空間均衡分析における均衡解の一意性について : II.事例分析

川口, 雅正
九州大学農学部農業計算学講座

李, 鍾相
九州大学農学部農業計算学講座

https://doi.org/10.15017/23380

出版情報：九州大學農學部學藝雜誌. 46 (3/4), pp.199-210, 1992-02. 九州大學農學部

九大農学芸誌 (Sci. Bull. Fac. Agr., Kyushu Univ.)
第46巻 第3・4号 199-210 (1992)

空間均衡分析における均衡解の一意性について
II. 事 例 分 析

川 口 雅 正・李 鍾 相
九州大学農学部農業計算学講座

(1991年11月14日受理)

On the Uniqueness of Equilibrium Solution in Spatial Equilibrium Analysis
II. A Case Study

Tsunemasa KAWAGUCHI and Jong-Sang LEE
Seminar of Econometric Analysis in Agriculture, Faculty of Agriculture
Kyushu University 46-07, Fukuoka 812

I 緒 言

川口・李 (1992) は空間均衡分析における均衡解の一意性について理論的考察を行い，これまで解の一意性が成立すると考えられていた空間均衡分析の競争均衡解が，場合によってはただ一つとは限らず無数に存在することを理論的に明らかにした．本稿では佐々木 (1969, 1970) の研究を取り上げ，このことを事例分析によって明らかにしたい．なお佐々木(1969, 1970) の研究は Sasaki (1973) の中で要約されている．佐々木 (1971) の研究も Sasaki (1973) の中で要約されているが，分析に必要な需要および供給関数が明示されていないので本稿では省略した．

II 東日本の生乳市場に関する地域間均衡（佐々木, 1969）における均衡解の一意性

佐々木 (1969) は北海道，東北および関東を結ぶ飲用乳市場と加工原料乳市場の2つについて，主な地域の需給関係と各地域間の輸送費に関する1964～65年の資料を用いて，生乳（飲用乳および加工原料乳）市場の空間均衡分析を行っている．そして地域間競争を通じて成立する均衡価格，数量および輸送量と各地域の実際の数値を照らし合わせることによって，この分析を具体的ないくつかの酪農問題の解決に役立てようとしている．このような佐々木 (1969) の研究は明らかに均衡解の一意性を前提としている．

佐々木によって利用された空間均衡モデルは，多少変形され異なった記号が用いられてはいるが，川口・李 (1992, I 緒言) が例示したモデルと同じものであり，需給構造を線形の需要関数と供給関数で要約している．つまり分析の対象として取り上げられた生乳市場と関係の深い地域をいくつかに区分し，それらの中の主要な n 地域（飲用乳では $n=10$, 加工原料乳では $n=8$）を生乳の主要な産地兼市場と見なしている．そして各産地（地域）の生乳の供給関数を

$$S_i=\theta_i+r_iPS_i\ ,\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

ただし S_iは i 産地の生乳供給量，θ_iと r_iは i 産地の生乳供給構造を示すパラメータ, PS_iは i 産地における生乳の産地価格

と表し，各市場（地域）の生乳の需要関数を

$$D_j=\alpha_j-\beta_jPD_j\ ,\quad j=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

ただし D_jは j 市場の生乳需要量，α_jと β_jは j 市場の生乳需要構造を示すパラメータ，PD_jは j 市場における生乳の市場価格

と表し，かつ i 産地から j 市場への単位輸送費と出荷量をそれぞれ t_{ij}と x_{ij}で表している．なお佐々木(1969) の研究では，供給関数を推計する上での困難をさけるために，$r_i=0$, $\theta_i>0$ として短期的な供給関数を考え，分析期間中 i 産地の供給量は θ_iで一定であるものとしている．また j 市場の需要関数のパラメータは $\alpha_j>0$ かつ $\beta_j>0$ なる条件をみたしている．すると競争均衡解を求めるための二次計画問題は次のように定式化される．

$$
\begin{array}{lllllllllcl}
 & & & & & & & & & & \text{双対変数} \\
PD_1 & & & -PS_1 & & & & & \leqq t_{11} & & (x_{11} \geqq 0) \\
PD_1 & & & & -PS_2 & & & & \leqq t_{21} & & (x_{21} \geqq 0) \\
\vdots & & & & & \ddots & & & \vdots\ \vdots & & \vdots \\
PD_1 & & & & & & -PS_n & & \leqq t_{n1} & & (x_{n1} \geqq 0) \\
 & PD_2 & & -PS_1 & & & & & \leqq t_{12} & & (x_{12} \geqq 0) \\
 & PD_2 & & & -PS_2 & & & & \leqq t_{22} & & (x_{22} \geqq 0) \\
 & \vdots & & & & \ddots & & & \vdots\ \vdots & & \vdots \\
 & PD_2 & & & & & -PS_n & & \leqq t_{n2} & & (x_{n2} \geqq 0) \\
 & & \ddots & & & & & & \vdots\ \vdots & & \vdots \\
 & & PD_n & -PS_1 & & & & & \leqq t_{1n} & & (x_{1n} \geqq 0) \\
 & & PD_n & & -PS_2 & & & & \leqq t_{2n} & & (x_{2n} \geqq 0) \\
 & & \vdots & & & \ddots & & & \vdots\ \vdots & & \vdots \\
 & & PD_n & & & & -PS_n & & \leqq t_{nn} & & (x_{nn} \geqq 0)
\end{array}
$$

$$PD_1 \geqq 0,\ PD_2 \geqq 0, \cdots, PD_n \geqq 0$$

$$PS_1 \geqq 0,\ PS_2 \geqq 0, \cdots, PS_n \geqq 0$$

なる条件の下で目的関数 f

$$f=\sum_{j=1}^{n}\left(\alpha_j PD_j-\frac{1}{2}\beta_j PD^2_j\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(\theta_i PS_i+\frac{1}{2}r_i PS^2_i\right)$$

を最大にする PD_1, PD_2, $\cdots$, PD_n, PS_1, PS_2, $\cdots$, PS_nを求めよ．ただし $r_i=0$, $i=1, 2, \cdots, n$ となっている．

ここで $n^2 \times 2n$ 行列 A, n^2次列ベクトル b, $2n$ 次変数列ベクトル x, $2n$ 次列ベクトル c, および $2n \times 2n$ 非負定符号行列 W を

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\
0 & 1 & \cdots & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & -1
\end{bmatrix} = A
$$

$$
\begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{21} \\ \vdots \\ t_{n1} \\ t_{12} \\ t_{22} \\ \vdots \\ t_{n2} \\ \vdots \\ t_{1n} \\ t_{2n} \\ \vdots \\ t_{nn} \end{bmatrix} = b, \quad
\begin{bmatrix} PD_1 \\ PD_2 \\ \vdots \\ PD_n \\ PS_1 \\ PS_2 \\ \vdots \\ PS_n \end{bmatrix} = x, \quad
\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ -\theta_1 \\ -\theta_2 \\ \vdots \\ -\theta_n \end{bmatrix} = c
$$

$$
\begin{bmatrix}
\beta_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \beta_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & \beta_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & r_1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & r_2 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & r_n
\end{bmatrix} = W .
$$

のように導入すれば，この二次計画問題は次のように簡単に定式化される．

$Ax \leqq b$, $x \geqq 0$ なる条件の下で $f=c'x-(1/2)x'Wx$ を最大にする x を求めよ．

さらに n^2次変数列ベクトル y および u, $2n$ 次変数列ベクトル v を

$$
\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{n1} \\ y_{12} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{n2} \\ \vdots \\ y_{1n} \\ y_{2n} \\ \vdots \\ y_{nn} \end{bmatrix} = y, \quad
\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \\ x_{12} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{n2} \\ \vdots \\ x_{1n} \\ x_{2n} \\ \vdots \\ x_{nn} \end{bmatrix} = u, \quad
\begin{bmatrix} v_{D1} \\ v_{D2} \\ \vdots \\ v_{Dn} \\ v_{S1} \\ v_{S2} \\ \vdots \\ v_{Sn} \end{bmatrix} = v
$$

のように導入すると，Kuhn-Tucker の最適条件は

$$Ax+y=b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots Q\,1$$
$$-Wx-A'u+v=-c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots Q\,2$$
$$x'v=0,\ \ y'u=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots Q\,3$$
$$x\geqq 0,\ \ y\geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots Q\,4$$
$$u\geqq 0,\ \ v\geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots Q\,5$$

と表される．線形計画法の場合と同様に，Q 1 式と Q 2 式をシンプレックス表の形式で表 Q のように表し，これを出発点として，川口・李（1992，III節）によって示された解法でこの二次計画問題を解くことができる．なお表 Q の基本変数と非基本変数はそれぞれ（$n^2+2\,n$）個であり，飲用乳の場合 120（$=10^2+2\times 10$），加工原料乳の場合 80（$=8^2+2\times 8$）となる．

表 Q

		x	u
v	$-c$	$-W$	$-A'$
y	b	A	0

飲用乳市場の場合 $n=10$ であり，利用された基礎データは表 1 および表 2 のとおりである（佐々木，1969，111-112 頁）．このようなデータを利用して，川

表 1　飲用乳市場における地域別需要関数，供給量，その他の資料

地域番号 i	地域名	需要関数の係数 α_i	需要関数の係数 β_i	価格 p_i	需要量 d_i	純移出量	供給量 $S_i=\theta_i$
1	札幌	126.381	2.4628	37.0	35.257	0.105	35.362
2	宮城	148.772	3.4376	35.2	27.768	3.546	31.314
3	福島	171.094	3.7796	37.4	29.737	3.768	33.505
4	茨城	100.920	2.0539	39.3	20.202	32.165	52.367
5	栃木	80.790	1.5368	39.8	19.625	55.153	74.778
6	群馬	113.880	2.3165	37.6	26.780	44.744	71.524
7	埼玉	79.871	0.6538	37.7	55.223	38.878	94.101
8	千葉	277.033	4.9857	38.7	84.086	40.174	124.260
9	東京	679.174	11.4892	40.6	212.712	-193.348	19.364
10	神奈川	521.873	10.6996	39.0	104.589	-25.185	79.404

注）数量は 1,000 トン単位，価格は 100 万円単位（すなわち，kg 当たり円単位）で表されている．需要関数：$D_i=\alpha_i-\beta_i PD_i$．

表 2　飲用乳市場における単位輸送費（t_{ij}）

i 地域（都市名）＼ j 地域	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1　札幌	0	9.2	10.1	11.9	11.9	13.7	12.9	13.5	13.1	13.4
2　宮城（仙台）	9.2	0	1.3	3.2	3.2	5.1	4.2	4.8	4.5	4.8
3　福島（福島）	10.1	1.3	0	2.6	2.4	4.2	3.3	4.0	3.6	3.9
4　茨城（水戸）	11.9	3.2	2.6	0	1.6	3.0	2.0	2.3	1.9	2.2
5　栃木（宇都宮）	11.9	3.2	2.4	1.6	0	2.4	1.4	2.1	1.7	2.1
6　群馬（前橋）	13.7	5.1	4.2	3.0	2.4	0	1.5	2.3	1.8	2.1
7　埼玉（浦和）	12.9	4.2	3.3	2.0	1.4	1.5	0	1.1	0.6	1.0
8　千葉（千葉）	13.5	4.8	4.0	2.3	2.1	2.3	1.1	0	0.8	1.2
9　東京	13.1	4.5	3.6	1.9	1.7	1.8	0.6	0.8	0	0.7
10　神奈川（横浜）	13.4	4.8	3.9	2.2	2.1	2.1	1.0	1.2	0.7	0

注）金額は 100 万円単位（すなわち 10 トン当たり 1 万円）である．

口・李の解法で二次計画問題を解くと（BASIC による独自のプログラムを作成し，*NEC* の *PC*-9801 *RX* 21 を利用），シンプレックス表の対称性を利用しなくても倍精度で14分50秒の計算時間（STEP 1 または STEP 2 を48回くりかえす）で最適解が得られる．シンプレックス表は120行120列となり大きいので省略するが，退化した最適解（つまり基本変数である y_{29} と $y_{6.10}$ が 0 となっている解）が得られた．従って解の一意性が成立せず x_{29} と $x_{6.10}$ の値が異なる無数の均衡解が存在する可能性があることが分かる．そこで解の一意性について検討した結果，次の表 3 に示すように無数の均衡解が存在することが明らかになった．つまり表 3 で $x_{29}=h$，$x_{2.10}=(4.170-h)$，$x_{49}=(21.087-h+l)$，$x_{4.10}=(8.371+h-l)$，$x_{69}=(45.860-l)$，$x_{6.10}=l$ なる関係が成立し，h と l は上の x が非負となる範囲内で任意の値をとりうる．なお表 3 の均衡価格 P_i は正確には次のとおりである．

$$P_1=PD_1=36.958=PS_1,\quad P_2=PD_2=35.382=PS_2$$
$$P_3=PD_3=36.403=PS_3,\quad P_4=PD_4=37.982=PS_4$$
$$P_5=PD_5=38.182=PS_5,\quad P_6=PD_6=38.082=PS_6$$
$$P_7=PD_7=39.282=PS_7,\quad P_8=PD_8=39.082=PS_8$$
$$P_9=PD_9=39.882=PS_9,\quad P_{10}=PD_{10}=40.182=PS_{10}$$

このように均衡価格はただ 1 つしかないであろうが，出荷のしかたは無数にありうることになる．従って佐々木（1969）の飲用乳市場に関する分析の結論も修正されざるをえないであろう．

加工原料乳市場の場合 $n=8$ であり，利用された基礎データは表 4 および表 5 のとおりである（佐々木，1969，111-112 頁）．このようなデータを利用して，川口・李の上述の解法で二次計画問題を解くと，シンプレックス表の対称性を利用しなくても倍精度で 4 分18秒

表 3　飲用乳市場の空間均衡解

移出 i ＼ 移入 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	供給量 S_i	純移出量	価格 P_i
1 札　幌	35.362										35.362	0.000	37.0
2 宮　城		27.144							h	$(4.170-h)$	31.314	4.170	35.4
3 福　島			33.505								33.505	0.000	36.4
4 茨　城				22.909					$(21.087-h+l)$	$(8.371+h-l)$	52.367	29.458	38.0
5 栃　木					22.112				52.666		74.778	52.666	38.2
6 群　馬						25.664			$(45.860-l)$	l	71.524	45.860	38.1
7 埼　玉							54.189		39.912		94.101	39.912	39.3
8 千　葉								82.183	42.077		124.260	42.077	39.1
9 東　京									19.364		19.364	-201.602	39.9
10 神奈川										79.404	79.404	-12.541	40.2
需要量 D_j	35.362	27.144	33.505	22.909	22.112	25.664	54.189	82.183	220.966	91.945	615.979	0	

注）$PD_9-PS_2=4.500$，基本変数 $y_{29}=0$，$PD_{10}-PS_6=2.100$，基本変数 $y_{6.10}=0$，また $t_{2.10}-t_{29}=t_{4.10}-t_{49}=t_{6.10}-t_{69}=0.3$ なる関係が成立している．

表 4　加工原料乳市場における地域別需要関数，供給量，その他の資料

地域番号 i	地域名	需要関数の係数 α_i	需要関数の係数 β_i	価格 p_i	需要量 d_i	純移出量	供給量 $S_i=\theta_i$
1	札　幌	247.358	5.1581	32.4	80.236	-14.793	65.443
2	北　見	815.051	19.9684	31.9	178.059	11.662	189.721
3	函　館	137.844	2.3888	33.2	58.536	4.032	62.568
4	帯　広	447.847	8.2880	32.5	178.487	-0.743	177.744
5	岩　手	236.717	4.7181	31.9	86.210	0.003	86.213
6	群　馬	53.105	0.8733	—	16.863	15.098	31.961
7	千　葉	30.868	0.4795	36.7	13.270	10.094	23.364
8	東　京	144.128	1.9035	30.6	85.881	-25.353	60.528

注）数量単位は 1,000 トン，価格単位は 100 万円（*kg* 当たり円）である．

表5　加工原料乳市場における単位輸送費（t_{ij}）

i 地域（都市名）＼ j 地域	1	2	3	4	5	6	7	8
1 札　幌	0	4.1	3.7	3.5	7.2	13.7	13.5	13.1
2 北　見	4.1	0	7.3	2.4	10.8	17.3	17.1	16.7
3 函　館	3.7	7.3	0	6.7	4.1	10.6	10.3	10.0
4 帯　広	3.5	2.4	6.7	0	10.1	16.6	16.4	16.1
5 岩　手(盛岡)	7.2	10.8	4.1	10.1	0	7.0	6.9	6.5
6 群　馬(前橋)	13.7	17.3	10.6	16.6	7.0	0	2.3	1.8
7 千　葉(千葉)	13.5	17.1	10.3	16.4	6.9	2.3	0	0.8
8 東　京	13.1	16.7	10.0	16.1	6.5	1.8	0.8	0

注）単位は表2の場合と同じである．

の計算時間（STEP 1 または STEP 2 を 32 回くりかえす）で最適解が得られる．シンプレックス表は 80 行 80 列となり大きいので省略するが，退化しない最適解が得られた．従って解の一意性が成立していることが分かった．しかし佐々木（1969，第7表）の計算結果とは若干異なる最適解が得られた．そこで佐々木の計算結果を検討した結果，1地域（札幌）の均衡価格 35.0 と3地域（函館）の均衡価格 32.0 との差は 3.0 しかなく，これは3地域から1地域への単位輸送費 $t_{31}=3.7$ より小さい．それにもかかわらず佐々木の計算結果では3地域から1地域へ $x_{31}=1.166$ だけ出荷されることとなっており，明らかに矛盾した結果となっている．このような検討を行った結果，表5の $t_{31}=t_{13}=3.7$ という単位輸送費はおそらく $t_{31}=t_{13}=3.0$ のミスプリントであると推察された．そこで表5の t_{31} と t_{13} の値を 3.0 と訂正して再び計算を行った結果，ほとんど同じ計算時間とくりかえし回数で再び退化しない最適解が得られ，佐々木の計算結果とほとんど同じ表6のような結果が得られた．ただし佐々木の計算では x_{31} と x_{33} の値に（従って1地域と3地域の需要量と純移出量にも）若干の誤差が生じているのではないかと推察される．いずれにしてもこのことは大した問題ではなく，解の一意性は加工原料乳市場の場合成立している．なお表6の均衡価格 P_i は正確には次のとおりである．

$$P_1=PD_1=35.0286=PS_1,\quad P_2=PD_2=31.3160=PS_2$$
$$P_3=PD_3=32.0286=PS_3,\quad P_4=PD_4=32.5896=PS_4$$
$$P_5=PD_5=31.8993=PS_5,\quad P_6=PD_6=33.2716=PS_6$$
$$P_7=PD_7=34.2716=PS_7,\quad P_8=PD_8=35.0716=PS_8$$

また

$$D_1=66.677=247.358-5.1581\times 35.0286$$
$$D_3=61.334=137.844-2.3888\times 32.0286$$

なる関係が成立しており $x_{31}=1.234$，$x_{33}=61.334$ が正しい値であることを保証している．

表6　加工原料乳市場の空間均衡解

移出 i ＼ 移入 j	1	2	3	4	5	6	7	8	供給量 S_i	純移出量	価格 P_i
1 札　幌	65.443								65.443	-1.234	35.0
2 北　見		189.721							189.721	0.000	31.3
3 函　館	1.234		61.334						62.568	1.234	32.0
4 帯　広				177.744					177.744	0.000	32.6
5 岩　手					86.213				86.213	0.000	31.9
6 群　馬						24.049		7.912	31.961	7.912	33.3
7 千　葉							14.435	8.929	23.364	8.929	34.3
8 東　京								60.528	60.528	-16.841	35.1
需要量 D_j	66.677	189.721	61.334	177.744	86.213	24.049	14.435	77.369	697.542	0	

III　東日本養豚の地域間均衡(佐々木, 1970) における均衡解の一意性

佐々木 (1970) は東日本という養豚の市場圏を設定して, 1966年の時点での地域間均衡を求め, 肉豚生産の地域分担ならびに肉豚価格の適正水準を決定するための研究を行った. また競争均衡解が現実の生産, 流通構造とどのように相違するかを検討し, 価格機能の有効性と機能障害の実態をできるだけ詳しく把えようとした. このような佐々木 (1970) の研究は明らかに均衡解の一意性を前提としている. 佐々木 (1970, 19頁) は「最後に本稿は, 高山・ジャジの空間均衡モデルが目的関数を最大化することによって厳密な解を与えるという実例を示したことになろう. したがって, ここで得られた価格, 需要量, 供給量および輸送量は, 一次の需給関数および所与の輸送構造を前提として, すべての均衡条件を満足する一意の解である. ………編集者ならびにイリノイ大学高山崇教授には貴重な御助言を頂いた.」と述べている. しかしこれから明らかにするように, すべての均衡条件を満足する無数の解が存在する.

佐々木 (1970) によって利用された空間均衡モデルは上記IIで説明したものと全く同じである. ただし上記IIの場合には, 供給関数を推計する上での困難を避けるために, $r_i=0$, $\theta_i>0$ として短期的な供給関数を考え, 分析期間中 i 産地の供給量は θ_iで一定であるものとしたが, ここでは $\theta_i>0$ および $r_i>0$ として供給の価格に対する反応を考慮している. 需要関数については上記IIの場合と同様に $\alpha_j>0$ かつ $\beta_j>0$ としている.

佐々木 (1970) は, 東日本が他の諸地域と比較して肉豚の生産, 流通, 消費の面で主要な地位を占めある程度独立した市場圏と認められること, および分析操作上の取り扱いが容易になることより東日本の養豚市場圏を分析の対象として取り上げている. そしてこの市場圏と関係の深い地域をいくつかに区分し, それらの中の主要な $n=16$ 地域を肉豚の主要な産地兼市場と見なしている. 利用された基礎データは表7および表8のとおりであり(佐々木, 1970, 14頁), これらのデータと上記IIのモデルによって, Wolfeの解法で288行544列 (n^2+2n 行 $2n^2+2n$ 列) のシンプレックス表を利用して表9のような競争均衡解を得ている (佐々木, 1970, 16-17頁).

上記IIの分析で私達はミスプリントのために多くの不必要な計算をせざるを得なかった. そこでまず最初に表9の数字に矛盾がないかどうかチェックすること

表7　肉豚の地域別需要, 供給関数, その他の資料

地域番号 i	地域名	需要関数の係数 α_i	需要関数の係数 β_i	供給関数の係数 θ_i	供給関数の係数 r_i	価格 p_i	需要量 d_i	地域外純出荷量	供給量 s_i
1	北海道	990.767	35.1502	263.489	8.4647	16.686	404.257	0.474	404.731
2	青森	452.238	16.0190	161.129	5.1688	16.713	184.512	63.003	247.515
3	岩手	417.511	15.5420	139.411	4.6972	15.903	170.347	43.764	214.111
4	宮城	506.602	18.7419	161.753	5.4184	16.002	206.694	41.764	248.458
5	秋田	320.783	12.4049	102.973	3.6057	15.309	130.876	27.297	158.173
6	山形	460.760	17.8805	142.582	5.0108	15.255	187.993	31.029	219.022
7	福島	426.051	15.6560	174.341	5.8022	16.110	173.833	93.981	267.814
8	茨城	2,355.305	81.1068	775.031	24.1690	17.190	961.079	229.417	1,190.496
9	栃木	490.658	18.0405	181.145	6.0318	16.101	200.188	78.075	278.263
10	群馬	1,214.510	40.6556	321.081	9.7332	17.685	495.516	-2.303	493.213
11	埼玉	1,595.995	52.1005	314.293	9.2918	18.135	651.152	-168.352	482.800
12	千葉	1,487.153	51.6186	395.834	12.4421	17.055	606.798	1.236	608.034
13	東京	1,876.796	56.9466	193.994	5.3299	19.512	765.654	-467.663	297.991
14	神奈川	1,192.510	39.1422	259.884	7.7247	18.036	486.541	-87.334	399.207
15	新潟	664.015	23.8808	219.479	7.1487	16.461	270.913	66.241	337.154
16	長野	550.363	18.4606	178.324	5.4167	17.649	224.552	49.371	273.923

注) 数量は1,000頭単位, 価格は1頭当たり1,000円単位とする.

表 8　各地域間の単位輸送費（t_{ij}）

j 地域 / i 地域（都市名）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 北海道（札幌）	0.000															
2 青森（青森）	0.505	0.000														
3 岩手（盛岡）	0.731	0.289	0.000													
4 宮城（仙台）	0.934	0.492	0.266	0.000												
5 秋田（秋田）	0.711	0.269	0.207	0.367	0.000											
6 山形（山形）	0.945	0.503	0.336	0.118	0.297	0.000										
7 福島（福島）	1.022	0.579	0.354	0.140	0.397	0.154	0.000									
8 茨城（水戸）	1.206	0.764	0.538	0.335	0.606	0.371	0.272	0.000								
9 栃木（宇都宮）	1.204	0.761	0.535	0.332	0.578	0.343	0.244	0.168	0.000							
10 群馬（前橋）	1.385	0.942	0.716	0.513	0.759	0.511	0.425	0.311	0.244	0.000						
11 埼玉（大宮）	1.292	0.849	0.629	0.419	0.666	0.431	0.331	0.207	0.140	0.147	0.000					
12 千葉（千葉）	1.365	0.922	0.696	0.493	0.739	0.504	0.405	0.237	0.229	0.230	0.126	0.000				
13 東京	1.325	0.833	0.656	0.453	0.699	0.465	0.365	0.201	0.182	0.189	0.070	0.082	0.000			
14 神奈川（横浜）	1.357	0.915	0.688	0.485	0.731	0.497	0.397	0.229	0.218	0.224	0.111	0.126	0.070	0.000		
15 新潟（新潟）	1.084	0.571	0.506	0.310	0.365	0.240	0.266	0.540	0.492	0.311	0.399	0.472	0.433	0.465	0.000	
16 長野（松本）	1.573	1.131	0.883	0.680	0.632	0.692	0.592	0.465	0.432	0.252	0.324	0.394	0.349	0.366	0.348	0.000

注）単位は1頭当たり1,000円である．

とした．表9より出荷地域 i の均衡価格 P_i と入荷地域 j の均衡価格 P_j との差（P_j-P_i）を計算すると表10のとおりであり，表10の数字でゴシック体となっている所は表9で正の出荷量がある所である．従ってゴシック体の数字は表8の単位輸送費と一致しなければならず，それ以外の所の数字は表8の単位輸送費以下でなければならない．しかし表10と表8を比較することによって次の(イ)と(ロ)が明らかとなる．

(イ) $P_{13}-P_2=0.883>t_{2.13}=t_{13.2}=0.833$
(ロ) $P_{14}-P_{16}=0.336<t_{16.14}=t_{14.16}=0.366$

つまり(イ)は単位輸送費より大きな価格差があることを示しており明らかに矛盾である．(ロ)は16地域（長野）から14地域（神奈川）へ正の出荷があるのに価格差が単位輸送費より小さいことを示しており明らかに矛盾である．これらの点から表8の $t_{2.13}$ と $t_{16.14}$ の値はミスプリントであり正しくは次のような値であるものと考えられる．

$$t_{2.13}=t_{13.2}=0.883,\quad t_{14.16}=t_{16.14}=0.336$$

従って単位輸送費をこのように訂正して分析を進めることとする．すると表10のゴシック体の数字はすべて表8の対応する位置の単位輸送費と等しくなる．さらに次の点を除けば，それ以外の所の表10の数字は単位輸送費より小さい．

（イ'）$P_{13}-P_2=0.883=t_{2.13}=t_{13.2}$
（ハ）$P_{11}-P_4=0.419=t_{4.11}=t_{11.4}$
（ニ）$P_{11}-P_7=0.331=t_{7.11}=t_{11.7}$
（ホ）$P_{11}-P_{15}=0.399=t_{15.11}=t_{11.15}$

表7と表8（ただし $t_{2.13}=t_{13.2}=0.883$ かつ $t_{14.16}=t_{16.14}=0.336$ と訂正）を利用して，川口・李の上述の解法で二次計画問題を解くと，シンプレックス表の対称性を利用しなくても単精度で2時間33分12秒の計算時間（STEP 1またはSTEP 2を87回，より詳しく言うと基底変換を90回くりかえす）で最適解が得られる．シンプレックス表は（$16^2+2\times16=288$ より）288行288列となり大変大きいので省略するが，退化した最適解（基本変数である $y_{2.11}$，$y_{6.11}$，$y_{7.11}$，$y_{15.13}$ が0となっている解）が得られた．従って解の一意性が成立せず $x_{2.11}$，$x_{6.11}$，$x_{7.11}$，$x_{15.13}$ の値が異なる無数の均衡解が存在する可能性があることが分かる．なお単精度で計算したのは *NEC* の *PC*－9801 *RX* 21のメモリーの制限のためであったが，小数点以下第4位で四捨五入すると均衡価格は表9に示されるものと全く同じ値となった．またただ1つの値しかとらない変数の値に

ついては表9の値と全く同じか小数点以下第3位が1単位異なるだけであったが，無数の値をとりうると考えられる変数の値は表9と全く異なる値であった．

そこで均衡価格差と単位輸送費の差が大きく，$t_{ij}-(P_j-P_i)>0.1$ となるような出荷 x_{ij} に対応する制約式は除き，差が0.1以下の72の x_{ij} に対応する制約式だけを残し，二次計画問題を川口・李の上述の解法で今度は倍精度で解いて，誤差をチェックし少なくすることとした．この修正された問題の最適解は18分50秒の計算時間(STEP 1またはSTEP 2を79回，しかし基底変換は78回くりかえす)で得られ，シンプレックス表は（72＋2×16＝104より）104行104列と大きいので省略するが，やはり4つの基本変数が0となる退化した最適解が得られた．このような分析に基づいて解の一意性について検討した結果，次の表11に示すような無数の均衡解が存在することが明らかになった．なお無数の均衡解は全て同じ総輸送費（均衡需給量を所与とする時の最小の総輸送費）を持つことは言うまでもない．表11では次のような関係が成立している．そしてxが非負となる範囲内で l_1，l_2，l_3，l_4 は任意の値をとりうる．

$x_{2.11}=l_1$，$x_{2.13}=61.151-l_1$

$x_{4.11}=l_2$，$x_{4.13}=67.220-l_2$

$x_{6.11}=l_3$，$x_{6.13}=71.973-l_3$

$x_{7.11}=101.124-l_1-l_2-l_3-l_4$

$x_{7.13}=15.037+l_1+l_2+l_3+l_4$

$x_{15.11}=l_4$，$x_{15.13}=67.974-l_4$

このように均衡価格はただ1つしかないが（この場合目的関数 f が厳密に凹であることよりこのことは明らか)，出荷のしかたは無数にありうることになる．従って佐々木（1970）の養豚の地域間均衡に関する分析の結論も修正されざるをえないであろう．この研究においてはかなり大幅に出荷のしかたが変化しうるので，かなりの修正が必要となろう．

IV　要　約

川口・李（1992）は空間均衡分析における均衡解の一意性について理論的考察を行い，これまで解の一意性が成立すると考えられていた空間均衡分析の競争均衡解が，場合によってはただ一つとは限らず無数に存在することを理論的に明らかにしたが，本稿では佐々木（1969, 1970, 1973）の研究を取り上げ，このことを事例分析によって明らかにした．

佐々木（1969, 1973）は東日本の生乳市場に関する地域間均衡分析を行い，均衡解の一意性を前提として，その分析を具体的ないくつかの酪農問題の解決に役立てようとした．しかし飲用乳市場に関する分析では，均衡解の一意性は成立せず，無数の均衡解が存在することを本稿IIで明らかにした．また本稿IIで，加工原料乳市場に関する分析では，均衡解の一意性が成立することを明らかにした．

佐々木（1970, 1973）は東日本養豚の地域間均衡分析を行い，均衡解の一意性を前提として，また一意性が成立することを明言して，その分析を具体的な養豚産業の問題解決に役立てようとした．しかし本稿IIIで述べたように，均衡解の一意性は成立せず，無数の均衡解が存在し大幅な選択の自由が残されていることが明らかになった．

以上の分析から明らかなように，空間均衡分析を行う場合には，均衡解の一意性が成立するかどうか慎重に検討する必要がある．またこれまでに行われた多数の空間均衡分析についても，均衡解の一意性が成立しているかどうか再検討すべきであろう．

文　献

川口雅正・李　鍾相　1992　空間均衡分析における均衡解の一意性について－　I．理論的考察．九大農学芸誌，**46**(3・4)：177-198

佐々木康三　1969　東日本の生乳市場に関する地域間均衡．農業経済研究，**41**(3)：106-116

佐々木康三　1970　東日本養豚の地域間均衡．農業経済研究，**42**(1)：11-19

佐々木康三　1971　ブロイラー養鶏の地域間均衡．農業経済研究，**43**(1)：25-32

Sasaki, K. 1973 Spatial Equilibrium Analysis of Livestock Products in Eastern Japan. *In* "Studies in Economic Planning over Space and Time." ed. by G. G. Judge and T. Takayama, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, pp. 419-442

表9　養豚の地域間均衡値

出荷地域 i ＼ 入荷地域 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 北海道	404.638															
2 青森		185.912									61.151					
3 岩手			155.588										62.983			
4 宮城				186.947									67.220			
5 秋田					112.261								51.322			
6 山形						156.012					39.973		32.000			
7 福島							157.651						116.161			
8 茨城								951.540					169.725	72.074		
9 栃木									177.933		107.771					
10 群馬										490.308						
11 埼玉											476.664					
12 千葉												587.616	25.042			
13 東京													287.313			
14 神奈川														395.349		
15 新潟										17.338			67.973		256.236	
16 長野														38.665		232.829
需要量 D_j	404.638	185.912	155.588	186.947	112.261	156.012	157.651	951.540	177.933	507.646	685.559	587.616	879.739	506.088	256.236	232.829

出荷地域 i ＼ 入荷地域 j	供給量 S_i	地域外純出荷量	価格 P_i
1 北海道	404.638	0.000	16.675
2 青森	247.063	61.151	16.626
3 岩手	218.571	62.983	16.853
4 宮城	254.167	67.220	17.056
5 秋田	163.583	51.322	16.810
6 山形	227.985	71.973	17.044
7 福島	273.812	116.161	17.144
8 茨城	1,193.339	241.799	17.308
9 栃木	285.704	107.771	17.335
10 群馬	490.308	-17.338	17.387
11 埼玉	476.664	-208.895	17.475
12 千葉	612.658	25.042	17.427
13 東京	287.313	-592.426	17.509
14 神奈川	395.349	-110.739	17.537
15 新潟	341.547	85.311	17.076
16 長野	271.494	38.665	17.201
需要量 D_j	6,144.195	0	

注）空白の個所は0である。

表10 佐々木（上記表 9 ）の均衡価格差（$P_j - P_i$）

出荷地域 i ＼ 入荷地域 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 北海道	**0.000**	-0.049	0.178	0.381	0.135	0.369	0.469	0.633	0.660	0.712	0.800	0.752	0.834	0.862	0.401	0.526
2 青森	0.049	**0.000**	0.227	0.430	0.184	0.418	0.518	0.682	0.709	0.761	**0.849**	0.801	0.883	0.911	0.450	0.575
3 岩手	-0.178	-0.227	**0.000**	0.203	-0.043	0.191	0.291	0.455	0.482	0.534	0.622	0.574	**0.656**	0.684	0.223	0.348
4 宮城	-0.381	-0.430	-0.203	**0.000**	-0.246	-0.012	0.088	0.252	0.279	0.331	0.419	0.371	**0.453**	0.481	0.020	0.145
5 秋田	-0.135	-0.184	0.043	0.246	**0.000**	0.234	0.334	0.498	0.525	0.577	0.665	0.617	**0.699**	0.727	0.266	0.391
6 山形	-0.369	-0.418	-0.191	0.012	-0.234	**0.000**	0.100	0.264	0.291	0.343	**0.431**	0.383	**0.465**	0.493	0.032	0.157
7 福島	-0.469	-0.518	-0.291	-0.088	-0.334	-0.100	**0.000**	0.164	0.191	0.243	0.331	0.283	**0.365**	0.393	-0.068	0.057
8 茨城	-0.633	-0.682	-0.455	-0.252	-0.498	-0.264	-0.164	**0.000**	0.027	0.079	0.167	0.119	**0.201**	**0.229**	-0.232	-0.107
9 栃木	-0.660	-0.709	-0.482	-0.279	-0.525	-0.291	-0.191	-0.027	**0.000**	0.052	**0.140**	0.092	0.174	0.202	-0.259	-0.134
10 群馬	-0.712	-0.761	-0.534	-0.331	-0.577	-0.343	-0.243	-0.079	-0.052	**0.000**	0.088	0.040	0.122	0.150	-0.311	-0.186
11 埼玉	-0.800	-0.849	-0.622	-0.419	-0.665	-0.431	-0.331	-0.167	-0.140	-0.088	**0.000**	-0.048	0.034	0.062	-0.399	-0.274
12 千葉	-0.752	-0.801	-0.574	-0.371	-0.617	-0.383	-0.283	-0.119	-0.092	-0.040	0.048	**0.000**	**0.082**	0.110	-0.351	-0.226
13 東京	-0.834	-0.883	-0.656	-0.453	-0.699	-0.465	-0.365	-0.201	-0.174	-0.122	-0.034	-0.082	**0.000**	0.028	-0.433	-0.308
14 神奈川	-0.862	-0.911	-0.684	-0.481	-0.727	-0.493	-0.393	-0.229	-0.202	-0.150	-0.062	-0.110	-0.028	**0.000**	-0.461	-0.336
15 新潟	-0.401	-0.450	-0.223	-0.020	-0.266	-0.032	0.068	0.232	0.259	**0.311**	0.399	0.351	**0.433**	0.461	**0.000**	0.125
16 長野	-0.526	-0.575	-0.348	-0.145	-0.391	-0.157	-0.057	0.107	0.134	0.186	0.274	0.226	0.308	**0.336**	-0.125	**0.000**

表11　本稿で再計算した養豚の地域間均衡値

出荷地域 i ＼ 入荷地域 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1 北海道	404.638														
2 青森		185.912									l_1		$(61.151-l_1)$		
3 岩手			155.588										62.984		
4 宮城				186.947							l_2		$(67.220-l_2)$		
5 秋田					112.261								51.322		
6 山形						156.012					l_3		$(71.973-l_3)$		
7 福島							157.651				$x_{7.11}$		$x_{7.13}$		
8 茨城								951.540					169.725	72.074	
9 栃木									177.933		107.771				
10 群馬										490.308					
11 埼玉											476.664				
12 千葉												587.616	25.042		
13 東京													287.313		
14 神奈川														395.349	
15 新潟										17.338	l_4		$(67.974-l_4)$		256.236
16 長野														38.665	
需要量 D_j	404.638	185.912	155.588	186.947	112.261	156.012	157.651	951.540	177.933	507.646	685.559	587.616	879.741	506.088	256.236

出荷地域 i ＼ 入荷地域 j	16	供給量 S_i	地域外純出荷量	価格 P_i
1 北海道		404.638	0.000	16.6750
2 青森		247.063	61.151	16.6256
3 岩手		218.572	62.984	16.8526
4 宮城		254.167	67.220	17.0556
5 秋田		163.583	51.322	16.8096
6 山形		227.985	71.973	17.0436
7 福島		273.812	116.161	17.1436
8 茨城		1,193.339	241.799	17.3076
9 栃木		285.704	107.771	17.3346
10 群馬		490.308	-17.338	17.3866
11 埼玉		476.664	-208.895	17.4746
12 千葉		612.658	25.042	17.4266
13 東京		287.313	-592.428	17.5086
14 神奈川		395.349	-110.739	17.5366
15 新潟		341.548	85.312	17.0756
16 長野	232.829	271.494	38.665	17.2006
需要量 D_j	232.829	6,144.197	0	

注１）空白の個所は０である。
注２）数量は小数点以下4けたで四捨五入した値を記入しており，需要量，供給量および地域外純出荷量はそれらの値を用いて計算したものである．従って需要量 D_j や供給量 S_iの値は正確な値と比較して小数点以下第３位に１～２単位の違いが生じている所もあるので注意していただきたい．また $t_{2.13}-t_{2.11}=t_{4.13}-t_{4.11}=t_{6.13}-t_{6.11}=t_{7.13}-t_{7.11}=t_{15.13}-t_{15.11}=0.034$が成立している．
注３）$x_{7.11}=(101.124-l_1-l_2-l_3-l_4)$，$x_{7.13}=(15.037+l_1+l_2+l_3+l_4)$

Summary

Kawaguchi and Lee (1992) showed theoretically that some spatial equilibrium models, which had been thought to have unique equilibrium solution respectively, have not unique but infinitely many equilibrium solutions respectively and that it is very important to carefully check the uniqueness of equilibrium solution. In this paper, we make a case study of the spatial equilibrium models analyzed by Sasaki (1969, 1970, 1973), and show the importance and correctness of the above theoretical conclusion.

Sasaki (1969, 1973) made a spatial equilibrium analysis of Eastern Japan's whole milk (fluid or manufacturing milk) market, assuming that the market area considered in his analysis can be grouped into n (10 for fluid milk and 8 for manufacturing milk) regions which have constant supply function and linear demand function of whole milk respectively, and made some practical reasoning based on both his analysis and the assumption of uniqueness of equilibrium solution. But in Section II of this paper, we show that the uniqueness of equilibrium solution does not hold for the case of fluid milk market in his analysis, and that therefore the conclusion of his analysis must be corrected.

Sasaki (1970, 1973) also made a spatial equilibrium analysis of Eastern Japan's pork industry, assuming that the market area considered in his analysis can be grouped into 16 regions which have linear supply function and linear demand function of hogs respectively, and made some practical reasoning based on both his analysis and the conclusion that the uniqueness of equilibrium solution hold in his analysis.But in Section III of this paper, we show that the uniqueness of equilibrium solution does not hold in his analysis, and that therefore the conclusion of his analysis must be corrected considerably. In Section IV, we summarize the conclusion of this paper, the subject of which is shown in Section I.