mathcal{F}(B)$ の元 F が与えられたとき、集計的消費集合 C の任意の元 x に対して、

$$O(x; B) = \{X \in A(x) \mid F(X) = U(x)\}. \quad (1 \cdot 11)$$

が成立する。

同様に、社会的厚生順序 B と $\mathcal{F}(B)$ の元 F が与えられたとき、集計的消費集合 C の部分集合 Y に対して、

$$O(Y; B) = \{X \in A(Y) \mid F(X) = \max_{x \in Y} U(x)\} \quad (1 \cdot 12)$$

が成立する。ここで、部分集合 Y が空でなく、かつコンパクトならば、定理 1, 1 により社会的効用関数 U は、集計的消費集合 C の上で連続であるから、最適配分対応 $O(Y; B)$ は空でないことになる。

さて、社会的厚生順序 B が与えられたときの集計的社会的選好関係 G_B のもつ役割は次の通りである。一国の経済が、空でなくかつコンパクトな達成可能集合 Y を持っており、政策当局は、社会的厚生順序 B に関しての $A(Y)$ の最大元を見い出すことに興味を持つと仮定する。もし、集計的社会的選好関係 G_B が既知であれば、政策当局は問題を二つの部分に分けて考える。つまり、はじめに、集計的社会的選好関係 G_B に関しての、達成可能集合 Y の最大元 x^* を見い出し、そして、次に最適配分対応 $O(x^*; B)$ の元 X を見い出す⁴⁾。次節では、この解が、分権の様式で達成されうるための条件について考察してみよう。

[注] 1) 選好関係 R_i for $i = 1, 2, \dots, \ell$ は全順序で、反射律と推移律を満たす。そして、 P_i が R_i から導かれた強い選好関係を示すとき、 $x_i^1 P_i x_i^2$ を満たす C_i の元 x_i^1 と x_i^2 が存在する。また、記号 I_i は、 R_i から導かれる無差別な選好関係を示す。

2) 選好関係 R_i for $i = 1, 2, \dots, \ell$ には、それに対応する連続な効用関数が存在する。もちろん、この効用関数は消費集合 C_i から非負の実数全体

への集合への関数である。

3) とくに, (1・7) で定義された Pareto 順序 R は $\mathfrak{B}_0$ の元である。

4) 定義 (1・8) を参照すれば明らか。

II. 最適な所得分配

ここでは, 最適な所得分配に関して, 議論を展開するのであるが, その前に多少, 準備的な概念について説明する。 l 次元 Euclid 空間の正象限から非負の実数全体への, 連続な, 狭義の増加関数 W 全体の集合を $\mathfrak{B}$ で表示する。 l で定義した消費者 i for $i = 1, 2, \dots, l$ の選好関係 R_i から導かれる効用関数 U_i の集合 $\mathfrak{U}(R_i)$ の直積 $\mathfrak{U}(R)$ の元 $U = (U_1, U_2, \dots, U_l)$ に対して,

$$U(X) = (U_1(x_1), U_2(x_2), \dots, U_l(x_l)).$$

とする。ただし, 前述のように, 行列 X は配分集合 $\mathfrak{X}$ の元であり, x_i for $i = 1, 2, \dots, l$ は行列 X の第 i 行で, 消費者 i の商品束を示す。そして,

$$(\forall X \in \mathfrak{X}) : F(X) = W[U(X)] \quad (2 \cdot 1)$$

を満足する $\mathfrak{B}(B)$ の元 F , $\mathfrak{B}$ の元 W , $\mathfrak{U}(R)$ の元 U が存在するとき, またそのときにのみ, 社会的厚生順序 B は, Bergson 流社会的厚生順序であると定義する。そして, この Bergson 流社会的厚生順序全体の集合を $\mathfrak{B}_1$ で表わす。また, この際に, 合成関数 $W \circ U$ は B の表現であると呼ぶ。

さて, $(n+1)$ 次元 Euclid 空間 E^{n+1} の部分集合 Ω を,

$$\Omega = \{(p, M) \in E^{n+1} \mid p \in E_+^n \text{ かつ } (\exists x \in C) : p \cdot x \leq M\}. \quad (2 \cdot 2)$$

で定義する。そして, 社会的厚生順序 B が $\mathfrak{B}_1$ の元のときに, Ω の上で, 集計的社会的選好関係 G_B によって導かれた需要対応の定義をしよう。その前に, Ω の元 (p, M) に対する予算対応を,

$$b(p, M) = \{x \in C \mid p \cdot x \leq M\},$$

とする。そして, Ω の上で, 集計的社会的選好関係 G_B によって導かれた需要対応は,

$$h(p, M; G_B) = \{x \in b(p, M) \mid (\forall x' \in b(p, M)) : x G_B x'\}.$$

である。すなわち、 $h(p, M; G_B)$ の任意の元 x は、予算対応 $b(p, M)$ の中で、集計的社会的選好関係 G_B に関して、最も選好される元である。上の定義に基づいて、次の命題を導く。この命題は G_B にとって、選好関係 R_i の満たす性質 (c) に相当する。

命題 2, 1 もし、社会的厚生順序 B が Bergson 流社会的厚生順序ならば、需要対応 $h(p, M; G_B)$ は予算均衡条件を満足する。

証明 仮に、 Ω の元 (p^*, M^*) 、 $h(p^*, M^*; G_B)$ の元 x^* で、 $p^* \cdot x^* < M^*$ となるものが存在するとする。 X^* が $O(x^*; B)$ の元して、

$$m_i = p^* \cdot x_i^* + \frac{M^* - p^* \cdot x^*}{\ell} \text{ for } i = 1, 2, \dots, \ell$$

を定義する。右辺の第 2 項は、分子が正であるので正である。したがって、 $m_i < p^* \cdot x_i^*$, for $i = 1, 2, \dots, \ell$, さて、もし、 $\bar{x}_i$ が $h(p^*, m_i; R_i)$ の元であるならば R_i が予算均衡条件 $p^* \cdot \bar{x}_i = m_i$ を満たすということから、

$$\bar{x}_i p_i x_i^* \text{ for } i = 1, 2, \dots, \ell \quad (2 \cdot 3)$$

が成立する。

仮定により、 B は $\mathfrak{B}_1$ の元であるので $\mathfrak{B}_1$ の定義により、 $W \circ U$ が B の表現であるような、 $\mathfrak{B}$ の元 W と $\mathfrak{U}(R)$ の元 U が存在する。(1・10) と (2・1) により、

$$U(x) = \max_{X \in A(x)} W[U(X)]$$

が成立するので、 $\bar{x} = \sigma(\bar{X})$ とすると、(2, 3) と W が増加関数であることから、

$$U(\bar{x}) \geq W[U(\bar{X})] \geq W[U(X^*)] = U(x^*). \quad (2 \cdot 4)$$

が成立する。最後の等式は、(1・11) と (2・1) から導かれる。

ところが、

$$\begin{aligned} p^* \cdot \bar{x} &= \sum_{i=1}^{\ell} p^* \cdot \bar{x}_i = \sum_{i=1}^{\ell} \left\{ p^* \cdot x_i^* + \frac{M^* - p^* \cdot x^*}{\ell} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^{\ell} p^* \cdot x_i^* + \sum_{i=1}^{\ell} \frac{M^* - p^* \cdot x^*}{\ell} = M^*. \end{aligned}$$

が成立するので、定理 1, 1 と x^* が $h(p^*, M^*; G_B)$ の元であるという事実から、

$$U(x^*) \geq U(\bar{x})$$

となる。これは (2, 4) に矛盾する (証了)。

さて、以下においては、社会的厚生順序 B が、Bergson 流社会的厚生順序であるときの需要対応 $h(p, M; G_B)$ についての最適配分集合を、しばしば用いる。そこで、その記号 $O[h(p, M; G_B); B]$ を略記して、 $O(p, M; B)$ と書くことにする。そして、社会的厚生順序 B が Bergson 流社会的厚生順序であるとき、この B の最適な所得分配対応を、

$$\begin{aligned} D = (p, M; B) &= \{d \in S_+^{l-1} \mid (\exists X \in O(p, M; B)) : p \cdot x_i / M \\ &= d_i \text{ for } i=1, 2, \dots, \ell \} \text{ for } (p, M) \in \Omega_+, \end{aligned} \quad (2 \cdot 5)$$

で定義する。ただし、 Ω_+ は、以前に定義した $(n+1)$ 次元 Euclid 空間 E^{n+1} の部分集合 Ω の部分集合で、

$$\Omega_+ = \{(p, M) \in \Omega \mid M > 0\},$$

で表わされ、また、 S_+^{l-1} は $(l-1)$ 次元単体を示す。すなわち、

$$S_+^{l-1} = \{d \in E_+^l \mid \sum_{i=1}^l d_i = 1\}.$$

換言すれば、 Ω_+ の任意の元 (p, M) に対して、 B の最適な所得分配対応 $D(p, M; B)$ は需要対応 $h(p, M; G_B)$ の中の集計的商品束の、 B に関する最適配分に対応する分配、つまり所得シェアのベクトルから成る。そして、次の定理によって示されるように、もし、所得が分配 $d \in D(p, M; B)$ にしたがって配分されるならば、社会的厚生順序 B に関して、社会的厚生は最大化される。

定理 2, 1 社会的厚生順序 B が Bergson 流社会的厚生順序であるとき、上に定義した Ω_+ の任意の元 (p, M) に対して、

$$(\forall d \in D(p, M; B)) : \sum_{i=1}^l h(p, d_i M; R_i) \subseteq O(p, M; B), \quad (2 \cdot 6)$$

$$(\forall d \in D(p, M; B)) : \sum_{i=1}^l (h(p, d_i M; R_i) \subseteq h(p, M; G_B)). \quad (2 \cdot 7)$$

が成立する。

証明) d が $D(p, M; B)$ の元であり, x_i^* が $h(p, d_i M; R_i)$ の元であるとする。(ただし, $i = 1, 2, \dots, l$). d は $D(p, M; B)$ の元であるので, (1・12), (2・1) および $b(p, M; G_B)$ の定義から,

$$W[U(\bar{X})] = \max_{x \in b(p, M)} U(x). \quad (2 \cdot 8)$$

が成立する。

ここで, W は $\mathbb{R}$ の元, U は $\mathcal{U}(R)$ の元であり, $W \circ U$ は B を表現する。そして, U は (1・10) において $W \circ U$ から定義されている。そして, (2・5) により, $\bar{X}$ は,

$$p \cdot \bar{x}_i = d_i M \text{ for } i = 1, 2, \dots, \ell, \quad (2 \cdot 9)$$

を満足する。しかしながら x_i^* は $h(p, d_i M; R_i)$ の元であるので, (2・9) から,

$$U_i(x_i^*) \geq U_i(x_i) \text{ for } i = 1, 2, \dots, \ell.$$

が成立する。(2・8) と W が増加関数であるということから,

$$W[U(x^*)] \geq W[U(\bar{x})] = \max_{x \in b(p, M)} U(x).$$

が成立する。また, x^* が $b(p, M)$ の元, (1・10), (2・1), x^* が $A(x^*)$ の元であることから,

$$\max_{x \in b(p, M)} U(x) \geq U(x^*) = \max_{X \in A(x^*)} F(X) = \max_{X \in A(x^*)} W[U(X)] \geq W[U(X^*)].$$

が成立する。したがって,

$$W[U(X^*)] = \max_{X \in b(p, M)} U(x)$$

となる。故に, (1・12) と (2・1) から (2・6) が成立する。

上の式と (1・10), (2・1) から,

$$U(x^*) \geq F(X^*) = W[U(X^*)] = \max_{x \in b(p, M)} U(x).$$

が成立するので, (2・7) がしたがう(証了)。

この定理の (2・6) 式は, 所得が適当に分配されれば, すなわち, 分配の

ベクトル $d \in D(p, M; B)$ ならば、消費者 i ($i = 1, 2, \dots, l$) がそれぞれの所得 $d_i M$ 制約の下で、その需要対応 $h(p, d_i M; R_i)$ の元 x_i^* を選ぶとすれば、この x_i^* をその第 i 行とする行列 X^* は、最適配分集合 $O(p, M; B)$ の元、つまり、社会的厚生順序 B に関する最大元であることを示している。(2・7) 式についても、同様に考えられる。すなわち、上のようにして消費者 i ($i = 1, 2, \dots, l$) が選択したベクトル x_i^* の和 $x^* = \sum_{i=1}^l x_i^*$ は需要対応 $h(p, M; G_B)$ の元、つまり所得 M の下での集計的社会的選好関係 G_B に関する最大元である。約言すれば、もし所得が適当に分配されるならば、最大の社会的厚生は、分権の様式で、常に達成されうことを示しているわけである。

ところが (2・6), (2・7) の逆の包含関係は常に成立しているわけではない。では、この逆の包含関係が成立するための条件は、どのようなものであろうか。その前に、この関係の成立が、いかなる意味をもつのかを、例をあげて説明する。たとえば、政策当局が集計的社会的選好関係 G_B と最適な所得分配対応 $D(p, M; B)$ に関する知識をもっており、 G_B が適当な凸性の条件¹⁾を満足すると仮定すれば、政策当局は、次の方法で社会的厚生を最大化する。

まず、達成可能集合 Y の中で、集計的社会的選好関係 G_B に関する最適元 x^* を見出し、つぎに、

$$\{x^*\} = h(p^*, p^* \cdot x^*; G_B). \quad (2 \cdot 10)$$

を満足する $p^* > 0$ を見出す。このとき、もし、所得が各個人に、 $m_i = d_i M^*$ (ただし、 $M^* = p^* \cdot x^*$) にしたがって分配されれば、定理 2, 1 の (2・7) から $\sum_{i=1}^l h(p^*, d_i M^*; R_i) \subseteq \{x^*\}$, つまり、

$$\{x^*\} = \sum_{i=1}^l h(p^*, d_i M^*; R_i).$$

が成立し、(2・6) から、その各行が、 $\{x_i^*\} = h(p^*, d_i M^*; R_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ である X^* は、 $A(Y)$ の中で、 B に関して最大元であることがわかる。

上述の例によって示されるように、政策当局にとっては、(2・6) と (2

・ 7) の逆の包含関係が成立するのは、どんな条件のときかが重要な問題となる。すなわち、(2・10)ではなくて、

$$x^* \in h(p^*, p \cdot x^*; G_B)$$

が成立しているときに、最適配分集合 $O(x^*; B)$ の元 X^* に対して、

$$x_i^* \in h(p^*, d_i p^* \cdot x^*; R_i) \text{ for } i=1, 2, \dots, \ell.$$

$$(\text{ただし, } d_i = p^* x_i^* / p^* \cdot x^* \text{ for } i=1, 2, \dots, \ell)$$

が成立するかどうかの問題である。次の定理がのこための十分条件を与える。

定理 2, 2 社会的厚生順序 B が Bergson 流社会的厚生順序であるときに、

(1) $W \circ U$ が B を表現し、かつ

(2) W が狭義の増加関数であるような、 $\mathfrak{B}$ の元 W と $\mathfrak{U}(R)$ の元 U が存在すると仮定する。このとき、 Ω_+ の元 (p, M) に対して、

$$(\forall X \in O(p, M; B)) : x_i \in h(p, d_i M; R_i).$$

かつ

$$\bigcup_{d \in D(p, M; B)} \sum_{i=1}^{\ell} h(p, d_i M; R_i) = h(p, M; G_B).$$

が成立する。ここで、 $d_i = p \cdot x_i / M$, for $i=1, 2, \dots, l$.

証明) X^* が $O(p, M; B)$ の元であり、 $d_i = p \cdot x_i^* / M$ for $i=1, 2, \dots, l$, とする。そして、 $p \cdot \bar{x}_i = d_i M$, for $i=1, 2, \dots, l$ で、かつ $\bar{x}_i \in h(p, d_i M; R_i)$ とする。ここで、仮に、 $U_i(\bar{x}_i) > U_i(x_i^*)$ となる i が存在する、すなわち、 $x_i^* \notin h(p, d_i M, R_i)$ とすると、 W は狭義の増加関数であるから、

$$W[U(\bar{X})] > W[U(X^*)]$$

が成立する。これは、 X^* が $O(p, M; B)$ の元であることに反する。

次に、

$h(p, M; G_B) \subset \bigcup_{d \in D(p, M; B)} \sum_{i=1}^{\ell} h(p, d_i M; R_i)$ の説明を行なう。逆の包含関係は、定理1, 1から明らかである。 x^* が $h(p, M; G_B)$ の元であるとする、 $(\forall x \in b(p, M)) : U(x^*) \geq U(x)$ が成立する。ここで、 $\sum_{i=1}^{\ell} x_i^* = x^*$, $p \cdot x_i^* = d_i M$, また $\bar{x}_i \in h(p, d_i M; R_i)$ for $i=1,$

2, …… l とする。仮に, $U_i(\bar{x}_i) > U_i(x_i^*)$ となる i が存在するとすれば (1・10), (1・12), W が狭義の増加関数であることから,

$$U(\bar{x}) > F(\bar{X}) = W[U(\bar{X})] > W[U(X^*)] = F(X^*) > U(x^*)$$

が成立する。これは、矛盾である(証了)。

[注] 1) 集計的社会的選好関係 G_B が原点に対して、強い意味で凸である。すなわち、集計的消費集合 C の各元 x^* に対して、

$$(\forall x \in C) : [x G_B x^* \text{ かつ } x \neq x^*] \implies p^* \cdot x > p^* \cdot x^*.$$

を満足する $p^* > 0$ が成立する。

Ⅲ. 自由貿易と自給自足経済

ここでの、われわれの目的は、Ⅱで得られた結果に基づいて、さまざまな所得分配の下での、自由貿易下の経済と自給自足下の経済がもたらす社会的厚生と比較を行なうことである。その際、社会的厚生と比較の基準としては、上述の Bergson 流厚生順序が用いられる。まず、その準備として、まだ述べられていなかった生産に関する諸概念について言及する。

さて、この経済の生産可能集合を、 n 次元 Euclid 空間の正象限 E_+^n の部分集合 Y で表わそう。この生産可能集合 Y は、コンパクト、凸かつ処分可能¹⁾ であるとし、その元として正のベクトルを含むものとする。そして、価格が p のときの、この生産可能集合 Y から得られた産出対応を、

$$\eta(p) = \{y \in Y \mid p \cdot y = \max_{y \in Y} p \cdot y\}$$

で記し、産出物価値関数を、

$$\pi(p) = p \cdot \eta(p).$$

で定義する。すなわち、産出対応は、与えられた価格の下で、その産出物の価値を最大にする、生産可能集合の元全体の集合であり、価格が与えられたときの、産出物価値関数の値は、産出物の最大の価値を示す。

ところで、価格 p を次の集合 P の元に限定する。

$$P = \{p \mid p \in E_+^n, \sum_{i=1}^n p_i = 1\}.$$

もちろん、 E_+^n は、前述のように、 n 次元 Euclid 空間の正象限である。この集合 P の元、価格 p に対して、当該経済を除いた世界の超過供給対応を $S(p)$ で記す。 $S(p)$ は、次の三つの条件を満足する。

(1) P の任意の元 p に対して、 $S(p)$ は、空ではなく、凸でコンパクトな集合である。

(2) $S(p)$ は、 P の上で上部半連続である。

(3) P の任意の元 p に対して、 $p \cdot S(p) = 0$ である (Walras の法則)。

また、 $S(p)$ の、 P のすべての元に関する和集合 $\bigcup_{p \in P} S(p)$ を S で記す。以上の準備に基づいて、経済の競争均衡について述べよう。われわれは、競争均衡を (X^*, y^*, p^*) で示す。ここで、 X^* の第 i 行を x_i^* とすれば、 $x_i^* \in h(p^* \cdot x_i^*; R_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ ，かつ $y^* \in \eta(p^*)$ である。換言すれば、 x_i^* は、消費者 i が価格 p^* ，所得 $p^* \cdot x_i^*$ ，選好関係 R_i の下で最も選好する財の量の組み合わせであり、同じく、価格 p^* の下で、産出物の価値 $p^* \cdot y^*$ は生産可能集合 Y の中で最大である。自給自足経済の下では、国内で消費する財は、すべて、国内で生産されるわけであるから、自給自足の下での競争均衡は、条件 $\sigma(X^*) = y^*$ を満たす。他方、自由貿易下の競争均衡は、条件 $\sigma(X) - y^* \in S(p^*)$ を満たす。さて、適当な所得再分配がなされたときに、他の状態に比較して、自由貿易の下において、最も有利な競争均衡が存在することを次の定理が示す。但し、次の仮定を設ける。

仮定 3, 1 消費者 i の効用関数 U_i は凹関数である。 $i = 1, 2, \dots, l$ ，

この仮定は、限界効用の逓減を示し、通常、よくおかれるものである。

定理 3, 1 仮定 3, 1 かつ定理 2, 2 における仮定 (1), (2) が満足されているとする。そのとき、Bergson 流厚生順序 B に関して、次の条件

(i) を満足する、自由貿易の下での競争均衡 (X^1, y^1, p^1) が存在する。

(i) 集計的消費束 $x^1 = \sigma(X^1)$ は、 $p^1 \cdot x \leq p^1 \cdot x^1$ は満たす $x \in E_+^n$ の中で、社会的効用関数 U の値を最大にする。すなわち、次式が成立する。

$$(\forall x \in E_+^n, p^1 \cdot x \leq p^1 \cdot x^1) : U(x^1) \geq U(x).$$

したがって、 Y を生産可能集合とすると、自由貿易下の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) は次の条件を満足する。

(ii) 対応 $A(Y)$ の任意の元 X に対して、 X^1BX が成立する。

証明) 集合 $Y+S$ はコンパクトであるので、 $Y+S$ をその内部に含む、 E^2 の部分集合 C を選ぶことができる。そして、

$$\beta(p) = \{x \in C \mid p \cdot x \leq \pi(p)\},$$

$$\xi(p) = \{x \in \beta(p) \mid U(x) \geq U(x') \text{ for all } x' \in \beta(p)\}$$

と定義する。

仮定から、 $\xi(p)$ は、 P 上で上半連続かつ、その値域は凸である²⁾。また、 P 上で定義された、世界の超過需要対応、

$$Z(p) = \xi(p) - \eta(p) - S(p)$$

も上半連続かつ、その値域は凸である。そして、 P の任意の元 p に対して、 $p \cdot Z(p) \leq 0$ が満たされる。ゆえに、

$$x^1 - y^1 \leq z^1 \quad (1)$$

を満足する P の元 p^1 、 $\xi(p^1)$ の元 x^1 、 $\eta(p^1)$ の元 y^1 、かつ $S(p^1)$ の元 z^1 が存在する³⁾。ここで U が凹関数であることから、

$$x^1 \in h(p^1, \pi(p^1); G_B) \quad (2)$$

が成立する⁴⁾。ゆえに、 U の単調性から、 $p^1 > 0$ である。ここで、 $M^1 = \pi(p^1)$ と定義すれば、定理 2、2 から、

$$x^1_i \in h(p^1, d_i M^1; R_i) \quad (3)$$

を満たす $O(p^1, M^1; B)$ の元 X^1 、 $D(p^1, M^1; B)$ の元 d が存在する。

さて、 $e^1 = x^1 - y^1 - z^1$ とする。(1) から、 e^1 は正ではない、他方、 $p^1 \cdot x^1 = M^1 = \pi(p^1) = p^1 \cdot y^1$ かつ $p^1 \cdot z^1 = 0$ であるので、 $p^1 \cdot e^1 = 0$ が成立する。ゆえに、 $p^1 > 0$ であるので、 $e^1 = 0$ となる。すなわち、

$$x^1 - y^1 = z^1 \in S(p^1). \quad (4)$$

が成立する。

(1) — (4) から、 (X^1, y^1, p^1) は、(i) を満足する、自由貿易下の

競争均衡であることがわかる。 $A(Y)$ の任意の元 X に対して、 $x = \sigma(X)$ とする。 x は Y の元、かつ y^1 は $\eta(p^1)$ の元であるので、 $p^1 \cdot x \leq p^1 \cdot y^1 = p^1 \cdot x^1$ が成立する。 X^1 は $O(p^1, M^1; B)$ の元であり、 x^1 は $h(p^1, \pi(p^1); G_B)$ の元であるので、

$$W[U(X^1)] = U(x^1) \geq U(x) \geq W[U(X)].$$

が成立する(証了)。

さて、定理 3, 1 によって示されるのは、自由貿易の下での競争均衡 (X^1, y^1, p^1) が、生産可能集合 Y の対応 $A(Y)$ の任意の元 x 、換言すれば、 $\sigma(X) = x \in Y$ となる x よりも、その社会的厚生が同じであるか、または、より大きいということである。ここで、 $x = y$ とすると、この経済 (X, y, p^1) は $\sigma(X) = y$ を満たすのであるから、自給自足経済である。ところが、はたして、自給自足下の競争均衡であるかどうかは、明らかでない。単に、必要条件を満たすのみである。そこで、この自給自足経済 (X, y, p^1) が競争均衡である場合の検討をしてみよう。そのために、次の仮定を設ける。

仮定 3, 2 X^* は $A(Y)$ の元で、かつ $x^* \in h(p^1, p^1 \cdot x_i^*; R_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ である。

この仮定があれば、定理 2, 1 から、 x^* は需要対応 $h(p^1, M^1; G_B)$ の元、すなわち、 $y^* (= x^*) \in \eta(p^1)$ であるので、 (x^*, y^*, p^1) は、自給自足下の競争均衡である。そして、定理 2, 1 により、 $X^* \in O(p^1, M^1; B)$ であるので、 $W[U(X^1)] = W[U(X^*)]$ となる。すなわち、 $X^1 B X^*$ 、 $X^* B X^1$ が成立する。もちろん、 B は Bergson 流厚生順序である。また、仮定 3, 2 のかわりに、次の仮定を用いてもよい。

仮定 3, 3 生産ベクトル $y^* (= x^*)$ が需要対応 $h(p^1, M^1; G_B)$ の元である。

この仮定の下では、 $y \in \eta(p^1)$ かつ、定理 2, 2 から、適当な $d \in D(p^1, M^1; B)$ を選択すれば、すなわち、適当な所得分配を行なえば、 $x_i^* \in h(p^1, d_i M^1; R_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ が成立するので、 (X^*, y^*, p^1) は自給自足の下での競争均衡である。この場合も、上と同様にして、 $X^* \in O(p^1, M^1; B)$ であるので、 $W[U(X^1)] = W[U(X^*)]$ が成立する。換言すれば

Bergson 流社会的厚生順序 B に関して, $X^1 B X^*$, $X^* B X^1$ が成立する。したがって, 次の系が導かれる。

系 3, 1 定理 3, 2 において, 仮定 3, 2 または仮定 3, 3 が満足されれば, 自由貿易下の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) と自給自足下の競争均衡 (X^*, y^*, p^1) の, それぞれの社会的厚生は一致する。

系に示された言明をさらに詳述すれば, 次の通りである。すなわち, 任意の Bergson 流厚生順序 B に応じて, 生産可能集合 Y の対応, $A(Y)$ の任意の元 X よりも, その社会的厚生が同じであるか, または, それよりも大きい, 自由貿易下の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) が存在する。そして, その際に, もし, 仮定 3, 3 が満たされるならば, 価格 p^1 を不変に保って, 政策当局が適当な所得再分配を行なうことによって, 自由貿易下の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) と社会的厚生に関して等しい, 自給自足下の競争均衡 (X^*, y^*, p^1) を見出すことができる。また, もし, この経済 (X^*, y^*, p^1) が, すでに競争均衡であるならば, 競争均衡の定義によって, 仮定 3, 2 が満たされているわけであるから, 当然, 二つの均衡 (X^1, y^1, p^1) と (X^*, y^*, p^1) , それぞれの社会的厚生は等しくなることがわかる。

ところで, さらに, 社会的効用関数 U が狭義の凹関数であるとの仮定を設けたとき, 上述の議論は, どのように変化するであろうか。以下, しばらく, この仮定の下で議論を進めよう。まず, 狭義の凹関数と強擬凹の関数の関係に関する, 次の定理を証明する。

補助定理 3, 1 社会的効用関数 U が狭義の凹関数ならば, この関数 U は強擬凹の関数である。

証明) 仮定によって, $x^1 \neq x^2$, $0 < \lambda < 1$ に対して,

$$U(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) > \lambda U(x^1) + (1-\lambda) \cdot U(x^2).$$

が成立する。ゆえに, $U(x^1)$, $U(x^2) \geq \omega$ であるとするとき,

$$\lambda \cdot U(x^1) + (1-\lambda) \cdot U(x^2) \geq \lambda \cdot \omega + (1-\lambda) \cdot \omega = \omega.$$

が成立するので,

$$U(\lambda \cdot x^1 + (1-\lambda) \cdot x^2) > \omega.$$

が得られる（証明）。

社会的効用関数 U が強擬凹の関数であれば、需要対応 $h(p, M; G_B)$ は、その元が一つである。すなわち $\{x\} = h(p, M; G_B)$ が成立することが容易に示される。そこで、以前に述べたように、 $\{x^*\} = h(p^1, M^1; G_B)$ であれば、適当な所得分配を行なうことによって、 $\{x_i^*\} = h(p^1, d_i M; R_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ が成立する。そして、 x^* をその第 i 行とする行列 X^* は、生産可能集合 Y の対応 $A(Y)$ の中で、Bergson 流厚生順序 B に関して最大の元である。このことは、社会的効用関数 U が強擬凹の関数であれば、仮定2または仮定3に示された条件が満足されるということである。また、狭義の凹関数と強擬凹の関数の関係は補助定理3, 1で示されているので、系3, 1において、仮定2の代わりに社会的効用関数 U が狭義の凹関数であるとの仮定を用いてもよいことの仮定を用いてもよいことがわかる。したがって、次の系が導かれる。

系3, 2 定理3, 1において、社会的効用関数 U が狭義の凹関数であるとの仮定が満たされれば、自由貿易下の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) と自給自足下の競争均衡 (X^*, y^*, p^1) のそれぞれの社会的厚生は一致する。

また、定理3, 1の証明中に用いられた集合、

$$\xi(p) = \{x \in \beta(p) \mid U(x) \geq U(x') \text{ for all } x' \in \beta(p)\},$$

において、 $\xi(p) = \{x\}$ 、すなわち、集合 $\xi(p)$ の元がただ一つであれば定理3, 1において、(i)の代わりに(i)'集計的消費束 $x^1 = \sigma(X^1)$ は、条件 $p^1 \cdot x \leq p^1 \cdot x^1$ を満たす $x \in E^1$ の中で、社会的効用関数 U の値を最大にする唯一の元である、すなわち、 $U(x^1) > U(x)$ としてもよい。そして、(ii)の代わりに、(ii)' 生産可能集合 Y の対応 $A(Y)$ の任意の元 X に対して、 $W(U(X^1)) > W(U(X))$ が成立するとしてよい。もっとも、この場合、生産可能集合 Y の対応 $A(Y)$ の任意の元 X は、競争均衡であるとは限らない。もっとも、行列 X が対応 $A(Y)$ の元であれば、 $\sigma(X) = y$ について、 $y \in Y$ が成立するので、経済 (X, y, p^1) は自給自足経済であるとの条件は満たされている。

さて、定理3, 2において、家計の数が一つという特殊な場合について検討

してみる。まず、その際には、分配問題が消滅するし、社会的厚生関数の意味がなくなる。そして需要対応 $h(p, M; G_B)$ と消費者 i の需要対応 $h(p, M; R_i)$ とは全く同じものとなるので、定理 2, 2 もまた、無意味になる。もちろん、家計の数が一つであっても、定理 3, 2 は成立するのであるから、自由貿易下の競争均衡が有利であることの証明には、何の障害もない。

最後に、各消費者 i の持っている選好関係が全く同じであるとき、すなわち、 $R_i = R_j$ for $i = 1, 2, \dots, l$ のときについて検討する。もちろん、この場合には、各人の効用関数 U_i for $i = 1, 2, \dots, l$ も全く同じである。また、社会的厚生順序 B がパレート順序 R であるとする。すると、社会的な厚生を最大とする分配方法は、完全な均等分配となる。すなわち、最適な分配方法は唯、一通りであるので、最適な所得分配対応 $D(p, M; R) = (1/l, \dots, 1/l)$ が成立する。この分配方法を採れば、 $x^* = l \cdot x_i^*$ for $i = 1, 2, \dots, l$ となるので、 X^* の各行 x_i^* の成分は全く同じである。そして、

$$\sum_i h_i(p, M/l; R_i) = h(p, M; G_R).$$

が成立するので、この場合、定理 2, 2 は無意味になるが、もちろん、定理 3, 2 は成立する。その際、合成関数 $W \circ U$ はパレート順序 R の表現であるので、生産可能集合 Y の対応 $A(Y)$ の任意の元 X に対して、 $X^1 R X$ が成立する。換言すれば、各人の効用に関して $U_i(x_i) \geq U_i(x_i)$ for $i = 1, 2, \dots, l$ が成立するわけである。すなわち、各人の効用は、自由貿易の競争均衡 (X^1, y^1, p^1) のときに最大になっていることがわかる。

〔注〕 1) Y が処分可能とは、 Y が n 次元 Euclid 空間 E^n_+ の部分集合のとき、

$$y \in Y, 0 \leq y' \leq y \implies y' \in Y.$$

が成立することである。

2) Debreu [5] p. 86 参照。

3) 同上 p. 82 参照。

4) 同上 p. 87 参照。

参考文献

- [1] Berge, C., *Topological Spaces*, Macmillan Co., New York, 1963.
- [2] Bergson, A., "A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics, " *Quarterly Journal of Economics*, 1938.
- [3] Chipman, J. S. and J. C. Moore, "Social Utility and the Gains from Trade, " *Journal of International Economics*, 1972.
- [4] Chipman, J. S. and J. S. Moore, "On Social Welfare Functions and the Aggregation of Preferences, " *Journal of Economic Theory*, 1979.
- [5] Debreu, G., *Theory of Value*, Wiley, New York, 1959. 丸山徹訳『価値の理論』東洋経済新報社, 昭和52年.
- [6] Hicks, J. R., "The Foundations of Welfare Economics, " *Economic Journal*, 1939.
- [7] Kemp, M. C., "The Gains from International Trade, " *Economic Journal*, 1962.
- [8] Kenen, P. B., "On the Geometry of Welfare Economics, " *Quarterly Journal of Economics*, 1957.
- [9] 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店, 昭和35年.
- [10] Samuelson, P. A., "Social Indifference Curves, " *Quarterly Journal of Economics*, 1956.
- [11] Samuelson, P. A., "The Gains from International Trade Once Again, " *Economic Journal*, 1962.