九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

平面上に配置された局所的交流をするエージェントへの外部入力による状態変化進行の特性分析とその応用

時永, 祥三
九州大学大学院経済学研究院

岸川, 善紀
宇部高等専門学校経営情報学科

https://doi.org/10.15017/25233

出版情報：經濟學研究. 79 (1), pp.21-38, 2012-06-29. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

平面上に配置された局所的交流をするエージェントへの外部入力による状態変化進行の特性分析とその応用

時　永　祥　三
岸　川　善　紀

1　まえがき

経済社会における構成メンバーのグループ化や状態の変化の時間進行の事例として, 居住地域における住民の移動 (都市化の広がり) や, インターネットコミュニティにおけるメンバー数の増減によるサイトの活発化と衰退の現象の分析が行われている [1]-[5]. また, 人口密度の濃淡や雇用失業の地理的な配置も均等ではないこと, あるいは状態が移動することが論じられている [6]-[11]. また CNN(Cellular Neural Network) における進行波の分析は, 人工的なシステムばかりではなく現実への応用の可能性も有している [12]-[14]. これらのモデルにおいては, エージェントの選好に基づく活動は本来, 広域的に行える環境があるにもかかわらず, 現実には局所的な雇用や交易が主流となっている事実の重要性が指摘されている. しかしながら, これまでの研究では簡単なエージェント行動のモデル化にもとづいて行われている問題があり [1][4][7], 更にわれわれの行った研究においてもエージェントの状態変化が時間とともに進行する条件についての分析は行われていない [15]-[17]. 本論文では, 平面上に配置された局所的交流をするエージェントに対する外部入力による状態変化進行の特性分析について述べる [18].

本論文では, まず, 平面上の格子点にエージェントが配置されると仮定し, エージェント行動について 2 つのモデルを導入する. なお基本となるモデルは, 経済における生産と消費の活動を行うエージェントのモデルであるが, 話を分かりやすくするために, インターネット・コミュニティなどに参加する利益を最大化する基準により, エージェント行動をモデル化する. 第 1 番目のモデルはエージェントは周辺 (局所) の情報を用いて最適と考える移動先を決めるモデルであり, エージェントが移動する場合に, コストをともなう仮定を用いる. 第 2 番目のモデルにおいては, エージェントが局所的交流に基づいて活動度 (状態) を変化させる. これらの 2 つのモデルにおいては, 特に外力を加えない場合には, 時間の経過とともにエージェントの状態は定常状態にいたる性質をもつことを整理する. 次に平面の 1 点からエージェントの状態を変化させる外部入力を加えた場合には, エージェントの状態の変化がこの 1 点からはじまる現象について述べる. しかしながらエージェント配置の条件によって状態変化の進行の特性が異なるために, 人工的なデータに基づくシミュレーションによる考察をもとにして, このようなエージェント状態の変化が進行する条件を推定する. 応用例として, エージェント配置を平面上ではなくスケールフリーネットワーク上に配置した場合における分析を述べると同時に, 現実のデータを用いて, エージェント状態の時間変動を発生させるエージェント行動決定 (地域的変動) を推定する事例の考察を行う [19]-[23].

以下,2. および 3. では平面上に配置された局所的交流をするエージェント行動の基本モデルについて述べる. 4. では人工的なデータを用いたシミュレーションにより, エージェント状態の変化が進行する条件をもとめる. 5. 応用例においては, エージェント配置をスケールフリーネットワーク上に拡張した場合の特性と, 現実の観測データを用いたエージェント行動決定の推定について考察する.

2　局所的交流をするエージェントの基本モデル

2.1　エージェント移動の基本モデル

平面上に配置されたエージェントの利益最大化行動をモデル化する場合に, その情報の収集と働きかけを行う範囲を周辺 (局所) に限定するケースでは, 限定しないケースとは異なる現象が観測されることが示されている. なお本論文で示す方法論は, コミュニティのほかに, 居住地域での住民移動や地理的な雇用状況の時間変化を分析することなどへの応用が可能であるが, 問題を分かりやすくするために, 経済分野で示されたモデルをもとに, インターネットコミュニティでの一般的なグループへの参加や退去を用いた説明を行うことにする.

コミュニティでのサイトへの参加は任意のものであり, メンバーが参加の意義を感じない場合には, 容易に退去が起こることは多くの研究で指摘されている [1]. また住民の移動や居住の選択も, ある地域に移動することで, 住民が利益を感じることをモデル分析の基本としている [4]. エージェントの状態を表現する方法にはさまざまなものがあると思われるが本論文では,1) エージェントの移動と, 2) 活動度 (状態) 変化の 2 つのモデルを用いる. なおこれらのモデルの基本となるモデルは, これまでの先行研究で提案されたものであるが, 本論文ではこれらを拡張している.

ここではまず第 1 番目のモデルとしてエージェントが複数サイト間を移動するモデルを考察するが, 最初にこの背景にある基本モデルをもとにして, 平面上にエージェントを配置したモデルの概要を整理しておく. なお本論文で参照するモデルは, 文献 [10] において経済モデルとして導入されているが, ここでは変数の定義を変更することにより, 一般的なコミュニティへのエージェントの参加, あるいは移動のモデルへと拡張している. このため, 次のように文献 [10] における変数などの定義を変更する (文献 [10] に示されているモデルの概要は, 付録にまとめている).

生産を行う格子点 $\rightarrow$ オープンソフト開発などのサイト

企業 $\rightarrow$ サイト運営者, ただし利益は留保しない

地域 i における労働者の賃金 $w_i \rightarrow$ エージェントがサイト i に参加することで得られる満足度やメリット w_i

地域 i において製造する製品と価格 $p_i \rightarrow$ サイト i におけるプロダクトや知識創造物 (産出物と呼んでおく) とその産出物の評価値 p_i

なお w_i は p_i に比例するという仮定を用いる.

なお文献 [10] においては, エージェントが存在するサイトは 1 つであり, このサイトからもう 1 つのサイトへとエージェントが移動可能とするモデルが用いられている. しかし本論文では, このような制

限を設けることはしていない. この理由として, 以下で行う複数のサイトの間における労働エージェントの移動モデルの基本となるメカニズムは, 経済では一般均衡としてよく知られている定式化であり, 複数の労働者 (同時に消費者でもある) と, 複数の生産者を仮定している [24]. また文献 [10] における主たる分析の対象は, エージェント移動のカオス性変動であり, 本論文で述べるようなエージェント移動が均衡する (定常化する) ケースを分析の対象としてはいない (われわれの分析ではサイト個数が 3 まではエージェント移動にはカオス性変動が観測されるが, この個数が 4 以上の場合には変動せずに収束する, 詳細は省略する)[17]. 本論文では変動ではなく, 定常状態におけるエージェント配置を分析の対象としている.

以下では, 仮想的に複数のサイト $i(i = 1, 2, ..., N)$ が存在し (サイトの総数を N とする), これらのサイトのなかで第 1 番目のサイトだけがエージェントのプールであり, 複数 (合計 L 人) のエージェントがおり, エージェントはこれ以外のサイトへも移動可能であると仮定する. なお, 説明では一般にサイト数 N が 3 以上であるケースも含めて式を示す. エージェントがこの第 1 番目のプールから離脱して, これ以外のサイトへ i へと移動する比率を λ_i としておく ($i = 1$ の場合にはこのプールにとどまることを意味する).

エージェントが興味をもつ産出物がサイトにおいてエージェントの協調関係により生みだされ, 簡単のためそれは 1 種類としておく. サイトでは一定数量 q の産出物を生産し, その費用 c は固定部分と, 数量 q に比例する部分からなりたち, $c = \alpha + \beta q$ により与えられると仮定する. サイト i におけるエージェントの満足度を $w_i(t)$ としておく. なお, 以下ではモデルを時間 t の関数として議論するので, 変数は t の関数として与えられる. このような前提のもとでサイトにおける最適な産出のためには, 産出物の評価値 $p_i(t)$ は $p_i(t) = \beta\alpha w_i(t)/(\sigma - 1)$ のように設定することが必要となることが示されている [10]. ここで $\sigma(\sigma > 1)$ は産出物の間における弾性値である. エージェント数についてすべてのサイトを合計した総数を L とし, サイト i における割合を $\lambda_i(t)$ とする.

このようなモデル化のもとで, エージェントは自身の要求が充足 (効用が最大化される) ような行動を追及する. 一般には, すべてのサイトにおけるこのような均衡条件 ($\lambda_1(t) = \lambda_2(t) =, ..., = \lambda_N(t) = 1/N$ である) が容易に検出できて, 時間が経過しても変化しない. しかしながら, 産出物の移動にコスト $T > 1$ が必要である場合には $\lambda_i(t)$ が時間的に変動し, しかもその変動はパラメータ T に依存して, $N = 2$ の場合にはカオス的な変動を示すことが分析されている (ここではカオス変動は議論しない)[10].

以下ではモデルの説明において重要な式のみ整理しておく. まずサイト i における産出物の需要は次で与えられる [10][24].

$$d_i(t) = \mu[\sum_{j=1}^{N} Y_j(t)\hat{G}_j(t)^{\sigma-1}]p_i^{-\sigma} \tag{1}$$

$$G_i(t)^{1-\sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j(t)\hat{p}_j^{1-\sigma}, n_j(t) = \lambda_j(t)L/l \tag{2}$$

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L \tag{3}$$

$$\hat{p}_j(t) = \begin{cases} p_j(t),\ i = j; \\ p_j(t)T,\ i \neq j \end{cases} \quad \hat{G}_j(t) = \begin{cases} G_j(t),\ i = j; \\ G_j(t)/T,\ i \neq j \end{cases} \tag{4}$$

F は文献 [10] では農業労働者の総数で, それぞれの地域に均等に配置され, その賃金は同じであると規定されている (農業生産物の価格は 1 に規格化されている). 農業労働者は工業生産物も購入する. したがって, いまの問題に適用すると, F はサイトの運営者が相手にする定常的な参加者として定義でき, エージェントの移動にかかわらず, サイトの運営者が得るメリットである. 式の中の変数は $l = \alpha\sigma$ により与えられ, μ は F および L から決まる. どのサイトにおいても産出物の数量は同じであることが要求され (評価値と満足度が比例することによる), 式 $d_i(t) = q$ が満足すべき方程式になる. 更に, サイトにおける $\lambda_i(t)$ の遷移については, 次のような過程をたどる [10][11].

$$\lambda_i(t+1) = \lambda_i(t) + L\gamma \prod_{k=1}^{N} \lambda_k(t) \ln \prod_{k=1}^{N} [\frac{p_i(t)}{p_k(t)} (\frac{G_k(t)}{G_i(t)})^{\mu}] \tag{5}$$

なおエージェントがサイト i へと移動する割合 $\lambda_i(t+1)$ の合計は, 時刻 $t+1$ においても 1 になる. エージェントがサイトから移動を決める指標として式 (5) を見ると, 次のように解釈することができる. まず $\frac{p_i(t)}{p_k(t)}$ は当該のサイト i に滞留することによるメリットを, 他のサイト k のそれと比較した相対値であり, この数値が大きいほどここに滞留する. エージェントが移動可能な相手のサイトの全部について, この評価を行う. 次に項 $(\frac{G_k(t)}{G_i(t)})^{\mu}$ は, 原著では物価水準と呼ばれているものであり, このサイト i で産出物を手に入れるときのサイト k に対する相対的な割高感の相当する (この数値で割引を行う). $L\gamma \prod_{k=1}^{N} \lambda_k(t)$ は, 移動の速度を規定する項である.

2.2 平面上のエージェント配置への拡張

これまで整理してきたサイトが 2 つのモデルを, 平面上にエージェントが配置されるケースへと拡張する. 基本的には, ある格子点におけるエージェント配置が周辺の格子点のエージェント配置と, 関連をもつことができると仮定している. 別の格子点への産出物の移動のコストは T であると仮定しておく. 以下では格子点にエージェントが配置されているとし, 隣接するサイトは類似する話題を提供しており, これをもとにして格子点のエージェントの間で局所的交流が行われる仮定しておく.

Model P:平面上エージェント配置モデル

これまで述べてきたエージェントの関係が対象サイト以外には広がらない場合と比較して, 平面上にエージェントが配置される場合には, 隣接する領域の間でオーバーラップする関連性が生まれてくるので, 分析は複雑となる. なおエージェントを平面配置へと拡張したモデルである Model P にはおいては, 地域間でエージェント移動が閉じているモデルとは異なり, それぞれの格子点 (i, j) におけるエージェント総数を求め ($\Lambda_{i,j}$ としておく) , これを地域間エージェント移動モデルにおける λ_i に代替する必要がある. 式としては $\Lambda_{i,j} = \sum_{k \in K} \lambda_k$ として表現できる. ただし K は格子点 (i, j) に接続されてい

る格子点 k の集合であり, λ_k はこの格子点 k から格子点 (i,j) へ流入するエージェントの割合である. すなわち, それぞれの格子点からエージェントが平面的に移動を行うため, 移動先の格子点 (i,j) においては, これらを合計した値 $\Lambda_{i,j}$ を用いる必要がある. これにともなって格子点におけるエージェントの満足度 $Y_{i,j}$ と産出物の価格 $p_{i,j}$ もあらためて定義される.

話を分かりやすくするために, 平面のある領域の中心の座標を $(0,0)$ として, この周辺に配置されたエージェントの相互関係を式により示す.

$$d_{0,0} = \mu[\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1} Y_{i,j}\hat{G}_{i,j}^{\sigma-1}]p_{0,0}^{-\sigma} \tag{6}$$

$d_{0,0}, p_{0,0}$ は座標 $(0,0)$ における産出物の需要と評価値であり, $Y_{i,j}$ は座標 (i,j) に移動してきたエージェントの満足度合計である. これ以外の座標, 例えば $(0,1)$ における $d_{0,1}$ を与える式も, 同様に求めることができ, 右辺には $Y_{i,j+1}$ が含まれる. このように, 注目する $d_{i,j}$ の座標が $(0,0)$ から 1 つずれた場合には, 右辺に加わる変数も $d_{0,0}$ を記述する変数とは異なるものになる. したがって, 式 (6) に示す均衡条件を与える評価値を計算するには, 全部の平面における評価値 $p_{i,j}$ を同時に求める必要がある.

このような均衡条件が成立するための評価値 $p_{i,j}$ を解析的に求めることはできないので, 本論文では逐次的な計算方法を用いている. すなわち, ある時刻には価格 $p_{i,j}$ 以外は既知であるとして $p_{i,j}$ を推定し, 次のステップではこの評価値以外のある評価値について, 同様な近似的な推定を行い, 推定値の変化が小さくなるまで繰り返し計算をする.

このようにして得られる格子点へと流入するエージェントの割合の合計 $\Lambda_{i,j}$(表面データと呼ぶ) は分析結果により, マルチフラクタルとなっていることが分かる. ただし, 本論文では表面データが定常状態の達することだけを用いているので, マルチフラクタル分析の詳細は省略する [15][16].

パラメータ σ の違いによりいくつかの異なるエージェントの定常状態を実現することができるので (詳細は後述する), σ の違いにより以下の Case A〜Case C を定義している.

Case A:$\sigma = 2.5$

Case B:$\sigma = 5$

Case C:$\sigma = 7.5$

これらのケースの違いは, エージェントが産出物を選択する場合の弾性値 σ の大小の区別である. この値が大きい場合は, エージェントは産出物の評価値の上昇に対して, 必要量 (商品の購買量に相当する) を急激に減少させることに対応する.

3 エージェント活動度のモデルによる特性分析

3.1 エージェントの活動度のモデル

ここに示す第 2 番目のモデルは, エージェントがサイトへの参加/不参加を決めるモデルとして用いられているほか, 地域的な雇用/失業のモデル分析にも応用されている [6]-[9]. 以下では文献 [7] に示さ

れた基本モデルを用いるが, 本論文での議論に適合するように拡張を行っている. まず最初に, 基本となるモデルとして, 平面上の格子点 c に複数のエージェントが配置されており, 局所的交流によりこれらが活動的である割合を変化させるケースを仮定する.

Model S:エージェントの活動度モデル

格子点におけるエージェントの中で, この格子点 c のサイトに参加している割合を状態変数 $x^c(t)$ で表し, サイトにおけるエージェントの活動度と呼ぶことにする. なお文献 [7] では格子点における単独のエージェント配置と, 離散的な活動度 (1 かゼロかをとる離散値) としているが, 本論文では複数のエージェント配置と, 連続変数の活動度として定義している. 一般的な仮定として, あるサイトには周辺のサイトのエージェンからの部分的な参加があること, 格子点のエージェントは周辺のサイトの活動度を参考にして, サイトへの参加を決めると設定しておく.

このようなモデルにおいて, より効率的に均衡解を求める方法としてサイト運営者とエージェントの双方の利益を全体して眺めることができる planner を導入する手順が示されている [7]. あるサイトでのエージェントの満足度 $u^c(t)$ は格子点 c の周辺 S_c のエージェントの活動度の一部を含むと仮定し, 周辺 S_c に含まれるエージェント数を N_c とする. またエージェントが格子点のサイトに参加しない場合には, エージェントは無条件に $\rho_B(0 \leq \rho_B \leq 1)$ である満足度を得ると仮定する. このエージェントの時刻 t における満足度の期待値 $u^c(t)$ の最大化問題を planner から見て形式的に示すと, 次のようになる.

$$\max_{x^c(t)} u^c(t) = \phi[(1 - x^c(t))\rho_B + min[x^c(t), \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d(t)]] \tag{7}$$

ここで $x^c(t), x^d(t)$ は格子点 c, d におけるエージェントの状態, $p(d, c)$ は格子点 d のエージェントが活動している場合に, 格子点 c のエージェントが満足度を得る割合 (確率) である. 以下では簡単のため, $p(d, c) = 1/N_c$ と仮定しておく. なお関数 $\phi(.)$ は文献 [7] において単調な増加関数 (monotomic increasing function) であれば特別な形状を仮定する必要は無いとして定義され, 単純に $\phi(z) = z$(identity function) とされていることを考慮して, この形状を用いることにする.

原理的には, エージェントの最適な行動は式 (7) から得られる解によるものが望ましいものとなる. しかしながら, 式 (7) におけるエージェントの状態は時刻 t における値であり, 左辺に示す状態変数の時刻も t であり, 連立方程式を解く問題に帰着され複雑となる. このような式 (7) に示す解による行動を, 合理的期待に基づく行動と呼ぶ. しかしながら, このような解は一般的には容易には得られないので, 代替的な方法を用いる. いま, 右辺に含まれるエージェントの時刻 t における状態は, 近似的に時刻 $t-1$ と同じであるとする期待を仮定した場合 (このような場合を適合的期待による行動と呼ぶ) には, 式 (7) における左辺の値を求めることができる.

$$\mu(x^c(t-1)) = \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d(t-1) \tag{8}$$

$$x^c(t) = \begin{cases} g_1(\mu(x^c(t-1)),\ if\ \mu < \rho_B; \\ g_1(\mu(x^c(t-1))\ or\ g_2(\mu(x^c(t-1)), \\ \qquad if\ \mu(x^c(t-1) = \rho_B; \\ g_2(\mu(x^c(t-1)),\ if\ \mu > \rho_B; \end{cases} \tag{9}$$

なお $\mu = \rho_B$ のケースが発生した場合には, ランダムに $x^c(t) = g_1(.)$ か $x^c(t) = g_2(.)$ かを選択する.

Model S においても, エージェントの状態は時間の経過とともに一定の値に収束することが確認でき, これらのデータを平面上の値として描いた場合の表面データは, マルチフラクタルとなることが分かる. なお Model P における分析と同様に, 本論文ではこのマルチフラクタル性の分析については述べない [15][16]. ここで $x^c(t)$ を表面データとみなした場合には, 関数 $g_1(.), g_2(.)$ の違いにより状態変化の進行から見た場合に, いくつかの異なる形状を実現することができる. なお関数 $g_1(.), g_2(.)$ の形状のほかのパラメータとして閾値 ρ_B があるが, 今回考察する状態変化の進行に関しては, 本質的な違いは見出せないことが多くのシミュレーション結果より分かるので, 以下では $\rho_B = 0.5$ として固定しておく. また 2 つの関数 $g_1, (.), g_2(.)$ は単調増加関数としておけば, データのマルチフラクタル性に大きな差異は発生しないことも確認できる. したがって, これらの 2 つの関数はそれぞれの線形の関数としておき, これらの境界における差異を $g_2(\rho_B) - g_1(\rho_B) = g_B \geq 0$ として定義しておく. これにより全体は関数 $g_1(.)$ と $g_2(.)$ とからなる区分線形関数になる. 式として表現すると, $g_1(.), g_2(.)$ は次のような簡単な式となる.

$$\begin{aligned} g_1(\mu) &= \mu(1 - g_B), \\ g_2(\mu) &= 0.5 + 0.5g_B + (\mu - 0.5)(1 - g_B) \end{aligned} \tag{10}$$

なおこれ以外の関数の形状を仮定した場合には, 本論文で目的とするようなエージェント状態は得られない. 例えば, 関数 $g_1(.), g_2(.)$ を単調減少関数とした場合には, エージェント状態は変動を続けて, 安定した表面データは得られない. また $g_B < 0$ の場合にも, 時間の経過とともにエージェント状態が安定することはない.

関数の形状を決める g_B とエージェント状態の変化については, 以下のようにまとめられる. g_B が小さい場合には, 時間進行とともにすぐにエージェント状態は安定し, エージェントの状態からなる表面データはマルチフラクタルとなる (データは連続的な値をとる). これに対して g_B が大きくなるとエージェント状態が 1 である集合を状態が 0 であるエージェントが取り囲むような, いわゆるクラスタが形成される.

4　エージェント状態変化進行の条件

4.1　Model P の場合

以下ではまず, 平面上でのエージェントの局所的交流モデル Model P において, エージェント状態変化進行の特性を, シミュレーションをもとにして検討する. ここに示す局所的交流を行うエージェント状態の分析の例として, 次のようにパラメータを設定した場合の例を示す.

平面のサイズ 50×50

$L = 200.0, \alpha = 1.0, \beta = 1.0, \sigma = 5.0$

$\gamma = 0.4, T = 2.8$

この条件のもとで, 十分な時間が経過したあとのエージェント状態である格子点の上のエージェントの総数, すなわち隣接する格子点から流入するエージェントの割合の合計 $\Lambda_{i,j}$ の例を図 1 に示しておく ($\Lambda_{i,j} = \sum_{k \in K} \lambda_k$ として表現でき,K は格子点 (i, j) に接続されている格子点 k の集合, λ_k はこの格子点 k から格子点 (i, j) へ流入するエージェントの割合). ただし表示の都合上, この表面の 50×50 部分だけを示している.

次に, この均衡状態において中心の格子点 c に外力を印加したあとのエージェントの状態変化を見てみる. 外力として以下では, 中心の格子点 c におけるエージェントの移動を, 強制的に 1 つの方向にだけ振りむけるケースを考える. 例えば, 格子点 c から接続されて 4 つの方向 (番号 2〜5 で区別する, 番号 1 はこの中心の格子点に対応する) に振り向けられるエージェントの移動割合について $\lambda_2 = 1, \lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$ とする. この場合の λ_2 の方向を順方向 (forward) と呼び, 反対の方向を逆方向 (backward) と呼ぶことにする.

図 2 には時刻 $t = 0$ において平面の中心の格子点 c に外力を加えた場合の $t = 1$(上の図) および $t = 5$(下の図) における, この中心の周辺の格子点のエージェントの状態の時間変化を示している. この図 2 から分かるように, 1 つの格子点におけるエージェント状態の変化は時間の経過とともに, 隣接する格子点のエージェントの状態変化を誘発し, 状態変化を進行させている. しかしながら, このエージェント状態の進行は, やがて離れた場所では小さくなり消滅することになる. 状態変化の進行は単純ではなく, 順方向にはプラスとなる一方で, 逆方向にはマイナスとなりまた振動する形状も見られる.

表 1 には, このようなエージェント状態変化の進行とパラメータとの関係を, 多くのシミュレーション結果をもとにしてまとめている (それぞれのケースごとに変数の初期値を変えながら 30 回試行する). 表 1 では, ある格子点におけるエージェント状態を変化させた場合に, 時間が経過した場合の格子点から d の距離にある格子点における状態変化の値を σ の値ごとに, 順方向と逆方向別に示している. ただし, 格子点の垂直および水平方向に離れた格子点だけを考察する ($d = 0$ は中心の格子点 c). 表 1 においては状態変化の平均値を示しており, 括弧の中は変化の大きさが最大となる時刻を示している. この結果から, 次のようなことが分かる.

(1) 方向の影響

格子点から隣接格子点の方向による影響を, 状態変化が伝わり隣接格子点における状態の最大値をと

るときの符号と大きさから見た場合には, 順方向に配置された格子点においては, 隣接格子点では減少するが, その隣の格子点では増加する, ある種の振動が観測される. これに対して逆方向に配置された格子点においては, 多少の違いはあるが, 状態変化はマイナスとなっている.

(2) σ の影響

隣接格子点と格子点の関係を順方向あるいは逆方向に固定して考えた場合には, 状態変化が大きくなる場合は $\sigma = 5$ あるいは $\sigma = 7.5$ となっている. このことは, σ が相対的に大きくエージェント行動においてある種の選択行為が入る場合には, エージェントの状態変化が相対的に大きくなると言える. 状態変化が相対的に大きくなるケースは, 隣接格子点と格子点の関係が順方向で $\sigma = 5$ となる場合である.

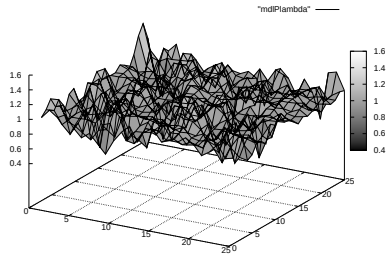

図 1.Model P におけるエージェントの状態の均衡点の例

Fig.1-An example of equilibrium of agents' state for Model P

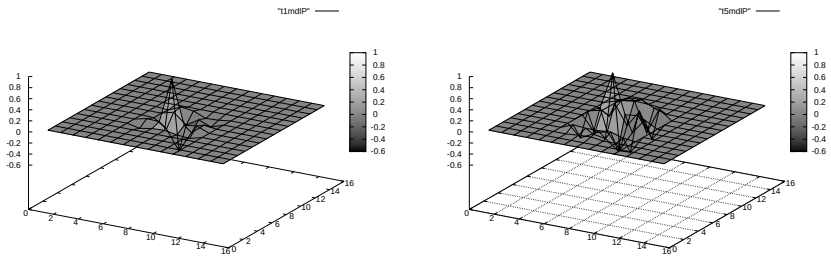

図 2.Model P における外力印加によるエージェントの状態の時間変化の例

Fig.2-An example of changes of agents' state along time for Model P after imposing external force

表 1. エージェント状態変化の進行とパラメータとの関係 (Model P)

Table 1-Relation between the parameter and progress of state change of agents (Model P).

forward	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$
$\sigma = 2.5$	-0.19(1.1)	0.83(1.0)	0.1(1.1)	0.01(3.0)
$\sigma = 5$	-0.5(1.2)	0.90(5.2)	-0.15(5.0)	-0.01(4.2)
$\sigma = 7.5$	-0.2(1.0)	0.9(1.1)	0.16(5.1)	-0.03(4.3)
backward	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$
$\sigma = 2.5$	-0.19(1.1)	-0.26(1.1)	0.11(5.0)	0.06(6.0)
$\sigma = 5$	-0.52(1.1)	-0.22(1.2)	-0.28(5.1)	0.12(6.2)
$\sigma = 7.5$	-0.2(1.0)	-0.33(5.0))	0.45(5.1)	0.32(5.4)

4.2 Model S の場合

次に, エージェントの活動度を用いた Model S のケースにおける, エージェントの状態変化の進行を分析する. この条件のもとで, 十分な時間が経過したあとのエージェント状態である格子点の上のエージェントの活動度の例を図 3 に示しておく. ただし表示の都合上, この表面の 50×50 部分だけを示している. 次に, この均衡状態において中心の格子点 c において外力を印加したあとのエージェントの状態変化を見てみる. 外力として以下では, 中心の格子点 c におけるエージェントの活動度 $x(t)^c$ を無条件に 1 とするケースを考える. この場合には Model P とは異なり, 外力の影響の進行は等方向であり, 特に方向は区別しない. ただしエージェントの活動度 $x(t)^c$ が 1 に近い場合には, 外力の影響が分かりにくいので, 中心における $x(t)^c$ の値を $x(t)^c < 0.2$ に制限した場合を考察している.

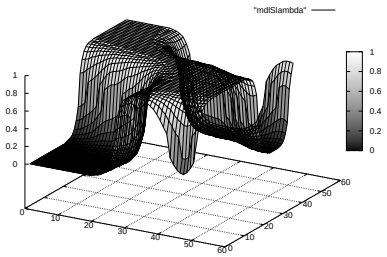

図 3.Model S におけるエージェントの状態の均衡点の例
Fig.3-An example of equilibrium of agents' state for Model S

図 4 には時刻 $t = 0$ において平面の中心の格子点 c に外力を加えた場合の $t = 1$(上の図) および $t = 5$(下の図) における, この中心の周辺のエージェントの状態の時間変化を示している.

この図 4 から分かるように, Model P と比較するとやや単調な変化の進行となっており, 中心の格子点におけるエージェント状態の変化は時間の経過とともに, すべての方向に進行している. このエージェント状態の進行は, やがて離れた場所では小さくなり消滅することになる.

表 2 には, このようなエージェント状態変化の進行とパラメータとの関係を, 多くのシミュレーション結果をもとにしてまとめている.(それぞれのケースごとに変数の初期値を変えながら 30 回試行する).

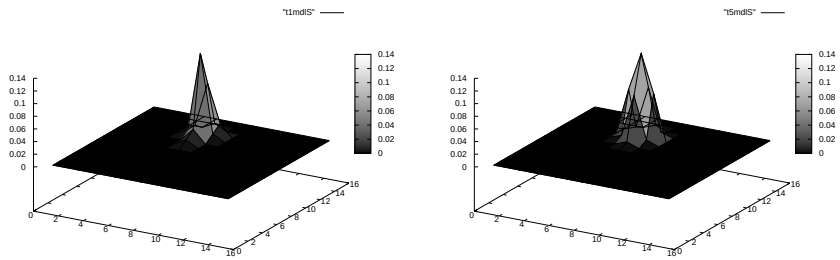

図 4.Model S における外力印加によるエージェントの状態の時間変化の例
Fig.4-An example of changes of agents' state for Model S after imposing external force

表 2. エージェント状態変化の進行とパラメータとの関係 (Model S)

Table 2-Relation between the parameter and progress of state change of agents (Model S).

$r=1$	$d=0$	$d=1$	$d=2$	$d=3$
$g_B=0.1$	0.08(2.0)	0.15(5.0)	0.01(5.1)	0.01(7.0)
$g_B=0.2$	0.17(2.0)	0.07(4.2)	0.01(5.0)	0.01(6.2)
$g_B=0.3$	0.22(1.0)	0.31(2.1)	0.19(5.1)	0.03(6.3)
$g_B=0.4$	0.17(1.0)	0.07(3.0)	0.01(4.6)	0.01(6.5)
$r=1.7$	$d=0$	$d=1$	$d=2$	$d=3$
$g_B=0.1$	0.11(1.0)	0.12(1.0)	0.04(4.1)	0.01(5.0)
$g_B=0.2$	0.29(4.0)	0.31(5.2)	0.28(5.0)	0.01(6.2)
$g_B=0.3$	0.06(5.0)	0.09(5.1)	0.05(5.1)	0.03(6.3)
$g_B=0.4$	0.05(5.1)	0.09(5.0)	0.06(5.0)	0.01(6.5)
$r=2.4$	$d=0$	$d=1$	$d=2$	$d=3$
$g_B=0.1$	0.07(1.0)	0.07(1.0)	0.01(2.1)	0.01(3.0)
$g_B=0.2$	0.07(1.0)	0.06(1.2)	0.01(2.0)	0.01(4.2)
$g_B=0.3$	0.05(1.0)	0.05(1.1)	0.01(1.1)	0.03(4.3)
$g_B=0.4$	0.04(1.0)	0.04(1.0)	0.01(1.0)	0.01(4.5)

表 2 における中心の格子点 c からの距離 d や, 括弧の中に示す変化の大きさが最大となる時刻の定義は表 1 と同じである. 表 2 には状態変化の大きさの平均値を, g_B の値ごと, および局所的交流の範囲の半径 r ごとに示している. この結果から, 次のようなことが分かる.

(1) r の影響

r の影響を, 状態変化が伝わり隣接格子点における状態の最大値をとる時刻 t_M から見た場合には, $r=1$ よりは $r=1.7$ の場合の方が大きく (遅く) なるが, $r=2.4$ になると再びこの時刻は小さくなる. また状態変化の大きさから見た場合には, $r=1.7$ の場合が最大になり, 次に $r=1$ の順となっている. このようなことから, r が大きい場合には交流の範囲が広いために, 相対的に早く外力の影響は伝わるが, その大きさは平均化されて, 小さくなる傾向にある.

(2) g_B の影響

r の値を固定して考えた場合には, 状態変化が大きくなる場合は $g_B=0.2$ あるいは $g_B=0.3$ であり, 中間的な g_B の値において大きな値となっている. このことは, g_B が小さくなる場合あるいは大きくなる場合には, エージェントの状態が定常状態から移行しにくくなることを反映している. 状態変化が相対的に大きくなるケースは, $r=1.7, g_B=0.2$ である.

5 他のネットワーク形式への応用と現実データ適用

5.1 スケールフリーネットワーク上へのエージェント配置

これまで示してきた Model P, S において, ある格子点のエージェントが交流するエージェントの配置 (接続先と呼ぶ) を周辺のすべての格子点ではなく, 構造をもったものにした場合へと拡張する. 具体的には, ある格子点のエージェントが接続先として選ぶエージェントの個数 k, すなわち出ていく枝の個数について, スケールフリーネットワークの特性をもつように拡張を行う [19]-[23]. 接続先の個数枝の本数を k とした場合に, その確率分布 $P(k)$ が $P(k)\sim k^{-\gamma}$ の形を持つ (ここで γ は整数と仮定する). あるいは, 接続先の個数をランダムに選択するネットワーク構造も仮定する (いわゆるランダムネットワーク). このようにエージェント配置を決めるネットワーク構造について, スケールフリーネットワークあるいはランダムネットワークとして設定した場合のモデルを, 次のように呼ぶことにする.

Model P-Type S:Model P でネットワークがスケールフリーネットワーク.
Model P-Type R:Model P でネットットワークがランダムネットワーク.
Model S-Type S:Model S でネットワークがスケールフリーネットワーク
Model S-Type R:Model S でネットワークがランダムネットワーク

なお, これらのモデルにおいては, ネットワークに接続されるノードはノード全体の 3 割程度としておく.

図 5, 6 にはそれぞれ Model P-Type S および Model S-Type S におけるエージェント状態の時間変化の例, および Model P-Type R および Model S-Type R におけるエージェント状態の時間変化の例を示している. なお, エージェントは平面上に均等には配置されていないので, 図 5, 6 においてはエージェントの状態変化を行っている格子点 (P0 と表す) に隣接する格子点 (P1 と表し no.1, no.2 の 2 個を対象とする), 更にこの格子点から接続されている格子点 (P2 と表し no.1, no.2 の 2 個を対象とする) におけるエージェントの状態の変化を, 時系列として示している.

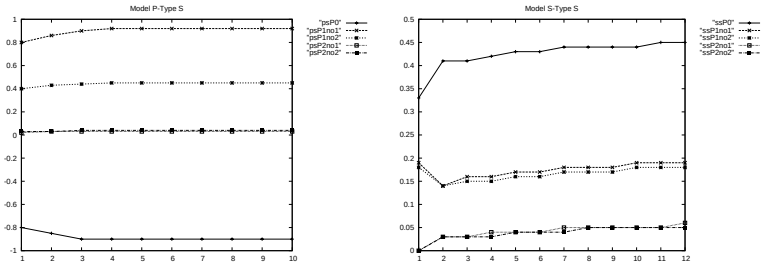

図 5.Model P-Type S,Model S-Type S でのエージェント状態の時間変化の例
Fig.5-An example of changes of agents' state for Model P-Type S and Model S-Type S

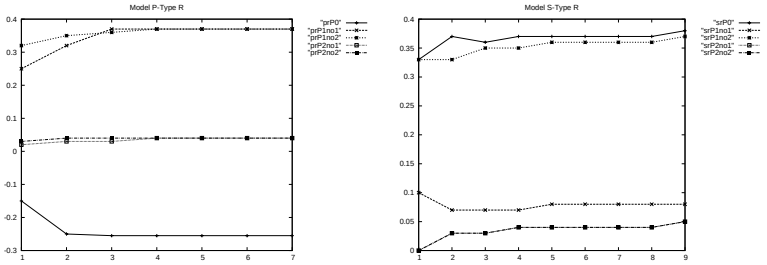

図 6.Model P-Type R,Model S-Type R でのエージェント状態の時間変化の例
Fig.6-An example of changes of agents' state for Model P-Type R and Model S-Type R.

これらの図から分かるように, エージェント配置をスケールフリーネットワークの上に拡張した場合においても, ある格子点におけるエージェントの状態の変化は, 接続先の格子点のエージェントの状態を変化させる場合があると言える. 一方ではエージェント配置がランダムネットワークの上である Model P-Type R, Model S-Type R においては, エージェントの状態変化の進行は見られるが, 相対的に小さなものとなっている. したがってスケールフリーネットワークの上へのエージェント配置は, 均

等にエージェントを配置した基本モデルと, ランダムネットワークの上への配置の中間的な位置にあることが推測される.

5.2 現実データからのエージェント行動 (地域的変動) の推定

次の応用事例として, 現実に観測されるデータから, 背景にあるエージェントの行動を推定する問題を考察する. 具体的には, 平面上の格子点について得られる経済社会的なデータの時間的な変化から, 背景にある住民の行動をエージェントによる行動とみなした場合に, 地域的変動として表現できる状態遷移にどのようなモデルを適用できるかを推定する. ただし, これまで述べてきた人工データによるシミュレーションとは異なり, 実際のデータへ直接的に本論文のモデル分析手法を適用しても, 精度の高い結果が得られることは期待できないので, 以下のような課題に限定している.

(1) 格子点の状態の時間変化抽出

まず, 平面上の格子点の状態の時間変化がみられるかどうかを抽出する. 変化が抽出された場合には, 周辺の格子点における変化を同時に観測する. 相対的に大きな状態の変化が見られ, この周辺の格子点においてもこの変化の伝播とみなされる場合には, 外力の印加とみなし, その大きさと広がりを検出する.

(2) エージェント行動としてどちらかのモデルを設定する

次に, 外力による状態変化とその伝播として検出された場合のデータについて, 本論文で示した 2 つのモデルのどちらが, 適用可能か判断する. 具体的には, Model P を仮定した場合のエージェント行動においては, 外力の印加にともなって一方の側にはマイナスの状態変化が見られるので, このケースであるかどうかを判断する (これ以外のケースは Model S にしたがうと判断する).

(3) パラメータの推定

観測データから判断されたモデルの選択に応じて, パラメータを推定する. すなわち Model P においては, どのような σ の値を用いてモデルを説明するかを決定し, Model S においてはパラメータ g_B の値を決定する.

以下では, 経済活動や住民の移動などに関する日本 (Case J と呼ぶ) および米国 (Case U と呼ぶ) を収集し, 国土平面の上における状態変化を抽出し, これまで述べた Model P, Model S の適用可能性を考察する. 用いるデータはすべて公開されているものであり, 提供団体は日本については総務省統計局, 国土地理院, 国税庁であり, 米国では Census Bureau, Bureau of Economic Analysis である. データの収集時期は日本・米国どらも, 1960 年から 2005 年まで 5 年ごとの観測値である.

収集の単位は日本では都道府県ごと, 米国では州ごとである. すなわち, 日本 (米国) では自治体 (州) が 1 つの格子点とみなされ, 住民は個々の存在するエージェントとみなされる. ただし, 実際の自治体州の配置をそのまま 2 次元平面に置き換えると, 格子点の間の距離が必要以上に離れたり, 格子点が存在しないケースが発生する問題がある. このため, あくまでも格子点の配置における隣接関係だけを取り出して, 2 次元平面上での, 相互の位置関係を決定している. この場合配置する都合上, 同じ自治体 (州) を意味するダミーの格子点を用いているが, シミュレーションにおいては, 同じ格子点とみなして

処理している. 国土の周辺を形成する自治体 (州) の一方は存在しないため, もう片方の自治体 (州) をダミーとして配置する. ただし, このダミーの自治体 (州) についての処理は行わない.

表 3 には格子点におけるエージェントの特徴を記述する観測データを変数としてまとめたものを示している (移転所得とは, 自治体から住民への生活保護などの支給をさす). 変数の数値はすべて住民あたりなど相対的な数値に変換し, 相互比較が可能なものにしている. なお変数によっては, 複数の時系列を総合して整合性を保ち, エージェントの状態の値域をそろえるため, 対数をとったり, 傾向線で割るなどの若干の補正を行っている.

このように与えられた変数ごとの 2 次元データから, 周辺の格子点の状態変化よりは顕著である格子点を求めたのち, その周辺における格子点での状態変化の時系列も同時に収集しておく. ただし, 全部の格子点の状態が傾向的に同じように変化する成分 (トレンドと呼ばれる) が含まれており, これを除去したデータにより比較する. また, このように周辺の格子点と比較して顕著な変化を示す格子点が存在するケースは, 表 3 に示す全部の変数ではない

表 3. 日本 (Case J) と米国 (Case U) の自治体基本データ (変数)

Table 3.Basic data (variables) for local government of Japan (Case J) and USA (Case U).

Case J	内容	Case U	内容
x_1	人口密度 (人/平方 Km)	y_1	人口密度 (人/平方 Km)
x_2	老齢率 (住民 1000 人当り)	y_2	企業所得 (ドル/社)
x_3	企業所得 (円)	y_3	住民所得 (ドル/人)
x_4	企業数 (会社数)	y_4	犯罪発生率 (住民 10 万人当り)
x_5	住民所得 (円)	y_5	移転所得 (ドル/人)
x_6	勤労者数 (人)	y_6	実質移転所得 (ドル/人)
x_7	第 1 次産業数 (企業数)	y_7	年金生活者数 (住人 1000 人当り)
x_8	第 2 次産業数 (企業数)	y_8	白人比率 (住民 1000 人当り)
x_9	第 3 次産業数 (企業数)	-	

表 4 には, それぞれの変数ごとの形成される 2 次元データから推定されるエージェント行動のモデル (Model P あるいは Model S) と, そのパラメータ (σ あるいは g_B) を示している.

表 4. 推定されたエージェント行動モデル

Table 4-Estimated models of behavioral decision function of agents.

変数	モデル	σ/g_B	変数	モデル	σ/g_B
x_1	S	$g_B = 0.3$	y_1	S	$g_B = 0.2$
x_3	S	$g_B = 0.1$	y_2	S	$g_B = 0.3$
x_5	P	$\sigma = 2.5$	y_5	S	$g_B = 0.3$
x_8	P	$\sigma = 7.5$	y_6	S	$g_B = 0.3$
-	-	-	y_7	P	$\sigma = 5$
-	-	-	y_8	P	$\sigma = 7.5$

この表から分かるように, 住民や企業の移動に関する状態の時間変化は Model P により説明されることが多く (x_1, x_8, y_7, y_8 など), 格子点における所得や企業数などの数量的な増減は Model S により説明することができるケースが多い (x_3, x_5 など). また, 状態変化の時間的な速度が変数によりやや異なっており, パラメータ σ あるいは g_B に依存する分析が必要であることが分かる.

6 むすび

本論文では, 平面上において局所的交流をするエージェント配置への外部入力による状態変化進行の特性分析について, エージェント行動について 2 つのモデルを定式化した. 次にこれらのモデルにおいて, 平面の 1 点からエージェントの状態を変化させる外部入力を加えた場合には, 状態変化が進行する現象について述べ, 状態変化進行の条件を推定した. 応用として, エージェント配置をスケールフリーネットワーク上に拡張した場合などを考察した.

今後, 現実の観測される地理的あるいはコミュニティにおけるメンバーの行動分析と, 制御などへの応用について検討を進めていきたい.

謝辞本研究の一部は，日本学術振興会科学研究費基盤研究 (B)23310104 により実施されている．ここに感謝の意を表する.

参考文献

[1] W.Oh and S.Jeon, “ Membership herding and network stability in the open source community: The Ising perspective,” *Management Science*, vol.53, no.7, pp.1086-1101, 2007.

[2] B.Bulter,“ Membership size, communication activity, and sustainability: A resource-based model of online social structures,” *Information System Research*, vol.12, no.4, pp.346-362, 2001.

[3] E.von Hippel and G.von Krogh, “ Open source software and the private-collective innovation model: Issues for organization science,” *Organization Scienece*, vol.14, no.2, pp.209-223, 2003.

[4] G.Caruso,D.Peeters,J.Cavailhes and M.Rounsevell,“ Spatial configurations in a periurban city:A cellular automata-based microeconomic model,” *Regional Science and Urban Economics*, vol.37, pp.542-567, 2007.

[5] D.Puga,“ Urbanization patterns:European versus less developed countries,” *Journal of Regional Science*, vol.38, pp.231-252, 1998.

[6] G.Topa,“ Social interactions,local spillovers and unemployment,” *Review of Economic Studies* , vol.68, pp.261-295, 2001.

[7] N.Oomes,“ Local trade networks and spatially persistent unemployment,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.27, pp.2115-2149, 2003.

[8] A.V.Outkin,“ Cooperation and local interactions in the prisoners’ dilemma game,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.52, pp.481-503, 2003.

[9] L.Tesfatsion,“ Structure, behavior and market power in an evolutionary labor market with adaptive search, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.25, pp.419-457, 2001.

[10] M.Currie and I.Kubin, “ Chaos in the core-periphery model,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.60, pp.252-275, 2006.

[11] P.R.Krugman,“ Increasing returns and economic geography,” *Journal of Political Economy*, vol.99, pp.483-499, 1991.

[12] L.O.Chua and L.Young,“ Cellular neural network: Theory and practice,” *IEEE Transaction on Circuit and System*, vol.35, no.10, pp.1257-1290, 1988.

[13] L.O.Chua,*CNN: A Paradigm for Complexity*, Scientific Publisher, 1998.

[14] 矢加部正幸, 時永祥三, “ 遺伝的プログラミングを用いた CNN による拡散モデルの近似とその同期化への応用,” 信学論, vol.J85-A, no.5, pp.548-559, 2002.

[15] 池田欽一, 時永祥三,“ 格子点に配置されたエージェントの交互作用により生成されるマルチフラクタル表面特性を用いた生成過程推定,” 信学論, vol.J92-A, no.12, pp.964-979, 2009.

[16] 時永祥三, 高木昇,“ スケールフリーネットワーク上に配置された局所的交流を行うエージェントの行動分析–エージェント特性のマルチフラクタル分析を中心として,” 信学論, vol.J92-A, no.12, pp.964-979, 2009.

[17] 時永祥三, 池田欽一,“ 局所的交流をする平面上のエージェント特性で生成される信号のカオス・マルチフラクタル分析,” 信学論, Vol.J94-A, No.6, pp.389-404, 2011.

[18] 時永祥三, 岸川善紀, “ 平面上に配置された局所的交流をするエージェントに対する外部入力による状態変化進行の特性分析 ”, 信学技報 Vol.110, No.465, pp.129-134(NLP2010-185), 2011.

[19] A.Barabasi and R.Albert, “ Emergence of scaling in random networks,” *Science* , vol.286, pp.509-512, 1999.

[20] A.Barabasi, R.Albert, H.Jeong and G.Bianconi, “ Power-law distribution of the World Wide Web,” *Science*, vol.287, pp.2115, 2000.

[21] R.Guimera, L.Danon, A.Diaz-Guilera, F.Giralt and A.Arenas, “ The real communication network behind the formal chart: Community structure in organizations,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol.61, pp.653-667, 2006.

[22] T.Wilhelm and J.Hollunder,“ Information theoretic description of networks,” *Physica A*, 385, pp.385-396, 2007.

[23] P.K.Reddy and M.Kitsuregawa,“ An approach to relate the Web communities through bipartite graphs,” *Proc. of the 2nd International Conference on Web Information Systems Engineering, IEEE Computer Society*, pp.301-310, 2001.

[24] J.B.Shoven and J.Whalley,*Applying General Equilibrium, Cambridge University Press*, Cambridge, 1992.

付録. 複数地域における生産と消費の均衡モデル

以下では, 本論文で論じている Model M の基本となるモデルを, 文献 [10] に示された記述にしたがって整理しておく. いま, 地域の数を N とし労働 (消費) エージェントの効用関数 (同一とする) を, 次のような形であると仮定する [10][24].

$$U = [\sum_{i=1}^{N} (\delta_i)^{1/\sigma} (X_i)^{\rho}]^{1/\rho}, \rho = (\sigma - 1)/\sigma \tag{11}$$

ここで,X_i は地域 i における商品購入量であり, δ_i は地域 i の商品への支出割合 (シェアパラメータ), σ は商品に対する価格弾力性 (一定値であると仮定) である. 地域 i における労働エージェントの使用できる予算 (収入に等しい) を $Y_i(t)$ とすると, 次のような関係になる.

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L \tag{12}$$

ただし, F は労働以外の定額の収入を意味する. 総収入における労働とこれ以外の収入の関係は, 次のように整理される.

$$[\sum_{i=1}^{N} w_i(t)\lambda_i(t)]L/F = \mu/(1-\mu) \tag{13}$$

ここで $\mu < 1$ は, 労働エージェントの収入に占める商品へ支出割合である.

労働者エージェントの効用 U を最大化する 1 階の条件から, 地域 i で生産される商品への最適な生産数量 (これは需要数量にも等しい)$d_i(t)$ が得られる [10][24].

$$d_i(t) = \mu[\sum_{j=1}^{N} Y_j(t)\hat{G}_i(t)^{\sigma-1}]p_i^{-\sigma} \tag{14}$$

$$G_i(t)^{1-\sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j(t)\hat{p}_j^{1-\sigma} \tag{15}$$

$$n_i(t)c = \lambda_i(t)L, (i = 1\sim N), \sum_{i=1}^{N} \lambda_i(t) = 1 \tag{16}$$

ここで地域間で労働エージェントと商品の移動が可能であることを考慮し, 購入価格 $p_i(t)$ および $G_i(t)$ は, 調整された量へと変更されることを含んだ式となっている. すなわち $\hat{p}_j(t) = p_j(t), \hat{G}_j(t) = G_j(t)$

for $i = j$, $\hat{p}_j(t) = p_j(t)T, G_j(t) = G_j(t)/T$ for $i \neq j$. どの地域においても企業エージェントの生産する商品の数量は同じである仮定があるので, 式 $q = d_i(t)$ が価格が満足すべき方程式になる.

時永　祥三〔九州大学大学院経済学研究院　教授〕
岸川　善紀〔宇部高等専門学校経営情報学科　准教授〕