

# ネットワークにおけるEdge Snappingによる構成要素間の結合係数変化のモデル化を用いた連携分析とその応用

時永, 祥三  
九州大学 : 名誉教授

譚, 康融  
久留米大学大学院比較文化研究科・経済学部 : 教授

<https://doi.org/10.15017/2320105>

---

出版情報 : 経済学研究. 85 (5/6), pp.47-60, 2019-03-30. 九州大学経済学会  
バージョン :  
権利関係 :

# ネットワークにおける Edge Snapping による構成要素間の結合係数変化のモデル化を用いた連携分析とその応用

時 永 祥 三  
譚 康 融

## 1 まえがき

近年、ネットワークの構成要素間の結合形状分析としてインターネット上のコミュニティ形成や、企業活動および研究における連携過程が分析されている [1]-[5]. これまでの研究においては、主として最終的に観測されるネットワークのグラフ的な特徴に基づく分析が進められており、2部グラフ解析などを用いてコミュニティをグラフとして表現することや、ランダムグラフからスケールフリー形状にわたるグラフ的な性質を求める方法が提案されている. しかしながらその連携過程の形成について分析したものは極めて少なく、構成要素間の連携にいたる要因や時間的な経過分析、条件変化の分析には十分ではない. 一方、構成要素の変動現象が収束に向かういわゆる同期化現象は、別の視点から見た結合関係の形成であり、連携形成過程を解明する 1つの方法として、有効である可能性がある [6]-[11]. 本論文では、ネットワークにおける edge snapping による構成要素間の結合係数変化のモデル化を用いた連携分析とその応用について述べる.

まず、本論文で用いるネットワーク構成要素の間において結合が形成される場合のモデルとして、カオス変動にしたがう要素間の同期化モデルとして有用である edge snapping を定式化する [8]-[12]. このモデル化における同期化分析の方法として、振動をする構成単位の間接続関係 (初期段階ではすべては未接続) を最適化するものが提案され、構成単位を結ぶ枝の接続・未接続を最適化することから edge snapping と呼ばれている [8]-[11]. すなわち時間遅れに関する 2次の振動系にしたがって結合係数が滑らかに変化する仕組みであり、構成単位の特性的間の差異に応じて、これを縮小する方向に結合係数が調整され、最終的には構成要素  $i, j$  の間の結合係数において  $\sigma_{ij} = 1$  あるいは  $\sigma_{ij} = 0$  が達成される. しかしながら、この edge snapping 同期化手法においては、すべての構成要素の間で同期化が達成されることを分析の目的としているので、本論文ではこれを拡張して、部分的な同期化が達成できるモデルを提案する. 具体的には次の 2つの方法である. まず状態変数を記述する 1次の微分方程式において、定数が時間変化するモデルへと拡張することである. 次に、結合係数のダイナミクスにおいて、外力に相当する関数を、状態変数に応じて変化させることにより、変数の類似性 (同期化) だけでなく、その大きさに応じて係数の外力を変化させる方法である. その結果、これらの組み

合わせに応じて形成されるネットワークの形状が、スケールフリーであるものからランダムな連携までの範囲をカバーするケースを含むことが確認できる。次に、現実のネットワークにおける構成要素間の連携関係データを収集し、本論文において提案しているネットワーク構成要素間の連携関係形成のモデルへの適合性を議論する。

以下では、2. において edge snapping による同期化の原理について述べ、3. ではこの原理の拡張について説明する。4. では応用例を示す。

## 2 edge snapping による同期化とその拡張

相互にネットワーク結合された振動系を構成要素とするシステムにおける同期化の方法として、これまで連続系を対象にした方法論が示されてる。まず最初に、以下では edge snapping の原理について整理しておく。

いま連続系のシステムにおいて、複数 ( $N$  個としておく) の変数  $x_i(t)$  についての振動現象が複数の非線形方程式により、次のように記述されていると仮定する。変数が  $M$  次元ベクトルの場合には  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM})$  として表示し、スカラーの場合には単に  $x_i$  とする

$$dx_i(t)/dt = f(x_i(t)) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (1)$$

$$\partial^2 \sigma_{ij}(t)/\partial t^2 + d_D \partial \sigma_{ij}/\partial t + \frac{\partial V(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = g(x_i, x_j) \quad (2)$$

ここで、 $x_i(t), x_j(t)$  は構成要素  $i$  と構成要素  $j$  を記述する変数である。 $\sigma_{ij}(t)$  は変数  $x_i$  と変数  $x_j$  とを結びつける結合係数 (coupling gain) であり、 $d_D$  は結合係数のダイナミクスにおいて変動をやわらげる damping factor である。 $c_2$  は、同期化を制御するための定数である。以下では  $g(\cdot)$  を、次のように定義しておく。定数  $c_1$  は、モデルごとの変数の範囲を正規化するためのものである。

$$g(x_i, x_j) = c_1 |x_j(t) - x_i(t)| \quad (3)$$

また関数  $V(\sigma_{ij})$  は変数の値が  $\sigma_{ij} = 1$  あるいは  $\sigma_{ij} = 0$  になる点において 1 となる、2つの安定状態をもつ井戸形ポテンシャルであり、概要は図 1 に示すようなものになる。本論文では文献 [8] にならって、以下の形状を用いる。

$$V(\sigma_{ij}) = b_V \sigma_{ij}^2 (\sigma_{ij} - 1)^2 \quad (4)$$

この振動系の同期化の目的は、それぞれの変数の値が漸近的に同じになることである。すなわち

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_i(t) - x_j(t)] = 0$$

となることである。

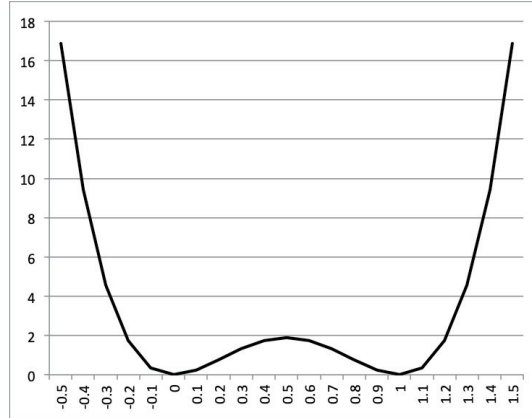


図 1: 関数  $V(\cdot)$  の概要

図 2 には, 構成要素の変動を記述する変数の関数  $dx_i/dt = f(x_i)$  の部分 (結合関係を除く部分) を, カオス変動の代表例であるレスラー系に設定した場合の変数の同期化の事例を示す ( $x_{i1}$  のみ示す). シミュレーションの条件は次のようにしている (論文の全体を通じてこの条件を用いる).

$$N = 100, d_D = 5, b_V = 15, c_1 = 1, c_2 = 0.1.$$

レスラー系におけるカオス変動は, 次の方程式で記述される.

$$dx_{i1}/dt = -10(x_{i1} - x_{i2}) \quad (5)$$

$$dx_{i2}/dt = -28x_{i1} - x_{i2} - x_{i1}x_{i3} \quad (6)$$

$$dx_{i3}/dt = x_{i1}x_{i2} - (8/3)x_{i3} \quad (7)$$

図 2 から分かるように, 時間の経過とともに変数の値は, 1 つの変動に収束している. 図 3 には, この同期化の場合に観測される, ある構成要素と他の構成要素との間の結合係数の時間変化の例 (複数の結合係数の挙動) を示す. この結合係数の時間変化の観測から分かるように, 同期化においても, 結合係数は必ずしも全部は 1 にはならず, 同期化に必要な個数分だけの構成要素との間でだけ, 結合が完了する.

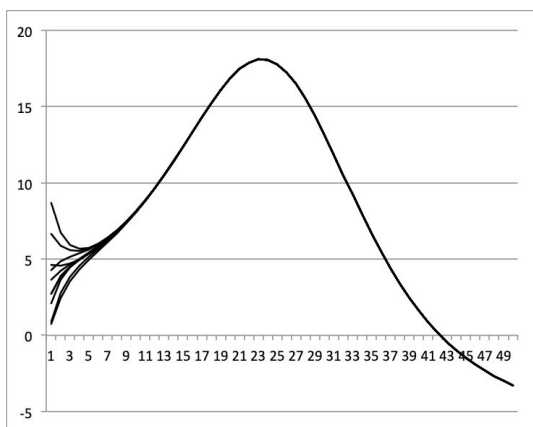


図 2: 同期化の例 (レスラー系変動)

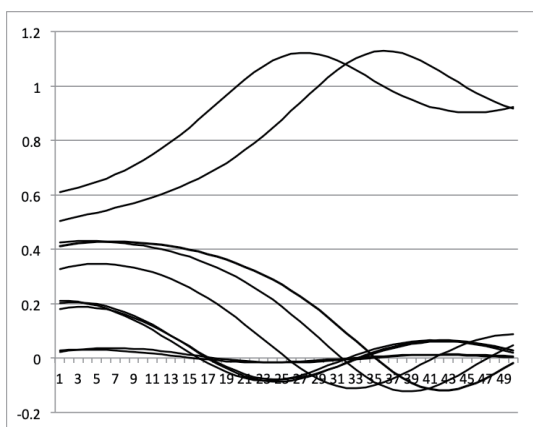


図 3: 同期化の前後における結合係数の例

### 3 edga snapping モデルの拡張

#### 3.1 結合係数の挙動の拡張

同期化の達成モデルにおいては、最終的に状態変数が極めて近接した状態で同期化制御は完結する。この最終段階において、構成要素の間の結合係数の値を調べると、1つの構成要素は相対的に少ない構成要素と結合しており、このような部分的な結合関係が全体として1つの大きな同期化された状態を実現している。すなわち、同期化制御においても結合係数が1となる割合は相対的に小さいことが分かる。部分的な同期化の性質を更に活用すれば、構成要素どうしの結合関係形成における過程や、その場合における条件、結合関係の形成の違いを見出すことができる可能性がある。

結合係数のダイナミックスは、いわゆる振動現象であり、式(2)の右辺に存在する関数  $g(\cdot)$  は、この振動系の外力に相当するものである。この関数が大きな値を保持している条件のもとでは振動が継続され、一方関数がゼロに近くなると外力が小さくなり、短い時間経過のあとで収束する。

このような考察をもとにして、式(2)における関数  $g(\cdot)$  を拡張した形式を以下のように提案する。なお、式(2)における関数形状を拡張する方法にはさまざまなものがあるので、以下の形式には限定されない問題がある。一般に、関数  $g(\cdot)$  は結合係数のダイナミックスに加えられる外力に相当するので、この値が大きい(小さい)ほど、結合係数の変動は大きく(小さく)なる。したがって、これらの関数  $g(\cdot)$  を用いる場合には、結合が完了する過渡的な状況では  $g(\cdot)$  の値が大きく保持され、時間の経過とともに結合が収束する段階では、次第に小さくなるように設定されている。

ネットワークの形状を分析する場合に行われる類型化の手法を用いて、さまざまな結合形式を検討した結果、以下に示すような結合の形状が特徴的で興味あるものであることが分かる。

$$g(x_i, x_j) = c_1(x_i/x_j)^M \quad (8)$$

ここで、変数  $x_j$  かけられる指数  $M$  は、あとのシミュレーション分析においては  $M = 1, 2, 4$  という値をとることを仮定しておく。 $c_1$  は制御のための定数である。この式においては、構成要素  $i$  を代表する変数である  $x_i$  の値と、結合相手である構成要素  $j$  の変数  $x_j$  との相対的に大きさを、外力としている。したがって傾向的には、結合相手の構成要素  $j$  の変数の値が相対的に大きいほど、結合係数は1に向かう傾向にあると言える。例えば、企業の連携においては、技術力の高い企業との連携を望む傾向にあることに対応する。

#### 3.2 4つのモデルの定義

次に、式(1)に示す関数  $f(\cdot)$  や右辺の形式をやや拡張することにより、有用である4つのモデルを定義する。具体的には、関数  $f(\cdot)$  をゼロあるいは線形の関数とすることと、右辺の全体が時間とともにゼロに収束するようなモデルの導入である。以下に、4つのモデル (Model I~Model IV) の定義を述べる。

これまで述べたカオス同期化の方法を拡張することにより、構成要素の間の結合の形状がさまざまに変化することを推定するモデルを提案する。そのためまず、モデルごとに変数のダイナミクスを記述する1次元の1次の微分方程式を次のように仮定する。

Model I:構成要素がカオス変動をする

関数  $f(\cdot)$  はレスラー系のカオス変動である(式(5), (6), (7)で記述される)。また関数  $g(\cdot)$  は最初の定義である  $g(x_i, x_j) = c_1|x_j(t) - x_i(t)|$  を用いる。

Model II:時間の経過とともに変数が均衡点に向かう

変数  $x_i$  は1次元(スカラー)であり、関数  $f(\cdot)$  は  $f(\cdot) = 0$  であるとする。また関数  $g(\cdot)$  は最初の定義である  $g(x_i, x_j) = c_1|x_j(t) - x_i(t)|$  を用いる。

Model III:資産などの増加関数のモデル化

変数  $x_i$  は1次元(スカラー)であり、関数  $f(\cdot)$  は  $f(\cdot) = c_x x_i(t)$  であるとする( $c_x$  は定数)。また関数  $g(\cdot)$  は  $g(x) = g(x_i, x_j)$  とする。このモデルは、企業連携などにおける資産の増加を図る場合のモデルである。

Model IV:資産増加であるが収束するモデル

Model IIIにおいて、式(1)に示す右辺の全体に、時間  $t$  とともに減少しゼロに向かう関数をかけたモデルである。すなわち式の右辺を、 $\exp(-\beta t)[c_x x_i(t) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t))]$  としておく。ここで  $\beta$  は定数である。このモデルは、企業連携はなされるが、やがて時間の経過とともに資産の最大値が達成され収束するモデルである。

1次の微分方程式の解は、次のようになることが分かる。すでに述べたように、Model Iにおいては変数は同じ値に収束する(いわゆる同期化の達成)。Model IIにおいては、変数は一定値(定数)に収束する(すべての  $i$  について  $x_i(t)$  は同じ定数となる)。Model IIIにおいては、変数  $x_i(t)$  は時間  $t$  の増加関数となる。したがって、時間を無制限にしてシミュレーションを行うと、系は発散するので、適当な時刻までの結果を用いて挙動を推定することになる。Model IVにおいては、Model IIIと同様に変数は時間の増加関数となるが、途中から収束に向かう力が働いて、結果的には、変数の値は定数に収束する。ただし変数  $x_i$  の値は、相互に異なっている。

## 4 応用例

### 4.1 4つのモデルの分析結果

以下では、本論文で定義した4つのモデルについて、構成要素間で形成されるネットワークの形状を、シミュレーションをもとにして分析する。4つのモデルの定義はそれぞれ異なっているが、パラメータの設定を除いてはシミュレーションの条件は、ほぼ同じであるので、以下ではまとめて議論する。共通するシミュレーションの条件は、すでに述べたように  $N = 100, d_D = 5, b_V = 15, c_1 = 1, c_2 = 0.1$  としている。なおネットワークの規模が拡大した場合には、構成要素の個数  $N$  を更に増やす必要性も

生じる。しかしながら一方では、例えばコミュニティの場合に、相互の連携をするための物理的な制約などが存在することが一般的であることを考慮すると、ある程度個数を制約する条件が加わる。このことを考慮して、本論文では  $N = 100$  としている。

まず、それぞれのモデルごとに形成される構成要素間のネットワークについて、1つのノードに接続される枝(リンク)の個数を  $k$  とした場合の、この確率分布  $p(\log k)$  を示す。図4には、Model I における  $p(k)$  を示す。この場合、グラフの横軸は構成要素に結合される枝数  $k$  の対数  $\log k$  である。なお Model II における  $p(k)$  の形状は Model I のそれと極めて類似しているため、ここで図示することは省略する。次に図5, 6にはそれぞれ、Model III, Model IV における確率の図を示している。これらの結果から、次のような特徴を見出すことができる。

Model I および Model II においては、特定の  $k$  の付近にだけ分布が集中する。すなわちそれぞれの構成要素の挙動には、大きな差異がないとともに、接続については、規則性はない、いわゆるランダム結合のグラフになる。Model III においては、構成要素の間の結合グラフはスケールフリー構造であるが、なお、この図には  $M = 2$  以外のケースはほとんどの場合と同じ挙動となるので省略している。Model IV においては構成要素の間の結合グラフは、2つのモデル Model I, III の中間的な構造であると言える。具体的には、確率  $p(\log k)$  は1つのピークを示しており、Model I の構造に近いともいえるが、全体的には  $\log k$  にしたがって広がりをもっており、スケールフリー構造の特徴も持っていることが分かる。

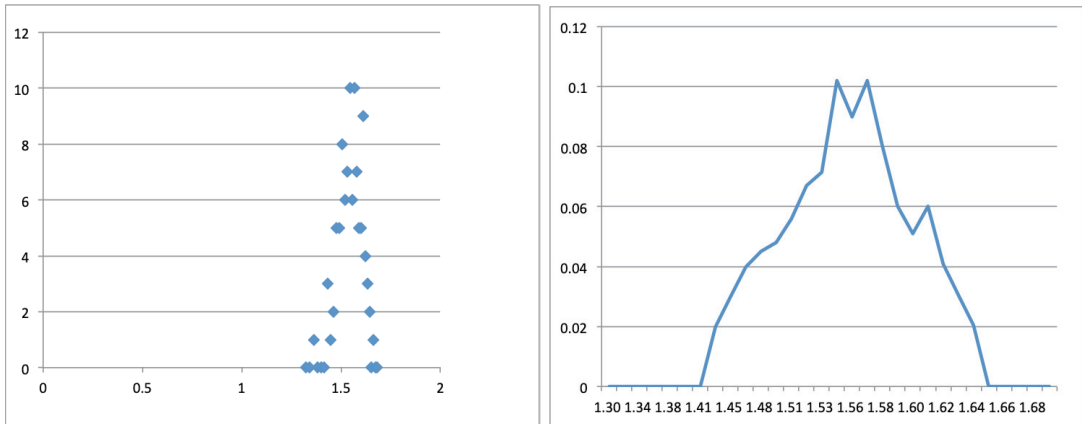


図4: 結合されたリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例 (Model I), 右の図は部分の詳細



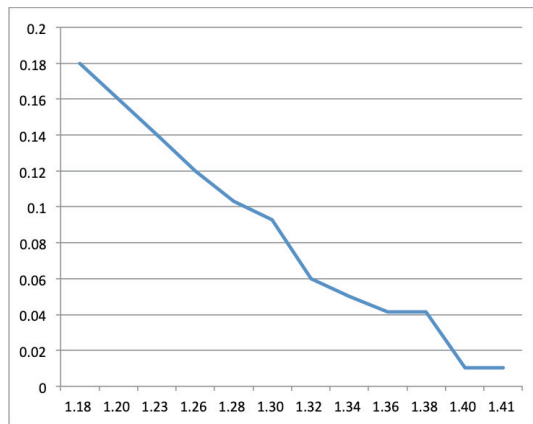


図 5: 結合されたリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例 (Model III)

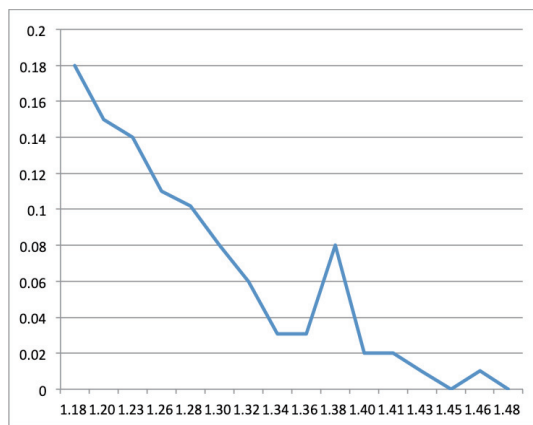


図 6: 結合されたリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例 (Model IV)

## 4.2 現実データへの適用

以下では、現実に観測されるネットワークの形成データからその結合の性質を分析することにより、構成要素の間で、どのような連携・結合がなされているかを推定する。具体的には、現実のデータをもとにして、構成要素あるいはメンバーの間に観測されるリンクの個数  $k$  とその出現確率  $p(\log k)$  のグラフをプロットして、この図が本論文で定義したモデルの、どのケースに近いかにより、リンク形成の過程を類推・推定する方法である。以下では4つの事例を取り上げるが、その説明と得られる結論は、文中において直接示すことにする。

Case I は、日本における主要自動車メーカーでのハイブリッド車の開発特許申請に関するデータである [13]。1993 年から 2013 年までのそれぞれの特許について、特許申請を行った社員の氏名のリストがあるので、これを手掛かりに、社内における連携関係ネットワークの分析を行う。すなわち1つの特許で連名で掲載されている例では、相互の社員が連携をしていると見なすことができるので、この連携の個数  $k$  (ネットワークにおけるリンク数) を、社員ごとに集計している。リンク数  $k$  が多い社員ほど、キーとなる技術者であることが分かるので、その個数ごとの社員の数をもとに、 $k$  と出現確率  $p(\log k)$  との関係のプロットすることで、形成されるネットワークの形状を推定することができる。

図7には3つの主要メーカ (A, B, C 社) における特許申請のデータから、 $\log k$  と  $p(\log k)$  との関係をもとにしたグラフである。この図から分かるように、ネットワークは、本論文で定義している Model III に対応している。すなわち、企業の間における利益最大化の行動と同様に、技術開発やこれにかかわる特許申請などにおいては、より有力で有能な社員を中心に、ネットワークが形成されていることが分かる。

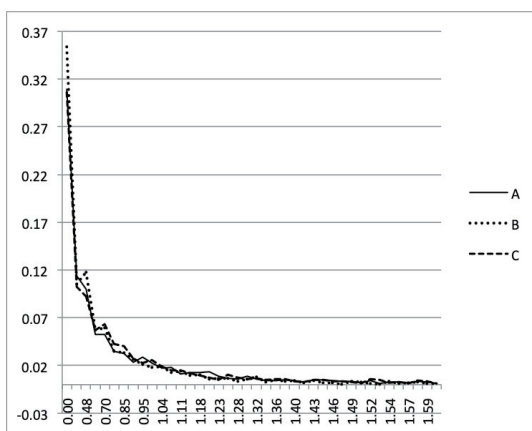


図7: Case I におけるリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例

Case II は、小学生などの友達の数に関する最近の統計データから求めたものであり、小学生、中学

生, 高校生の3つの種別について, アンケートをもとにして公表されている [14]. 生徒がよく遊ぶ友達の数  $k$  は周辺の人物との間におけるネットワークのリンク数としてとらえることができるので, このリンク数  $k$  ごとの観測個数の確率を求めて, 関係をプロットすることにより, 生徒の間に形成されるネットワークの形状を推定することができる. 図8においては, その事例を示している. ただし, 統計データは必ずしも本論文の分析目的には合致していないので, データは少しの修正を加えている. もとの統計では友達の数を, 4~6 などの範囲で問うているので, 図ではリンク数  $k$  はこの平均として与えている. また6名上の友達を持つ生徒の統計はないので, これを「不明」により置き換え人数を7名としている. すなわち具体的に回答できない例では, 友達が多数存在しているが, 個数をカウントするときに友達と言えるかどうかの境界について, 明確ではないケースとして定義することにする. いずれにしても, このような多数の友達を持つ生徒はそれほど多くはないであろう. 友達がいない生徒もいるので, リンクの個数  $k$  に1をくわえた数ごとの統計と用いている. 図8に示すように, 友達の数(リンク数)に1を加えた  $k+1$  とその確率  $p(\log(k+1))$  をプロットしたグラフにおいては, リンク数の中間部分にピークが表れている. この特性は, 本論文で定義した Model I, II における特性に似ていることが分かる. すなわち, 生徒はランダムに友達を探して, 気に入った友達だけリンクを形成するため, 特定の生徒にリンクが集中することは, 確率として小さいことが分かる.

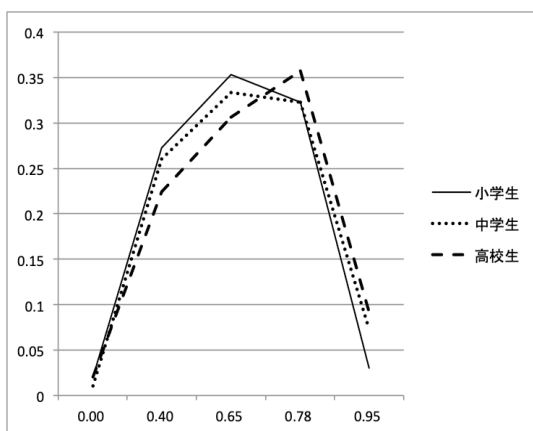


図8: Case II におけるリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log(k+1))$  の例

Case III は, 米国, 日本, 欧州の間における生命科学に関する研究開発の連携関係を分析した論文からの, データ引用である [1]. 論文 [1] においては, 主要な研究機関の間の連携関係が, リンクとして示されているので, このリンク数  $k$  を研究機関ごとに求めて, 確率  $p(\log k)$  を計算している. このリンク数とその確率との関係を図にしたものが, 図9である. なお, この分野のデータは公表されているものが極めて少ないので, 文献 [1] から得られるデータ数も少ないことを断わっておく. 図9における線分記号 Organization は, 構成要素を個別の研究機関として分析した場合の特性であり, 図9における線

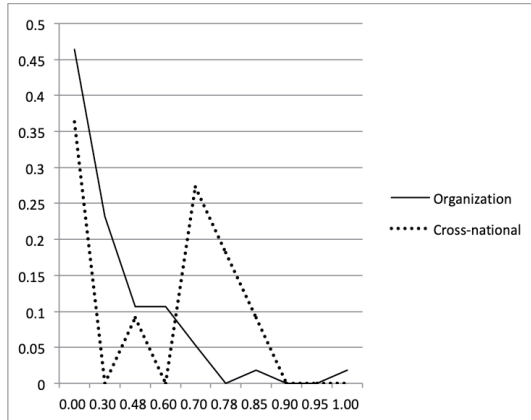


図 9: Case III におけるリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例

分 Cross-national は国を構成単位として集計した特性である。この図 9 から明らかなように、個別の研究機関を構成要素とした場合においては、 $k$  と  $p(k)$  との関係は、本論文で定義している Model III における特性に類似していることが分かり、典型的なスケールフリーのネットワーク形状になっている。したがって、これらの研究機関は、相互において成果あるいは利益を優先する政策をとり、そのためにより優秀な研究機関との間で、連携を形成する行動に出ていることが分かる。これに対して国を構成要素の単位とした場合には、 $k$  が増大するにしたがって、途中において  $p(\log k)$  がやや大きくなる傾向を示すことが分かる。これは、本論文で定義した Model IV における特性に似ている。したがって、生命科学における連携関係をみた場合には、個別企業レベルでは、利益優先のネットワークの形成が追求されるが、国を単位とした場合には、ややランダムな結合も指向されていることが分かる。

Case IV は、SNS におけるサイトあるいはメンバーの間に形成されるリンクを、ある視点から分析したものである。よく知られているように、SNS においては、形成されるリンクのネットワークは、典型的なスケールフリーの性質をもっている。したがって、本論文では、このスケールフリー性そのものを直接事例として示すことはしない。その代わりに、形成されるネットワークの形状を、別の視点から分析する。具体的には、複数の SNS においてサイトあるいはメンバーの間で共有される話題テーマの個数  $w$  とその発生数の統計  $P(w)$ 、これをもとにした結合関係を分析することにより、メンバーが相互に連携・結合するリンク数と、その出現確率との関係を求める。まず最初に 10 個の SNS において、メンバーが共有する話題の個数  $w$  と、この出現回数  $P(w)$  を求めている。この集計データである図 10 の上の図は、直接的に用いることはないが、参考のため引用しておく。この図 10 の上の図において、メンバーの結合関係を別の視点から見てみる。すなわち、話題を共有する件数  $k$  をメンバーの連携・結合の個数であるととらえ、これを結合のリンク数  $k$  であるとして、図 10 の上の図において  $w$  が出現する回数  $k$  から統計を取り直してみる。これをメンバーどうしの結合の頻度としてとらえ集計してリン

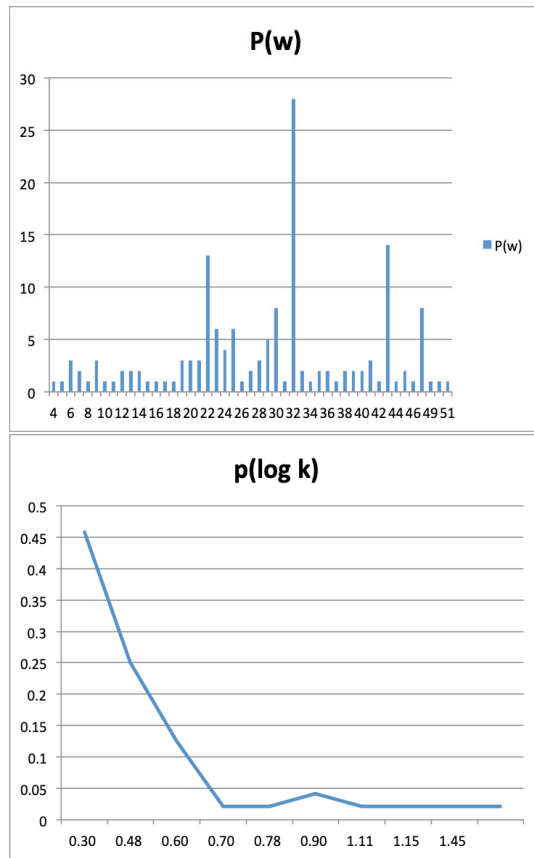


図 10: Case IV における話題数  $w$  の分布  $p(w)$ (上) とリンク数  $k$  ごとの度数分布  $p(\log k)$  の例 (下)

ク数  $k$  とその出現確率  $p(k)$  との関係をグラフとして示したものが、図 10 の下の図である。この図が意味するものは、結合のきっかけとなる話題の個数 (例えば本論文でモデルとして分析している構成要素の間のカオス同期化における次元数) が、いくつかの数値をとりえると仮定した場合に、何らかの形で結合同期化が完成する数値が、このリンク数  $k$  である。図からわかるように、このような条件で形成されるネットワークの形状は、スケールフリーの性質をもっている。

## 5 むすび

本論文では、同期化モデルとして有用である edge snapping による手法を定式化したのち、これを拡張して、部分的な同期化が達成できるモデルを提案した。すなわち、Model I~IV の 4 つのモデルにおいてメンバーどうしの結合関係が相手の状態により変化するケースを定義した。応用例において、シミュレーションによりメンバーの特性を仮定した場合におけるメンバーどうしの結合の形状を議論し、以上の手法を実際のデータに適用して、本論文の手法の有効性を確認した。

今後これらのモデル分析の手法を、より多様なネットワーク観測データに適用する予定である。

謝辞

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費基盤研究 (C)18K04626 により実施されている。ここに感謝の意を表する。

## 参考文献

- [1] J.Owen-Smith, M.Riccaboni, F.Pammolli and W.W.Powell, “A comparison of U.S. and European university-industry relations in the life science”, *Management Science*, vol.48, no.1, pp.24-43, 2002.
- [2] W.Oh and S.Jeon, “Membership herding and network stability in the open source community: The Ising perspective”, *Management Science*, vol.53, no.7, pp.1086-1101, 2007.
- [3] M.T.Hearney, “Multiplex networks and interest group influence reputation: An exponential random graph model”, *Social Networks*, vol.36, pp.66-81, 2014.
- [4] T.A.Arentze, M.Kowald and K.W.Axhausen, “An agent-based random-utility-maximization model to generate social networks with transitivity geographic space”, *Social Networks*, vol.35, pp.451-459, 2013.
- [5] M.Dass, S.K.Reddy and D.Iacobucci, “Social networks among auction bidders: The role of key bidders and structural properties on auction prices”, *Social Networks*, vol.37, pp.14-28, 2014.

- [6] X.F.Wang and G.Chen, “Synchronization in scale free dynamical networks:Robustness and fragility”, *IEEE Transactions on Circuit and Systems I*, vol.49, no.1, pp.54-62, 2002.
- [7] J.Zhou and T.Chen, “Synchronization in general complex delayed dynamical networks”, *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, vol.53, no.12, pp.2739-2745, 2006.
- [8] P.DeLellis, M.deBernardo,F.Garofalo and M.Porfiri, “Evolution of complex networks via edge snapping”, *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, vol.57, no.8, pp.2739-2745, 2010.
- [9] P.DeLellis, M.deBernardo and F.Garofalo, “Synchronization of complex networks through local adaptive coupling”, *Chaos*, vol.18, pp.03711, 2008.
- [10] 時永祥三, “3つのネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化とその応用”, 情報処理学会論文誌, 数理モデルと応用, vol.6, no.2, pp.36-52, 2013.
- [11] 時永祥三, 池田欽一, “結合型プライシングを用いた複数時系列におけるパラメータの同時変化のモデル化とその推定”, 電子情報通信学会論文誌, vol.J97-A, no.7, pp.503-518, 2014.
- [12] 時永祥三, “ネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化”, 日本情報経営学会第67回全国大会 徳山大学, 2013年9月23日.
- [13] 特許情報データベースより著者作成.
- [14] 厚生労働省「平成25年度子供若者白書」.
- [15] 時永祥三, 高木昇, “スケールフリーネットワーク上に配置された局所的交流を行うエージェントの行動分析—エージェント特性のマルチフラクタル分析を中心として”, 電子情報通信学会論文誌, vol.J94-A, no.5, pp.323-335, 2011.

時永 祥三〔九州大学名誉教授〕

譚 康融〔久留米大学大学院比較文化研究科・経済学部教授〕