主語・述語からアーギュメント・関数へ : フレーゲ論理学の「意味論」的基礎づけ

田畑, 博敏

https://doi.org/10.15017/2328625

出版情報：哲學年報. 39, pp.91-118, 1980-03-31. 九州大学文学部
バージョン：

主語・述語からアーギュメント・関数へ
——フレーゲ論理学の「意味論」的基礎づけ——

田畑博敏

一　概念文字

一八七九年、ゴットロープ・フレーゲ（Gottlob Frege）の『概念文字』(*Begriffsschrift*)の刊行によって、近代論理学は誕生した。ライプニッツ、ブールなどの先駆者の仕事を踏まえ、これらが持っていた不十分さを克服してフレーゲはほとんど独力で彼の述語論理の体系を創った。それ以後の、論理体系・論理思想の急速な発展の原動力はすべてフレーゲに起因するといっても過言ではない。ではいったいフレーゲの論理体系とはどのようなものであったのか？彼はどのような「意味論」のもとに論理体系を考え、それを基礎づけようとしたのか？小論の課題はこのことを検討することにある。（——筆者はここで、「意味論」という言葉を、通常の使用法、即ち「構文論」(syntax)と対照される、文の真理条件を明らかにして記号体系とその解釈（モデル）との関連を探る「意味論」(semantics)の用法より、広い意味で用いることにする。つまり通常の使用範囲のほかに、言語自身の使われ方に関する反省や、言語が表示するものの存在論的考察をも含めて「意味論」という語を用いることにする。）フレーゲの「意味論」を理解することが、そのまま、最も基本的に近代論理学に親しみこれが背景に持つ思想を理解することになる。その意味

で、今もなおその含蓄の深さによってきわめて豊かな示唆に富む、フレーゲの著作によって「論理」の何たるか、「言葉」の何たるかを考究することは、哲学的にも多大の意義があると信ぜられる。

さて、フレーゲの論理学（特に述語論理）を考えるとき、その根底にある最も重要な概念の一つが、「関数」の概念であった。この「関数」の概念こそ、旧来の伝統的論理学から決定的にフレーゲの論理学を区別するキーポイントであり、「関数」の概念の重要さはいくら強調しても強調しすぎることはない。フレーゲ自身もこのことは十分意識しており、主語・述語という命題分析装置に代わる、アーギュメント・関数という新方式が、いかに論理学の分析能力を高めたかを自負している。(1)（われわれの考察も、この「関数」の概念に焦点をしぼることになろう。第二、三節参照。）

「関数」の概念をはじめ、文字の使用・公理体系の構築など、数学で使われる方法がフレーゲの論理の考察の方法であったが、これには内的な理由があった。フレーゲ自身、行きとどいた訓練を受けた数学者であった。しかも彼は十九世紀後半の数学の厳密化の運動の中にあって、彼自身の数学の再建のプログラム（いわゆる論理主義）を持っていた。フレーゲによれば、真理には、純粋に推論のみに依存する真理と経験的な事実に依存する真理とがあって、算術の命題は前者に属するものであった。(2) "$2+3=5$" "$\forall a \forall b((a+b)^2=a^2+2ab+b^2)$" などの算術の命題は、単に規約によって正しい（ポアンカレ）のでもなく、経験的事実の帰納法則（J・S・ミル）でもない。これらの命題は純粋に論理的な概念に還元されるはずの命題である。(3)「算術が論理に還元され、解析が算術に還元されることによって、数学が論理によって基礎づけられるべきである（論理主義）」との主張を、実際に具体化する試みが *Begriffsschrift* であり、さらに後の *Grundgesetze der Arithmetik*（『算術の基礎づけ』）（1893・1903）。以下『基礎づけ』と略記）であった。

論理主義という数理哲学の基本には論理自身に関する思索があった。*Begriffsschrift* 一章（§1〜12）及び『基礎づけ』一巻（§1〜33）などでフレーゲは論理自身の基礎づけ・論理についての哲学を展開している。まず彼は、文字使用の意義を強調する。というのも、*Begriffsschrift* は論理法則を公理体系として与えるものであるが、この体系は文字（記号）体系に外ならないからである。

［文字の使用］

ある特定のもの、ないし個体を表わす固有名としての文字[4]の使用以外にわれわれは、「任意の何か」を不特定に表わすためにも文字を使う。たとえば、“7” “log100” “sinπ” はいずれも特定の数を表わすが、“$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$” の中の “a” や “b”、また “$\forall x F(x) \rightarrow F(t)$” の中の “F” や “$t$” は不特定に何か（数や term）を表わしている。これは日常の言葉の中での、「太郎はあるものをこわした」の「太郎」と「あるもの」の相違に類似している。名「太郎」はある特定の人物を指しているが、「あるもの」はそうではない。この、ある定ったものを確定的に指示する（bedeuten）文字と不特定に何かを表示する（andeuten）文字の区別は、文字使用の出発点となる基本的区別である。数学では、任意のものを表示する文字を変項（変数）として使い、それによって法則を記述し証明を遂行する。「不特定に表示する」という性格が文字の「普遍性」の表現能力を支えていることを、フレーゲは深く理解していた。さらに、フレーゲは、不特定に何かを表示する（いわゆる「変数表示」。但し、フレーゲはもっぱら「文字」という言葉を使い、「変数」は使わない）表示の仕方に、根本的に異なる二つの使用法があることに気付いた。即ち、いわゆる自由変項（変数）と束縛事項（変数）の違いである。これは、フレーゲの重要な功績の一つである量化理論と結びついている。そこで、量化理論との関連で、自由変項と束縛変項の区別を考察しよう。

［量化と自由変項・束縛変項］

次の推論を考えよう。

すべての人間は死ぬ。…………(1)

すべてのギリシア人は人間である。…………(2)

従って、

すべてのギリシア人は死ぬ。…………(3)

これを文字によって表わすと左のようになる（フレーゲ自身のものではなく現在使われている方式で表示する）。

$\forall x(H(x) \to M(x))$ ……①

$\forall x(G(x) \to H(x))$ ……②

$\therefore \forall x(G(x) \to M(x))$ ……⑥

「すべての人間は死ぬ」(1) の文字による翻訳[5]が①の $\forall x(H(x) \to M(x))$ であるが、ここに現われた文字 "x" が束縛変項である。さて、「すべての人間」なる語（(1)の文の主語）は、そのままの形で①に移される訳ではない。まず「すべての」という語は語「人間」を直接に限定してはいないと解される。そうではなくてむしろ、「Aは人間である」「Bは人間である」…等の文（ここで「A」「B」…はある特定の対象を指示する（bedeuten）文字である）がいずれも真ならば、それらは常にそれぞれ、「Aは死ぬ」「Bは死ぬ」…等を含意する、という形で文全体にかかっている。即ち、文「すべての人間は死ぬ」は、「xが何であれ、それが人間ならばそれは死ぬ」という形に翻訳される。従って、一般に "$\forall x\Phi(x)$" は、「xが何であれ常に $\Phi(x)$ が成り立つ」と主張している。この場合、束縛変項 "x" は、ある関数 $\Phi(x)$ のアーギュメントの範囲を全対象領域に限って、その領域の任意の対象について $\Phi(x)$ が成立することを主張するための指標にすぎない。この "x" は対象を不特定に表示して(andeuten)いるのではない。従って、$\forall x(H(x) \to M(x))$ はある思想（Gedanke）を表現し主張している(「一般性」(generality) についての思想を表現している）のであって、ある特定の（あるいは不特定の）対象についての言明ではない。そこで、①②を前提とし⑥を結

論とする推論は、以下の③〜⑤を必要とする。

$H(y) \rightarrow M(y)$ ……………………………… ③

$G(y) \rightarrow H(y)$ ……………………………… ④

$G(y) \rightarrow M(y)$ ……………………………… ⑤

ここで、③④はそれぞれ①②から普遍例化の公理[6]とモドゥス・ポネンスの推論規則（MP）[7]によって導出され、⑤は③④と命題論理の法則[8]とMPとから導出される。普遍例化によって③④を導出しないと⑤への移行ができない、ひいては⑥の結論が導けない。これはなぜか？　既述のように束縛変項（フレーゲはドイツ文字を用いている）"x"は何かを特定して、または不特定に指示している訳ではない。「変項」とは言うものの、何かを指してはいないから、対象の名を代入することはできない。従って①はある特定の何かについての言明（単称言明）ではない。むしろ、ある一般性の主張である。従って、①②⑥は、ここまでは三つの異なる思想を主張する言明を並べただけで、これを描写すれば、α、β、$\therefore\gamma$ という形になろう。そこで α、β と γ をつなぐものが登場せねばならない。元来、束縛変項で束縛された全称言明 $\forall x\Phi(x)$ の主張内容は、$\Phi(A)$, $\Phi(B)$, $\Phi(C)$……などの単称言明がすべて真であるということであった。そこでこれら単称命題の代表として③④が登場する。③④の"y"が自由変項である（フレーゲは自由変項としてローマ文字を使った）。即ち、"y"はある対象の名を不特定に代表している。従ってある対象の名を代入することができる。③と④に同じ"y"という文字が使われているのは、それが同じ対象の名の代表たることを示している。即ち、③の"y"も④の"y"も、対象の名A、B、C…のどれかを不特定に表示して（andeuten）いるが、その指し方のいわば「角度」は同一であるということである。最後に、全称化[9]によって⑤から⑥が得られ証明は完了する。

量化理論は、かくして自由変項という通常の変項——即ち、ある対象を不特定に表示する（andeuten）文字——

以外に束縛変項という別種の文字の使い方のあることを明確に自覚させた。[10] そして、この使い方は量化の本質的な意味と結びついている。表現 $\Phi(y)$ において、"y" が対象（個体）を不特定に表示する（andeuten）とするとき、"y" を量化するということは、"y" に代入される、「対象」というタイプの存在者（entity）の全領域に関する主張（一般性（generality）の主張）を用意するということである。—（「量化」をどう解釈するかにおいてわれわれは直ちに、認識及び存在の問題と直面する。たとえば、領域が無限に多くの entity を含むとき、その全領域に関する主張とは、$\Phi(A)$, $\Phi(B)$,……のすべての成立・不成立を有限的手段で検証可能ということを含意するのかどうか。あるいは、対象とはいかなるレヴェルの存在者なのか、その存在は何によって保証されるのか、等々。しかし、ここでは、それらの問題は留保される。第三、四節参照）—これに伴う量化理論の功績の一つは、「すべて」や「ある」などの語を含む文のもつ多義性を、束縛の範囲（scope）を区別することで立ち切ることである。たとえば、「すべての人はある人を愛する」という文は、①「誰にでも、愛する人が少なくとも一人はいる」という意味にも、②「ある特定の人を、すべての人が愛している」という意味にもとれる。この二つを、①、$\forall x \exists y$（xはyを愛している）と②、$\exists y \forall x$（xはyを愛している）と別な形に書いて区別できる（但し、対象領域を「人間」と限る）。

このこと——「すべて」と「ある」にまつわる解釈の多義性を明確化することは決して小さなことではない。少し複雑な例を数学から取ってみる。「数列 $\{a_n\}$ が収束するために必要かつ十分な条件は、任意の $\varepsilon>0$ に対応して番号 n_0 が定められて、

$p>n_0,\ q>n_0$ なるとき $|a_p-a_q|<\varepsilon$

なることである」という定理[11]を考えよう。数列 $\{a_n\}$ つまり $a_1\ a_2\cdots a_n\cdots$が収束するとは、数 $a_1\ a_2\cdots$の添字1、2…が増大するにつれて、数 a_n が何らかの数に「限りなく」近づく——言い換えるとある項 a_p と別の項 a_q との差 $|a_p-a_q|$ が「限りなく」小さくなることを意味する。この「限りなく」とは、論理的にどういうことか？「限りな

く」ある値に近づくということは、無限に多くの可能な微小差（ある項と別項との差）εのうちから「任意の」εをとっても、その都度、「ある」項 n_0 以後は、そのεより差 $|a_p-a_q|$ がもっと小さいことにほかならない。（ここで「限りなく」近づくという言葉が、「任意の」や「ある」という論理的表現にとって代わられていることに注意しよう）従って、εは「全称」で、n_0 は「存在」で束縛された変数である。数列 $\{a_n\}$ の収束の必要十分条件は、論理記号を使えば左のように表現できる。

$$\forall \varepsilon \exists n_0 [\varepsilon > 0 \rightarrow \forall p \forall q (p > n_0 \ \& \ q > n_0 \rightarrow |a_p - a_q| < \varepsilon)]$$

これによって、「限りなく」や「任意」や「ある」等の語にまつわる曖昧さが解消されて、明確に意味が伝達されることになる。

以上の例からわれわれは、フレーゲの文字言語においては、束縛変項・自由変項及び固有名や述語文字などの、文字の「配列」によってそれらの間の論理的関係が読みとれることが理解される。たとえば、$\forall x \exists y$ や $\exists y \forall x$ のように量化記号＋束縛変項の配列順の相違による論理的関係の相違の反映ということと共に、$F(y)$ という文字表現の中に（後に詳述する）対象が概念におちる（あてはまる）（fallen unter）という論理関係が写し出されていることがわかる。しかし、対象が概念におちるという図式を強調する余り、フレーゲの述語論理をライプニッツのような概念先行型ととることは早計である。H. D. Sluga も語るように、[12] フレーゲにとって基本的なるものは、それ自体で論理的に完結した、「対象」や「思想」であった。*Begriffsschrift* において、フレーゲはまず、判断と判断（文と文）の間に成り立つ論理法則を、条件法と否定とで公理化し（命題論理）、それ以後、対象と概念・関係の間に成り立つ論理法則の定式化（第一階及び二階の述語論理）に移っていることが、このことを象徴的に表わしている。われわれは、「関数」というフレーゲの述語論理の基礎づけの中心概念の出発点が、そして同時に終着点が、対象・思想であったことを銘記する必要がある。では、関数の出発点・終着点とは何なのか？そして、そもそも「関数」とはフレー

ゲにとって何なのか？この「関数」の概念が、いかようにして述語論理の「意味論」的基礎づけの中心概念となるのか？次節で、フレーゲの「関数」の概念について考察する。

二　関数

さてこの節では、フレーゲの論理学とその「意味論」にとって、最も重要な概念の一つである、「関数」の概念を検討してみよう。この「関数」の概念こそ、今までの論理学とその「意味論」が持たなかった概念であり、フレーゲの論理学の新しさを証する中心概念である。

「関数」とは何か？関数についてのいくつかの説明[13]の中で、基本的な事柄として常にフレーゲが強調することは、関数が未完結的である・未飽和的である（ungesättigt—unsaturated, incomplete）ということである。このことは、関数を表現している関数名——たとえば《ξの父》《ξの首都》《$\xi^2>1$》など——が空白部分“ξ”[14]を含むという表現形態上の特徴以上の意義を持っている。第一節で述べられたように、フレーゲにとって基本的な論理的単位は判断（Urteil）であった。判断とは、文で表現された思想（Gedanke）が、実際に成立している、即ち真であると宣言するものである。そしてそのような判断の可能な内容（Inhalts）としての思想（Gedanke）は固有名（eigen Name）で名指される対象とともに、それ自体完結的な（gesättigt—saturated, complete）ものである。この、完結——未完結の区別は論理的に根本的な区別である。フレーゲにとって、思想や対象は指示（名指し）の対象であるが、関数が指示されるかどうかは未だ疑問である。むしろ、後述する「概念」と同じく、関数は「空の器」という論理的機能そのものとして基本的には把握されねばならない。

ところで関数は、何らかのアーギュメントの関数である。関数は数学の歴史上、アーギュメントと演算（操作）と

の両方向に拡張されてきたが、フレーゲはその拡張を一層押し進める形で、論理の中に関数を持ち込んだ。ここでその模様を一瞥しておこう。関数の出発点は、たとえば数学においては数である。“2+3”“2”はある数を指している。ここで“2+3”は、“2”と“( )+3”とに分けられる。[15] “2”は完結した対象としてのアーギュメント数二の名であり、“( )+3”という未完結な部分が関数の名（以後フレーゲに従い“( )+3”の代わりに“$\xi+3$”と表記する）である。アーギュメントの名“2”が、別のアーギュメントの名“3”によって代置されると、“3+3”なる新たな関数値（関数の終着点）の名が得られる。このように、関数《$\xi+3$》において、アーギュメントと関数値は数であり関数自身は「三を加える」という演算である。さて、フレーゲの関数の拡張は、たとえば《$\xi>2$》を関数とみなすことによってなされる。関数《$\xi>2$》は、アーギュメントとして数三をとれば“3>2”なる関数値が得られるが、これは数ではなく真という真理値を指している。関数《$\xi+3$》が数《2+3》から出発してつくられたのに対して、拡張された関数《$\xi>2$》は文《3>2》から出発してつくられたのである。

ここで、二つのことが注意されねばならない。一つは、ここでなされた関数の拡張は、述語の関数化だということである。即ち、真理値を関数値とする関数を導入することによって、関数が、概念や関係といった論理的タームと直結したことである。関数《$\xi>2$》はアーギュメント“3”に対して、“3>2”即ち「真」という値をとるが、これは論理的には、「数二より大きいという概念に数三がおちる (fallen unter)」ということにほかならない。また関数《$\xi>\zeta$》において、アーギュメント“3”“2”に対して「真」（“3>2”）という値をとるということは、「数三と数二とが、数三が数二より大きいという関係にある」ということにほかならない。概念と関係を一種の関数とみなすこと（述語の関数化）こそ、まさに、主語・述語に代わるアーギュメント・関数による言明分析という全く新しい述語論理の構成を可能にする観点であった。

第二に、意味 (Sinn) と指示対象 (Bedeutung) の区別[16]が関数に関連して出てくるということである。文“3>2”

と"4>3"とはともに「真」という同一の真理値を持つが、思想の内容は異なっている。文において、文のもつ意味（Sinn）とは思想であり、真理値が文の指示対象（Bedeutung）である。元来、固有名の指示対象がその名のにない手であるということが、指示関係の原型としてある。[17] 後述するように、フレーゲの対象は基本的には言語の外の対象であり、意味は言語による指示対象の提示様式（Art des Gegebenseins—mode of presentation）であった。そして意味（Sinn）と指示対象（Bedeutung）の区別は、固有名から文へと適用の範囲が広げられたのであった。

関数の拡張はさらに続けられる。述語の関数化は関数の値に真理値を配したが、アーギュメントは、数や、人・都市などの対象であった。フレーゲは今度は、真理値をアーギュメントに取る関数を考える。真理値は文の指示対象であり、文は思想（Gedanke）を表現する。そして文が表現する意味＝思想は常に、真か偽かいずれかの真理値をとることによってはじめて、言語の外に出る。フレーゲはそこで、真なる思想であるとの宣言（assertion）を表わすための記号"|—"を導入した。aを文とするとき、"|—a"は「aは真である」ということを表現している。このとき、"|—a"から縦棒"|"を取り除いてできる"—a"は、判断内容（思想）を表わす。従って"—a"という記号が指示するものは、常に真・偽いずれかの真理値でなければならない。換言すれば、"—ξ"は一つの関数——即ち、真理値を値として取り、アーギュメントとしては任意の対象及び真理値を取る関数——である。[18]（たとえば、"—2"、"—3>2"は真、"—2>3"は偽である。）フレーゲは、"—ξ"という関数をもとに、「否定」"—┬—ξ"及び「条件法」[19]"—┬—ξ └—ζ"という二つの関数を原始関数として命題論理を公理化した。これらの関数がヴィトゲンシュタインの真理関数と異なるのは、アーギュメントとして真理値以外の対象をも認める点である。しかし、"—a"の段階以降はすべて真理値を指示する訳であるから、論理体系の展開の面から見るならば真理関数と同じ関数ができたと見てよい。むしろ注目すべきは、アーギュメントの領域の中に真理値を含めて考えたという点である。これは、真理値をあたかも対象の一つとみなしたかの観を与える。なぜなら、少なくとも数学で使われる関数のアー

ギュメントは、対象とみなされるものであるからである。後にも触れるように、そもそも「対象」とは何であるかということは、フレーゲにおいては明示的には示されていないのである。従って、目下、アーギュメントに真理値以外の対象をも認める真理関数が出来たことを確認するにとどめよう。

述語の関数化と真理関数の基礎づけとによって、算術を論理によって基礎づけるための前提、即ち論理自体の基礎づけはひとまず完成した。この場合、論理が算術を基礎づける一方で、論理自身が関数という数学的手段によって基礎づけられる。さて、この基礎づけられる論理はどういう論理かといえば、数学（いわゆる古典数学）の推論を支配する論理である。そのような古典数学を支配する論理法則の一つに、たとえば排中律がある。間接証明法（その代表が背理法＝帰謬法）は古典数学の常套手段であるが、これを支える論理が排中律である。排中律は古典数学において無条件に成り立つ。このことは、「すべて」と「ある」とが完全に双対的関係にあり、「すべて」の否定が否定の「ある」と同値（$\neg\forall x\,F(x)\leftrightarrow\exists x\neg F(x)$）であり、「ある」の否定が否定の「すべて」と同値（$\neg\exists x\,F(x)\leftrightarrow\forall x\neg F(x)$）であるということに等しい。[20] フレーゲの論理学でもむろん、「すべて」と「ある」とは双対関係にある。かくして、フレーゲの論理学は古典数学の論理の分析に必要な道具を提供できる。

古典数学に限らず数学は一般に、事柄を外延的に、即ち対象として把握しようとする。たとえば、真理関数と述語の標準モデルの構成を考えよう。真理関数は、結局、文の指示対象としての真理値と真理値の対応として理解されうる。n項真理関数の数は 2^{2^n} 個存在するという理解は[21]、まさしく、文の指示対象（真理値）を対象とみなし、これのn対とそれに対応する一個の真理値の対（$\langle v_1, v_2, \dots, v_n\rangle$ と w との対。v_i, w $(i=1,2,\dots,n)$ は真理値）を再び対象とみなすところに成立する。これはある意味で、「働きそのもの」の対象化である。述語にもこのようなことが及ぶ。関数化された述語は、n項述語の場合、k個のメンバーをもつ領域で 2^{k^n} 個存在するというとき[22]、述語は、対象のn対とそれに対応する真理値の対（$\langle a_1, a_2, \dots, a_n\rangle$ と v の対。a_i $(i=1,2,\dots,n)$ は対象、v は真理値）と

して対象化されている。真理関数と述語の標準モデル構成は、関数や述語までも対象化するという数学のもつ外延的把握の事例の一つである。この、数学の「外延的把握」はクラス（あるいは集合）の外延的把握を基礎にしている。集合は、それに属するメンバーが決定されればそれによって決定される。そして、いくつかの集合が集められると、それらをメンバーとする集合が生まれる。あるものの集合、集合の集合、集合の集合の集合、——これらはいずれも対象である。集合と集合の集合とではレヴェルの違いはあるにしろ、いずれも対象あるいはものとして対等に扱われうる。このような、数学の「すべてを対象として把握する」傾向は、「もの」と「はたらき」、「外延」と「内包」、「指示」と「述べ」、「対象」と「概念」といった論理的区別をなくし、後者を前者へと還元しようとする傾向がある。しかしフレーゲは、彼の集合の理解[23]からもわかるように、この「もの（対象）」と「はたらき（関数）」という区別（論理的区別・論理的枠組）がきわめて基本的であることを強調してやまない。彼は「もの」と「はたらき」、「対象」と「概念」という区別は、われわれが事柄を見るときの基本的視座であり、われわれの言語の構造に根ざしているとみなしている。次節でもう一度、「関数」と「対象」の区別という、フレーゲの「関数」の把握の基本的視座に立ち帰って、考察し直すことにする。

三　関数と対象、概念と対象

前節の終わりでわれわれは、真理関数や関数としての述語が、真理値の対の集合及び対象と真理値の対の集合という形で、「対象」として把握される側面を真理関数と述語関数の古典的標準モデルの構成の中に見出した。何かを「対象」として見るということは、その何かを一つ一つ数え上げうるものとして見るということにほかならない。n項真理関数が 2^{2^n} 個存在し、n項述語がk元領域で 2^{k^n} 個存在すると主張できることは、関数を数えあげ、述語を数

えあげることができて初めて、なしうることである。これは、フレーゲのつくりあげた述語論理が「数学的論理学」としてそっくり数学の一理論としてもみなされている事情とも符合する。即ち、数学が扱う真理関数・述語は、数学的対象として見直されることになる。実際、数学的対象としての数も関数も、数学者の主題となるとき、「対象」として、「もの」としてみなされている。

しかし、フレーゲは、自らの「関数」の概念を、数学者のいう「関数」の概念より論理的に先なるものだと語る。[24] フレーゲによれば、数学者のいう関数は、関数の軌跡（range of values）である。たとえば関数 $y=x^2-4x$ の場合、幾何学的手段（＝デカルト座標）によって、アーギュメントに関数値がいかに対応しているかというその対応の様子が、放物線という図形として直観的に把握される。任意のアーギュメント x_0 に対応する関数値 y_0 という組み合わせは、図形上の一点即ち実数 x_0, y_0 の順序対 $\langle x_0, y_0\rangle$ として与えられる。図形上の点の集合、即ち実数 x, y の順序対 $\langle x, y\rangle$ の集合全体が、そっくり関数そのものとみなされる。ここに数学者の関数の「対象」的取り扱いの典型がある。これに対して、フレーゲのいう「関数」は対象と鋭い対照をなし、対象化されないものとして基本的には考えられた。対象とは、完結した論理的単位であり、関数は常に、補間されるべき部分をもつ未完結なものとして考えられた。

それゆえ、関数と対象との間の対照ないし対立関係は、関数の一種（即ち、一個のアーギュメントを取り、関数値として真理値をとる関数）としての概念と対象との間の関係にそのまま持ち越される。「ソクラテスは人間である」、「人間は動物である」などの言明において、その根底に、対象が概念におちる（fallen unter）という基本的枠組がある。従って、「概念〝馬〟は（対象であって）概念ではない」という見かけのパラドックスは、[25] 対象と概念の基本的区別・基本的対立関係を弱めるほど強力なものでは決してない。

ところがここに、概念と対象、関数と対象という対立関係を揺すかに見える観点がある。それは、関数・概念・量

化に見られるレヴェル（Stufe-level-次）差という観点である。第一次の関数においては、アーギュメント及び関数値がともに対象であったのに対し、第二次の関数においては、アーギュメントが関数である。概念の場合、第一次の概念では、対象が概念におちるという図式であったが、第二次の概念では、概念について何かが語られるが高次概念におちるのではない（むろん、第二次の概念は、アーギュメントとして第一次の概念をとり、値として真理値をとる）。第一次の量化では、束縛変項が個体変項であるのに対し、第二次の量化では束縛変項が述語変項である。第二次の関数の例としては、たとえば定積分《$\int_0^1 \Phi(x)d(x)$》がある。この場合、$\Phi(\ )$がアーギュメント座であり、ここにアーギュメントとしてたとえば《$2\xi+1$》という第一次の関数を与えると、関数値として《2》が得られる（$\because \int_0^1 (2x+1)dx=2$）。第二次の概念の例としては、例えば《$\exists x \Phi(x)$》がある。この場合、$\Phi(\ )$がアーギュメント座であり、ここにアーギュメントとしてたとえば《ξは素数である》という第一次の概念を与えると、関数値として真理値《真》[26]が得られる。このように、第二次の関数や概念のアーギュメントは、第一次の関数や概念である[27]。しかし、本来アーギュメントは、関数に対立する「対象」でなくてはならなかった。関数が未完結・未飽和なものであったのに対して、対象は完結したものであった。従って、アーギュメントとして関数や概念を認めるということは、関数を対象化することになるのではないか？関数と対象、概念と対象の鋭い対立という観点と、第二次の関数・概念という観点とは矛盾なく説明できるのであろうか？

たしかに、たとえば第二次の概念は、第一次の概念と次の点で異なっている。第一次の概念《ξは素数である》は、対象が概念におちる（fallen unter）という図式をとる。たとえば、《17は素数である》は、対象としての「数17」が「素数である」という概念におちることを主張している。他方、第二次の概念《$\exists x \Phi(x)$》は、概念について何かを述べるものではあるが、対象が概念におちるという図式にのっとって述べる訳ではない。たとえば、$\exists x$（xは素数である）（＝少なくとも一つの素数が存在する）は、「素数である」という概念が、あてはまる対象のない空な

概念ではないことを主張しているのであって、対象が概念におちるのと全く同じ意味で概念が高次の概念におちると主張している訳ではない。

フレーゲは、第二次の概念に対応する文法的主語、即ちアーギュメントがなお、述語的性格を持つことを根拠として、概念と対象の区別が基本的であることを確保しようとする。つまり、"$\exists x$（xは素数である）"を、第二次の関数《$\exists x\Phi(x)$》の値の名と見るとき、そのアーギュメントは《ξは素数である》であるが、これは述語的性格（即ちアーギュメント座"ξ"という空白部分があること）を持つという訳である。フレーゲ自身も、われわれの疑問と似た疑問（むしろ反論）――Kerry の「概念も主語となる」という反論――を Über Begriff und Gegenstand で取り上げている。フレーゲのこれに対する解答は、ラッセル[28]に従ってまとめるならば、左のようになる。

(1) 主語としてしか登場しない語（term）がある。

(2) (イ) 概念は高次の概念におちる。ただし、概念そのものではなくて概念の名がおちる。従って、《概念"馬"》は概念ではなくてもの（thing）である。

(ロ) 概念はそれについて概念が述べられたとしてもなお述語的性格をもつ。概念について語られる主張は、対象にはふさわしくない。対象が第一次の概念に、そして第一次の概念が第二次の概念におちるといわれるとき、これら二つの関係は似てはいるが異なる。

ラッセルは、(1)には同意するが、(2)の(イ)と(ロ)が両立しないのではないかと指摘する。(2)の(イ)にラッセルの解釈が入っているとはいえ、この指摘は的を射ていると思われる。

仮りに、フレーゲのいうように、第二次の関数と概念とが、関数・概念の対象化にはならないとしても、第二次の量化はどのような形で認められるのか？論理学をたんに機械的な記号操作とみなすことなく、テクニカルな問題の底に常に哲学的思惟の具現化を見る論理学者クワインは、量化の問題こそ、存在問題と論理の結節点であるという観点

に立つ。[29]即ち、クワインにとって、量化を受ける変項として何を考えるかということが、存在者として何を認めるかということに等値である。量化によって束縛されるものを、どういうタイプの変項であるとみなすかが、そのまま「存在論的態度決定」(ontological commitment) となる。この ontic な量化の説明の基底には、量化の領域が、言語から独立な存在者の集合とみなされるという観点がある。アーギュメントとなる「対象」はそのような言語外の領域のメンバーである。このような量化の解釈の下に、クワインは束縛変項を極力個体変項に限定して、論理学を展開しようとする。[30]述語を束縛変項の値とすることは、彼にとって概念・関係などの普遍の実体化となる。そこで彼の「ゆるやかなノミナリズム」[31]に残されたオッカムのカミソリは、普遍の実体化を招来する述語変項の量化をも切り捨てることになる。フレーゲの量化の理解はクワインほど ontic な方向に傾いている訳ではない。しかし、束縛変項の領域のメンバーは、たんに対象の名ではなくて、その名によって示される対象そのものと理解される。その点で、フレーゲの場合も量化を考えるときに何らかの形で、「対象」とは何か、「存在者」として何を認めるかといった問いに直面せざるを得なくなる。そこで、第二次の量化、即ち述語変項の量化が認められるとすれば、述語の指示対象(つまり概念や関係)の領域を認めることになる。たしかに、この場合も述語——一般に不完全表現の指示を、なにか固有名の指示の働きと区別し、指示対象にも区別を設定する道が残っているかもしれない(「指示」と「意味」については次節で触れる)。[32]しかしそれはどうも問題のすりかえのように思われる。

「存在者」にかかわる問題を留保したとしても、別の観点からの困難もある。述語を無制限に束縛するということは、あらゆる概念の全体を認めることにつながる。しかし、集合論のパラドックスの教訓は、あらゆる概念の全体などというものが、自己矛盾の危険をはらむものであることを教えている。(あらゆる概念の全体の中には、おそらく「あらゆる概念の全体」という概念も含まれるだろう。従って、自分自身の定義の中に自分自身の引照を含まざるを得ないだろう (vicious circle)。ここからパラドックスまではほんの数歩である)。フレーゲにおける、概念と集合の

関わりは、この点でわれわれの疑問に何らかの光を投げかけると信ぜられるが、今のわれわれの考察の範囲——論理——を越えるゆえに、これの検討は別の機会に譲らざるを得ない。

少なくともこれまでの考察で言えることは、フレーゲの関数と対象の峻別はそれ自体として重要なものであり、彼の主張は首尾一貫しているが、高次の関数・概念・量化の解釈に伴って、「対象領域」「量化」「集合」といったより広い視点から眺めるときこれらとの調和的説明の可能性に関して問題が残るということである。

ところで、ダメットが指摘するように、フレーゲの場合、「対象」は大まかに言って指示と量化という二つの局面で問題となる。[33] 次節で、意味と指示対象の区別という、関数と対象の区別と同様、フレーゲの「意味論」におけるもう一つの重要な観点を取りあげることにする。

四　意味と指示対象

第二、三節でわれわれが扱った問題は、「関数」と「対象」というフレーゲの「意味論」における基本的枠組であった。この節ではもう一つの重要な枠組である、語の「意味」と「指示対象」の区別を検討する。

『算術の基礎づけ』で説明されているように、[34] 関数をめぐる考察の地平において、すでに意味（Sinn）と指示対象（Bedeutung）の区別が生じてくる。たとえば、関数《$\xi^2=4$》と《$\xi>1$》において、《2》という同一のアーギュメントに対応する関数値は、いずれも《真》である。しかし両方の関数のアーギュメント座“ξ”に《2》を代入して得られる文《$2^2=4$》と《$2>1$》の主張する主張内容は大いに異なっている。フレーゲはそれを、文《$2^2=4$》と文《$2>1$》の「意味」の違いであると説明する。従って、文の意味とは、文の主張内容——即ち思想（Gedanke）である。しかし、思想は、未だ実際にそうある事柄を叙述している訳ではない。思想が実際にそうある事柄の叙述（フレーゲの言い方では判断）となるには、「真」でなければならない。文が判断となるとき、その文は真実を表わしている。即ち、その文の指示対象は真理値《真》である。従って、関数におけるいわば外延的把握の観点によって、関数《$\xi^2=4$》のアーギュメント《2》に対応する値は、文《$2^2=4$》の意味＝思想（つまり、「2に2を掛けた結果が4に等しい」こと）ではなくて、指示対象（つまり《真》）なのである。

『意味と指示対象について』（Über Sinn und Bedeutung）において、フレーゲが固有名の意味（Sinn）と指示対象（Bedeutung）を区別したのは、同一性を主張する言明の認識的価値を説明することを契機としてであった。名《明けの明星》と《宵の明星》との持つ意味は両者において異なるが、いずれも金星という同一の惑星を名指している。同一性を主張する文《明けの明星＝宵の明星》が認識的価値を持つのは、異なった意味をもつ二つの名が同一の対象を名指しているという主張内容による。かくして、ここで、名の意味は指示対象を提示する仕方（Art des Gegebenseins）あるいは、指示対象に到達する認識ルートとして考えられている。しかし、Über Sinn und Bedeutung を読めば明らかなように、「意味」とは何かを正面切って定義づけることを、フレーゲはこの論文ではしていない。ただ、語（特に名）の意味はそれが属する言語の使用に習熟している人ならば誰にでも理解されうるものとして「意味」の意味の目安を示しているだけである。

それでは改めて問おう。――「意味」とは何であるか？

固有名の意味に、その名の指示対象の認識ルートという側面があることは事実である。しかし、この認識論的側面を強調する余り、固有名や述語の意味を、指示対象への到達の手段、あるいは、文の真偽の検証手段とみなすことはできないであろう。名《最大の素数》（the greatest prime number）の意味を、このような素数の発見方法だとしたら、この名は指示対象ばかりか「意味」も持たなくなることになる。しかしこれは、フレーゲの意図に反しよ

う。また、文《4以上の偶数は二つの素数の和として表現できる》の指示対象（真理値）をわれわれは現在のところ手に入れていないが、「意味」は理解できる。従って、意味の認識的側面を、われわれ人間の「認識手段」という観点から見ることはできない。意味が、「認識手段」「対象への到達手段」「真理条件」という側面をもつとしても、それをわれわれ人間の有限的手段の構成可能性とみなすことは、フレーゲの場合、できないであろう。（神の「認識手段」とは言えようが）。

フレーゲは、固有名に、そしてそれを拡張して文にも、またおそらくは述語にも、意味（Sinn）と指示対象（Bedeutung）という意味の両面を区別した。しかも、たんに区別するだけではなくて、各々のタイプの表現が通常の使用において、意味と指示対象の両面を持っていると考えているように思える。この場合、特に問題にされうるのは、

①文の持つ指示対象
②固有名の持つ意味
③述語の持つ意味と指示対象、

である。順次検討していこう。

まず、①文の持つ指示対象。文（平叙文）の意味とはフレーゲによれば、文の内容＝思想である。この説明は理解しやすい。しかし、文の指示対象とは何であるか、文が何かを指し示しているとはどういうことか？人物・建物・天体等の名が、これとして直接に指し示される指示対象を持つことは容易に予想される。しかし、文の真理値は直接に指示できない。――われわれはこう理解できよう。文の意味＝思想は、いわば可能な事態である。《太陽が西から昇る》ことや《最大の素数が存在する》ことを、われわれは実際にそうあるかどうかを調べる前に、可能な事態として想像できるし、理解できる。この可能な一個の事態が実際の事態であるとき、この事態を表現する文は《真》という真理値を付される。従って、文が実際の事態を叙述しているという意味で、真理値を指示しているといわれる。換言

すれば、文は真理値を持つとき実在に触れる。[35] 従って、たとえば、間接文を含む文で対象に関する外延性の原理が成り立たないのは、間接文の指示対象が真理値ではなく意味であって、間接文が意味によって全体の真理値決定に参与するからである。[36]

次に、②固有名の持つ意味とは何か。フレーゲは確定記述などの記述を含む表現も固有名の中に入れている。記述句を含む固有名の持つ意味が、その記述内容であるとしても、通常の——たとえば「アリストテレス」などの純然たる固有名の意味は何か？フレーゲは、たしかに、一つないし数個の記述でもって、固有名の意味を与えうると考えているふしがある。[37] クリプキは『名指しと必然性』[38] において、固有名を記述ないし記述の束に置き換えうるとする説（＝記述説。この説をとる論者の一人として彼はフレーゲをあげる）が、固有名の本来の機能——即ち指示対象（個体）を固定する（fix）もの rigid designator（固定指示子）としての機能を固有名から奪うことになるとして、記述説を批判する。クリプキによれば、記述説の根底には、個体を特性（property）の束とする考え方が潜んでおり、「起源（origin）」や「種（species）」といったいわば本質的特性とそうでない特性を混同し、「起源」や「種」まで変わる空想的可能性を考えていることになる。アリストテレスは、きつい記述説では、「アレキサンダー大王の家庭教師である」という特性を持たない可能世界ではアリストテレスであること自体をやめてしまうし、ゆるい記述説では、アリストテレスが芋虫になったりピタゴラスの息子だったりする可能世界が認められることになる。クリプキは、独自の様相論理の意味論（いわゆる可能世界モデル）を構築し、その観点から、個体性を起源や種といった本質的特性に支えられながら各可能世界全体を貫く原理とみなす、個体性先行型の「様相」説をとる。認識ルートとしての固有名の「意味」の役割は、クリプキの場合、歴史的・社会的な固有名使用の因果連鎖の信任という形で、固有名からはずされ別のものに転嫁させられる。クリプキは、指示対象の認識方法とそれの存在とは全く別のことと考えている。クリプキのフレーゲ批判は、たとえばダメットに詳しいゆえに、[39] ここではこれ以上触れないことにする。しか

し、少なくともここでは、次の点を確認したい。

それは、クリプキのフレーゲ批判は、ある極端な形でのフレーゲ理解、とくに固有名の「意味」についての理解（誤解?）に基づいていると思われるということである。既に述べたように、フレーゲの「意味」には、「指示対象の提示様式」「指示対象への到達のルート」という認識的要素がある。[40] しかし、この「認識ルート」を、≪われわれの実際の認識手段――即ち、確実に指示対象に到達しそれを実際に同定できる認識手段≫という形に狭くとり、この重い荷を「意味」として固有名に背負わせることはフレーゲの意図ではない。クリプキの本質主義は、名の指示対象の「認識」の問題を、名の「意味（Sinn）」を切り捨てることによって、名から分離した。名は、「認識」という荷を意味もろとも降ろされた。名は対象を名指すという役割を確保されれば、それによって、確固として、可能世界を貫く個体に達している。本当に達していることはどのようにして知られるか、どのようにして本当に達しうるのか、という（神のではなく）われわれの認識の問題は、名が対象を名指すのに成功しているものとして使用してきた慣習などの歴史・社会的使用連鎖にまかせればよい。クリプキの立場から見れば、フレーゲは固有名の意味を記述として与えることによって、指示対象への到達のためのわれわれの認識ルートをなにがなんでもとばかり固有名自身に背負わせた。クリプキはフレーゲをそのように解釈しているように思われる。しかし、フレーゲから見れば、クリプキの立場は、意味の問題、そして認識の問題を、社会的因果連鎖の信任という形で余りに「他人任せ」にしてしまったということになろう。たしかにフレーゲにとって、基本的に「意味」は「理解」や「認識」の概念と結びついている。しかし、フレーゲが「意味」に背負わせた「認識ルート」という荷は、クリプキが考えているほど重く厳しい荷ではなかった。名「アリストテレス」をわれわれは「アレキサンダー大王の家庭教師」という形で記述の助けを借りて、ある人物を名指す名として理解する。名「クルト・ゲーデル」を、「算術の不完全性の定理を発見した人」という形で、ある人物を名指す名として理解する。名「アリストテレス」の「意味」をかくかくの記述で与えたとしても、そして

その意味が、その名の名指す指示対象の提示方法であり、認識ルートだとしても、その認識ルートは、実際にわれわれがその対象に達しうる手だて、及び達したことを確認する手だてをも含むような強い条件を負った認識ルートではない。ある特定三角形の重心の「意味」を、ある特定の二直線の交点として与えるとしても、（定規を使うかコンパスを使うかいずれの器具を使うにしろ）実際に（effectively）重心に到達しうる方法を構成する手段を、その「意味」が含意している訳ではない。また、実際に当の点であることを同定する手段を含意している訳でもない。そのような点が実際に存在しているか否かの問題と、そしてその問題を解く方法と、「意味」とは別のことである。その点が実際に存在していることは、前提されている（presupposed）のか、証明を要することなのかは、文脈や話者の意図に依って決まることであり、フレーゲの「意味」とは直接の関係はない。ともかくフレーゲの「意味」は指示対象への到達の認識ルートという側面を持つとしても、この認識ルートは、われわれの認識手段ということを含まず、まして、指示対象の同定の方法を含意するのではないと言わねばならない。

最後に、③述語の持つ意味と指示対象。フレーゲは『概念と対象について』（Über Begriff und Gegenstand）において無雑作に、対象とは主語の指示対象であり、概念とは述語の指示対象であると述べる。指示対象を欠く述語や固有名がすべて追放された理想言語があるとすれば、ダメットの言うように[41]、任意の述語 $G(\xi)$ について、$\exists f \forall x[f(x) \leftrightarrow G(x)]$（$G(\xi)$ と同値な概念 $f(\xi)$ が存在する）が成り立ち、任意の固有名 b について $\exists x\ (x=b)$（b と同一な対象が存在する）が成り立つであろう。このことから、述語 ≪$\Phi(\xi)$ は概念である≫が、

$$\exists f \forall x[f(x) \leftrightarrow \Phi(x)]$$

として、定式化されると考えることは不自然ではない[42]。しかしこうなると、「概念である」という第三次の述語の定義の中に、第二次の量化を含むことによって、第三節でも述べたように、クワイン流に言えば、概念の存在を認めるという ontological commitment をなしていることになる。ダメットによれば、クワインと違ってフレーゲは量

化を考える以前に述語の指示対象を認めているが、それは述語が量化されることを正当な可能性として認めることだという。[43] そして、このような形で考えることは、フレーゲを余りにクワインに引きつけて解釈しすぎているのかと自問しているが、[44] 筆者はそうは思わない。概念の指示対象と量化の問題は、ラッセルの集合論のパラドックスによるフレーゲのショックを思い合わすれば、フレーゲの意味・存在論の肯綮に相当すると思われる。しかし、この問題の解明は他日を期したい。

さて、述語の持つ「意味」は何か。さしあたって、概念（一座述語の指示対象）の場合、ある対象がその概念におちる条件であるといえよう。この場合もわれわれは、おちる条件（＝「意味」）の認識的側面を極度に狭く取るべきではないと思われる。たとえば、デリクレの関数[45]——即ちアーギュメントが有理数のときに1を、無理数のときに0を値としてとる関数——を有限的な（特定して言えば帰納的な recursive）演算の組み合わせとして、この関数における数と数の対応の仕方をわれわれは表現できない。だからと言って、この関数に「意味」がないとは思えない。これと類比的に、≪ξは素数である≫なる述語の意味は、ある数nが素数という概念におちる真理条件であるが、この真理条件をわれわれの有限的認識手段（例えば有限的な形式的証明の可能性）ととることは、フレーゲの場合できない。[46] また、≪算術を含む形式的体系Kは無矛盾である≫という言明はある方法で[47]数論の言明に翻訳できるが、この言明を形式的体系Kの中で形式的に証明することはできない（Gödel の第二不完全性定理）。しかし、述語≪ξは無矛盾である≫に「意味」がないとは言えないであろう。

* * *

ダメットの大著『フレーゲ——言語の哲学』の出現によって、フレーゲ研究は大幅に進歩し、活発化の様相を呈し

てきている。デカルトが認識の問題を哲学の出発点としたのに比肩すべきものとして、フレーゲが論理学を哲学の出発点としたことを掲げ、その卓抜な史眼と深い論理学の学殖によって、フレーゲの言語哲学の射程距離の長き様を、現代論理の最先端に及ぶ議論の道程として描き上げ、現今の言語哲学・分析哲学の父としてフレーゲを哲学史上に位置づける[48]解釈者ダメットの力量には感嘆すべきものがある。しかしながら、ダメットの鋭い着眼や豊かな発想は彼自身の〝フレーゲ像〟——それはきわめて興味深い、それ自身一個の哲学的思索の記念碑である——を構築するに十分ではあるが、否それゆえにかえって、フレーゲの真の姿をわれわれから隠すのではないかという懸念が筆者には湧いた。そこで筆者はあえて、フレーゲ自身の「論理の意味論的基礎づけ」はいかなるものであったかを、改めてフレーゲ自身に立ち帰り検討し直そうと試みた。そして、フレーゲの論理の意味論的基礎づけの底に、「関数」の考え方が深く根ざしていること、関数と対象の区別が基本的にあるが、それがある意味で薄らぐ文脈があるらしいこと、また意味と指示対象という区別が他方にあって関数・対象の区別と交差すること、意味は「認識」と結びついているが「われわれの認識手段」ということを含意しないこと、を一応の結論として得た。フレーゲの数学の哲学——数の概念の基礎づけや、集合のパラドックスに対するフレーゲの対応等——は今回は取り上げることができなかった。次の機会に譲りたい。

尚、さまざまの興味深い示唆によって筆者を励ましてくれたダメット『フレーゲ』に感謝する。

（一九七九・九・二八）

註

（1） *Begriffsschrift* の序及び§3 参照。

（2） *Begriffsschrift* 序。

(3) 数の概念を論理的に基礎づける試みが *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884) である。

(4) 変項 (variable) として文字を使う例はすでにアリストテレスの『分析論前書』にさかのぼるが、文字の使用自身を組織的に考察したのは、ライプニッツを除けば、フレーゲが最初であろう。

(5) この翻訳の中にすでに、フレーゲの述語論理の枠組の特徴がほとんどすべて現われている。「人間」、「死ぬ」は、いずれも概念 (Begriff) であり、関数であって、正確には「ξは人間である」、「ξは死ぬ」と書かねばならない。関数はそれ自身完結的でなく、アーギュメントによって満たされてはじめて、思想や対象といった完結したものとなる。

(6) *Begriffsschrift* §22, (58). $\forall x F(x) \to F(t)$ (すべてについて成り立てば任意のあるものについて成り立つ) という公理。

(7) *Begriffsschrift.* §6 A, $A \to B \vdash B$ という推論規則。(ただし "$\vdash \alpha$" は「αは証明可能」ということを表わす現代論理学の記法であり、後述のフレーゲの判断記号 (assertion sign) とは意味が違う)

(8) $(q \to r) \to ((p \to q) \to p \to r)$ という法則。*Begriffsschrift* §15, (5).

(9) $F(t) \vdash \forall x F(x)$ (任意の対象で成り立てばすべてについて立つ) という推論規則。*Begriffsschrift* §11.

(10) 束縛変項は論理学・数学にしばしば現われる。例えば、

"$\forall x F$"(x), "$\int_0^1 x^2 dx$", "$\{x \mid x$は実数 & $0<x<1\}$" の "x" がそうである。

(11) 高木貞二『解析概論』第三版岩波書店 (1961). p.11. 定理8、コーシーの収束判定法。

(12) H.D.Sluga: Frege and the Rise of Analytic Philosophy. *Inquiry* 18.(1975) pp.471–98.

(13) *Begriffsschrift* §9-10.;『基礎づけ』I. §1-4.; Was ist eine Function?; Function und Begriff など。

(14) 実は、フレーゲには、自由変項・束縛変項・固有名以外にもこのような文字の使い方がある。この "ξ" はたんにアーギュメントの入る場所 (argument-place) を指示するためにのみ使用される。

(15) むろん、"3" と "2+( )", "2" "3" と ( )+( ), にも分けられる。

(16) Über Sinn und Bedeutung においてなされるこの区別は、『基礎づけ』において関数の説明に用いられる。『基礎づけ』I. §2.

(17) Über Sinn und Bedeutung で登場する固有名「明けの明星」と「宵の明星」の指示対象は、これらの名のにない手である金星という惑星である。

（18）『基礎づけ』Ⅰ．§5.

（19）Wittgenstein: *Tractatus Logico-Philosophicus* 4.25～5.01.

（20）直観主義数学の論理においては排中律が無条件には成り立たない。従って∀と∃とは双対関係にはない。

（21）Wittgenstein: op. cit. 4.42; 杉原丈夫『数学的論理学』槙書店（S42）p. 10.

（22）杉原：op. cit. p. 80.

（23）フレーゲの集合（class）の理解はラッセル（B. Russell: *Principles of Mathematics* Appendix A. The Logical and Arithmetical Doctrines of Frege. 484.）もいうように難解である。ラッセルによれば、フレーゲは集合を外延による集合決定という側面のみから見ることをせず、集合成立に果たす概念ないし内包的意味の役割を重視した。そのことがたとえば、空集合を認め（外延的把握からだけでは理解できない）、a と a のみをメンバーとする集合 $\{a\}$ とを区別する点に現われている。

（24）Function und Begriff.

（25）このパラドックスは Über Begriff und Gegenstand で Kerry が提出するパラドックス。フレーゲはこれを、日常的言語の不備から生じた見せかけのパラドックスであるという形で処理する。しかし、《概念〝馬〟は概念（の一つ）である》を認め、これを《表現「概念〝馬〟」の指示対象は（対象であって）概念ではない》と解すれば、《「概念〝馬〟」は概念ではない》は正しい。とすれば《概念〝馬〟は概念ではない》は言語レヴェルの混同と考えらるべきであろう。つまり、《概念〝馬〟》ではなくて、《「概念〝馬〟」》と書かれねばならない。従って、このパラドックスは日常言語の不備からではなく日常言語の使用の不備から出た見かけのパラドックスである。

（26）Φ（ ）に《ξは素数である》を代入して得られる文は ∃x（xは素数である）という真なる文であるが、これは《真》を指示する一種の名と解される。

（27）『基礎づけ』Ⅰ．§21～23.

（28）B. Russell: op. cit. Appendix A. 481.

（29）W. V. Quine:「何が存在するかについて」「論理学と普遍者の物化」―『論理学的観点から』（中山・持丸訳、岩波書店）所収。

（30）このような観点から展開された論理学書が *Methods of Logic* である。

（31）クワインは集合を存在者としてみとめている。cf. Quine: *Set Theory and its Logic*.

(32) ダメットは "semantic role" なるものによって、述語の指示の働きを説明するが 余り釈然としない。 M. Dummett: *Frege—Philosophy of Language*. Harper & Row 1973 ch. 7, 8.

(33) Dummett: op. cit. ch. 14. p. 474

(34) 『基礎づけ』 I. §2.

(35) cf. Dummett: op. cit. ch. 12, 13.

(36) 対象に関する外延性の原理とは $a=b$ & $F(a)\to F(b)$. ところが、《ウェバリーの著者＝スコット》が真で《ジョージ四世は（ウェバリーの著者＝スコット）を疑った》が真であるとしても、必ずしも《ジョージ四世は（スコット＝スコット）を疑った》が真とはならない。つまり外延性の原理が成り立たない。そこで、間接文《ウェバリーの著者＝スコット》は真理値を指示しているのではなく、可能な事態としての思想を指示していると理解せねばならない。信念文の that 節や様相文脈といったいわゆる不透明文脈 (opaque context) とフレーゲの「間接的指示対象」との関連についてはダメットに興味深い議論がある。Dummett: op. cit. ch. 9.

(37) Über Sinn und Bedeutung の註の2などにそれが伺える。

(38) S. A. Kripke: Naming and Necessity, *Semantics of Natural Language*, ed. by. D. Davidson/G. Harman. 1972.

(39) Dummett: op. cit. ch. 5 Appendix. p. 110ff.

(40) この点は特に、九州大学の菅豊彦氏に示唆を与えられた。ダメットも基本的にこの線で解釈しているようである。Dummett: op. cit. ch. 7. p. 240 など。

(41) Dummett: op. cit. ch. 7. p. 219ff.

(42) 同様に、《ξは対象である》は $\exists x\ (x=\xi)$ と定式化される。

(43) Dummett: op. cit. ch. 7. p. 226.

(44) Dummett: op. cit. ch. 7. p. 225.

(45) Function und Begriff. p. 12 (頁は原テキストのもの)

(46) 但し、《ξは素数である》という述語は、原始帰納的 (primitive recursive) 述語であって、有限的手段で、与えられた対象がこの述語の表わす概念におちるか否かが決定でき、《aは素数である》が真なるとき形式的証明も可能である。

(47) Gödel numbering (ゲーデル数化) なる方法。これについては拙稿「知識と論証体系について—アリストレスの「論証知」

論とゲーデルの証明に即して—」九州大学哲学会編哲学論文集、14輯、S53、pp. 1-23. を参照されたい。

(48) Dummett: op. cit. ch. 19.