

改良型適応型サンプル値フィルタについて(その5)

小段, 謙一

<https://doi.org/10.15017/255>

出版情報 : 九州大学医療技術短期大学部紀要. 24, pp.37-42, 1997-03. Kyushu University School of Health Sciences Fukuoka, Japan

バージョン :

権利関係 :

改良型適応形サンプル値フィルタについて(その5)

小 段 謙 一

On Improved Adaptive Sampled - Data Filters (V)

Ken-ichi Kodan

When the filter processes the signals, there is a case where the input frequency of the system varies at too short intervals for the system to reach the steady state.

In this paper, the minimum value of the time intervals is discussed, which enable the system to get the period from the output signals even in the above case.

まえがき

改良型適応形サンプル値フィルタで構成した共振器は, 入力信号から基本波を抽出する場合, 共振器のパラメータや共振特性を変更することなく, 短い応答時間で入力周波数の変動に追従することが可能である¹⁾⁻³⁾。

これまでの考察により, 入力周波数の変動が一定時間をおいて連続する場合, その時間間隔の大きさによりシステムから利用できる情報に違いがあることが明らかとなった⁴⁾。

本稿では, システムから得られる情報の内, 周期情報が利用可能となる最小の時間間隔を理論的に導出する。

1. 改良型適応形サンプル値フィルタ

1.1 回路の構成と基本式

改良型適応形サンプル値フィルタ(以下, 改良型フィルタという)の構成を図1に示す。

この改良型フィルタが二次系共振器として動作し, 入力周波数の変動に追従して入力信号から基本波を抽出し得るための基本式は, 次の(1)-(4)である。¹⁾²⁾

$$y_n = x_n + 2r \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \cdot y_{n-1} - r^2 y_{n-2} \quad (1)$$

$$T_i = NT_s \quad (2)$$

$$T_s = T_o / N \quad (3)$$

$$y'_n = y_n + a \cdot y_{n-N/2} \quad (4)$$

但し, T_i , T_s , T_o は各々, 入力周期, サンプル値フィルタのサンプリング間隔, 周期検出用信号 y'_n から検出された周期である。これらは時間とともに変化し, 最終的には T_i と T_o が一致する様に適応動作が行なわれる。(1), (4)式の添字はサンプリング時点を表わしており, n は第 n サンプリング時点を示す。又, r , N , a は改良型フィルタのパラメータであり, 特に N は入力信号一周周期分のサンプリング点数を意味する。

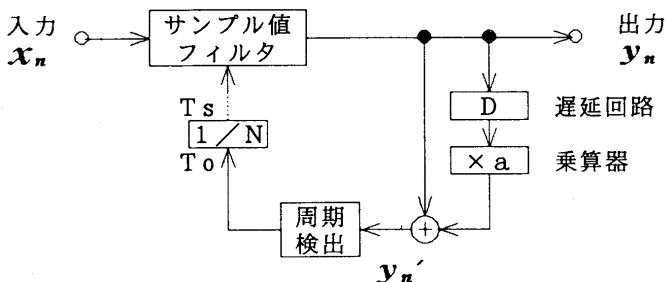


図1 改良型適応形サンプル値フィルタ

次に、共振器の共振特性は次式で与えられる。ここで $H(m)$ は振幅特性、 $\theta(m)$ は位相特性であり、 m は共振器の中心周波数で正規化した周波数である。

$$H(m) = 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos\{2(m-1)\pi/N\}} \cdot 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos\{2(m+1)\pi/N\}} \quad (5)$$

$$\theta(m) = \frac{4m\pi}{N} - \tan^{-1} \frac{\sin(2m\pi/N) - r \sin(2\pi/N)}{\cos(2m\pi/N) - r \cos(2\pi/N)} - \tan^{-1} \frac{\sin(2m\pi/N) + r \sin(2\pi/N)}{\cos(2m\pi/N) - r \cos(2\pi/N)} \quad (6)$$

1.2 入力周波数の変動が連続した場合の応答
簡単な例として、図2の様な連続した周波数変動を考える。

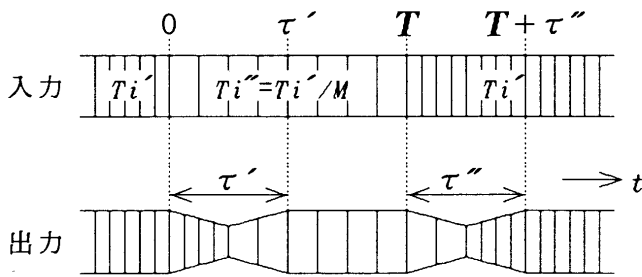


図2 過渡応答波形 (模式図)

この図では入出力波形の包絡線の大きさと周期の変化のみ示してある。又、波形内に周期を記入してある。 M は入力周波数変動率である。

まず、 $t=0$ で定常状態にある共振器の入力周期 T_i を $T_i' \rightarrow T_i''$ にステップ変化させ(応答時間は τ')、 $t=T$ で再び T_i' に戻してやる(入力周期は $T_i'' \rightarrow T_i'$ にステップ変化、応答時間は τ'')。

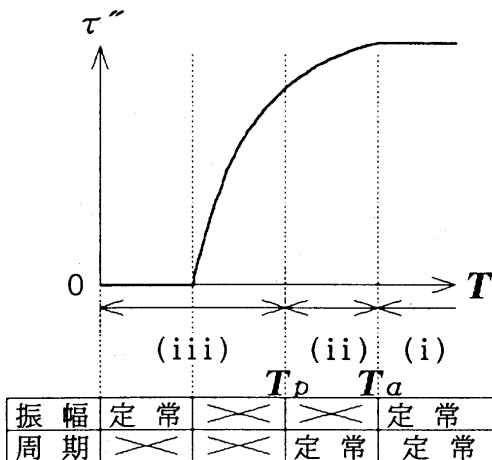


図3 変動の時間間隔と応答時間の関係

これまでの考察を以下にまとめてみる。

(1)~(4)式に基づく計算機シミュレーションによると、変動の時間間隔 T と第2の応答時間 τ'' の間には、入力周波数変動率 M の値にかかわらず図3の模式図に示す様な関係がある⁹⁾。(0.29 ≤ M ≤ 3.4)⁹⁾

図3の(i)の部分では、システムから得られる振幅・周期は $t=T$ でともに定常値に達している。この部分の T の下限値を T_a とする。(ii)の部分では、 $t=T$ で周期のみ定常値になっている。この部分の T の下限値を T_p とする。(iii)の部分では、振幅・周期ともに定常値には達していない。(iii)の内 $\tau''=0$ の部分の振幅が「定常」と記されているが、これは変動が無視されて変動前の定常状態が続いているだけである。

計算機シミュレーションにより、(i)の場合の例を図4-1に、(ii)の場合の例を図4-2に示す。第2の変動時間 T は夫々、 $T > \tau'$ 、 $T < \tau'$ としている。

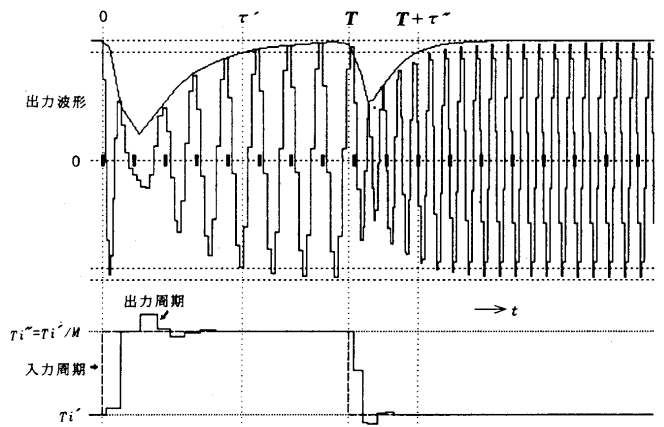


図4-1 過渡応答波形
($T > \tau'$, $M=0.5$, $r=0.92$, $N=8$, $a=0.78$)

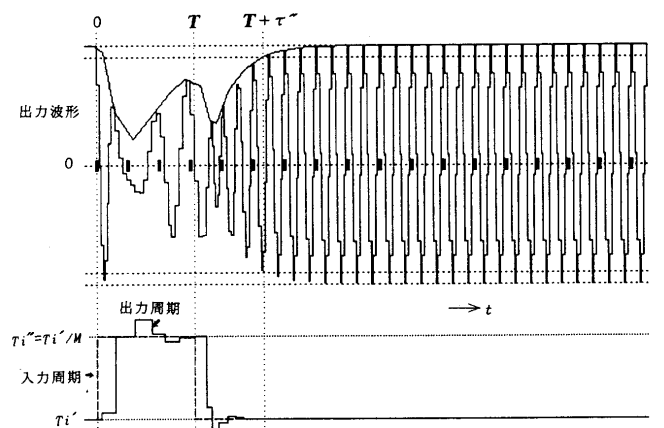


図4-2 過渡応答波形
($T < \tau'$, $M=0.5$, $r=0.92$, $N=8$, $a=0.78$)

これらの図は、 $M=0.5$ の場合である。共振器のパラメータは $r=0.92$, $N=8$, $a=0.78$ としてあり、⁶⁾以下も、この設定で検討を進める。

横軸(時間軸)の1目盛は $T_i''=2T_i'$ 、出力波形の振幅の包絡線は y_n を正弦波で補間して得られたものであり、 y_n 自体は零次ホールドしてある。

図はいずれも図3の特性を良く表わしている。

本稿では、図4-2の場合すなわち入力信号の周期情報のみを利用する場合を考える。入力周波数変動が連続しても、時間間隔が T_p 以上ある時は周期情報の利用が可能であるから、次章では T_p の理論的導出について検討を行なう。

2. 最小時間間隔 T_p に関する考察

入力周期が $t=0$ で $T_i' \rightarrow T_i''$ と変化した後、次の変動($t=T$ で $T_i'' \rightarrow T_i'$)が加わるのは早くともシステムが T_i'' を検出した後であるべきだということが最初に考えられる。

そこで、システムが T_i'' を初めて検出する時点が T_p であると仮定し、この考えを基にして検討を進める。

適応形サンプル値フィルタにおいては、歪の軽減された出力信号を利用して、変動する入力周期を検出する。実際に利用するのは出力信号 y_n ではなく、それを加工した y'_n である。(4)式参照)

そこで、システムが初めて周期変動を検出する時点を求めるため、周期検出用信号 y'_n について検討してみる。

2.1 周期検出用信号 y'_n

先ず最初に定常状態での y_n と y'_n について考える。

定常状態では、共振器出力は正弦波をサンプリングしたものであるので、第 $n-N/2$ サンプリング時点では第 n サンプリング時点での値と大きさは等しく位相は 180° 異なる。すなわち、 $y_{n-N/2} = -y_n$ であるので y_n と y'_n の間には、(4)式より次の関係が成立する。

$$y'_n = (1-a)y_n \quad (7)$$

これは y'_n と y_n が定常状態では同位相であることを意味する。 $(a$ は0と1の間の値を取る)

適応型フィルタの周期検出は、 y'_n を滑らかに結

ぶ線(y' とする)がゼロクロスする間隔から求めている。そこで、 y' がゼロクロスする時点を以下により検討する。

$x_n = -\sin(2n\pi/N)$ とすると、(5)、(6)式より定常状態の y_n を次の様に表わすことができる。

$$y_n = -H(1) \sin\{2n\pi/N + \theta(1)\} \quad (8)$$

$H(1)$ は(5)式より一定値 r 、 N の関数であり、従って一定値となる。 $\theta(1)$ は(6)式より、

$$\theta(1) = \frac{4\pi}{N} - \frac{2\pi}{N} - \tan^{-1}\left(\frac{1+r}{1-r} \tan \frac{2\pi}{N}\right)$$

となり、 $r \approx 1$ の時 $\theta(1) \approx 2\pi/N - \pi/2$ と表わせる。 $N=8$ の時は $\theta(1) \approx -\pi/4$ となり、時間に置き換えると $T_i'/N (=T_s'$ とおく)に相当する。

従って(8)式より、出力 y_n は定常状態では入力 x_n より T_s' だけ遅れた波形となる。 x_n は $t=0$ でゼロとなるので、 y_n を滑らかに結ぶ線は変動後 $t \approx T_s'$ でゼロクロスすることになる。

(7)式より y_n を滑らかに結ぶ線と y' は同位相であるので、 y' も又 $t \approx T_s'$ でゼロクロスすることになる。

ところが実際には $t=0$ で x_n が変化するので y' も変化する。但し、入力周波数が変化しなかった時の x_n と変動した場合の x_n との差はかなり小さく、 x_n の変化の影響は小さいと考えられる。従って実際の場合にも y' は $t \approx T_s'$ でゼロクロスすると考えられる。

2.2 T_p の導出

$t \approx T_s'$ は第1サンプリング時点の近傍であるので y'_0 及び y'_1 について調べてみる。

先ず $y'_0 \sim y'_4$ は、次の様に与えられる。

$$\left. \begin{aligned} y'_0 &= -H(1) \sin\theta(1) > 0 \\ y'_{-1} &= -H(1) \sin\{\theta(1) - 2\pi/N\} > 0 \\ y'_{-2} &= -H(1) \sin\{\theta(1) - 4\pi/N\} > 0 \\ y'_{-3} &= -H(1) \sin\{\theta(1) - 6\pi/N\} > 0 \\ y'_{-4} &= -y'_0 < 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(7)、(9)式より、 $y'_0 = (1-a)y_0 > 0$ となる。

y'_1 については $y'_1 = y_1 + a \cdot y_{-3}$ となるが、 y_1 には(8)式が使えないので(1)式に入力周波数変動後の $x_n = -\sin(2Mn\pi/N) \cdots x_1 = -\sin(2M\pi/N)$ を代入して求める。 y'_1 の M に依らない部分を C とおくと y'_1 は次式の様に表わされる。

$$y'_1 = C - \sin(2M\pi/N) \quad (10)$$

$y'_1 = 0$ となるのは次の2つの M の場合である。

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{N}{2\pi} \sin^{-1}(C) = M_1 \\ M &= \frac{N}{2\pi} \{\pi - \sin^{-1}(C)\} = M_2 \end{aligned} \right\} (11)$$

M の値により、 y'_1 の符号は以下の様になる。

(A) $M < M_1$ 及び $M > M_2$ の時、 $y'_1 > 0$

(B) $M_1 \leq M \leq M_2$ の時、 $y'_1 \leq 0$

(B) の場合は、 $y'_0 > 0$ であったので y'_n を滑らかに結ぶ線 y' がゼロクロスするのは第0サンプリング時点と第1サンプリング時点の間である。

(A) の場合は同様にして y'_2 を調べる必要がある。 M の値により y'_2 の符号は以下ようになった。

(A-1) $M < M_1$ の時、 $y'_2 < 0$

(A-2) $M > M_2$ の時、 $y'_2 > 0$

(A-1) の場合は、 $y'_1 > 0$ であったので y' がゼロクロスするのは第1サンプリング時点と第2サンプリング時点の間である。

(A-2) の場合は、 y' がゼロクロスするのは第2サンプリング時点より後である。この場合変動後の入力周期を検出するのに時間がかかる可能性がある。

(A-1) の場合と (B) の場合を図5に示す。

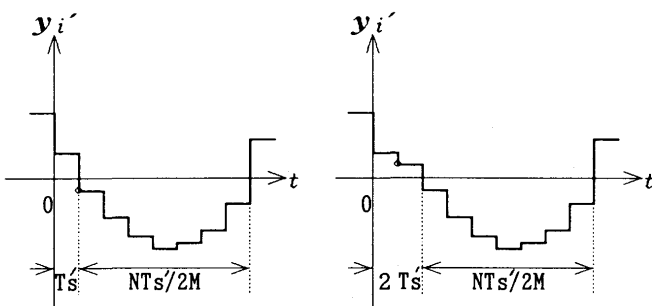


図5 周期検出用信号波形
(左) $M_1 \leq M \leq M_2$ (右) $M < M_1$

実際にサンプル値フィルタのサンプリング間隔 T_s が変化するのはサンプリング時点においてである。そこで図5より以下のことがわかる。

(A-1) の場合、第2サンプリング時点すなわち $t = 2T_s'$ で検出周期は変化する。(B) の場合は、第1サンプリング時点すなわち $t = T_s'$ で検出周期は変

化する。(A-2) の場合は、第2サンプリング時点以降となる。この部分については今後の課題とする。

最初の周期検出時点以降では、改良型フィルタの原理に基づいて変動前の周波数成分はキャンセルされ、変動後の周波数成分が優勢となる。²⁾

従って、次の周期検出時点は最初の周期検出時点より $T_i'/2 = NT_s'/2M$ 後となり、この時点で変動後の入力周期を検出できることになる。

以上より T_p の理論値は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} T_p &= \left(2 + \frac{N}{2M}\right) T_s' \quad (M < M_1) \\ T_p &= \left(1 + \frac{N}{2M}\right) T_s' \quad (M_1 \leq M \leq M_2) \end{aligned} \right\} (12)$$

$r = 0.92$, $N = 8$, $a = 0.78$ の時は $M_1 = 0.8575$, $M_2 = 3.1425$, 又、 $T_p/T_s' = 2 + 4/M$ ($M < 0.8575$), $T_p/T_s' = 1 + 4/M$ ($0.8575 \leq M \leq 3.1425$) となる。

3. T_p の理論値とシミュレーション値との比較

前章の考察により T_p の理論値が求められたので、これを計算機によるシミュレーション値と比較する。(図6, $r = 0.92$, $N = 8$, $a = 0.78$)

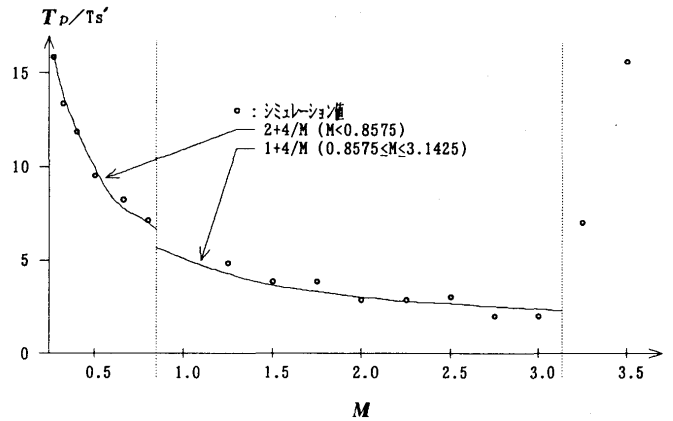


図6 入力周波数変動率 M と最小時間間隔 T_p の関係
($r = 0.92$, $N = 8$, $a = 0.78$)

理論値はシミュレーション値と良く合致している。 $M > M_2$ では T_p が大きくなることも示されている。

又、図より $0.29 < M < 3.14$ のすべての M にわたって $T_p/T_s' < 16$, すなわち $T_p < 2T_i'$ となっている。

これは、文献5)の第3章に示した様に、変動前の

入力周期の2倍以上の間隔をおいて変動が連続した場合は、入力周波数変動率 M の値にかかわらず入力信号の周期情報を利用することができることを示している。

次に、第2の変動時点 T をこの T_p の理論値の前後で変化させ、検出周期が、振幅も周期も定常値を取る $T=T_a$ の場合の値からどの程度隔たっているかを求めた。隔たりの割合を δ とし、次の式で表わす。

$$\delta(\%) = \left| \frac{\text{検出周期}(T) - \text{検出周期}(T_a)}{T_i - \text{検出周期}(T_a)} \right| \times 100 \quad (13)$$

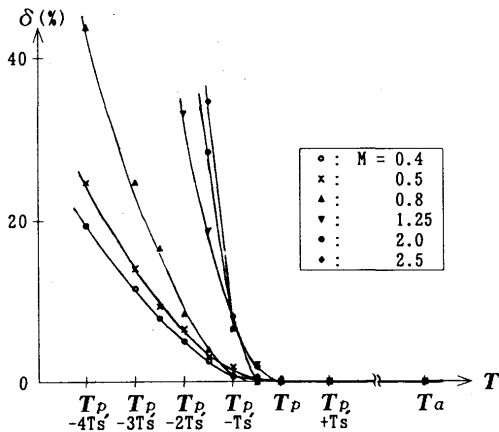


図7 変動時間間隔 T と δ の関係
($r=0.92, N=8, a=0.78$)

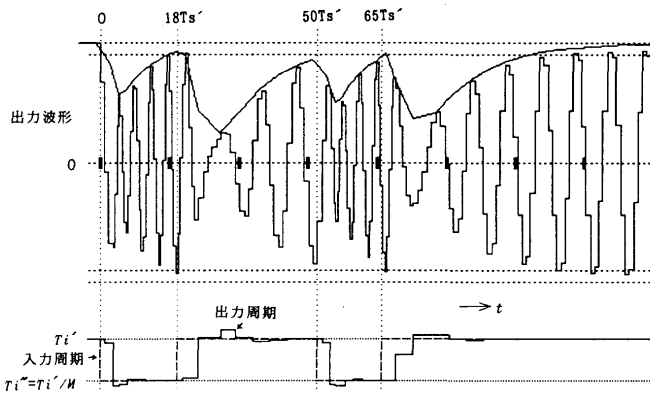


図8 入力周波数変動を多数回繰り返した場合の過渡応答波形 ($M=0.5$ と $2, r=0.92, N=8, a=0.78$)

図7は T と δ の関係を示したもので、 T が T_p の理論値より大きい時は、振幅が定常値に達した後に第2の周波数変動が起きる場合と同じ周期が検出されることがわかる。このことにより(12)式の正しさが証明された。

最後に周波数変動が多数回繰り返された場合の過渡応答波形を図8に示しておく。

多数回の変動にもかかわらず、入力信号の周期情報が得られていることがわかる。

あとがき

以上の考察により、入力信号の周期情報のみを利用する場合、入力周期の変動の時間間隔は最低どれだけ必要かということが理論的に求められ良好な結果を示した。

今後の課題としては、第2章の(A-2)の場合の検討があり、現在検討中である。

参考文献

- 1) 小段謙一: 適応形サンプル値フィルタについて. 九大医短大紀要, 14, 15-21, 1987
- 2) 小段謙一: 適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善. 九大医短大紀要, 15, 7-10, 1988
- 3) 小段謙一: 改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間. 九大医短大紀要, 16, 19-21, 1989
- 4) 小段謙一: 改良型適応形サンプル値フィルタについて(その2). 九大医短大紀要, 20, 19-22, 1993
- 5) 小段謙一: 改良型適応形サンプル値フィルタについて(その3). 九大医短大紀要, 21, 13-16, 1994
- 6) 小段謙一: 改良型適応形サンプル値フィルタについて(その4). 九大医短大紀要, 22, 27-30, 1995