## 九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

# 二重経済における移民流入の農村賃金に対する影響 についての一考察

久保, 宏和 九州大学大学院経済学府: 博士後期課程

https://doi.org/10.15017/2559286

出版情報:経済論究. 166, pp. 1-9, 2020-03-18. 九州大学大学院経済学会

バージョン: 権利関係:

### 二重経済における移民流入の農村賃金に対する影響についての一考察

A Study of the Effect of Immigration on Agricultural Wages in Dual Economy

久 保 宏 和<sup>†</sup>
Hirokazu Kubo

#### 概要

本研究の目的は、多くの新興諸国にて見られるような、国内に「都市フォーマル部門・都市インフォーマル部門・農村部門」の3つの地域を抱える二重経済モデルにおいて、外国からの移民が都市フォーマル部門あるいは農村部門に流入してくる際に、農村賃金に対してどのような影響を与えるのか、について考察することである。本稿におけるモデル分析を通じて、農村部門へ移民が流入した場合においては農村賃金を低下させるが、都市インフォーマル部門へ移民が流入した場合においては農村賃金を上昇させるといった結論がえられた。また最終節において、この比較静学で得た結論をもとに、外国からの移民の流入現象に対する経済的含意を踏まえた上で、実施を検討されるべき政策提言を行っている。

#### 1 はじめに

異質な特徴をもつ都市と農村の2地域により構成される新興諸国において、農村賃金より都市で得られる下方硬直的な高賃金を求め、農村から過剰な労働供給が発生し、結果として都市にて失業が発生することを明らかにしたHarris and Todaro(1970)による先駆的な研究以降、農村と都市のバランスのとれた経済発展を政策課題とする議論が活発に行われている。Oyvat and Githinji(2017)によると、ケニアの主要都市部への一例を挙げ、近年においても依然として農村地域から都市地域への過剰な労働移動が存在していることが示されている。

また国内でのみ発生する農村から都市地域への移住現象に加え、今日、世界経済のグローバル化に伴い、労働者の国境を越えた往来が増加していく中、国家間の垣根を越えた外国の移民に対する政策や制度改革に対する議論もより一層社会に関心を持たれている。この点に関しても、先進諸国に留まらず、貧困格差に起因する多くの社会不安を抱える下位中所得や下位低所得国内においても議論されるべき問題といわれている。ILO (2015) は、年々増加し続ける移民の中でも、その労働力人口比率が最も高いのが高中所得国の70.7%であるが、低中所得国で69.7%、低所得国においても59.4%を占めているといったデータを提供している10。このような現状から新興諸国内における農村地域から都市

<sup>†</sup> 九州大学大学院経済学府博士後期課程

地域への移住現象と他国からの移民の流入現象が同時に発生した際の地域間の賃金格差問題について詳細に議論することには大きな意義があると思われる。

そこで本稿では、新興諸国を想定し、国内における労働移動と外国からの移民流入を経済モデルで 定式化する。また、新興諸国の経済を定式化する上で二重経済モデルを用いるわけだが、本稿では一 般的な農村地域 – 都市地域のみによって定式化される二重経済モデルではなく、農村地域と都市地域 内部において都市インフォーマル部門と都市フォーマル部門といった二種類の地域に区別される、い わば三種類の経済部門が存在すること想定して議論を行う。

現実の新興諸国においても、上記のような三種類の経済部門が併存している例はよく見られる。新津 (1989) によると、フォーマル部門とは、近代的な制度により企業としての形態が確立されている経済組織や公共部門から構成される経済部門であると表現されている。これに対し、インフォーマル部門とは、フォーマル部門とは対照的に露天商や家政婦など行政的な保護や規制を受けることがないため、「キツイ・キタナイ・キケン」な労働環境に該当するような職業に労働者が低賃金で従事させられているような経済部門であるとよくイメージされる。実際の新興諸国内においては、都市地域内におけるフォーマル部門で就業していない場合も、農村地域あるいは都市のインフォーマル部門にて自身の生存のために安価な賃金を得る職業に従事しているものと考えられる。よって、本稿でもこのようなケースを想定し、移民と自国民を含めた全ての労働者が農村地域(以下、農村部門)、都市フォーマル部門、都市インフォーマル部門のいずれかで必ず雇用される完全雇用の経済を考える<sup>2)</sup>。

新興国内において、都市フォーマル部門、都市フォーマル部門、農村部門の三種類の経済部門を定式化した二重経済モデルは多くの文献によって紹介されている。福山(2008)はハリス=トダロ・モデルを導入し、インフォーマル部門において廃棄物のリサイクル事業が行われる経済について考察している。Yabuuchi, Beladi and Wei(2005)は、インフォーマル部門をフォーマル部門が利用する中間財を製造する下請け産業と想定してモデルの定式化を行っている。またYabuuchi(2002)は、不法移民が都市インフォーマル部門へ流入するハリス=トダロ経済において、政府の賃金補助政策や不法移民の摘発率の上昇が国内の都市失業に与える影響について考察している。

外国からの移民流入よる自国民の賃金への影響について取り上げた先行研究も多く存在する。 Kondo(1999)は、外国から流入してくる移民を定住移民(Permanent Migrants)と越境労働者(Cross-Border Workers)のタイプに分けて分析しており、両タイプの移民の流入は受け入れ国の賃金を引き下げ、その効果は越境労働者よりも定住移民の流入による効果の方が大きいことを明らかにしている。 Ethier (1986)は、外国からの不法移民の流入に対する先駆的な研究として知られ、その政策的インプリケーションとして、政府当局の国境取締り政策が不法移民の賃金の増加・自国民の賃金の低下を促し、自国の経済厚生にプラスにならない可能性を示している。Galor and Stark (1991)は、移民労働者は将来的に賃金が低い母国に帰ることを想定して、受け入れ国で働くので、自国民より多くの労働を

<sup>1)</sup> 厳密にいえば、本来、移民と外国人労働者は異なる意味で捉えられるが、本稿においてはこの二つを同義として捉え議論を進めていくこととする。

<sup>2)</sup> つまり、本稿において展開されるモデルは、一般的なハリス=トダロ・モデルで議論されるような都市部門において失業が存在する経済モデルとはこの点において異なる。

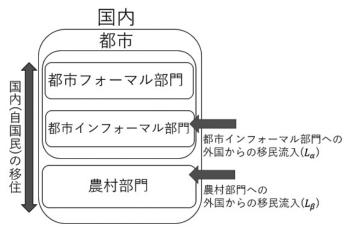


図1.経済モデルの概観図:著者作成

自発的に供給することでより高い賃金を得ている現象について説明を行っている。

本稿における経済モデルは、上述した先行研究とは異なり、農村部門、都市フォーマル部門、都市 インフォーマル部門によって構成される二重経済において、外国からの移民が更に流入した際の農村 部門における賃金に対する影響について考察したものである。そのモデルの概観を掴むために、以下 の図1「経済モデルの概観図」を参照してもらいたい。

図1から分かるように、国内は都市部門と農村部門から構成される二重経済であり、都市部門内部でも都市フォーマル部門と都市インフォーマル部門に分かれており、この国内の3つの部門間(都市フォーマル部門 – 都市インフォーマル部門 – 農村部門)を自国の労働者のみが移住すると仮定している $^{3)}$ 。本経済では、都市インフォーマル部門へ流入する移民の数を $L_{\alpha}$ 、農村部門へ流入する移民の数を $L_{\delta}$ と表記する。

本稿では小国開放経済を仮定するため、農村部門で生産される農業財、都市フォーマル部門で生産される工業財の価格は不変とする。一方、都市インフォーマル部門で生産されるインフォーマル財に関しては、国内のみで消費される財と仮定するため、その価格は国内市場において内生的に決定される。

本稿の構成としては、次節にて基本モデルを定式化し、分析を通じて得られた結果について述べる。 3節では、導かれた命題からどのような政策的インプリケーションが得られたのかについて述べ、本稿に対する今後の課題について指摘する。

#### 2 モデル

農業部門と工業部門から構成される二重経済を想定する。しかし,工業部門は都市フォーマル部門

<sup>3)</sup> つまり、外国からの移民は、都市インフォーマル部門か農村部門へ流入した後、他の経済部門へ移住することはないと仮定する。

と都市インフォーマル部門に分かれるため、モデル内では三つの生産部門が存在している。先述の通り、農業部門にて生産される農業財は輸出財、都市インフォーマル部門で生産される工業財は輸入財であり、小国開放経済を仮定するためそれらの価格は所与として見なされる。ただし、都市インフォーマル部門にて生産されるインフォーマル財は、国内市場のみで消費されるため、その価格は国内の生産物市場にて内生的に決定されるものとする。

先ず、工業部門内における都市フォーマル部門では工業財の生産が行われ、生産関数を

$$X_m = A_m L_m^{\frac{1}{2}} K_m^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

で表す。ここで  $X_m$  は工業財の生産量、 $L_m$  は工業財に対する労働投入量で内生変数、 $K_m$  は工業財に対する資本投入量で外生変数、 $A_m$  は正の定数をそれぞれ表している。工業財の価格を p とする。このとき、労働者の賃金率を  $w_m$ 、資本レンタル率を r とおくと、都市インフォーマル部門の利潤関数  $\pi_m$  は

$$\pi_m = pX_m - w_m L_m - rK_m \tag{2}$$

となる。ハリス = トダロモデルでは都市労働者の賃金率 $w_m$ は下方硬直的な値で固定されていることに注意しよう。利潤最大化条件は

$$L_m = \frac{p^2 A_m^2 K_m}{4w_m^2} \tag{3}$$

にて決定される。

次に工業部門内における都市インフォーマル部門について説明する。インフォーマル財の生産関数を

$$X_i = A_i (L_i + L_\alpha)^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

で表す。ここで  $X_i$  はインフォーマル財の生産量, $L_i$  はインフォーマル財に対する労働投入量で内生変数, $L_\alpha$  は都市インフォーマル部門に流入してくる移民の数を表す外生変数である。 $A_i$  は正の定数を表している。インフォーマル財の価格を q,インフォーマル財に対する労働者の賃金率を  $w_i$  とおくと,都市インフォーマル部門の利潤関数  $\pi_i$  は

$$\pi_i = qX_i - w_i L_i \tag{5}$$

となる。このとき、利潤最大化条件つまり生産要素市場における最適な労働投入量は

$$L_{i} = \frac{q^{2} A_{i}^{2}}{4 w_{i}^{2}} - L_{\alpha} \tag{6}$$

にて決定される。

次に農村部門について説明する。農業財の生産関数を

$$X_a = A_a T^{\frac{1}{2}} (L_a + L_b)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

で表す。ここで  $X_a$  は農業財の生産量, $L_a$  は農業財に対する労働投入量で内生変数,T は土地, $L_\beta$  は 農村部門に流入してくる移民の数をそれぞれ表す外生変数である。 $A_a$  は正の定数を表している。農業財の価格はニュメレール財と仮定し,その価格を 1 とする。地代を g,農村部門における労働者の賃金率を  $w_a$  とおくと,同部門の利潤関数  $\pi_a$  は

$$\pi_a = X_a - w_a L_a - gT \tag{8}$$

となる。このとき、利潤最大化条件つまり生産要素市場における最適な労働投入量は

$$L_a = \frac{A_a^2 T}{4w_a^2} - L_\beta \tag{9}$$

にて決定される。

本稿の経済モデルでは失業者は存在しないことを仮定しているので、経済における総労働者数Lを一定とすると、人口制約式

$$L = L_a + L_m + L_i \tag{10}$$

が成り立つ。

ハリス=トダロモデルでは農村の賃金 $w_a$ は都市の期待賃金に等しくなるように、農村部門と工業部門間で労働移動が起きることが前提とされている $^{4)}$ 。工業部門内では、都市フォーマル部門と都市インフォーマル部門が併存しているため、次式が均衡で成立する $^{5)}$ 。

$$w_a = \frac{w_m L_m}{L_m + L_i} + \frac{w_i L_i}{L_m + L_i} \tag{11}$$

また本稿では、インフォーマル財に関してのみ非貿易財として扱うため、その財の価格は市場均衡において内生的に決定される。その際に用いられる国内市場においてインフォーマル財の取引量が決定される式を

$$X_i = D(p, q, Y) \tag{12}$$

と表記する。ただし、 Y は国民所得を意味しており、本経済においては外生変数として扱う。

以上より、内生変数は  $w_a$ 、 $w_i$ 、 $L_a$ 、 $L_i$ 、 $L_m$ 、q の 6 個となる。よって、(3)、(6)、(9)、(10)、(11)、(12)を用いて  $w_a$  に関する  $L_\alpha$ 、 $L_\beta$  の増加に対する比較静学を行っていく。

まずは国内の都市インフォーマル部門に移民が流入した際の農村賃金に対する影響について考察しよう $^{6}$ 。

 $\frac{dw_a}{dL_\alpha}$ 

$$=\frac{\frac{p^{2}A_{m}K_{m}L_{\alpha}^{-\frac{1}{2}}+w_{a}LL_{\alpha}^{-\frac{1}{2}}-\frac{A_{a}^{2}TL_{\alpha}^{-\frac{1}{2}}}{4w_{a}}+w_{a}L_{\beta}L_{\alpha}^{-\frac{1}{2}}-D_{L}^{-1}A_{i}\left(L-\frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{4w_{m}^{2}}-\left(\frac{A_{a}^{2}T}{4w_{a}^{2}}-L_{\beta}\right)\right)}{\frac{A_{a}T}{2w_{a}^{2}}\left(\frac{D^{-1}A_{a}A_{i}}{w_{a}}+\frac{p^{2}A_{m}K_{m}}{2w_{m}T^{\frac{1}{2}}}-\frac{A_{a}^{2}T^{\frac{1}{2}}}{w_{a}}-A_{a}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}\right)-\frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{2w_{m}^{2}}\left(L^{\frac{1}{2}}-\frac{pA_{m}K^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}}+L_{\beta}^{\frac{1}{2}}\right)-2L(L^{\frac{1}{2}}+L_{\alpha}^{\frac{1}{2}})-2L_{\beta}(L_{\beta}^{\frac{1}{2}}+L_{\alpha}^{\frac{1}{2}})$$

(13)

(13)式に関して、分子の第5項目に注目しよう。分子の第5項目の  $D_L^{-1}$  は(12)式の q に関する逆関数  $q=D^{-1}(X_i)=D^{-1}(L_\alpha)$  を  $L_\alpha$  について偏微分した式  $D_L^{-1}=\frac{\partial D^{-1}}{\partial L_\beta}$  を意味しており  $D_L^{-1}<0$  である。ま

<sup>4)</sup> 労働者はすべてリスク中立的であると仮定する。

<sup>5)</sup> 各生産部門の賃金比較に関して $w_m > w_a > w_i$ を仮定する。

<sup>6)</sup> 本稿で得られた命題1と2に関する証明はAppendix Aを参照せよ。

た,第5項目の括弧内 $L-rac{p^2A_m^2K_m}{4w_m^2}-\left(rac{A_a^2T}{4w_a^2}-L_eta
ight)$ の符号は $L-L_m-L_a$ より正となる。

このとき、分子における都市フォーマル部門の賃金率 $w_m$ が大きく、都市インフォーマル部門における財の生産性 $A_i$ が高く、かつ都市フォーマル部門への移民の流入を通じた、インフォーマル財の供給増によるインフォーマル財の価格下落の効果が非常に大きい場合、以下の関係が得られる。

$$\frac{dw_a}{dL_\alpha} = \frac{\oplus}{\oplus} > 0$$

以上より、以下の命題1が成り立つ。

**命題1** (都市フォーマル部門で得られる硬直的賃金が低いことにより) 農村 – 都市フォーマル部門における賃金格差が大きく、インフォーマル部門における生産性が高く、その供給増におけるインフォーマル財の価格下落が大きい経済においては、都市インフォーマル部門における移民の流入は自国における農村賃金を上昇させる。

このような結果は次のような流れによって生じる。外国より自国の都市インフォーマル部門へ移民が流入する。それに応じて、都市インフォーマル部門にて生産される財の供給が増え、生産物市場におけるインフォーマル財の価格が低下する。よって、都市インフォーマル部門の実質賃金上昇により、自国民の農村部門から都市部門への移住が行なわれる。最終的に農村部門の労働者数が減少することによって農村賃金が増加する。

次いで、国内の農村部門に対し、移民が流入した際の農村賃金に対する影響について考察しよう。  $\frac{dw_a}{dL_a}$ 

$$=\frac{-D^{-1}A_{i}-\frac{p^{2}A_{m}K_{m}L_{\beta}^{\frac{1}{2}}}{4w_{m}}\left(1+\frac{A_{m}}{w_{m}}\right)+w_{a}(3L_{\beta}^{\frac{1}{2}}+L_{\alpha}^{\frac{1}{2}})}{\frac{A_{a}T}{2w_{a}^{2}}\left(\frac{D^{-1}A_{a}A_{i}}{w_{a}}+\frac{p^{2}A_{m}K_{m}}{2w_{m}T^{\frac{1}{2}}}-\frac{A_{a}^{2}T^{\frac{1}{2}}}{w_{a}}-A_{a}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}\right)-\frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{2w_{m}^{2}}\left(L^{\frac{1}{2}}-\frac{pA_{m}K^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}}+L_{\beta}^{\frac{1}{2}}\right)-2L(L^{\frac{1}{2}}+L_{\alpha}^{\frac{1}{2}})-2L_{\beta}(L^{\frac{1}{2}}+L_{\alpha}^{\frac{1}{2}})$$

(14)

(14)式に関して、先程と同様に、分母と分子における都市フォーマル部門の賃金率  $w_m$  が大きく、都市インフォーマル部門における生産性が高い場合、以下の関係が得られる。

$$\frac{dw_a}{dL_{\beta}} = \frac{\Theta}{\Phi} < 0$$

以上より、以下の命題2が成り立つ。

**命題2** (都市フォーマル部門で得られる硬直的賃金が低いことにより) 農村 - 都市フォーマル部門における賃金格差が大きく, 都市インフォーマル部門における生産性が高い場合, 農村部門における移民の流入は自国における農村賃金を低下させる。

このような結果は次のような流れによって生じる。農村-都市フォーマル部門間の賃金格差が大き

い経済において、農村部門へ移民が流入してくるケースでは、農村部門から工業部門へと移住する自 国民の数よりも農村部門へ流入してくる移民の数が上回るので、結果として農村部門における限界生 産性が逓減することによって農村賃金が低下してしまう。

以上,本稿における経済モデルから導いた命題1と命題2の結果より分かることは、農村部門と都市インフォーマル部門における生産の効率性と財価格の低下の度合がどれほど大きいのかによって、外国からの移民流入の農村賃金に与える最終的な効果が変わってくるといった点である。最終節では、以上の結果より、本経済に対してどのような政策的インプリケーションが得られるのか?また本研究における今後の課題点は何か?について述べる。

#### 3 おわりに

本稿では、工業部門内で失業が発生しない二重経済モデルにおいて、農村部門、都市インフォーマル部門に外国からの移民がそれぞれ流入してきた場合の農村賃金に与える効果について考察してきた。その結果、命題1と2を通じて、(1)都市フォーマル部門で得られる硬直的賃金が高く、(2)追加的な労働のインプットを通じたインフォーマル財の供給増によるインフォーマル財の価格下落効果が非常に大きく、(3)インフォーマル部門の産出における生産性が高い場合、農村賃金を上昇させるという政策的目的を掲げている場合において、都市インフォーマル部門においては外国からの移民を受け入れるべきで、農村部門においては移民を受け入れるべきではない、といった政策的インプリケーションが得られた70。

本経済において強調されるべきことは、政府による裁量的な課税・補助金政策や大規模インフラ投資、あるいは「緑の革命」を達成させるための近代的な農業育成政策等以外の方法で、生活必需品となるような財を国内の都市インフォーマル部門で生産しているような経済においては、その財の産出の生産性を向上させるための政策を実施し、それに次いで外国から流入してくる移民の数量をコントロールすることによってのみ、農村労働者の賃金を上昇させることができることという点である<sup>8)</sup>。

本経済モデルの中で議論されなかった要素を踏まえた上で改良されるべき、今後の拡張課題として次の3点を取り上げておく。先ず、自国民のみが地域間を移住できるとした仮定を外し、外国からの移民も段階的に各部門間を移住できるように経済モデルを修正できないかという点、次に今回のような下方硬直的な都市フォーマル部門の賃金が高い経済下における、移民の流入政策を通じた農業部門 - 都市フォーマル部門の賃金格差の変化が社会厚生にいかなる影響を与えるのかを考察するといった点、加えて移民の労働力は自国民と完全に代替的であるという想定で本稿のモデルは構築されているが、先進諸国等で散見されるような「3 K (キツイ・キタナイ・キケン)」の仕事を積極的に行ってくれるような移民を自国民とのタイプの違いとしてモデル内に導入できないかといった点である。

<sup>7)</sup> つまり、本経済においては都市インフォーマル部門への移民流入に関しては「規制を緩和する政策」が効果的であり、農村部門への移民流入に関しては「規制を強化する政策」が効果的であることを確認した。

<sup>8)</sup> これらの結論は都市地域内における都市インフォーマル部門にて生産される財の価格下落の度合に依存する。需要の価格弾力性が非弾力的である経済ほど、本経済特有の政策的インプリケーションが得られやすいと考えられる。

#### 参考文献

- [1] 福山博文(2010)「ハリス=トダロ・モデルにおける途上国のリサイクル事業と失業」, 経済学論集, 第74号, pp. 59-71.
- [2] 新津晃一(1989)『現代アジアのスラム―発展途上国都市の研究』, 明石書店.
- [3] Ethier, W. J. (1986), "Illegal Immigration The Host Country Problem," American Economic Review, 76(1), pp.56-71.
- [4] Galor, O., and Stark, O. (1991), "The probability of return migration, migrants' work effort, and migrants' performance," *Journal of Development Economics*, 35(2), pp.399-405.
- [5] Harris, J. R. and Todaro, M. P.(1970), "Migration, Unemployment and Development: A Two-Sector Analysis," *American Economic Review*, 60(1), pp.126-142.
- [6] ILO.(2015), "ILO global estimates on migrant workers. Results and methodology. Special focus on migrant domestic workers," https://www.ilo.org/global/topics/labour-migration/publications/WCMS4 36343/lang --en/ index.htm
- [7] Kondo, K(1999), "Permanent Migrants and Cross-Border Workers: The E.ect on the Host Country," *Journal of Regional Science*, 39, pp.467-478.
- [8] Oyvat, C., and Githinji, M.(2017), "Migration in Kenya: Beyond Harris-Todaro," *Department of Economics Working Paper Series*, 2017-02.
- [9] Yabuuchi, S. (2002), "Illegal Immigration, Informal Sector and Development Policies in a Dual Economy," *Arthaniti*, 41(1), pp.97-109.
- [10] Yabuuchi, S., Beladi, H., and Wei,G. (2005), "Foreign Investment, Urban unemployment, and Informal Sector," *Journal of Economic Integration*, 20(1), pp.123-138.

#### Appendix A 命題1と命題2の証明

(12)より、 $q=D^{-1}(X_i)=D^{-1}(L_q)$ となる。この式を(2)に代入すると以下の式を得る。

$$w_{i} = \frac{D^{-1}(L_{\alpha})A_{i}}{2L_{i}^{\frac{1}{2}} + 2L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}}$$
(15)

この式を(11)に代入すると

$$D^{-1}(L_{\alpha})A_{i}L_{i} + 2w_{m}L_{m}L_{i}^{\frac{1}{2}} + 2w_{m}L_{m}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}} = 2w_{a}L_{m}L_{i}^{\frac{1}{2}} + 2w_{a}L_{i}^{\frac{3}{2}} + 2w_{a}L_{i}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}$$
(16)

を得る。(16)に(10)を変形した $L_i = L - L_m - L_a$ を代入して以下の式を得る。

$$D^{-1}A_{i}L - D^{-1}A_{i}L_{m} - D^{-1}A_{i}L_{a} + 2w_{m}L_{m}L^{\frac{1}{2}} - 2w_{m}L^{\frac{3}{2}}_{m} - 2w_{m}L_{m}L^{\frac{1}{2}}_{a} + 2w_{m}L_{m}L^{\frac{1}{2}}_{\alpha}$$

$$= 2w_{a}L_{m}L^{\frac{1}{2}} - 2w_{a}L^{\frac{3}{2}}_{m} - 2w_{a}L_{m}L^{\frac{1}{2}}_{a} + 2w_{a}L^{\frac{1}{2}}_{\alpha}$$

$$+ 2w_{a}L^{\frac{3}{2}} - 2w_{a}L^{\frac{3}{2}}_{m} - 2w_{a}L^{\frac{3}{2}}_{a} + 2w_{a}LL^{\frac{1}{2}}_{\alpha} - 2w_{a}L_{m}L^{\frac{1}{2}}_{\alpha} - 2w_{a}L_{a}L^{\frac{1}{2}}_{\alpha}$$

$$(17)$$

この式に(3)と(9)を代入して以下の(18)を得る。

$$\begin{split} D^{-1}A_{i}L - \frac{D^{-1}A_{i}p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{4w_{m}^{2}} - D^{-1}A_{i}\left(\frac{A_{a}^{2}T}{4w_{a}^{2}} - L_{\beta}\right) + \frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}L^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}} - 2w_{m}\left(\frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{4w_{m}^{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \\ - \frac{p^{2}A_{m}K_{m}}{2w_{m}}\left(\frac{A_{a}T^{\frac{1}{2}}}{2w_{a}} - L_{\beta}^{\frac{1}{2}}\right) + \frac{p^{2}A_{m}K_{m}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}} - \frac{w_{a}p^{2}A_{m}^{2}K_{m}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}^{2}} + 2w_{a}\left(\frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{4w_{m}^{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \\ + \frac{p^{2}A_{m}^{2}K_{m}}{2w_{m}^{2}}\left(\frac{A_{a}T^{\frac{1}{2}}}{2} - w_{a}L_{\beta}^{\frac{1}{2}}\right) - 2w_{a}L^{\frac{3}{2}} + 2w_{a}\left(\frac{A_{a}^{2}T}{4w_{a}^{2}} - L_{\beta}\right)^{\frac{3}{2}} - 2w_{a}LL_{\alpha}^{\frac{1}{2}} \end{split}$$

$$+\frac{w_{a}p^{2}A_{m}^{2}K_{m}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}}{2w_{m}^{2}}+\frac{A_{a}^{2}TL_{\alpha}^{\frac{1}{2}}}{2w_{a}}-2w_{a}L_{\beta}L_{\alpha}^{\frac{1}{2}}=0$$
(18)

この(18)より、 $L_{\alpha}$ 、 $L_{\beta}$  について、陰関数の定理を用いることで得られた結果が命題1と命題2である。