

柔軟宇宙構造物の弾性振動制御系におけるスピル オーバ不安定現象とその対策

外本, 伸治

<https://doi.org/10.11501/3086571>

出版情報：九州大学, 1991, 博士（工学）, 論文博士
バージョン：
権利関係：

第 4 章

弾性振動制御系の制御効果の検証

4-1 はじめに

第3章では、トランケートモードの安定化/不安定化を判定する式 $PC(r)$ を導出し、アクチュエータ1個とセンサ1個を non-colocate する場合には、不安定化するモードが必ず存在することを証明した。

本章では、第3章の定理を裏付けるために、柔軟な片持はりの実験装置を用いて、状態フィードバック制御系が各モードの減衰比に与える影響を定量的に調べる。まず、実験装置の概要を述べ、次に、状態フィードバック制御系を設計する。その後、同じ制御系を実際に構成するために、計算上の無次元パラメータと実験装置の有次元パラメータの関係を導出し、実験で使用する制御回路のパラメータを決定する。さらに、実験を行うために用いた電子回路について説明する。

実験はまず、使用する柔軟はりの振動特性を調べる。次に、各モードの規準座標の抽出法と減衰比の同定法について検討する。その後、アクチュエータとセンサが共に1個の場合の制御効果を調べ、第3章の定理の結果を確認する。また、あわせて安定判別式 $PC(r)$ の有効性も確認する。次に、複数個のセンサを用いてモーダルフィルタを構成する制御系の制御効果を調べ、不安定化モードの存在について検討する。

なお、本章の実験結果の一部は機械力学講演会 [37] において発表した。

4-2 実験装置

実験装置の全体図を図4-1に示す(木村ら [38])。この装置では、中心剛体を磁気軸受けにより浮上させれば、柔軟はりは鉛直軸まわりに自由に回転できる。さらに、中心剛体(質量: m)に加わる力(F)を測定し、中心剛体はその力

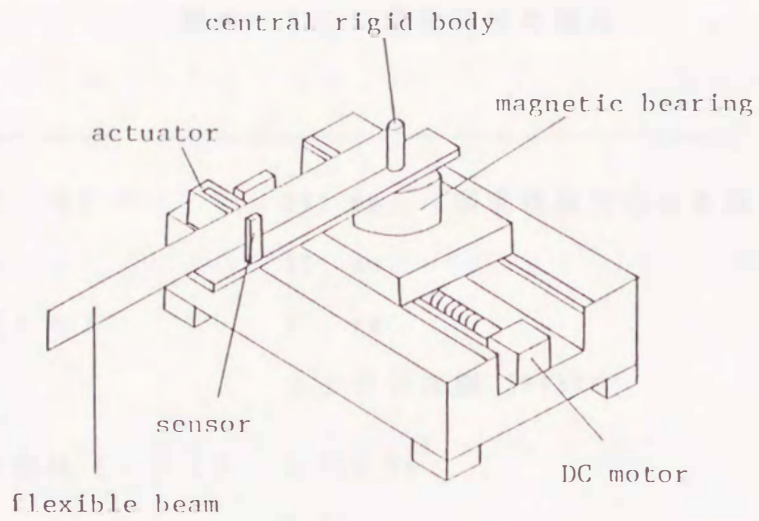


図 4 - 1 実験装置の全体図

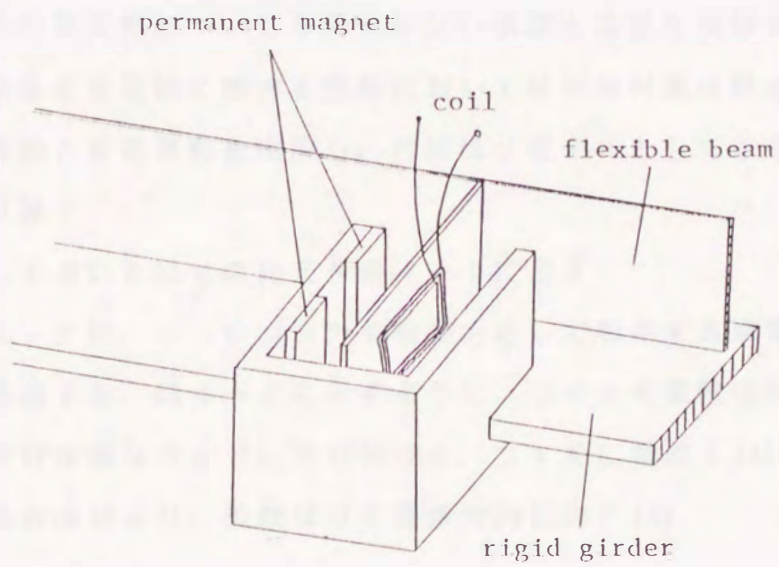


図 4 - 2 アクチュエータの構造

表 4 - 1 柔軟はりの諸元

長さ (: l)	989 mm (固定端取付部分を除く)
幅	60 mm
厚さ (: h)	1 mm
材質	ステンレス鋼 SUS304
横曲げ剛性 (: $E I$)	0.985 Nm ²
比重	7.93

に比例する加速度 (: F/m) を生じるように DC モーターを駆動することにより、一方向の並進運動についても拘束がない状態と等価な状態を模擬できる。ただし、制御効果を定量的に調べる実験においては制御対象は簡単な方が望ましいので、回転運動と並進運動を拘束し、片持はりモデルとして水平面内の弾性横振動のみを取り扱う。

柔軟体として用いたはりの諸元を表 4 - 1 に示す。

アクチュエータは、ローレンツ力を制御力として利用する導電型の電磁アクチュエータを使用する。図 4 - 2 に示すように、コイルを柔軟はりに、永久磁石を柔軟はりと平行な剛体ガイドに取り付ける。コイルに電流 i (A) が流れる時、フレミングの左手の法則より、柔軟はりと直角方向に力 F (N) :

$$F = - B L i \quad (4-1)$$

が発生する。ここに、 B は磁束密度 (Wb/m^2)、 L は磁界を横切るコイルの長さ (m) である。剛体ガイドに取り付けた永久磁石は、柔軟はりの弾性振動の影響を受けないので、この実験では空間に固定されているとみなせる。よって、コイルに流

す電流を変えることによりローレンツ力（：制御力）を制御できる。

センサは、柔軟はりの振動特性に影響を及ぼさないように、非接触の渦電流式変位計を使用する。変位計の測定範囲は5mmであり、その分解能は0.005mmである。4-4節に示すように、速度の情報は変位計の信号を微分回路に通して求める。

また、実験の初期条件は、代表的な励振原因である物体の衝突や制御用スラスタの力を模擬したインパルス加振を考え、実験では小物体を衝突させる。

4-3 制御系の設計と無次元-有次元パラメータの換算

ここではまず、状態フィードバック制御系を設計し、次にその制御系を実際に構成するためのパラメータの決定法を示す。

制御系は、低次元化モデルに基づく定常最適レギュレータ法により設計する。低次元化モデルのモード次数をMとするとき、次の二次形式の評価関数を最小にするように操作量を決定する。ただし、アクチュエータは第3章と同様に、点 z_1, \dots, z_p に配置したp個のポイントアクチュエータを考える。（実験装置においてアクチュエータは1個なので、後に $p=1$ とするが、ここではp個としておく。）

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_M^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_M + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (4-2)$$

$$\mathbf{x}_M(t) = [\xi_1(t) \ \dots \ \xi_M(t) \ \dot{\xi}_1(t) \ \dots \ \dot{\xi}_M(t)]^T$$

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \ \dots \ u_p(t)]^T$$

ここに、重み関数 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} を

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_i) \quad i=1, \dots, M$$

\mathbf{I} : M×Mの単位行列

$$\mathbf{R} = \text{diag}(r_a) \quad a=1, \dots, p$$

とすれば、(4-2)式の積分内の第一項は低次元化モデルの力学的全エネルギーを表し、第二項は制御エネルギーに相当する。

低次元化モデルの状態運動方程式を満たし、評価関数(4-2)式を最小にする操作

量 $u(t)$ は、次の行列 Riccati 方程式の解 P を用いて表現できる。

$$P A_M + A_M^T P - P B_M R^{-1} B_M^T P + Q = 0 \quad (4-3)$$

ここに、添字 M は M 次までのモードで構成される低次元化モデルに対するパラメータであることを表す (A , B については第 3 章を参照)。この時、操作量 $u(t)$ は低次元化モデルの推定状態量 $\hat{x}_M(t)$ を用いて

$$u(t) = -R^{-1} B_M^T P \hat{x}_M \quad (4-4)$$

と表現されるので、

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{21}^T \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

と表すとき、(3-3) 式の行列 D , V は

$$[D \quad V] = R^{-1} b_M^T [P_{21} \quad P_{22}] \quad (4-6)$$

となる。

次に、理論計算における制御系のパラメータと実験装置の制御系のパラメータとの関係を述べる。理論計算は無次元パラメータに基づき実行されるのに対し、実験では有次元のパラメータが使用される。したがって、理論計算における制御系と同じ制御系を実験装置で構成するには、無次元パラメータと有次元パラメータを換算することが必要となる。以下に両パラメータ間の関係式を導出する。

有次元の一様な片持はりの運動方程式は、次式のように表現される。

$$E I \frac{\partial^4 w^*}{\partial z^{*4}} + m \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} = f^* \quad (4-7)$$

ここに、 $*$ は有次元パラメータであることを表す。振動変位 w^* と空間座標 z^* を柔軟はりの厚さ h と長さ l を用いて、次のように無次元化する。

$$w = \frac{w^*}{h}, \quad z = \frac{z^*}{l} \quad (4-8)$$

この時、

$$dz^* = \varrho dz \quad (4-9)$$

に注意すれば、(4-7)式は

$$\frac{E I h}{\varrho^4} \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + m h \frac{\partial^2 w}{\partial t^{*2}} = f^* \quad (4-10)$$

となる。したがって、

$$t = t^* \sqrt{\frac{E I}{m \varrho^4}}, \quad f = f^* \frac{\varrho^4}{E I h} \quad (4-11)$$

とすれば、有次元の運動方程式(4-7)は次のように無次元化できる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f \quad (4-12)$$

これは第2章で示した運動方程式(2-1)において、線形自己随伴作用素を $L = \partial^4 / \partial z^4$ 、分布質量を $m(z) = 1$ とおいた場合に相当する。

一方、点 z_1, \dots, z_p に配置された p 個のポイントアクチュエータにより柔軟はりに加えらるる制御力 $f(z, t)$ は

$$f(z, t) = \sum_{a=1}^p \delta(z - z_a) u_a(t) \quad (4-13)$$

となる。ここに、 $\delta(z - z_a)$ は Dirac のデルタ関数である。(3-3)式と(3-5)式より

$$\begin{aligned} u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix} &= - [D \quad V] \begin{bmatrix} \Phi_M^{-1} & 0 \\ 0 & \Phi_M^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} \\ &= - [D \quad V] \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-14)$$

である。ここに、 Φ_M は (i, j) 要素が $\phi_j(y_i)$ である $M \times M$ の正方行列であり、

$$w = [w(y_1, t) \quad \dots \quad w(y_M, t)]^T$$

$$\dot{w} = [\dot{w}(y_1, t) \quad \dots \quad \dot{w}(y_M, t)]^T$$

$$\dot{D} = D \Phi_M^{-1}, \quad \dot{V} = V \Phi_M^{-1}$$

である。(4-11)の第2式と(4-13)式より、無次元操作量と有次元操作量の関係は次のようになる。

$$u(t) = u^*(t) \frac{l^4}{EIh} \quad (4-15)$$

一方、(4-11)の第1式と(4-8)の第1式より、変位と速度に関する無次元パラメータと有次元パラメータは次の関係をもつ。

$$\begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -w^* \\ h \\ 1 \\ -\sqrt{\frac{m l^4}{EI}} \dot{w}^* \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

したがって、(4-15)式に(4-14)式と(4-16)式を代入すれば、無次元フィードバックゲインと有次元フィードバックゲインの関係式が得られる。

$$[D \quad V] = \left[\frac{l^4}{EI} D^* \quad \sqrt{\frac{l^4}{mEI}} V^* \right] \quad (4-17)$$

以上の関係式を用いれば、理論計算におけるパラメータと実験上のパラメータを比較できる。例えば、(4-12)式より片持はりの境界条件に対して得られる固有値問題を解き、無次元固有振動数を求めれば、

$$\omega_r = \beta_r^2 \quad (4-18)$$

となる[23]。ここに、 $\beta_r^4 = \lambda_r$ (:固有値)であり、付録5に示すように

$$\beta_1 = 1.875, \quad \beta_2 = 4.694, \quad \beta_3 = 7.855$$

$$\beta_4 = 10.995, \quad \beta_5 = 14.137, \quad \dots$$

である。一方、時間に関して(4-10)式の関係を検討すれば、有次元固有振動数は、

$$\omega_r^* = \beta_r^2 \sqrt{\frac{EI}{m l^4}} \quad (4-19)$$

となる。表 4-1 の柔軟はりのデータを (4-19) 式に代入すれば、柔軟はりの固有振動数は

$$\begin{aligned}\omega_1^* &= 5.17 \text{ rad/sec} & , & & \omega_2^* &= 32.41 \text{ rad/sec} \\ \omega_3^* &= 90.76 \text{ rad/sec} & , & & \omega_4^* &= 177.85 \text{ rad/sec} \\ \omega_5^* &= 293.99 \text{ rad/sec} & , & & & \dots\end{aligned} \quad (4-20)$$

となる。

4-4 制御回路の構成

ここでは、モーダルフィルタにより状態量を推定し状態フィードバック制御系を実現する際に用いた回路の構成図を示す。制御回路は、実時間制御を行うために、アナログ電子回路により構成する。

(制御回路の全体図)

制御回路全体のブロック線図を図 4-3 に示す。渦電流式の非接触変位計の出力電圧は、柔軟はりの平衡状態で 0 V になるように零調整する。零調整後の変位電圧を (3-5) 式のモーダルフィルタを用いてモード分解し規準座標を推定すると共に、変位電圧を微分回路に通して求めた速度電圧をモーダルフィルタによりモード分解し規準座標の時間微分を推定する。両者から推定状態量を \hat{x}_M 求め、(3-3) 式ならびに (4-15) 式に基づき操作量を決定する。また、制御力はコイルに流す電流により制御するので、電圧-電流変換回路により操作電圧を操作電流に変換する。

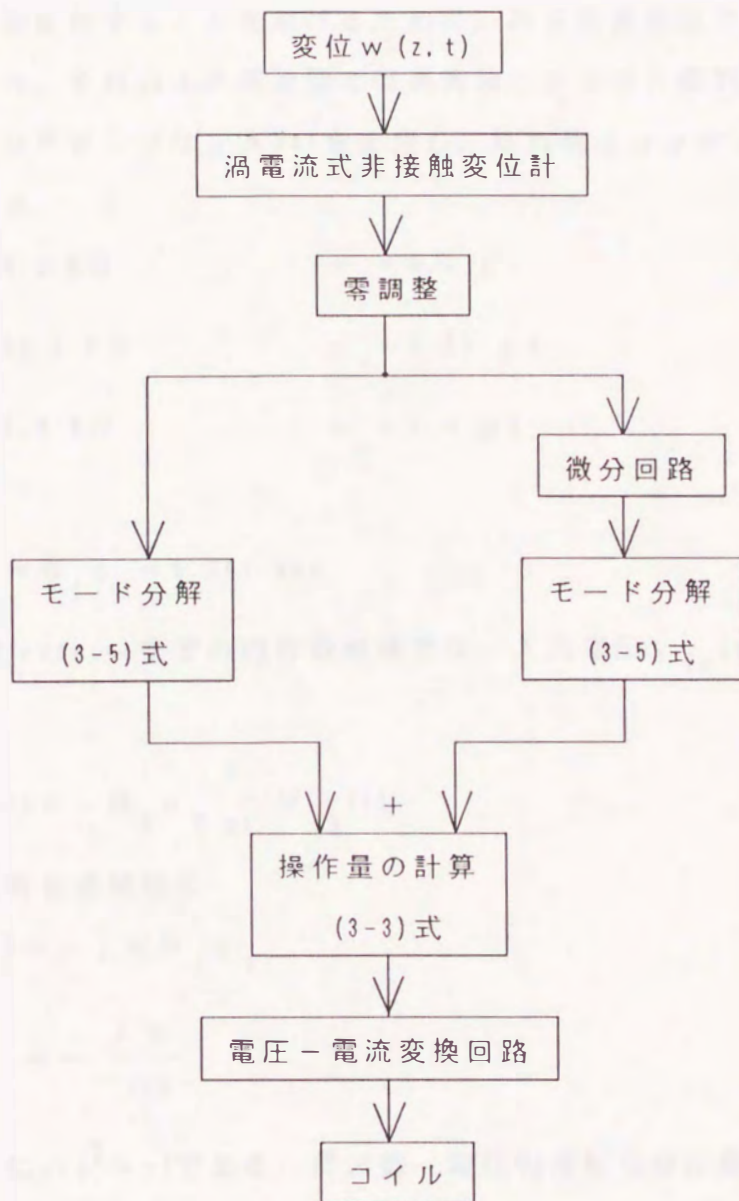


図 4 - 3 制御回路のブロック線図

(近似微分回路)

近似微分回路のブロック線図を図4-4に示す[39]。ノイズを微分することにより回路が不安定化することを避けるために、ある周波数以下の帯域では正確な微分特性をもち、それ以上の周波数では高周波になるほど低利得となる微分回路を構成する。OPアンプは $\mu A 741$ を使用し、抵抗値とコンデンサの容量値は次のように設定する。

$$\begin{aligned} R_1 &= 10.0 \text{ K}\Omega, & c_1 &= 0.1 \text{ }\mu\text{F} \\ R_f &= 100.0 \text{ K}\Omega, & c_f &= 0.01 \text{ }\mu\text{F} \\ R_p &= 10.0 \text{ K}\Omega, & c_p &= 1.0 \text{ }\mu\text{F} \end{aligned} \quad (4-21)$$

この時、

$$R_1 c_1 = R_f c_f = 0.001 \text{ sec} \quad (4-22)$$

なので、 1000 rad/sec までの周波数帯域では、入力電圧 $V_{in}(t)$ と出力電圧 $V_{out}(t)$ の関係は

$$V_{out}(t) = -R_f c_1 \frac{d}{dt} V_{in}(t) \quad (4-23)$$

であり、周波数伝達関数は

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= -j\omega R_f c_1 \\ &= -\frac{j\omega}{100} \end{aligned} \quad (4-24)$$

となる。ここに、 $j^2 = -1$ である。周波数-電圧利得ならびに周波数-位相特性の関係を図4-5に示す。

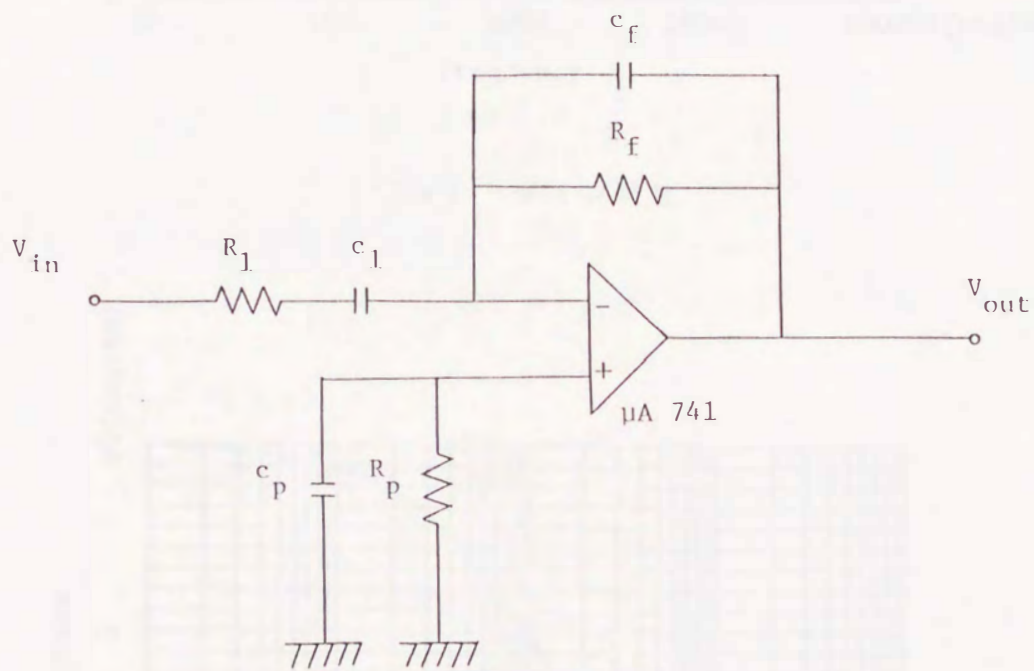
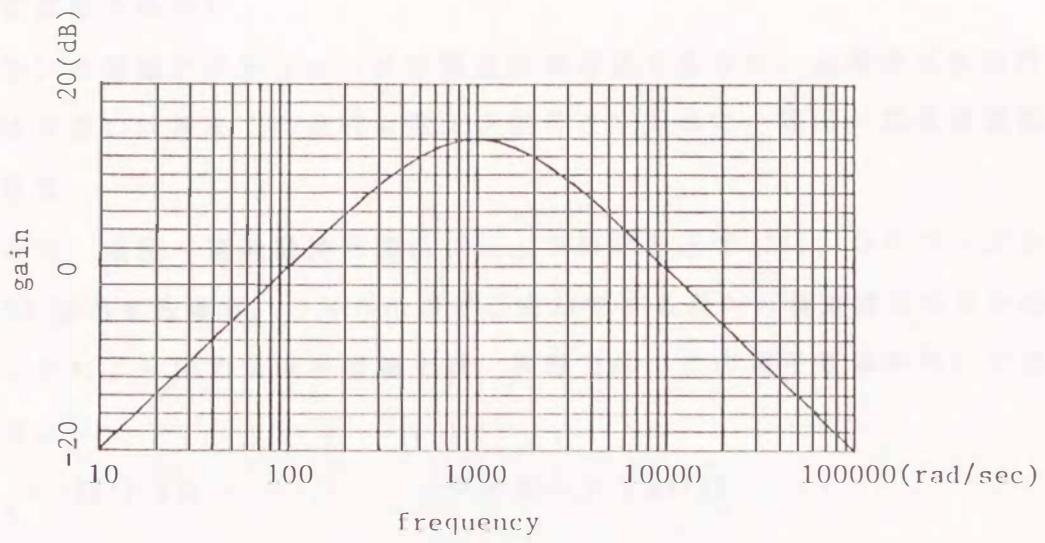
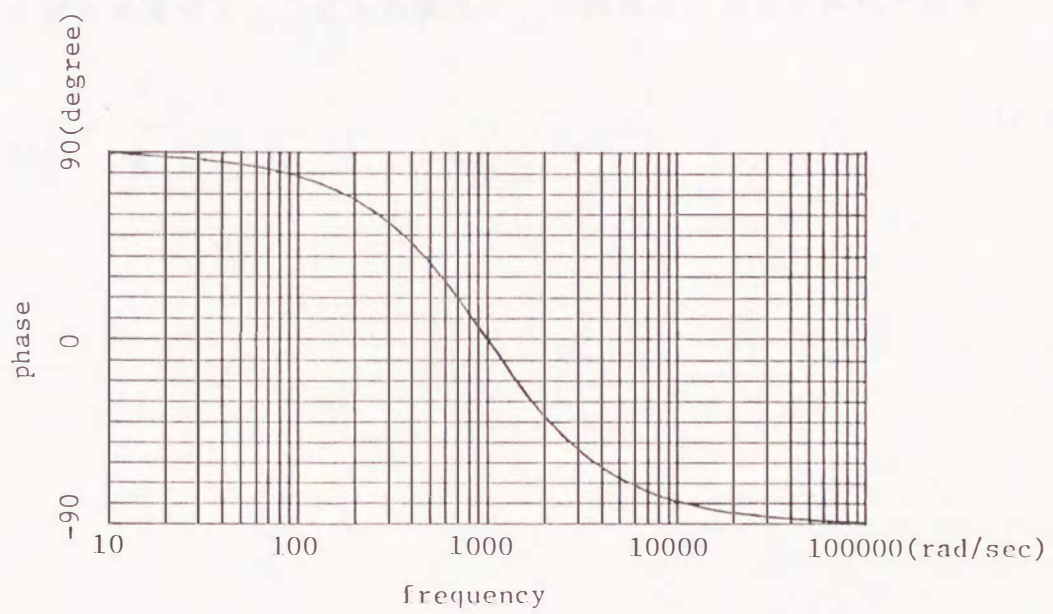


图 4 - 4 近似微分回路



(a) ゲイン特性



(b) 位相特性

図 4 - 5 近似微分回路の特性

(電圧 - 電流変換回路)

実験で用いる電磁アクチュエータは電流制御方式であるが、渦電流式変位計の出力から操作量の計算までの過程は電圧を信号とするので、電圧 - 電流変換回路が必要となる。

図4-6に、電圧 - 電流変換回路のブロック線図を示す[39]。OPアンプとして $\mu A 741$ を使用する場合、コイルに流すことができる最大の電流値は小さいので、トランジスタにより出力電流を増幅する。実験では、次の電子要素を用いて回路を構成する。

$R_1 = 150.0 \text{ K}\Omega$, ダイオード : MA150

トランジスタ : 2SD78 (NPN型)

 2SB504 (PNP型)

この時、出力電流は最大で200 mA程度まで増幅できる。

コイルに流れる電流 i_{coil} と入力電圧 V_{in} の関係は、次式で表現できる。

$$i_{\text{coil}} = \frac{V_{\text{in}}}{R_s} \quad (4-25)$$

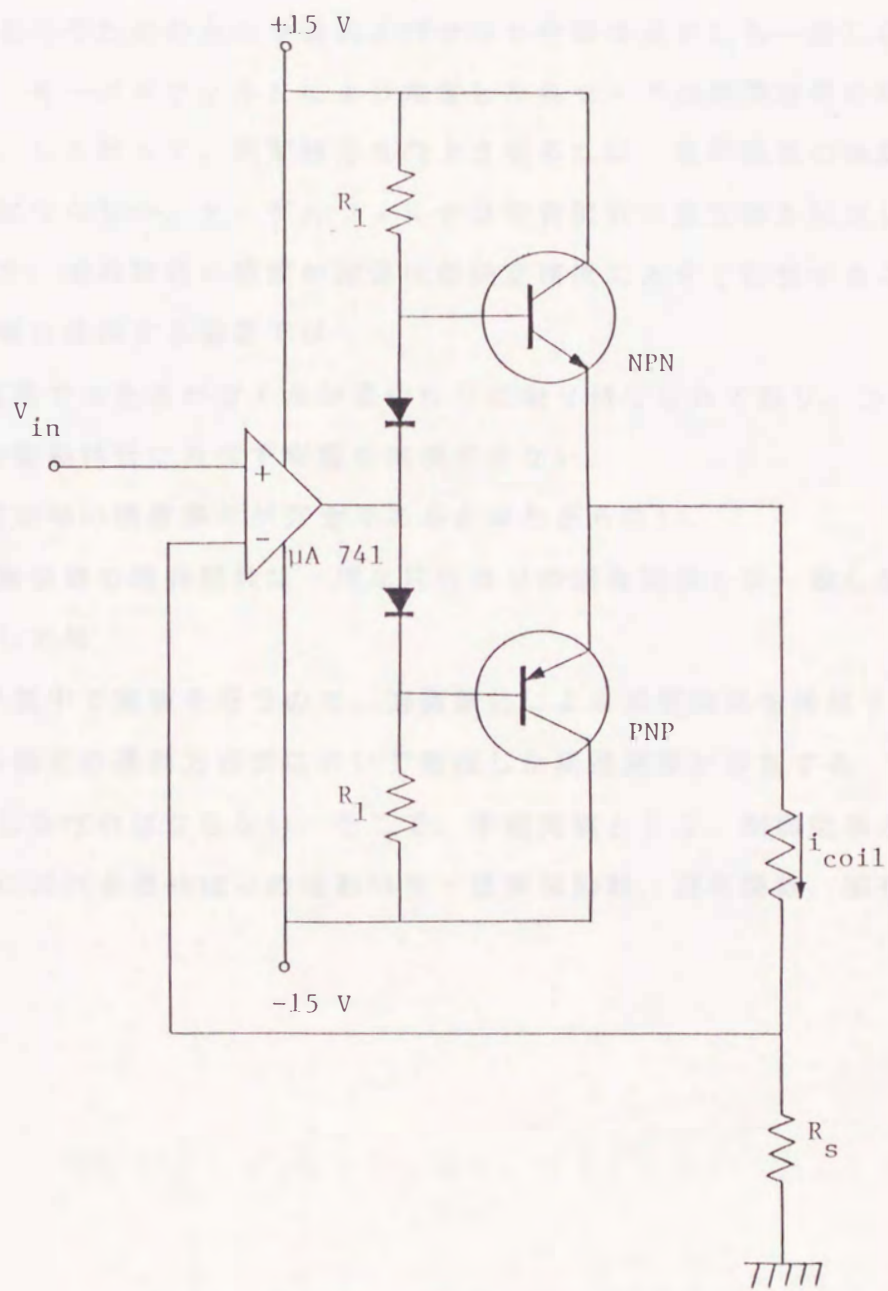


图 4 - 6 电压 - 电流变换回路

4 - 5 振動特性の同定

図 4 - 7 は，制御系のブロック線図ならびに減衰比を同定するためのブロック線図である．ここで，制御系を構成するためのセンサ数およびセンサ位置と，減衰比の同定を行うためのセンサ数およびセンサ位置は必ずしも一致しない．

減衰比は，モーダルフィルタにより推定した各モードの規準座標の時間履歴から同定する．したがって，同定精度を向上させるには，規準座標の推定精度をよくしなければならない．モーダルフィルタは固有関数の直交性を利用してモード分解するので，固有関数の精度が減衰比の同定精度に大きく影響することになる．しかし，実験に使用する装置では

- (1) 軽量ではあるがコイルが柔軟はりに取り付けられており，コイルがはりの振動特性に及ぼす影響を無視できない．
- (2) 固定端の境界条件が完全であるとはかぎらない．

ために，実験装置の固有関数は一様な片持はりの固有関数とは一致しない．また，減衰比に対しては

- (3) 空気中で実験を行うので，空気抵抗による減衰効果は無視できない．
- (4) 本論文の運動方程式において無視した構造減衰が存在する．

ことを考慮しなければならない．そこで，予備実験として，制御効果の同定実験を行う状態における柔軟はりの振動特性（固有振動数，固有関数，固有減衰比）を同定する．

制御系のブロック線図

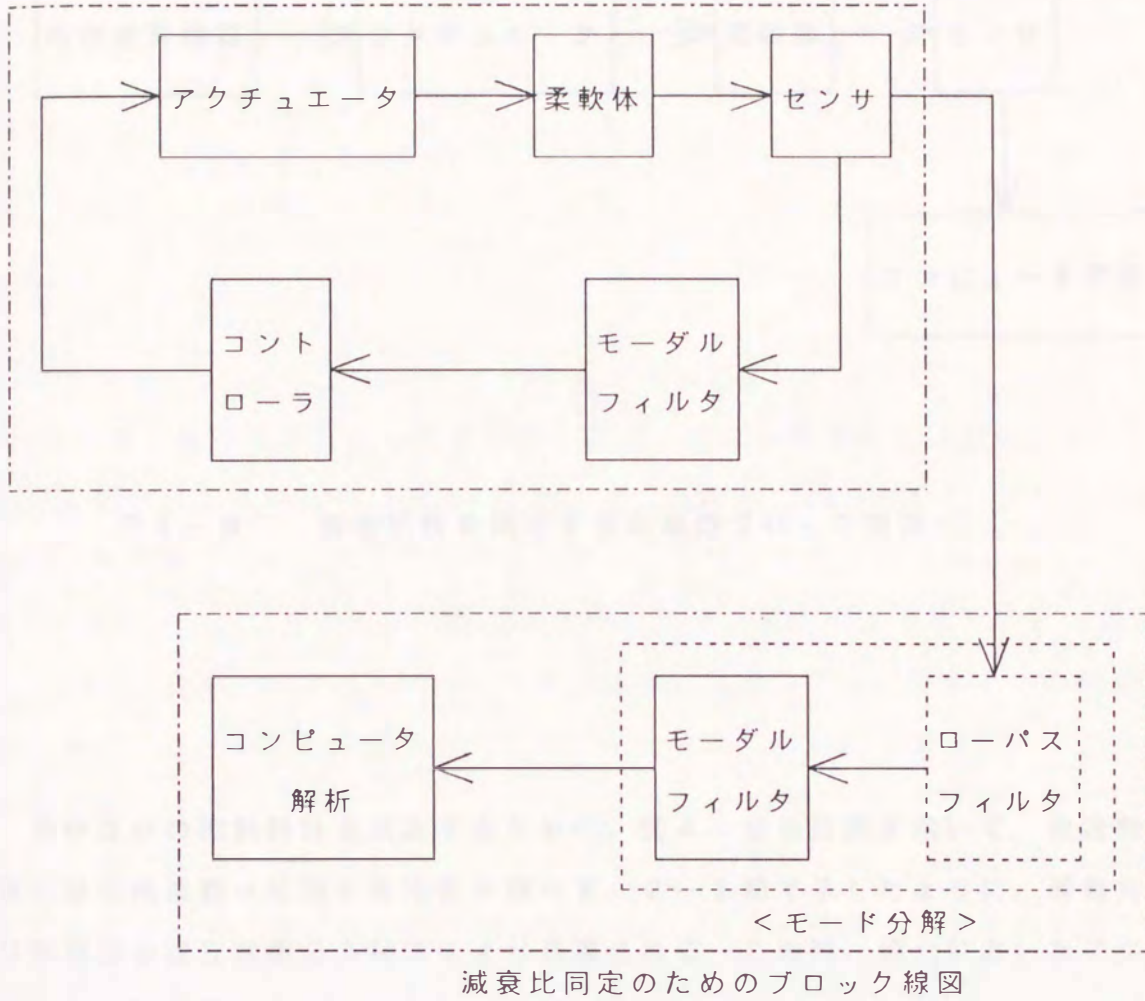


図 4 - 7 制御系のブロック線図と減衰比同定のためのブロック線図

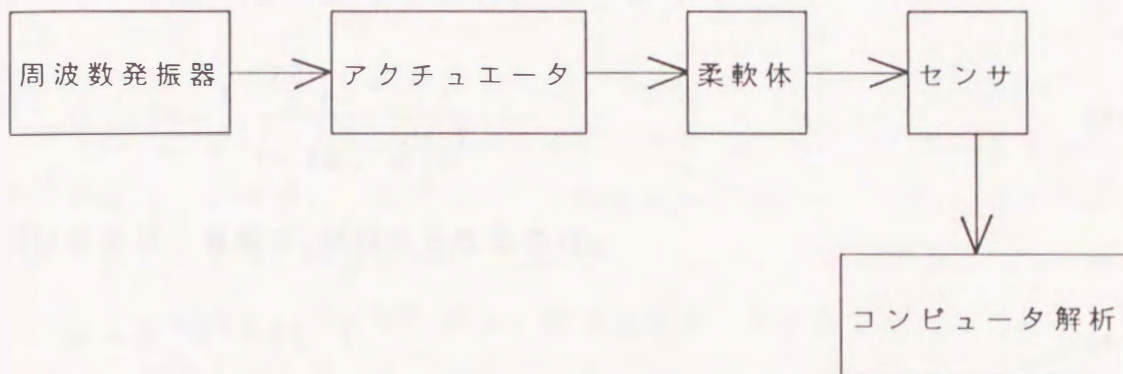


図 4 - 8 振動特性を同定するためのブロック線図

柔軟はりの振動特性を同定するために、図 4 - 8 の回路を用いて、周波数発振器の励振周波数 ω に対する応答を調べる。2 - 2 節で示したように、運動方程式は無有限個の連立常微分方程式により表現される。この時、点 z_1 においたアクチュエータの操作量 $u(t)$ を

$$u(t) = A \cos \omega t \quad (A > 0) \quad (4-26)$$

とし、減衰項を考慮すれば、運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{\xi}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{\xi}_r(t) + \omega_r^2 \xi_r(t) = \phi_r(z_1) A \cos \omega t \quad (4-27)$$

$$r=1, 2, \dots$$

ここに、 ζ_r は r 次モードの固有減衰比であり、 ω_r は r 次モードの固有振動数である。 r 次モードの規準座標の一般解は

$$\xi_r(t) = \Xi_r \cos(\omega t - \eta_r) \quad (4-28)$$

と表現できるので、(4-27) 式より振幅 Ξ_r ならびに位相角 η_r は次のようになる [23]。

$$\Xi_r = \frac{|\phi_r(z_1)| A / \omega_r^2}{[\{1 - (\omega / \omega_r)^2\}^2 + (2\zeta_r \omega / \omega_r)^2]^{1/2}} \quad (4-29)$$

$$\eta_r = \tan^{-1} \frac{2\zeta_r \omega / \omega_r}{1 - (\omega / \omega_r)^2} \quad (4-30)$$

(4-29)式より、振幅 Ξ_r が最大となるのは、

$$\omega = \omega_r (1 - 2\zeta_r^2)^{1/2} \quad (4-31)$$

の時である。しかし、柔軟はりの固有減衰比は非常に小さいので、 $\omega \approx \omega_r$ において Ξ_r は最大値をとるとみなしてよい。実際、柔軟構造物の構造減衰比としてしばしば使用される減衰比 $\zeta_r = 0.005$ に対して、 ω / ω_r は0.999975となる。(実験においては空気抵抗による減衰も存在するが、後述の実験結果よりわかるように、 ζ_r は小さい。)したがって、固有振動数は応答が最大になるときの励振周波数として同定できる。また、 r 次モードの共振状態においては r 次モードの振動が卓越するので、共振状態での各点の振幅を測定することにより r 次モードの固有関数を同定できる。

さらに、励振周波数に対する共振曲線を描く時その1/2パワー点、すなわち応答が最大値の $1/\sqrt{2}$ 倍になる周波数(ω_{r1} , ω_{r2} ; $\omega_{r1} < \omega_{r2}$)を求めれば、固有減衰比は

$$\zeta_r \approx \frac{\omega_{r2} - \omega_{r1}}{2\omega_r} \quad (4-32)$$

と同定できる [23]。

一方、(4-29)式において $\omega = \omega_r$ の時

$$\Xi_r = \frac{|\phi_r(z_1)| A / \omega_r^2}{2\zeta_r} \quad (4-33)$$

である。 $z = y_1$ に配置したセンサの最大振幅を $w_{\max}(y_1)$ とすれば、 r 次モードの振動が卓越しているおり、 $w_{\max}(y_1) \approx |\phi_r(y_1)| \Xi_r$ と表現できるので

$$\zeta_r = \frac{|\phi_r(y_1) \phi_r(z_1)| A / \omega_r^2}{2 w_{\max}(y_1)} \quad (4-34)$$

である。よって固有関数が同定できていれば、(4-34)式から減衰比を同定することもできる（一般に、固有関数の同定精度の方が、減衰比の同定精度より高い）。

固有振動数、固有関数、固有減衰比の同定実験では、ある一点に配置した非接触変位計の出力をA/D変換してディジタルコンピュータ（:PC 9801XL）に取り込み、データを処理した。4-7節の制御効果を調べる実験では、4次モードまでの減衰比を同定するので、ここでは5次モードまでの振動特性を同定する。またアクチュエータは、はりの振動特性に及ぼす影響を等しくするために、4-7節の実験と同じ位置に固定する。

図4-9～図4-13は、それぞれ1次モード～5次モードの固有振動数付近の共振曲線である。×印は測定値であり、実線はデータを最小二乗近似したものである。これらの図の最大振幅をとる励振振動数から同定した固有振動数を表4-2（:結果1）に示す。また図4-14は、アクチュエータを同じ位置に取り付けた状態でインパルス加振した場合の変位計の出力をFFT（:高速フーリエ変換）によりスペクトル分解した結果の一例である。スペクトル解析により求めた固有振動数（:結果2）と一様な片持はりの数学モデルに基づき計算した(4-20)式の固有振動数（:結果3）もあわせて表4-2に示す。ただしFFTによる周波数の読み取りは、各モードごとにFFTの周波数帯を変えて採取したデータを用いた。

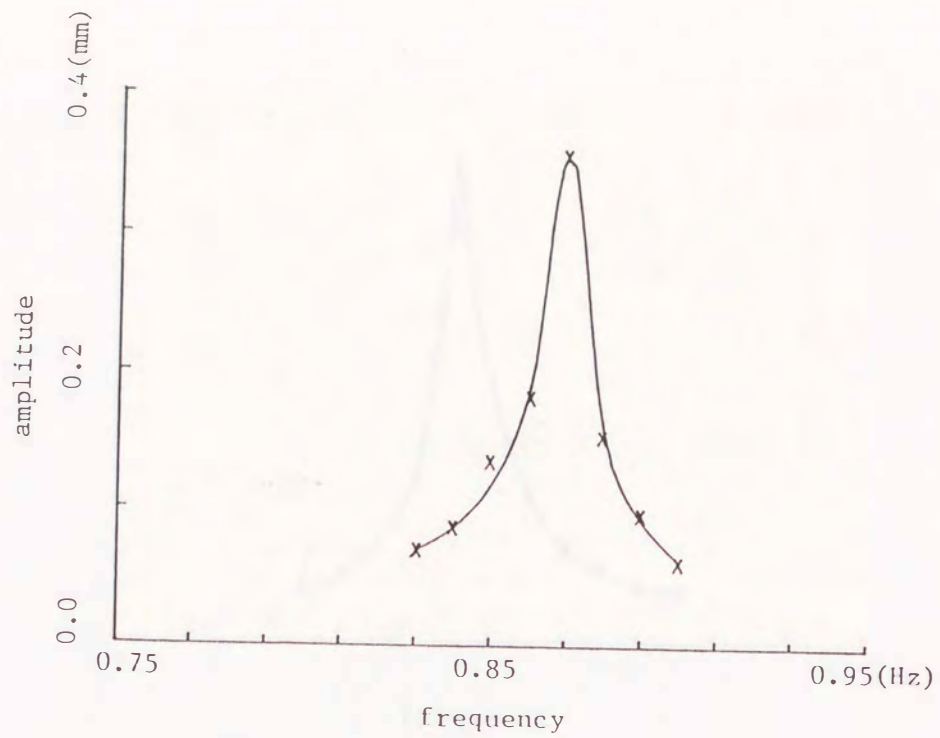


図 4 - 9 1 次モードの共振曲線

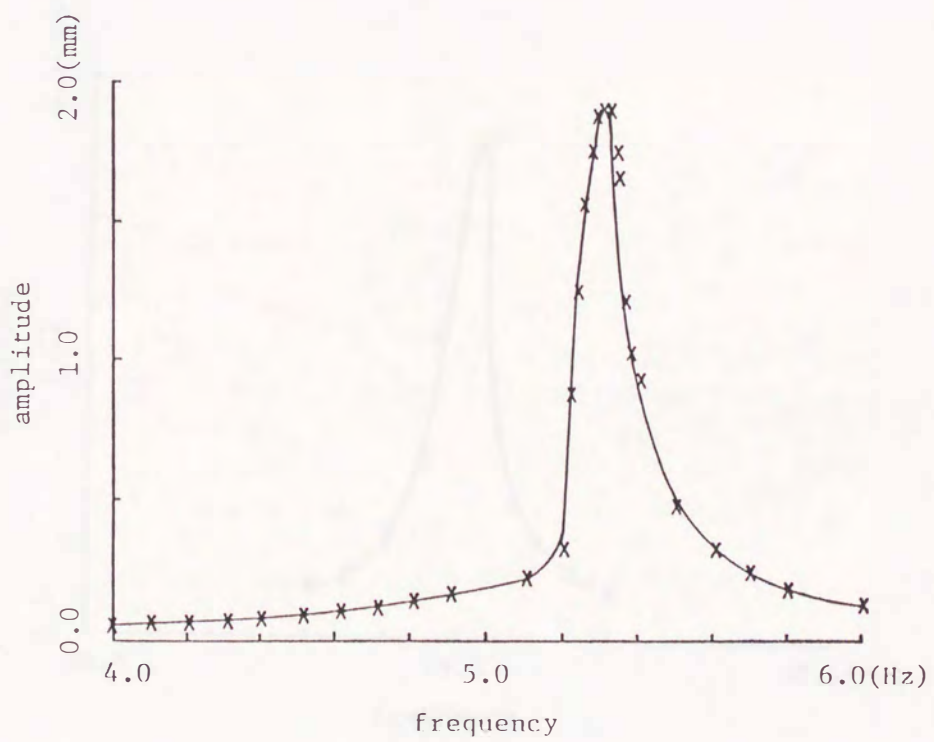


図 4 - 1 0 2 次モードの共振曲線

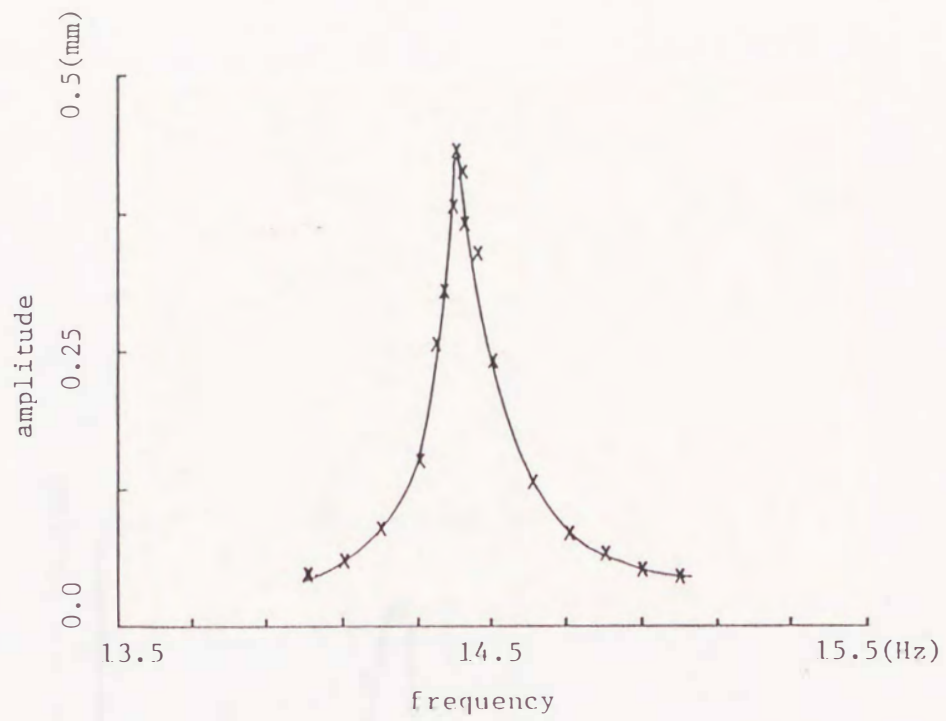


図 4 - 1 1 3 次モードの共振曲線

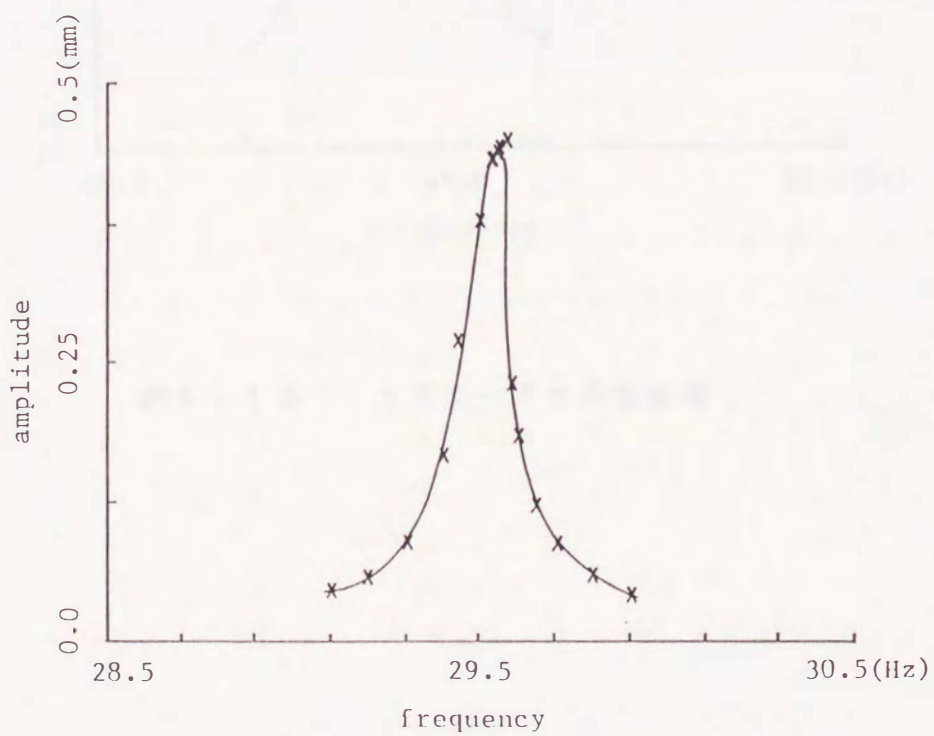


図 4 - 1 2 4 次モードの共振曲線

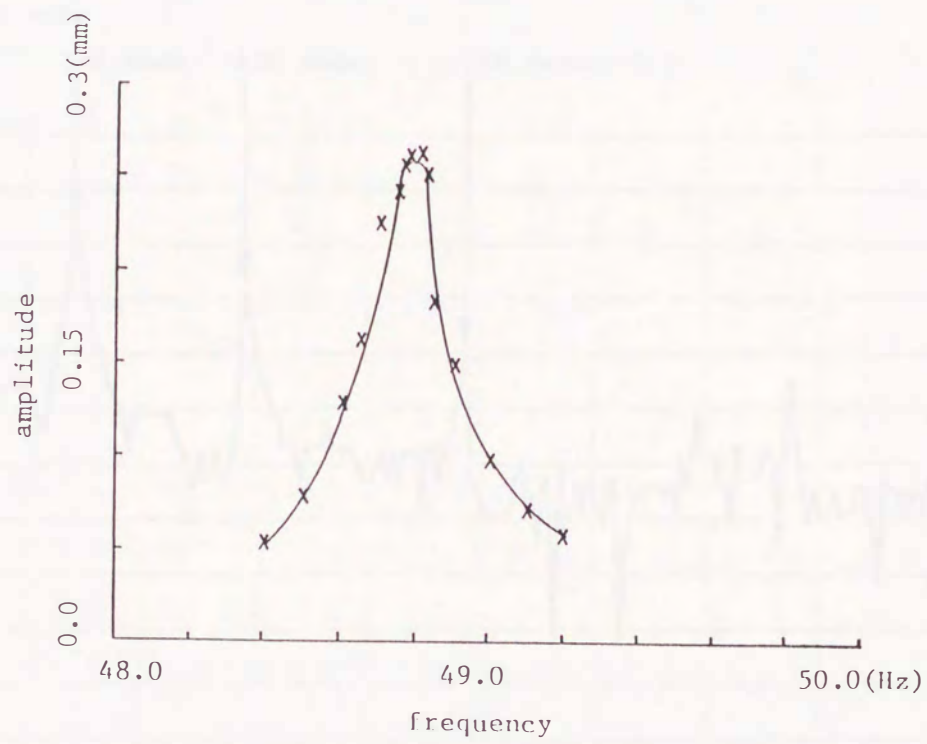


図 4 - 1 3 5 次モードの共振曲線

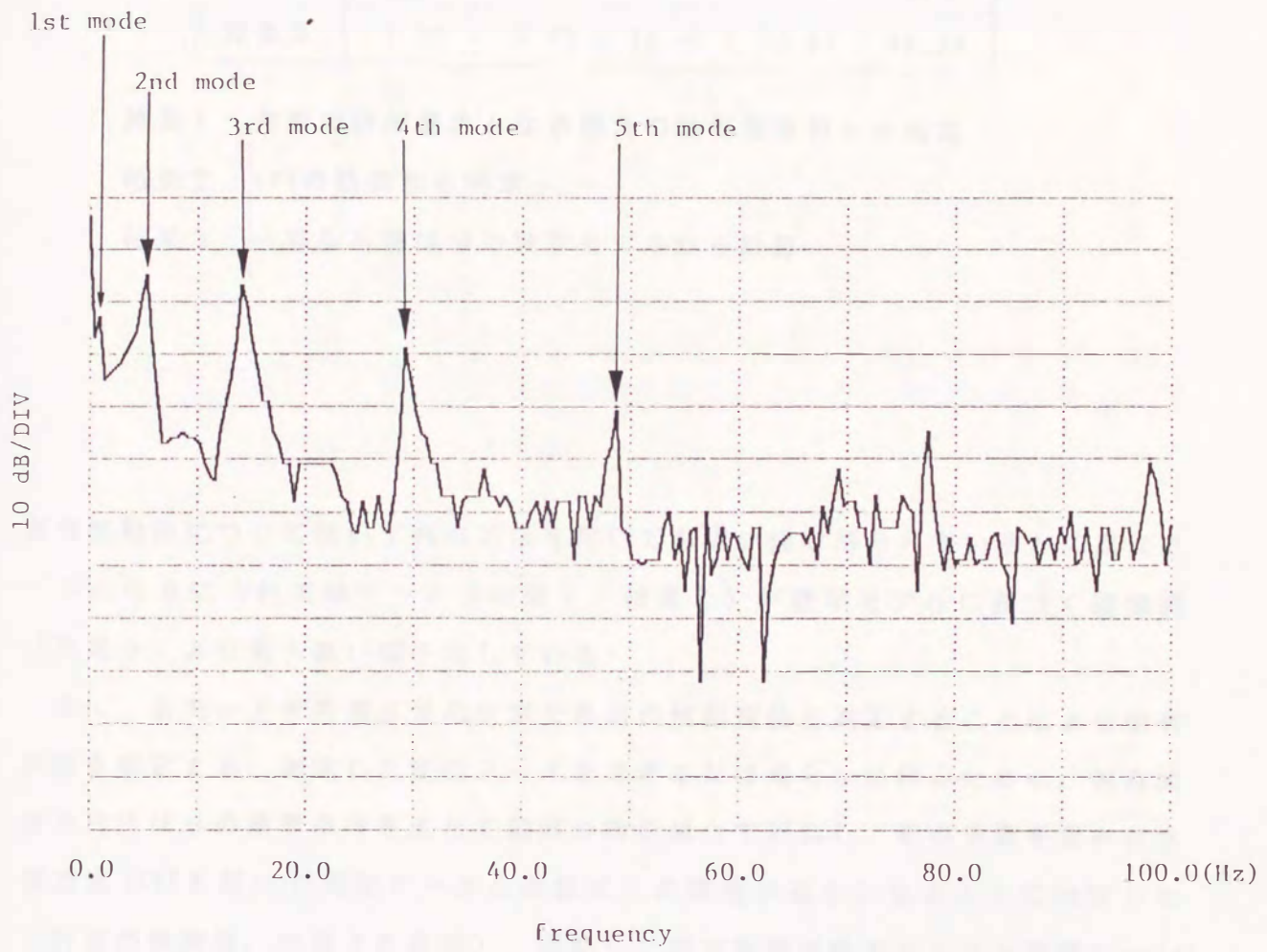


図 4 - 1 4 FFTによるスペクトル解析
 ($z = 0.3$ の位置でデータ採取)

表 4 - 2 固有振動数の同定結果

単位 Hz

mode No.	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次
結果 1	0.87	5.31	14.40	29.57	48.80
結果 2	0.85	5.2	14.3	29.5	48.6
結果 3	0.82	5.16	14.45	28.31	46.79

結果 1 : 共振曲線が最大となる場合の励振周波数から同定

結果 2 : FFTの結果から同定

結果 3 : 一様な片持はりの数学モデルから計算

固有振動数についてはいずれの方法を用いても近い値が得られているが、高次モードになるにつれ実験データ（結果 1，結果 2）が数学モデルに基づく理論値（結果 3）より若干高い値を示している。

次に、各モードを共振させた状態で各点の振動変位を測定することにより固有関数を同定する。測定した変位データをできるだけ滑らかに結ぶために、固有関数を片持はりの境界条件を満たす関数の線形結合で近似し、その係数を重み付き残差法 [40] を用いて測定データと近似式との誤差が最小になるように決定した（計算の詳細は、付録 6 を参照）。近似した固有関数は数学モデルと同様に $m(z) = 1$ として、(2-4) 式を満たすように正規化した。1 次モードから 4 次モードまでの固有関数の同定結果を図 4 - 15 ~ 図 4 - 18 に示す。実線は同定した正規固有関数であり、×印は測定点である。また、点線は一様な片持はりの数学モデルに対する正規固有関数である。なお 5 次モードは、振幅が非常に小さくデータの信頼性・再現性が不十分なので同定結果を省く。3 次モードにおいて、同定した固有関数と数学モデルに基づく固有関数の差は小さくない。

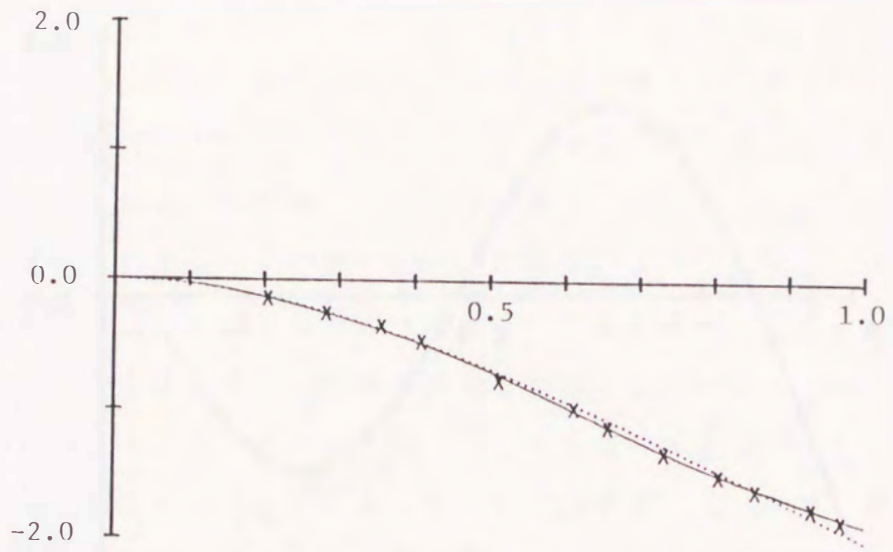


図 4 - 1 5 同定した固有関数と数学モデルの固有関数
(1次モード)

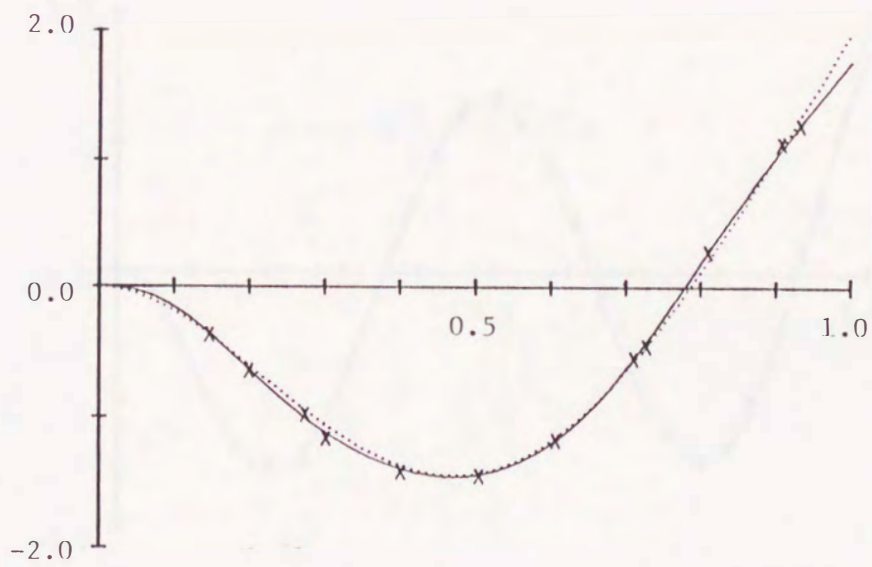


図 4 - 1 6 同定した固有関数と数学モデルの固有関数
(2次モード)

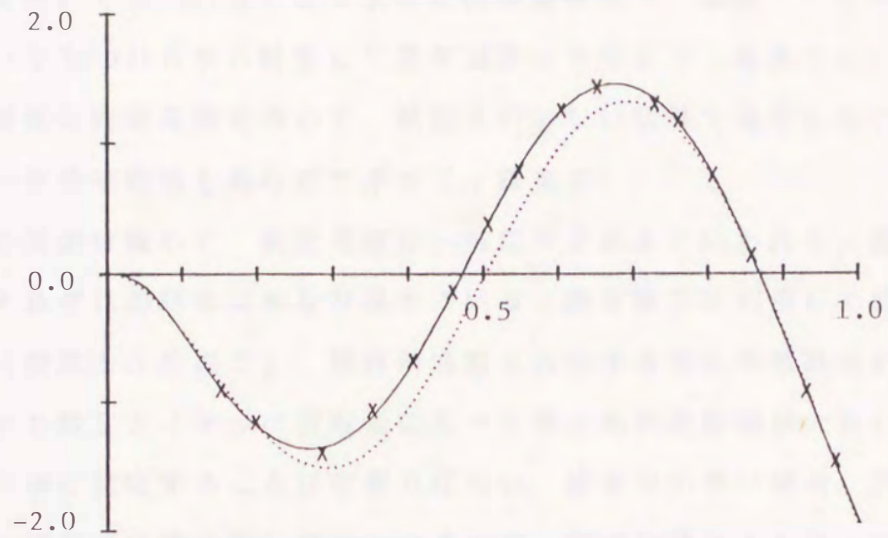


図 4 - 1 7 同定した固有関数と数学モデルの固有関数
(3次モード)

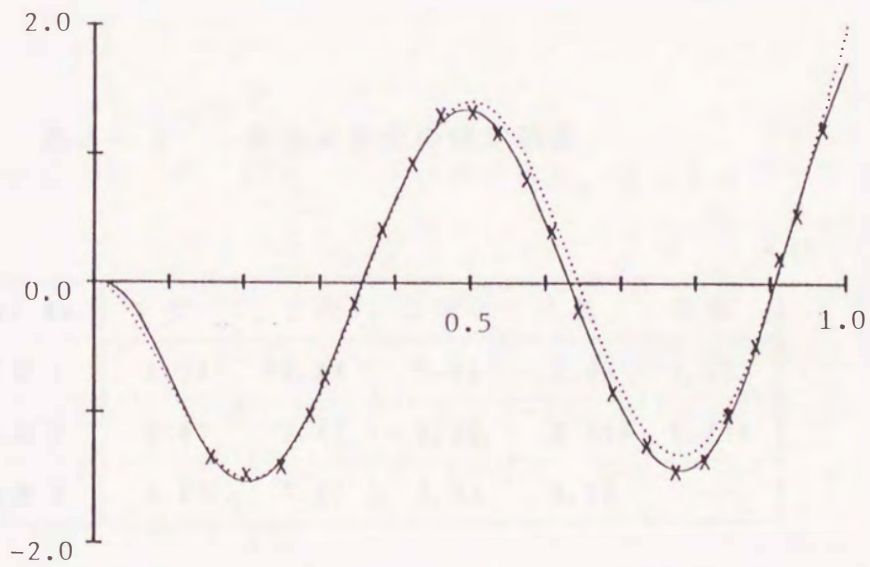


図 4 - 1 8 同定した固有関数と数学モデルの固有関数
(4次モード)

表4-3には、図4-9～図4-13に示した共振曲線のデータから、1/2パワー一点の周波数を用いて(4-32)式により求めた固有減衰比（：結果1）とセンサの最大振幅を用いて(4-33)式から計算した固有減衰比を示す（：結果2）。さらに、4-7節の減衰比の同定実験において、制御を行わない状態で同定した15個の固有減衰比のデータの平均値もあわせて示す（：結果3）。

固有減衰比の同定は難しく、同定精度は一桁以下であるといわれる。表4-3においても、それぞれの結果はかなり違っている。共振状態を利用して減衰比を同定する場合（結果1，結果2），励振周波数を設定する際に発振器がヒステリシスをもちしかも設定ダイヤルの回転量に比べて周波数の変動幅が大きいので、励振周波数を正確に設定することは容易ではない。減衰が小さい場合、共振曲線は共振周波数の近傍で非常に鋭い形状になるので、振幅が最大となるように周波数を設定しその時の最大振幅を測定することは難しい。（結果3も、固有減衰比を正確に表しているとはいえないが、4-7節において制御効果を調べる際に使用する。）

表4-3 固有減衰比の同定結果

mode No.	1次	2次	3次	4次	5次
結果1	8.24	10.64	3.37	1.94	1.76
結果2	2.61	3.42	2.25	0.816	0.716
結果3	3.63	3.32	1.93	1.82	—

× 10⁻³

結果1：共振曲線の1/2パワー一点の周波数から計算 [(4-32)式]

結果2： $\omega = \omega_r$ の時の振幅から計算 [(4-33)式]

結果3：制御なしの時の各モードの規準座標の時間履歴から計算

4-6 制御効果の同定法

ここでは、制御系による制御効果の同定法を述べる。制御効果は、減衰比の固有減衰比からの変化量として評価する。

実験では、4個の変位センサの出力からモーダルフィルタを用いて、4次までのモードの規準座標を抽出する。規準座標の時間履歴から、減衰比は次のように計算できる。いま、 r 次モードの一周期後の規準座標の振幅が x_1 と x_2 であれば、そのモードの対数減衰率：

$$\delta_r = \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (4-35)$$

を用いて、 r 次モードの減衰比 ζ_r は

$$\zeta_r = \frac{\delta_r}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_r^2}} \quad (4-36)$$

となる [23]。

表4-2に示したように、4次モードの固有振動数は29Hz程度であるので、センサ出力を500Hzのサンプリング周波数でA/D変換し、デジタルコンピュータに取り込む。データを10秒間採取した後に、(3-5)式のモーダルフィルタにより各モードの規準座標を抽出する。図4-19は4個のセンサ出力の時間履歴の一例であり、モーダルフィルタによりモード分解すると、規準座標の時間履歴は図4-20のようになる。時間軸は各モードとも同じスケールであり、左端が0.0秒、右端が10.0秒である。データの採取には、トリガーを組み合わせているので、柔軟はりを励振する時刻が0.0秒に相当する。さらに、各モードの時間履歴の一部分（1次モード：0.0秒～6.0秒、2次モード：0.0秒～1.0秒、3次モード：0.0秒～0.5秒、4次モード：0.0秒～0.25秒）を拡大したのが図4-21である。減衰は振幅の大きさにも依存するので、実験では一定の高さから小物体を衝突させ、時間軸を拡大した図の一定区間（1次モード：4.5周期、2次モード：4.5周期、3次モード：6.5周期、4次モード：6.5周期）のデータのみを用いて減衰比を同定する。

4次モードまでの規準座標を精度よく抽出するためには、次の二つのことに注意せねばならない。

- (1) 5次以上のモードの影響をできる限り小さくする。
- (2) 1次から4次までのモードの分解精度を上げる。

これらの対策として、(1)に対して

対策1 減衰比を同定するために用いるセンサ位置や励振位置を、5次以上のモードのなかで特に影響が大きいモードのnode付近とする。

対策2 減衰比を同定するために用いるセンサの出力を5次以上のモードの影響を小さくするローパスフィルタに通す。

(1), (2)に対して

対策3 固有関数の精度を向上させる。

が考えられる。

対策1では、5次モードと6次モードの影響が特に大きいので、例えば4個のセンサを5次モードのnode ($z=0.28, 0.50, 0.72, 0.92$) 付近に配置し、減衰比の同定実験を行うときの初期励振位置を6次モードのnodeの一つ $z=0.23$ 付近とすればよい。この方法は、特別な回路を必要としないので構成は簡単であるが、センサ位置と励振位置が限定され、しかも規準座標の抽出に及ぼす影響を低減できるモードの数が限られる。対策2としては、例えば35Hzのcut-off周波数をもつローパスフィルタを用いればよい。また対策3では、数学モデルから求めた固有関数ではなく、前節で同定した固有関数を利用することが考えられる。これらの対策の効果を調べるために、表4-4に示す各場合について規準座標を抽出する。

表 4 - 4 モードの抽出条件

センサ位置 / 励振位置	ローパスフィルタ	固有関数	図番
センサ位置 : 0.28, 0.50, 0.72, 0.92	有	数学モデル	図 4 - 2 2
		実験データ	図 4 - 2 3
励振位置 : 0.23	無	数学モデル	図 4 - 2 4
		実験データ	図 4 - 2 5
センサ位置 : 0.20, 0.40, 0.60, 0.80	有	数学モデル	図 4 - 2 6
		実験データ	図 4 - 2 7
励振位置 : 0.25	無	数学モデル	図 4 - 2 8
		実験データ	図 4 - 2 9

センサ位置 (0.28, 0.50, 0.72, 0.92) は 5 次モードの node

励振位置 (0.23) は 6 次モードの node の一つ

数学モデルは数学モデルに基づく計算の固有関数で構成

実験データは実験で同定した固有関数で構成

図 4 - 2 2 ~ 図 4 - 2 9 から, この場合ローパスフィルタが非常に有効であることがわかる. これは, 4 次モードと 5 次モードの固有振動数が離れているので, 5 次モード以上の影響を十分遮断できたためである. しかし実際の柔軟宇宙構造物では, 近接した固有値をもつモードが存在することもあるので, ローパスフィルタが有効であるとは限らないことに注意されたい. また, 対策 1 だけではモード抽出の精度が不十分であることがわかる. さらに固有関数については, 実験により同定した固有関数を用いる方が数学モデルの固有関数を用いるより, 分解性能が多少優れていると思われるが, 両者の差は非常に小さい.

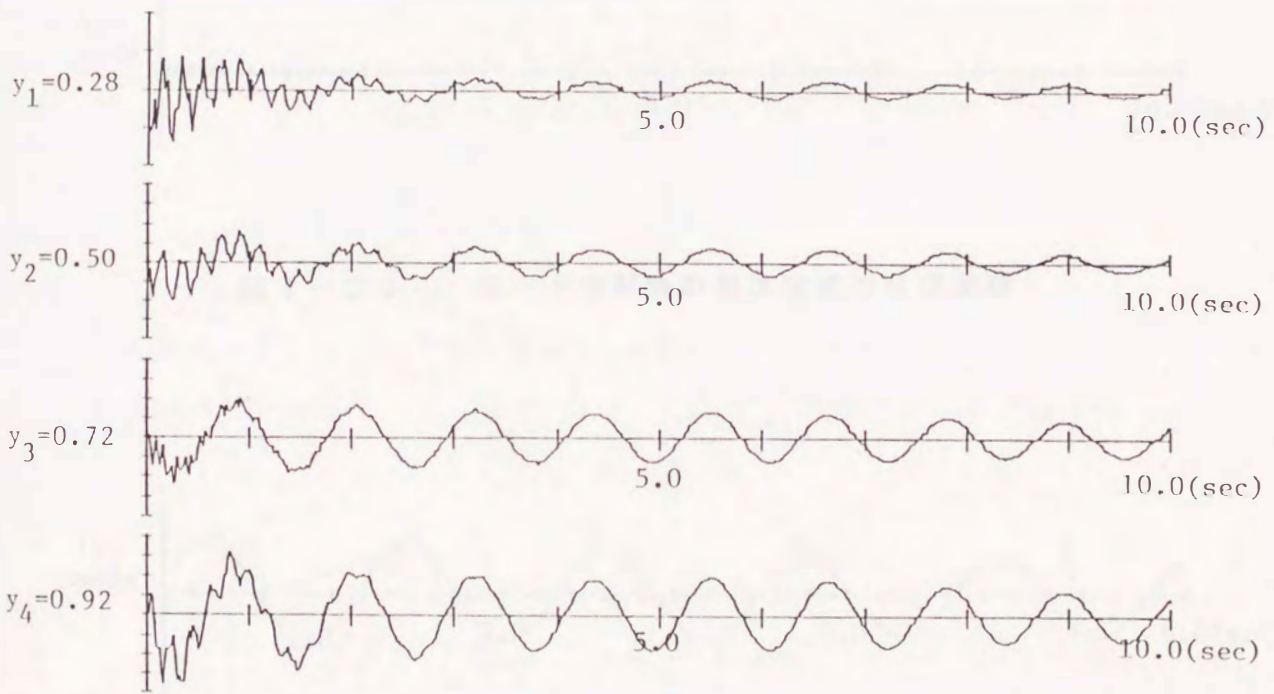


図 4 - 1 9 センサ出力の一例

(センサ位置 : 0.28 , 0.50 , 0.72 , 0.92)

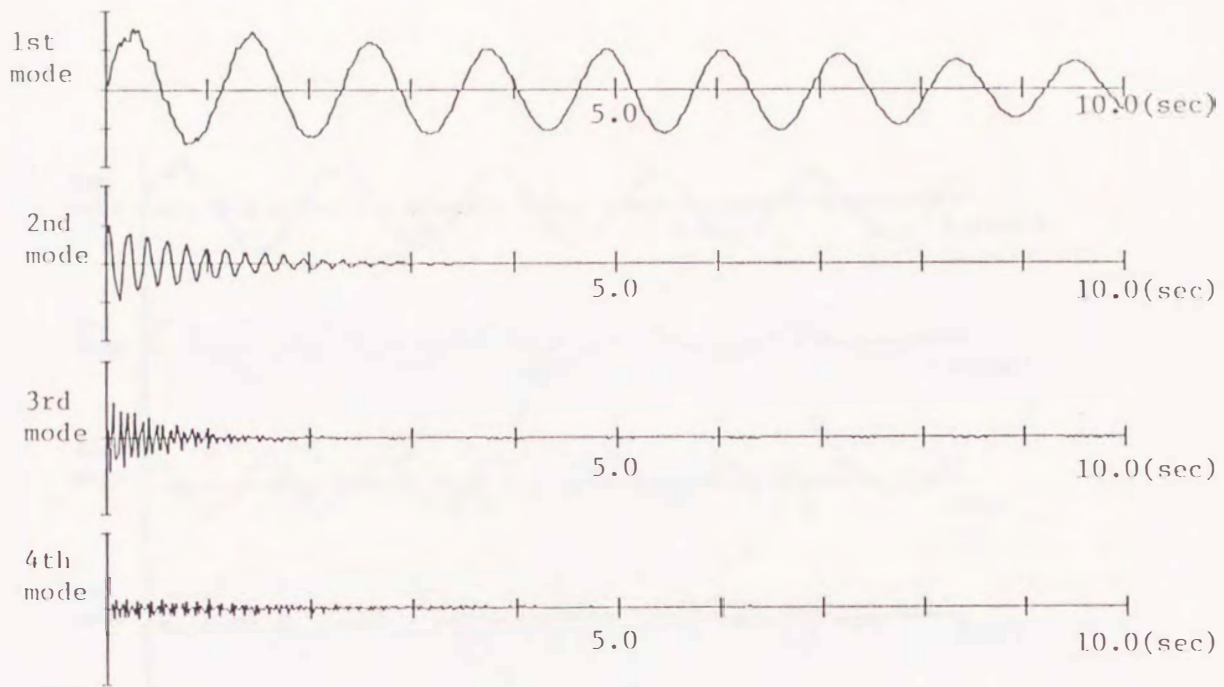


図 4 - 2 0 モード分解後の規準座標の時間履歴

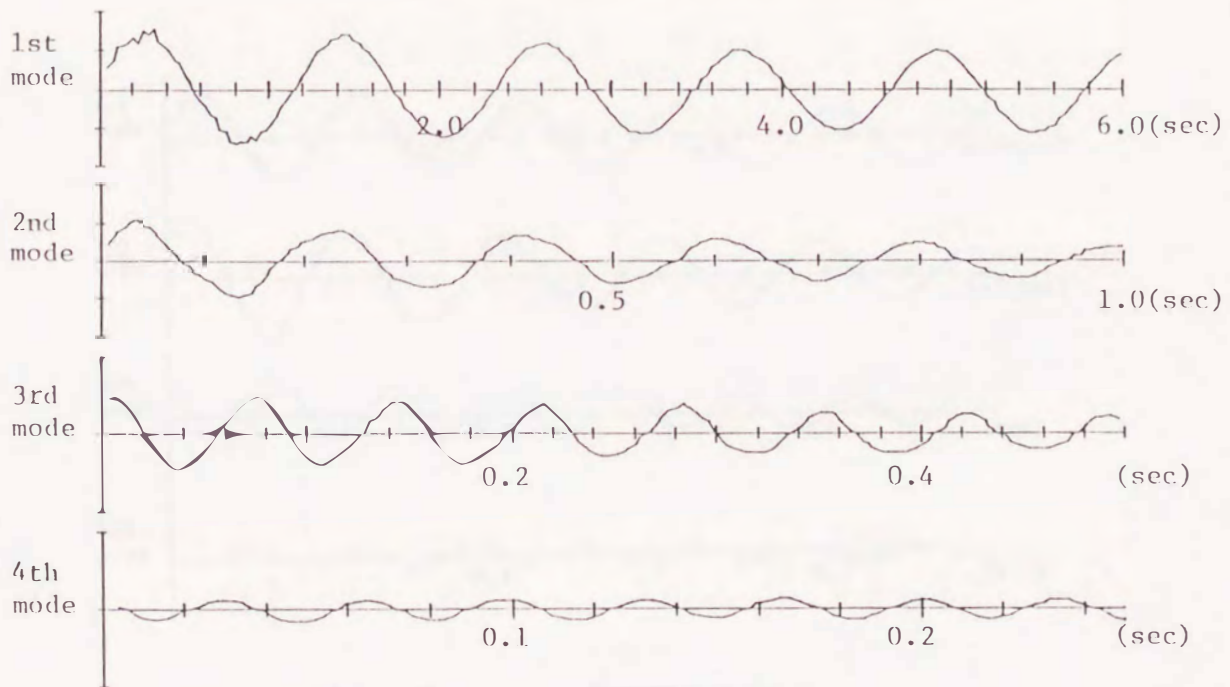


図 4 - 2 1 時間軸を拡大した時の規準座標

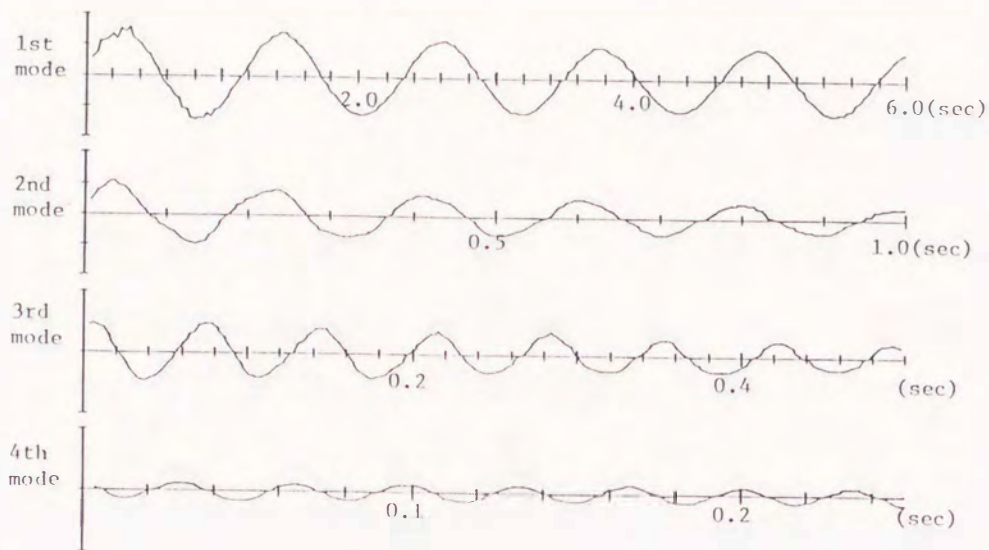


図 4 - 2 2 規準座標の抽出 1

センサ位置 : 0.28, 0.50, 0.72, 0.92 励振位置 : 0.23
 ローパスフィルタ : 有 固有関数 : 数学モデル

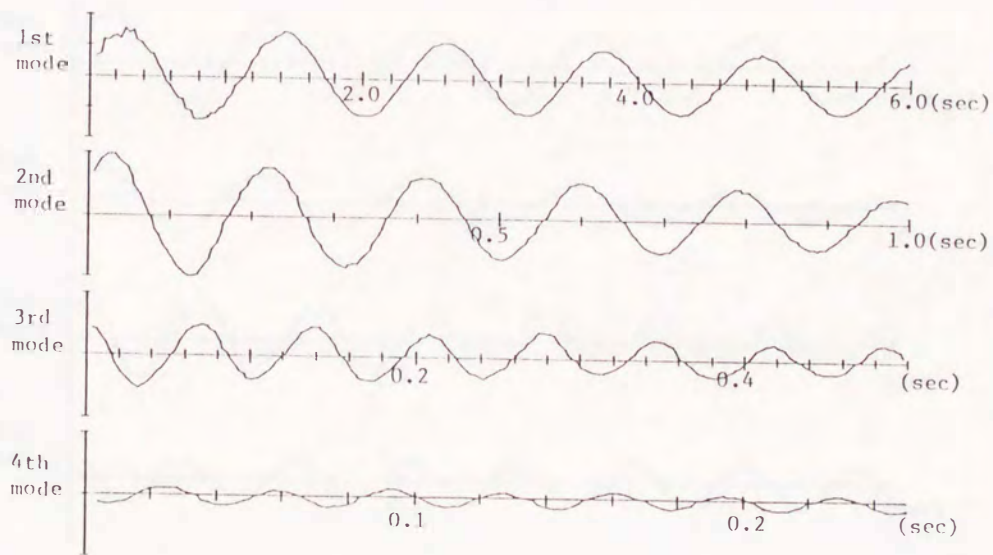


図 4 - 2 3 規準座標の抽出 2

センサ位置 : 0.28, 0.50, 0.72, 0.92 励振位置 : 0.23
 ローパスフィルタ : 有 固有関数 : 実験により同定

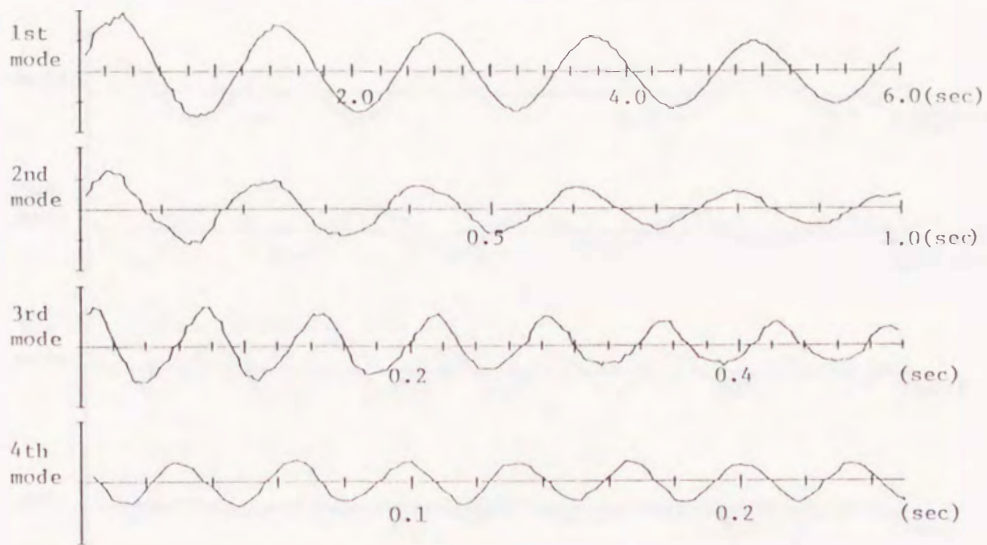


図 4 - 2 4 規準座標の抽出 3

センサ位置 : 0.28, 0.50, 0.72, 0.92 励振位置 : 0.23
 ローパスフィルタ : 無 固有関数 : 数学モデル

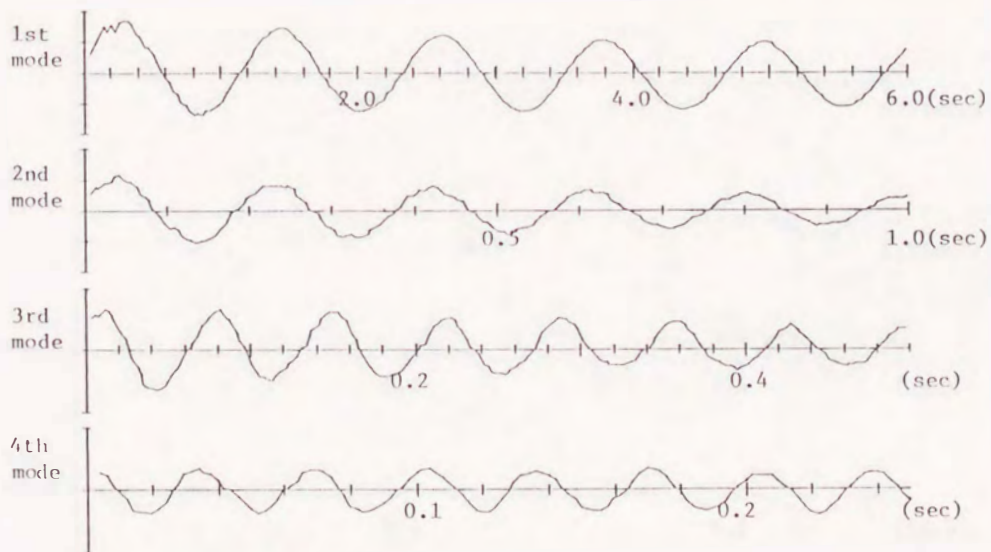


図 4 - 2 5 規準座標の抽出 4

センサ位置 : 0.28, 0.50, 0.72, 0.92 励振位置 : 0.23
 ローパスフィルタ : 無 固有関数 : 実験により同定

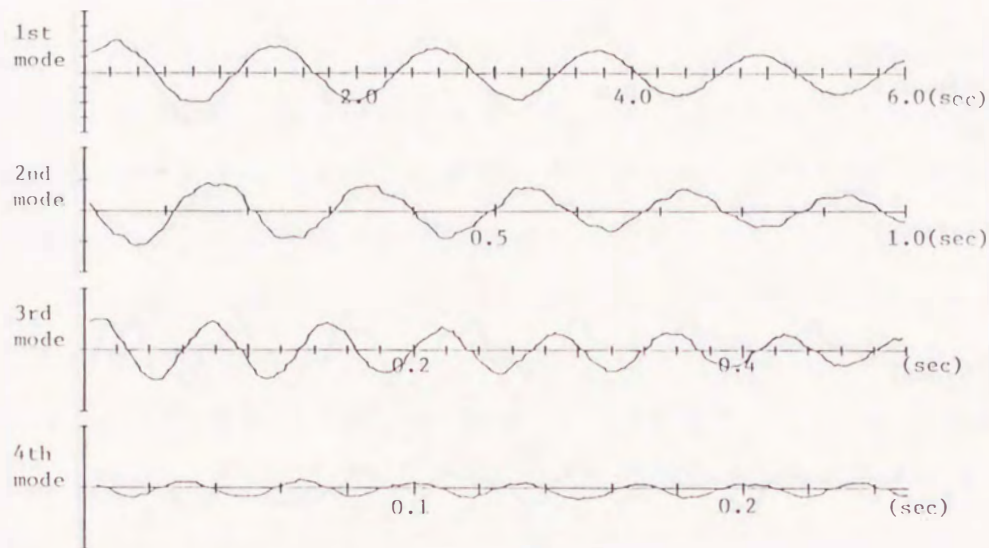


図 4 - 2 6 規準座標の抽出 5

センサ位置 : 0.20, 0.40, 0.60, 0.80 励振位置 : 0.25
 ローパスフィルタ : 有 固有関数 : 数学モデル

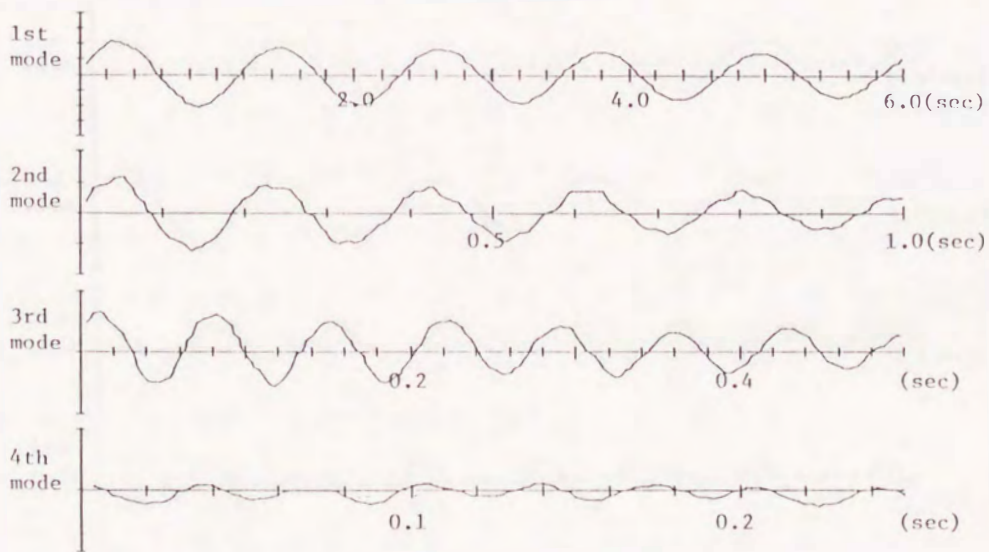


図 4 - 2 7 規準座標の抽出 6

センサ位置 : 0.20, 0.40, 0.60, 0.80 励振位置 : 0.25
 ローパスフィルタ : 有 固有関数 : 実験により同定

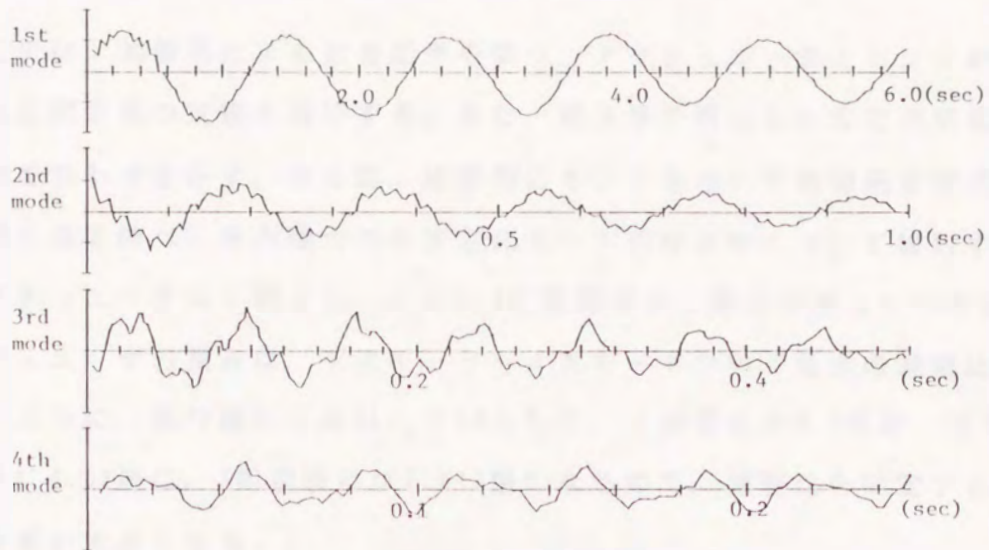


図 4 - 2 8 規準座標の抽出 7

センサ位置 : 0.20, 0.40, 0.60, 0.80 励振位置 : 0.25
 ローパスフィルタ : 無 固有関数 : 数学モデル

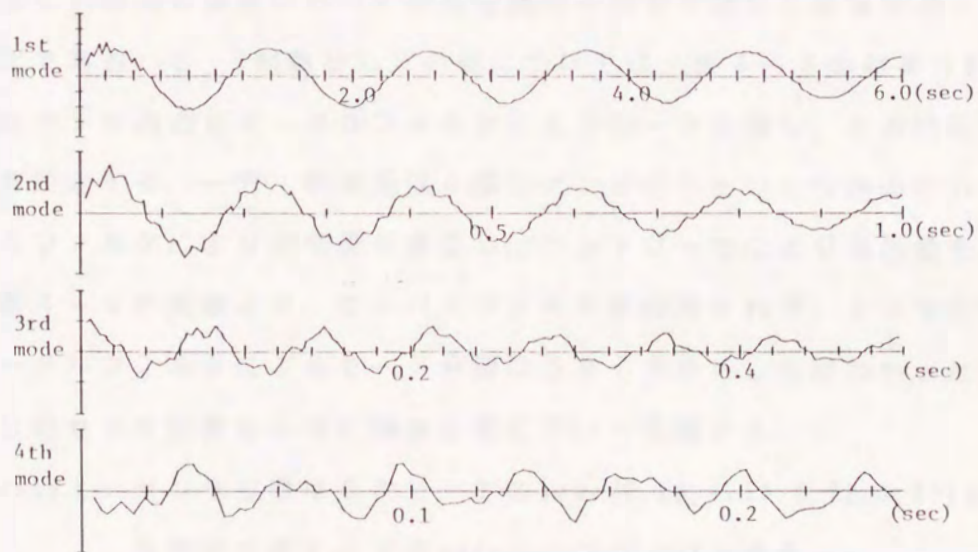


図 4 - 2 9 規準座標の抽出 8

センサ位置 : 0.20, 0.40, 0.60, 0.80 励振位置 : 0.25
 ローパスフィルタ : 無 固有関数 : 実験により同定

4-7 実験結果

ここでは、制御系による減衰効果を調べ、アクチュエータとセンサが共に1個の場合に第3章の定理を確認する。また、第3章で導出した安定判別式 $PC(r)$ の有効性をあわせて示す。さらに、複数個のセンサを用いて制御系を構成する場合の減衰効果を調べ、その場合の不安定化モードの存在性について検討する。

アクチュエータは1個とし、 $z_1 = 0.3$ に固定する。最適レギュレータ法におけるアクチュエータの重みは、1次モード～4次モードの中で最大の減衰比が0.1を越えないように、試行錯誤により $r_1 = 10$ とした。(減衰比が0.1の時、規準座標は1周期後に0.53倍に、7周期後には0.012倍になるので、減衰比を同定する際にノイズの影響が大きくなる。)

制御効果については、4-5節に示したように、実験装置では構造減衰や空気抵抗などの影響が無視できないので、制御系の及ぼす減衰効果 ($\Delta \zeta_r$) を次式で評価する。

$$\Delta \zeta_r = \zeta_r (\text{制御あり}) - \zeta_r (\text{制御なし}) \quad (4-37)$$

ここに、 ζ_r (制御あり) は制御を行う場合の r 次モードの減衰比であり、 ζ_r (制御なし) は同じ装置において制御回路の一部を不通にした場合の r 次モードの減衰比である。 ζ_r (制御なし) の値については、表4-3の結果3に示す。

4個のセンサ出力をモーダルフィルタによりモード分解し、その時間履歴から減衰比を同定する。一方、制御系は4個のセンサのうちいくつかの出力を用いて、モーダルフィルタにより状態量を推定し、コントローラにより操作量を計算する。前節の表4-4の実験より、ローパスフィルタを併用すれば、センサ位置に拘らず、モーダルフィルタによるモード分解はうまくできることがわかったので、次の2通りのセンサ位置ならびに励振位置について実験する。

case 1 センサ位置は5次モードの node (0.28, 0.50, 0.72, 0.92) とし、励振位置は6次モードの node の一つ (0.23) とする。

case 2 センサ位置は (0.20, 0.40, 0.60, 0.80) とし、励振位置を0.25とする。

以下に実験結果を示す。なお、表中における同定結果は5個の実験結果の平均値であり、理論値は特性方程式 (3-14) と表4-3の結果3より減衰比の増分を計算

したものである。また、 $PC(r)$ は(3-23)式より計算した。

(センサが1個の場合)

4個のセンサのなかで、ある1個のセンサ出力を用いて、1次モードのみの状態量を推定する場合の実験を行う。表4-5にはcase1の結果を、表4-6にはcase2の結果を示す。

表4-5 減衰効果の同定結果1

		$\times 10^{-3}$			
	mode No.	1次	2次	3次	4次
$y_1=0.28$	同定結果	17.5	49.0	26.6	0.981
	理論値	17.4	43.1	34.5	7.37
	$PC(r)$	正	正	正	正
$y_1=0.50$	同定結果	18.7	27.4	-2.48	-1.53
	理論値	17.4	22.4	0.316	-3.34
	$PC(r)$	正	正	正	負
$y_1=0.72$	同定結果	13.8	1.48	-6.63	1.46
	理論値	17.4	4.28	-5.69	1.32
	$PC(r)$	正	正	負	正
$y_1=0.92$	同定結果	18.8	-8.79	2.71	1.27
	理論値	17.4	-7.42	2.33	-0.254
	$PC(r)$	正	負	正	負

$y_1=0.50, 0.72, 0.92$ の場合には、スピルオーバー不安定現象が起こる。

表 4 - 6 減衰効果の同定結果 2

$\times 10^{-3}$

mode No.		1 次	2 次	3 次	4 次
$y_1 = 0.20$	同定結果	20.6	54.9	42.2	12.4
	理論値	17.4	50.4	52.1	18.8
	P C (r)	正	正	正	正
$y_1 = 0.40$	同定結果	22.9	36.2	11.5	-0.745
	理論値	17.4	31.8	12.5	-2.20
	P C (r)	正	正	正	負
$y_1 = 0.60$	同定結果	19.7	11.5	-4.48	3.05
	理論値	17.4	13.7	-5.63	-1.14
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1 = 0.80$	同定結果	20.0	-2.14	-2.84	3.56
	理論値	17.4	-1.03	-2.98	1.42
	P C (r)	正	負	負	正

$y_1 = 0.40, 0.60$ の場合には, スピルオーバー不安定現象が起こる.

(センサが 2 個の場合)

4 個のセンサのなかで, ある 2 個のセンサ出力を用いて, 2 次モードまでの状態量を推定する場合の実験を行う. case 1 の場合の結果を表 4 - 7 に, case 2 の場合の結果を表 4 - 8 に示す.

表 4 - 7 減衰効果の同定結果 3

$\times 10^{-3}$

mode No.		1 次	2 次	3 次	4 次
$y_1=0.28$ $y_2=0.50$	同定結果	測 定 不 能			
	理論値	17.4	10.7	-19.2	-9.48
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1=0.28$ $y_2=0.72$	同定結果	18.9	12.4	-0.086	1.83
	理論値	17.4	10.7	0.940	2.32
	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.28$ $y_2=0.92$	同定結果	22.1	11.1	11.5	1.60
	理論値	17.4	10.7	13.9	2.49
	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.50$ $y_2=0.72$	同定結果	16.8	6.82	-3.86	-0.792
	理論値	17.4	10.7	-3.57	-0.322
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1=0.50$ $y_2=0.92$	同定結果	21.7	10.8	0.400	-1.72
	理論値	17.4	10.7	1.11	-2.12
	P C (r)	正	正	正	負
$y_1=0.72$ $y_2=0.92$	同定結果	測 定 不 能			
	理論値	17.4	10.7	-10.1	2.18
	P C (r)	正	正	負	正

$y_1=0.28$, $y_2=0.50$ と $y_1=0.72$, $y_2=0.92$ の場合には, スピルオーバーによる発散現象が早すぎるために, 10秒間のデータ採取ができない. また, $y_1=0.50$, $y_2=0.72$ の時は, スピルオーバー不安定現象が起こる.

表 4 - 8 減衰効果の同定結果 4

$\times 10^{-3}$

mode No.		1 次	2 次	3 次	4 次
$y_1=0.20$ $y_2=0.40$	同定結果	測定不能			
	理論値	17.4	10.7	-32.1	-26.1
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1=0.20$ $y_2=0.60$	同定結果	測定不能			
	理論値	17.4	10.7	-10.3	-2.76
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1=0.20$ $y_2=0.80$	同定結果	21.0	11.9	7.64	3.25
	理論値	17.4	10.7	9.52	5.41
	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.40$ $y_2=0.60$	同定結果	測定不能			
	理論値	17.4	10.7	-8.62	-0.960
	P C (r)	正	正	負	負
$y_1=0.40$ $y_2=0.80$	同定結果	20.7	11.0	1.43	-1.91
	理論値	17.4	10.7	2.56	0.127
	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.60$ $y_2=0.80$	同定結果	20.8	9.07	-4.08	2.38
	理論値	17.4	10.7	-5.10	-0.617
	P C (r)	正	正	負	負

$y_1=0.20$, $y_2=0.40$ と $y_1=0.20$, $y_2=0.60$ と $y_1=0.40$, $y_2=0.60$ の場合には, スピルオーバーによる発散現象が早すぎるために, 10秒間のデータ採取ができない.
また, $y_1=0.60$, $y_2=0.80$ の時は, スピルオーバー不安定現象が起こる.

(センサが3個の場合)

4個のセンサのなかで、ある3個のセンサ出力を用いて、3次モードまでの状態量を推定する場合の実験を行う。case 1の結果を表4-9に、case 2の結果を表4-10に示す。

表4-9 減衰効果の同定結果5

		$\times 10^{-3}$			
	mode No.	1次	2次	3次	4次
$y_1=0.28$	同定結果	20.2	10.1	5.65	3.37
$y_2=0.50$	理論値	17.4	10.7	5.48	4.98
$y_3=0.72$	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.28$	同定結果	21.0	12.7	1.69	-2.04
$y_2=0.50$	理論値	17.4	10.7	5.48	-0.543
$y_3=0.92$	P C (r)	正	正	正	負
$y_1=0.28$	同定結果	21.7	10.5	4.72	-1.89
$y_2=0.72$	理論値	17.4	10.7	5.48	2.38
$y_3=0.92$	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.50$	同定結果	22.6	9.96	2.73	-3.07
$y_2=0.72$	理論値	17.4	10.7	5.48	-3.81
$y_3=0.92$	P C (r)	正	正	正	負

$y_1=0.50$, $y_2=0.72$, $y_3=0.92$ の場合には、スピルオーバー不安定現象が起こる。

表 4 - 1 0 減衰効果の同定結果 6

$\times 10^{-3}$

mode No.		1 次	2 次	3 次	4 次
$y_1=0.20$	同定結果	21.7	9.31	9.17	14.5
$y_2=0.40$	理論値	17.4	10.7	5.48	14.2
$y_3=0.60$	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.20$	同定結果	19.9	12.4	6.49	2.25
$y_2=0.40$	理論値	17.4	10.7	5.48	2.34
$y_3=0.80$	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.20$	同定結果	20.2	12.1	6.82	3.77
$y_2=0.60$	理論値	17.4	10.7	5.48	3.75
$y_3=0.80$	P C (r)	正	正	正	正
$y_1=0.40$	同定結果	20.5	11.9	5.67	0.318
$y_2=0.60$	理論値	17.4	10.7	5.48	0.411
$y_3=0.80$	P C (r)	正	正	正	正

(センサが4個の場合)

4個のセンサ出力を用いて、4次モードまでの状態量を推定する場合の実験を行う。case 1の結果を表4-11に、case 2の結果を表4-12に示す。

表4-11 減衰効果の同定結果7

		$\times 10^{-3}$			
mode No.		1次	2次	3次	4次
$y_1=0.28, y_2=0.50$	同定結果	21.5	10.4	4.32	0.516
	理論値	17.4	10.7	5.48	1.60
$y_3=0.72, y_4=0.92$	P C (r)	正	正	正	正

表4-12 減衰効果の同定結果8

		$\times 10^{-3}$			
mode No.		1次	2次	3次	4次
$y_1=0.20, y_2=0.40$	同定結果	21.6	12.3	5.62	1.73
	理論値	17.4	10.7	5.48	1.60
$y_3=0.60, y_4=0.80$	P C (r)	正	正	正	正

なお、表 4-5 ~ 表 4-12 においては、4 次モードまでの同定しか行っていないために、不安定化モードが現れていない場合もある。しかし、表 4-13 に示すように、計算上はそのような場合にも必ず不安定化モードが存在する。これは、第 3 章で証明した定理の確認だけでなく、定理では取り扱えなかった複数個のセンサにより状態フィードバックを行う場合にも、不安定化モードが存在する可能性を示唆している。

表 4-13 不安定化モードの存在

センサ数	センサ位置	不安定化する最低次のモード
1	$y_1=0.28$	8 次
	$y_1=0.20$	5 次
2	$y_1=0.28, y_2=0.72$	5 次
	$y_1=0.28, y_2=0.92$	8 次
	$y_1=0.20, y_2=0.80$	5 次
	$y_1=0.40, y_2=0.80$	6 次
3	$y_1=0.28, y_2=0.50, y_3=0.72$	5 次
	$y_1=0.28, y_2=0.72, y_3=0.92$	8 次
	$y_1=0.20, y_2=0.40, y_3=0.60$	5 次
	$y_1=0.20, y_2=0.40, y_3=0.80$	6 次
	$y_1=0.20, y_2=0.60, y_3=0.80$	5 次
	$y_1=0.40, y_2=0.60, y_3=0.80$	6 次
4	$y_1=0.28, y_2=0.50, y_3=0.72, y_4=0.92$	8 次
	$y_1=0.20, y_2=0.40, y_3=0.60, y_4=0.80$	6 次

本章では、一様な片持はりの実験装置を用いて、制御効果の定量的な評価を行った。制御効果は、各モードの減衰比の増分として評価した。

まず、減衰比の同定を行う前に、実験に用いた柔軟はりの振動特性（固有振動数、固有関数、固有減衰比）を同定した。次に、各モードの規準座標の抽出法について検討した。その結果この実験装置においては、固有振動数が互いに離れているので、ローパスフィルタとモーダルフィルタの併用が規準座標を抽出するのに効果的であることがわかった。ただし、一般の柔軟構造物には、固有振動数が近接するモードが多数存在し得るので、ローパスフィルタとモーダルフィルタの併用により、いつもこれほどうまくモード分解できるとは限らない。

それらの結果をふまえて、実験で求めた減衰比の増分と数学モデルから計算した減衰比の理論値を比較した（表4-5～表4-12）。減衰比の同定精度が一般に一桁以下であるといわれることを考慮すれば、ほぼ理論に一致するといえる。また、減衰効果の理論値が小さい場合、同定結果と理論値の符号が逆、すなわち安定化／不安定化が逆になっていることがある。これは、図4-15～図4-18に示すように固有関数が数学モデルに基づく固有関数と少し異なるために、nodeに近い位置では安定化／不安定化が逆転しているためと考えられる。さらに、第3章で導出した安定判別式 $PC(r)$ についてもあわせて検討し、その有効性を確認した。