

円筒ウォームギヤの歯当たり解析による負荷能力向上に関する研究

須藤, 勝蔵

<https://doi.org/10.11501/3166943>

出版情報 : 九州大学, 1999, 博士 (工学), 論文博士
バージョン :
権利関係 :

図録システムデータの妥当性解析による
検索性能向上に関する研究

円筒ウォームギヤの歯当たり解析による
負荷能力向上に関する研究

平成11年12月

須藤勝蔵

目 次

	ページ
第1章 緒論 -----	1
1.1 ウォームギヤの産業界での動向 -----	1
1.2 ウォームギヤの研究動向 -----	8
1.3 本研究の目的 -----	10
1.4 本論文の内容 -----	11
参考文献 -----	13
第2章 噛みあい解析 -----	14
2.1 緒言 -----	14
2.2 ウォーム歯面の母線表示 -----	14
2.3 ホイールとのかみあい条件 -----	23
2.4 歯形誤差及び組立誤差を考慮した歯面間隙間 -----	27
2.5 接触線上における歯面曲率すべり速度及びすべり率 -----	34
2.6 結言 -----	43
参考文献 -----	44
第3章 ホログラフィによる歯のたわみ特性試験 -----	45
3.1 緒言 -----	45

3.1.1	記号	45
3.2	ホログラフィによる歯のコンプライアンス計測	46
3.2.1	試験条件	46
3.2.1.1	供試歯車	46
3.2.1.2	試験装置及び試験方法	46
3.2.2	試験結果	50
3.3	歯のたわみの近似式	53
3.3.1	歯のたわみの近似式の検討	53
3.3.2	たわみの絶対値 $[U]$	53
3.3.3	歯のたわみ特性関数 $[v(\bar{r})]$	54
3.3.4	歯たけ方向の負荷点直下のたわみ特性関数 $[G(y)]$	57
3.3.5	歯幅方向の負荷点直下のたわみ特性関数 $[F(\theta)]$	57
3.3.6	実験値と近似値の比較	63
3.4	結言	66
	参考文献	67
第4章	歯当たり解析	68
4.1	緒言	68
4.2	歯面荷重分布解析法	69
4.3	歯元応力影響係数の近似式	72

4.4	検証例	73
4.4.1	運転試験結果との比較	79
4.4.2	JIS3形とNiemann歯形の比較	83
4.4.3	組立誤差の影響	85
4.5	結言	87
	参考文献	88
第5章	歯面の焼付きと摩耗の評価法	89
5.1	緒言	89
5.2	試験方法及び試験条件	89
5.2.1	試験装置	89
5.2.2	試験歯車	91
5.2.3	潤滑油	91
5.2.4	試験方法	91
5.2.5	試験条件	94
5.3	試験結果	94
5.3.1	焼付き発生限界	94
5.3.2	歯面の局所摺動条件との対応	97
5.3.3	歯本体温度の上昇	100
5.3.4	歯面摩擦係数を考慮した焼付き限界	103

5.4 歯面の摩耗-----	105
5.5 結言-----	109
参考文献-----	110
第6章 高速形削り盤用主ウォームギヤ改善への展開-----	111
6.1 緒言-----	111
6.2 ウォームギヤの歯面摩耗状況-----	111
6.2.1 高速形削り盤と対象ウォームギヤ-----	111
6.2.2 歯面摩耗の状況-----	118
6.2.3 ウォーム挙動計測による摩耗原因の検討-----	122
6.3 歯面摩耗再現試験-----	132
6.3.1 試験装置と試験ウォームギヤ-----	132
6.3.2 試験結果-----	136
6.4 カッタヘッド用マスタウォーム改善設計基準の作成-----	144
6.4.1 狙い-----	144
6.4.2 改善設計の基本的な考え-----	144
6.4.3 設計の手順-----	145
6.5 結言-----	152
参考文献-----	153

第1章 緒 論

1.1 ウォームギヤの産業界での動向

ウォームギヤはねじ状のウォームと、長い半割りナットを歯を外にして車の外周にはりつけた形のウォームホイールを組み合わせたものである¹⁾。ウォームの外径が円筒状のものと、鼓形のものがある。ウォームを回転すると、ねじすじが丁度くさびを打ち込むようにはいってウォームホイールの歯を押し進める。従って、歯面間のすべりは大きい、小さい容積で10～100以上の減速比が容易に得られる。また、騒音が少ないのが特徴である。食違い軸歯車的一种であり、直角をなして交わらない2軸間に動力を伝えることができる。効率は円筒歯車より低い、進み角を適当に大きく選べば90%以上の効率のものを得ることができる。また、逆に小さい進み角にすれば、ウォームホイールからの逆転を防止できるセルフロックウォームギヤにすることもできる。

ウォームギヤは直交、高減速比、低騒音、セルフロック性以外にも低振動、高精度、極小バックラッシ（正逆転時のがたが小さい）などの特長を生かし、まがりばかさ歯車装置などの他歯車減速機との棲分けが行われている。表1-1にウォームギヤの評価されている特長と主な用途の関連を調べたものを示す。

中心間距離500mmを超える大型ウォームギヤの分野では、表1-2に実績を示すように微粉炭ミルや攪拌機などではコスト競争力が低下し、まがりばかさ歯車と遊星歯車の組合せに代替えされつつある。また、大型ウォームギヤの最大使用設備であった製鉄圧延プラントはシステム全体のコスト面より油圧方式に代替え

表 1-1 ウォームギヤの主な用途と評価されている特長

NO.	大区分	用途	ウォームギヤ サイズ	今後の 伸長	直交	期待されている特長 (○印が該当)										
						入力軸 複数本 連結可	高減 速比/ 一段	出力軸 中空軸 が可能	省 スペース	低 騒音	低 振動	回転 精度	高割 出精 度	極小 バック ラッシュ	セルフ ロック 性	
1	製鉄プラント	圧下調整装置 スクルー	中, 大, 超大型	×	○	○		○								
2	製鉄プラント	ロールロス調整スクルー	中型	△	○	○		○	○							
3	製鉄プラント	連続鋳造設備 ピンチロール	中型	△	○				○							
4	火力プラント	ローリセパレータ	中型	×	○											
5	火力プラント	微粉炭ミル	超大型	×	○		○									
6	舞台装置	昇降装置	小, 中型	○	○					○						○
7	原子力プラント	燃料棒昇降ロボット	中型	△	○											○
8	原子力プラント	燃料棒監視カメラ 制御用	小型	△	○											○
9	製紙プラント	レファイナ調整装置	中型	△	○		○	○								
10	立体駐車場 設備	ターニング装置	小型	○	○				○	○						
11	工作機械	ロータリーテーブル	中・大型複 リットウォーム	○	○		○					○	○			
12	工作機械	割出ギヤ	中型複 リットウォーム	○	○							○	○			
13	運搬機	クレーン走行用	中型	△	○			○	○							
14	運搬機	コンテナクレーン傾転用	中型	△	○		○									○
15	タービン	ターニング装置	中・大型	△	○		○									
16	半導体関連 設備	ウェハラッピングマシン	中型	○	○		○		○	○						
17	半導体関連 設備	ウェハスラシマシン	小型	○	○											
18	半導体関連 設備	チップマウンター	小型	○	○											
19	食品機械	洗瓶機	中型	○	○		○		○							
20	食品機械	瓶詰め機	中型	○	○				○							
21	硝子製造設 備	液晶硝子搬送ロール 駆動用	小型	○						○	○			○		
22	硝子製造設 備	板硝子採板機	中型	△	○									○		
23	ガラス管製造 設備	研磨盤	中型	△	○			○								
24	ハートディスク用 硝子製造設 備	研磨盤	中型	○	○			○								
25	形状鋼成型 機	フォーミングロールマシン	中型	△	○	○			○							
26	造管機	ロール駆動	大型	△	○		○									
27	鍛造機械	マルチユレータ	大型	△	○											
28	プレスファイター	ファイターロール駆動用	小, 中型	△	○											○
29	プレス	メインドライブ	中型	△	○											
30	攪拌機	攪拌軸駆動用	中, 大型	×	○											
31	ハンチングプレス	上下型角度調整 用	小型	○	○											○
32	紙加工機	高速カッター駆動用	中型	△	○											○
33	FA関連設備	インデックス	小, 中型	△	○											○
34	射出成型機	スクルー駆動用	中, 大型	△	○				○	○						
35	モルル設備	ポイント切替え装置	中型	○	○		○		○							
36	スクリーン印刷機	スクリーン昇降用	小型	○	○					○						

注) 今後の伸長 ○: 伸びる, △: 現状維持, ×: 市場の伸長が期待できない, 他の歯車に置き換えられつつある。

表 1-2 大型ミル用減速装置の実績例

運開日	納入場所	出力回転数 rpm	入力回転数 rpm	伝達馬力 kW
1989年7月	九州電力株式会社 松浦発電所 1号ボイラ	36.2	1200	670
1991年10月	北陸電力株式会社 敦賀発電所 1号ボイラ	43.2	600	450
1991年10月	中部電力株式会社 碧南発電所 1号ボイラ	36.2	1200	800
1992年4月	香港電力 LAMA発電所 6号ボイラ	44.6	600	400
1992年6月	酒田共同火力発電所株式会社 酒田発電所 2号ボイラ	45.1	600	450
1993年7月	メキシコ CFE PETACALCO発電所 3号ボイラ	44.6	600	380
1994年1月	メキシコ CFE PETACALCO発電所 4号ボイラ	44.6	600	380
1995年1月	メキシコ CFE PETACALCO発電所 6号ボイラ	44.6	600	380
1998年5月	電気化学工業株式会社 青海工場向	69.6	1000	200

されつつある。

しかし、落下防止・安全上セルフロック性が要求される原子力プラント燃料棒昇降ロボットや舞台装置の昇降装置などではウォームギヤが強い市場である。さらに工作機械の割出し機構、液晶硝子搬送装置などの角度変動を嫌う設備ではかみあい周波数が低いことが有利に働き、他歯車を寄せ付けない独占的市場となっている。これらのウォーム変速機の標準化例を表1-3に示すが、大きな減速比をとれる特長が他の歯車形式に替え難いメリットとなっている。

サーボモータ駆動方式とウォームギヤを組合せた高精度で極小ノーバックラッシかみあいの特長を生かし、今後幅広く産業界で成長していくためには、ウォームギヤの摩耗抑制技術ならび定量化が今後の課題となる。

次に、国内ウォームギヤの歯形について調査したものを表1-4に示す。また、図1-1に各種の歯形を示す。表1-4からわかるように、現在は世界的にみても円筒ウォームギヤが主流であり、鼓形ウォームは日本では3社、米国で1社及び旧共産圏で生産されているがシェアは低い。

理論的に鼓形ウォームは負荷能力及び効率が高いと言われているが、高精度加工の難しさ、生産性の低さ、荷重・温度変化による歯当たりの変化などによってシェアが伸びないものと推定される。

逆に円筒ウォームでJIS3形がシェアを圧倒しているのは、量産向きでかつ精度確保の容易さによるものと思われる。

表 1-3 一段ウォーム減速機ギヤセット (三菱重工業の例)

減速比	入力軸回転数 (rpm)	出力軸回転数 (rpm)	伝達馬力 (kW)
20	1800	90	240
	1500	75	235
	1000	50	220
	750	37.5	205
	500	25	165
	300	15	115
40	1800	45	165
	1500	37.5	160
	1000	25	145
	750	18.5	120
	500	12.5	88.5
	300	7.5	62
50	1800	36	110
	1500	30	105
	1000	20	96
	750	15	88.5
	500	10	73
	300	6	49.5

表 1-4 国内ウォームギヤメーカーとその特長

NO.	大区分	歯形	メーカー名
1	円筒ウォーム	Niemann	三菱重工業
2	円筒ウォーム	JIS3	マキシンコー
3	円筒ウォーム	JIS3	椿本エマソン
4	円筒ウォーム	JIS3	青木精密工業
5	円筒ウォーム	JIS3	ベルポニー
6	円筒ウォーム	JIS4 (インボリュートヘリコイド)	大阪製鎖造機
7	円筒ウォーム	JIS3	新栄工業
8	円筒ウォーム	JIS3	長谷川鉄工
9	円筒ウォーム	JIS3	平井減速機
10	円筒ウォーム	JIS3	SIG
11	円筒ウォーム	JIS3	OGIC
12	鼓形ウォーム	鼓形	住友重機
13	鼓形ウォーム	鼓形	植田歯車
14	鼓形ウォーム	鼓形	ハセックギヤ

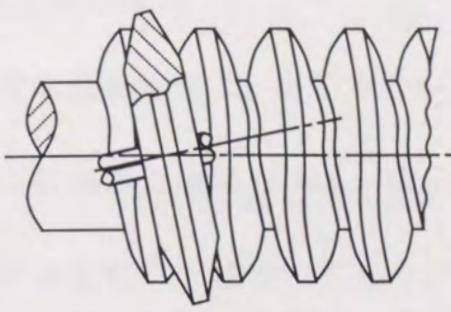
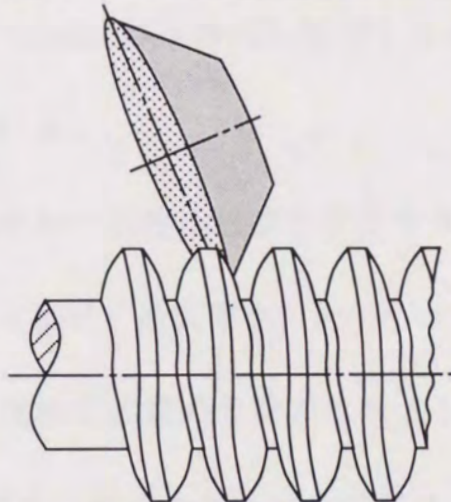
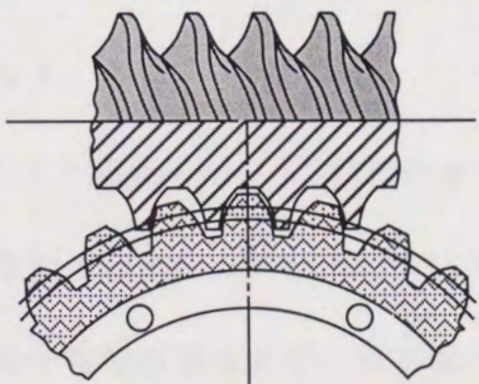
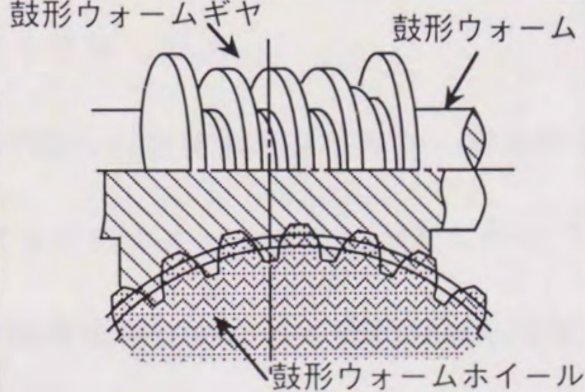
	形 状	特 徴
JIS3形		工具軸平面上の形が台形のフライス又は砥石の軸をウォーム軸に対して進み角だけ傾けて工作したもの
JIS4形		軸直角平面上の歯形がインボリュート曲線のもの
Niemann		ウォーム軸断面におけるウォームの歯面は特殊凹円弧をなし、ウォームホイールの歯面はこれに対し共役な凸円弧をなす。
鼓形 ウォームギヤ		ウォームホイールの中央平面上で鼓形ウォームのピッチ面の切り口である円弧が、ウォームホイール軸を中心とするピッチ円の一部分をなし、このピッチ円に沿って直線歯形が設定される。

図1-1 ウォームホイールの歯形形状

1.2 ウォームギヤの研究動向

ウォームギヤは回転速度が遅く、なじみの問題があり、かつ高面圧で使うものでは異常摩耗や歯の折損の危険性がある。また近年歯車装置に対する大容量化、コンパクト化の要求はますます増大しており、ウォームギヤにおける従来の設計^{2) 3)}は、AGMAやJGMAの規格式に基づくものであり、より合理的な設計手法の開発が望まれている。

一般に歯車のかみあい同時接触線の位置やそこでの荷重分布が分かれば、歯車の任意の点について面圧、油膜厚さ、歯元曲げ応力等が計算でき、従来の負荷容量計算式に比べ合理的な歯車の設計が可能となる。平行軸（はすば，平）歯車とは異なり、まがりばかさ歯車やウォームギヤはまず三次元空間における歯面位置の設定が重要となる。

牧ら⁴⁾はスプライン関数を用いて、鼓形ウォームギヤの歯車対及び工具の設計を生産現場に設置できるパソコンを用いて行う手法を提案した。また、牟田ら⁵⁾は歯車の歯面形状や接触状態を視覚的に把握できるようにするために、歯面、接触隙間の表示法を提案した。

郡原⁶⁾は計算で得られた歯面形状をもとに歯当たり解析を実施しているが面圧や歯元曲げ応力などのウォームギヤの強度については言及していない。また、H. Winterら⁷⁾は接触面全体にわたって面圧分布を計算する手法を提案しているが、歯元曲げ応力の評価法については述べられなく、また、これらの研究には同時接触線に荷重が作用した場合の歯の弾性変形は考慮されていない。

真の歯当たり解析は、同時接触線上の任意の位置に集中荷重が作用する場合の接触線上のたわみ特性を知り、歯面形状誤差を考慮して接触線上における荷重分布を未知関数とおいた積の形の積分方程式を解いて荷重分布を求めるものである。平行軸歯車については、多くの研究者^{8~11)}によって、かみあい時の同時接触線上の荷重分布を求める手法が提案され実用化されている。しかし、この手法をウォームギヤに適用して展開した例は少ない。

ウォームギヤの歯当たりについては、V. Simon¹²⁾が歯のたわみ特性を明らかにするために、20節点アイソパラメトリック要素を用いたF.E.M. (有限要素法)で数値解析を行い、その結果より応力とたわみの簡易式を算出し解析を行ったのが最初である。¹³⁾しかし、実験的検証と摩耗や焼付きなどの実用的な歯面強度評価法についての提案はなされていない。

歯当たり解析以外に、ウォームギヤは滑りが大きいために潤滑に対する配慮が必要となる。接触部への油の引き込みを良くするためにウォームホイールの歯面に膨らみ(修整)をつけて、入口すきまを与えることが不可欠であるとされ、和栗らによるホブより大きいリードのウォームを利用する方法¹⁴⁾、豊山によるウォーム径をホブ径より小さくする方法¹⁵⁾の提案もなされている。

吉野ら^{16~18)}はウォームとホブの歯形をラックを介して関係づけるとともにウォームホイールをウォームより少し大きいピッチ円半径のホブで歯切りしてウォームホイールの歯面に膨らみ(修整)を与える手法を提案している。

現在までウォームギヤについては、歯当たり解析によって得られた結果に関し

て、歯当たり及び歯元曲げ応力の実測値と比較し、また、歯面焼付きなどの使用限界を明確にした研究事例はない。

1.3 本研究の目的

本研究では、従来研究例の少なかったウォームギヤの摩耗を含む歯面強度評価法を確立するために、インボリュートヘリコイドを基準とした円筒歯車に関して実用化されているかみあい時の同時接触線上の荷重分布を求める手法を加工法により異なる3次元歯面のかみあいであるウォームギヤに拡張することを目的とし、産業界で良く使われているJIS3形とNiemann歯形の二種類のウォームとウォームホイールについてホログラフィを用いて歯のたわみ特性を求めた。次にウォームギヤの工作誤差、組立誤差が歯当りに与える影響を考慮した上で、同時接触線上の荷重分布を求め、この荷重分布をもとに接触面圧及び歯元曲げ応力を計算する手法を構築した。さらにウォームギヤの運転試験を行い歯当たり及び歯元曲げ応力の実測値と計算値を比較した結果、両者は良く一致し、本手法の実用性を明らかにした。

また、ウォームギヤの使用限界を規制する設計項目として、歯面焼付き及び摩耗がある。本研究で提案した歯当たり解析手法を利用して、工作誤差、組立誤差及び歯面修整量などを考慮したかみあい歯面の局所面圧、すべり速度及び油膜厚さなどの摺動条件に基づく歯面焼付き限界及び摩耗の評価法を示した。

さらに、本研究で提案した手法を用い高速歯車形削り盤のマスタウォーム歯面摩耗について影響因子の検討を行い、摩耗トラブルを解消し、この成果をとりま

とめて新しいウォームギヤ設計法を示した。

1.4 本論文の内容

本論文の内容は次のような構成である。

第1章では、ウォームギヤの歯当たり解析技術の必要性と研究例さらにはウォームギヤの動向を調査し、歯面強度評価法を確立するためには歯当たり解析手法の作成とその実験的検証及び使用限界の明確化が必要であることを示した。

第2章では、歯当たり解析手法の基礎となる同時接触線に沿って歯面隙間の近似式を求め、接触線上における曲率、すべり速度及びすべり率を求める手法を示した。

第3章ではJIS3形及びNiemann歯形のウォーム及びウォームホイールについて、レーザホログラフィ法を用いて歯のたわみ計測を行い、歯のたわみの近似式を求めた。

第4章では、ウォームギヤの歯当たり解析法の開発を目的として、線形計画法を利用した同時接触線上の荷重分布計算手法を提案し、検証のためウォームギヤの運転試験を行い、歯当たりや歯元曲げ応力の実測値と計算値を比較したところ、両者は良く一致しており、計算手法の有用性を確認した。

第5章では、ウォームギヤの使用限界を規制する設計項目となる、歯面の焼付き及び摩耗について、本研究で提案した歯当たり解析手法により、工作誤差、組立誤差及び歯面修整量などを考慮したかみあい歯面の局所面圧、すべり速度及び油膜厚さなどの摺動条件に基づく歯面焼付き限界及び摩耗評価を示した。

第6章では、本研究で提案した手法を用い高速歯車形削り盤（ギヤシェーパ）のマスターフォーム歯面摩耗について影響因子の検討を進め、ホイールの適切な材料及び潤滑油の変更によって摩耗トラブルを解消することができた。さらに、この成果をギヤシェーパのマスターフォームギヤ設計に活かすため、設計手順を取りまとめた。

第7章では第1章から第6章までに得られた結論をまとめ、総括とした。

第1章の参考文献

- 1) 上野拓 : 歯車工学, 初版, 共立出版 (1977), 81.
- 2) AGMA 440.04 (1971) Practice for single and double-reduction cylindrical-worm and
herical-worm speed reducers.
- 3) JGMA 405-401 (1978) 円筒ウォームギヤの強さ計算式
- 4) 牧充・神谷豊・神永淳 : 関東学院大学工学部研究報告, 27, 2 (1984), 57.
- 5) 牟田義文・吉野英弘 : 日本機械学会論文集 (C編) 62, 598 (1996), 372.
- 6) 郡原宏 : 松江高専研究紀要理工編 No.16 (1981), 17.
- 7) H. Winter・H. Wilkesmann : Trans. ASME, J. Mechanical Design, Vol. 103 (1981), 73.
- 8) T. F. Conry・A. Seireg : Trans. ASME, J. Appl. Mech., (1971).
- 9) 久保愛三・梅澤清彦 : 日本機械学会論文集 43, 371 (1977), 2771.
- 10) 有浦泰常・中西勉・久保愛三・上野拓 : 日本機械学会論文集 (C編) 51, 467 (1985), 1559.
- 11) 中村寿夫・竹田宏造・田中保幸・森本幸也 : 三菱重工技報, 14, 2 (1977), 49.
- 12) V. Simon : Trans. ASME, J. Mechanical Design, Vol. 115 (1993), 179
- 13) V. Simon : Trans. ASME, J. Mechanical Design, Vol. 115 (1993), 496
- 14) 和栗明・安東禎次郎 : 日本機械学会論文集 15, 50 (1969), IV -24, IV -28
- 15) 豊山晃 : 日本機械学会論文集 (C編) 61, 582 (1995), 413.
- 16) 吉野英弘・牟田義文 : 日本機械学会論文集 (C編) 62, 598 (1996), 2464.
- 17) 吉野英弘・池野一広・内野司 : 日本機械学会論文集 (C編) 62, 598 (1996), 2471.
- 18) 吉野英弘・牟田義文・大島史洋 : 日本機械学会論文集 (C編) 63, 614 (1997), 308.

第2章 かみあい解析

2.1 緒言

ウォームギヤの歯形及びかみあい解析に関する研究^{1),2)}の歴史は古く、個々の切削法あるいは研削法で創成される歯形に関する研究が実施され、例えば上野³⁾は皿型砥石による歯形の創成理論に基づき研削仕上げ法を提案した。一方、J.Reitor⁴⁾は軸平面に任意の歯形を与えてウォームを創成し、ウォームギヤのかみあい解析を行う手法を提案した。

吉田⁵⁾はこれを発展させ、ウォームが通常バイトあるいは回転工具によって機械加工されることから、これら工具とウォーム歯面の接触線を母曲線としてウォーム歯面を表示する手法を提案した。

本章では、吉田の手法に基づき任意の工具、歯形についてかみあい解析を実施し、歯当たり解析に必要なウォームとホイールの接触線及び歯形誤差・組立誤差を考慮した歯面間隙間、さらにウォームとホイール歯面間に形成される潤滑油膜解析に必要な接触線上における歯面曲率、すべり速度及びすべり率についての計算手法を示す。

2.2 ウォーム歯面の母線表示

任意の曲線を母曲線として、これをウォーム軸のまわりで換算ピッチ h ($h = \text{リード} / 2\pi$) なるねじ運動させると、線織ねじ面が創成される。バイトの切刃にこの母曲線を与えて、ねじ切りのできるウォームの中で、直線を母線に持つ線織ねじ面として、コンボリュート、台形、インボリュートの各ウォームがある。

一方、砥石、フライスカッタ、エンドミルカッタなどの回転工具によって形成される、包絡面として示される円筒ウォームについても同様に取り扱うことができる。この場合には回転工具と歯面との接触線が母曲線に相当する。

図 2-1(a) にウォーム軸を z 軸にとり、母曲線の x, y, z 軸方向の成分をそれぞれ A, B, C で表示し、この曲線のパラメータを u とすると、

$$\left. \begin{aligned} A &= x(u) \\ B &= y(u) \\ C &= z(u) \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

ここで、 A, B, C を円筒ウォーム歯面の母線成分と呼ぶ。母曲線のねじ運動の回転角を θ で表わすと、円筒ウォームの歯面は次の式に統一される。

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \theta - B \sin \theta \\ y &= A \sin \theta + B \cos \theta \\ z &= h(\theta - \theta_0) + C \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

ここに、 h が正のときは右ねじれ、負のときは左ねじれウォームとなり、 θ_0 はウォーム回転角を示す。したがって、(2-2) 式は任意のウォーム回転角 θ_0 において定まるウォーム歯面を示す。これから、この表示によるウォーム歯面の展開について考えていくことにする。

ウォームの歯形を決定するのは母線成分 A, B, C であるから、代表的なウォームについてその例を示す。

(1) 台形ウォーム (JIS1 形)

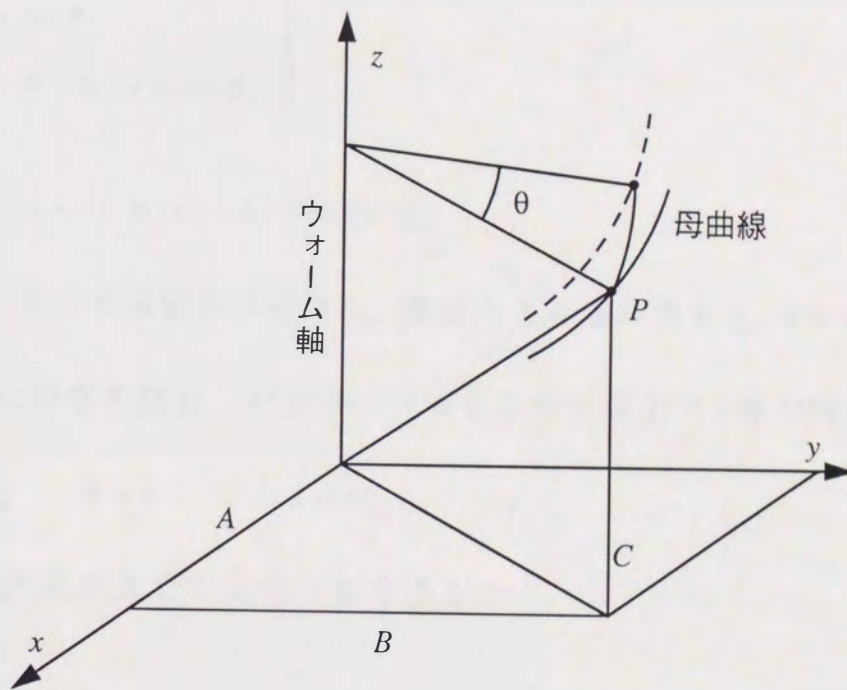


図 2-1(a) ウォーム歯面の座標

軸平面圧力角を α_a , パラメータ u をウォームの歯たけ方向に選び, $x = 0$ なる軸平面に母線を置くと

$$A = 0, \quad B = u, \quad C = u \tan \alpha_a \quad (2-3)$$

これを(2-2)式に代入すると従来 of 形を得る。

$$\left. \begin{aligned} x &= -u \sin \theta \\ y &= u \cos \theta \\ z &= h(\theta - \theta_0) + u \tan \alpha_a \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

(2) インボリュートウォーム (JIS4 形)

図 2-1(b)において基礎円半径を r_g , 基礎円上の進み角を γ_g , $x = r_g$ なる基礎円筒の接平面上に母線を置き, パラメータ u をこの平面上で y 軸方向に選ぶと

$$A = r_g, \quad B = u, \quad C = u \tan \gamma_g \quad (2-5)$$

これを(2-2)式に代入して従来 of 形を得る。

$$\left. \begin{aligned} x &= r_g \cos \theta - u \sin \theta \\ y &= r_g \sin \theta + u \cos \theta \\ z &= h(\theta - \theta_0) + u \tan \gamma_g \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

(3) 皿形砥石による研削ウォーム (JIS3 形及び Niemann 歯形)⁵⁾

ウォーム歯車の伝達効率, 歯面の摩擦係数によって著しく変わるので, 歯面を滑らかにするため, 通常, 動力伝達用のウォームは研削によって仕上げられる。このウォーム歯形は大径の砥石を用いて容易に研削できる特徴を有している。

$$A=r_g$$

$$B=u$$

$$C=u \tan \gamma_g$$

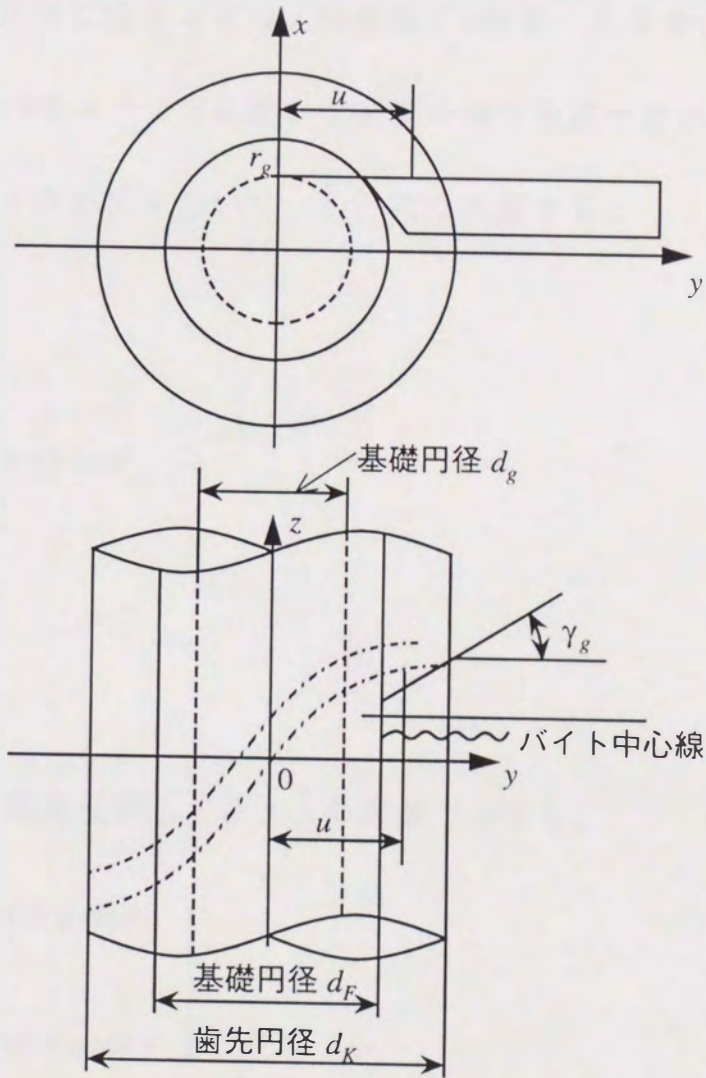


図 2-1(b) JIS4 形の母線

ウォームと砥石の据付状態を図 2-2 に示し、ウォーム軸と砥石軸の交差角はウォームの進み角 γ に一致させる。この図 2-2 の関係をウォーム軸を z 軸、ウォーム軸と砥石軸の共通垂直を y 軸、その軸間距離を e として図 2-3 のごとき直角座標を設定する。これとは別に図 2-4 には、砥石軸を z 軸に一致させた直角座標を示し、砥石軸断面形はパラメータ u を用いて座標の第 2 象限で表示する。

砥石軸断面形を図 2-4 の座標を用いて、(2-7) 式に表示すると

$$\left. \begin{aligned} y &= f(u) \\ z &= g(u) \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

砥石曲面は回転角 ψ を用いて、

$$\left. \begin{aligned} x &= f \sin \psi \\ y &= f \cos \psi \\ z &= g \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

(2-8) 式の砥石曲面を座標変換して図 2-3 の座標で示すと、

$$\left. \begin{aligned} x &= f \sin \psi \cos \gamma + g \sin \gamma \\ y &= f \cos \psi + e \\ z &= -f \sin \psi \sin \gamma + g \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

ウォームと砥石曲面との接触条件により

$$\left. \begin{aligned} A &= f \sin \psi \cos \gamma + g \sin \gamma \\ B &= f \cos \psi + e \\ C &= -f \sin \psi \sin \gamma + g \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

ここに、

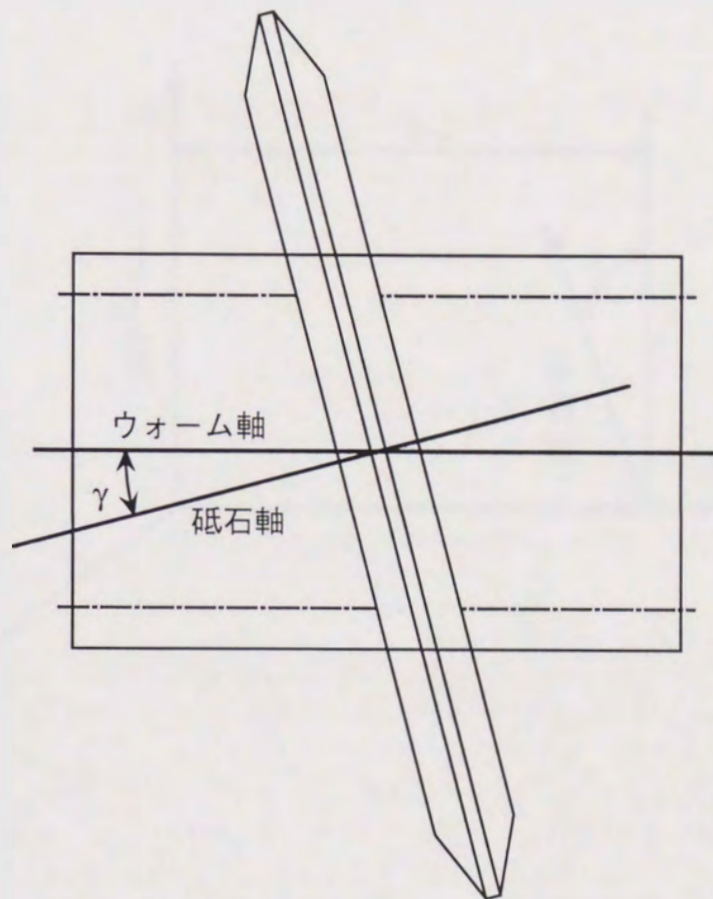


図2-2 ウォームと砥石の据付け

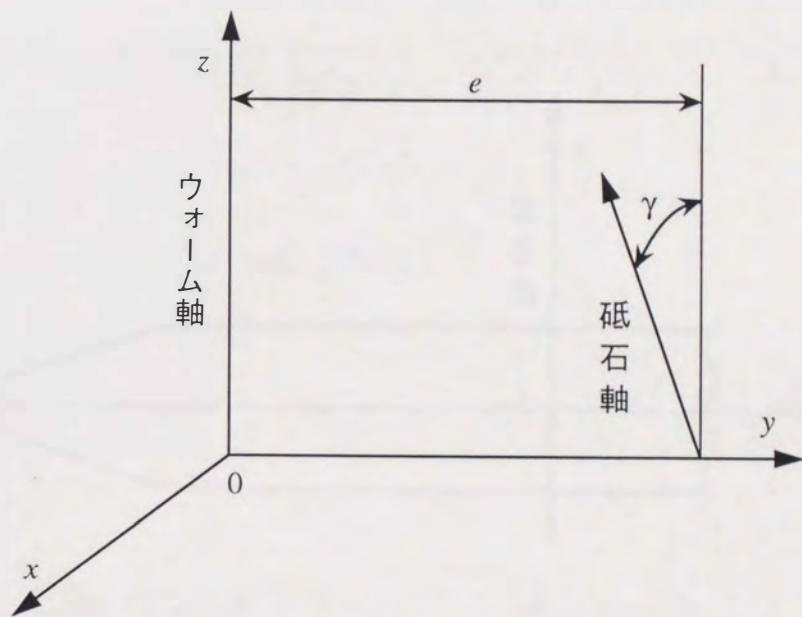


図 2-3 ウォームと砥石の座標

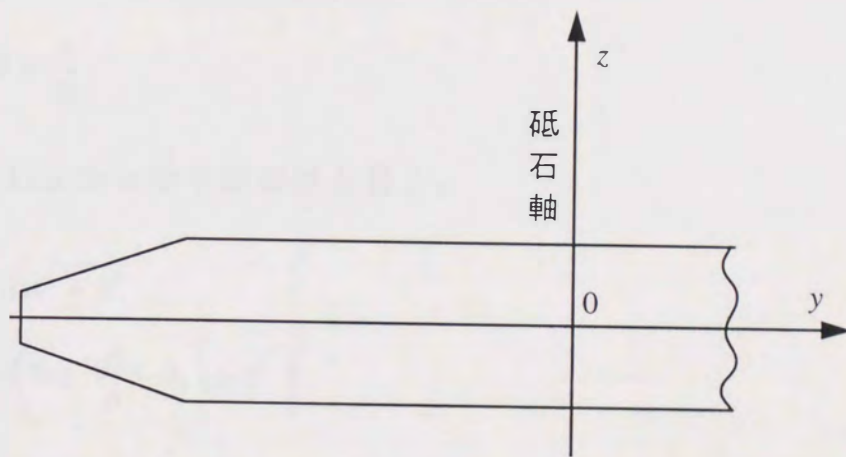


図 2-4 砥石の座標

$$\psi = \sin^{-1} \frac{G}{\sqrt{E^2 + F^2}} - \tan^{-1} \frac{E}{F} \quad (2-11)$$

$$\left. \begin{aligned} E &= -(ff_u + gg_u) \\ F &= g_u(e \cot \gamma + h) \\ G &= -f_u(h \cot \gamma - e) \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

ウォーム軸平面歯形は次のごとく与えられる。 $x=0$ なる平面上で求めると、この条件から(2-2)式の第1式より

$$\tan \theta = \frac{A}{B} \quad (2-13)$$

(2-2), (2-13)式から軸平面歯形を得る。

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{A^2 + B^2} \\ z &= h \left(\tan^{-1} \frac{A}{B} - \theta_0 \right) + C \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

2.3 ホイールとのかみあい条件

図2-5において、ウォーム軸を z 軸、ウォーム軸とホイール軸の共通垂線を y 軸とし、その軸間距離が a である直角座標を設定する。ウォームの角速度を ω_1 、ホイールの角速度を ω_2 とし、接触点におけるウォーム及びホイールの速度ベクトルをそれぞれ v_1 、 v_2 とすると

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \omega_1 k \times r \\ v_2 &= \omega_2 i \times (r - aj) \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

接触点における相対速度ベクトル w は

$$\begin{aligned} w &= v_2 - v_1 \\ &= \omega_2 \{ \varepsilon y i - (z + \varepsilon x) j + (y - a) k \} \end{aligned} \quad (2-16)$$

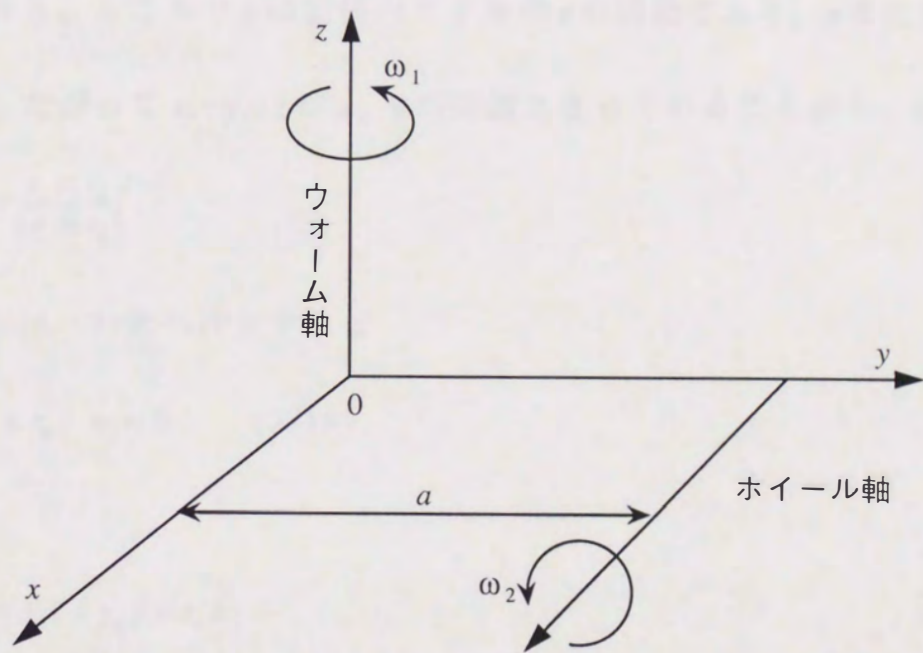


図 2-5 ウォームとホイールの座標

ここに

$$\varepsilon = \omega_1 / \omega_2$$

接触点における両曲面の共通法線方向の単位ベクトルを n とすると、両曲面の接触条件は

$$n \cdot w = 0 \quad (2-17)$$

で与えられる。ところで n は位置ベクトルの r の関数であり、 r または x, y, z で定まる。したがって x, y, z が u, θ の関数となっていることから、 n は

$$n = \frac{r_u \times r_\theta}{|r_u \times r_\theta|} \quad (2-18)$$

(2-18)式を(2-17)式へ代入すれば

$$(r_u \times r_\theta) \cdot w = 0 \quad (2-19)$$

ここに

$$r_u = x_u i + y_u j + z_u k \quad (2-20)$$

$$x_u = A_u \cos \theta - B_u \sin \theta$$

$$y_u = A_u \sin \theta + B_u \cos \theta$$

$$z_u = C_u$$

$$r_\theta = x_\theta i + y_\theta j + z_\theta k \quad (2-21)$$

$$x_\theta = -A \sin \theta - B \cos \theta = -y$$

$$y_\theta = A \cos \theta - B \sin \theta = x$$

$$z_\theta = h$$

したがってホイールとのかみあい条件は

$$\begin{vmatrix} \varepsilon y & -(z + \varepsilon x) & y - a \\ x_u & y_u & z_u \\ -y & x & h \end{vmatrix} = 0 \quad (2-22)$$

上式を整理して

$$\begin{vmatrix} 0 & -z & y - a + \varepsilon h \\ -\sin \theta & \cos \theta & \mu_1 \\ \cos \theta & \sin \theta & \mu_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2-23)$$

これより、接触条件式は

$$-z (\mu_1 \cos \theta + \mu_2 \sin \theta) - y + (a - \varepsilon h) = 0 \quad (2-24)$$

ここに

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{BC_u + hA_u}{AA_u + BB_u}, \quad \mu_2 = \frac{AC_u - hB_u}{AA_u + BB_u} \\ A_u &= \frac{\partial A}{\partial u}, \quad B_u = \frac{\partial B}{\partial u}, \quad C_u = \frac{\partial C}{\partial u} \end{aligned} \quad (2-25)$$

となり、(2-2)式の y , z を(2-24)式に代入すると、

$$(A + \mu_2 C) \sin \theta + (B + \mu_1 C) \cos \theta + h(\theta - \theta_0) (\mu_1 \cos \theta + \mu_2 \sin \theta) - (a - \varepsilon h) = 0 \quad (2-26)$$

これらの結果を用いて、インボリュートウォームギヤのかみあい条件を求める例について示す。

(2-5)式から

$$\begin{cases} A = r_g \\ B = u \\ C = u \tan \gamma_g \end{cases} \quad \begin{cases} A_u = 0 \\ B_u = 1 \\ C_u = \tan \gamma_g \end{cases}$$

上式を(2-25)式に代入して

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{BC_u + hA_u}{AA_u + BB_u} = \tan \gamma_g \\ \mu_2 = \frac{AC_u - hB_u}{AA_u + BB_u} = \frac{1}{u}(r_g \tan \gamma_g - h) \end{cases}$$

ところで、インボリュートねじ曲面の性質から

$$2\pi r_g \tan \gamma_g - 2\pi h = 0$$

したがって、 $\mu_2 = 0$ この関係を(2-24)式に代入して

$$z = \frac{-y + (a - \varepsilon h)}{\tan \gamma_g \cos \theta}$$

となる。

ウォームの回転角 θ_0 に対する接触線は(2-26)式において θ_0 を固定し、 u に数値を与えることにより、 θ についての方程式が成立する。この u 、 θ の関係を(2-2)式のウォーム歯面の式に代入することによって求められる。即ちパラメータ u を変化させることにより、ある回転角 θ_0 に対する同時接触線が得られ、 θ_0 も変数にとると同時接触線がウォームの回転に伴って移動して、同時接触線の軌道面を形成する。このようにして求めたウォーム歯車の同時接触線を図2-6にはJIS3形、図2-7にはNiemann歯形についてそれぞれ示す。

2.4 歯形誤差及び組立誤差を考慮した歯面間隙間

歯面間隙間に及ぼす主な影響因子として、工作時の歯形誤差と組立誤差があり、歯形誤差はウォームとホイールそれぞれにおいて、工具の形状誤差と工具の取付誤差によって発生する。

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

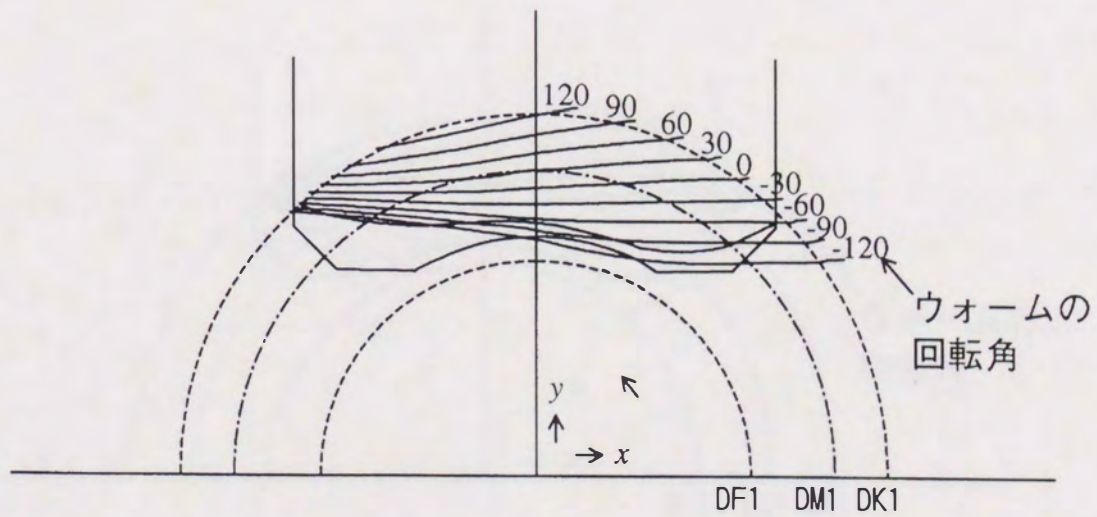


図 2-6 JIS3 形の同時接触線

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

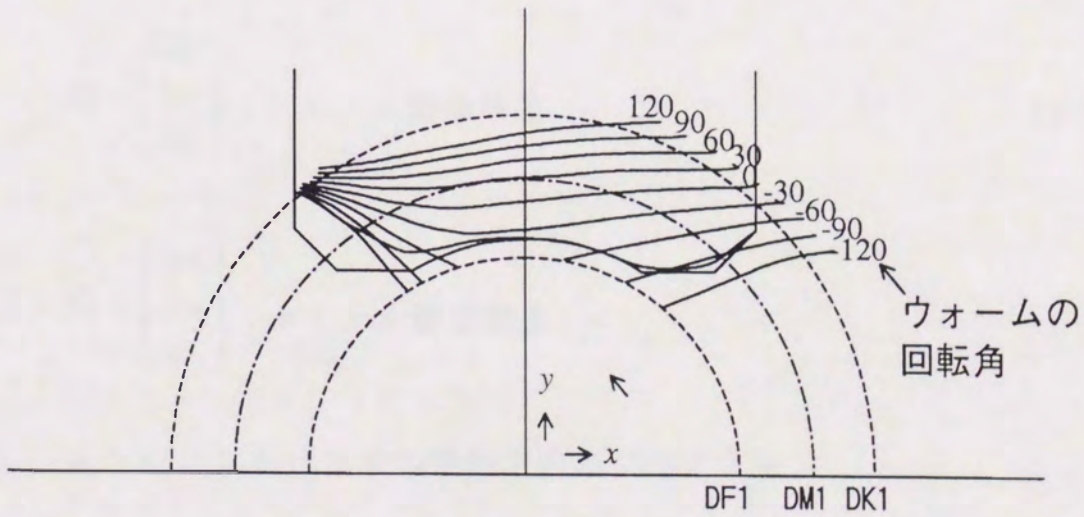


図 2-7 Niemann 歯形の同時接触線

ウォームとホイールの両者が歯形誤差を含んで創成される歯面はそれぞれ理論上の同時接触線（仮想曲線）を有する。その仮想曲線と歯形誤差なし歯面の同時接触線において、対応するかみあい点の偏位 $\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$ をそれぞれの歯形誤差と定義する。

図 2-8 より理論かみあい点における隙間ベクトルを表示すると

$$C_n \doteq S_1 + C_1 - C_2 - S_2 \quad (2-27)$$

即ち、基礎ベクトルで表わすと

$$C_n n \doteq S_1 m_1 + (C_1 - C_2) n - S_2 m_2 \quad (2-28)$$

ここに

$$C_1 = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta z_1 \end{pmatrix} \quad \text{ウォーム歯形誤差} \quad (2-29)$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta z_2 \end{pmatrix} \quad \text{ホイール歯形誤差} \quad (2-30)$$

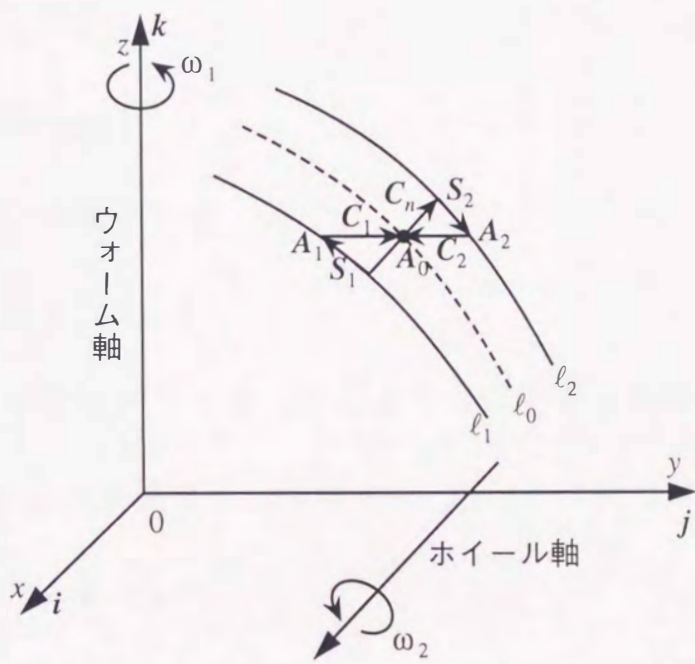
m_1 : A_1 点における ℓ_1 の接触方向単位ベクトル

m_2 : A_2 点における ℓ_2 の接触方向単位ベクトル

ℓ_0 : 理論歯形の接触線

ℓ_1, ℓ_2 : 誤差歯形のウォームとホイールの仮想接触線

$$n = (n_x, n_y, n_z) \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} : A_0 \text{ 点における } \ell_0 \text{ の接触方向単位ベクトル}$$



- ℓ_0 ; 理論歯形の接触線
- ℓ_1 ; 誤差歯形ウォームの仮想接触線
- ℓ_2 ; 誤差歯形ホイールの仮想接触線
- A_0 ; ℓ_0 上の理論かみあい点 (x_0, y_0, z_0)
- A_1 ; ℓ_1 上の A_0 対応点 (x_1, y_1, z_1)
- A_2 ; ℓ_2 上の A_0 対応点 (x_2, y_2, z_2)

図 2-8 歯形誤差に基づく歯面間隙間

(2-28)式の両辺右側に \mathbf{n}' を内積すると, $\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{n}' = \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{n}' = 0$ であるから,

$$C_n = (C_1 - C_2) \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (2-31)$$

となり, 歯形誤差によって生ずる歯面隙間 C_n が(2-31)式より求められる。

次に, 組立誤差について考える。図 2-9 において, ウォーム軸を座標系の z 軸に固定すれば, 組立誤差は

①軸間距離の誤差: ΔE

②ホイール軸中心の偏心: ΔL

③ホイール軸の傾き: ζ

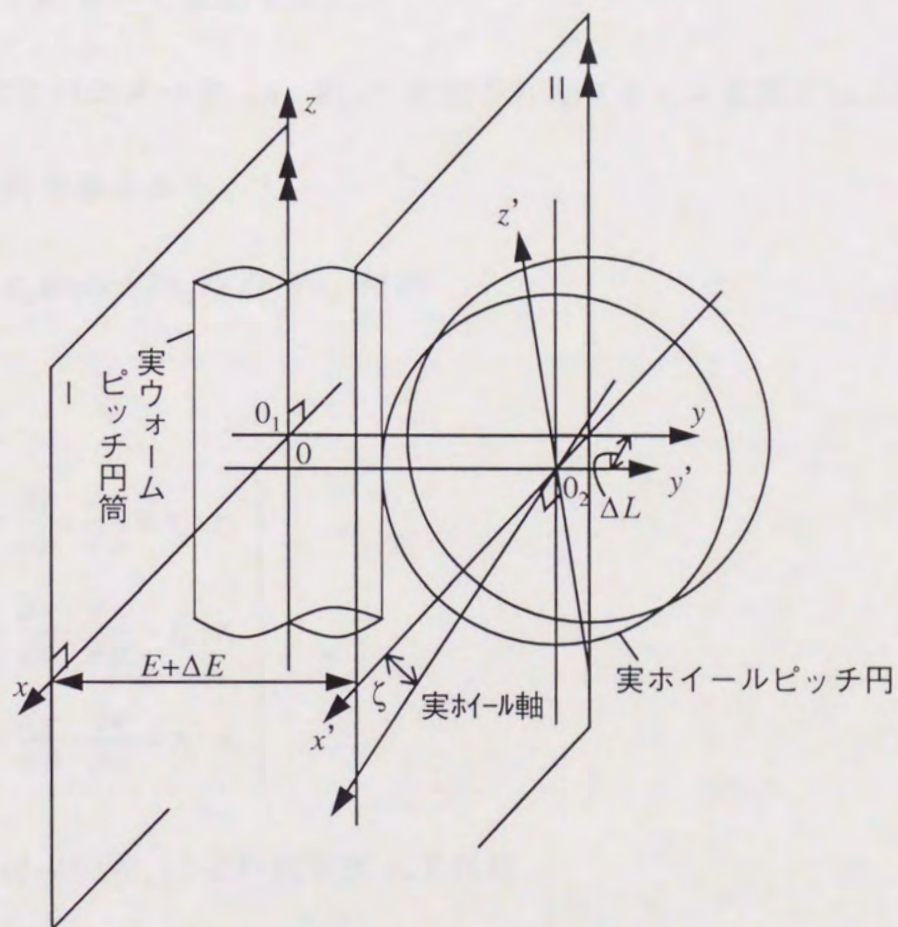
の3者で代表することができる。このような誤差を含む場合のホイール歯面 (x'_2, y'_2, z'_2) は組立誤差を含まない歯面 (x_2, y_2, z_2) に対して次の座標変換を行うことによって求められる。

$$\begin{pmatrix} x'_2 \\ y'_2 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta & 0 & \sin \zeta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \zeta & 0 & \cos \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-32)$$

これらの組立誤差を考慮する場合, ホイールの仮想接触線 ℓ_2 は(2-32)式の座標変換によって修正されるので, ホイール歯面のかみあい誤差は

$$C'_2 = \begin{pmatrix} x'_2 \\ y'_2 \\ z'_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (2-33)$$

となる。(2-31)式の C_2 へこの C'_2 を代入すれば, 歯形誤差と組立誤差の両者を考



O_1 ; ウォーム軸中心
 O_2 ; 実ホイール軸中心

図 2-9 組立誤差に基づく歯面間隙間

慮した歯面間隙間が求められる。図 2-10 に歯面間隙間の計算例を示す。

2.5 接触線上における歯面曲率すべり速度及びすべり率

接触点におけるウォームとホイールの接触は、接触点で接平面を共有する 2 つの仮想円筒の接触にモデル化し、ヘルツの接触面圧及び弾性流体潤滑理論に基づく油膜厚さなどについて検討する。

(2-2)式に示すパラメータ (u, θ) で表示されたウォーム歯面 $r(u, \theta)$ の第一基本形式は次式で示される。⁶⁾

$$I = a_{11} du du + 2a_{12} du d\theta + a_{22} d\theta d\theta \quad (2-34)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u \\ a_{12} &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_\theta \\ a_{22} &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} = \mathbf{r}_\theta \cdot \mathbf{r}_\theta \end{aligned} \right\} \quad (2-35)$$

(2-35)式へ(2-20)式, (2-21)式を代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= x_u^2 + y_u^2 + z_u^2 \\ a_{12} &= x_u x_\theta + y_u y_\theta + z_u z_\theta \\ a_{22} &= x_\theta^2 + y_\theta^2 + z_\theta^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-36)$$

次に接触点における両曲面の共通法線の単位ベクトル \mathbf{n} は(2-18)式で与えられ、第二基本形式は次式で示される。

$$II = b_{11} du du + 2b_{12} du d\theta + b_{22} d\theta d\theta \quad (2-37)$$

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

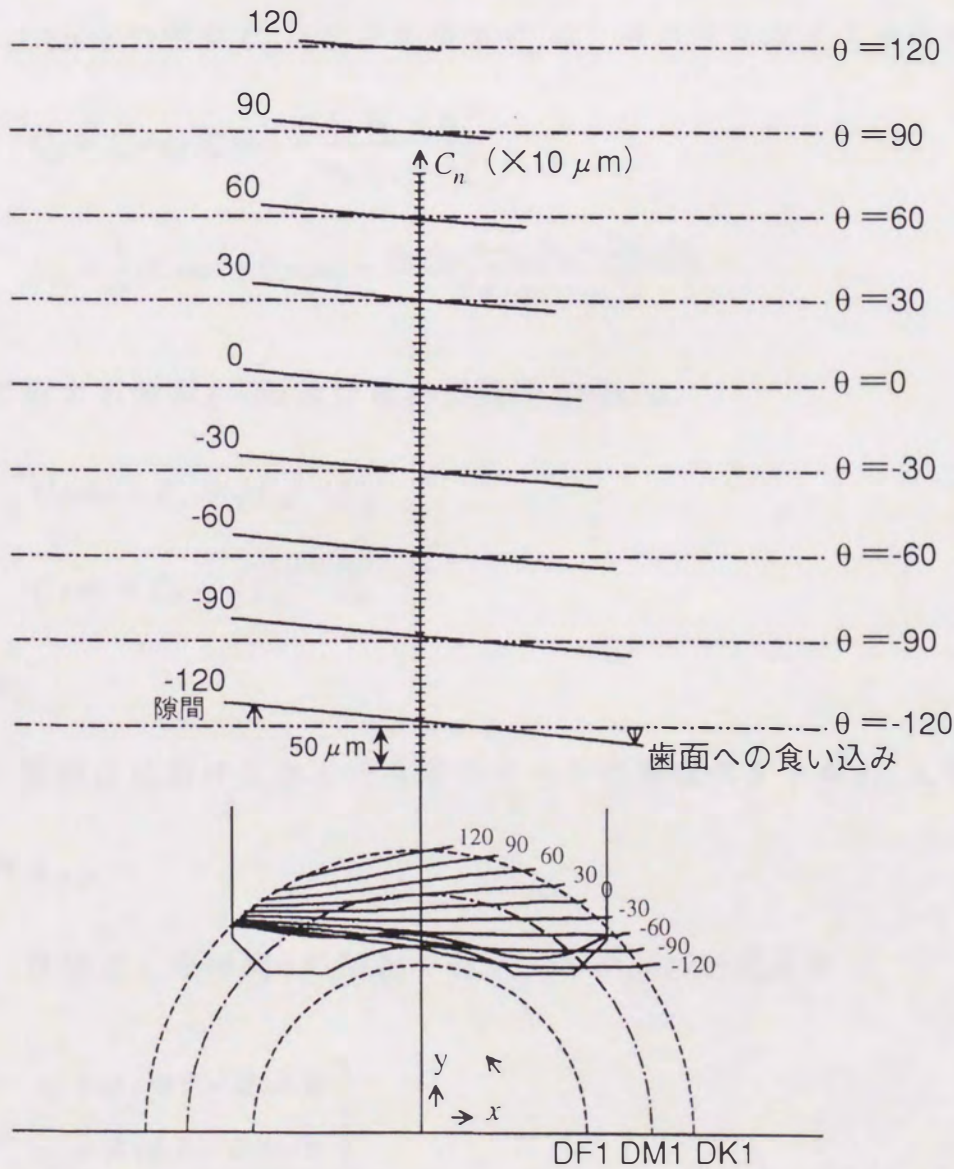


図 2-10 歯面間隙間の計算例
(JIS3 形：直角度誤差 0.1° の場合)

ここで,

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u^2} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{r}_{uu} \cdot \mathbf{n} \\ b_{12} &= \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial u \partial \theta} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{r}_{u\theta} \cdot \mathbf{n} \\ b_{22} &= \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \theta^2} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{r}_{\theta\theta} \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \right\} \quad (2-38)$$

また, Gauss の曲率 C_K 及び平均曲率 C_H は, それぞれ次式で与えられる。

$$C_K = C_{max} C_{min} = \frac{b_{11} b_{22} - b_{12}^2}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2} \quad (2-39)$$

$$C_H = \frac{1}{2}(C_{max} + C_{min}) = \frac{a_{11} a_{22} + a_{22} b_{11} - 2a_{12} b_{12}}{2(a_{11} a_{22} - a_{12}^2)} \quad (2-40)$$

よって最大主曲率 C_{max} 及び最小主曲率 C_{min} は,

$$C_{max} = C_H + \sqrt{C_H^2 - C_K} \quad (2-41)$$

$$C_{min} = C_H - \sqrt{C_H^2 - C_K} \quad (2-42)$$

となる。

次に, 接触点におけるウォームとホイールの速度ベクトル v_1, v_2 は(2-15)式で与えられる。

一方, 接触点 \mathbf{r}_0 を時間 t の関数で表示すると, (2-2)式より

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= A \cos \theta - B \sin \theta \\ y_0 &= A \sin \theta + B \cos \theta \\ z_0 &= h(\theta - \omega_1 t) + C \end{aligned} \right\} \quad (2-43)$$

ここで、パラメータ (u, θ, t) の関係は、かみあい条件(2-26)式より、

$$p(u, \theta, t) = \lambda(u) \sin \theta + v(u) \cos \theta + h K(u, \theta)(\theta - \omega, t) - (a - \varepsilon h) = 0 \quad (2-44)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \lambda(u) &= A + \mu_2 C, \quad v(u) = B + \mu_1 C \\ K(u, \theta) &= \mu_1 \cos \theta + \mu_2 \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2-45)$$

接触点の移動方向は、両歯面の速度ベクトル v_1, v_2 の成す平面上で、その接触軌跡面と交わる方向である。

図 2-11 において、この平面を決定する 3 点のベクトルを x, x_1, x_2 とすると、

$$\left. \begin{aligned} x &= r_0 \\ x_1 &= r_0 + v_1 \\ x_2 &= r_0 + v_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-46)$$

(2-43)式、(2-44)式、(2-46)式よりベクトル v_1 と v_2 を含む平面の式は次式で表示される。

$$q(u, \theta, t) = \alpha x(u, \theta, t) + \beta y(u, \theta, t) + \gamma z(u, \theta, t) - 1 = 0 \quad (2-47)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{x_0(y_0 - a)}{\Delta} \\ \beta &= \frac{y_0(y_0 - a)}{\Delta} \\ \gamma &= \frac{y_0 z_0}{\Delta} \\ \Delta &= x_0^2(y_0 - a) + y_0 z_0^2 + y_0^2(y_0 - a) \end{aligned} \right\} \quad (2-48)$$

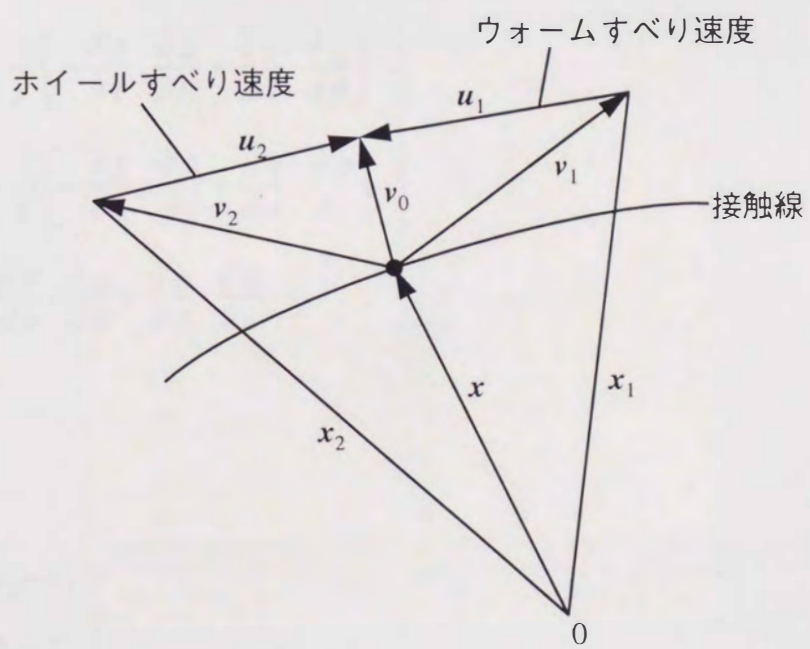


図 2-11 接触点の速度ベクトル図

接触点の速度ベクトル v_0 は

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= \frac{dr_0}{dt} = \frac{dr_0}{dt} e \quad e = (i j k)' \\ \frac{dr_0}{dt} &= \frac{\partial r_0}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{\partial r_0}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial r_0}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{1}{\Gamma} \left(-\frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\partial q}{\partial \theta} + \frac{\partial q}{\partial t} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{\Gamma} \left(-\frac{\partial p}{\partial u} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial u} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \right) \\ \Gamma &= \frac{\partial p}{\partial u} \cdot \frac{\partial q}{\partial \theta} - \frac{\partial p}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial q}{\partial u} \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

従って

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= v_0 - v_1 \\ u_2 &= v_0 - v_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-51)$$

とすると、 u_1 、 u_2 はそれぞれウォーム歯面及びホイール歯面のすべり速度を表わす。

また、両歯面のすべり率 s' は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} s'_1 &= \frac{u_1 - u_2}{u_1} \\ s'_2 &= \frac{u_2 - u_1}{u_2} \end{aligned} \right\} \quad (2-52)$$

図 2-12 に JIS4 形、図 2-13 に JIS3 形及び図 2-14 に Niemann 歯形の接触線

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

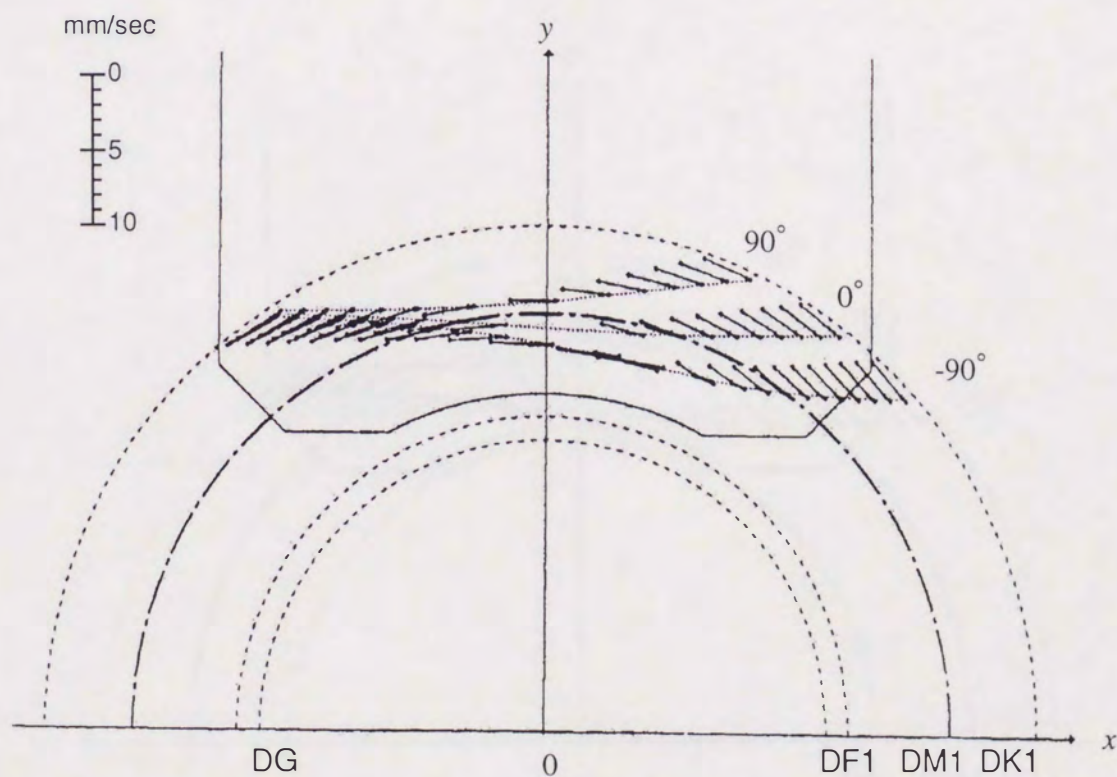


図 2-12 JIS4 形のすべり速度ベクトル図

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

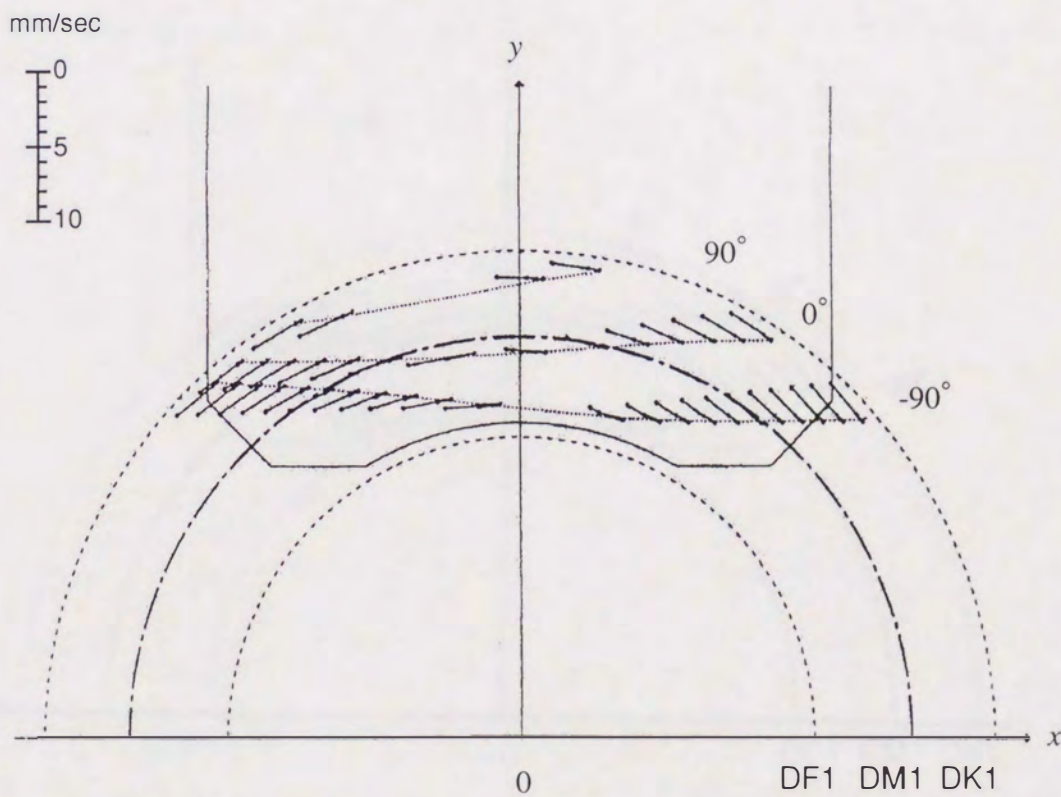


図 2-13 JIS3 形のすべり速度ベクトル図

歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	4.6

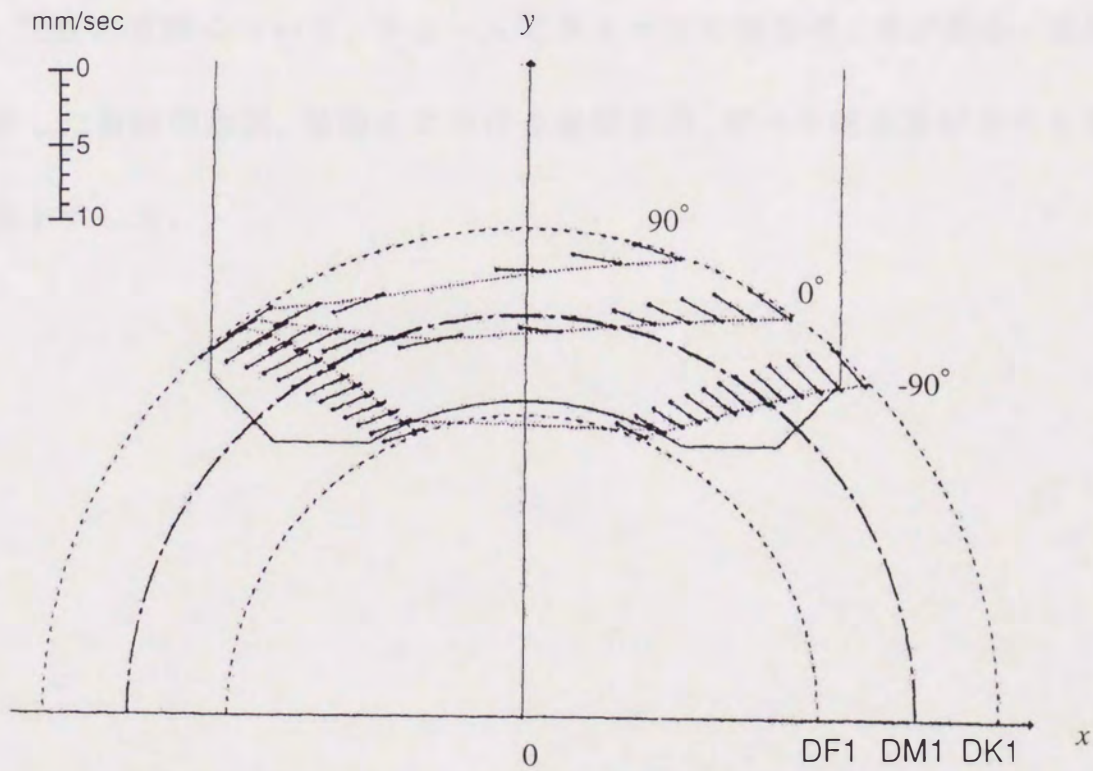


図 2-14 Niemann 歯形のすべり速度ベクトル図

沿いのすべり速度ベクトル図を示す。

同時接触線の形は潤滑油膜の形成に関係し、歯面のすべり方向に対して直角に近い角度を持つことが油膜形成を容易にする。⁷⁾ 図2-14より Niemann 歯形は油膜形成に対して優れた歯形であることがわかる。

2.6 結言

工具とウォーム歯面との接触線を母曲線としてウォーム歯面を表示することにより、任意の歯形について同一手順でかみあい解析が可能となり、異なる加工法の歯形を持つウォーム歯車のかみあい特性を容易に比較できることを示した。

また、任意の歯形について、ウォームとホイールの接触線、歯形誤差・組立誤差を考慮した歯面間隙間、接触点における歯面曲率、すべり速度及びすべり率の計算手法を示した。

第2章の参考文献

- 1) E. Buckingham : Analytical Mechanics of Gears, McGraw-Hill (1949), 213
- 2) E. Buckingham and H.H. Ryffel : Design of Worm Gears and Spiral Gears,
The Industrial Press (1960), 239, 270
- 3) 上野拓 : 日本機械学会論文集, 14, 46 (1968), 229
- 4) J. Reitor : VDI-Z, Vol.105 (1963), 1231
- 5) 吉田征夫 : 三菱重工技報 5, 4 (1968), 229
- 6) 小林昭七 : 曲線と曲面の微分幾何第26版, 裳華房 (1998), 48
- 7) G. Niemann : Maschinenelemente II 版, Springer-Verlag (1965), 153

第3章 ホログラフィによる歯のたわみ特性試験

3.1 緒言

歯車の性能は、かみあい歯面上の荷重分布に左右されるが、ウォームギヤの歯面荷重分布を求める方法が無かった。平行軸歯車に関しては、多くの研究者によって、かみあい時の同時接触線上の荷重分布を求める方法が提唱され、実用化されている。^{1)~3)} それらの多くは、歯面の接触線上の任意の位置に集中荷重が作用する場合の接触線上のたわみ特性を知り、これと接触線上における荷重分布を未知関数とおいた積の形の積分方程式を解いて、荷重分布を求めるものである。

著者らは同じ手法をウォームギヤのかみあいに適用して歯面荷重分布を求めるため、まず歯のたわみ特性を明らかにする事を試みた。日本国内でのシェアの高いJIS3形とNiemann歯形⁴⁾の二種類の歯車のウォームとウォームホイールについてホログラフィを用いて歯の変形を計測し、これを整理して歯のたわみの近似式を作成した。そして、実測たわみ分布と近似式による計測結果の比較検討を行った。

3.1.1 記号

本章で用いる記号を下記に示す。

w : 歯のたわみ

h : 全歯たけ

R : ウォーム及びウォームホイールの歯底半径

m : モジュール

α : 圧力角

P : 集中荷重

U : たわみの絶対値

$v(\bar{r})$: 歯のたわみ特性関数

$G(y)$: 歯たけ方向の負荷点直下のたわみ特性関数

$F(\theta)$: 歯幅方向の負荷点直下のたわみ特性関数

y, y_p : 計測点及び負荷点の y 座標 (歯底を原点とする)

θ, θ_p : 計測点及び負荷点の θ 座標

3.2 ホログラフィによる歯のコンプライアンス計測

3.2.1 試験条件

歯のコンプライアンス計測を行った試験条件を以下に述べる。

3.2.1.1 供試歯車

供試歯車は実験上の取り扱い易さを考慮して比較的大型のものとした。対象歯形として JIS3 形と Niemann 歯形を選んだ。表 3-1 に供試歯車の要目表を示す。

実機歯車を型に用いてシリコンゴムで鋳型を作り、これにエポキシ樹脂を流し込んで固め、歯形モデルを製作した。図 3-1 に歯形モデルの外観形状と歯直角断面の歯形形状を示す。

3.2.1.2 試験装置及び試験方法

試験はレーザホログラフィ法を用いて行った。図 3-2 にレーザホログラフィ装

表 3-1 供試歯車概要表

	円筒ウォームギヤ (JIS3 タイプ)		円筒ウォームギヤ (Niemann タイプ)	
	ウォーム	ホイール	ウォーム	ホイール
モジュール (m)	20.9		23.0	
圧力角 (α_0)	22° 30′		24° 00′	
歯数 (Z)	5	81	3	50
ピッチ円直径 (do)	234.19 mm	1595.31 mm	250.00 mm	1150.00 mm
進み角 (γ)	22° 48′ 25″		17° 6′ 18″	





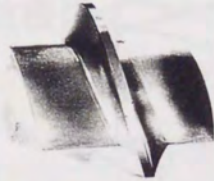

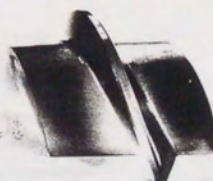

	JIS 3 型		Niemann 歯型	
	ウォーム	ホイール	ウォーム	ホイール
歯直角断面 歯形形状				
プラスチック モデル 外観形状	 50 mm	 50 mm	 50 mm	 50 mm

図 3-1 歯形モデルと歯直角断面歯形形状

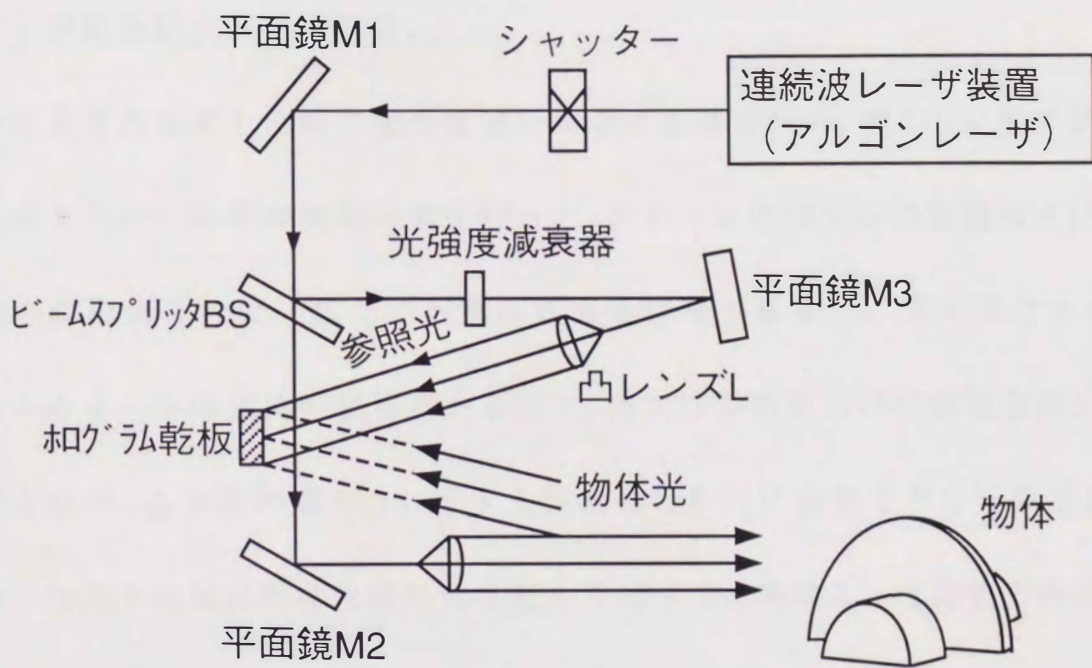


図 3-2 レーザホログラフィ装置概略図

置の概略を示す。連続波レーザー発生装置から出たレーザー光は、ビームスプリッタBSで二本に分けられ、一本は平面鏡 M_3 で反射されて、参照光としてホログラム乾板に当たる。もう一本は平面鏡 M_2 で反射されて被測定物に当たり、ここで反射されて物体光としてホログラム乾板に当たる。物体が荷重によって変形すると反射光の光路程が変わるので、参照光との間に干渉を起こし、ホログラム乾板には光の干渉縞模様が露光される。

歯の任意点に荷重した時の変形を求める事が必要なため、図3-3に示す荷重点位置に荷重をかけた時の変形計測を行った。ウォームの場合は無限歯幅と同様の取り扱いが出来るので、歯たけ方向に荷重を移動させるだけで十分であるが、ウォームホイールは歯幅の影響があるので、歯たけ方向ならびに歯幅方向に荷重を移動させた。このため図3-3に示す荷重治具の台板に歯形モデルを固定し、荷棒側の台座を台板に明けた取付穴を変えて締付ける事によって歯幅方向に移動させ、また荷棒台座の下に敷いたライナの枚数を変える事によって歯たけ方向に移動させて荷重をかけた。荷重方法は荷棒をネジで歯面に押しつける方法により、荷重の大きさは荷棒に直結させたロードセルにて検出した。

3.2.2 試験結果

図3-4(a)にJIS3形ウォーム及びウォームホイールのホログラフィによる歯の変形の写真を示す。レーザー光の波長の1/2に相当する変位で一次の干渉縞が生じる。試験に用いたアルゴンレーザーの波長は 5145 \AA であるので、縞一次が $0.257 \mu\text{m}$ の変位に相当する。試験では6～10次の縞が出るように荷重を選んでいるので、

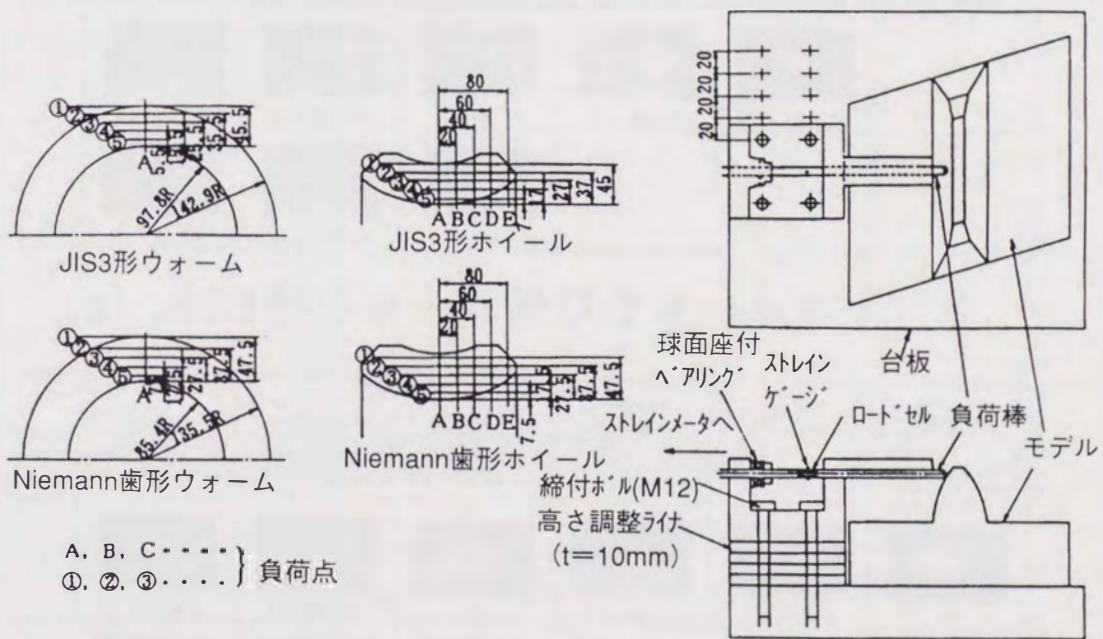


図 3-3 負荷点位置と負荷治具



(a) JIS3 形ウォーム及びウォームホイール



(b) Niemann 歯形ウォーム及びウォームホイール

図 3-4 ホログラフィによる歯の変形写真

モデルの最大変位は1.5～2.5 μm である。歯先負荷になる程荷重点の近傍で縞が密になっており、荷重点近傍で大きなたわみが生じている様子が知れる。

図3-4(b)にはNiemann歯形ウォーム及びウォームホイールの歯の変形写真を示すがJIS3形と同じような傾向となっている。

3.3 歯のたわみの近似式

3.3.1 歯のたわみの近似式の検討

前述の試験によって歯のたわみ特性が実験的に明らかになったので、これを実験式の形にまとめ、歯のたわみの近似式を作成した。近似式の形は梅沢⁶⁾が平・はすば歯車のたわみ計算式として示しているものと同じ下記の式を用いる事とした。

$$w = \frac{v(\bar{r})}{\sqrt{F(\hat{\theta})}\sqrt{G(\hat{y})}} \sqrt{F(\theta)}\sqrt{F(\theta_p)}\sqrt{G(\bar{y})}\sqrt{G(\bar{y}_p)} \cdot U \frac{P}{m} \quad (3-1)$$

ここで、

$$\bar{y} = 1 - \frac{y}{h}, \quad \bar{y}_p = 1 - \frac{y_p}{h}, \quad \hat{y} = |\bar{y} - \bar{y}_p|, \quad \hat{\theta} = |\theta - \theta_p|$$

である。

3.3.2 たわみの絶対値 [U]

歯幅中心線上の歯先端に単位荷重を負荷したときの、その点のたわみをたわみの絶対値と定義する。試験では歯の最先端には負荷していないので、歯たけ方向の負荷点直下のたわみをプロットした後、最先端のたわみを外挿して求めた。

たわみの値はエポキシ樹脂と鋼のヤング率比 (300N/mm² / 21000N/mm²) を

かけて銅相当に換算している。ウォームホイールの材料はりん青銅等の非鉄金属が使われる事が多いが、その場合は U の値をヤング率比で補正すればよい。

U の値は一般に圧力角の関数であるが⁶⁾、試験では圧力角をパラメータとしていない。そこで梅沢⁶⁾が、比較的広幅の平・はすば歯車について求めている圧力角の影響を参照して、試験した圧力角でのウォーム及びウォームホイールの U の値と、平・はすば歯車の U の値にこの比をかけて、ウォーム及びウォームホイールの圧力角の影響を推定し、一般性を持たせた。単位荷重を負荷したときのたわみ U の値の実験式は表 3-2 のようになった。

3.3.3 歯のたわみ特性関数 $[v(\bar{r})]$

歯の先端に負荷した時の歯のたわみは、円周方向を適当に縮めた座標系を用いることによって、負荷点を中心とした同心円で表わすことができる⁶⁾。この円周方向座標の修正係数を λ とすると

$$\bar{r} = \sqrt{\left\{ \left(R \pm \frac{y + y_p}{2} \right) \lambda (\theta + \theta_p) \right\}^2 + (y - y_p)^2} / h \quad (3-2)$$

で表わされる円周上の点のたわみはどこでも等しい。ここで復号の+はウォーム、-はウォームホイールについて適用される。

λ も圧力角によって変化すると言われているが⁶⁾、試験では圧力角をパラメータとしていないので、たわみの絶対値の場合と同様に、実験値と梅沢が求めた値との比を用いて比例計算する事によって圧力角の影響を推定し、一般性を持たせた。 λ の値の実験式は表 3-3 のようになった。

表 3-2 たわみの絶対値 U の実験式

	単位 ($\mu\text{m}/\text{N}$)	
	ウォーム	ホイール
JIS3形	$0.0111e^{3.15\alpha}$	$0.0074e^{3.2\alpha}$
Niemann歯形	$0.0105e^{3.2\alpha}$	$0.0040e^{3.13\alpha}$

α : 圧力角 (単位 rad)

表 3-3 修正係数 λ の実験式

	ウォーム	ホイール
JIS3形	$0.0203e^{2.34\alpha}$	$0.235e^{2.3\alpha}$
Niemann歯形	$0.227e^{2.32\alpha}$	$0.152e^{2.31\alpha}$

α : 圧力角 (単位 rad)

さて、先に述べたように λ の値を適当に選べば、たわみが同心円で表わされることに着目すると、歯のたわみ特性は、半径方向の特性だけを知れば、それですべてを代表できる。そこで、歯の先端のたわみで他の点のたわみを基準化して表わすと各歯形毎に修正係数 λ が異なりそれで補正されるため、図3-5に示すように歯形による相違はあまりない。これを最小自乗法を用いて整理し次式を得た。

$$v(\bar{r}) = 1 - 2.148 \bar{r} + 1.785 \bar{r}^2 - 0.584 \bar{r}^3 \quad (3-3)$$

3.3.4 歯たけ方向の負荷点直下のたわみ特性関数 $[G(y)]$

これは負荷点が歯先でない場合の補正を行うための関数で、歯たけ方向の負荷点直下のたわみを、歯先負荷時の歯先で基準化したものであり、図3-6に示す。この場合は、Niemann歯形のウォームホイールだけは他と異なっているので、これを区別して表3-4に示す二種の実験式で表示した。この理由はNiemann歯形のウォームホイールが他に比べて非常に歯面がふくらんだ厚い歯になっている影響と考える。

なお、たわみ計算式中ではMaxwellの相反定理を満足させるため $\sqrt{G(\bar{y})}$ 、 $\sqrt{G(\bar{y}_p)}$ 、 $\sqrt{G(\hat{y})}$ と置いて使用する。

3.3.5 歯幅方向の負荷点直下のたわみ特性関数 $[F(\theta)]$

これは歯幅の端部の方でたわみが大きくなることを考慮するための関数で、ウォームギヤの場合はウォームホイールの歯にのみ適用される。歯幅方向の負荷点直下のたわみを、歯幅中心線上に負荷したときのその点のたわみで基準化したものであり図3-7に示す。JIS3形、Niemann歯形それぞれについて表3-5の実

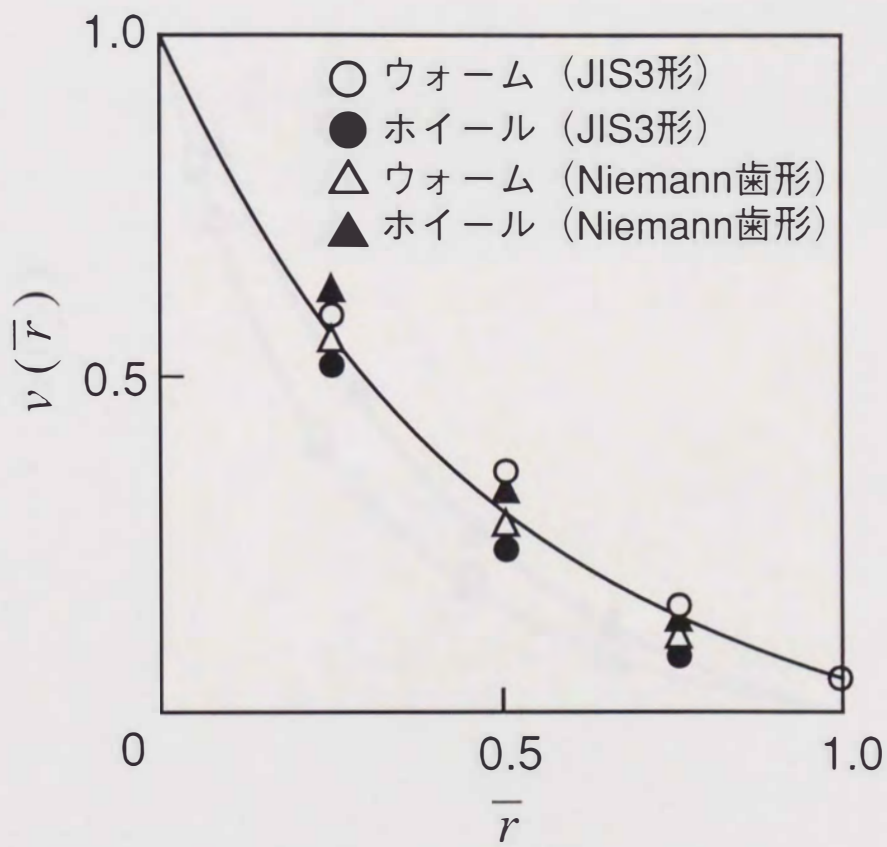


図 3-5 $\nu(\bar{r}) - \bar{r}$ 線図

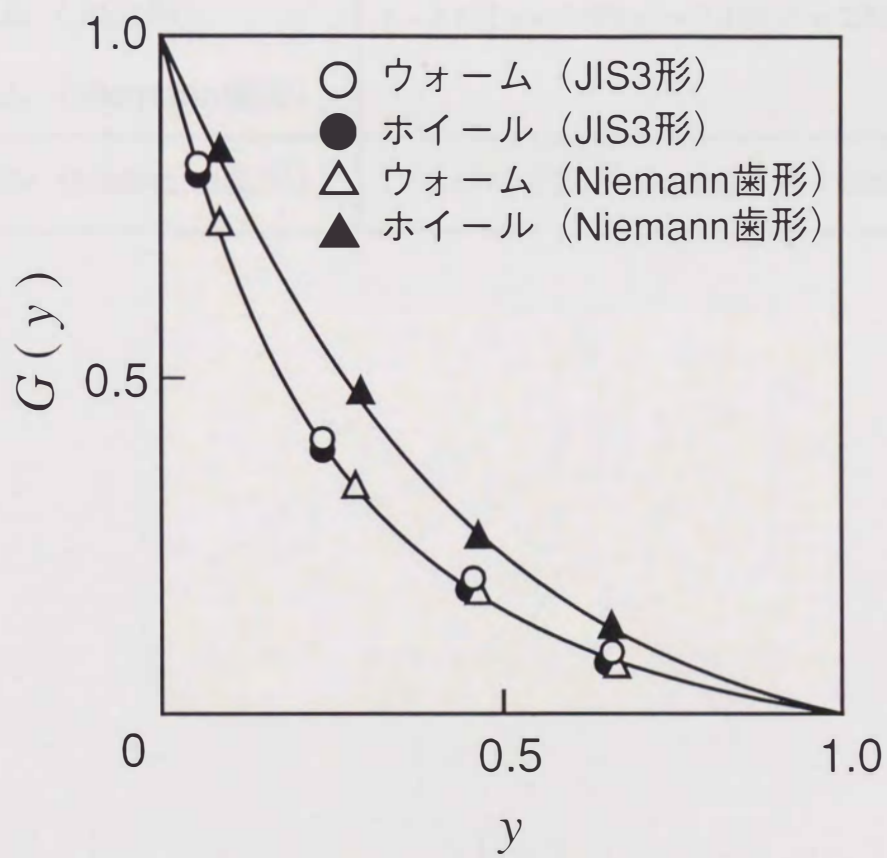


図 3-6 $G(y) - y$ 線図

表 3-4 $G(y)$ の実験式

ウォーム (JIS3形)	
ホイール (JIS3形)	$1 - 4.122 y + 7.771 y^2 - 7.108 y^3 + 2.46 y^4$
ウォーム (Niemann歯形)	
ホイール (Niemann歯形)	$1 - 2.457 y + 2.166 y^2 - 0.617 y^3 - 0.091 y^4$

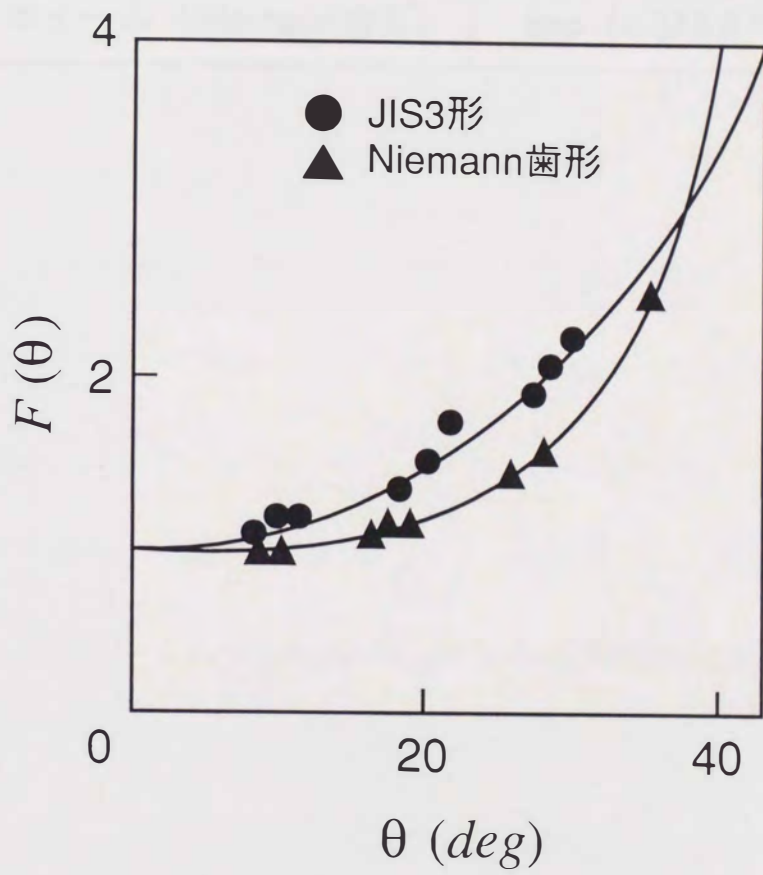


図 3-7 $F(\theta) - \theta$ 線図

表 3-5 $F(\theta)$ の実験式

ホイール (JIS3形)	$\exp (2.187 \theta^{1.615})$
ホイール (Niemann歯形)	$\exp (4.375 \theta^{3.284})$

験式で表示した。

たわみ計算式中では Maxwell の相反定理を満足させるため $\sqrt{F(\theta)}$, $\sqrt{F(\theta_p)}$, $\sqrt{F(\hat{\theta})}$ と置いて使用する。

なお, $v(\bar{r})$, $G(y)$, $F(\theta)$ も厳密には圧力角の関数であるが, 圧力角の影響が U や λ ほどには大きくない事, 並びに試験に用いた歯車が実用されているウォームギヤの平均的な圧力角である事から, 今回は圧力角の影響は割愛した。

3.3.6 実験値と近似値の比較

前述した方法で作成した近似式を用いて, 試験で行ったのと同じ負荷点に 10tonf の集中荷重をかけた場合のたわみ分布を計算し, 実験結果との比較を行った。図 3-8(a) に JIS3 形, 図 3-8(b) に Niemann 歯形についての結果を示す。一部に最大 10% 程度の誤差が見られるものもあるが, 総じて実験値と近似式による計算値は良く一致しており, 歯のたわみモードは本近似式によって実用上十分に表わされていると考えられる。なお, 念の為 Maxwell の相反定理が成り立っているか否かのチェックも行って見たがきちんと成り立っている事が確認された。

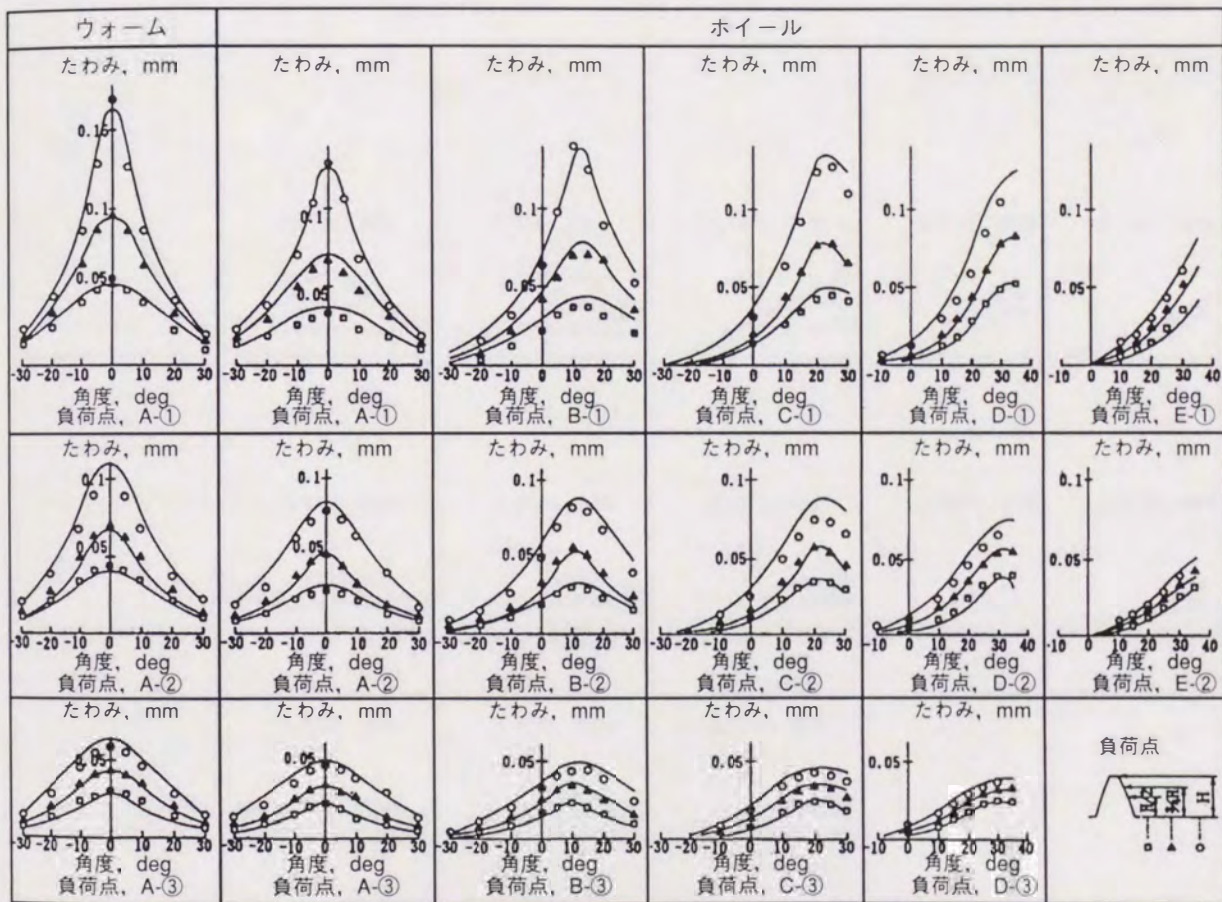


図3-8 (a) 実験値と実験式の比較 JIS3形

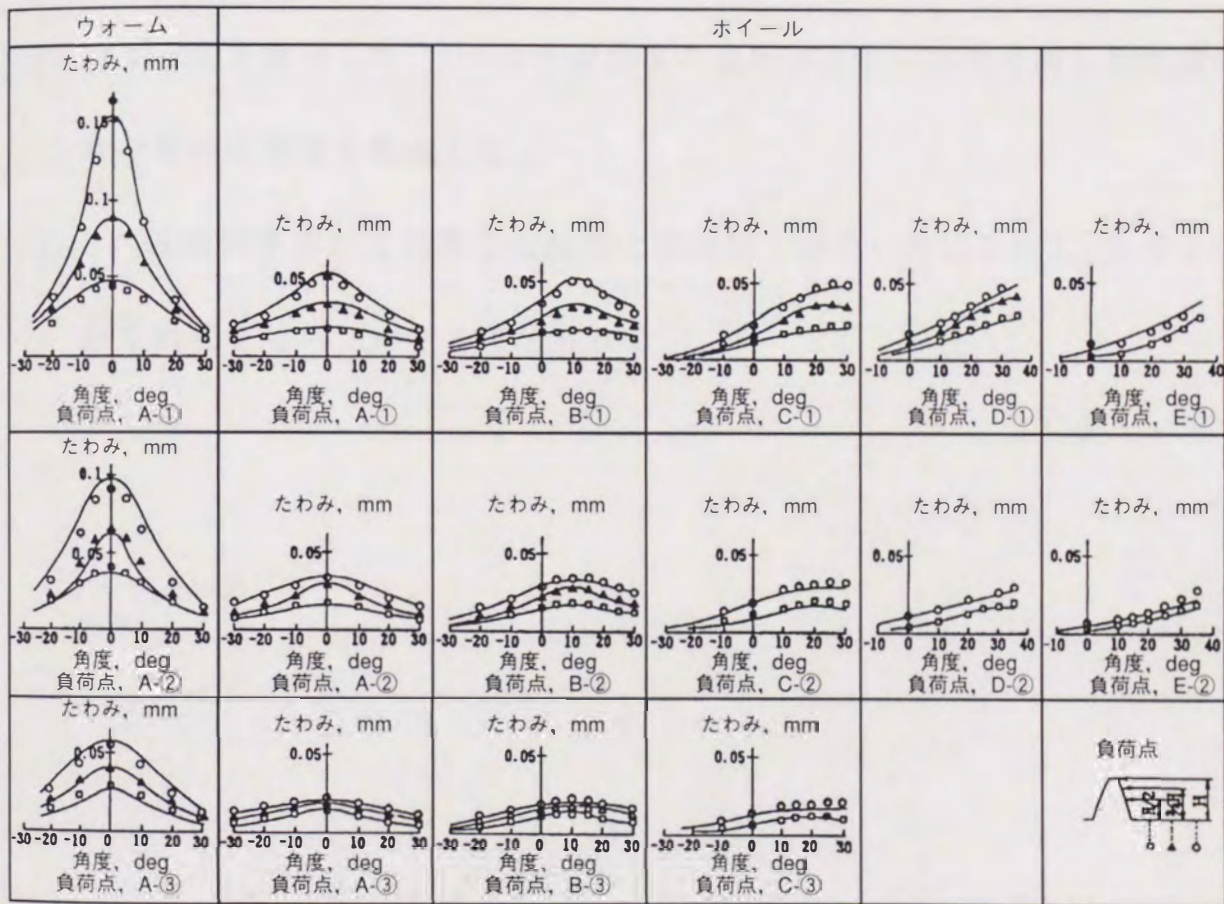


図 3-8 (b) 実験値と実験式の比較 Niemann 歯形

3.4 結言

JIS3 形及び Niemann 歯形のウォーム及びウォームホイールについて、レーザーホログラフィ法を用いて歯のたわみ計測試験を行い、次の成果を得た。

- (1) ホログラフィによって歯面に集中荷重を負荷した時の変形分布を示す鮮明なホログラムが得られ、本法が歯の変形計測に有用である事がわかった。
- (2) 計測結果を整理して、平・はすば歯車に適用されているのと同じ形の歯のたわみの近似式を作成した。
- (3) この近似式を用いて計算した結果と実測値とは良い対応を示し、実用上十分な精度を有していると考えられる。

第3章の参考文献

- 1) 林 : 日本機械学会論文集 , 28, 193 (昭 37-9), 1093
- 2) 久保, 梅沢 : 日本機械学会論文集 , 43, 371 (昭 52-7), 2771
- 3) 中村・竹田・田中 : 三菱重工技報 , 14, 2 (昭 52-3), 49
- 4) JIS B 1723 (円筒ウォームギヤの寸法)
- 5) G. Niemann : Maschine nelemente, Zweiter Band, Springer Verlag (1960)
 , 162
- 6) 梅沢 : 日本機械学会論文集 , 38, 308 (昭 47-4), 896

第4章 歯当たり解析

4.1 緒言

歯車のかみあいの同時接触線上の荷重分布がわかれば、歯面の任意の点について実歯面面圧、油膜厚さ、歯元実応力等が計算出来、従来の負荷容量計算式に比べ、合理的な歯車の設計が可能となる。平行軸歯車ではこれについて多くの研究がなされており、著者ら¹⁾も平行軸歯車について電算プログラムを作成し、実用に供している。ウォームギヤについては、郡原²⁾が歯当たり解析を実施しているが、接触面での負荷容量まで言及していない。また、H. Winterら³⁾は接触面全体にわたって負荷容量の分布を計算する手法を提案しているが歯元応力の観点から見た負荷容量については言及していない。

そこで平行軸歯車に用いたのと同様の手法をウォームギヤに適用して、ウォームギヤの歯当たり解析を行う。荷重分布計算のためには、歯のたわみマトリクスを作る事が不可欠であるので、前章では、JIS3形及びNiemann型のウォーム並びにウォームホイールについてたわみの計測試験を行い、これを基にして歯のたわみの近似式を作成した。

本章では、ウォームギヤの工作誤差、組立誤差が歯当たりに与える影響を考慮した上で、同時接触線上の荷重分布を求め、この荷重分布をもとに面圧や歯元応力を計算する方法を提案し、電算プログラムを作成した。一方、実ウォームギヤを用いて運転試験を行って、歯当たり状況や歯元応力を計測し、同歯車について今回作成したプログラムを用いて解析した結果とを比較した。

4.2 歯面荷重分布解析法

ウォームとウォームホイールのかみあいにおいては、歯面上に幾何学的に決まる同時接触線上でウォームからウォームホイールへの力の伝達が行われる。今、接触線上にいくつかの点を考え、その点近傍の力の伝達を代表する点とし、その位置の歯面の変形と接触の様子を考えてみる。

各点に作用する力 P_i は、ウォーム及びウォームホイールの歯を歯面が離れる方向へ変形させるにもかかわらず、この点が接触して力を伝達できるのは、各 P_i での変形を与える荷重の総和が、伝達荷重 F に等しい量だけの回転の進み α が生じるので、歯が変形した状態を保ちつつ接触が行われるからである。(図 4-1 参照) 接触線上の N 個の点についてこの事を式で表わすと次のようになる。接触線上の点数は接触線の長さによるが、最小は 1 点、通常は 10 ~ 20 点である。

$$\begin{bmatrix} [C_1]_1 \\ [C_1]_2 \\ \vdots \\ [C_1]_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_2]_1 \\ [C_2]_2 \\ \vdots \\ [C_2]_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \alpha e \quad (4-1)$$

$[C_1]$: ウォームの歯の変形の影響係数マトリクス ($N \times N$)

$[C_2]$: ウォームホイールの歯の変形の影響係数マトリクス ($N \times N$)

P : 荷重ベクトル

α : 回転の進み

e : 単位ベクトル

n : かんでいる歯の枚数

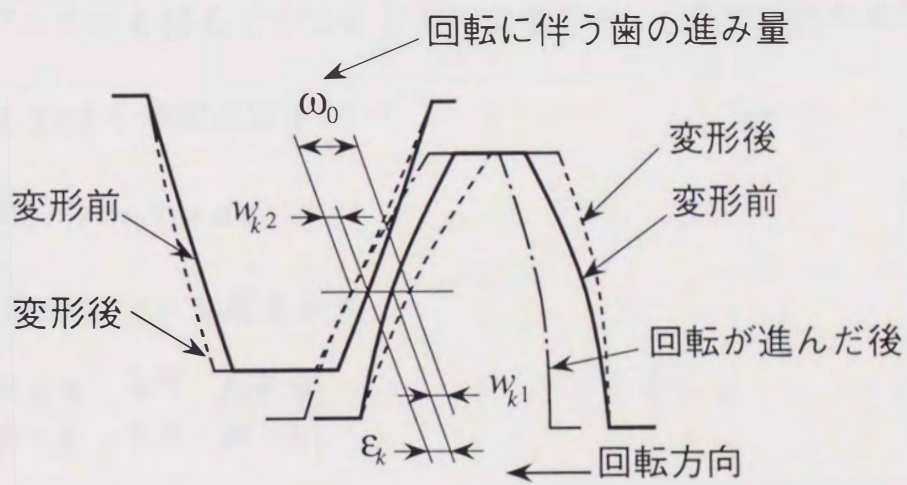


図 4-1 歯のかみあい状態

歯面間に初期隙間がある場合を考えると

$$[C]P + \varepsilon \geq \alpha e \quad (4-2)$$

ただし

$$[C] = [C_1] + [C_2]$$

ε : 初期隙間ベクトル

ここで等号はその点が接触して力を伝えることを意味し、不等号は、接触しておらずしたがって力も伝えていないことを意味する。ここで非負の変数ベクトル Y を導入し(4-2)式を等式に直す。

$$[C]P + \varepsilon - Y = \alpha e \quad (4-3)$$

P と Y の各成分について考えると

$$\left. \begin{array}{l} Y_i = 0 \quad \text{なら} \quad P_i \geq 0 \\ Y_i > 0 \quad \text{なら} \quad P_i = 0 \end{array} \right\} \quad (4-4)$$

の関係がある。

さらに各点が伝達している力の総和は全伝達力 F に等しいことから

$$e' \cdot P = F \quad (4-5)$$

e' : 転置単位ベクトル

歯面の荷重分布を求めることは、(4-3)、(4-4)、(4-5)式を満足するように P を決めることである。

この問題を解くために線型計画法を用いる。そのためには、目的函数が必要であり、このため(4-3)、(4-5)式を次のように変形する。

$$-[C]P + \alpha e + Y + Z = \varepsilon \quad (4-6)$$

$$e' \cdot P + Z_{N+1} = F \quad (4-7)$$

そして、目的函数として

$$Z_0 = e' \cdot Z + Z_{N+1} \quad (4-8)$$

を設定して Z_0 の期待値を零とし、(4-6)、(4-7)式を制限条件式としてシンプレックス法によって解く。この時(4-4)式の条件を満足させるため若干の工夫を要するが、これについては Conry ら⁴⁾ の方法によった。

なお、(4-1)式中の影響係数マトリクスの中身としては、歯の曲げ・せん断たわみに加えて、ウォームとウォームホイールの歯の接触変形並びにウォーム軸の曲げたわみの影響係数を考慮している。

4.3 歯元応力影響係数の近似式

歯面の荷重分布がわかれば、次式によって歯元応力が計算できる。

$$\sigma = [S]P \quad (4-9)$$

σ : 応力ベクトル

$[S]$: 応力の影響係数マトリクス

P : 荷重ベクトル

ここで、応力の影響係数マトリクス $[S]$ は、一般化した形で求めておく必要がある。これについては前章で歯のたわみの計測を行った時、歯形モデルの歯元隅肉部に標点距離 1mm のストレインゲージを 5° 毎に貼りつけて、たわみと同時に歯元応力の計測を行っていたので、これを用いて歯面の任意の点に集中荷重をかけたときの歯元応力の影響係数を求め、次の形の実験式として表示した。

$$\sigma = \sigma_n \cdot K_Y \cdot K_S \cdot K_\alpha \cdot K_\theta \quad (4-10)$$

ここで、 σ_n は基本公称応力で表 4-1 に示す(4-11)式で表わされる。 K_Y は、負荷点が歯たけ方向に変化した場合の応力の変化を表わす歯たけ方向負荷点係数で、実験結果を整理して表 4-2 に示す(4-12)式で表示した。(座標は図 4-6 参照) K_S は、歯すじ方向の応力分布を表わす応力分布係数で表 4-3 に示す(4-13)式で表わせる。 K_α は、歯元の応力集中係数で歯厚と歯元丸味半径の関係式で表わされる⁵⁾。

$$K_\alpha = 1 + 0.193 \left(\frac{\rho}{t} \right)^{-0.373} \quad (4-14)$$

ρ : 歯元丸味半径

t : 歯厚

K_θ は、ウォームホイールの歯巾の端部近くに力をかけると中央部にかけるよりも応力が高くなることを表わす歯すじ方向負荷点係数で次式で表わされる。

$$K_\theta = 1 + 3.92 |\theta_p|^{2.5} \quad (4-15)$$

以上述べた実験式による計算値と、計測値との比較を図 4-2 に示す。歯先近くに負荷して応力が高い場合は両者は良く一致している。歯元近くに負荷して応力が低い場合には、計算値が計測値よりやや低くなるケースも見られるが、(4-9)式にて計算する場合には当然高い方の応力が支配的になるので、実用上はこの程度の精度があれば十分であると考えられる。

4.4 検証例

ここでは、これまで述べてきた考え方に基づいて作成した電算プログラムを用いた計算例について述べる。

表 4-1 σ_o の実験式 {(4-11)式}

(単位 N/mm²)

	ウォーム (歯元)	ウォーム (平均径)	ホイール (歯元)
JIS3形	$32.29 \left(\frac{a}{b}\right)^{0.627} \frac{W}{t^2}$	—	$34.05 \frac{W}{t^2}$
Niemann歯形	$32.29 \left(\frac{a}{b}\right)^{0.627} \frac{W}{t^2}$	$25.31 \frac{W}{t^2}$	$34.05 \frac{W}{t^2}$

a ; ウォーム歯先径

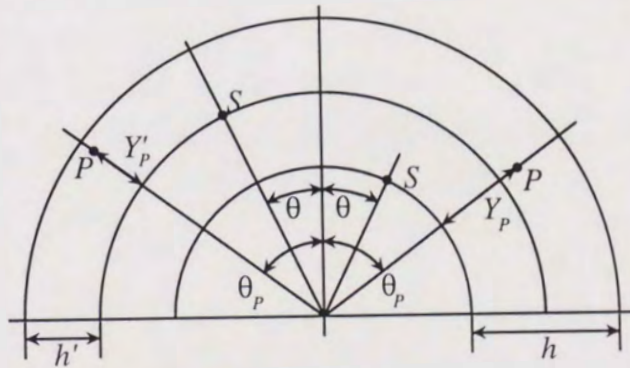
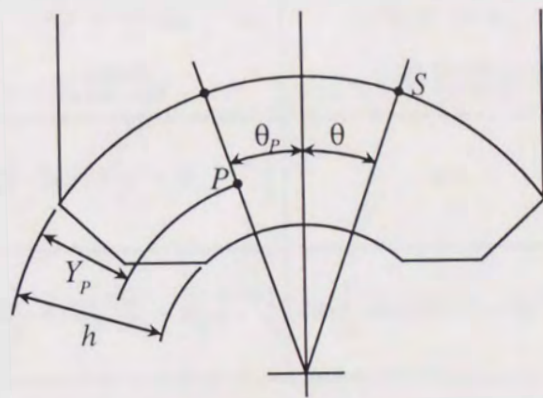
b ; ウォーム歯底径

W ; 集中荷重

t ; 歯厚

表 4-2 K_v の実験式 {(4-12)式}

	ウォーム (歯元)	ウォーム (平均径)	ホイール (歯元)
JIS3形	$\left(\frac{Y_P}{h}\right)^{0.752}$	—	$\left(\frac{Y_P}{h}\right)^{0.832}$
Niemann歯形	$\left(\frac{Y_P}{h}\right)^{0.752}$	$\left(\frac{Y_P}{h}\right)^{0.752}$	$\left(\frac{Y_P}{h}\right)^{0.832}$



P : 負荷点
 S : 応力計算点

図 4-6 座標位置

表 4-3 K_s の実験式 {(4-13)式}

	ウォーム (歯元)	ウォーム (平均径)	ホイール (歯元)
JIS3形	$\exp[-5.575 \theta - \theta_p ^{1.676}]$	—	$\exp[-3.878 \theta - \theta_p ^{1.27}]$
Niemann歯形	$\exp[-4.322 \theta - \theta_p ^{1.593}]$	$\exp[-9.589 \theta - \theta_p ^{1.697}]$	$\exp[-2.268 \theta - \theta_p ^{1.591}]$

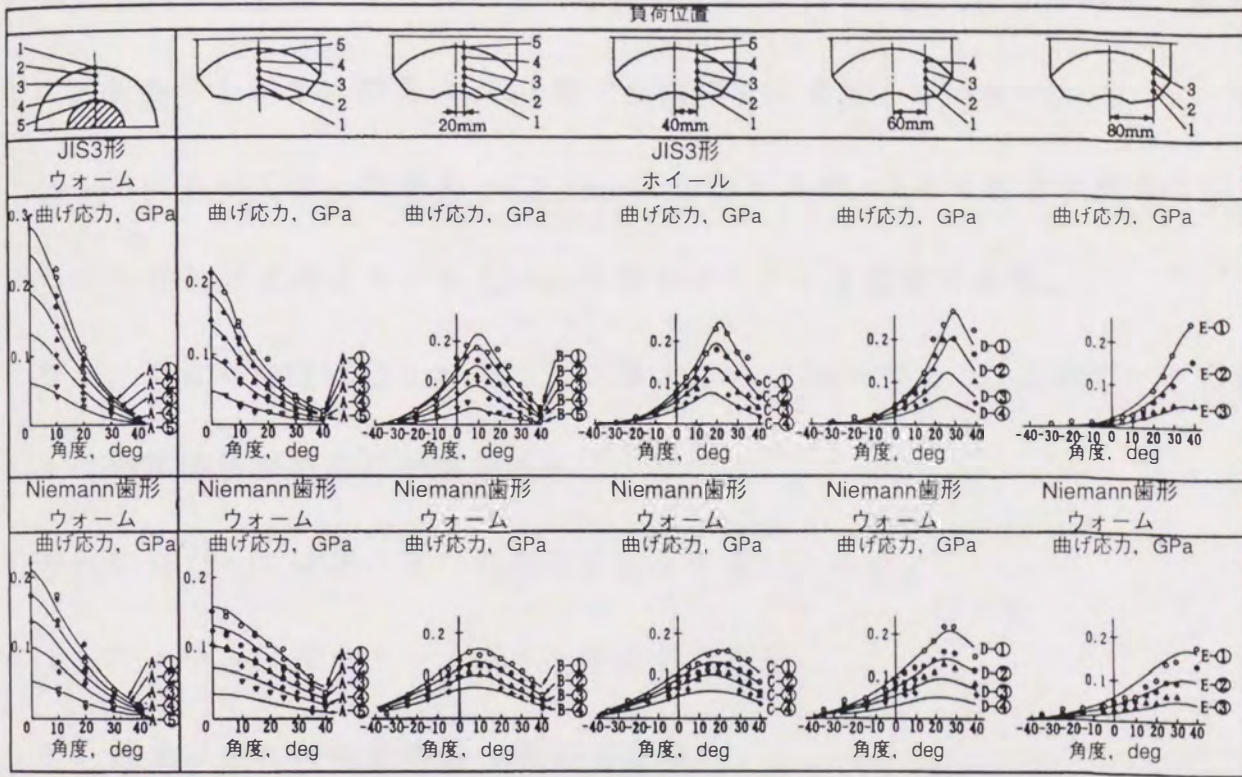


図 4-2 歯元応力計測値と実験式の対応

4.4.1 運転試験結果との比較

本研究で作成した電算プログラムの検証を目的として、実ウォームギヤの運転試験を行い、歯当たりや歯元応力の計測を行った。そこで、この試験歯車について解析を行い、実験データとの比較を行った。表 4-4 に供試歯車の要目、表 4-5 に試験条件を示す。歯形は JIS3 形で歯面修整は実施していない。

表 4-5 において中心距離を -0.13mm としているが、これは適切な歯当たりを得るため当初組立時より -0.13mm 移動させたという意味である。

なお、工具平均径は 195.3mm 、工具厚さは 10.27mm であり、このデータと表 4-4 の歯車概要があれば計算できる。

解析に当たっては次の 3 つの誤差要因を考慮に入れた。

- 1) ウォーム及びウォームホイールの工作誤差
- 2) 故意に与えた組立誤差 (表 4-5 参照)
- 3) ウォームホイールの摩耗量

ここで、工作誤差とは歯形誤差のことで、正規の歯形曲線からのずれ量を隙間として、(4-2)式の初期隙間ベクトルに代入している。図 4-3 にウォームホイール歯当たり及び歯元応力の実験結果と解析結果の比較を示す。実験では歯面に赤い塗料を塗っておき、はげたところをトレーシングペーパーに写し取り歯当たりを確認し、解析では隙間 $0\mu\text{m}$ すなわち荷重が発生したところのみを歯当たり領域とした。なお、接触線の計算間隔はウォームの回転の 30deg 毎とした。まず歯当たりを比べてみると、比較的良い一致を示しているものの、計算結果の方がやや誤

表 4-4 試験歯車要目

		ウォーム	ホイール
モジュール	(mm)	6.2	
圧力角	(deg)	20	
進み角	(deg)	17.896	
中心距離	(mm)	125	
歯数		3	31
ピッチ円径	(mm)	57.6	192.4
平均径	(mm)	57.8	192.2
歯先円径	(mm)	68.0	204.8
歯底円径	(mm)	41.2	178.0
ホイール歯幅	(mm)	—	46
ウォーム回転速度		1800	—

表 4-5 試験条件

試験 番号	内容	組立誤差		ウォーム軸 回転数 (rpm)	ウォームトルク (N・m)	潤滑油
		ホイール 軸方向 (mm)	中心距離 (mm)			
1	標準試験	-0.13*	—	1800	9.8~98	ISO VG 220
2	ホイール軸方向誤差	0.28	—	1800	9.8~98	ISO VG 220
3	中心間距離誤差	—	0.17	1800	9.8~98	ISO VG 220

*標準歯当たりを出すための移動量

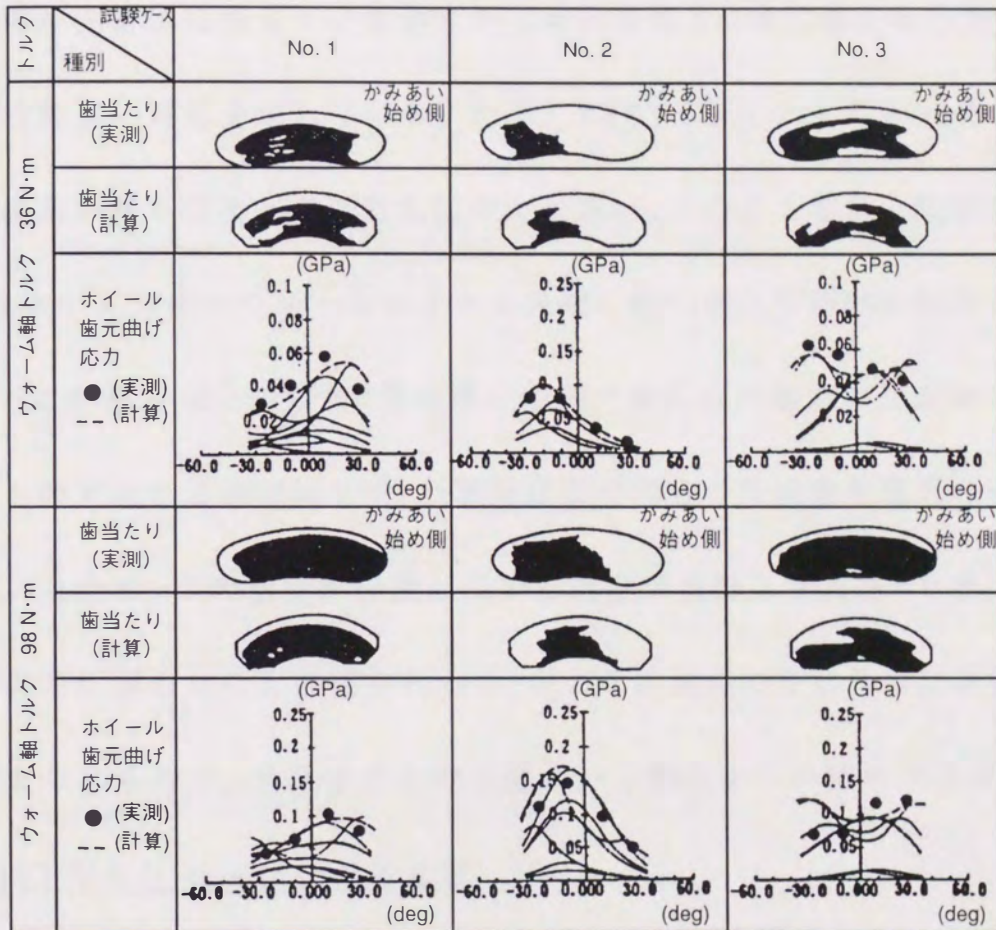


図 4-3 歯当たり試験での計算値と実験値の比較

差が敏感に影響する結果になっている。これは、実際の歯車のかみあいではウォームホイールの凸部が選択的に摺り減ってなじんでいくのに対し、計算ではウォームホイール歯元で計測した全体的な摩耗量しか考慮していないので、工作誤差の影響が完全には消えていないものと考えられる。次に歯元応力を見ると、これも比較的良い対応を示している。ただ、TEST No.3のトルク98Nmの応力分布はかみあい終り側の応力が計算値の方が高い。このような不一致が見られるのは、かみあい終り側のウォームホイール先端に強い当たりが出る場合に限られているが、この部分は一般にPV値の高い領域であるため歯面の局所的な摩耗量が大きいと考えられるのに対して、計算ではこの部分の摩耗量も歯元の計測値で代表しているため、この部分が分担している荷重が実際より大きく、そのため歯元応力が高く計算されたと推測される。このように歯面のなじみは計算精度にかなり影響を与えるので、今後なじみの予測という観点からの詰めが必要である。

4.4.2 JIS3形とNiemann歯形の比較

ここでは、誤差が全くない場合（精度良く組立てられた歯車が良くなじんだ状態に近い）のJIS3形とNiemann歯形について計算による比較を行った。結果を図4-4に示す。図中のDFI, DHI, DKI, DOIはそれぞれウォームの歯底円径、歯たけ中心円径、歯先円径、ピッチ円径である。曲げ応力図は一本の同時接触線に対する応力分布で、横軸は回転角度となる。接触応力、PV値はウォームの歯元側から歯先側にかけての接触線の変化と各段の計算値が対応している。歯車要目は運転試験に用いたものと同じであるが、Niemann歯形の圧力角のみ標準の

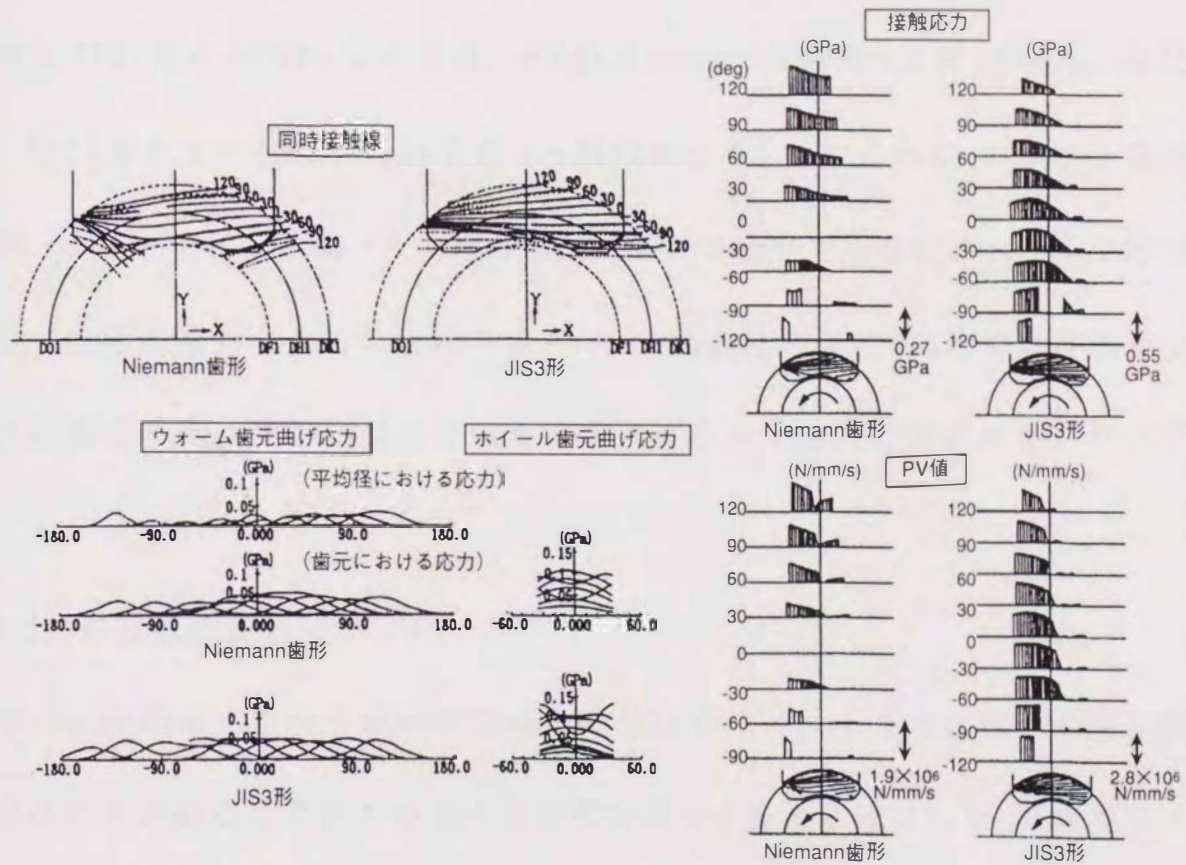


図 4-4 JIS3 形と Niemann 歯形の比較

24° に変えている。ウォームの歯元応力は両者の間にあまり差はない。また Niemann 歯形の場合、平均径における応力と歯元もほぼ同程度である。ウォームホイールの歯元応力は JIS3 形の方が若干高い。両者の間に決定的な差があるのは、歯面の接触応力や PV 値である。接触応力の最大値は、Niemann 歯形 0.24 GPa に対し JIS3 形 0.47 GPa と約 2 倍、PV 値は Niemann 歯形 $1.6 \times 10^6 \text{ N/mm/s}$ に対し、JIS3 形 $2.3 \times 10^6 \text{ N/mm/s}$ と約 1.4 倍になっている。これは Niemann 歯形が凹面（ウォーム）と凸面（ウォームホイール）の接触であるため、ヘルツ応力に関して非常に有利であることによる。Niemann 歯形の回転角 0 時で計算値がないように見えるが、実際には 0 ではなく非常に小さく図上に表われないだけである。

4.4.3 組立誤差の影響

次に工作誤差すなわち歯形誤差のない JIS3 形ウォームギヤに種々の組立誤差を与えたとき歯当たりによりどのような影響が出てくるかを計算した。対象歯車は試験歯車と同一で、軸の直角度誤差を $-0.1^\circ \sim 0.1^\circ$ 、中心距離誤差を $-0.3 \text{ mm} \sim 0.3 \text{ mm}$ 、ウォームホイールの軸方向ズレを $-0.3 \text{ mm} \sim 0.3 \text{ mm}$ の範囲で変えた。図 4-5 はこれらの誤差を与えた場合のウォーム及びウォームホイールの歯元応力と PV 値の最大値がどのように変化するかを示したものである。計算トルクは 98 Nm である。特徴的なことは歯元応力は正負どちらの誤差に対しても同程度の応力増加があるのに対して PV 値の方は、誤差のある方が低い場合があることである。PV 値が低くなるのは、下の歯当たり図からわかるように、最大 PV 値発生

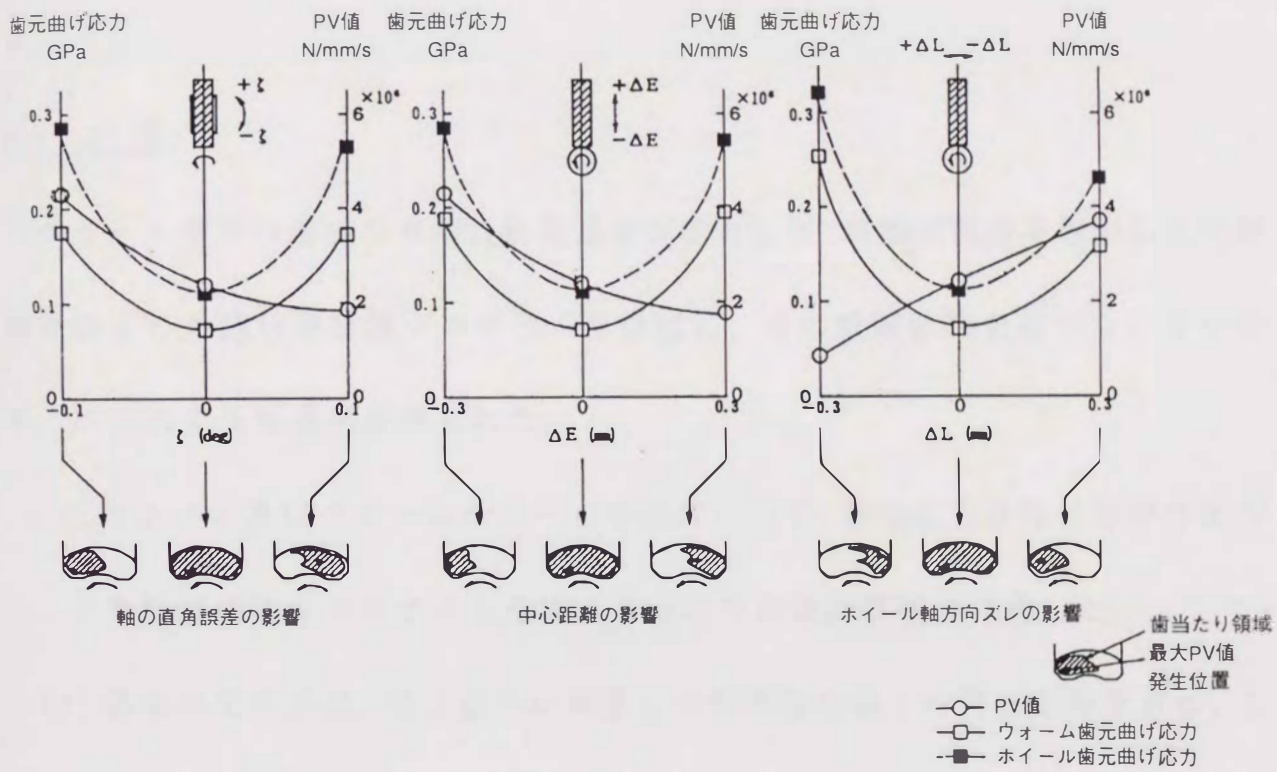


図 4-5 組立誤差の影響

位置が誤差によってかみあい始め側へズレたときである。これは誤差による片当たりで歯面荷重自体は上昇しても、歯面の曲率半径の関係でかみあい始め側はヘルツ応力が低くなることによると考えられる。また、図4-3 TEST No.1の歯当たりと一致していない理由は、図4-3 TEST No.1の計算では、歯車の歯形誤差を計測して入力しているが、図4-5の計算では歯形誤差を0としているためである。

4.5 結言

ウォームギヤの歯当たり解析法開発を目的として、線型計画法を利用した同時接触線上の荷重分布計算プログラムを作成し、その検証試験を行った。その結果、以下のような成果が得られた。

- (1) ウォーム及びウォームホイールの歯について、歯元応力計算に必要な応力の影響係数マトリクスを作成するための近似計算式を作成した。
- (2) 歯車の工作誤差、組立誤差を考慮して同時接触線上の荷重分布を求め、これから歯面面圧、PV値、歯元曲げ応力等を計算する電算プログラムを作成した。
- (3) 上記プログラムの検証のため実ウォームギヤの運転試験を行い、歯当たりや歯元応力の実測値と計算値を比較したところ、両者は良く一致しており、プログラムの有用性が証明された。

第4章の参考文献

- 1) 中村・竹田・田中・森本：三菱重工技報，14，2 (昭52-3)，49
- 2) 郡：松江工専研究紀要理工編，No.16 (1981)，17
- 3) H. Winter・H. Wilkesmann：Trans. ASME, J. of Mechanical Design, Vol.103,(1981), 73
- 4) T. F. Conry・A. Seireg. Trans：ASME, Ser. E, 38-2 (1971 - 6), 3887
- 5) 西田正孝：応力集中，第1版，森北出版 (1973)