

## 管開口端からの圧縮波の放出により形成されるパルス波の特性に関する研究

安信, 強

<https://doi.org/10.11501/3110987>

---

出版情報 : 九州大学, 1995, 博士 (工学), 論文博士  
バージョン :  
権利関係 :

### 第3章 圧縮波とパルス波との関係に関する理論解析

第2章の2・2節において述べた空力音響理論によれば、開口端からの圧縮波の放出により形成されるパルス波の強さは、遠距離場では式(2・83)、近距離場では式(2・84)で与えられる。しかし、これらの式を用いた計算結果と数値計算結果を比較すると、圧縮波の圧力こう配が小さい場合を除いて、両者の良好な一致は得られない。そこで本章では、3・1節において、空力音響理論に開口端補正を考慮する方法を提案し、この方法により圧縮波とパルス波の強さとの関係を導出する。次に、3・2節において、導出された圧縮波とパルス波の強さとの関係を用いて、圧縮波の圧力こう配や強さなどのパラメータがパルス波の強さに及ぼす影響や、パルス波の特性について理論的に考察する。

#### 3・1 開口端補正を考慮した解析

第2章の2・2節と同様に、本節でも無限大のバツフル板に直径Dの管の開口端がある場合を考え(図2・13参照)、このモデルに対して行なった解析に開口端補正を行なう。すなわち、円管内を伝ばする圧縮波が開口端に達すると、開口端を通して質量の出入りが生じ、開口端では完全反射が起こらない。このため、開口端が補正長 $\Delta l$ だけ長くなり、この補正された開口端において圧力が一定に保たれる完全反射が起こるとする。本解析モデルのように、無限大のバツフル板に直径Dの管の開口端がある場合の補正長 $\Delta l$ については、第2章の2・1節で述べている。本解析では、2・1節で得られた結果のうち、開口端補正長として $\Delta l = 0.425 D$ <sup>(49)</sup>を用いることにする。

図3・1に示すように、圧縮波a bが開口端Oに向け、管内を左から右へ伝ばしている場合を考える。図中の $\Delta l$ は、上述した開口端補正長を表わしている。図3・1において、圧縮波a bが右へ伝ばし、時刻tにおいて点aが点cにきたとする。圧縮波が開口端の影響を受けなければ、その圧力分布は曲線c d e f q gとなるが、上述の開口端補正を考えると、補正した開口端iにおいて圧力は一定でなければならない。したがって、このときの圧力分布は、曲線c d h iとなる。この圧力分布は、曲線c d e f q gで表わされる圧力 $\Delta p_i(t)$ から、曲線f gを点iを中心にして対称に移した曲線j k nで表わされる反射膨張波の圧力 $\Delta p_r(t)$ を加えることによって得られる。

さて、開口端補正を考慮するときの遠距離場におけるパルス波の音圧 $\Delta p(r, t)$ は、図3・1に示す体積A B C Dにおける平均質量 $\bar{m}$ (体積A B C D内には質量の分布が存在

するが、遠距離場から見るとその分布は無視できるので、一様に分布していると仮定して得られる質量)の時間的変化に比例すると考えられる。いま、入射圧縮波と反射膨張波によって誘起され、体積ABCDから外に向かって吹き出す質量をそれぞれ $m_i$ 、 $m_r$ とすれば

$$\bar{m} = \frac{1}{\Delta l} \left[ \int_e^f m_i dx + \int_j^k m_r dx \right] \quad (3 \cdot 1)$$

上式における積分の下限 $e$ 、 $j$ と上限 $f$ 、 $k$ は、それぞれ図3・1に示した同じ記号の状態の点を意味する。ここで、 $m_i = (\pi/4) D^2 \rho_1 u_i$ 、 $\Delta p_i = \rho_1 a_1 u_i$ 、 $m_r = (\pi/4) D^2 \rho_1 u_r$ 、 $|\Delta p_r| = \rho_1 a_1 u_r$ の関係を用いると

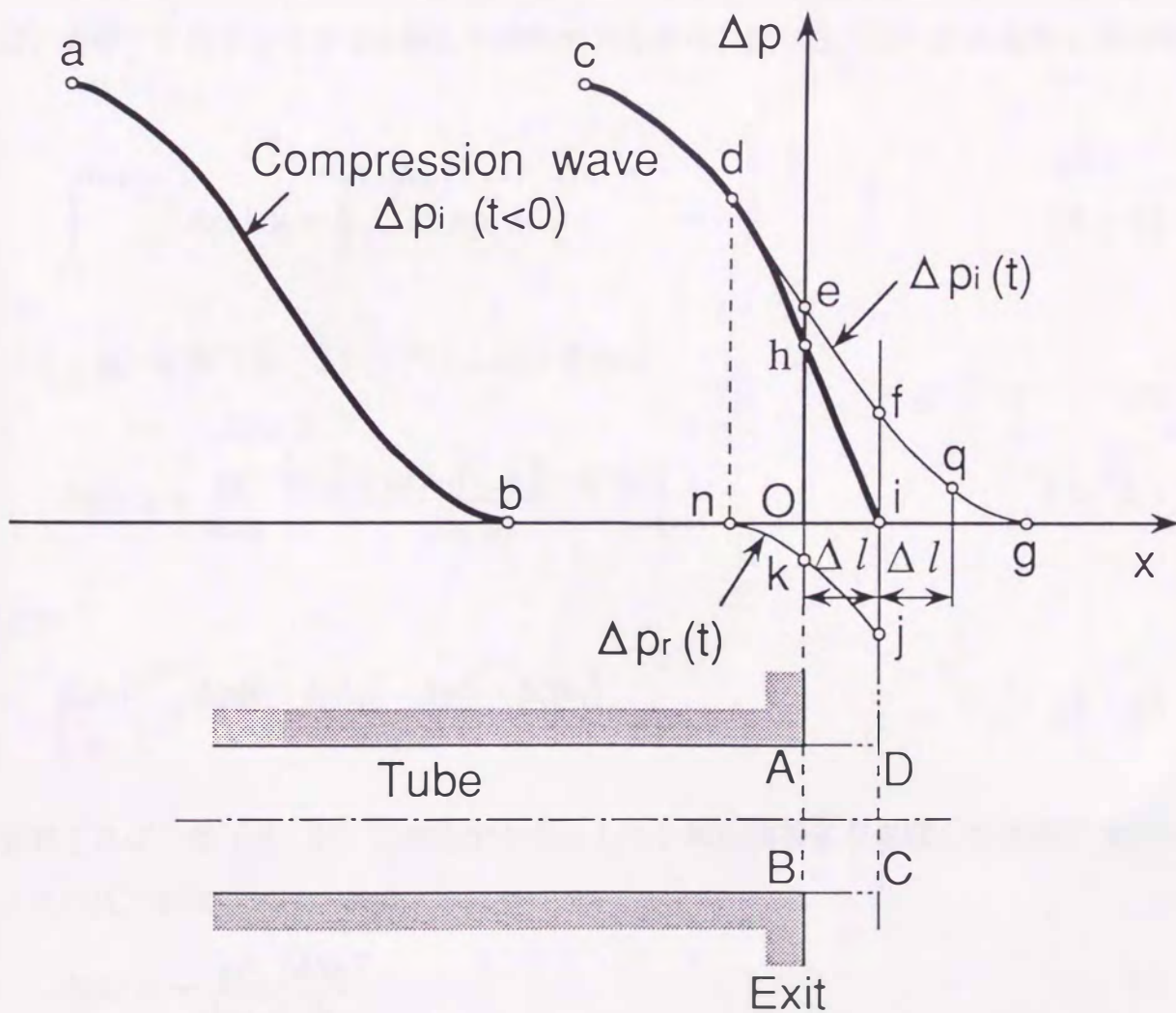


図3・1 開口端補正を考慮した圧縮波の開口端からの放出

$$\bar{m} = \frac{\pi D^2}{4a_1} \frac{1}{\Delta l} \left[ \int_e^f \Delta p_i dx + \int_j^k |\Delta p_r| dx \right] \quad (3 \cdot 2)$$

上式の $\bar{m}$ を式(2・80)の $m$ に代入し、変形すると

$$\Delta p(r,t) = \frac{D^2}{4ra_1} \frac{a_1}{2\Delta l} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{t-\Delta l/a_1}^t \Delta p_i dt + \int_t^{t+\Delta l/a_1} |\Delta p_r| dt \right] \quad (3 \cdot 3)$$

ただし、式(3・2)の各積分の上下限を式(3・3)のように変換するとき、点 $f$ と点 $j$ における状態を時刻 $t$ とすれば、波動は速度 $a_1$ で伝ばするから、点 $e$ はそれより時間 $\Delta l/a_1$ だけ前、点 $k$ は同じ時間だけ後の状態になることを考慮している。

さらに、図3・1において、点 $i$ より右へ $\Delta l$ の位置における曲線 $fg$ 上の点を $q$ とすれば、曲線 $jk$ と $fq$ は点 $i$ に関して対称であるから、式(3・3)の右辺第2項の積分は

$$\int_t^{t+\Delta l/a_1} |\Delta p_r| dt = \int_t^{t+\Delta l/a_1} \Delta p_i dt \quad (3 \cdot 4)$$

式(3・4)を式(3・3)に代入し変形すると

$$\Delta p(r,t) = \frac{D^2}{4ra_1} \left\{ \frac{\Delta p_i(t + \Delta l/a_1) - \Delta p_i(t - \Delta l/a_1)}{2\Delta l/a_1} \right\} \quad (3 \cdot 5)$$

そこで

$$\left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_e \equiv \frac{\Delta p_i(t + \Delta l/a_1) - \Delta p_i(t - \Delta l/a_1)}{2\Delta l/a_1} \quad (3 \cdot 6)$$

と定義すれば、式(2・81)に対応する式として、開口端補正を考慮した遠距離場でのパルス波の圧力変化の式は、次のように書ける。

$$\Delta p(r,t) = \frac{D^2}{4ra_1} \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_e \quad (3 \cdot 7)$$

同様に近距離場では、式 (2・82) を参照し、次式のようになる。

$$\Delta p(r,t) = \frac{2\lambda}{\pi a_1} \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_e \sin \left( \frac{\pi}{\lambda} \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) \right) \quad (3 \cdot 8)$$

また、遠距離場において、管の開口端からの距離  $r$  におけるパルス波の強さ  $\Delta p_{\max}$  は、式 (3・7) の右辺が最大のときに得られる。すなわち

$$\Delta p_{\max}(r) = \frac{D^2}{4\pi a_1} \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{e,\max} \quad (3 \cdot 9)$$

同様に近距離場において開口端補正を行うと、式 (3・8) より

$$\Delta p_{\max}(r) = \frac{2\lambda}{\pi a_1} \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{e,\max} \sin \left( \frac{\pi}{\lambda} \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) \right) \quad (3 \cdot 10)$$

以上が空力音響理論に開口端補正を考慮した解析法を用いて得られる、圧縮波とパルス波の強さとの関係である。

### 3・2 解析結果と考察

#### 3・2・1 パルス波の強さに関する式

本章で解析を行なう圧縮波の初期圧力波形として、次式で示される波形を用いる。

$$\frac{\Delta p_i}{p_1} = \frac{\Delta p^*}{p_1} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{\pi}{L} \left( x + \frac{10}{3} D \right) \right\} \right] \quad (3 \cdot 11)$$

式(3・11)は、列車が突入することによりトンネル内に形成される圧縮波の半経験式<sup>(1)</sup>を参考にして得られたものである。式(3・11)の $\Delta p^*$ は圧縮波による圧力上昇値(第2章2・2節で述べたように、圧力に $\Delta$ を付けた場合はゲージ圧力を示す)、 $p_1$ は圧縮波前方の静止気体の圧力である。また、 $L$ は、圧縮波による圧力上昇値と圧縮波の最大圧力こう配により与えられる長さで、本論文では $L$ を圧縮波の長さとして定義する。

式(3・11)において、 $\Delta p^* = 9.87 \times 10^3 p_1$  ( $p_1$ を大気圧とすると $\Delta p^* = 1 \text{ kPa}$ とな

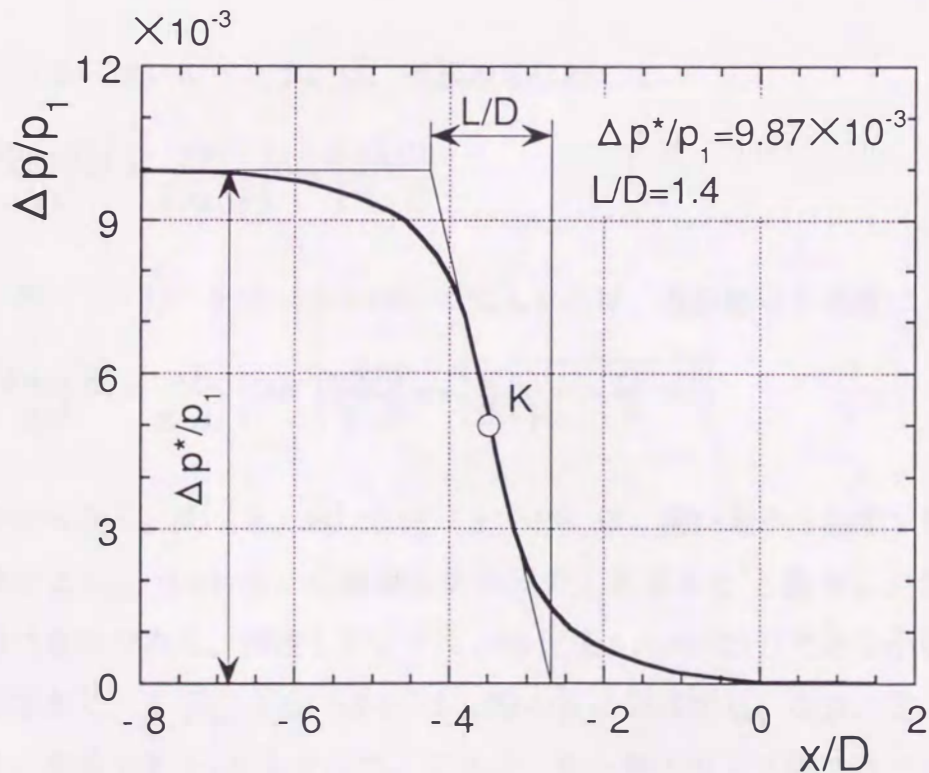


図3・2 圧縮波の初期波形の一例

り、新幹線では列車が約200km/hで突入したときにトンネル内に形成される圧縮波の強さに相当<sup>(1)</sup>、 $L=1.4D$ の場合の波形を図3・2に示す。参考までに、上述した圧縮波による圧力上昇値 $\Delta p^*$ と圧縮波の長さ $L$ を、図中に示している。図3・2より、式(3・11)で与えられる波形は $x/D=-10/3$ に変曲点(図3・2の点K)をもち、この点において圧力こう配は最大となることがわかる。この最大値 $(\partial \Delta p / \partial t)_{i,\max}$ は、圧縮波波面が音速 $a_1$ で伝ばすることを考慮して、式(3・11)に $x=a_1 t$ を代入し、 $t$ で微分すると次式で表わされる。

$$\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial t}\right)_{i,\max} = \frac{\Delta p^* a_1}{L} \quad (3 \cdot 12)$$

式(3・11)において、 $x=a_1 t$ の関係を用いて $x$ を $t$ に変換し、時刻 $t+\Delta l/a_1$ 、および $t-\Delta l/a_1$ における圧力を式(3・11)より求め、それらを式(3・6)に代入して最大値をとると、次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial t}\right)_{e,\max} = \frac{\Delta p^* a_1}{\pi \Delta l} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\pi \Delta l}{L} \right) \right\} \quad (3 \cdot 13)$$

上式を式(3・9)に代入すれば、遠距離場に対して

$$\frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} = \frac{D^2}{4\pi r \Delta l} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\pi \Delta l}{L} \right) \right\} \quad (3 \cdot 14)$$

同様に、式(3・13)を式(3・10)に代入すれば、近距離場も考慮に入れると

$$\frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} = \frac{4L}{\pi^2 \Delta l} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\pi \Delta l}{L} \right) \right\} \sin \left\{ \frac{\pi}{2L} \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) \right\} \quad (3 \cdot 15)$$

の関係が得られる。式(3・14)と式(3・15)は、開口端から距離 $r$ の点におけるパルス波の強さ $\Delta p_{\max}(r)$ を、圧縮波による圧力上昇値 $\Delta p^*$ と長さ $L$ 、および管の直径 $D$ と結び付ける式である。前述したように、補正長 $\Delta l=0.425D$ であるから、直径 $D$ と距離 $r$ を固定すると、 $\Delta p_{\max}(r)/\Delta p^*$ は $L/D$ のみに依存する。なお、式(3・15)を得るにあたり、波長 $\lambda$ を $\lambda=2L$ とした。これは、第5章の5・2節で述べる数値解析結果から、パルス波の半値幅が圧縮波の長さ $L$ と同程度であることが示されたためである。以下の議論でも $\lambda=2L$ とする。

さて、式(3・9)と式(3・10)より、パルス波の強さ $\Delta p_{\max}(r)$ は、開口端における圧力の時間的変化の最大値 $(\partial \Delta p / \partial t)_{e,\max}$ に比例する。一方、圧縮波の長さ $L$ が長く、圧力こう配が比較的緩やかな場合には、 $\Delta p_{\max}(r)$ は圧縮波の圧力こう配の最大値 $(\partial \Delta p / \partial t)_{i,\max}$ に比例する<sup>(1)</sup>。これは、第2章の2・2節で述べた開口端補正をしない場合に相当する。そこで、どのような圧縮波の波形に対して開口端補正を必要とするかを定量的に明らかにするために、 $(\partial \Delta p / \partial t)_{e,\max}$ と $(\partial \Delta p / \partial t)_{i,\max}$ との比を考え、これを $\zeta$ とする。すなわち

$$\zeta \equiv \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{e,\max} / \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{i,\max} \quad (3 \cdot 16)$$

上式に式(3・12)と式(3・13)を代入すれば、 $\zeta$ は次式で与えられる。

$$\zeta = \frac{L}{\pi \Delta l} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{\pi \Delta l}{L} \right) \right\} \quad (3 \cdot 17)$$

上式において、開口端補正長を $\Delta l = 0.425 D$ とした場合の圧縮波の無次元長さ $L/D$ と $\zeta$ の関係を図3・3に示す。図3・3より $\zeta$ は $L/D$ が大きいほど1に近づき、 $L/D$ が小さいほど零に近づく。例えば $L/D=1.0$ のとき $\zeta=0.69$ で、 $L/D=3.5$ では $\zeta=0.95$ である。したがって、 $L/D > 3.5$ の圧縮波に対しては、式(3・9)と式(3・10)の $(\partial \Delta p / \partial t)_{e,\max}$ を $(\partial \Delta p / \partial t)_{i,\max}$ におきかえても、いいかえれば開口端補正を考慮しなくても、5%の誤差内でパルス波の強さを求めることができる。この場合、式(3・12)を用いると、パルス波の強さは遠距離場に対して

$$\Delta p_{\max}(r) \approx \frac{D^2}{4rL} \Delta p^* \quad \left( \frac{L}{D} > 3.5 \right) \quad (3 \cdot 18)$$

同様に、近距離場も考慮に入れると

$$\Delta p_{\max}(r) \approx \frac{4}{\pi} \sin \left\{ \frac{\pi}{2L} \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) \right\} \Delta p^* \quad \left( \frac{L}{D} > 3.5 \right) \quad (3 \cdot 19)$$

### 3・2・2 開口端における圧力の時間的変化

前節で述べた式(3・6)より、時刻 $t$ における開口端( $x=0$ )での圧力 $\Delta p_e(t)$ は、開口端補正を考慮すると次式で表わされる。



$$\Delta p_e(t) = \Delta p_i(x=0, t) - \Delta p_i\left(x=0, t - \frac{2\Delta l}{a_1}\right) \quad (3 \cdot 20)$$

上式の右辺第1項は、時刻  $t$  における開口端での入射圧縮波の圧力、第2項は補正した開口端 ( $x=\Delta l$ ) で完全反射 ( $\Delta p=0$ ) するとしたときの開口端における反射波の圧力を示している。

一方、圧縮波の初期波形を表わす式 (3・11) を、Rudinger<sup>(35) (36)</sup> の解析結果である式 (2・56) に代入すれば、時刻  $t$  での開口端の圧力は次式で与えられる。

$$\Delta p_e(t) = \frac{\Delta p^* a_1}{L} \int_0^t \frac{e^{-a_1(t-\tau)/D}}{1 + \left\{ \frac{\pi a_1}{L} (\tau - t_0) \right\}^2} d\tau \quad (3 \cdot 21)$$

上式の  $t_0$  は圧縮波の中心 (図3・2の点K) が開口端 AB に達するまでの時間である。

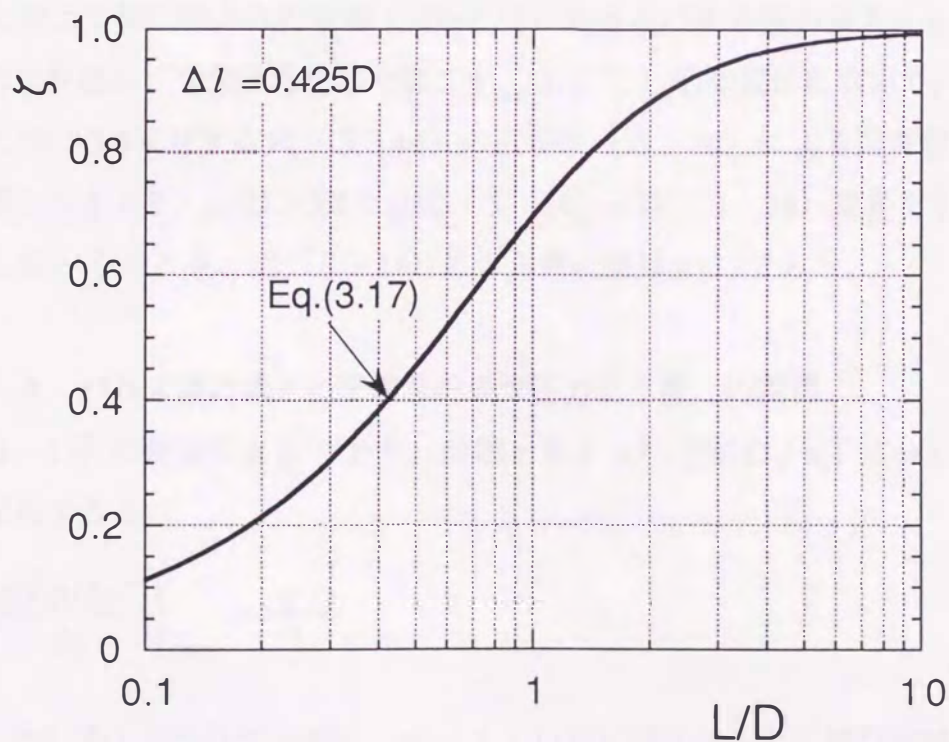


図3・3  $\zeta$  と  $L/D$  の関係

一例として、 $L/D=1.4$ の圧縮波が管端から放出されるとき開口端における圧力の時間的変化を図3・4に示す。図3・4の横軸は無次元時間  $t' = t / (\sqrt{\kappa} D / a_1)$  ( $\kappa$ は空気の比熱比で、この  $t'$ の定義については第4章の式(4・3)を参照)、縦軸は  $\Delta p^*$ で無次元化した  $\Delta p / \Delta p^*$ である。実線は式(3・20)、破線はRudingerの方法をもとにした式(3・21)による結果である。図3・4より、圧力が最大となる時刻はどちらの方法でもほぼ同じであるが、Rudingerの方法で求めた最大値  $\Delta p_{e,max}$ は、本方法で求めた値よりかなり小さい。

このようにして得られた開口端における圧力の最大値  $\Delta p_{e,max}$ と  $\Delta p^*$ の比を、圧縮波の種々の無次元長さ  $L/D$  に対して図3・5に示す。実線は式(3・20)、破線は式(3・21)による結果である。いずれの解析方法によっても、 $\Delta p_{e,max} / \Delta p^*$ は  $L/D$ の増加とともに減少する。圧縮波が開口端で完全反射される場合、すなわち開口端の圧力が大気圧に保たれたまま反射される場合には  $\Delta p_e = 0$ であるから、図3・5は  $L/D$ の増加とともに完全反射に近づくことを示している。

### 3・2・3 パルス波の強さと圧縮波の長さとの関係

管中心軸上で開口端からの距離  $x/D=2.22$ におけるパルス波の強さ  $\Delta p_{max}$ を、圧縮波による圧力上昇値  $\Delta p^*$ で無次元化した値  $\Delta p_{max} / \Delta p^*$ と  $L/D$ の関係について、式(3・14)、および  $L/D > 3.5$ に対する式(3・14)の近似式(3・18)による計算結果を図3・6に示す。図3・6より、 $L/D > 3.5$ では式(3・14)と式(3・18)はかなりよく一致する。また、 $L/D \rightarrow 0$ のとき、式(3・14)による漸近値は0.132である。

### 3・2・4 パルス波の強さと圧縮波の最大圧力こう配との関係

式(3・12)の両辺を  $\Delta p^*$ でわり、時間  $t$ を  $t' = t / (\sqrt{\kappa} D / a_1)$ にかえて式(3・12)を無次元化すると

$$\left\{ \frac{\partial(\Delta p / \Delta p^*)}{\partial t'} \right\}_{i,max} = \frac{\sqrt{\kappa} D}{L} \quad (3 \cdot 22)$$

式(3・22)を  $L$ について変形し、式(3・14)に代入すると、開口端補正を考慮した遠距離場におけるパルス波の強さと圧縮波の圧力こう配の最大値との関係を表わす式として、次式が得られる。

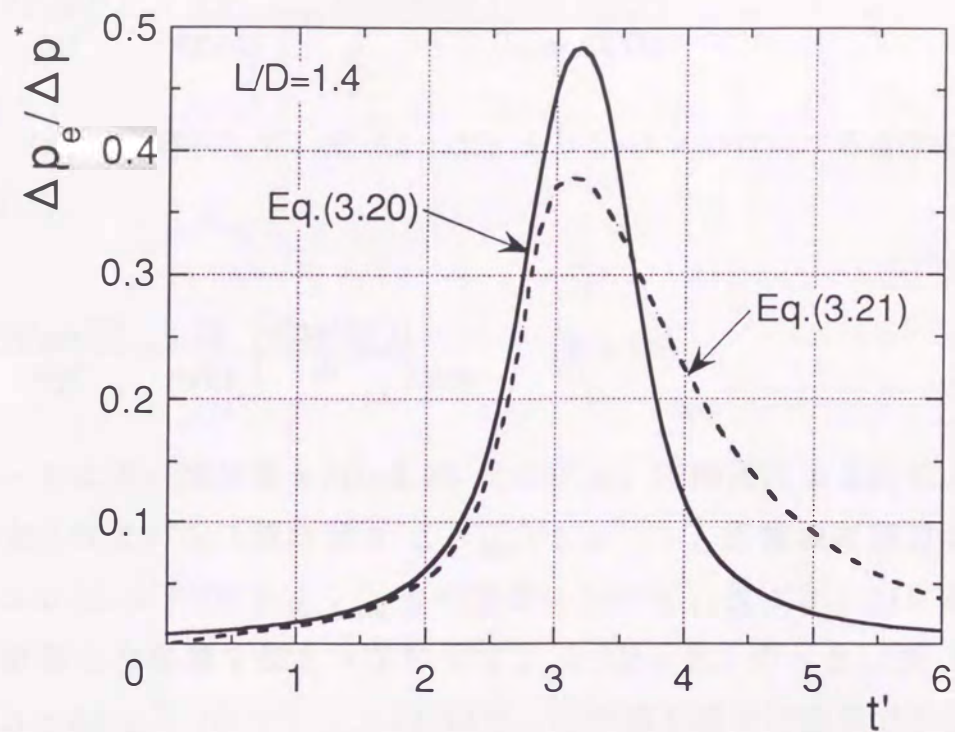


図 3・4 開口端における圧力の時間的变化

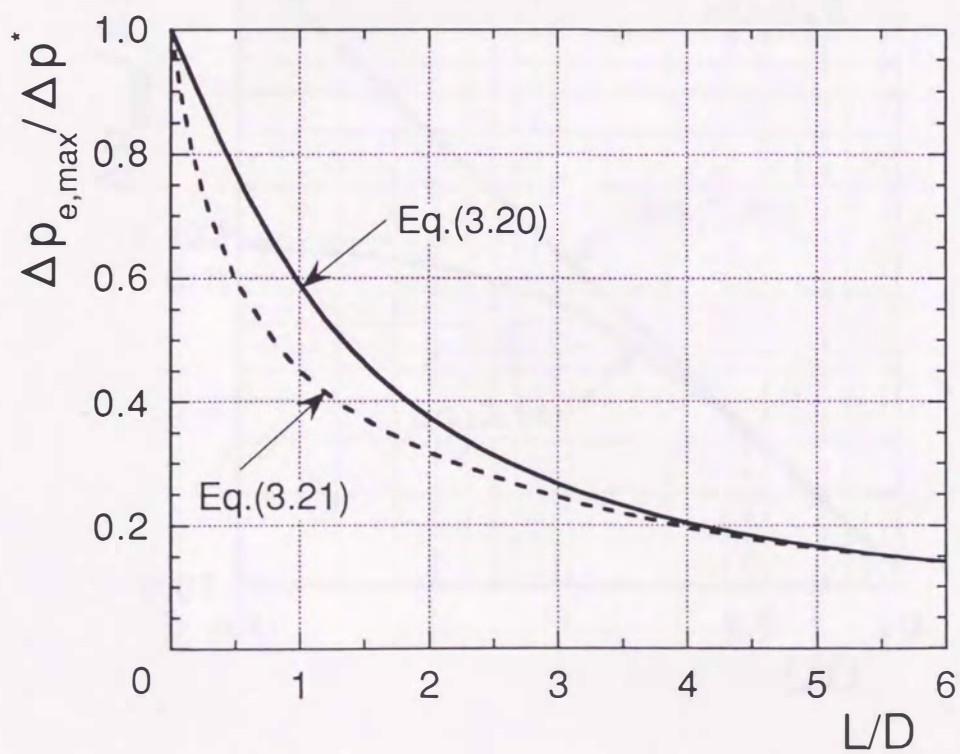


図 3・5 開口端における最大圧力と圧縮波の長さとの関係

$$\frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} = \frac{D^2}{4\pi r \Delta l} \tan^{-1} \left[ \left\{ \frac{\partial(\Delta p / \Delta p^*)}{\partial t'} \right\}_{i, \max} \frac{\pi \Delta l}{\sqrt{\kappa} D} \right] \quad (3 \cdot 23)$$

式(3・18)と同様にして、式(3・23)より  $L/D > 3.5$  に対する近似式は、次のように表わされる。

$$\frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} = \frac{D}{4\sqrt{\kappa} r} \left\{ \frac{\partial(\Delta p / \Delta p^*)}{\partial t'} \right\}_{i, \max} \quad \left( \frac{L}{D} > 3.5 \right) \quad (3 \cdot 24)$$

図3・6と同一の位置  $x/D = 2.22$  における、圧縮波による圧力上昇値  $\Delta p^*$  で無次元化されたパルス波の強さ  $\Delta p_{\max} / \Delta p^*$  と、圧縮波の圧力こう配の最大値  $\left\{ \partial(\Delta p / \Delta p^*) / \partial t' \right\}_{i, \max}$  との関係について、式(3・23)と式(3・24)により計算した結果を図3・7に示す。 $L/D = 3.5$  のとき、式(3・22)より  $\left\{ \partial(\Delta p / \Delta p^*) / \partial t' \right\}_{i, \max} = 0.34$  で、この値を図中に破線で示している。圧縮

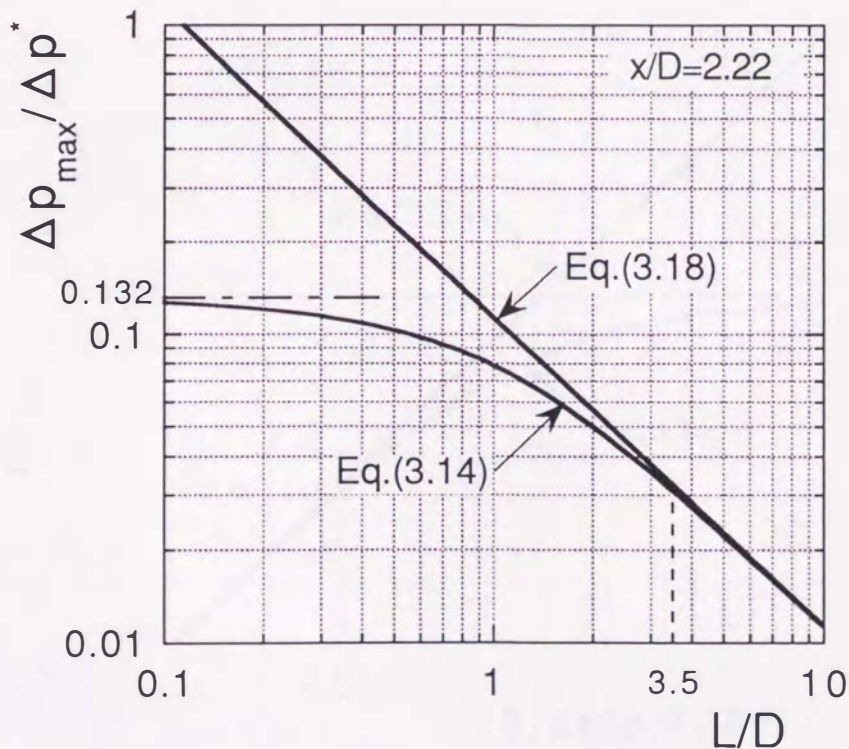


図3・6 パルス波の強さと圧縮波の長さとの関係

波の圧力こう配の最大値が  $\{\partial(\Delta p/\Delta p^*)/\partial t'\}_{i,\max} < 0.34$  では、式(3.23)と式(3.24)で求めた  $\Delta p_{\max}/\Delta p^*$  はほぼ等しく、 $L/D > 3.4$  では、 $\{\partial(\Delta p/\Delta p^*)/\partial t'\}_{i,\max}$  の増加とともに両者の差が大きくなる。また、 $\{\partial(\Delta p/\Delta p^*)/\partial t'\}_{i,\max} \rightarrow \infty$  では、式(3.23)による  $\Delta p_{\max}/\Delta p^*$  は 0.132 (図3.7の一点鎖線) に漸近する。

### 3.2.5 パルス波の距離減衰特性

$L/D=0.7, 1.4$  および  $2.8$  の場合について、式(3.14)と式(3.15)により求めたパルス波の距離減衰特性、すなわち  $\Delta p_{\max}/\Delta p^*$  と  $r/D$  の関係を図3.8に示す。図3.8より  $L/D$  に関係なく、 $r > D$  では遠距離場の式(3.14)と近距離場も考慮に入れた式(3.15)はほぼ一致する。

式(3.14)で求めたパルス波の強さ  $\Delta p_{\max}(r)$  を  $\Delta p_{\max,f}$ 、式(3.15)で求めたパルス波の強さ  $\Delta p_{\max}(r)$  を  $\Delta p_{\max,n}$  とし、近距離場も含めた任意の位置におけるパルス波の強さを遠距離場の式で近似したときの誤差を  $\xi$  とする。すなわち

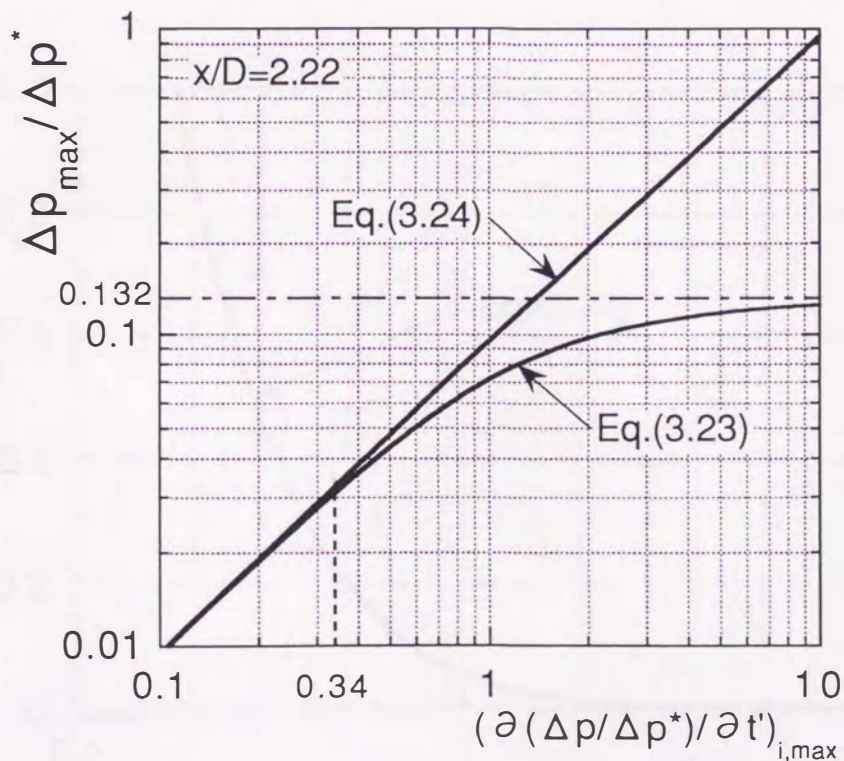


図3.7 パルス波の強さと圧縮波の最大圧力こう配との関係

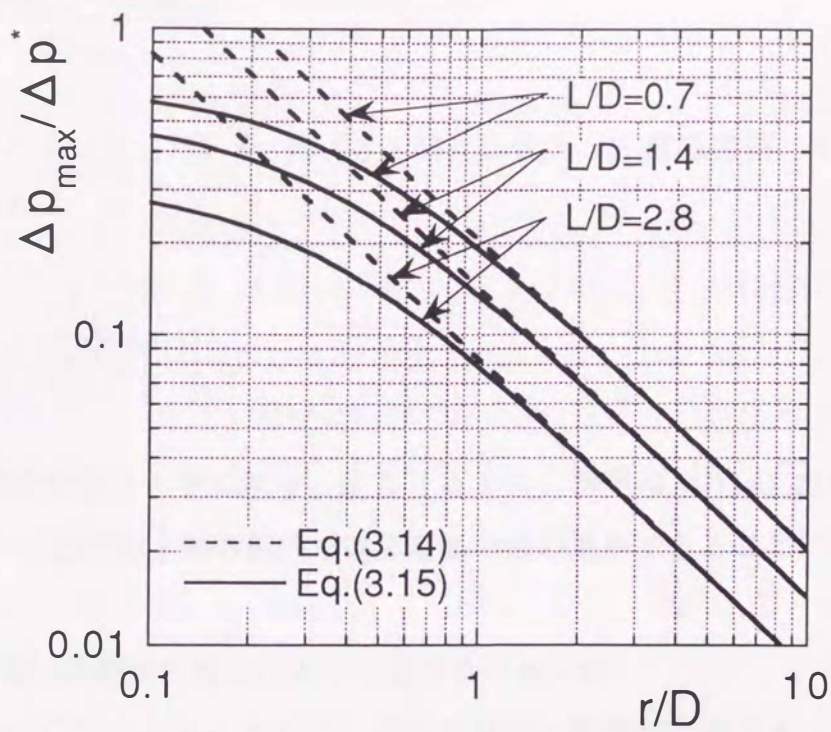


図3・8 パルス波の距離減衰特性

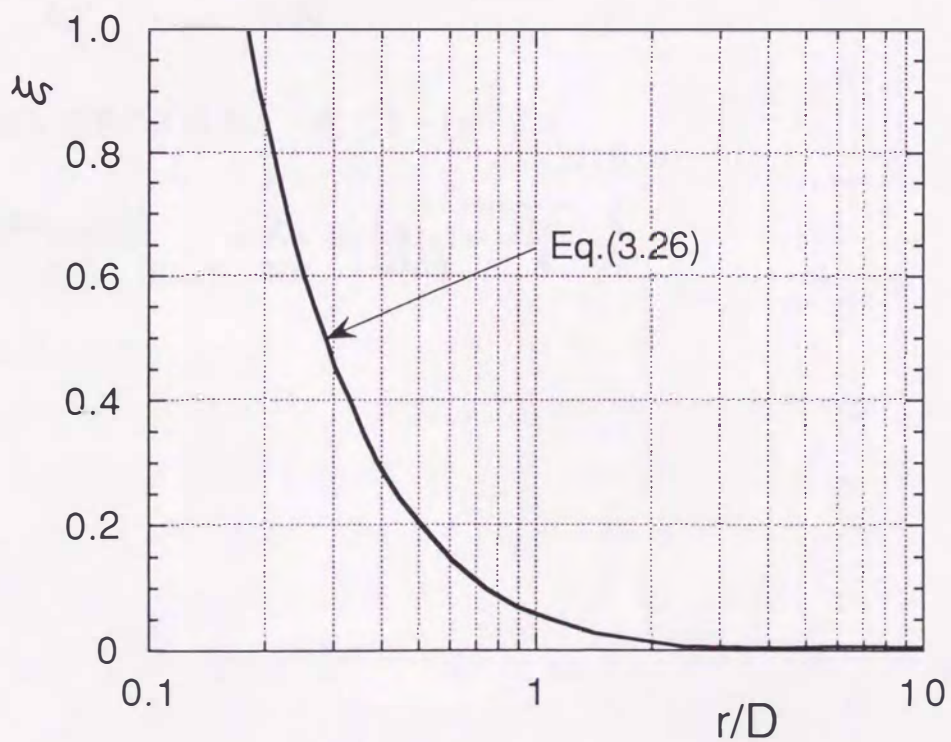


図3・9 ξと開口端からの距離との関係

$$\xi \equiv \frac{\Delta p_{\max, f} - \Delta p_{\max, n}}{\Delta p_{\max, n}} \quad (3 \cdot 25)$$

式 (3・14) と式 (3・15) を式 (3・25) に代入し、級数展開して高次の項を省略すれば次式を得る。

$$\xi = \frac{1}{8 \frac{r}{D} \left\{ \sqrt{\left(\frac{r}{D}\right)^2 + \frac{1}{4}} - \frac{r}{D} \right\}} \quad (3 \cdot 26)$$

$\xi$  と  $r/D$  の関係を図 3・9 に示す。図 3・9 より、例えば  $r/D=2.22$  のとき  $\xi=0.01$  であるから、 $r/D=2.22$  では 1% の誤差で遠距離場の式を適用できることになる。

### 3・2・6 弱い衝撃波の放出によって生じるパルス波

本解析において  $L/D \rightarrow 0$  とすれば、圧縮波は弱い衝撃波とみなすことができる。したがって、遠距離場では式 (3・14) において  $L/D \rightarrow 0$  として、次式が得られる。

$$\left\{ \frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} \right\}_{L \rightarrow 0} = \frac{D^2}{8r\Delta l} \quad (r > D) \quad (3 \cdot 27)$$

近距離場も考慮に入れると、式 (3・15) より

$$\left\{ \frac{\Delta p_{\max}(r)}{\Delta p^*} \right\}_{L \rightarrow 0} = \frac{2L}{\pi\Delta l} \sin \left\{ \frac{\pi}{2L} \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) \right\} \quad (3 \cdot 28)$$

### 3・3 第3章の結論

第3章では、まず、3・1節において、管内を伝ばする圧縮波の開口端からの放出に関して空力音響理論に開口端補正を考慮した方法を提案し、この方法を用いて解析を行なった。次に、3・2節において、得られた解析結果を圧力波形が式(3・11)で与えられる圧縮波に対して適用し、圧縮波の圧力こう配や強さなどのパラメータがパルス波の強さに及ぼす影響や、パルス波の特性について考察した。第3章で得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 第2章2・2節の空力音響解析に開口端補正を行う方法を提案した。開口端補正を考慮した場合の遠距離場におけるパルス波の波形は式(3・7)で与えられる。また、パルス波の強さ $\Delta p_{\max}(r)$ は、遠距離場に対しては式(3・9)、近距離場も考慮に入れた場合は式(3・10)で表わされる。すなわち $\Delta p_{\max}$ は、式(3・6)で定義される圧力の時間的変化の最大値 $(\partial \Delta p / \partial t)_{e,\max}$ に比例する。
- (2) 圧縮波の圧力波形が式(3・11)で与えられる場合、開口端補正の必要性は式(3・17)より判断できる。式(3・17)によれば、 $L/D > 3.5$ では開口端補正を行わない場合でも、5%の誤差内でパルス波の強さを求めることができる。
- (3) 開口端における圧力の時間的変化は、式(3・20)により表わされる。圧縮波の圧力波形が式(3・11)で与えられる場合、式(3・20)によるピーク値 $\Delta p_{e,\max}$ は、圧縮波による圧力上昇値 $\Delta p^*$ を一定とすれば、圧縮波の長さ $L$ と管の直径 $D$ の比 $L/D$ の増加とともに減少する。Rudingerの方法による $\Delta p_{e,\max}$ は、本方法による値より若干低い。
- (4) 圧縮波の圧力波形が式(3・11)で与えられる場合の圧縮波とパルス波の強さとの関係式を導出した。
  - (a) パルス波の強さと圧縮波の長さとの関係は、遠距離場に対しては式(3・14)、近距離場を考慮すると式(3・15)で表わされる。また、式(3・14)および式(3・15)に対する近似式として、式(3・18)と式(3・19)が導出される。 $L/D > 3.5$ では、式(3・14)と式(3・18)はよく一致する。
  - (b) パルス波の強さと圧縮波の最大圧力こう配との関係は、遠距離場に対しては式(3・23)で表わされる。また、式(3・23)の近似式として、式(3・24)が得られる。 $|\partial(\Delta p / \Delta p^*) / \partial t|_{i,\max} < 0.34$ では、式(3・23)と式(3・24)は良好な一致を示す。



- (5) パルス波の距離減衰は、遠距離場に対しては式 (3・14)、近距離場を考慮すると式 (3・15) で表わされる。また、式 (3・14) および式 (3・15) に対する近似式として、式 (3・18) と式 (3・19) が導出される。 $r/D > 1$  では、式 (3・14) と式 (3・15) はよく一致する。
- (6) 弱い衝撃波の放出により形成されるパルス波の強さは、遠距離場に対して式 (3・27)、近距離場も考慮に入れると式 (3・28) で与えられる。

## 第4章 パルス波の形成過程の数値解析

管内を伝ばする圧縮波と、この圧縮波が開口端より放出されて形成されるパルス波との関係は、第3章の空力音響理論に開口端補正を考慮した解析法により導出できる。この空力音響理論に基づく解析法は、開口端からの圧縮波の放出により誘起される流れを一様な流れ場の中に存在するわき出しによる音源とみなし、この音源により形成される音場を解く方法である。したがって、圧縮波からパルス波が形成される過程は考慮されていない。

一方、第2章の2・1節で述べたように、衝撃波が開口端より放出されるときに開口端近傍には複雑な三次元流れが形成され<sup>(35)</sup><sup>(56)</sup>、開口端より複数の反射衝撃波や渦輪の発生が確認されている<sup>(56)</sup>。このような開口端近傍の複雑な三次元流れは、開口端からの衝撃波の放出現象に深く関係している。同様に、開口端から圧縮波が放出される場合にも開口端近傍には複雑な三次元流れが形成され、開口端近傍の三次元流れが開口端からの圧縮波の放出現象と密接な関連があると考えられる。しかしながら、第1章で述べたように、圧縮波からパルス波が形成される過程や、開口端近傍の三次元流れが形成過程に及ぼす影響については、ほとんど研究がなされていない。

第4章では、管内を伝ばする圧縮波が管の開口端に達したときの開口端付近の流れ場を、数値解析により詳細に調査する。このように開口端付近の流れ場の様子を明らかにすることは、パルス波の形成過程や開口端近傍の三次元流れが形成過程に及ぼす影響を理解するだけでなく、前述した、圧縮波とパルス波との関係の物理的解釈を得るうえでも重要である。

### 4・1 解析モデルと方法

#### 4・1・1 解析モデルと基礎方程式

図4・1に示すように、無限に大きなバツフル板が管軸に垂直に取付けられている直径 $D$ の開口円管を考え、圧縮波が管内を左から右へ伝ばし、開口端で大気に放出されるとする。流れは管軸に対して対称であると仮定し、円管の軸方向、すなわち管内を圧縮波が伝ばする方向を開口端を原点として $x$ 軸、半径方向を管の中心軸を原点として $y$ 軸とする $x-y$ 座標系を考える。

流れの基礎方程式は質量保存、 $x$ および $y$ 方向の運動量保存、エネルギー保存の式であ

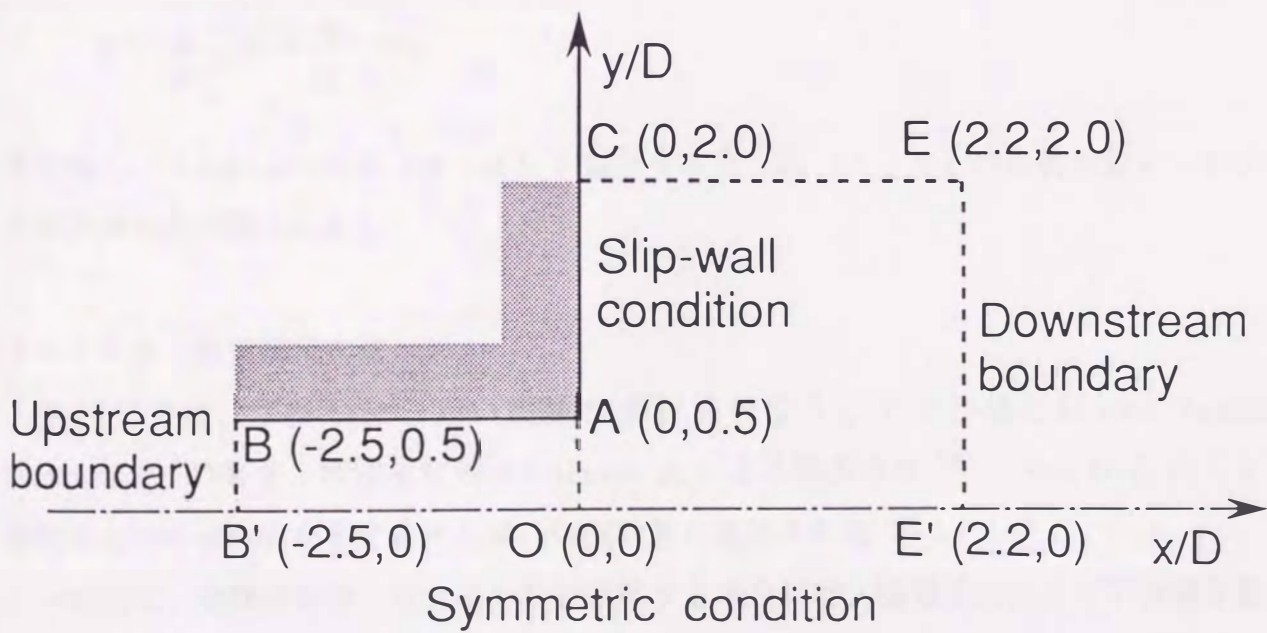
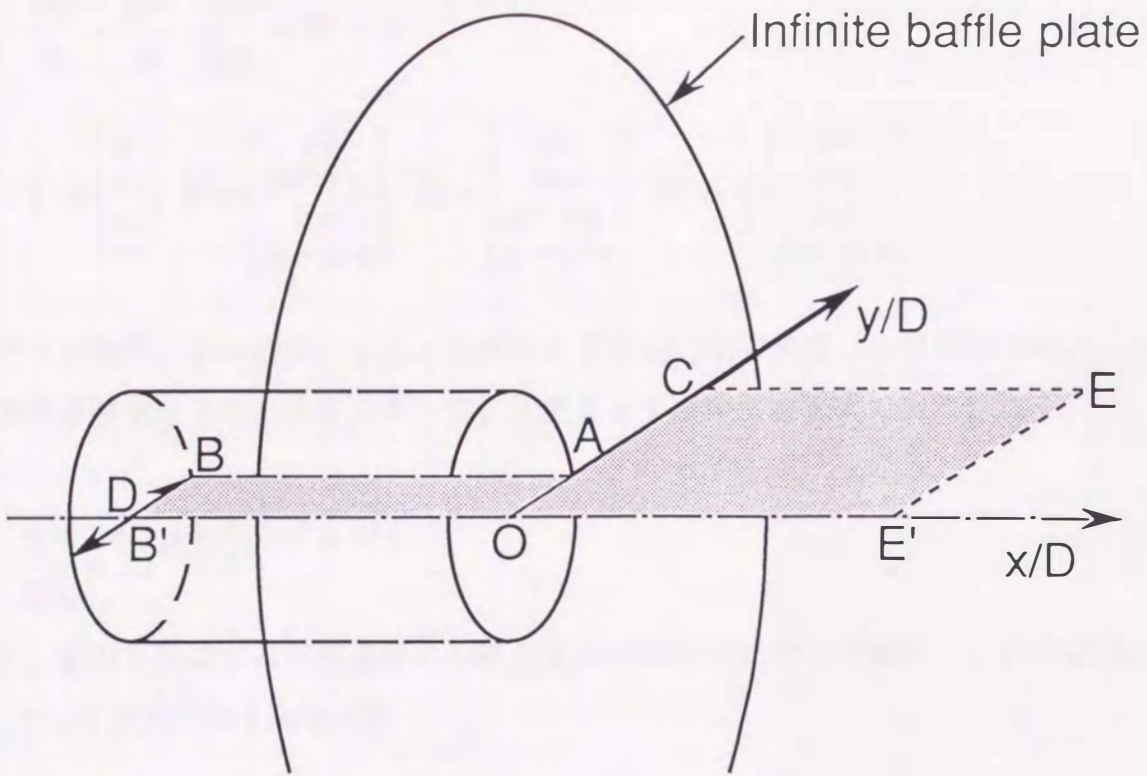


図4・1 解析モデルと境界条件

り、保存系で次式のように書ける。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{W} = 0 \quad (4 \cdot 1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (e + p)v \end{bmatrix}$$

ここで  $t$  は時間、 $\rho$  は密度、 $u$  と  $v$  は軸および半径方向の速度、 $p$  は圧力である。また、 $e$  は単位体積あたりの全エネルギーで、比熱比  $\kappa$  を用いて、次式で表わされる。

$$e = \frac{1}{\kappa - 1} p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \quad (4 \cdot 2)$$

さて、管内を伝ばする圧縮波前方の静止気体の状態を添字 1 で表わし、その状態の音速を  $a_1$  として次式に示す無次元数

$$p' = \frac{p}{p_1}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad u' = \frac{u}{a_1/\sqrt{\kappa}}, \quad v' = \frac{v}{a_1/\sqrt{\kappa}}, \quad t' = \frac{t}{(D/a_1)\sqrt{\kappa}} \quad (4 \cdot 3)$$

$$x' = \frac{x}{D}, \quad y' = \frac{y}{D}$$

を定義し、これによって式 (4 · 1) を変形すると、式 (4 · 1) の各物理量に ' を付けた式と同じ式が得られる。

#### 4 · 1 · 2 数値解析方法

本研究では、TVD法を用いて数値解析を行なう。TVD法とはTotal Variation Diminishing法の略で、数値安定性からHarten, A.により提案され<sup>(68)</sup>、Yee, H. C.により衝撃波などの不連続面を有する流れ場の数値計算に適用された<sup>(69)</sup>。

一般的に、衝撃波を伴う流れ場を数値計算する場合には、衝撃波の部分で不合理な数値振動が生じる。これは、衝撃波が圧力や密度などの物理量の不連続面であるために起こり、従来より基礎式の圧力項に人工粘性項を考慮して、このような数値振動を抑制することを行ってきた<sup>(70)</sup>。よって、本来、衝撃波の前後でステップ状となる圧力分布が、ある有

限な圧力こう配をもつ圧力分布として表示されてしまう。これに対してTVD法では、衝撃波などの不連続面において一次精度となるために、上述した数値振動を生じることなく、安定して不連続面を捕獲することができる。このため、人工粘性項を特に考慮する必要もなく、高い解像度で現象を捕えることが可能である。よって、本研究のように圧縮波を伴った流れ場にTVD法を用いると、計算の過程で不都合な圧縮波波面での圧力振動を伴わず、非常に微小な圧力変動の計算も行なうことができる。このことから、TVD法は、管内の圧縮波やパルス波の計算に対して最も適した数値計算方法の一つといえる。

本計算では、まず、流れ場を一次元として取り扱い、次に、二次元に拡張して計算を行なう。一次元の場合の基礎式は、次式で示される。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad (4 \cdot 4)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (e + p) u \end{bmatrix}$$

式(4・4)を陽的TVD法スキームで差分近似すると、次式のように表わされる。

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \lambda \left[ \hat{F}_{i+1/2}^n - \hat{F}_{i-1/2}^n \right] \quad (4 \cdot 5)$$

ここで、上添字  $n$  は時間ステップの番号、下添字  $i$  は  $x$  方向の計算格子点の番号である。また、 $\lambda$  は  $\lambda = \Delta t / \Delta x$  で、 $\Delta t$  は時間ステップ、 $\Delta x$  は格子幅である。

式(4・5)において、右辺の  $U_i^n$  と  $F_i^n$  が既知であり、左辺の  $U_i^{n+1}$  が未知量である。式(4・5)に対する数値流束関数は、次式で与えられる。

$$\hat{F}_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} \left[ F_i^n + F_{i+1}^n + T_{i+1/2}^n \chi_{i+1/2}^n \right] \quad (4 \cdot 6)$$

ここで、 $T_{i+1/2}^n$  は計算格子の中間点  $(n, i+1/2)$  での固有ベクトル  $T^{-1} A T = A$  を並べた対角化行列、また、 $A$  はヤコビアン行列で、 $A = \partial F / \partial U$  である。この  $T_{i+1/2}^n$  は、次式で与えられる。

$$T_{i+1/2}^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u-a & u & u+a \\ H-ua & u^2/a & H+ua \end{bmatrix}_{i+1/2}^n \quad (4 \cdot 7)$$

ここで、 $H = h + u^2/2$  であり、全エンタルピーを示す。また、 $a$  は音速である。

式 (4・6) において、右辺の第3項が0の場合、式 (4・5) の  $U$  は二次精度の  $Lax$  法となる<sup>(7)</sup>。本計算で用いる TVD 法の場合では、滑らかな流れ場に対して右辺の第3項が0に漸近し、二次精度となる。また、急激な変化がある流れ場に対しては一次精度となり、滑らかに不連続面を越えることができる。

二次精度の Symmetric TVD 法では、式 (4・6) の右辺第3項の  $\chi_{i+1/2}^n$  の要素  $\chi_{i+1/2}^k$  ( $k=1, 2, 3$ ) は次式のように与えられる。

$$\chi_{i+1/2}^k = -\lambda (c_{i+1/2}^k)^2 Q_{i+1/2}^k - \Psi(c_{i+1/2}^k) [\alpha_{i+1/2}^k - Q_{i+1/2}^k] \quad (4 \cdot 8)$$

ここで、 $c^k$  はヤコビアン行列の固有値で、次式のように表わされる。

$$c^1 = u - a, \quad c^2 = u, \quad c^3 = u + a \quad (4 \cdot 9)$$

また、式 (4・8) の  $\alpha_{i+1/2}^k$  は次式のように定義される。

$$\alpha_{i+1/2}^k = [T_{i+1/2}^{-1} (U_{i+1} - U_i)]^k \quad (4 \cdot 10)$$

さらに、 $T$  の逆行列  $T^{-1}$  は、次式のように表わされる。

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} (b_1 + u/a)/2 & -(ub_2 + 1/a)/2 & b_2/2 \\ 1 - b_1 & ub_2 & -b_2 \\ (b_1 - u/a)/2 & -(ub_2 - 1/a)/2 & b_2/2 \end{bmatrix} \quad (4 \cdot 11)$$

ここで、 $b_1 = \kappa u^2/2 a^2$ 、 $b_2 = \kappa/a^2$  である。

式 (4・8) において  $\Psi$  は数値粘性と呼ばれ、ヤコビアン行列の固有値、すなわち特性速度  $c$  が0の場合でも数値粘性項が0にならないようにするものであり、次式のように定義される。

$$\Psi(c_{i+1/2}^k) = \begin{cases} |c_{i+1/2}^k| & |c_{i+1/2}^k| \geq \delta \\ (c_{i+1/2}^k)^2 + \delta^2 / (2\delta) & |c_{i+1/2}^k| < \delta \end{cases} \quad (4 \cdot 12)$$

ただし、 $\delta \geq 0.01$  である。

また、式 (4・8) の  $Q$  は Limiter function と呼ばれ、本研究では、次式で示されるものを使用する。

$$Q_{i+1/2}^k = \text{minmod} [\alpha_{i-1/2}^k, \alpha_{i+1/2}^k, \alpha_{i+3/2}^k] \quad (4 \cdot 13)$$

ここで、minmod関数とは、[ ] 内の変数が同一符号のとき、その絶対値の最も小さな変数に等しく、[ ] 内の変数が異符号のときには0とするものである。

次に、上述した一次元解析を、演算子分割法<sup>(72)</sup>により二次元へ拡張する。演算子分割法とは、多次元方程式や散逸項を有する方程式を近似的にいくつかの式に分割し、分割されたそれぞれの式について解を求め、最後にこれらの解を重ね合わせて元の方程式の解を得る方法である。

式 (4・1) を以下に示すような一次元の方程式に分割する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + W &= 0 \end{aligned} \quad (4 \cdot 14)$$

式 (4・14) に対して適用する一次元スキームを  $L_x$ 、 $L_y$ 、 $L_w$  と表わすと、格子点  $i$ 、 $j$  で時間ステップ  $n+1$  における未知量  $U_{ij}^{n+1}$  は、次式のように示される。

$$U_{ij}^{n+1} = L_w \cdot L_y \cdot L_x \cdot L_x \cdot L_y \cdot L_w \cdot U_{ij}^n \quad (4 \cdot 15)$$

本計算では、演算子  $L_x$  と  $L_y$  に対して陽的 TVD 法、 $L_w$  に対して二次精度の時間積分を用いている。

なお、本研究では、従来の数値計算法のうち、ピースワイズリニア法 (Piecewise linear method) とマッコーマック法 (MacCormack method) を用いて、開口端からの圧縮波の放出により形成されるパルス波に対する数値解析を行なっている。これらより得られた結果をもとに、非定常波動の数値解析法に関して考察し、これを補遺にまとめている。

計算領域と使用した境界条件を図 4・1 に示す。前述のように、本章では開口端からの圧縮波の放出によって生じる開口端近くでの流れを明らかにすることを目的としている。

このため、管内では開口端より上流  $x/D = -2.5$  ( $D$ は管径で、 $-$ の符号は管内を示す) まで、管外では開口端より  $x/D = 2.2$ 、 $y/D = 2.0$ までを計算領域としている。なお、本解析では軸対称流を仮定しているため、図4・1に示すように管軸 ( $B'-E'$ ) より上半分の領域のみを対象としている。使用した計算格子は  $D/36$ を一辺とする正方形格子で、第2メッシュ系を用いている。この格子分割数については、あらかじめ計算精度に及ぼす影響を調べたうえで決定しており、分割数をこれ以上増加させても、計算結果は1%以下の誤差で一致する。また、境界条件には、 $BB'$ で流入条件、 $CE$ と $EE'$ で流出条件、 $B'E'$ で対称条件、 $BA$ と $AC$ で滑り条件を用いている。なお、クーラン数0.85、比熱比  $\kappa = 1.4$ である。

次に、数値計算の初期条件について述べる。第3章の3・2節では、解析的に得られた圧縮波とパルス波の強さとの関係を式(3・11)で表わされる圧縮波に対して適用し、この圧縮波から形成されるパルス波の強さを表わす理論式を導出した。式(3・11)で表わされる圧縮波の圧力波形は、第3章の3・2節で述べたように、トンネル内に形成される圧縮波の半経験式<sup>(1)</sup>を参考にして得られたもので、 $x/D = -10/3$ の位置に変曲点をもつ  $\tan^{-1}$  曲線である。しかし、本章では放出される圧縮波の波頭、波尾および最大圧力こう配点の軌跡を容易に明らかにするために、圧縮波の初期波形として、次式で与えられる波形を用いる。すなわち、 $t=0$ において波頭が開口端  $AO$ にある平面波を初期波形と考える。

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\Delta p^*}{p_1} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \left\{ \left( \frac{x}{L_1} + \frac{3}{2} \right) \pi \right\} \right] \quad (-L_1 \leq x \leq 0) \quad (4 \cdot 16)$$

ここで、 $p_1$ は圧縮波前方の静止気体の圧力で大気圧、 $\Delta p^*$ は圧縮波による圧力上昇値(ゲージ圧力、以下、圧力に $\Delta$ をつけた場合はすべてゲージ圧力を表わすものとする)、 $L_1$ は圧縮波の波頭から波尾までの長さ、すなわち圧縮波の波面の長さである。

開口端における圧縮波の放出過程を考える場合には、開口端のコーナーから発生する膨張波と波面との干渉を特に考慮する必要がある。よって本研究では、波面の長さ $L_1$ と管径 $D$ との比を  $L_1/D = 0.4$ 、 $1.3$ の二つの場合に対して数値計算を行なう。第3章の結果によれば、形成されたパルス波の強さ  $\Delta p_{\max}$  や開口端における圧力変化  $\Delta p_0$  を圧縮波による圧力上昇値  $\Delta p^*$  で無次元化すれば、パルス波の特性を無次元化された圧縮波の長さ  $L_1/D$  で評価することができる。よって本章においても、 $L_1/D$ による影響を考察するために、圧縮波による圧力上昇値を  $\Delta p^* = 8 \text{ kPa}$ の一定とし、圧力値は全て  $\Delta p^*$ で無次元化して示すこと



にする。

本計算で用いた初期圧縮波の圧力波形を図4・2に示す。図中の記号H、T、Bはそれぞれ圧縮波の波頭、波尾および最大圧力こう配点の位置を表わす。図4・2から、式(4・16)で与えられる圧縮波の圧力波形の最大圧力こう配点Bは、 $\Delta p/\Delta p^*=0.5$ の位置にあることがわかる。また、図中の $L/D$ は、第3章の3・2節で使用した、圧縮波の圧力波形の最大圧力こう配点における傾きと圧縮波による圧力上昇値を用いて定義される無次元長さである。式(4・16)で表わされる圧縮波に対して、 $L$ と $L_1$ の間には

$$L = \frac{L_1}{(\pi/2)} \quad (4 \cdot 17)$$

の関係が成り立つ。 $L_1/D=0.4$ および $1.3$ について $L/D$ を求めれば、それぞれ $0.25$ および $0.85$ である。

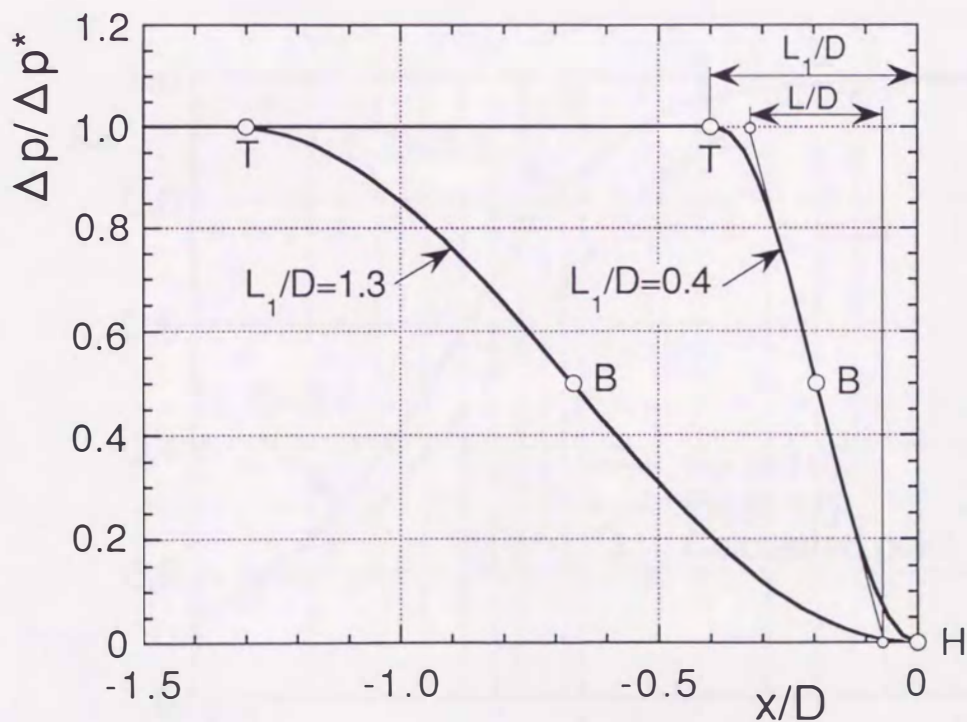


図4・2 初期圧縮波の圧力波形

次に、第3章の3・2節で行ったように、開口端における圧力の時間的変化の最大値  $(\partial \Delta p / \partial t)_{e,\max}$  と初期圧縮波における圧力こう配の最大値  $(\partial \Delta p / \partial t)_{i,\max}$  の比  $\zeta$  を求める。 $\zeta$  は圧縮波の放出によって形成されるパルス波の強さに及ぼす開口端補正の影響を表わす値であると考えられ、 $\zeta \approx 1$  の場合には開口端補正を無視することができる。式(4・16)で表わされる圧縮波の圧力波形に対して第3章の3・2節と同様な方法を用いて  $\zeta$  を求めれば、次式を得る。

$$\zeta \equiv \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{e,\max} / \left( \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \right)_{i,\max} = \frac{\Delta p^* a_1}{2\Delta l} \sin \left( \frac{\pi \Delta l}{L_1} \right) / \left\{ (\Delta p^* a_1) / \left( \frac{L_1}{\pi/2} \right) \right\} \quad (4 \cdot 18)$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{L_1}{\Delta l} \sin \left( \pi \frac{\Delta l}{L_1} \right)$$

ここで、 $\Delta l$  は開口端補正長である。

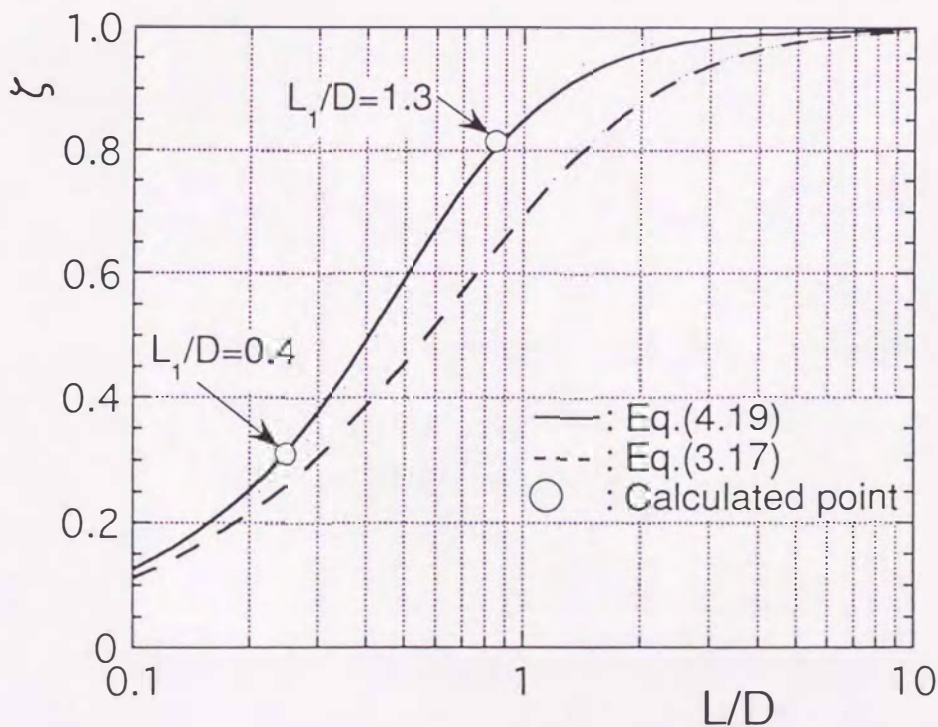


図4・3  $\zeta$ と圧縮波の長さ  $L/D$ との関係

式(4・18)に式(4・17)を代入すると

$$\zeta = \frac{L}{2\Delta l} \sin\left(\frac{2\Delta l}{L}\right) \quad (4 \cdot 19)$$

本章の解析モデルに対しても  $\Delta l = 0.425D$  を用い、これを式(4・19)に代入して求めた  $\zeta$  と  $L/D$  の関係を図4・3に実線で、本章で解析を行った  $L_1/D = 0.4$  および  $1.3$  の圧縮波に対する  $\zeta$  を○印で示す。また、比較のために、 $\tan^{-1}$  曲線に対して得られた式(3・17)による  $\zeta$  の値を破線で示す。実線で示される式(4・19)による結果と破線を比較すると、同一の  $L/D$  に対して式(4・19)で与えられる  $\zeta$  の方が大きい。また、本計算点の○印は  $\zeta = 0.82, 0.3$  で、いずれも空力音響理論を用いて形成されるパルス波の強さを解析的に求める場合には、開口端補正を必要とする  $L/D$  の領域であるといえる。

## 4・2 解析結果と考察

### 4・2・1 数値解析結果

本計算で得られた $L_1/D=0.4$ の場合の、中心軸を含む平面での圧力分布の時間的変化の一例を図4・4 (a) ~ (d) に示す。これらの図は、図4・1に示した計算領域のうち、軸方向に $-2.4 \leq x/D \leq 1.1$ 、半径方向に $-1.7 \leq y/D \leq 1.7$ の範囲における圧力分布を示している。図中の時刻 $t'$ は、 $D/a_1$ により無次元化された時刻 ( $t' = a_1 t/D$ 、 $a_1$ は圧縮波前方の静止気体の音速) を表わし、圧縮波の波頭 (図4・2の点H) が開口端にある時刻を $t'=0$ としている。圧縮波が開口端に到達することにより開口端のコーナー (図4・1の点A) から膨張波が発生し、圧縮波と干渉を起こす。図4・4 (a) では、コーナーから発生した膨張波の波頭が管の中心軸に向けて進んでいるが、まだ中心軸まで到達していない。この膨張波の干渉を受けた圧縮波の波面は変形を起こすが、干渉を受けていない圧縮波の波面部分 (B-B') は平面波として管外へ伝ばする。図4・4 (b) では、膨張波の波頭が管中心軸へ到達することにより、管外へ放出された圧縮波にピーク点 $P_{x_1}$ が形成され、パルス波が形成され始める。このときのパルス波のピーク点は、管中心軸上に存在している。形成されたパルス波は、図4・4 (c) から (d) のようにその強さを弱めながら下流側へと伝ばする。一方、管内では膨張波が平面波に変形しながら上流方向へ伝ばしていく。時刻 $t'=1.02$ における膨張波の波頭を図4・4 (d) のC-C' で示す。

### 4・2・2 開口端近傍の等圧線

圧縮波の開口端からの放出により形成されるパルス波と反射膨張波の様子をより詳細に見るために、 $L_1/D=0.4$ の圧縮波に対し、等圧線図 (中心線より上側半分のみ) と中心軸上の圧力分布の一例を図4・5に示す。各等圧線図の隣り合う等圧線どうしの圧力差は、 $\Delta p^*$ の $1/20$ である。また、圧力分布の破線は、各時刻において、開口端がないと仮定したときの初期圧縮波の波形を示している。

図4・5は、図4・4 (a) (b) (c) と同時刻における結果を示している。図4・5 (a) では、開口端のコーナーAから発生した膨張波が、管の中心軸方向へ伝ばする過程が示されている。曲線BCは膨張波の波頭、直線CDは膨張波の影響を受けていない初期圧縮波の波尾を表わす。このように圧縮波の長さが管の半径より短い場合には、膨張波の影響を受けずに開口端を通過する圧縮波の波尾部分が存在する。一方、曲線EFはコー

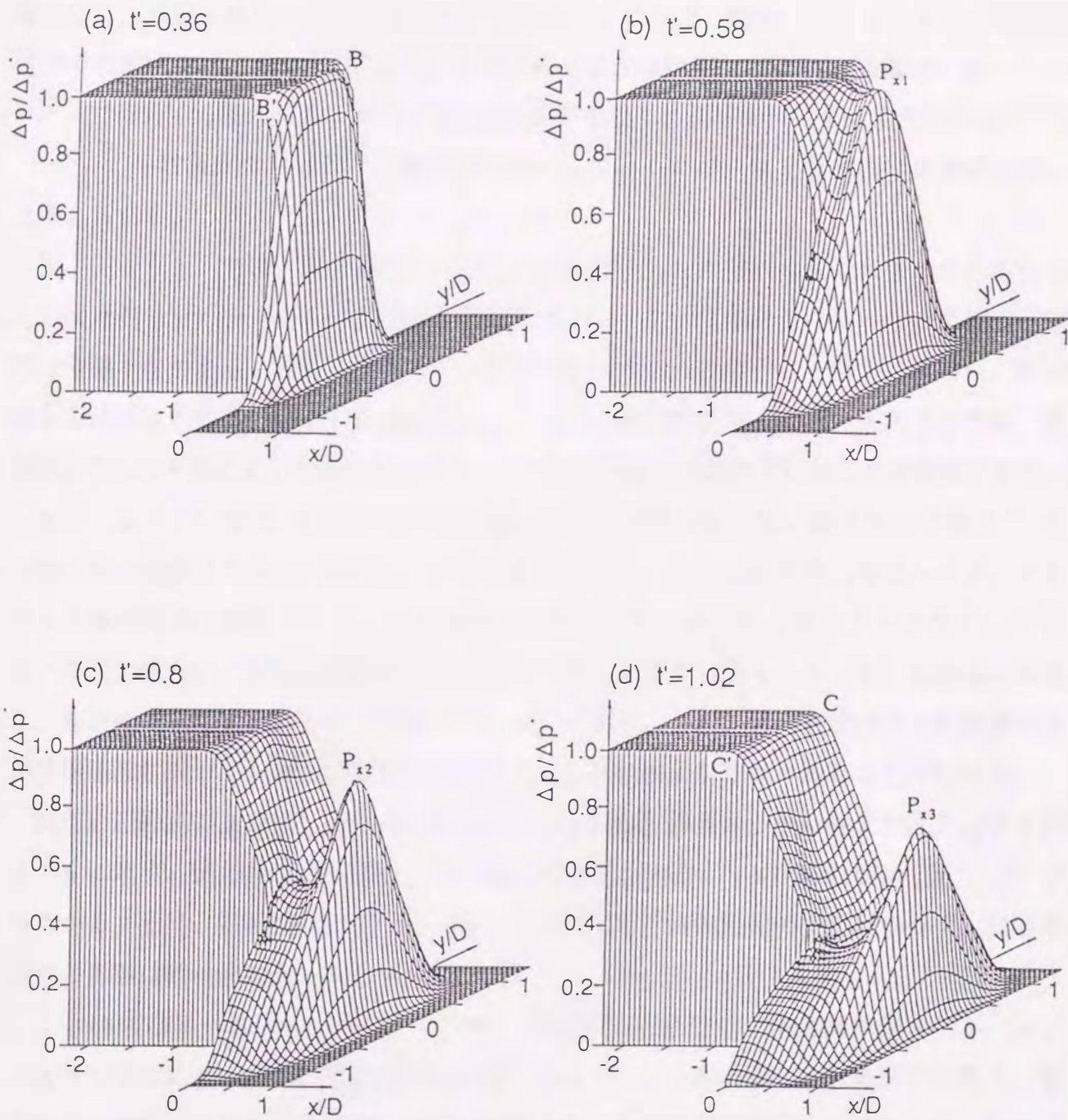


図4・4 パルス波の形成を示す圧力分布の一例 ( $L_1/D=0.4$ )

ナーAで回折した圧縮波の波頭部分、直線FGは回折の影響をまだ受けていない波頭部分を表わしている。したがって、この時刻における中心軸上の圧力分布には膨張波による影響はなく、初期圧縮波の圧力分布と同じである。ところで、図4・5(a)より、開口端近傍での流れのはく離や渦にともなう等圧線の変形は観察されない。衝撃波が $90^\circ$ のコーナーで回折する場合には、コーナー近傍に渦が発生して渦層を形成する場合があるが<sup>(24)</sup><sup>(73)</sup><sup>(74)</sup>、本計算条件では弱い圧縮波を対象としているため、はく離や渦はきわめて弱いと考えられる。

図4・5(b)では、開口端のコーナーAから発生した膨張波の波頭は管の中心軸に達し、反対側のコーナーからの膨張波と干渉している。この干渉を受けていない膨張波の波頭は曲線IJである。管外ではコーナーAでの回折による影響がより顕著に現われ、平面波から球面波への移行がさらに進行する。一方、実線で示す中心軸上の圧力分布では、膨張波どうしの干渉による影響を受けて、パルス波が形成され始めていることが観察できる。

図4・5(c)では、実線で示す中心軸上の圧力分布において、膨張波の波頭点 $T_x$ から管の出口に向けて圧力が減少し、点Kで最小となる。そして、点 $P_{x_2}$ をピーク点とするパルス波が明確に観察できる。この時刻における立ち上がり $H_{x_2}$ からピーク点 $P_{x_2}$ 付近までの圧力分布は、初期圧縮波の圧力分布と一致しており、図4・5(b)の場合と同様に、回折による影響をほとんど受けていないといえる。また、管内を伝ばする膨張波の波面は平面波に近づく一方、放出されるパルス波は球面波になりつつあることがわかる。

次に、圧縮波の長さが $L_1/D=1.3$ の場合における等圧線図と、中心軸上の圧力分布を図4・6に示す。図の各曲線は図4・5の場合と同様である。 $t'=0.36$ の図4・6(a)からわかるように、同時刻の図4・5(a)と比べて管内の等圧線の変形は小さく、反射膨張波の影響は相対的にかなり小さい。

$t'=0.8$ の図4・6(b)から、コーナーで回折した波面は、同時刻の図4・5(c)に比べて球面に近い。中心軸上の圧力分布においては、この時刻における圧力分布と、破線で示す初期圧縮波の圧力波形との間にわずかながら圧力差が存在し、図4・5(c)ほど顕著ではないものの、コーナーAから発生した膨張波による影響が観察される。また、圧縮波の波尾は、管外へ出る前にコーナーAから発生した膨張波の影響を受け、反射膨張波の波頭(曲線BC)として上流へ反射される。これは、圧縮波の長さが $L_1/D=1.3$ と管の直径より長いためである。

さらに時刻が経過した図4・6(c)では、中心軸上の圧力は管内から出口に向けて減

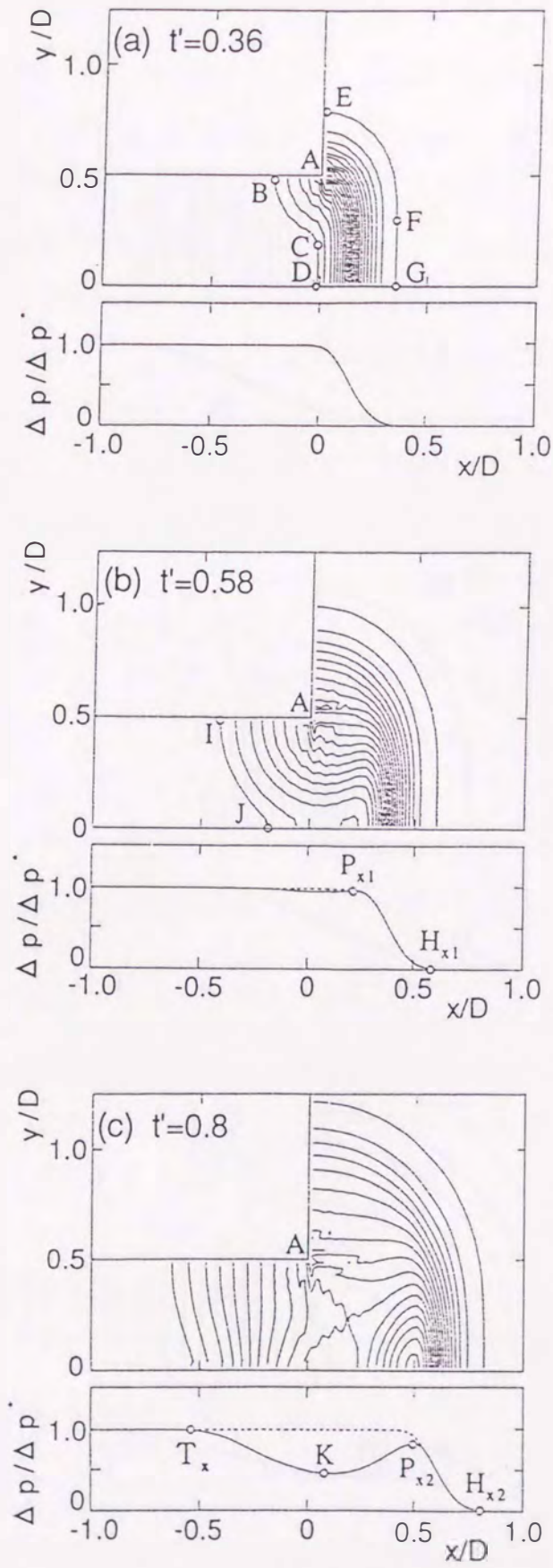


図4・5 中心軸上の圧力分布と等圧線 ( $L_1/D=0.4$ )

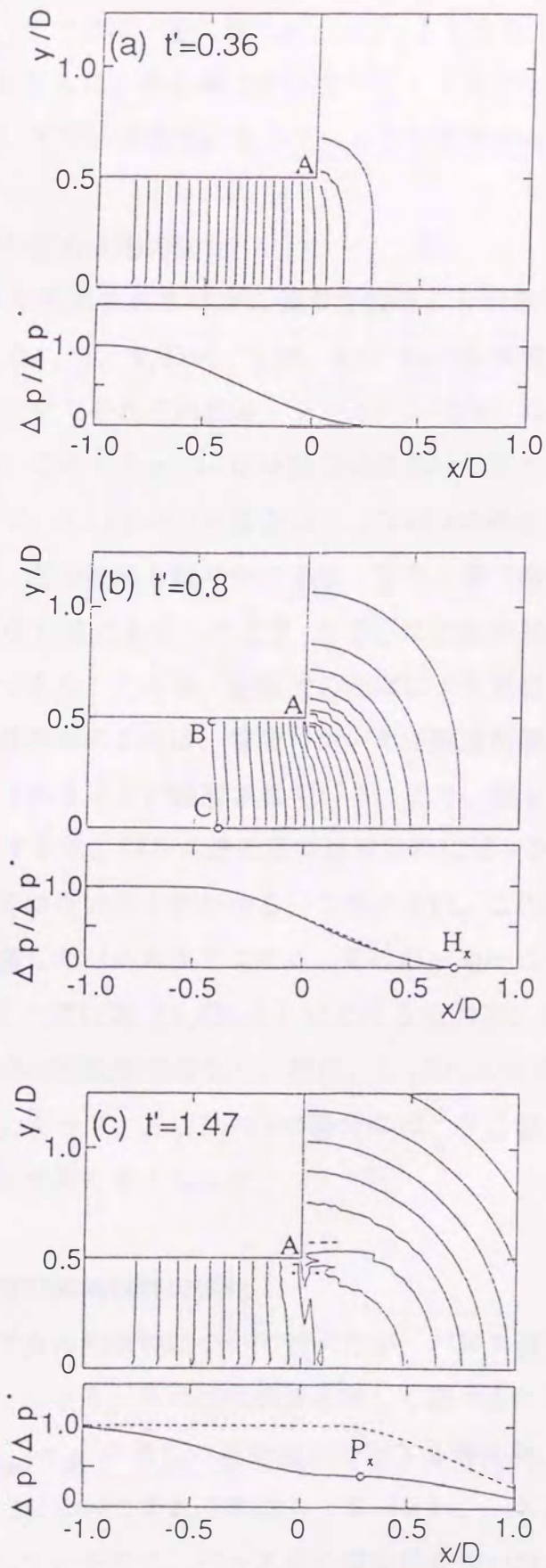


図 4・6 中心軸上の圧力分布と等圧線 ( $L_1/D=1.3$ )



少し、管出口から点 $P_x$ まではほぼ一定に保たれ、点 $P_x$ より波頭に向けて再び減少する。この点 $P_x$ が時間の経過とともに、中心軸上の圧力のピーク点となる。一方、管内を伝ばする反射膨張波の波面が、すでに平面波になっていることがわかる。

#### 4・2・3 パルス波の圧力波形の変化

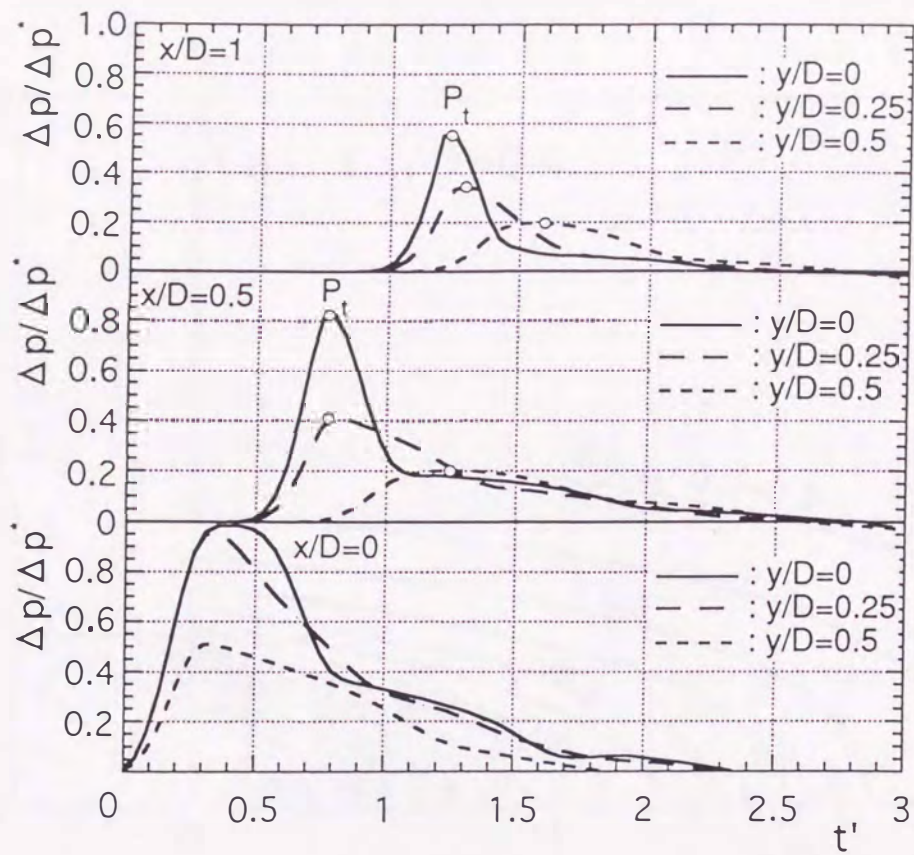
本節では、開口端より放出されるパルス波の特性をより明瞭にするために、管外の $x-y$ 平面上 ( $x/D=0, 0.5, 1, y/D=0, 0.25, 0.5$ ) のパルス波の圧力波形の時間的変化を、 $L_1/D=0.4, 1.3$ についてそれぞれ図4・7 (a)、(b)に示す。それぞれの位置は各図中に示してあるが、このうち $x/D=0$ は開口端における圧力変化を表わしている。図4・7からわかるように、 $L_1/D=1.3$ の場合は $L_1/D=0.4$ の場合と比較して同じ位置でのパルス波の強さは弱く、圧力波形も緩やかである。また、開口端における圧力変化の形状と同様に、パルス波の圧力波形もピーク点 $P_1$ を中心に左右非対称で、特に $L_1/D=0.4$ の場合はその傾向が顕著である。これは、圧縮波の伝ばにより誘起された流れの影響によるものと考えられ、本計算結果によれば、管内において圧縮波背後に流れが誘起され、この流れが開口端より放出されることが確認されている。また、図4・7より $y/D=0$ のときの $x/D=0.5$ と1を比較すると、パルス波の圧力波形は特にピーク点 $P_1$ 以後に相違が観察され、時間的に相似形ではないことがわかる。このことは、この領域における波は完全なパルス波、すなわち発達したパルス波ではなく、その形成途中にあることを示している。

一方、 $y/D=0$ のときの開口端 ( $x/D=0$ ) における圧力変化の形状と $x/D \neq 0$ のパルス波の圧力波形も時間的に相似形ではなく、特に、 $L_1/D=0.4$ の開口端における結果にはピーク点が存在しない。よって、 $L_1/D=0.4$ の場合には、中心軸上におけるパルス波の形成開始位置が管外に存在すると考えられる。

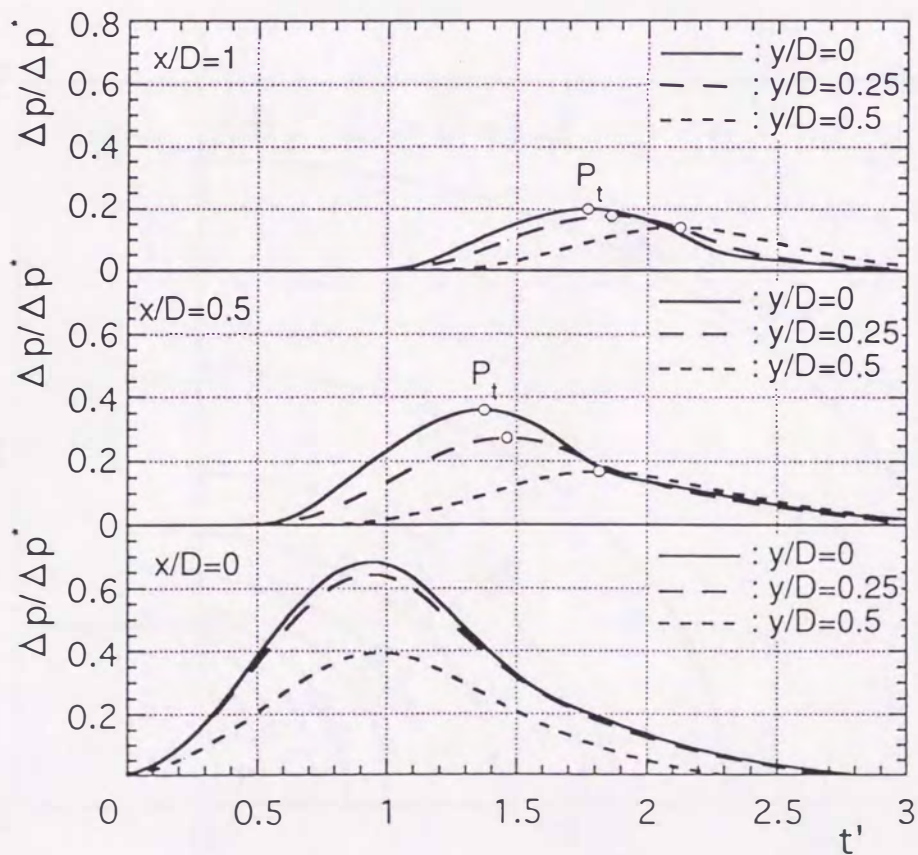
#### 4・2・4 開口端近傍の指向特性の変化

前節において、パルス波の相似性について述べたが、パルス波の波形の時間的変化のピーク点 $\Delta p_{\max}$ を測ることにより、その指向特性を詳しく調べることができる。

パルス波の強さ $\Delta p_{\max}/\Delta p^*$ が等しい点を結んでできる等圧線、すなわちパルス波の指向性を、 $L_1/D=0.4$ と1.3についてそれぞれ図4・8 (a)、(b)に示す。図では中心軸より上側半分のみを示しているので、パルス波に指向性がない場合、等圧線は開口端を中心とする1/4円形となる。図4・8 (a)の場合には、等圧線は1/4楕円形になってお



(a)  $L_1/D = 0.4$



(b)  $L_1/D = 1.3$

図4・7 パルス波の圧力波形の時間的变化

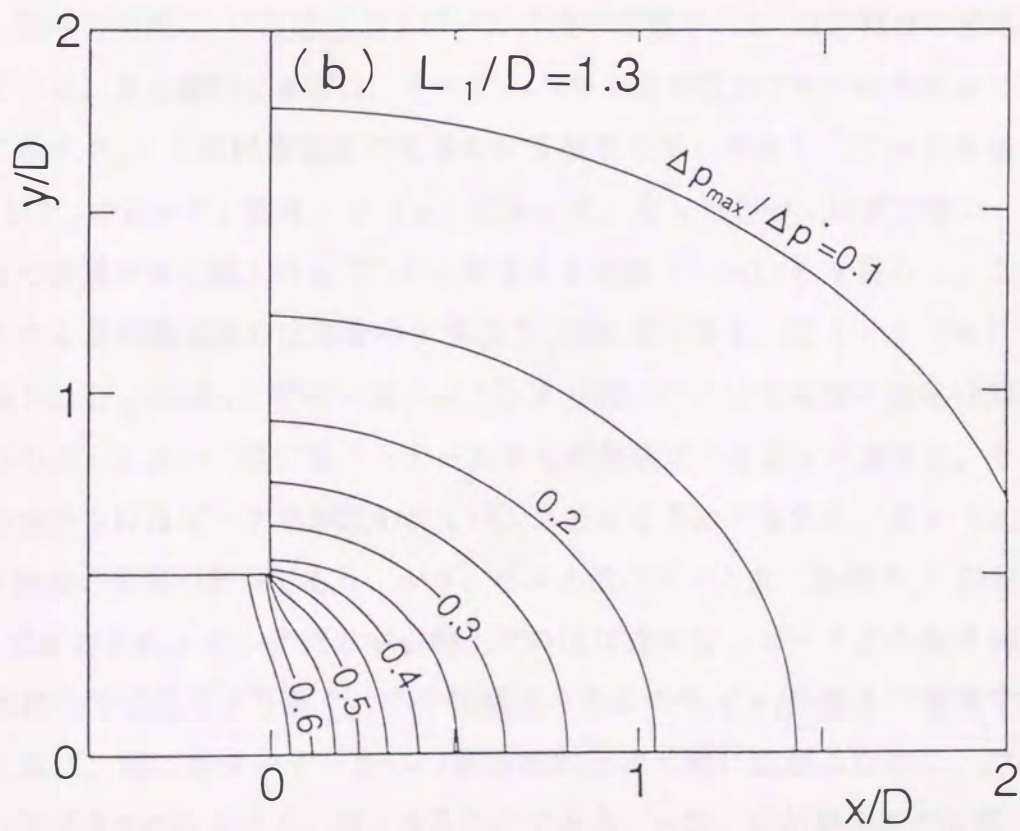
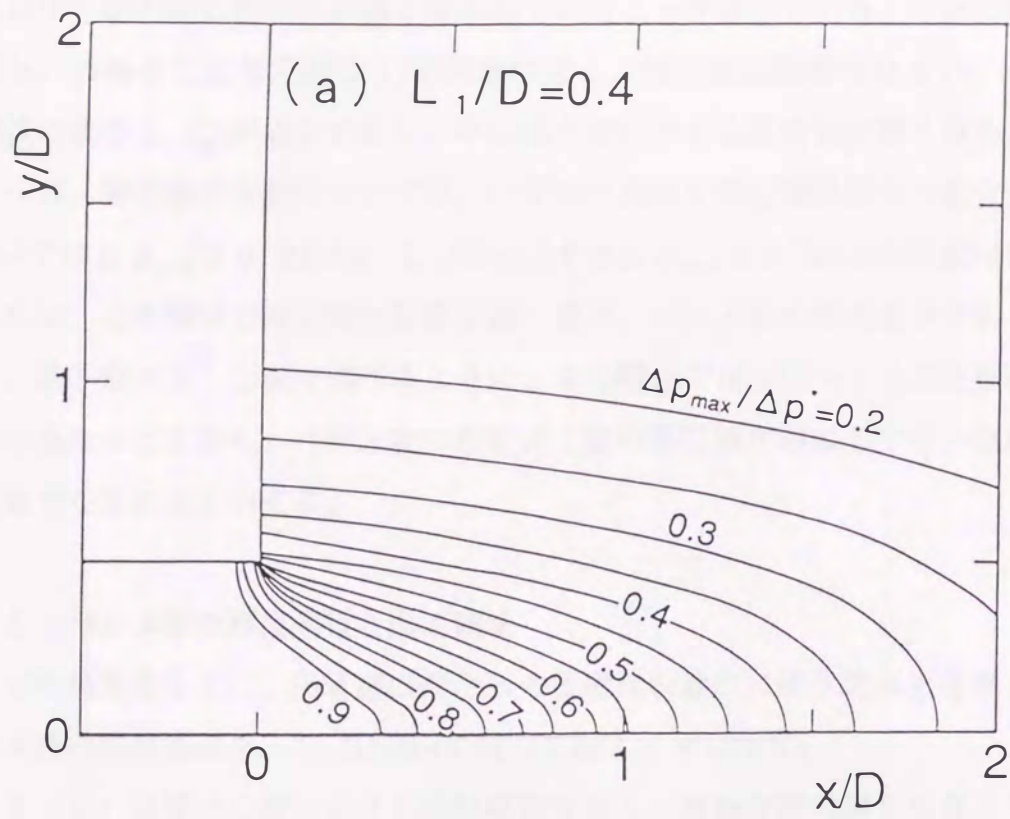


図4・8 パルス波の指向性

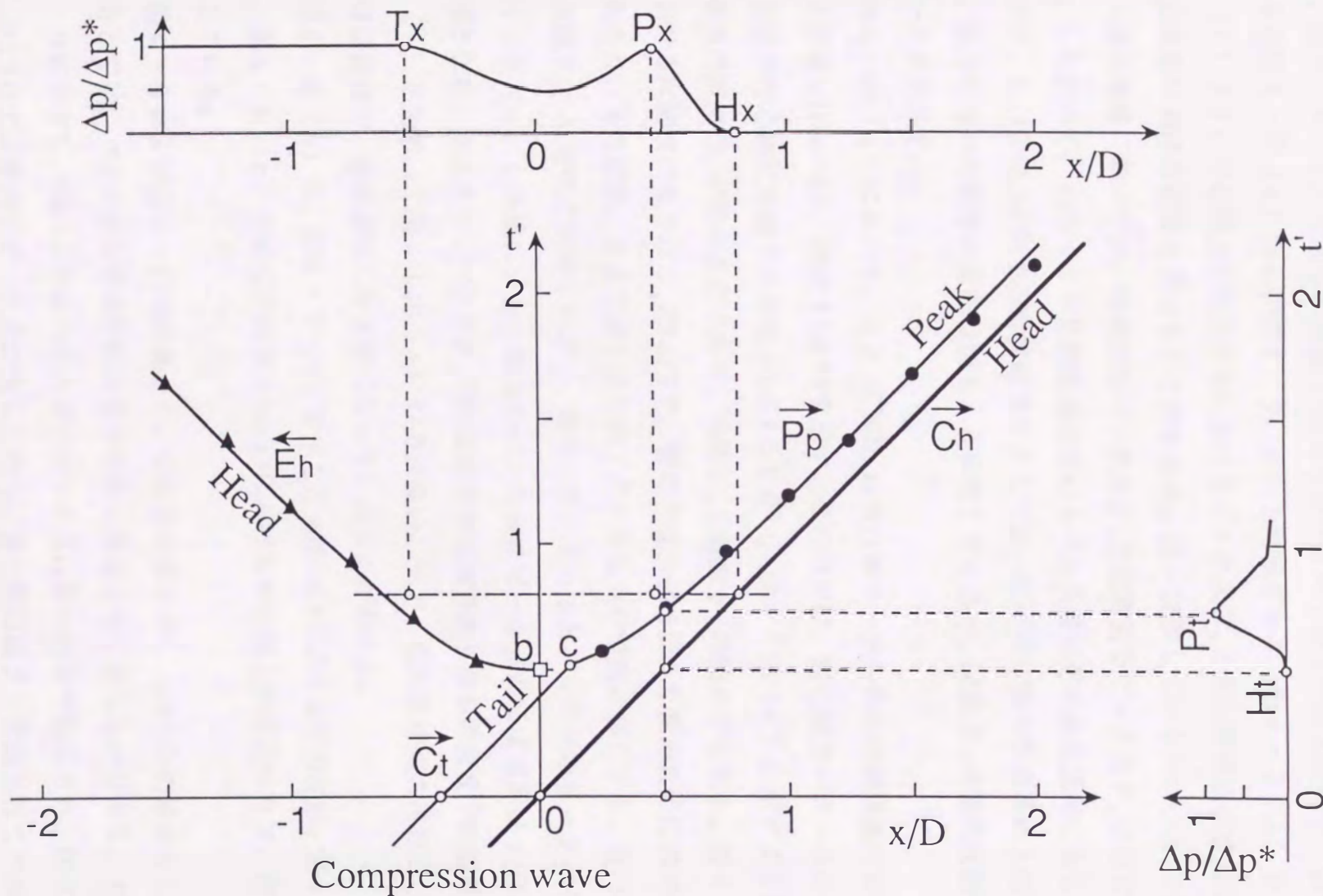
り、これは中心軸方向に指向性が強く現われていることを示している。これに対して、図 4・8 (b) の場合には等圧線は 1/4 円形に近く、指向性は顕著ではない。このことから、圧縮波の長さ  $L_1/D$  が減少すると、中心軸方向に対する指向性が強く現われることがわかる。一方、等圧線の形状については、いずれの曲線も開口端付近での変化が著しく、 $L_1/D=0.4$  では  $\Delta p_{\max}/\Delta p^* \geq 0.55$ 、 $L_1/D=1.3$  では  $\Delta p_{\max}/\Delta p^* \geq 0.2$  の曲線は相似形ではない。これは、この領域で開口端の影響を強く受け、パルス波の形成途中であることを示している。第 5 章の 5・2 節で述べるように、中心軸上では  $x/D=1$  は近距離場と遠距離場の境界にあたることから、パルス波の形成は上記の等圧線が相似形でない領域、すなわち近距離場でなされるといえる。

#### 4・2・5 パルス波の形成過程と形成領域

前節までの結果をもとに、円管開口端からの圧縮波の放出に伴う流れを考察した。得られたパルス波の形成過程を、 $L_1/D=0.4$  に対して図 4・9 に示す。

図 4・9 (a) は管中心軸における波動線図を示し、横軸は開口端を原点とする無次元距離  $x/D$ 、縦軸は圧縮波の波頭が開口端に到達したときの時刻を 0 とする無次元時間  $t'$  である。図中の実線  $C_h$  は圧縮波およびパルス波の波頭を、 $C_t$  は圧縮波の波尾をそれぞれ表わしている。また●印と▲印は、それぞれパルス波の圧力波形の時間的なピーク点 (図 4・7 に示す  $P_t$ ) と反射膨張波の波頭の計算結果を示しており、これらを結んだ実線を  $P_p$  および  $E_h$  で表わす。図 4・9 (a) において、点 b (□印) は開口端コーナー A からの膨張波の波頭が中心軸上の  $x/D=0$  に到達する時刻 ( $t'=0.5$ ) を表わし、この点 b が管内に発生する反射膨張波の波頭を示す実線  $E_h$  の始点となる。図 4・9 (a) における圧縮波の長さは  $L_1/D=0.4$  と管の半径  $r=0.5D$  より短いために圧縮波の波尾は開口端を通過し、管外の点 c において開口端コーナー A からの膨張波の波頭と干渉する。その結果、点 c の圧力波形上にはピーク点が現われてパルス波となる。すなわち、点 c ( $x/D=0.125$ ) は伝ば圧縮波の波尾の終点であり、かつ、パルス波のピーク点 (曲線  $P_p$ ) の始点である。曲線  $P_p$  で表わされるピーク点の中心軸上での伝ば速度は、ピーク点の形成開始直後はパルス波波頭の伝ば速度より速く、その後減速されたのちに  $x/D \geq 1$  の領域でほぼ音速となる。これは、開口端コーナーからの膨張波が三次元的に広がるために、中心軸上のピーク点の伝ば速度がみかけ上、速くなるためである。一方、反射膨張波の波頭 (曲線  $E_h$ ) の伝ば速度もパルス波と同様の理由で開口端に近いほど速く、上流へ伝ばするにしたがっ

(c) Pressure distribution on axis at  $t'=0.8$



(a) Wave diagram

(b) Pressure change with time on  $x/D=0.5$

図 4 · 9 波動線図 ( $L_1/D=0.4$ )

て一定となる。

図4・9 (b) は、図4・7 (a) で示した  $x/D=0.5$  における圧力波形、図4・9 (c) は、図4・5 (c) で示した時刻  $t'=0.8$  における中心軸上の圧力分布で、図中の記号はともに図4・7 (a) および図4・5 (c) と同様である。図4・9 (b) および図4・9 (c) より、中心軸上の圧力分布におけるピーク点  $P_x$  と反射膨張波の波頭  $T_x$  の位置は圧力波形における位置と異なることがわかる。図には示していないが、 $x/D \geq 1$ 、すなわち遠距離場においては、時間的なピーク点  $P_t$  と空間的なピーク点  $P_x$  はほぼ一致している。したがって、 $x/D < 1$  の近距離場におけるパルス波はその形成過程にあるといえる。

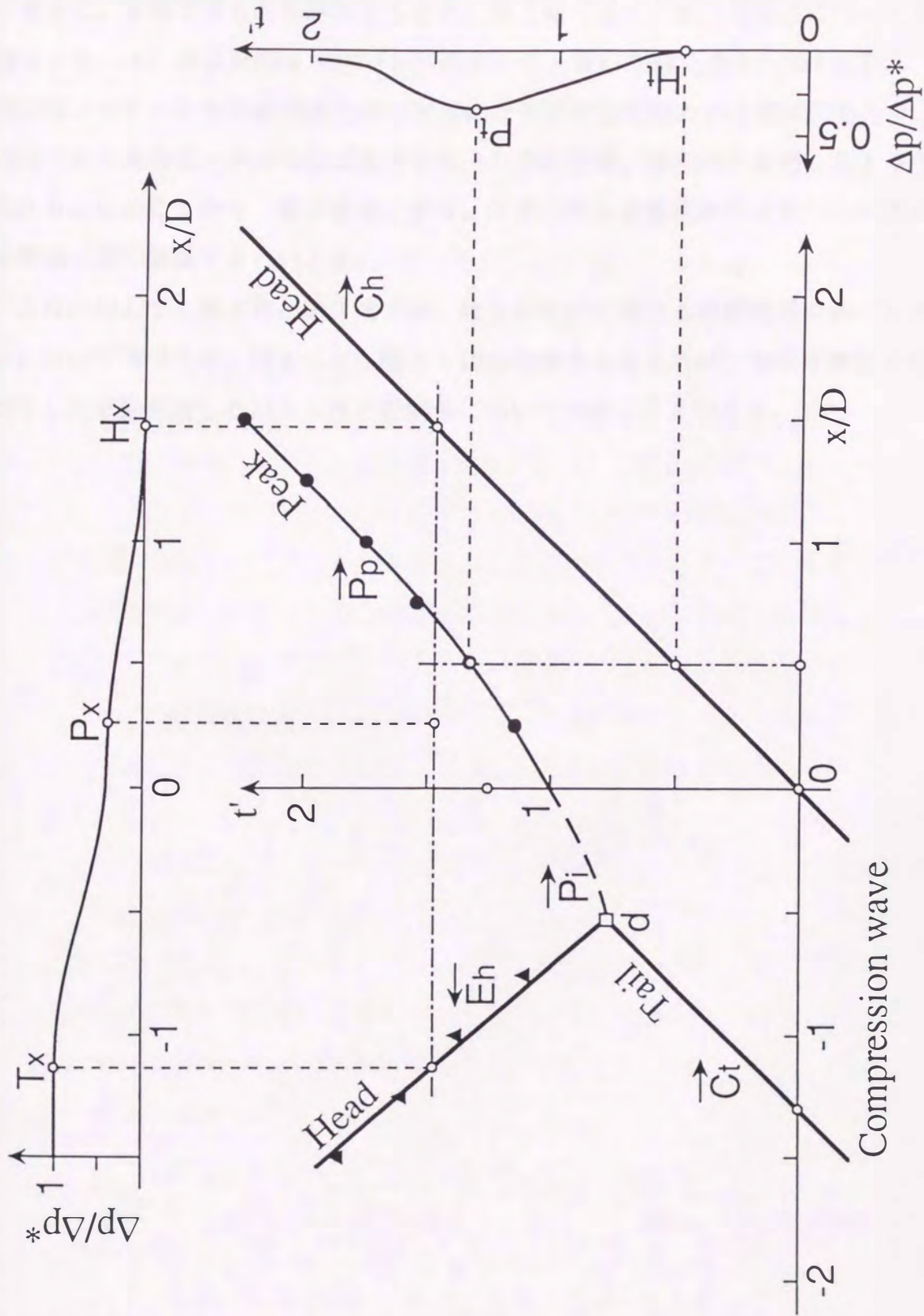
次に、 $L_1/D=1.3$  に対する計算結果をもとに描いたパルス波の形成過程を図4・10に示す。図中に用いた記号の意味は図4・9に準じているが、破線  $P_i$  は管内波動の時間的なピーク点を示す。

図4・10 (a) において、点d (□印) は開口端コーナーからの膨張波の影響が観察される位置  $x/D=-0.5$ 、時刻  $t'=0.75$  を示す。この時刻は、開口端コーナーAからの膨張波の波頭が中心軸に到達する時刻  $t'=0.5$  より遅い。図4・10 (a) に示すように、点dは圧縮波の波尾  $C_i$  が終わる点であり、実線  $E_n$  と破線  $P_i$  の始点でもある。図4・10 (a) における圧縮波の長さは  $L_1/D=1.3$  で、管の半径  $r=0.5D$  より長いために波の干渉が管内で起こり、その結果、点dで示す波の終了点や開始点が管内に存在する。管内のピーク点 (破線  $P_i$ ) は管外に向けて伝ばし、管外に放出されるとパルス波のピーク点  $P_p$  となる。図4・9 (a) と同様に、中心軸上のパルス波のピーク点の伝ば速度は  $x/D \geq 1$  ではほぼ音速となる。点dからピーク点  $P_p$  の伝ば速度がほぼ音速となる位置までの距離は、図4・9 (a) と比較して図4・10 (a) の方が長い。一方、反射膨張波の波頭  $E_n$  の伝ば速度はほぼ音速で、形成直後に平面波になっていることがわかる。

図4・10 (b) は、図4・7 (b) で示した  $x/D=0.5$  における圧力波形、図4・10 (c) は、図4・6 (c) で示した時刻  $t'=1.47$  における中心軸上の圧力分布で、参考のために示している。

図4・9 および図4・10の結果から、圧縮波の長さが  $L_1 < 0.5D$  の場合と  $L_1 > 0.5D$  の場合とでは、パルス波の形成開始位置や時刻に相違を生じることがわかる。すなわち、図4・9に示す  $L_1 < 0.5D$  ではパルス波のピーク点は管の外側で形成され、図4・10に示す  $L_1 > 0.5D$  では管内でピーク点が生じたのちに管の開口端より放出されてパルス波を形成する。いずれの場合も開口端での三次元的な波動形態がパルス波の形成過程を支配する。

(c) Pressure distribution on axis at  $t'=1.47$



(a) Wave diagram

图 4 · 1 0 波动线图 ( $L_1/D=1.3$ )

しかし、最終的にパルス波が形成されるとパルス波のピーク点の伝ば速度や指向性が一様となり、いずれの場合も  $x/D \geq 1$  でいわゆる遠距離場に相当する。

最後に、本章で得られた結果をもとに、第3章で述べた開口端補正について考察する。図4・9(a) および図4・10(a)において、開口端補正長  $\Delta l = 0.425 D$  は、圧縮波と開口端コーナーからの膨張波との三次元的な干渉が強く現われる領域にあたり、 $x < \Delta l$  ではパルス波のピーク点の伝ば速度やピーク点の位置、指向性に前述したような特徴が現われる。このことから、開口端補正長は、三次元的な波動現象によりパルス波が形成される領域に強く関係するといえる。

これに対して、第2章と第3章では、おもに初期圧縮波と遠距離場でのパルス波との関係について述べたが、図4・9、図4・10の結果をふまえれば、初期圧縮波と形成過程が終了して十分発達したパルス波との関係について解析したといえる。



#### 4・3 第4章の結論

第4章では、伝ばする圧縮波の開口端からの放出過程を軸対称流れの数値解析によって明らかにした。得られた結果を要約すると、以下のとおりである。

- (1) 開口端に圧縮波が到達すると開口端コーナーから膨張波が発生する。この膨張波が圧縮波と干渉しながら伝ばすることにより、圧縮波の放出が起こる過程を示した。
- (2) パルス波の指向性は  $x/D < 1$  の近距離場で開口端の影響を受け、 $x/D > 1$  の遠距離場では一様な特性を示す。
- (3) パルス波は  $x/D < 1$  の近距離場で形成される。この領域では、パルス波の圧力波形は相似形ではない。また、三次元的波動により、圧力波形から得られるパルス波のピーク点と反射膨張波の波頭の位置は、中心軸上の圧力分布から得られる結果と異なる。
- (4) 圧縮波の長さ  $L_1$  が放出過程に及ぼす影響は、圧縮波の長さが管の半径より短いために、開口端コーナーからの膨張波の波頭が管の中心軸に到達する前に圧縮波の波尾が開口端から放出される場合と、圧縮波の長さが管の半径より長い場合に比べて考察できる。
  - (a) 圧縮波の長さが管の半径より短い場合、開口端コーナーからの膨張波が中心軸上に到達後、管外にパルス波のピーク点が現われる。また、開口端近傍に生じる三次元的波動の影響が、管内に形成される反射膨張波にも及ぶ。
  - (b) 圧縮波の長さが管の半径より長い場合、開口端コーナーからの膨張波が管の中心軸上に到達したのち、この膨張波の影響を受けて圧力波形がパルス状になる領域が管内に生じる。
- (5) 開口端補正長は、上述したパルス波の形成領域のうち、パルス波のピーク点の伝ば速度や位置に顕著な特徴が現われる領域に相当する。この意味から、開口端補正長はパルス波の形成領域と強い関係があるといえる。