

改良型適応形サンプル値フィルタについて(その2)

小段, 謙一

<https://doi.org/10.15017/225>

出版情報 : 九州大学医療技術短期大学部紀要. 20, pp.19-22, 1993-03. Kyushu University School of Health Sciences Fukuoka, Japan

バージョン :

権利関係 :

改良型適応形サンプル値フィルタについて (その2)

小 段 謙 一

On Improved Adaptive Sampled-Data Filters (II)

Kenichi KODAN

Abstract

The stability of the sampling intervals of the sampling signal is one of the most important items of the Sampled-Data Filters.

In this paper, the optimum value of several parameters of the filters is discussed from this viewpoint.

まえがき

改良型適応形サンプル値フィルタで構成した共振器では、入力信号から基本波を抽出する場合、共振器を構成するパラメータや共振特性を変えることなく、短い応答時間で入力周波数の変動に追従することが可能である。^{1)~3)}

前稿では、この共振器の主要なパラメータのいくつかについて、主に応答時間と共振特性の観点から検討を加え最適範囲を求めた。^{4), 5)}

本稿では、この最適範囲の妥当性について、別の観点から検討を行なう。

1. 改良型適応形サンプル値フィルタのパラメータ

1.1 回路の構成とパラメータ

改良型適応形サンプル値フィルタ (以下、改良型フィルタと言う) の構成を図1に示す。

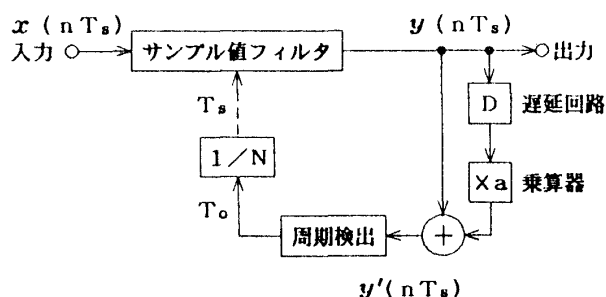


図1. 改良型適応形サンプル値フィルタ

中心となるサンプル値フィルタの部分の入出力の関係は次式の通りである。

$$y(nT_s) = x(nT_s) - b_1 y\{(n-1)T_s\} - b_2 y\{(n-2)T_s\} \quad (1)$$

入出力信号はサンプリング信号により、サンプリング間隔 T_s 毎の時間的に離散的な値をとる。サンプリング間隔が時間とともに変化する系では、次式の表現法を用いる。

$$y_n = x_n - b_1 y_{n-1} - b_2 y_{n-2} \quad (1)'$$

(1)式より、サンプル値フィルタの伝達関数を求め、伝達関数の極を $re^{j\phi}$ ($0 < r < 1$, $0 < \phi \leq \pi$) とすると、次式を満足するとき、サンプル値フィルタは二次系共振器として動作する。

$$b_1 = -2r \cos \phi, \quad b_2 = r^2 \quad (2)$$

この時、共振器の共振特性 (振幅特性と位相特性) 及び、共振器の Q は r と ϕ の関数で表わすことができる。⁵⁾

この共振器は、その入力周期とサンプリング間隔との比が一定値に保たれる限り、常に入力信号の基本波を抽出することができる。¹⁾

一定値を N とすると、 N は入力信号一周期分のサンプリング点数に相当し、 N と ϕ の間には次式の関係がある。

$$N = 2\pi / \phi \quad (3)$$

そこで、歪の軽減された出力から何らかの方

法で入力周期の変動を検出し (T_0)、一定値 (N) で除してサンプリング間隔 (T_s) とする。 T_0 が入力周期に一致していなければ、過渡応答に時間を要することになる。

改良型フィルタでは、出力信号に、同じ信号を変動前の周期の $\frac{1}{2}$ の時間だけ遅延させたものを加えて、変動前の周期の成分を減衰させ、変動後の周期を早期に検出する方法をとっている。²⁾

ある時点における周期検出対象信号 y'_n は、次の様に表わされる。

$$y'_n = y_n + ay_{n-N/2} \quad (4)$$

但し、 a は定常状態の時にも周期検出可能にするための係数である。 ($0 < a < 1$)

従って、改良型フィルタで構成した共振器では、 $r, \phi(N), a$ が重要なパラメータとなる。

1.2 応答時間とパラメータ

簡単のため、入力周期が $T_i \rightarrow T_i/M$ にステップ変化した場合を考える。但し、ここでは $1 \leq M \leq 4$ としている。

この時、 T_i で正規化した応答時間 τ/T_i は次式で表わされる。³⁾

$$\tau/T_i = \frac{1}{2} - \frac{1}{N} \log \left\{ 10 \left\{ 1 - \frac{3.3H(M)}{H(1)} \right\} \right\} / (M \log r) \quad (5)$$

但し、 $H(m)$ は、共振器の振幅特性であり、次の様に r と ϕ で表わせる。

$$H(m) = 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \{(m-1)\phi\}} \cdot 1 / \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos \{(m+1)\phi\}} \quad (6)$$

ここで、 m は共振器の中心周波数で正規化した周波数である。

1.3 パラメータの最適値

以上に述べてきた様に、改良型フィルタ (共振器) の重要なパラメータは $r, \phi(N), a$ である。特に、 r, a については、応答時間と共振特性の観点から検討を加えた結果 $r = 0.89 \sim 0.92, a = 0.76$ という最適値が得られている。^{4), 5)}

又、応答時間や共振特性の他に、サンプリング間隔の安定度も重要な条件となるであろう。次

章では、これについて考察を行なう。

2. サンプリング間隔の安定度に関する考察

図2に、入力周期が $T_i \rightarrow T_i/M$ にステップ変化した場合のサンプリング間隔の変化の様子を示す。これは、図1と(1)'式に基いて計算機シミュレーションを行なった結果であり、 $M = 2, N = 8, a = 0.78$ の場合である。

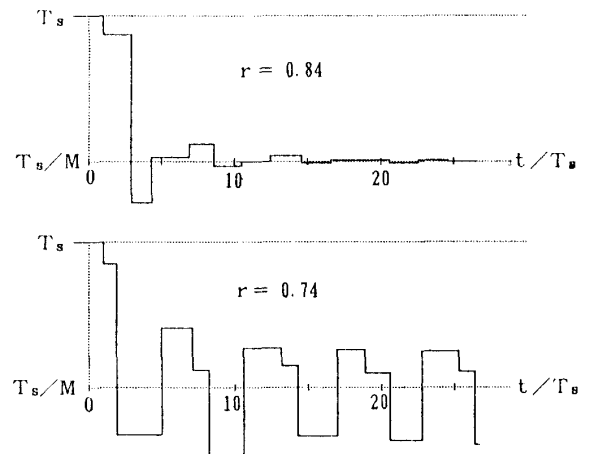


図2. サンプリング間隔の時間変化

図より、パラメータの取り方によりサンプリング間隔の安定度に大きな差が生じることがわかる。

そこで、この章では、先に得られた r, a の最適値が、サンプリング間隔の安定度に対しても最適であるのかどうかを検討することにする。但し、 a の最適値については幅を持たせ、 $a = 0.74 \sim 0.82$ の範囲について検討を行なうことにした。これは、文献4において、最適値 $a = 0.76$ を与える評価値の $\frac{1}{2}$ 以上となる a の範囲である。以下、 $r = 0.89 \sim 0.92$ 及び $a = 0.74 \sim 0.82$ を r, a の最適範囲と呼ぶことにする。

2.1 サンプリング間隔最大誤差率

入力周期が $T_i \rightarrow T_i/M$ にステップ変化した時、サンプリング間隔は $T_s \rightarrow T_s/M$ に変化する。(図2)

この時、検出されたサンプリング間隔が、変動後の定常状態における値 T_s/M から、どれ位離れているかを示す指標として、次式で表わされる ξ_m を考え、最大誤差率と呼ぶことにする。

$$\xi_m = \frac{\text{Max}_n (|T_{sn} - T_s/M|)}{T_s/M} \times 100 (\%) \quad (7)$$

但し、 T_{sn} はある時点における検出サンプリング間隔であり、 Max はある時間内における最大値を意味するものとする。

図3に、 r と ξ_m の関係を計算機シミュレーションにより求めた結果を、 a をパラメータとして示した。

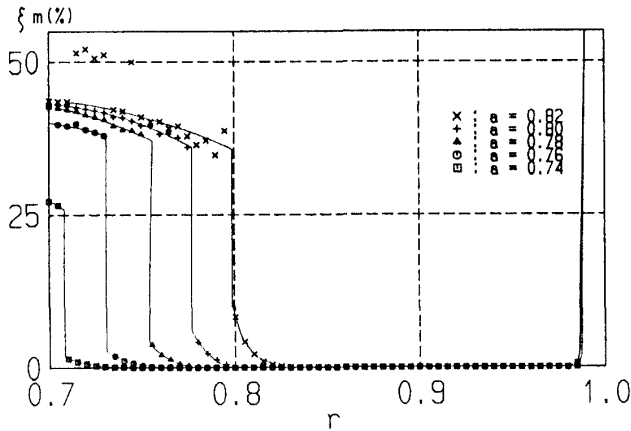


図3. r - ξ_m 特性

但し、 $M = 2$ 、 $N = 8$ の場合であり、最大値を取る時間は、入力周期変動後、 $100T_s \sim 120T_s$ の間とした。これは、(5)式より、応答時間が r の最適範囲内で $2T_r = 16T_s$ 以下であるので、これより充分長い時間経過した $100T_s$ 以降は定常状態であると見なせるからである。

図3から、以下のことがわかる。すなわち、 r が小さい時は ξ_m はかなり大きい値を取るが、 r を大きくするに伴って、ある r の値で ξ_m が急減し、 r のある範囲ではほとんどゼロとなる。 r が1に近づくと又、 ξ_m は急増する。

r の値を増加した場合、ある r の値で ξ_m が急減する現象は、次の様に説明できる。

図4は、 $M = 2$ 、 $N = 8$ の場合の入力周期変動後の周期検出対象信号 y' の変化の様子である。

入力周期変動時点を第0サンプリング時点であるとすると、第2サンプリング時点における y' の値、すなわち、 y'_2 の値が r の値の増加に伴って正の値から負の値に移行することが図4からわかる。

ここで用いた計算機シミュレーションにおいては、サンプリング間隔は y' の波形のゼロクロス点の間隔から得られ、得られたサンプリング間隔はゼロクロスの次のサンプリング時点以降に用いられる。

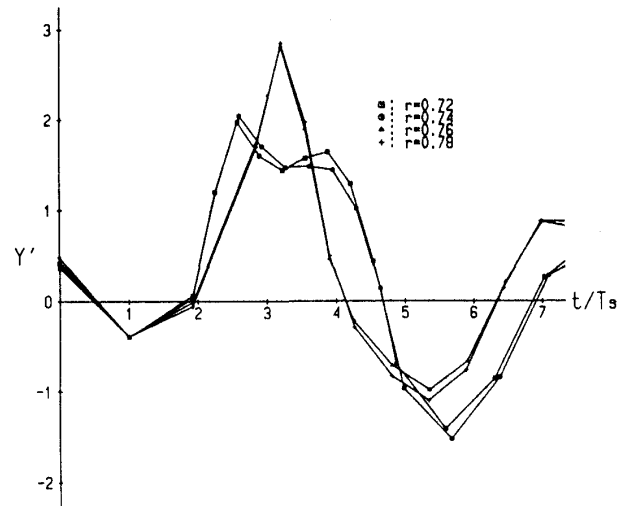


図4. y' の時間変化

従って、 $y'_2 < 0$ の場合と $y'_2 > 0$ の場合とでは、検出されたサンプリング間隔が適用される時間に差が生じる。これがサンプリング間隔の安定度に大きな差を生じる原因となる。

又、図3より、 r が一定の場合、 a の値が減少すると ξ_m が減少することがわかるが、これは、次の様に説明することができる。

やはり y'_2 に着目すると、 $N = 8$ の場合、(4)式より、 $y'_2 = y_2 + ay_2$ となる。 r が一定の場合、 y_2 、 y_2 は共に一定値であり、 $y_2 < 0$ 、 $y_2 > 0$ である。従って、 a ($0 < a < 1$)が減少すると、 y'_2 が正の値から負の値へ移行し、図4の r 増加の場合と同様の現象が起こり、 ξ_m が減少することになる。

2.2 サンプリング間隔の安定度とパラメータの関係

前節の最後に述べた様に、 a が減少すると ξ_m がほとんどゼロになる r の範囲（安定範囲）が広がり、 r の選択幅が増加する。

そこで、 r の安定範囲と r 、 a の最適範囲との関係を調べるため、 r の安定範囲の上下限を $\xi_m < 0.1$ (%)となる r の上下限と考え、夫々 r_U 、 r_L とし、入力周波数変動率 M との関係を a の最適範囲をパラメータとして計算機シミュレーションにより求めた。

図5に結果を示す。

ここでは簡単のため、得られたデータを折れ線で結んである。又、 r_U の値は a の最適範囲内で

は差が小さいので、この範囲内の最大値と最小値のみ示した。

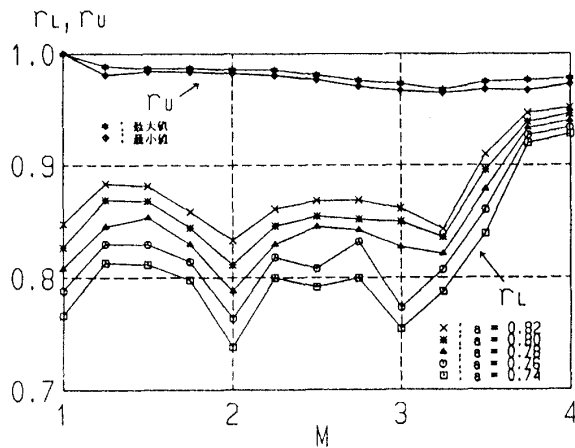


図5. $M-r_L, r_U$ 特性

図5より、 r, a の最適範囲が、安定なサンプリング間隔を与えるか否かは、入力周波数変動率 M の値により以下の如く異なることがわかる。

(i) $M \leq 3.4$ の場合

a の最適範囲の全てにわたり、 $r_L < 0.89, r_U > 0.92$ となっているので、サンプリング間隔は r, a の最適範囲内で常に誤差0.1%以下にすることができる。

(ii) $3.4 \leq M \leq 3.75$ の場合

この場合は、サンプリング間隔の誤差を0.1%以下にするためには r, a の値を最適範囲内で調整する必要がある。

(iii) $M \geq 3.75$ の場合

この場合には r, a の最適範囲内の値では、サンプリング間隔を誤差0.1%以下にすることはできない。

3. 結 果

図5より、入力周波数変動率 M が3.4以下では、 r, a が先に求めてあった最適範囲内であれば、無条件にサンプリング間隔を安定(誤差0.1%以下)にできることがわかった。

従って、 M があまり大きくない使用例においては、 r, a の最適範囲内の値を用いることにより、短い応答時間、良い共振特性、安定なサンプリング間隔が保証されることになる。

あとがき

もう一つの重要なパラメータである $\phi(N)$ については、計算機で改良型フィルタを実現する際の諸問題とともに検討する予定である。

参考文献

- 1) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタについて、医短大紀要、14、15-21、1987
- 2) 小段謙一：適応形サンプル値フィルタの応答時間の改善、医短大紀要、15、7-10、1988
- 3) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間、医短大紀要、16、19-21、1989
- 4) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタの応答時間(その2)、医短大紀要、17、9-12、1990
- 5) 小段謙一：改良型適応形サンプル値フィルタについて、医短大紀要、18、11-15、1991