九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

電圧形PWMインバータによる交流電動機の高性能制御 に関する研究

高見, 弘

https://doi.org/10.11501/3088211

出版情報:九州大学, 1991, 博士(工学), 論文博士 バージョン: 権利関係: 第3章 極座標空間ベクトル制御用電圧形 P W M インバータによる誘導電動機のベクトル制御

本章では、始めに、電動機電圧の大きさと位相の急変を必要とす る速応速度制御に適したインバータ方式として、瞬時値対称座標法 による極座標表示に基づく電圧の空間ベクトルをリアルタイムで直 接制御するPWMインバータについて述べる。次に、制御電圧源ベ クトル制御に、電流制御ループを付加するだけで、抵抗変化の検出 および補償制御を行うことなく、良好な補償作用が得られる電流制 御ループ付制御電圧源ベクトル制御について検討を行う。

3.1 極座標空間ベクトル制御用電圧形PWMインバータ

<3.1.1> PWMインバータの原理

図3.1に P W M インバータの主回路,図3.2にこれによる電動機の 相電圧の空間ベクトルを示す。ここで,Eは直流電源の電圧,G1~ G6はG T O サイリスタ(以下G T O と略す), V a, V b, V c は直流電 源の仮想中性点Oから見たインバータの出力端子の電圧,ia,ib, icは電動機の相電流, V an, V bn, V cn は電動機の相電圧を表す。 図3.2の空間ベクトル文は次式のように与えられる。

 $\dot{V} = (1/\sqrt{3}) \left( \mathcal{V}_{an} + \dot{\alpha} \mathcal{V}_{bn} + \dot{\alpha}^2 \mathcal{V}_{cn} \right)$ 

 $= (1/\sqrt{3}) (v_{a} + \dot{\alpha} v_{b} + \dot{\alpha}^{2} v_{c}) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (3.1)$  $= \exp(j2\pi/3) \ \forall \ b \in \mathcal{B} \$ 

例えば、図3.1のG1,G2,G6がオン、すなわち $\upsilon_a = E/2, \upsilon_b, \upsilon_c$ = - E/2のとき図3.2の空間ベクトルは大きさがE/V3のA<sup>+</sup>ベクト ルとなる。また、G1,G2,G3がオン、すなわち $\upsilon_a, \upsilon_b = E/2, \upsilon_c =$ - E/2のときC<sup>-</sup>ベクトルとなる。 $\upsilon_a, \upsilon_b, \upsilon_c = E/2$ のときは零ベ クトル<sup>(51)</sup>となる。空間ベクトル*v*はこれら3つのベクトルを適当 な時間比率で合成することにより実現することができる<sup>(52)</sup>。

ここで、ベクトルウのモードをその方向に応じてIからVIまでの



図3.1 極座標空間ベクトル制御用PWMインバータの主回路



図3.2 極座標空間ベクトル制御用 P W M インバータの空間ベクトル図 6つの領域に分け、モードIではG1、モードIIではG2を常にオンとし、 残りの2アームのGTOでPWM変調を行う。すると、インバータ の3アームのうち1アームは直流電源の正側または負側に常に接続さ れているので、従来の正弦波-三角波比較方式に比べ得られる出力 電圧の基本波成分が大きく、しかもGTOのスイッチング回数が約 2/3となりスイッチング損失が減少する。なお、ベクトルウの大き さVが E/2より小であれば、任意の方向のベクトルを実現できる (図3.2の内接円内のベクトル)。

各モードの始まりをそれぞれ基準軸と考え、この基準軸と ψのな す角を θ とし、内接円の半径 E/2に対する V の比すなわち変調率を μとすると

(3.1), (3.2)式より Ua, Ub, Ucを各モード別に求めると表3.1に
 示す解が得られる。

表3.1 からわかるように、モード1、III、V とモードII、IV、VI では電圧の符号が反転している。そこで前者を奇数モード、後者を 偶数モードと呼ぶことにする。奇数モードのときのパルス形状は図 3.3(a)のように、偶数モードのときは(b)のようにすると、μλ<sub>1</sub>お よびμλ<sub>2</sub>の演算のみでスイッチングパターンが決定されことにな り、PWM制御演算は非常に簡単になる。なお、TはPWMインバ ータの繰り返し時間である。

<3.1.2> デッドタイム補償

電圧形 P W M インバータでは、アーム電圧を E/2から - E/2また は - E/2から E/2へ切換える際、主回路素子のターンオフタイムを 考慮して数 + μs程度のデッドタイムを設ける必要がある。デッド タイムは極く短いものであるが、高調波の P W M を行う場合、これ を補償しないとインバータの出力電圧波形にひずみが生じて高周波 P W M の効果がなくなる。誘導電動機の駆動において、デッドタイ

衣).1 相电圧 (例 昇 り) 医 扒 :	表3.1	相	電	圧	演	算	0)	選	択	表
------------------------	------	---	---	---	---	---	----	---	---	---

モード	Ι	П	Ш	IV	V	VI
Va	E/2	$-f_1(\mu,\theta)$	$f_2(\mu, \theta)$	-E/2	$f_1(\mu, \theta)$	$-f_2(\mu,\theta)$
Ub	$f_1(\mu, \theta)$	$-f_2(\mu,\theta)$	E/2	$-f_1(\mu,\theta)$	$f_2(\mu, \theta)$	-E/2
υς	$f_2(\mu, \theta)$	-E/2	$f_1(\mu, \theta)$	$-f_2(\mu,\theta)$	E/2	$-f_1(\mu,\theta)$

 $f_1(\mu, \theta) = E/2 - \mu \lambda_1 E, \lambda_1 = \cos \theta$  $f_2(\mu, \theta) = E/2 - \mu \lambda_2 E, \lambda_2 = \sin (\theta + \pi/6)$ 

-56-



(a) 奇数モード

())偶数モード

図3.3 スイッチングパターン

ムが制御系の安定性に与える影響の理論的解析<sup>(?)</sup>がなされ、これ による PWM波形のひずみを改善する方法<sup>(®)</sup>も提案されている。

本節では本PWM方式に適したデッドタイムの補償法について述べる。

PWMの周期(T=512μs)は非常に短いので、インバータの出力 電流の方向はPWM区間内では変化しないものとする。

図3.4(a)に示すように、G pがオンで出力電流が正方向に(1)の通路で流れているとき、G pをオフするとG Nをオンしなくても電流は ②の通路を通って流れる。従って、端子Tの電圧はG pをオフする と同時にE/2から-E/2へ切換り、デッドタイムが存在しても出力 電圧に誤差を含まない。ところが、G Nがオンで ②の通路で電流が 流れているときにG Nをオフしても、G pをオンするまで依然として ②の通路を流れ続け ①の通路にならない。従って、G NからG pへ の転流時にデッドタイムだけ切換えが遅れることになり、デッドタ イム誤差が生じることになる。

また、出力電流が負方向に流れているときは、図(b)に示すように、③の通路から④の通路へすなわちG p からG N への転流時に誤 差が生じる。

以上のことから, デットタイムによる誤差は, 出力電流の方向に よって決定されることがわかる。また, この誤差は累積してインバ ータの出力電圧波形をひずませることになる。

本節で提案する P W M インバータは、図3.3に示したように奇数 モードと偶数モードで P W M パルスが反転するので、これを考慮に 入れて補償回路を設計する。例えば、奇数モードで出力電流が正の とき、補償回路がない場合図3.5(a)の破線で示される理想的波形に 対し実際の波形は実線となるので、(b)に示すようにμ入<sub>1</sub>(μ入<sub>2</sub>) のパルスをデッドタイムta だけ減算して補償し μ入<sub>1</sub>'(μ入<sub>2</sub>')と すれば、各 P W M 区間の終りに出力電圧の誤差が生じないので、こ れを補償することができる。また偶数モードのときは、P W M パル スが反転するのでμ入<sub>1</sub>(μ入<sub>2</sub>)に加算して補償すればよい。



図3.4 デッドタイム誤差の説明図



図3.5 デッドタイム補償の原理

<3.1.3> 実験による検討

実験において、 P W M の 繰り返し時間 T = 512 μ s とし、デッドタ イムを34 μ s に設定している。

図3.6は基本波周波数 f = 30Hz, 変調率 μ = 0.6のときの, 各相の P側のゲート信号である。このゲート信号には連続的にオンまたは オフする期間(電気角で60°に相当する)がある。また, ゲート信号 自身は正弦波になっていない。この図から, G T O のスイッチング 回数は従来の正弦波 – 三角波比較方式の約2/3になっており, また, a, b, c 相のうち1 相は常に E/2または – E/2に接続されるので直 流電圧の利用率が良く, 大きな基本波成分をインバータによって出 力できる。

 $f = 30 \text{ Hz}, \mu = 0.93, E = 60 \text{ V}$ で定格出力2kW,4極の三相誘導電動機を駆動したときのa相とb相の線間電圧 $e_{ab}, a$ 相の相電流 $i_{a}$ の波形を図3.7に示す。 $E_{ab}$ と $I_{a}$ はそれぞれ $e_{ab}$ と $i_{a}$ の実効値を表す。図(a)は、デッドタイム補償回路のない場合の波形で、(b)はデッドタイム補償回路のある場合の波形である。図(a)、(b)から、補償回路によって相電流波形が大幅に改善され、ほとんどなめらかな正弦波になっていることがわかる。

3.2 ベクトル制御のための制御基礎式の導出

三相誘導電動機の解析に,絶対変換の瞬時値対称座標法を適用すると,極座標形式の次の基礎方程式が得られる(基礎方程式の導出は,3.7節の付録を参照)。

 $\dot{V}_{s_1} = (r_s + l P) I_{s_1} + (M/L_r) P \psi_{r_1} \cdots \cdots \cdots \cdots (3.3)$ 

 $\bullet = (p - \dot{a}_r) \psi_{r_1} - (M/L_r) \gamma_r j_{s_1} \cdots \cdots (3.4)$ 

ここで, 添字sは固定子系量, 添字rは回転子系量を意味し, これらの式の各記号は次に示す通りである。



# 図3.6 P側GTOのゲート信号



(a) デッドタイム補償なし





ψ<sub>r1</sub>, 1<sub>r1</sub> : 固定子座標系で表した回転子鎖交磁束と回転子 電流の空間ベクトル

*ドs*, *ド*<sub>r</sub> : 固定子1相と回転子1相の巻線抵抗

Ls, Lr: 固定子1相と回転子1相の自己インダクタンス

(三相定数)

M: 固定子1相と回転子1相の相互インダクタンス(三相定数)

1 : 固定子側から見た1相分の等価漏れインダクタンス

ωr: 電気角に換算した回転子角速度

P:微分演算子

なお、以下において、周波数にfを用いて、例えば $f_r = \omega_r/2\pi$ の ように表す。

本章で検討するベクトル制御は回転子鎖交磁束を一定に保つ制御 であり、このときのψ<sub>r1</sub>, ψ<sub>s1</sub>, 1<sub>s1</sub>を,固定子a相巻線軸を実軸 にとって、次のように表す。

 $\Psi_{ri} = \Psi_0 \exp(j \theta \psi), \quad \Psi_0 = \text{const.} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.6)$ 

 $\left. \begin{array}{l} \dot{V}_{S1} = V \exp \left\{ j \left( \left. \theta \right. \psi + \left. \phi \right. \right) \right\} \\ \dot{I}_{S1} = I \exp \left\{ j \left( \left. \theta \right. \psi + \left. \delta \right. \right) \right\} \end{array} \right\}$  (3.7)

ここで、 $P \theta_{\psi} = \omega_{\psi}, \theta = \theta_{\psi} + \phi, P \theta = \omega \ge 0, \psi_{r_1}$ のすべり 角速度を $\omega_s \ge \sigma_s$ 。

(3.6), (3.7) 式を(3.4) 式に代入すると,次式が得られる。

 $I \exp(j \delta) = I \cos \delta + j I \sin \delta = I_0 + j I_{\tau} \cdots \cdots (3.8)$ 

 $I_{\circ} = \Psi_{\circ}/M$ ,  $I_{\tau} = (L_{\circ}/F_{r'})I_{\circ}\omega_{s}$  ·······(3.9) 但し,  $F_{r'} = (M/L_{r})^{\circ}F_{r}$ であり, 一次換算二次抵抗を表す。

(3.6)~(3.9)式を(3.3)式に代入すると,

 $V_{x} = V \cos \phi = F_{s} I_{o} - \omega \psi l I_{\tau} \cdots (3.10)$   $V_{y} = V \sin \phi = \omega \psi L_{s} I_{o} + (F_{s} + l P) I_{\tau} \cdots (3.11)$   $V = (V_{x}^{2} + V_{y}^{2})^{1/2} \cdots (3.12)$   $\phi = \tan^{-1} (V_{y}/V_{x}) \cdots (3.13)$ 

トルクモは、極数を Poとすると、次式で与えられる(3.7節の付

録を参照)。

 $\tau = P_{o} lmag[\psi_{ri} \cdot c \bullet nj(l_{ri}')] = P_{o} L_{o} l_{o} l_{\tau}$ 

 $- P_{\circ}(L_{\circ}^{2} I_{\circ}^{2} / r_{r'}) \omega_{s} \cdots (3.14)$ (3.9) 式と(3.14) 式よりわかるように,  $I_{\circ}$ は励磁電流,  $I_{\tau}$ はトルク 電流である。また, (3.8), (3.9) 式と(3.14) 式は回転子鎖交磁束一 定の条件における誘導電動機の電流モデル演算を, (3.8)~(3.14) 式は電圧モデル演算を表す。

3.3 制御電圧源ベクトル制御のシステム構成

<3.3.1> 電流制御ループなしの基本的なシステム構成

(3.8)~(3.14)式に基づき構成した制御電圧源ベクトル制御の基本的なシステム構成を図3.8に示す。このシステムでは、速度フィードバック制御のみを行っており、電流制御ループは存在しない。 以下、この方式を記号CVで表す。

図において、\*印を付した諸量は指令値を、µはPWMの変調率 を示す<sup>(58)</sup>。電圧モデル演算部は、励磁電流 I。を一定に保ち、指 令トルク電流 I<sup>\*</sup> ( に対して電動機内の実際トルク電流 I<sup>\*</sup> を遅れ なく実現する指令電圧(空間ベクトル)の大きさV\*と位相 θ\*を演算 して出力する。

電圧モデル演算部の前に付加した一次遅れ要素 G a は, P W M の 繰り返し周期が有限で, I τ\*の変化時点に対する P W M のスイッチ ング時点がばらつくので, これを平均化するために挿入したもので ある。 P W M の繰り返し区間の周期は512 μ s としている。 P W M コ ントローラ部の演算時間も考慮にいれて, 指令値 V\*, θ\*の変化に 対して実際値 V, θが, 最小約0.5 m s, 最大約1.0 m s, 平均0.75 m sの むだ時間 T a を持つので, T 2 = 0.75 m s とした。 従って, 図3.8 の I τ\*'から実際値 I τ ま での伝達関数は T a = 0.75 m s のむだ時間要素 で, I τ\*から実際値 I τ ま での伝達関数は T 1 2 = T 2 + T a = 1.5 m sの ー次遅れ要素で近似できる。また, この G a を設けることにより,



図3.8 制御電圧源ベクトル制御(CV)のシステム構成

電圧モデル演算部の微分演算
Pが容易に実行できる。

電源電圧変動補償器<sup>(58)</sup>は、直流電源電圧の変動に伴なう指令値 V\*に対する実際値Vの誤差を補正するものであり、μが極端に小 さい低電圧の場合を除きV\*=V と見なすことができる。

速度調節器 G<sub>R1</sub>は、比例積分動作(P I 調節器)とし、負荷トルク の変動に対して最適の応答をする設定<sup>(83)</sup>とした。この場合、電動 機と負荷の慣性モーメントをJ [kg-m<sup>2</sup>]、回転制動係数をD [N-m/ rad/s]、電動機の極数を P<sub>0</sub>とすると、G<sub>R1</sub>の比例ゲインは k<sub>P1</sub> = J/(P<sub>0</sub> T<sub>12</sub>)、積分時間は T<sub>11</sub> = 4 T<sub>12</sub>となる<sup>(83)</sup>。

<3.3.2> 電流制御ループ付のシステム構成

前節の図3.8で述べた基本的なシステムに電動機電圧モデル演算 を乱さない電流制御ループを付加した電流制御ループ付制御電圧源 ベクトル制御のシステム構成を図3.9に示す。以下,この方式を記 号CVCで表す。図において、ÎoとÎτは、励磁電流 Ioとトルク 電流 Iτの厳密には正確でない検出値を示す。 図3.8と比較して、 IoとIτを制御するためのフィードバックループと電流調節器GR2, GR3,そして、ÎoとÎτの検出演算および PWMインバータの制御 遅れによる検出誤差を補償するためのむだ時間要素 Gtdが付加され ている。

固定子の各相電流をia, ib, icとおくと

 $j_{s_1} = I \exp\{j(\theta \psi + \delta)\}$ 

 $= (1/\sqrt{3})(i_{a} + \dot{\alpha} i_{b} + \dot{\alpha}^{2} i_{c}) \cdots (3.15)$ 但し、  $\dot{\alpha} = \exp(j2\pi/3)$  であり、これより次式が得られる。

 $\theta \psi + \delta = \sin^{-1} \{ (i_{\delta} - i_{c}) / (2I) \} \dots (3.16)$ 

 $I = (i_{\delta}^{2} + i_{\delta}i_{c} + i_{c}^{2})^{1/2} \cdots (3.17)$ 一方, 実際値  $\theta_{\psi}$ の指令値  $\theta_{\psi}^{*}$ に対する遅れは平均  $T_{d} = 0.75 \text{ ms}$  の むだ時間遅れを持つから,  $\theta_{\psi}^{*}$ の後にむだ時間遅れ要素  $G_{td}$ を設け て得た $\theta_{\psi}'$ をほぼ  $\theta_{\psi}$  に等しいと見なすことができる。よって,

 $\hat{\delta} \doteq \theta \psi + \delta - \theta \psi' \cdots (3.18)$ 



図3.9 電流制御ループ付制御電圧源ベクトル

制御(CVC)のシステム構成

 $(3.16) \sim (3.18)$ 式より、 $\hat{I}_0 = I \cos \delta \ge \hat{I}_\tau = I \sin \delta$ の演算を行い、 検出値 $\hat{I}_0 \ge \hat{I}_\tau$ が得られる。

トルク電流 / τに対して,電流制御ループを設けて P I 調節器に より定常偏差を取り除く場合,電圧モデル演算を変化させないため には,図3.9の P I 調節器の出力 / τ\*'から実際値 / τまでの伝達関 数と / τ\*から実際値 / τまでの伝達関数の両者が,少なくとも電圧 モデルが正確な場合には,等しくなければならない。/ τ\*'から / τ までの伝達関数は,前述したように1/(1 + T 12 P)であるから,G R2 = (1 + T 12 P)/T 12 P とすると,両者の伝達関数が等しくなる。 この伝達関数は,図3.10に示すように,規範モデルG \*(電圧モデル が正確な場合の / τ\*'から / τまでの伝達関数)の出力 / τ' と î τ を 突合せて,この偏差を伝達関数 G R2 の P I 調節器で補償制御するの と等しい。

電圧降下 *F s I* <sup>o</sup>の変動を補償するための電流制御ループの P I 調節器 *G* <sub>R3</sub>において, *I* <sup>o</sup> は一定に保たれるべきものであって過渡変動が小さいので,その比例ゲインを *G* <sub>R2</sub>の10倍とし,*G* <sub>R2</sub> = 10(1+ *T* <sub>12</sub> *P*)/*T* <sub>12</sub> *P* とした。これは,後述のシミュレーションによりその妥当性を確認した。

3.4 制御電圧源ベクトル制御の特性算式

電圧モデル演算の諸定数の中, *rs*, *rr*'は電動機の温度変化に より実際値と異なることになり, 定常運転時および過渡時の制御特 性を悪化させる。定常運転時*rsと rr*'が電動機の実際値と一致す る場合には, *Io/Io\**, *τ/τ\**ともに1となるが, これが一致しな くなると両者ともに変化する。*Io/I*・\*の変化は電動機の二次鎖交 磁束の変化を意味し, これが大きい場合にはインバータ容量を増加 させる必要が生じる。*τ/τ\**の変化はトルク制御の精度の悪化を意 味し, これが大きい場合にはトルク制御の用途には適用できなくな る。また, *rs*, *rr*'の変化により, 過渡時の*I*。の変動が増加し,



図3.10 電流調節器 G R 2 の伝達関数の説明

τ\* に対する τ の 応答が 変化して, トルクおよび 速度応 答特性が劣化する。以下に, これらの諸特性を検討するための特性算式を導く。

なお、すべての特性計算において、 P W M インバータのデッドタ イムによるインバータ出力電圧の制御誤差は無視する。

<3.4.1> 定常特性算式

定常運転時には、 $\omega = \omega_{\Psi} = \omega^{*} = \omega_{\Psi}^{*}$ であるから $\omega_{s} = \omega_{s}^{*}$ となる。また、 $I_{\tau}^{*} = \hat{I}_{\tau}$ であり、 $T_{2}P$ 、IP = 0であるから $I_{\tau}^{*'} = I_{\tau}^{*''}$ となる。さらに、 $V = V^{*}$ と見なせる。以下に、電動機巻線の温度変化によって、抵抗値が制御回路の設計値 $F_{s}$ , $F_{r}'$ から $F_{sx}$ ,  $F_{rx}'$ に変化した場合について検討する。

図3.8のCVの場合の算式は、図3.9のCVCの場合に含まれるので、図3.9について算式を導出する。図3.9の $\hat{\Gamma}$ 。と $\hat{\Gamma}_{\tau}$ は(3.16)~(3.18)式を用いて演算されるが、 $F_s$ 、 $F_r$ 、の変化により、(3.18)式によるるの検出値が変化する。この変化した値を $\delta_x$ として、次の関係式が成立する。

(制御回路について)

 $I_{0}^{*} = \hat{I}_{0}, \quad I_{\tau}^{*} = \hat{I}_{\tau}, \quad \tau^{*} = P_{0}L_{0}I_{0}^{*}I_{\tau}^{*} \cdots \cdots \cdots (3.19)$   $\omega_{s}^{*} = F_{r}'I_{\tau}^{*'}/(L_{0}I_{0}^{*}), \quad I_{\tau}^{*'} = I_{\tau}^{*''} \cdots \cdots \cdots (3.20)$   $V_{x}^{*} = F_{s}I_{0}^{*'} - (\omega_{r} + \omega_{s}^{*})I_{\tau}^{*''} \cdots \cdots \cdots (3.21)$   $V_{y}^{*} = F_{s}I_{\tau}^{*''} + (\omega_{r} + \omega_{s}^{*})L_{s}I_{0}^{*} \cdots \cdots \cdots (3.22)$ ( 主回 路について )

 $\omega_{s} = r_{rx'} I_{\tau} / (L_{o} I_{o}) \cdots (3.23)$   $V_{x} = r_{sx} I_{o} - (\omega_{r} + \omega_{s}) I_{\tau} \cdots (3.24)$   $V_{y} = r_{sx} I_{\tau} + (\omega_{r} + \omega_{s}) L_{s} I_{o} \cdots (3.25)$   $\tau = P_{o} L_{o} I_{o} I_{\tau} \cdots (3.26)$ 

(主回路と制御回路の関係について)

$\omega_s =$	ω <sub>s</sub> *		• • • • • • • • • •	 (3.27)
$V^2 =$	$V x^2 + V y^2 =$	$= V *^2 = V x *^2 -$	+ V y * 2 · · ·	 (3.28)
ĵ <sub>0</sub> =	Icosδ <sub>x</sub> , I	$f_{\tau} = I \sin \delta_x$		 (3.29)

但し,

 $I = (I_{0}^{2} + I_{\tau}^{2})^{1/2} , \quad \delta_{x} = \phi^{*} - \phi + \delta$   $\phi^{*} = \tan^{-1}(V_{y}^{*}/V_{x}^{*}) , \quad \phi = \tan^{-1}(V_{y}/V_{x})$  $\delta = \tan^{-1}(I_{\tau}/I_{0})$ 

上式より, *Psと Pr'*の変化に対する *I*o/*I*o\*と*て*/*て*\*の変動を算 出できる。

<3.4.2> 過渡特性算式

過渡時には、電動機の回転子鎖交磁束の空間ベクトルの大きさ
 ψ。を一定と見なすことができないので、3.2節の基礎式(3.8)~
 (3.14)式は、一部次のように変更される。

 $I_{ot} = (L_{o}/F_{r}')PI_{o} + I_{o}, I_{o} = \Psi_{o}/M \cdots (3.31)$   $I_{\tau} = (L_{o}/F_{r}')I_{o}\omega_{s} \cdots (3.32)$   $V_{x} = (F_{s} + F_{r}' + lP)I_{ot} - \omega_{\psi}lI_{\tau} - F_{r}'I_{o} \cdots (3.33)$   $V_{y} = (F_{s} + lP)I_{\tau} + \omega_{\psi}lI_{ot} + \omega_{\psi}L_{o}I_{o} \cdots (3.34)$   $\tau = (2/P_{o})(JP\omega_{r} + D\omega_{r}) + \tau_{L} \cdots (3.35)$ 

但し, (3.35) 式は機械系の運動方程式であり, τ<sub>L</sub> は負荷トルクを 表す。

これらの式より、[V, θ, τ<sub>L</sub>]を入力とするシミュレーション のための次の状態方程式が得られる。

 $P[I_0, I_{ot}, I_{\tau}, \theta \psi, \omega_r]^{\mathsf{T}}$ 

$$\begin{aligned}
Fr'(I_{0t} - I_{0})/L_{0} \\
(V/l)\cos(\theta - \theta_{\psi}) + Fr'I_{0}/l - (F_{s} + Fr')I_{0t}/l \\
+ Fr'I_{\tau}^{2}/(L_{0}I_{0}) + \omega_{r}I_{\tau} \\
= (V/l)\sin(\theta - \theta_{\psi}) - (F_{s} + Fr')I_{\tau}/l \\
- Fr'I_{0t}I_{\tau}/(L_{0}I_{0}) - \omega_{r}L_{0}I_{0}/l - \omega_{r}I_{0t} \\
Fr'I_{\tau}/(L_{0}I_{0}) + \omega_{r} \\
P_{0}^{2}L_{0}I_{0}I_{\tau}/(2J) - (D/J)\omega_{r} - P_{0}\tau_{L}/(2J)
\end{aligned}$$

•••••••(3.36)

ここで、「は、行列の転置記号である。 図3.8または図3.9の制御回路と本式を連立させて、過渡特性を算出 することができる。

(3.31)式より,固定子電流の空間ベクトルの関係は,過渡時も含めて,図3.11のようになる。ここで,/は実電流,/。は励磁電流, /。tは実電流の2次鎖交磁束方向成分,/τはトルク電流成分の空間 ベクトルを表す。

3.5 制御電流源ベクトル制御のシステム構成と特性算式

<3.5.1> システム構成

本節では、制御電流源ベクトル制御について検討を行う。CVおよびCVCと区別するために、この方式を記号CCで表す。

図3.12に前述の電流モデル演算を用いたCCのシステム構成を示 す。CVおよびCVCと同様に,  $i_u^*$ ,  $i_v^*$ ,  $i_w^*$ に対して,  $i_u$ ,  $i_v$ ,  $i_w t T_d = 0.75 m s$ のむだ時間遅れと,  $T_e = 0.75 m s$ の一次遅れ を有し,  $I_\tau^*$ から $I_\tau$ までの伝達関数は,  $T_{1e} = 1.5 m s$ の一次遅れで 近似できるものと見なす。そうすると, 速度調節器  $G_{R_1}$ はCVおよ びCVCと同じ伝達関数に設計できる。

<3.5.2> 定常特性算式

定常運転時の1siの指令値を

とすると、151は次式で表される。

 $I_{S1} = \left[ I^* / \{ 1 + (\omega_r^* + \omega_s^*)^2 T_2^2 \}^{1/2} \right]$ 

 $\times \exp \{j(\theta \psi^* + \delta^* - \rho)\} \qquad \cdots \cdots (3.38)$ 

 $\rho = (\omega_r^* + \omega_s^*) T_d + \tan^{-1}(\omega_r^* + \omega_s^*) T_2$ 

(3.37), (3.38)の両式を用いて, CVCの場合と同様に定常特性が



図3.11 過渡時における電流の空間ベクトル図



図3.12 制御電流源ベクトル制御(CC)のシステム構成

計算できる。

<3.5.3> 過渡特性算式

過渡時には、 $I_{s1}^*$  に対して $T_d$ のむだ時間遅れを持つ指令値を  $I_{s1}^* = I_{s1}^* (t - T_d) = I^* \exp\{j(\theta_{\psi}^* + \delta^*)\} \cdot (3.39)$ とし、これに対する  $I_{s1}$ を

 $I_{s_1} = I \exp\{j(\theta_{\psi} + \delta)\} = (I_0 + jI_{\tau})\exp(j\theta_{\psi}) \cdots (3.40)$ とすると、 $I_{s_1}^* / \xi I_{s_1}$ の間には次の関係が成立する。

(1+TeP) / si = / si\*' ······(3.41)
(3.39) ~ (3.41) 式より次の諸式が得られる。

 $I_0 + T_2 P I_0 - T_2 I_\tau P \theta \psi$ 

 $= I *' \cos \{ (\theta \psi *' - \theta \psi) + \delta *' \} \cdots \cdots (3.42)$  $I_{\tau} + T_{2} P I_{\tau} + T_{2} I_{0} P \theta \psi$ 

= *I* \*'sin{(θ<sub>ψ</sub>\*' - θ<sub>ψ</sub>) + δ \*'} ·······(3.43) この両式を用いて,次式の[*I* \*',θ<sub>ψ</sub>\*',δ\*',τ<sub>L</sub>]を入力とする状 態方程式を構成して過渡特性を計算することができる。

 $P[I_{0}, I_{0t}, I_{\tau}, \theta \psi, \omega_{r}]^{T}$ 

 $\begin{aligned}
Fr'(I_{ot} - I_{o})/L_{o} \\
[I^{*'}\cos\{(\theta\psi^{*'} - \theta\psi) + \delta^{*'}\} - I_{ot}]/T_{2} \\
&+ F_{r'}I_{\tau}^{2}/(L_{o}I_{o}) + \omega_{r}I_{\tau} \\
= [I^{*'}\sin\{(\theta\psi^{*'} - \theta\psi) + \delta^{*'}\} - I_{\tau}]/T_{2} \\
&- F_{r'}I_{ot}I_{\tau}/(L_{o}I_{o}) - \omega_{r}I_{ot} \\
Fr'I_{\tau}/(L_{o}I_{o}) + \omega_{r} \\
P_{o}^{2}L_{o}I_{o}I_{\tau}/(2J) - (D/J)\omega_{r} - P_{o}\tau_{L}/(2J)
\end{aligned}$ 

なお,この場合,電動機電圧は,(3.33)式および(3.34)式より計算 できる。

#### 3.6 解析結果

<3.6.1>供試電動機の諸定数とPWMインバータ駆動誘導電 動機の電圧電流波形のシミュレーション

前述の諸式に基づき、 *F*sと*F*r'が制御回路の設計値と異なる場合の諸特性の変化を検討する。*F*sと*F*r'の温度変化およびこれに伴う抵抗変化は、電動機がF種絶縁で回転子導体はアルミであるとして、図3.13のABCで表す三角形の内部にあると想定した。O点は電動機モデルの定数の設定点を示す。表3.2は供算電動機の定数を示し、この中の*F*sと*F*r'の値は図3.13のO点を示す。

図3.14は、3.1節で述べた PWMインバータで上記の誘導電動機をO点で駆動した場合の線間電圧 Uabと相電流 iaを、(3.36)式に基づいてシミュレーションした計算波形を(a)に、そして、同じ条件で電動機を駆動した場合の実測波形を(b)に示す。両者とも良く一致しており、特性計算が妥当であることが証明されている。

## <3.6.2> 定常特性

前述の特性算式により、図3.13のA, B, C点について計算した *I*o/*I*o\*と*τ*/*τ*\*の特性を図3.15~図3.17 に示す。例えば、図の CC(A)の記号は図3.12の回路で、図3.13のA点における値である ことを示す。

これらの図より、CVは高、低速ともにて/て\*の変動が大きいの でトルク制御の用途には不適当であることがわかる。しかし、高速 では Io/Io\*の変動が小さいので速度制御の用途には適する。低速 では、通常のPWMインバータの指令電圧に対する出力電圧の誤差 が増大することも考慮して検討を必要とする。CCは全般的に Io/ Io\*、 て/て\*ともに変動が大きく、このことを考慮してインバータ および電動機の定格を検討し、トルク制御の精度についても検討を 必要とすることがわかる。





想定した電動機巻線温度と抵抗の変化範囲 図3.13

# 表3.2 供試電動機の諸定数

極数(P。) 定格周波数 定格出力 定格相転数 定格相電圧 定格相電流	4 60 Hz 2 kW 1745 rpm 127 V 6.86 A		0.822 0.612 0.0941 0.0869 0.0072 4.40
慣性モーメン	/ト(J)	0.053 kg	- m <sup>2</sup>
回転制動係数	改 (D)	約 4×10-3	N-m/rad/s

注) 定格トルク 定格すべり周波数 定格電流(空間ベクトル) 定格 - 10.95 N-m f\_n : 1.82Hz (3.03%) I\_n : 8.40 A 定格トルク電流(空間ベクトル) I rn: 7.16 A



(a) 計算波形



2ms/div

(b) 実測波形図3.14 電動機の電圧電流の計算波形と実測波形の比較

(直流電源電圧: 200V, 変調率: 0.85, 基本波周波数: 54.25Hz)



図3.15 図3.13の各点における負荷トルクに対する *I*o/*I*o\*と*I*τ/*I*τ\*の1からの偏差 (回転数: 900rpm)



図3.16 図3.13の各点における負荷トルクに対する *I*o/*I*o\*と*I*τ/*I*τ\*の1からの偏差 (回転数: 18rpm)



図3.17 図3.13の各点における電動機速度に対する *I*o/*I*o\*と*I*τ/*I*τ\*の1からの偏差 (定格トルク負荷) CVCは全般的に $I_{o}/I_{o}^{*}$ ,  $\tau/\tau^{*}$ ともに変動が小さく,低,高速において速度制御,トルク制御の両者に適することがわかる。特に, $r_{s}$ と $r_{r}$ の両者の変化率の等しいB点においては,全く変動を生じない完全補償が達成されている。これは,このとき図3.9の電動機電圧モデルで,定常運転時の抵抗変化による電流変化に対して補償制御がなされないのは, $\omega_{\psi}^{*}$   $\ell$   $I_{\tau}^{*''}$ の演算項のみになることによる。

C C においては、 $\omega_{s}^{*} = \omega_{s} \iota I_{\tau}^{*}$ と比例関係にあるが、C V C において、 $\omega_{s}^{*} = \omega_{s} \iota P I$ 調節器 $G_{Re}$ を介した $I_{\tau}^{*'}$ (定常運転時 は $I_{\tau}^{*''}$ に等しい)と比例関係にある。この点がC C と C V C の本質 的な相異と考えられる。

### <3.6.3> 過渡特性

負荷トルクが定格の200%の大きさでステップ状に変化した場合の応答特性のシミュレーション結果を図3.18~図3.20に示す。計算にあたり、PWMインバータの出力電圧空間ベクトルをPWMの繰り返し周期の各区間内の平均値で表すことにより、搬送波の側帯波として出現する高調波を取除いて見やすい図面を得た。

図3.18において,設計点Oでは、CV、CVC、CCのどのシス テムも過渡時に若干 I ot が変動するが、すばやく定常値に移行して おり、定常偏差が存在しない。これに対し、設計点O以外の図3.19、 3.20において、特にCCでは、励磁電流 I oが図3.15に対応する遅 い変化を示し、大きな定常偏差となり、回転子鎖交磁束の変動が非 常に大きいことがわかる。CVでは、I oの変動は小さいが、前節 で述べたようにトルクの制御誤差が大きくなる。これらの図より、 CVCは、図3.13の各点において、安定で良好な応答を示すことが わかる。

図3.21は、図3.13の A 点において、速度を895rpmから905rpmに変化させた場合の応答波形である。これからも、 I ₀または I ₀ t の変動が小さく、C V C が良好であることがわかる。図3.21とほぼ同じ

条件で実際に電動機を駆動した場合の応答波形を図3.22に示す。実験結果は、図3.21のシミュレーション波形と良く一致している。



(定格の200%負荷)

-86-



図3.19 負荷トルクのステップ応答の計算結果 (図3.13のA点)

(定格の200%負荷)

- 87-



図3.20 負荷トルクのステップ応答の計算結果(図3.13のC点)

(定格の200%負荷)

-88-



図3.21 電動機速度のステップ応答の計算結果(図3.13のA点)

(速度指令ωr: 895~905rpm)

-89-



(a) C V (A 点近傍)

(b) C V C (A 点近傍)

図3.22 電動機速度のステップ応答の実験波形

(速度指令ωr: 895~905rpm)

-90-

3.7 付録

[瞬時値対称座標法による三相誘導電機の基礎方程式の導出]
回転子導体を三相巻線に等価変換した三相誘導電動機について、
基礎方程式の導出を行う。電動機の各定数を次の記号で表す。

rs, rr: 固定子と回転子の巻線抵抗

Ls', Lr': 固定子と回転子の巻線自己インダクタンス

ls, lr: 固定子と回転子の巻線漏れインダクタンス

M': 固定子巻線と回転子巻線の相互インダクタンスの最大値 電動機の固定子の各相電圧を Va, Vb, Vc, 相電流を ia, ib, ic, そして, 回転子のそれらを Vea, Veb, Vec; iea, ieb, iecで表す。 固定子と回転子の主自己インダクタンスを

 $L_{s} = l_{s} + (3/2) L_{s'}$   $L_{r} = l_{r} + (3/2) L_{r'}$ .....(df3.1)

とおき,固定子と回転子の電圧方程式を求めると,(付3.2),(付3.3)式が得られる。

 $[V_{s}] = [Z_{s}][I_{s}] + M'P[D_{sr}][I_{r}] \cdots \cdots \cdots (ff3.2)$  $[V_{r}] = [Z_{r}][I_{r}] + M'P[D_{rs}][I_{s}] = [0] \cdots \cdots (ff3.3)$  $C \subset C',$ 

 $\begin{bmatrix} V_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{a}, v_{b}, v_{c} \end{bmatrix}^{T}$   $\begin{bmatrix} I_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a}, i_{b}, i_{c} \end{bmatrix}^{T}$   $\begin{bmatrix} V_{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ea}, v_{eb}, v_{ec} \end{bmatrix}^{T}$  $\begin{bmatrix} I_{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ea}, i_{eb}, i_{ec} \end{bmatrix}^{T}$ 

「:行列の転置記号

 $\begin{bmatrix} Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + L_s P & 0 & 0 \\ 0 & r_s + L_s P & 0 \\ 0 & 0 & r_s + L_s P \end{bmatrix} \dots \dots (ff 3.5)$ 

$$\begin{bmatrix} Z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_r + L_r P & 0 & 0 \\ 0 & r_r + L_r P & 0 \\ 0 & 0 & r_r + L_r P \end{bmatrix} \dots \dots ( \text{(} \text{(} \text{(} \text{)} 3.6))$$

$$[D_{sr}] = \begin{cases} \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \cos(\theta + 4\pi/3) \\ \cos(\theta + 4\pi/3) & \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta + 4\pi/3) & \cos\theta \end{cases}$$

.....(付3.7)

 $[D_{rs}] = [D_{sr}]^{\intercal}$  ································(付3.8) ここで,絶対変換の瞬時値対称座標法による(付3.9)式で表される 変換行列を用いて,(付3.2),(付3.3)式に変換を施すと(付3.1 $\bullet$ ), (付3.11)式が得られる。但し,  $\dot{\alpha} = \exp(j2\pi/3)$ である。

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = (1/\sqrt{3}) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{\alpha}^{2} & \dot{\alpha} \\ 1 & \dot{\alpha} & \dot{\alpha}^{2} \end{bmatrix} \cdots ( \text{ (ff 3.9)}$$

 $[V_{ss}] = [Z_{ss}][I_{ss}] + [Z_{sr}][I_{rr}] \cdots \cdots \cdots \cdots (f3.10)$  $[0] = [Z_{rr}][I_{rr}] + [Z_{rs}][I_{ss}] \cdots \cdots \cdots \cdots (f3.11)$ この式において、[V\_{ss}]、[I\_{ss}]、[I\_{rr}]は、座標変換された電圧 と電流を表し、次式で与えられる。

また,(付3.10),(付3.11)式のインピーダンス行列は

$[Z_{ss}] = [C]^{-1} [Z_{s}] [C]$	
$[Z_{sr}] = M' P[C]^{-1}[D_{sr}][C]$	(付3-13)
$[Z_{rr}] = [C]^{-1} [Z_{r}] [C]$	(1) 5.157
$[Z_{rs}] = M' P[C]^{-1}[D_{rs}][C]$	

となる。

従って, 電圧方程式は, それぞれ零相分, 正相分, 逆相分の瞬時値 対称成分で表示されることがわかる。

(付3.13)式より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} Z_{sr} \end{bmatrix} = M P \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(j\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-j\theta) \end{bmatrix} \dots \dots ( \ddagger 3.16)$$
$$\begin{bmatrix} Z_{rs} \end{bmatrix} = M P \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-j\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(j\theta) \end{bmatrix} \dots \dots \dots ( \ddagger 3.17)$$

ここで, θは固定子に対する回転子回転電気角を表し, M = (3/2) × M'である。

(付3.16),(付3.17)式には, θが残り,解を得るのは困難である。 誘導電動機は本来θには無関係に表現できるはずである。そこで, 次式を用いて,回転子座標系表現された[/rr]を更に固定子座標系 表現の[/r']に変換する。

ここで,

電気角に換算した回転子角速度をωrで表し, *P*θ = ωrなる関係を 用いて式を整理すると,次式の三相誘導電動機の基礎式が得られる。

₿ s o		1 50		1 ro'	
<b>V</b> 5 1	$= (\gamma_s + L_s P)$	İsi	+ M P	1 r 1'	••(付3.20)
₿ s 2		1 52	A	1 re'	and the part of
			1 A A		

0	100	1 ro'	(m	p	0	0
0	$= r_r$	1 ri'	+ L r	0 F	)-jwr	0
0		1 re'		0	0 P	)+jωr
						-

	1 ro'		0	0 0	1 50
×	l ri'	+ M	0	$p - j \omega_r = 0$	1 5 1
	1 re'	S 1164	0	$0  P + j \omega_r$	1 5 2
				1-1-1-	

••••••(付3.21)

これらの式の零相分,正相分,逆相分について考察する。中性点 非接地の誘導電動機では、1so=1ro'=0となるので、零相分は 常に零となる。また,正相分 Vsi, 1siは固定子相電圧と相電流の 空間ベクトルを表し、1ri'は固定子座標系で表した回転子相電流 の空間ベクトルを表している。逆相分 Vse, 1se, 1re'はそれぞ れ正相分 Vsi, 1si, 1ri'の複素共役となり、逆相分の情報はす べて正相分に含まれることになる。従って,(付3.2●),(付3.21)式の正相分を用いて,誘導電動機の特性計算を行うことができる。

固定子座標系で表した回転子鎖交磁束の空間ベクトル ψ riは,

 $\psi_{r_1} = M I_{s_1} + L_r I_{r_1}' \cdots (d_{3.22})$ で表される。この式は、3.2節の(3.5)式である。

固定子側からみた一相ごとの等価漏れインダクタンス l とし、 l =  $L_s - L_o, L_o = M^2 / L_r, \dot{a}_r = -r_r / L_r + j\omega_r$ とおいて、(付3. 22) 式を(付3.20)と(付3.21)式の正相分の方程式に代入すると、次 式となり、3.2節の三相誘導電動機の基礎方程式(3.3)、(3.4)式 が得られる。

 $\dot{v}_{s_1} = (r_s + l P) l_{s_1} + (M/L_r) P \psi_{r_1} \cdots (d_{3.23})$   $0 = (P - \dot{a}_r) \psi_{r_1} - (M/L_r) r_r l_{s_1} \cdots (d_{3.24})$ 次に, 三相誘導電動機の電力 P m を求める。

 $P_{M} = \dot{V}_{S2} \dot{I}_{S1} + \dot{V}_{S1} \dot{I}_{S2}$ 

 $= \operatorname{conj}(\dot{V}_{s_{1}}) \cdot \dot{I}_{s_{1}} + \dot{V}_{s_{1}} \cdot \operatorname{conj}(\dot{I}_{s_{1}})$ 

 $= 2 r_s / s_1 \cdot \operatorname{conj}(/ s_1) + L_s P / s_1 \cdot \operatorname{conj}(/ s_1)$ 

+  $M P \{ j_{s_1} \cdot \operatorname{conj}(j_{r_1}') + \operatorname{conj}(j_{s_1}) \cdot \operatorname{conj}(j_{r_1}') \}$ 

 $-\operatorname{conj}(\operatorname{\textit{j}}_{r_1}') \cdot \operatorname{\textit{M}} P \operatorname{\textit{j}}_{s_1} - \operatorname{\textit{j}}_{r_1}' \operatorname{\textit{M}} P \cdot \operatorname{conj}(\operatorname{\textit{j}}_{s_1})$ 

••••••(付3.25)

ここで, conj(  $\dot{V}_{s_1}$ )は,  $\dot{V}_{s_1}$ に複素共役を施すことを意味する。この式に(付3.22), (付3.24)式を代入して整理すると次式が得られる。

 $P_{M} = 2 r_{s} I_{s1}^{2} + 2 r_{r} I_{r1}'^{2} + l P I_{s1}^{2} + (1/L_{r}) P \Psi_{r1}^{2}$ 

 $+2 \omega_r \operatorname{Imag}[\psi_{ri} \cdot \operatorname{conj}(I_{ri}')] \ldots (d 3.26)$ 

この式において,第1,2項はそれぞれ一次,二次抵抗損を,第3,第4 項はそれぞれ漏れインダクタンス,励磁インダクタンスによるパワ ーを示す。第5項はωrに比例しているので,機械的パワーを示す。

電動機の機械角速度をω \*とし、極数を Poとすると、ω \*=2ωr/ Poと表すことができるので、トルクτは次のようになる。

 $\tau = P_{o} Imag[\psi_{r_{1}} \cdot conj(1_{r_{1}}')] \cdots (d 3.27)$ この式は、3.2節の(3.14)式である。

第4章 三相二重巻線交流電動機用電圧形六相 P W M インバータの最適パルスパターン

本章では、大容量の電圧形 P W M インバータを構成するために、 2組の三相インバータの出力電流を平衡させる特殊な巻線構成の小 容量の結合リアクトルを用いて、電動機巻線とインバータをともに 三相二重化する方式について述べる。

4.1 主回路構成と原理

図4.1 に本方式の主回路構成を示す。直流電源電圧をEで表す。 第1組の三相インバータの出力相電圧を U a1, U b1, U c1, 電動機相 電圧を U u1, U v1, U w1, そして相電流を i u1, i v1, i w1で表す。第 2組の三相インバータのそれらを U a2, U b2, U c2; U u2, U v2, U w2; i u2, i v2, i w2を用いて表す。 i u1をフーリエ展開した基本波成分 のフェーザ表示を J u1<sup>1</sup>, 第五調波成分のそれを J u1<sup>5</sup>のように表す と, 各相の電圧波形が同一形状になるように PWM 制御を行った場 合には, J u1<sup>5</sup>と J u2<sup>5</sup>の位相差は J u1<sup>1</sup>と J u2<sup>1</sup>の位相差の5倍にな る関係があるので, これらの位相の関係は図4.2 のようになる。

三相変圧器構成の結合リアクトルの一脚,例えば,図4.1の鉄心 Muの巻線は図4.3のように構成されている。これらの巻線を流れる 電流の基本波成分 /  $u_1^i$ ,  $f_{v_2}^i$ および /  $u_2^i$ による起磁力を  $F_{u_1}^i$ ,  $F_{v_2}^i$ および  $F_{u_2}^i$  で表す。そして、図4.4 (a)に示すように、基本 波起磁力  $F_{u_1}^i$ ,  $F_{v_2}^i$  および  $F_{u_2}^i$  の和が零になるように巻数比を  $1:1/\sqrt{3}:1/\sqrt{3}$ に選ぶ。すると、鉄心 Muにおける起磁力は基本波成 分に対して相殺されることになるので、結合リアクトルはリアクト ルとして作用しない。しかし、2組の三相インバータの基本波電流 に不平衡が生じると、結合リアクトルの鉄心には空隙を設けていな いので大きな磁束が発生し、強力な平衡作用を生じる。次に、電流 の第五調波成分 /  $u_1^5$ ,  $f_{v_2}^5$  および /  $u_2^5$  による起磁力を  $F_{u_1}^5$ ,





(a) 基本波成分(b) 第五調波成分図4.2電流ベクトルの相順

-98-



 $\dot{F}_{v_2}^{5}$  $\dot{F}_{u_2}^{5}$  $\dot{F}_{u_1}^{5}$ 

(a) 基本波成分(b) 第五調波成分図4.4 結合リアクトル Mu の起磁力

F v2<sup>5</sup>および F u2<sup>5</sup> で表す。前述の基本波成分の場合と同様に検討 を行うと,第五調波成分に対しては,図4.4 (b)に示すように起磁 力は相殺されないので,結合リアクトルは大きなリアクトルとして 作用し,第五調波成分の電圧を吸収することになる。

以上の考察に基づき検討を行うと、12p±1次以外の奇数次調波成 分はすべて結合リアクトルで吸収され、12p±2、12p±4次の偶数次 調波電圧に対しては、それぞれの一部が結合リアクトルで吸収され ることがわかる。この証明は次節に示す。

4.2 電圧方程式と特性解析

図4.1 の回路において,誘導電動機の回転子回路は図示されてい ないが等価的に三相巻線が施されているものとする。結合リアクト ルを含めた固定子回路および回転子回路の電圧方程式を導き,絶対 変換の瞬時値対称座標法による次の変換行列[*A*<sub>β</sub>]および[*A*<sub>α</sub>]を 用いて,変換を施す<sup>(74)</sup>。

ただし、  $\dot{\beta} = \exp(j \pi/6)$ ,  $\dot{\alpha} = \exp(j 2 \pi/3)$ 

これにより、瞬時値対称分に関する次の電圧方程式が得られる。

 $\dot{V}_{s_1} = \{ \mathcal{V}_s + (\mathcal{I}_s + 3\mathcal{L}_s) P \} \ \dot{I}_{s_1} + 3MP \ \dot{I}_{r_1}' \quad \cdots \cdots \quad (4.3)$  $0 = (3/2) M (P - j \omega_r) \ \dot{I}_{s_1} + [\mathcal{V}_r + \{\mathcal{I}_r$ 

+  $(3/2) L_r \{ (P - j \omega_r) \}$   $(f_{r_1}' \cdots (4.4))$ 

 $\dot{V}_{s5} = (\dot{r}_{s} + \dot{\iota}_{s}P)\dot{I}_{s5} + 2L_{c}P\dot{I}_{s5} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (4.5)$ 

 $\dot{V}_{S7} = \dot{V}_{S5}^{*}, \dot{V}_{S11} = \dot{V}_{S1}^{*}; \dot{I}_{S7} = \dot{I}_{S5}^{*}, \dot{I}_{S11} = \dot{I}_{S1}^{*};$ 

 $\dot{v}_{si}$ ,  $f_{si} = 0$  (i = 0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10) ······(4.6) ここで、\*印は共役複素数を示す。 $\dot{v}_{s1}$ ,  $f_{s1}$ 等は、次式に示すように、 $v_{a1}$ ,  $v_{a2}$ など、および $i_{u1}$ ,  $i_{u2}$ など空間的に $\pi/6$ ずつ位 相のずれた電圧および電流要素を用いて構成したベクトルを変換したものである。

 $[\dot{V}_{s0}, \dot{V}_{s1}, \cdots, \dot{V}_{s11}]^{T}$ 

 $= [A \beta] [U_{a1}, U_{a2}, - U_{c1}, - U_{c2}, U_{b1}, U_{b2}, - U_{a1},$ 

 $= \mathcal{V}_{a_2}, \mathcal{V}_{c_1}, \mathcal{V}_{c_2}, = \mathcal{V}_{b_1}, = \mathcal{V}_{b_2}]^{\mathsf{T}} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (4.7)$   $[ \mathring{I}_{s_0}, \mathring{I}_{s_1}, \cdots, \mathring{I}_{s_{11}}]^{\mathsf{T}}$ 

 $= [A_{\beta}][i_{u_1}, i_{u_2}, -i_{w_1}, -i_{w_2}, i_{v_1}, i_{v_2}, -i_{u_1},$ 

 $-i_{u_2}, i_{w_1}, i_{w_2}, -i_{v_1}, -i_{v_2}]^{\mathsf{T}} \cdots \cdots \cdots (4.8)$ 227,

[] 「:行列の転置記号

ドs, ドr: 固定子および回転子の1相分の抵抗

ls, lr:固定子および回転子の1相分の漏れインダクタンス

Ls, Lr: 固定子および回転子の1相分の自己インダクタンス

- M : 固定子1相と回転子1相の相互インダクタンスの最 大値
- L。:結合リアクトルのiu1, iv1およびiw1が流れる巻線の自己インダクタンス(図4.1および図4.3参照)

ωr: 電気角速度に換算した回転子角速度

P:微分演算子

図4.3 において, iui が流れる巻線と i v2 および i u2 が流れる 巻線間の相互インダクタンスの大きさは, これらの巻線間の結合係 数が1と見なせるので, L<sub>c</sub>/V3となる。また, (4.5)式において, L<sub>c</sub>P>> F<sub>s</sub>, l<sub>s</sub>Pとなるので,次式が成立する。

U u1c = P(Lciu1 + Lciv2/V3 - Lciu2/V3) ·····(4.10)
 本式のiu1等を(4.8)式を用いて 1s1と1s5で表し,(4.9)式を
 代入すると、次式が得られる。

U u1c = (1 / √3) Re[ V s5] ······(4.11)

また、電動機相電圧 U u1 は次式で表される。

 $\mathcal{V}_{u_1} = \mathcal{V}_{a_1} - \mathcal{V}_{u_1c} = (1/\sqrt{3}) \{ \text{Re}(\dot{V}_{s_1} + \dot{V}_{s_5}) - \text{Re}(\dot{V}_{s_5}) \}$ 

 $= (1 / \sqrt{3}) \operatorname{Re}(\dot{V}_{51}) \cdots (4.12)$ 

いま、6相の相電圧波形が同一形状になる定常運転時において、インバータ出力相電圧は、次式のように表すことができる。

ここで,

An:n次調波成分の振幅

ω:基本波の角周波数

ø n:n次調波成分の位相

(4.7)式と(4.11)~(4.13)式より, UuicとUuiは次式のように計算される。

 $\mathcal{V}_{u1c} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_{12m+5} \sin\{(12m+5)(\omega t + \phi_{12m+5})\} + A_{12m+7} \sin\{(12m+7)(\omega t + \phi_{12m+7})\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+2} \sin\{(12m+2)(\omega t + \phi_{12m+2}) + \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+4} \sin\{(12m+4)(\omega t + \phi_{12m+4}) + \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+8} \sin\{(12m+8)(\omega t + \phi_{12m+8}) - \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+10} \sin\{(12m+10)(\omega t + \phi_{12m+10}) - \pi/4\} \right]$  $\mathcal{V}_{u1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_{12m+1} \sin\{(12m+1)(\omega t + \phi_{12m+10}) - \pi/4\} \right] + A_{12m+11} \sin\{(12m+1)(\omega t + \phi_{12m+11})\} + A_{12m+11} \sin\{(12m+1)(\omega t + \phi_{12m+11})\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+2} \sin\{(12m+2)(\omega t + \phi_{12m+2}) - \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+4} \sin\{(12m+4)(\omega t + \phi_{12m+4}) - \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+4} \sin\{(12m+4)(\omega t + \phi_{12m+4}) - \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+4} \sin\{(12m+4)(\omega t + \phi_{12m+4}) - \pi/4\} + (1/\sqrt{2}) A_{12m+8} \sin\{(12m+4)(\omega t + \phi_{12m+4}) - \pi/4\}$ 

+  $(1/\sqrt{2}) A_{12m+10} \sin\{(12m+10)(\omega t + \phi_{12m+10}) + \pi/4\}$ ]

(4.14), (4.15) 式より, 結合リアクトルが12p±1次以外の奇数次調 波成分の全部および偶数次調波成分のそれぞれの一部を吸収するこ とがわかる。

表4.1 は,正弦波-三角波比較方式 PWM で本インバータシステムを駆動した場合の結合リアクトルによる高調波の吸収の状態を示す。この吸収状態は,信号波 1 サイクル中の三角波のサイクル数 N について12に分類される。そして,搬送波周波数の3倍までの調波成分およびその側帯波について主なものを示す。例えば, N = 12n +3(n=0,1,2,...)に選ぶと PWMのスイッチングにより発生する主な高調波次数は,N±2,2N±1,3N±2,3N±4次であり,これらのうち N+2,2N±1,3N-2,3N-4次調波成分が結合リアクトルで吸収されることを意味する。この表より,偶数次調波成分は,結合リアクトルではほとんど吸収されないことがわかる。

4.3 PWMパルスパターンとフーリエ級数展開

前節で示したように、偶数次調波成分はその一部しか吸収されないので、 PWMのパルスパターンには偶数次調波成分が含まれないように、 Nを奇数に選定する。そして、表4.1 において、 N=12n+3、12n+5、12n+7、12n+9とすると、非常に多くの調波成分が結合リアクトルで吸収されるので、これらのパルスパターンを、最適パルスパターンを求める場合の初期値として採用し、ラグランジュの乗数法を用いて解を求める。

ところが,後述するように,基本波成分の振幅の小さい低変調率 では,N = 12n + 5,12n + 7に選ぶと,大きなN 次調波成分を結合リ アクトルが吸収するので結合リアクトル容量が非常に大きくなる。

高変調率では、N = 12n + 5, 12n + 7としても結合リアクトル容量 はさほど大きくならない。また、Nの小さい範囲において、Nの切 替時のNの変化率を大きくしないために実用上N = 5,7が必要とな

					高調波	もの次	数				
N =	№-2	N	₩+2	21-3	21-1	2N+1	2∦+3	3N-4	31-2	3 <i>N</i> +2	3∦+4
12n+1	•	•		•	•		0	•		0	0
12n+2		0	0	•		0	0	0	0	0	0
12n+3	•		0		0	0		0	0		
12n+4	0	0		0	0		•	0	0	0	0
12n+5		0	0	0						0	0
12n+6	•		0					0	0	0	0
12n+7	0	0		٠			0	0	0		
12n+8		0	0	•		0	0	0	0	0	0
12n+9	0		•		0	0			•	0	0
12n+10	0	0		0	0			0	0	0	0
12n+11		•		0				0	0	•	
12n+12	0		0			•		0	0	0	0

表4.1 正弦波 – 三角波比較方式 PWMにおける結合リア クトルによるインバータ出力電圧の高調波吸収

注1. N:信号波1サイクル中の搬送波のサイクル数(n=0,1,2,...)。

注2.3/+4次までの高調波成分のうち、変調率0から1において高調波成分が 基本波成分の10%以上になることがあるものについて示した。

注3. ○印は結合リアクトルで完全に吸収される成分を、①印は一部吸収され る成分を、●印は吸収されない成分を示す。 3.

以上のことを考慮して、 N = 3,5,7,9,15,21,27について最適パル スパターンを求めた。

N>27においては最適パルスパターンの求解が困難であった。しかし、Nを大きくする必要のある低変調率(低電圧、低速)の場合には、同期または非同期式 PWMのどちらの正弦波 – 三角波比較方式によってもインバータ出力電圧の低次調波成分は小さいので、ひずみの少ない出力波形が得られる<sup>(6)</sup>。この場合非同期式を採用しても出力電圧の基本波成分の位相は同期式と同じになるので<sup>(6)</sup>、前述の結合リアクトルによる基本波電流に対する平衡作用は失われない。よって、Nが大きい場合には、この方式を用いることを前提とした。

図4.5 に, PWMのパルスパターンを示す。最適パルスパターン では, 偶数次調波成分が発生しないように半波対称性を持たせ, さ らに余弦項の発生しないように奇対称性を持ったパターンを採用す る。そして,後述するように,電動機のトルクリプルを表わす評価 関数を最小にするスイッチングパターンを求めて最適化を行う。

図4.5 において, PWMパルスパターンは1/4サイクル中の(N-1) /2個のノッチ角α<sub>1</sub>, α<sub>2</sub>, ···, α<sub>(N-1)/2</sub> で定められている。これら のノッチ角のベクトルαを次式で定義する。

 $\vec{\alpha} = [\alpha_{1}, \alpha_{2}, \cdots, \alpha_{(N-1)/2}]^{\mathsf{T}} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (4.16)$ 図4.5 の P W M パルスパターンをフーリエ 級数に展開して, (4.
15) 式の  $\upsilon_{u1}$ の基本波成分の振幅および高調波成分の振幅を求める
と次式となる(この場合,偶数次調波成分は生じない)。

 $A_{k} = \{4E/(\sqrt{3}k\pi)\}\{-1+2\sum_{J=1}^{2}((-1)^{J+1}\cos(k\alpha_{J})\}\}$ 

 $\times \sin(k\pi/3)$  .....(4.17)

ただし、添字k は調波成分の次数を表す。

なお,正弦波-三角波比較方式では,基本波の周波数の正弦波と これよりかなり高周波の三角波との交点により,ノッチ角を求めて いる(Nを奇数としているので,同期式の正弦波-三角波比較方式



図4.5 PWMのパルスパターン

▶ W M では, P W M パルスパターンが半波対称でしかも奇対称となり, 偶数次調波成分は存在しない)。

4.4 最適パルスパターンの解法

前節の検討に基づき以下に示す手順により最適パルスパターンを求める。

変調率μを,正弦波-三角波比較方式のPWMにおいて,三角波 キャリアの振幅に対する正弦波変調波の振幅の比で定義する。

最適パルスパターンにおいて,基本波振幅を所望の値 μ(E/2) とするため、拘束条件として次式を用いる。

 $F(\vec{\alpha}) = A_1/(E/2) - \mu$  ··························(4.18) 評価関数としては、低次調波成分の荷重を重視し<sup>(92)</sup>トルクリプル の大きさを近似的に表す<sup>(93)</sup>次式を用いた。

 $L(\vec{\alpha}) = (1/A_1) \left[ \sum_{i=1}^{n} \left\{ (A_{12p-1}/\overline{12p-1})^2 \right\} \right]$ 

+ (A<sub>12p+1</sub>/12p+1)<sup>2</sup>}]<sup>1/2</sup> ······(4.19) 次に、ハミルトン関数として次式を定義する。

 $H(\vec{\alpha}, \lambda) = L(\vec{\alpha}) + \lambda F(\vec{\alpha}) \cdots (4.20)$ 

λ: ラグランジュの乗数

このH(ā, λ)の値を極小とする解を求めて最適解とした(75)。

電動機相電圧をなめらかに制御するためには,変調率μ に対し て ā が なめらかに変化する必要がある。しかし,(4.18),(4.19) 式は非常に非線形性が強いので,考慮する高調波の次数を大きく選 ぶと,この条件を満たす解が求まりにくくなる。試行錯誤により, 考慮する高調波の次数ができるだけ大きく,ā がなめらかに変化 する解を求めた。計算に用いた最大の高調波次数とこれに対応する (4.19)式の qの値を表4.2に示す。

4.5 解析結果

基本波1サイクル中の搬送波の サイクル数(N)	考慮した高調波の次数の範囲 (12g+1)
3	25 (q=2)
5	37 (q=3)
7	37 ( <i>q</i> = 3)
9	49 ( <i>q</i> = 4)
15	73 (q=6)
21	85 ( <i>q</i> = 7)
27	$109 \ (q=9)$

表4.2 評価値の計算に用いた高調波の次数の範囲

## <4.5.1> 最適解と評価値

図4.6 は、正弦波-三角波比較方式と最適パルスパターンの変調 率μに対する PWMのノッチ角αを示す。図中のハーフトーン部は、 最適パルスパターンにおいて、インバータ出力端子の電位が-E/2 になる部分を示す。 N = 3の場合には、ノッチ角は(4.18)式の拘束 条件のみで規定され、両者に相異がない。

図4.7は、表4.2に示す*q* について、(4.19)式の評価関数による評価値を計算したものである。高変調率において特に、最適パルスパ ターンは正弦波 – 三角波比較方式と比べて評価値が小さく波形が著 しく改善されていることがわかる。参考のために、通常の三相結線 の正弦波 – 三角波比較方式の評価値も示す。この場合には、(4.19) 式の評価関数に12*p*±1次以外の奇数次調波成分も含まれることにな る。また、通常の三相結線においては、*N*=5.7 は実用的でなく評価値も非常に大きくなるので、これを図示していない。

最適パルスパターンの場合には、N=5,7,9,15について、変調率 μ>1においても小さな評価値が得られた。これにより、出力電圧 のひずみ率を増加させることなく直流電源電圧の利用率を増大させ ることができる。

<4.5.2> 高調波成分

図4.8 と図4.9 に、例として、N=5 とN=15の場合の変調率ル に対するインバータ出力相電圧(Vai, Vaz,…),電動機相電圧 (Vui, Vuz,…)のを次調波成分の振幅Aをを、正弦波-三角波比 較方式と最適パルスパターンの両者を比較して示す。図は、基本波 成分の10%以上になることがある3N+4次以下の調波成分の振幅を示 す。両図の(b),(d)を比較して、最適パルスパターンの場合には、 電動機相電圧の調波成分が著しく少ないことがわかる。

<4.5.3> 結合リアクトル容量 前述したように、 PWMのパルスパターンには、半波対称性およ







図4.6 変調率とノッチ角の関係

破線:正弦波-三角波比較方式 実線:最適パルスパターン

-111-



図4.7 変調率に対する評価値



一点鎖線:正弦波-三角波比較方式(三相結線)
 破線:正弦波-三角波比較方式(三相二重結線)
 実線:最適パルスパターン(三相二重結線)









び奇対称性を持たせているので、(4.14)式の結合リアクトルの i ui の流れる巻線の電圧 U ui c は、300次以上の高次調波電圧を無視する と、次式で表される。

 $v_{u1c} = \sum_{n=0}^{24} \{ A_{12m+5} \sin (12m+5) \omega t \}$ 

+ A<sub>12m+7</sub> sin (12m+7)ω t } ······(4.21) υ<sub>u1c</sub>の加わる巻線の鎖交磁束の振幅Ψ<sub>c</sub>は次式で表される。

 $\Psi_{c} = \left| \int \mathcal{U}_{u \, c} \, dt \right|_{m \, a \, x} = (1/\omega) \left| \sum_{m=0}^{24} \left[ \left\{ A_{12m+5} / (12m+5) \right\} \right] \right|_{m \, a \, x}$ 

 $\times \cos (12m+5) \omega t + \{A_{12m+7}/(12m+7)\}$ 

× cos (12m + 7) ω t] | max ···········(4.22) 電動機相電圧の実効値をV<sub>1</sub> とする。いま、V<sub>1</sub> が加わるある巻 線を考えると、この巻線の鎖交磁束の振幅Ψ<sub>1</sub> は、巻線抵抗を無視 すると次式で表わされる。

 $\Psi_{1} = |\int \sqrt{2}V_{1} \sin \omega t dt |_{\max} = \sqrt{2}V_{1}/\omega \cdots (4.23)$ 電動機および結合リアクトルの電圧容量を鎖交磁束を用いて表わ すと、六相巻線の電動機の電圧容量  $P_{mv}$  は

 $P_{mv} = 6\sqrt{2}V_{1}/\omega$  ······(4.24) となる。一方,結合リアクトルは、図4.3に示す巻線が3組あるので、 通常の変圧器に換算した電圧容量  $P_{cv}$ は次式で表される。

 $P_{cv} = \{3(1+2/\sqrt{3})/2\} \Psi_{c} \cdots (4.25)$ 

図4.10に,変圧器容量に換算した結合リアクトル容量の電動機容量に対する比率(100 P cv / P mv)を示す(電流は両者等しい)。図4.7 と図4.10より,結合リアクトル容量を電動機容量の12%程度に制限 しても,評価値の小さい良好な出力電圧波形で広範囲の運転に対応 できることがわかる。

4.6 実験装置のシステム構成

図4.11に、本研究で用いた六相PWMインバータの駆動のための 制御回路のブロックダイヤグラムを示す。六相インバータには、6 個のアームがあり、12個の主回路素子のオンオフ状態は6bitの情報



-116-



図4.11 制御回路のブロックダイヤグラム

量で決定できる。図4.6 のノッチ角αに対応する各アームのオンオ フ状態を2進数の"1"と"0"に対応させ、あらかじめ512K×6bitのEP-ROMに書き込んでおく。そして、基本波周波数に比例した高周波の クロックをアップダウンカウンタによってカウントし、この出力を 電圧の位相 θ としてEP-ROMのアドレスに与える。また、変調率μと パルス数 N は、θ よりも更に上位のアドレスに与える。この方式で は、指令値 θ、μ、N が印加されてから P W M パターンが出力される までの遅れ時間は、ほぼROMのアクセスタイム(今回使用したROMは 200ns)のみとなり、非常に速い制御が可能である。この方式は一般 にルックアップテーブル方式と呼ばれている。

4.7 実験結果

実験は、2kW、220V、4極、60Hz の三相誘導電動機およびこれの 巻線を2分割して三相二重巻線構成としたもので行った。そして、 電流リプルの最も大きくなる無負荷単独運転で、基本波周波数 f を f/μ=60に選び、直流電源電圧 E を三相結線の場合には 200Vに、 三相二重結線の場合には100Vとした。図4.12は代表的な数点につい て、電圧、電流波形のオシログラムを示す。 図において、Vu1、 Iu1はそれぞれ Vu1、iu1の実効値を示す。

図4.12の(a)~(c)は、三相結線で、Nを三相二重結線の場合の 2倍にして、インバータ全体のスイッチングの頻度を両者等しくし た場合の実験結果である(N=10は三相結線では実用的でないので N=9の場合を示した)。 この場合、結合リアクトルは存在しない ので、インバータ出力相電圧と電動機相電圧が等しくなる(V<sub>u1</sub> = V<sub>a1</sub>)。

図4.12の(d)~(i)は,三相二重結線における正弦波-三角波比較方式と最適パルスパターンの電圧,電流波形を比較して示す。

図4.7 で示した(4.19)式に基づく評価値より予想されるように, 最適パルスパターンでは,相電流(iui)の波形が著しく改善されて



いることがわかる。図4.12 の(j)は、 $N = 5 \ \pi \ \mu = 1.2 \ \sigma$ 場合の電 圧、電流波形である。最適パルスパターンを適用することにより、  $\mu > 1$ においても良好な  $i_{\mu 1}$ の波形が得られる(図4.7参照)。

図4.13は、図4.12と同様の3方式について、主回路の各素子のス イッチングの頻度を等しくして実験した場合の波形である。図(a) の三相結線では、インバータの上、下アーム短絡防止のためのデッ ドタイム(本実験では26μsに設定)によって生じる低次調波成分に よって、特に相電圧の零近傍で、電流波形が大きくひずんでいる。 これに対し、図(b),(c)の三相二重結線の場合には、前述のように、 第五および第七次調波成分が結合リアクトルによって吸収されるの で、ひずみの少ない電流波形が得られている。



(a) 正弦波一三角波比較方式(三相結線), 𝙂<sub>μ1</sub> = 𝙂<sub>μ1</sub>
 𝒱<sub>μ1</sub> = 43 𝒱, 𝒴<sub>μ1</sub> = 1.8 A (𝑋 = 27, μ = 0.4, 𝒴 = 24Hz)



(b) 正弦波一三角波比較方式(三相二重結線)
 V<sub>u1</sub> = 16 V, I<sub>u1</sub> = 1.5 A (N = 27, μ = 0.4, f = 24Hz)



(c) 最適パルスパターン(三相二重結線)
 V<sub>u1</sub> = 16 V, I<sub>u1</sub> = 1.5 A (N = 27, μ = 0.4, f = 24Hz)
 図4.13 各変調方式における電圧電流波形の比較
 上: U<sub>u1</sub>, 中: U<sub>a1</sub>, 下: i<sub>u1</sub>