

## 改良型適応形サンプル値フィルタについて(その4)

小段, 謙一

<https://doi.org/10.15017/241>

---

出版情報 : 九州大学医療技術短期大学部紀要. 22, pp.27-30, 1995-03. Kyushu University School of Health Sciences Fukuoka, Japan

バージョン :

権利関係 :

# 改良型適応形サンプル値フィルタについて(その4)

小 段 謙 一

## On Improved Adaptive Sampled-Data Filters (IV)

Kenichi KODAN

In case the input frequency of the system varies at some intervals, the time interval of the variance has great influence on its response time.

In this paper, relation of the former to the latter is discussed.

### まえがき

改良型適応形サンプル値フィルタで構成した共振器は、入力信号から基本波を抽出する場合、共振器のパラメータや共振特性を変更せずに、短い応答時間で入力周波数の変動に追従することが可能である。<sup>1)-3)</sup>

これまでの考察により、共振器のパラメータの最適範囲及び入力周波数変化に対する応答時間の理論式が求められた。<sup>3)-5)</sup>

本稿では、入力周波数の変動が一定時間において連続した場合の応答時間への影響について検討を行なう。

### 1. 改良型適応形サンプル値フィルタ

#### 1.1 回路の構成と基本式

改良型適応形サンプル値フィルタ(以下、改良型フィルタという)の構成を図1に示す。

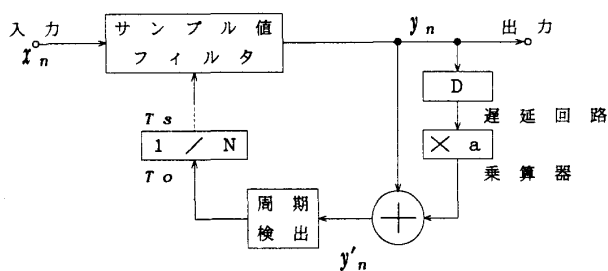


図1. 改良型適応形サンプル値フィルタ

この改良型フィルタが二次系共振器として動作し、入力周波数の変動に追従して入力信号から基本波を抽出し得るための基本式は、次の(1)~(4)である。<sup>1),2)</sup>

$$y_n = x_n + 2r \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \cdot y_{n-1} - r^2 \cdot y_{n-2} \quad (1)$$

$$T_i = NT_s \quad (2)$$

$$T_s = T_o / N \quad (3)$$

$$y'_n = y_n + a \cdot y_{n-N/2} \quad (4)$$

但し、 $T_s$ はサンプル値フィルタのサンプリング間隔であり、この値は時間とともに変化する。 $n$ は第 $n$ サンプリング時点を示す。

又、 $r, N, a$ は改良型フィルタのパラメータであり、特に $N$ は入力信号一周分分のサンプリング点数を意味する。夫々 $0 < r < 1, N \geq 2, 0 \leq a < 1$ の範囲で設定可能である。

$T_i$ は入力周期、 $T_o$ は周期検出用信号 $y'_n$ から検出された周期であり、両者が一致する様に適応動作が行なわれる。

#### 1.2 応答時間

簡単のため、入力周期が $T_i \rightarrow T_i/M$ にステップ変化した場合を考える。(図2の下側の図参照)

但し、ここでは入力周波数変動率 $M$ は、 $0.25 \leq M \leq 4$ としている。

この時、変動前の入力周期 $T_i$ で正規化した応

答時間で  $\tau/T_i$  は次式の様に表示される。<sup>3),9)</sup>

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (1 \leq M \leq 4) \quad (5-1)$$

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(1/M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (0.25 \leq M \leq 1) \quad (5-2)$$

なお、 $1 \leq M \leq 4$  の場合、前に  $1/(2M)$  の項を省略した形で表わしていたが、(5-2)式と精度を合わせるため(5-1)式の形にした。<sup>9)</sup>

又、 $H(m)$  は共振器の振幅特性 (共振特性) であり、次式で与えられる。

$$H(m) = 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \{ (m-1)(2\pi/N) \}} \cdot 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \{ (m+1)(2\pi/N) \}} \quad (5-3)$$

ここで、 $m$  は共振器の中心周波数で正規化した周波数である。

## 2. 周波数変動が連続した場合の応答時間

一般に、ある時点で系に発生した変動に対する応答時間は、その変動時点で系が以前の変動による過渡現象の際中であるか、既に定常状態と見なせる状態にあるかに大きく依存する。

これまでは、定常状態にある系に対する変動についての応答時間についてのみ考察を加えて来た。

以下では、改良型フィルタに連続した入力周波数変動を加え、その時間間隔と応答時間の関係について検討する。

### 2.1 過渡応答波形

簡単な例として、図2の様な連続した周波数変動を考える。

この図では入出力波形の包絡線の大きさと周期の変化のみ示してある。又、波形内に、その周期を記入してある。

単独の周波数変動の場合 (入力周期  $T_i \rightarrow T'_i = T_i/M$  にステップ変化、応答時間は  $\tau$ 、図2の下側の図参照) との比較のため、先ず  $t=0$  で定常状態にあった系の入力周期を  $T'_i \rightarrow T_i$  にステップ変

化させ (応答時間は  $\tau'$ )、 $t=T$  で再び  $T'_i$  に戻してやる。(入力周期  $T_i \rightarrow T'_i$  にステップ変化、応答時間は  $\tau^*$ 、図2の上側の図参照)

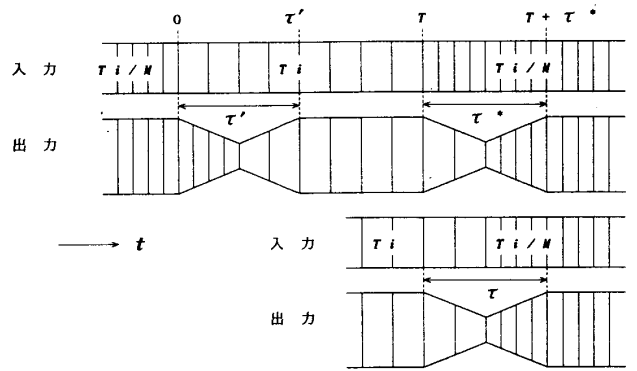


図2. 過渡応答波形 (模式図)

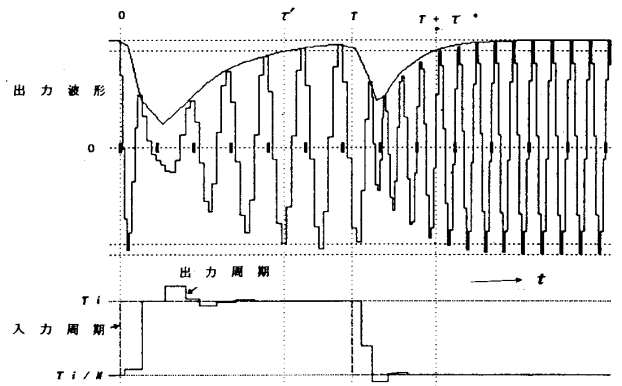


図3. 過渡応答波形 ( $M=2, T=12.5T_i$ )

図3に(1)~(4)式に基づく計算機シミュレーション結果を示した。

この図は、 $M=2$  の場合で、横軸 (時間軸) の1目盛は  $T_i = 2T'_i$ 、出力波形の振幅の包絡線は  $y_n$  を正弦波で補間して得られたものであり、 $y_n$  自体はゼロ次ホールドしてある。

ここで、改良型フィルタの各パラメータは以下の様に設定した。 $a$  は最適範囲<sup>9)</sup> 0.74~0.82 の中間値  $a=0.78$ 、 $r$  は最適範囲<sup>9)</sup> 0.89~0.92 の共振特性のすぐれている値  $r=0.92$  を選んだ。又、 $N=8$  とし、入力周波数変動率  $M$  は  $0.29 \leq M \leq 3.4$  とした。<sup>9)</sup>

以下も、この設定で検討を進める。

### 2.2 $M \geq 1$ の場合の応答時間

応答時間  $\tau, \tau'$  の夫々の変動前の入力周期で正規化した値は(5-1)式より次式の如く与えられる。

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (6-1)$$

$$\tau'/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(1/M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (6-2)$$

$\tau$ は(6-2)式より $T_i$ と関連付けられるので、二つの入力周波数変動時点の間隔 $T$ と $\tau$ との関係を考えるには、 $T$ も $T_i$ の何倍であるかで表わす方が都合が良い。

$T/T_i$ を変化させ、第2の応答時間を変動前の入力周期で正規化した $\tau^*/T_i$ を求め、両者の関係を図示したのが図4である。

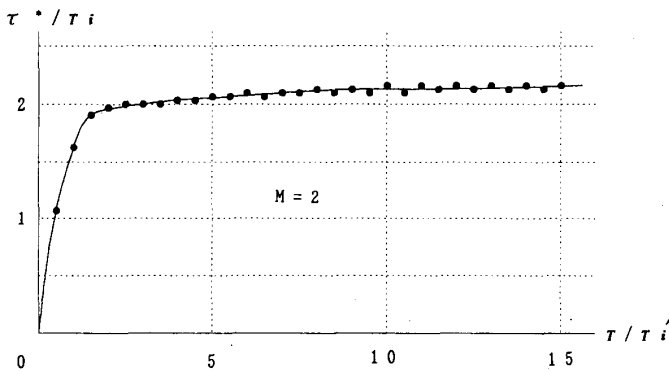


図4. 変動の時間間隔と応答時間の関係 ( $M=2$ )

図より、 $T/T_i \geq 2$ では、 $\tau^*/T_i$ の値はほとんど一定になることがわかる。同図は $M=2$ の場合であるが、この関係は $1 \leq M \leq 3.4$ のすべての $M$ に対して成立する。

又、(6-2)式により、 $r=0.92$ の場合、 $1 \leq M \leq 3.4$ で $\tau'/T_i \leq 12.5$ である。従って、 $T \geq 12.5 T_i$ では $1 \leq M \leq 3.4$ の全ての $M$ に対して系は充分定常状態にあると見なせる。

$\tau^*/T_i$ を $T$ をパラメータとして(1)~(4)式に基づく計算機シミュレーションにより求め、(6-1)式の $\tau/T_i$ とともに図5-1に示した。

### 2.3 $M \leq 1$ の場合の応答時間

前節と同様に $\tau/T_i$ 、 $\tau'/T_i$ は次式の様に表わせる。

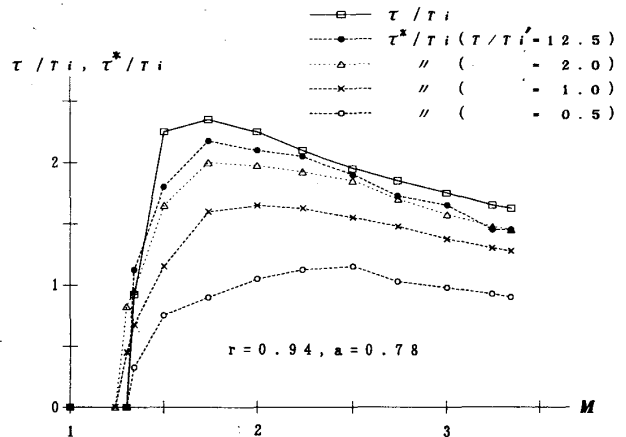


図5-1. 応答時間 ( $M \geq 1$ )

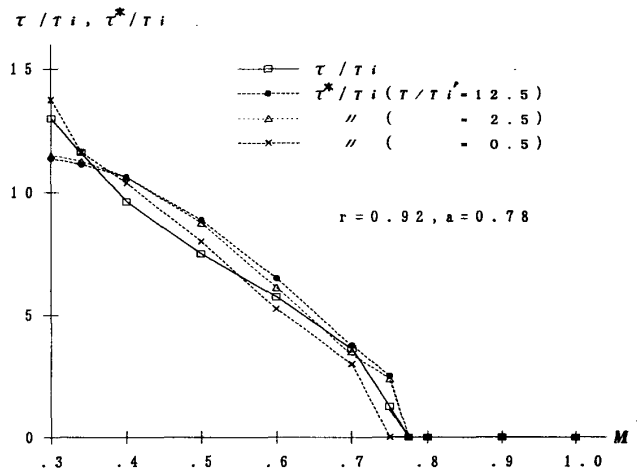


図5-2. 応答時間 ( $M \leq 1$ )

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(1/M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (7-1)$$

$$\tau'/T_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2M} - \frac{1}{N} \log \left[ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(M)}{H(1)} \right\} \right] / (M \log r) \quad (7-2)$$

(7-2)式より、 $r=0.92$ の場合、 $0.29 \leq M \leq 1$ で $\tau'/T_i \leq 2.5$ である。従って、 $T \geq 2.5 T_i$ では $0.29 \leq M \leq 1$ の全ての値に対して系は充分な定常状態にあると見なせる。

前節と同じ方法で周波数変動率 $M$ と $\tau^*/T_i$ 、 $\tau/T_i$ の関係を求め図5-2に示した。

## 3. 結 果

### 3.1 $M \geq 1$ の場合

図5-1より、 $T/T_i$ が大きくなるに従って $\tau^*$ の値が $\tau$ に近づくことがわかる。

ここで、応答時間と応答中の出力信号の振幅と周期の状態から  $T/T_i'$  の値による3つの場合が考えられる。すなわち、

- (i)  $T/T_i' \geq 12.5$
- (ii)  $2 \leq T/T_i' \leq 12.5$
- (iii)  $T/T_i' \leq 2$

の3つの場合である。

(i) の場合は、 $\tau^* < \tau$  であるがほとんど  $\tau^* = \tau$  と見なせる。すなわち第2の変動時点  $t = T$  で系は振幅も周期も定常状態にあったと考えることができる。

(ii) の場合は、 $T/T_i' = 2$  の時と  $T/T_i' = 12.5$  の時  $\tau^*$  の差が小さく  $\tau^* = \tau$  と見なすことができる。この時、第2の変動時点  $t = T$  で出力信号の振幅は定常値となっていないが、図3を参考にして検討すると出力信号の周期は既に定常値に達していると考えられる。

第2の変動による出力信号は、その周期情報を利用する時には使用することが可能である。

(iii) の場合は、出力信号の振幅も周期も定常値に達していず、第1の変動が無視された形となる。

### 3.2 $M \leq 1$ の場合

図5-2より、前節と同じ関係が考えられる。但し、

- (i)  $T/T_i' \geq 2.5$
- (ii)  $0.5 \leq T/T_i' \leq 2.5$
- (iii)  $T/T_i' \leq 0.5$

である。

従って、出力信号の周期情報のみを利用する

場合には、次の変動が変動前の入力周期の2倍以上の間隔において加わる時に入力周波数変動率  $M$  の値にかかわらず、使用可能であることがわかる。

### あとがき

入力周波数の変動が連続する場合の時間間隔と応答時間の関係を検討した結果、時間間隔の大きさによって変動後の出力信号のどの情報を利用することができるかが明らかとなった。今後の課題としては(3-1)節(3-2)節(ii)の  $T/T_i'$  の下限値の理論的算出などがあり、現在検討中である。

### 参考文献

- 1) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタについて，医短大紀要，14，15 - 21，1987
- 2) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善，医短大紀要，15，7 - 10，1988
- 3) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間，医短大紀要，16，19 - 21，1989
- 4) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタについて(その2)，医短大紀要，20，19 - 22，1993
- 5) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタについて(その3)，医短大紀要，21，13 - 16，1994