

き裂と切欠きにおける大規模降伏条件下の力学的厳しさの尺度

藤崎, 渉

<https://doi.org/10.11501/3078956>

出版情報 : 九州大学, 1994, 博士 (工学), 論文博士
バージョン :
権利関係 :



き裂と切欠きにおける大規模
降伏条件下の力学的厳しきの尺度

藤 崎 渉

①

き裂と切欠きにおける大規模
降伏条件下の力学的厳しさの尺度

平成 6 年
藤 崎 渉

目 次

第 1 章	序 論	1
1.1	緒 言	2
1.1.1	はじめに	2
1.1.2	従来の研究	3
1.2	研究の方針	9
1.2.1	大規模降伏条件下における強度評価	10
1.2.2	検討項目	12
1.3	参考文献	16
第 2 章	小規模降伏条件下の 強度評価	19
2.1	緒 言	20
2.2	線形き裂力学	20
2.3	線形切欠き力学	21
2.4	同一の物理現象が生ずる原因の厳しさの尺度	34
2.5	結 言	36
2.6	参考文献	37
第 3 章	大規模降伏条件下 の強度評価	38
	－ 非線形き裂力学, 非線形切欠き力学の提案 －	
3.1	緒 言	39
3.2	基本概念	40
3.3	有限要素解析方法	43
3.4	実験方法	53
3.5	結 言	58
3.6	参考文献	59

第 4 章	非線形き裂力学	60
4.1	緒言	61
4.2	有限要素解析	61
4.3	$\bar{\epsilon}^{\text{P}_{\text{max, FEM}}}$ がき裂材における弾塑性応力場の支配因子	66
4.4	結言	76
4.5	参考文献	78

第 5 章	非線形切欠き力学	79
5.1	緒言	80
5.2	有限要素解析	80
5.3	$\bar{\epsilon}^{\text{P}_{\text{max, FEM}}}$ と切欠き半径 ρ が切欠き材における弾塑性応力場の支配因子	83
5.4	結言	91
5.5	参考文献	93

第 6 章	非線形き裂力学および 非線形切欠き力学の有用性	94
6.1	緒言	95
6.2	非線形き裂力学の有用性の検討	95
6.3	非線形切欠き力学の有用性の検討	97
6.3.1	Ti-6Al-4V, S45C 切欠き材の変形挙動	98
6.3.2	フラクトグラフィによる検討	118
6.3.3	有限要素解析	123
6.3.4	板厚の影響	152
6.3.5	応力-ひずみ曲線と線形切欠き力学の適用限界	163
6.4	結言	171
6.5	参考文献	173

第 7 章 結 論

174

謝 辞

181

第 1 章

序 論

本章では破壊に関わる歴史的展開を含めた研究の背景、問題点および研究の方針について述べる。

1.1 緒言

1.1.1 はじめに

機械や構造物の破壊は、き裂状欠陥または切欠きによる応力集中部を起点として生じるのが普通である⁽¹⁾。したがって、部材の強度評価に関しては、き裂と切欠きの影響を合理的に予測する方法の確立が基本的課題となる。省みれば、1957年にIrwinが提案した線形破壊力学に始まる破壊力学は、表1-1に破壊の代表的事例^{(2)~(8)}を示すごとく、多くの機械や構造物の破壊の歴史を経て生まれた新しい学問であり、産業の高度成長と相俟って急速に発展してきた。機械や構造物の破壊は多くの場合予期せずして生じ、しかもそれによって尊い人命や多くの物的財産が失われる。機械や構造物がさらに大型化する現代社会においては、その構造的信頼性を確保することは社会的責務である。このため、機械や構造物の破壊を正確に評価し防止するための学問がますます重要となり、破壊力学の更なる充実と発展が望まれていると言える。線形破壊力学が提案された年以前と以後では、機械や構造物の安全性は飛躍的に向上したと言える。しかし、使用条件の厳しさの増加とともに、大規模降伏条件下での材料の強度評価がますます必要となってきたが、J積分・CTODなどが十分な成功を納めているとは言えない。

本研究は、このような観点から、大規模降伏条件下における力学的厳しさの尺度について考察し、これに基づいた試験片から実物までの統一的な強度評価法を検討したものである。具体的には、き裂材、切欠き材の強度評価方法としてそれぞれ非線形き裂力学、非線形切欠き力学を提案し、その物理的背景を有限要素解析により明らかにし、つぎにその有効性について検討したものである。

ここではまず、現在までの破壊に関わる学問の歴史^{(2)~(8)}を概説する。

1.1.2 従来の研究

G r i f f i t h は 1921 年の有名な論文の中で、その論文の本来の目的は、繰返し荷重を受ける機械部品の強さに及ぼす表面きずの影響を知ることであると述べている⁽⁹⁾。彼は本来の目的とは離れてぜい性破壊の問題を取り扱った。

彼は I n g l i s による楕円孔を有する無限板の引張りの応力集中係数⁽¹⁰⁾と実験応力解析の結果から、典型的な表面きずの応力集中係数が2~6程度であると推定した。一方、当時の文献の結果では、表面きずによる疲労限度の低下率は20%程度以下であった。

このことから、G r i f f i t h はき裂を有する板の破壊が一点の応力の値のみでは支配されないと考え、エネルギー・バランスの考え方を導入して、ガラスのぜい性破壊の問題を取り扱い、破壊時の応力 σ とき裂の長さ $2a$ との間に $\sigma \sqrt{a} = \text{一定}$ の関係があることを、理論的ならびに実験的に示した。このことは、ぜい性破壊を起こす原因の強さが $\sigma \sqrt{a}$ を尺度として測れることを意味している。

I r w i n は、き裂を伝ばさせる原因はき裂先端付近にあると考え、再び応力場そのものを問題とした。そして1957年、S n e d d o n によるき裂先端付近の応力場の式⁽¹¹⁾を用いて、き裂先端付近の情報のみからエネルギー解放率（き裂が単位長さ伝ばするときに解放されるひずみエネルギー）を計算し、それが G r i f f i t h が系全体の積分から求めたエネルギー解放率に一致することを示した⁽¹²⁾。これによって、き裂進展による系全体のエネルギー解放率がき裂先端付近の応力場の強さのみによって直接代表されることがわかった。すなわち、き裂を伝ばさせる厳しさの尺度であるエネルギー解放率が、き裂先端付近の弾性応力場の強さを規定する尺度 K （これを応力拡大係数という。き裂先端付近の応力場は、き裂寸法などが異なっても互いに相似であり、したがって比例定数 K のみによって決まる）のみによって規定されることが明らかになった。

G r i f f i t h - I r w i n の研究に端を発した線形破壊力学の全世界的な研究は、現在では構造物破壊を防止するための有力な工学的手法として定着している。

一方、高靱性の低強度鋼におけるようにき裂先端近傍に大規模な塑性変形を生ずるような破壊形態があり、これを弾塑性破壊あるいは延性破壊とよんでいる。延性破壊では、塑性領域の影響を無視することができなくなるため、脆性破壊において定義した応力拡大係数 K はその有効性を失う。このことは低サイクル疲労においても、同様である。本研究は、このような状況下での力学的厳しさの尺度に関するものであり提案の実証を延性破壊を通じて行うので、以下では力学的厳しさの尺度に関するこれまでの研究および延性破壊の研究について述べる。

線形破壊力学が適用できない塑性変形の大きい大規模降伏条件下での破壊の条件として、1961年に W e l l s ⁽¹³⁾ や B i l b y ら ⁽¹⁴⁾ が C T O D クライテリオンを提案した。線形破壊力学の小規模降伏条件という制約がなくなることから、溶接構造鋼の脆性破壊に対して、この C T O D によるじん性評価が盛んに使用されるようになった。この C T O D クライテリオンの提案以前には1924年に L u d w i k ⁽¹⁵⁾ が提案した考え方がある。L u d w i k の考え方は、切欠きあるいはき裂のリガメント部の平均歪が限界値に達すると破壊するというものであるのに対し、C T O D では切欠きあるいはき裂の先端そのものの開口変位を限界値にとっている点でより現実に近いものであると言える ⁽¹⁶⁾。さらに、R i c e ⁽¹⁷⁾ は1968年に延性破壊におけるき裂進展条件として、 J 積分を提案した。この J 積分の物理的意味はポテンシャルエネルギー解放率を表しており、またき裂先端を囲む任意の経路における線積分として表現できる利点がある。現在では、延性破壊の条件として C T O D と J 積分の2手法が工学的手法として特に幅広く用いられている。

次に延性破壊の力学的取扱いについての従来の研究を概説する。

1968年にHutchinson⁽¹⁸⁾はRambertg-Osgood型応力-ひずみ曲線および折れ線型応力-ひずみ曲線を用い、平面応力・平面ひずみを仮定して、またRice-Rosengren⁽¹⁹⁾はPower-law型応力-ひずみ曲線を用い、平面ひずみを仮定して、両者ともに全ひずみ理論により、き裂先端付近の弾塑性漸近解析を行い、き裂に固有な特異応力ひずみ場(HRR場)を明らかにしている。

McMeeking⁽²⁰⁾は1977年に非加工硬化材、加工硬化材を用い、Model・平面ひずみにおけるき裂先端近傍の応力場に及ぼすき裂鈍化の影響について有限要素法による解析を行った。その結果によれば、き裂先端に近づくにつれて、応力はRice-Rosengrenの解に沿って上昇しているが、き裂先端近くではき裂鈍化の影響により、HRR解から離れて次第に低下する。

村上ら⁽²¹⁾は1978年に、引張り試験途中で除荷して切欠き底を観察することにより、S45C切欠き丸棒の引張りにおける延性きれつ発生過程を調べ、切欠き底にき裂が発生する時の引張り方向ひずみは、切欠き半径が同じであれば、他の寸法に関係なくほぼ同じ値になると結論している。

Varias-Shih⁽²²⁾は1993年、応力の三軸性応力成分下においても、き裂先端近傍の応力場が塑性域の最小長さ L_g のみで規定できることを報告している。すなわち、塑性域の最小長さが大規模降伏条件下での応力場を規定する尺度となることを明らかにしている。

このような大規模降伏条件下の応力・ひずみ場のなかで、破壊の進行する過程をさらに詳しく調べるには、き裂先端近傍におけるボイドの発生・成長・合体などの挙動について解析することが重要となる。

ボイドの発生に関する研究としては, Ashby⁽²³⁾, Tanaka⁽²⁴⁾やBroek⁽²⁵⁾に代表される転位モデルに基づくものがある。まず, Ashbyは1966年に, 界面における引張り応力が限界応力を越えたとき, 介在物と母地の界面からボイドが発生すると述べている。つぎに, Tanakaは1970年, 球状の介在物に蓄積される弾性エネルギーを計算し, ある粒径以上であれば応力クライテリオン, ある粒径以下であればエネルギー・クライテリオンであると報告している。さらに, Broekは1973年に, それまでのA1に関する研究をまとめ, 介在物間隔とディンプル・サイズに相関関係があること, ボイドの発生・成長に関する転位モデルにより破壊応力・ひずみと介在物の体積率の関係が説明できるとしている。

また, ボイドの成長の解析と結びつけ易い形のボイドの発生条件としては, 1978年のGoods-Brown⁽²⁶⁾の母材の限界ひずみ説, 1975年のArgon⁽²⁷⁾および1981年のBeremin⁽²⁸⁾の母材と第二相粒子との間の限界応力説がある。

まず, Goods-Brownは低温でボイドを発生させるのに必要な限界塑性ひずみの定量的予測が可能なモデルをエネルギー条件に基づいて導いており, Brown-Stobbsの実験結果⁽²⁹⁾とよく一致するとし, 一方, 上述のTanakaらの式⁽²⁴⁾は合わないと報告している。つぎに, Argonらは球状介在物からのボイド発生条件を検討し, 限界弾性エネルギーは必要条件ではあるが, 十分条件ではないことを明らかにした。直径が100 Å以上の介在物では, 常にエネルギー条件は満足されており, 限界界面応力条件が満たされればボイドが発生すると述べている。さらに, Beremin⁽²⁶⁾はA508鋼の介在物(MnS)からのボイドの発生条件を有限要素法による計算と組織観察から検討し, 必要な限界応力にEshelbyの理論⁽³⁰⁾を母地と介在物間に生ずる内部応力を考

慮して拡張した式⁽³¹⁾を使用し、実験結果を説明した。

ボイドの成長に関する研究としては、1968年にMcClintock⁽³²⁾は塑像用粘土⁽³³⁾や銅⁽³⁴⁾などで観察されたボイド成長による破壊のモデルとして三軸応力成分の影響を考慮した破壊条件を提案し、剛塑性体中の円柱状ボイドは三軸応力成分が大きくなると、成長が著しいことを明らかにしている。ついで、1969年にRice-Tracey⁽³⁵⁾は、より現実的な球状ボイドの一定ひずみ速度下における成長と三軸応力成分の関係を定量化し、同様の結論を得ている。

ボイドの合体に関する研究としては、まず、McClintock⁽³²⁾は相互作用を無視しボイドが互いに接するまで一定成長するとの簡単な「横方向接触」モデルにより解析した。しかし、求められた破断ひずみは、第二相粒子の体積率の増大により破断ひずみが減少することを示した1962年のEdelson-Baldwin⁽³⁶⁾の実験結果よりも高い値となった。1968年にThomas⁽³⁷⁾は繰返し配列された角柱状ボイドの内部くびれによる合体条件を導き、実験結果⁽³⁸⁾をよく説明している。

1982年にTvergaard⁽³⁸⁾は、無数のマイクロ・ボイドを含む材質中の大きな円柱状ボイドが繰返し配列された場合のせん断帯によるボイド合体過程を有限要素解析により検討し、引張りに対して45°方向にボイドがあるとき、破断ひずみが最も小さくなることを報告している。また、1984年にBourcierら⁽³⁹⁾は、加工硬化率がボイドが含まれる高強度材の変形および破壊に及ぼす指標となるとして、中央切欠きを有する平板の引張試験および有限要素解析を行い、加工硬化率が低いTi-6Al-4Vでは局所的なせん断帯による破壊、加工硬化率が高いHSLA鋼では拡散くびれの破壊が生じやすいことを明らかにしている。

き裂を含む部材において、き裂に対して開口型の引張り荷重が作

用するときには、上述のようにボイドの発生・成長・合体というボイド型の破壊が重要である。一方、き裂にせん断力が作用すると、き裂先端ではせん断すべりによるせん断型の破壊がおこる場合がある^{(40), (41)}。岸本ら⁽⁴²⁾は1991年に混合モード荷重下での延性破壊挙動に及ぼす応力の静水圧成分や加工硬化率の影響について検討した。彼らは、き裂先端近傍の応力場が、(1) 応力拡大係数によって特徴づけられる領域、(2) 混合モード条件下のHRR特異場が支配的な領域、(3) 微小ボイドの影響を受けない鈍化き裂に特有な領域、(4) 微小ボイドの応力への影響が顕著な領域の4領域に分けられることを明らかにしている。

破壊力学は、破壊現象を実験的あるいは理論的方法によって解明する学問である。したがって、破壊現象に応じて研究方法が異なっている。また、研究対象の領域のオーダーが原子・分子・結晶レベルのいずれであるかによっても研究方法が異なると言える。上述した延性破壊過程の研究の多くはミクロな延性破壊現象を明らかにし、定量化した研究成果である。個々の論文で、対象とした材料、対象とした実験条件下では、そのモデルはよく現象を説明できるが、他の材料、実験条件下では説明できないということが生じがちである。また、ミクロな立場からの研究成果は実用的な設計基準に結びつきがたい面がみうけられる。

1.2 研究の方針

破壊力学の主な目的は、材料を正しく、すなわち安全でしかも経済的に使用することである。その目的を達成するためには、試験片の強さから実物の強さを予測する必要がある(図1-1)。このことが本研究の基本的立場である。

材料の破壊はほとんどの場合、応力が集中するき裂あるいは切欠き部を起点とするので、き裂または切欠きを持つ部材の強度評価は実用上重要な問題である。切欠き材では通常、破壊に先立って切欠き底に塑性変形が生じ、微小き裂が発生する。したがって破壊問題を検討するためには、小規模降伏条件下あるいは大規模降伏条件下において、切欠き部に発生する弾塑性応力場が重要となる。このことは初めからき裂がある場合も同様である。

一方、試験片の強さから実物の強さを予測するには、それぞれの試験片と実物においての弾塑性応力分布そのものを直接的に知らなくても、ある適当な尺度をとり、試験片と実物においてその尺度が同じ時、同一弾塑性応力場が保証されるならば十分である。

小規模降伏条件下のき裂材の問題ではその尺度は応力拡大係数 K であり、切欠きの問題ではその尺度は切欠き底の弾性最大応力 $\sigma_{\max}$ と切欠き半径 ρ である。前者の考え方を線形き裂力学、後者の考え方を線形切欠き力学^{(43)~(45)}と呼ぶ。一方、大規模降伏条件下のき裂または切欠きの問題では、線形き裂力学、線形切欠き力学の適用はそのままではともに困難となる。

本研究の着目点は、第一に、大規模降伏条件下においてき裂または切欠きを有する試験片と実物で同じ現象が生じるためのマクロな力学的厳しさの尺度を検討するものである。

さらに設計への応用を考え、有限要素法援用の立場からみた、計算で利用できる簡便で等価な厳しさの尺度について言及するものである。

1.2.1 大規模降伏条件下における強度評価

塑性域がき裂先端または切欠き底の比較的狭い領域に限定された小規模降伏条件下では弾性情報が適用可能である。切欠き材の問題では、線形切欠き力学においても *response* の等価性⁽⁴⁵⁾により弾性応力場から弾塑性応力場への変化も同一となることが明らかにされている。

一方、き裂先端または切欠き底の塑性域が小規模降伏状態を越えて発達した大規模降伏条件下では、もはや弾性情報だけではき裂先端または切欠き底の応力あるいはひずみを表すことはできない。このような状態におけるき裂または切欠きを有する試験片と実物で同じ現象が生じるためのマクロな力学的厳しさの尺度を検討するには、

1. き裂先端、切欠き底の変形過程を詳細に観察すること
2. き裂先端、切欠き底近傍の塑性ひずみ場を知ること

が必要となる。

本研究では、SEMサーボパルサを用いた切欠き材の引張り試験を行うことにより上記1を実行し種々の切欠き形状とき裂発生との関係を定量的に求める（試験片寸法の都合によりき裂材の実験は困難であるので、き裂材の問題は他の研究者の実験結果を用いる）。さらに有限要素解析により上記2を実行する。

一般的に応力集中がある場合には、異なる部材同士で、最大応力 σ_{max} が一定であっても同一現象が起こるとは限らない。

もし試験片と実物において、最大応力一定のもとで同一現象が起こるならば、

- a) 試験片の応力
- b) 試験片の挙動
- c) 実物の応力

の3つから実物の挙動（強さも含めて）を予測することができる。

しかし、過去のデータは最大応力一定のもとでも、一般に同一現象

が生じないことを示している。そこで我々は、4番目の情報として、

d) 厳しさの尺度

を知る必要がある。

応力集中源としてはき裂と切欠きがある。き裂は切欠きにおいて切欠き半径 ρ がゼロとなった場合に相当するので、き裂を切欠きに含めてもよさそうであるが、き裂では σ_{max} が無限大となるので、両者は区別して取り扱わなければならない。

き裂をもつ部材の強さは、小規模降伏条件下では、厳しさの尺度として応力拡大係数を用いる線形破壊力学（線形き裂力学のこと）の手法を用いて予測される。一方切欠きをもつ部材の強さは、厳しさの尺度として最大応力と切欠き半径を用いる線形切欠き力学の手法を用いて予測される。この線形切欠き力学の考え方が疲労以外の問題に適用されたのは、ポリカーボネイトの延性—ぜい性せん移現象⁽⁴⁷⁾⁽⁴⁸⁾に対してである。

I r w i n の研究以来、き裂をもつ部材に作用する力学的厳しさが、各種条件のもとで簡単に計算できるようになった。現在では、き裂をもつ部材のほとんどの破壊問題に対して、 K の有効性が証明され、また実際に使用されている。

切欠きからの破壊であっても破壊に先立ってき裂が認められるのが普通である。したがって、以上述べたき裂の力学は当初から線形破壊力学と呼ばれてきた。ここで‘線形’という言葉は‘純粋に弾性応力計算によって求まるパラメーターを用いる’ことを意味している。

線形切欠き力学では、破壊や降伏を起こす原因の強さとして、純粋に弾性計算のみによって求められる値を使用する。そこで何故塑性変形が生じた後の問題に対しても有効であるかを再確認することは、大規模降伏条件下の力学的厳しさの尺度を考える上で重要である。このことについては第2章で詳述するので、ここでは要約する

と次のような流れとなる。

- ① 同一弾性応力場が生じるためには、切欠き材では $\sigma_{max1} = \sigma_{max2}$, $\rho_1 = \rho_2$ であればよい。
- ② $\rho_1 = \rho_2$ である二つの切欠き材の切欠き底付近の同じ位置に等しい塑性変形が起こったときも、同様に、再分布する応力場は互いに等しくなる。(もちろん、塑性変形がき裂先端または切欠き底から遠くにまで達するときは、Responseの等価性は成立しないので、同一弾塑性応力場は得られない。)
- ③ 同一弾塑性応力場は、同一現象が生じることを保証する。

板材の場合には、 $\rho_1 = \rho_2$ であっても板厚が異なれば、Responseの等価性は保証されない。したがって、板材で同一現象が生じるためには、板厚が等しいことも加える必要がある。ただし板厚がある程度以上大きい場合には、板厚は無関係となる。

小規模降伏をはるかに越える変形が与えられる場合、すなわち大規模降伏条件下で同様に切欠き材あるいはき裂材において同一の物理現象が生じる原因の厳しさの尺度を検討する際にも上記①～③の考え方の流れを拡張して検討する。

1.2.2 検討項目

大規模降伏条件下でのき裂材、切欠き材の延性破壊強度を評価する手法を確立することを目的として、き裂または切欠きを有する試験片と実物において同一の物理現象が生じる原因の厳しさの尺度を追求するとの立場から以下の諸項目を検討する。

1. 小規模降伏条件下のき裂材、切欠き材の強度評価方法である線形き裂力学、線形切欠き力学について場の同一性を保証する尺度とその物理的背景について整理し、両者の考え方に共通する統一的な

力学的厳しさの尺度について考察する。また、線形切欠き力学の適用限界について検討する。

2. 大規模降伏条件下のき裂材、切欠き材の強度評価方法として非線形き裂力学、非線形切欠き力学を提案し、その基本概念を明らかにする。

3. 非線形き裂力学の物理的背景について有限要素解析により明らかにする。

4. 非線形切欠き力学の物理的背景について有限要素解析により明らかにする。

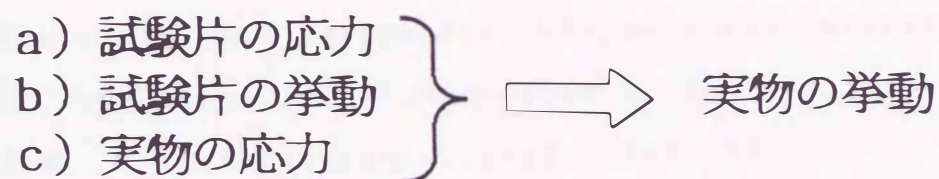
5. 非線形き裂力学、非線形切欠き力学の有用性を検証する。特に、切欠き材では、その引張変形および破壊の過程をSEMサーボバルサによる連続観察により調べ、さらに、切欠き底の塑性ひずみ場を有限要素解析により求め、非線形切欠き力学の有効性を明確にする。

6. 切欠きを有する延性材料のき裂発生条件に及ぼす板厚の影響について検討する。さらに熱処理条件を変えて応力-ひずみ曲線と線形切欠き力学の適用限界との関係について実験的に検討する。

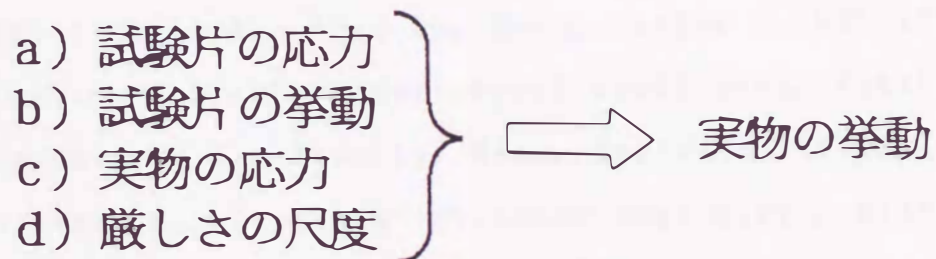
表 1-1 歴史上の破壊事例⁽³⁾

年	破 壊 事 例
1800年代	金属材料を用いた構造物が見られるようになり、多くの破壊事故を起こしている。
1830年	英国モントローズ吊橋の主チェーン破断による事故。
1966年	英国マンチェスター停車場屋根の一部が落下した事故。
1860年代	英国の鉄道において車輪、車軸あるいはレールの破壊が原因で、多数の人命が失われた鉄道事故。
1898年	米国ニューヨークで大型ガスタンクが破壊し多くの人的、物的損害を与えた。
1886年	米国ロングアイランドで高さ250フィートの給水塔が水圧試験中に脆性破壊。
1900年代	溶接構造物の出現による破壊事故が多発。
1919年	ボストンにおいて製糖用タンクが破壊。
1938年	ベルギーのアルバート運河にかかるフィーレンデル橋の落下事故。
1939年	米国が戦時標準船として建造した4694隻の全溶接船のうち1289隻が破壊事故。そのうちの233隻は致命的な破損事故を起こした。原因は溶接部などの切欠き応力集中部より発生したき裂を起点とする脆性破壊。
～	
1945年	英国航空のコメット機2機の疲労き裂を起点とした破壊墜落事故 ⁽⁴⁾ 。
1944年	メルボルンのキングス橋の落下事故。
1962年	米国の西バージニア州におけるポイント・プレザント橋の落下事故により橋梁分野でも脆性破壊に対する関心が高まった。
1967年	米軍の戦闘爆撃機 F-111の主翼部の欠陥に起因した破壊事故。この事故は、航空機設計に損傷許容設計を採用させるための直接的な動機を与えた。
1969年	港内に係船中の I 船 IOS-3301(584フィート)が建造後1年に脆性破壊。これにより脆性破壊の必要性が再確認された。
1972年	ノルウェー沖で石油掘削用プラットフォームが悪天候下で転覆 ⁽⁵⁾ 。原因はプラットフォームの支柱間を固定する構造物の応力集中部に発生した疲労き裂を起点とした脆性破壊。
1980年	日本航空のボーイング747が墜落し乗客乗員を含め520人が死亡する航空史上最大の惨事。事故は、後部隔壁リベット孔から発生した疲労き裂が起因。
1985年	
1986年	米国バージニア州サリー原子力発電所2号炉の2次系配管が破断 ⁽⁶⁾ 。この配管は蒸気発生器主給水ポンプ入口側配管で、配管内表面き裂が貫通した後、全周にわたって不安定延性破壊。

$\sigma_{\max 1} = \sigma_{\max 2}$ で同一現象が起こる場合：



$\sigma_{\max 1} = \sigma_{\max 2}$ で同一現象が起こらない場合：



一般には d) 厳しさの尺度 を知る必要がある

図 1-1 試験片の挙動から実物の挙動を予測する方法

1.3 参考文献

- (1) 例えば, 西田, 機械機器破損の原因と対策, (1986)日刊工業新聞社.
- (2) 西谷, 機械の研究, 41-9(1989), 977.; 41-10(1989)1105.
- (3) 矢川, 破壊力学, (1988)p. 3, 培風館.
- (4) Broek, D., Elementary Engineering Fracture Mechanics, 4th ed., (1986), Martiuns Nijhoff Publishers.
- (5) Rolfe, T. S. and Barsom, M. J., Fracture and Fatigue Control in Structures, (1977), Prentice-Hall.
- (6) 小林, Nikkei Mechanical, 2-25, (1985), 75.
- (7) "The Alexander L. Kielland Accident", M. I. T., MITSG, 81-8, (1981).
- (8) 矢川, 原子力学会誌, 29-7, (1987), 621.
- (9) Griffith, A. A., Proc. Roy. Soc., Series A, 221(1921), 163.
- (10) Inglis, C. E., Proc. Inst. Naval Architects, (1913), 219.
- (11) Sneddon, I. N., Proc. Roy. Soc., Series A, 187(1946), 229.
- (12) Irwin, G. R., Proc. 9th Int. Congr. Appl. Mach., 8(1957), 245.
- (13) Wells, A. A., Proc. Crack Prop. Symp. College of Aeronautics. (1962), 210.
- (14) Bilby, B. A., Cottrel, A. H. and Swinden, K. H., Proc. Roy. Soc., Series A, 272(1963), 304.
- (15) Ludwik, P., Z. Metallkde., 15(1924), 207.
- (16) 横堀, 機械の研究, 31-10(1979), 1167.
- (17) Rice, J. R., J. Appl. Mech. Vol 35(1968), 379.
- (18) Hutchinson, J. W., J. Mech. Phys. Solids, 16-1(1968), 13.
- (19) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., J. Mech. Phys. Solids, 16-1(1968), 1.
- (20) McMeeking, R. M., J. Mech. Phys. Solids, 25-5(1977), 357.

- (21) 村上・西川・西谷, 機論, 44-388(1978), 4032.
- (22) Varias, A. G., and Shih, C. F., J. Mech. Phys. Solids, 41-5(1993), 835.
- (23) Ashby, M. F., Phil. Mag., 14(1966), 1157.
- (24) Tanaka, K., ほか2名, Phil. Mag., 21-170(1970), 267.
- (25) Broek, D., Eng. Fract. Mech., 5-1(1973), 55.
- (26) Goods, S. H. and Brown, L. B., Acta Metall., 27-1(1979), 1.
- (27) Argon, A. S., ほか2名, Metall. Trans., 6A-4(1975), 825.
- (28) Beremin, F. M., Metall. Trans., 12A-5(1981), 723.
- (29) Brown, L. M., and Stobbs, W. M., Phil. Mag., 34(1976), 351.
- (30) Eshelby, J. D., Proc., Roy., Soc., A, 241, (1957) 376.
- (31) Berveiller, M. and Zaoui, A., J. Mech. Phys. Solids, 26(1979) 325.
- (32) McClintock, F. A., Trans ASME, Ser. E, 35-2(1968), 363.
- (33) Phines, W. J., MS thesis, M. I. T., Dep. Mech. Eng., 1961.
- (34) Puttick, K. E., Phil. Mag., Series 8, 4(1959) 964.
- (35) Rice, J. R. and Tracey, D. M., J. Mech. Phys. Solids, 17-3(1969), 201.
- (36) Edelson, B. I. and Baldwin, W. M., Trans. ASM, 55(1962), 230.
- (37) Thomason, P. F., J. Inst. of Metals, 96-12(1968), 360.
- (38) Tvergaard, V., J. Mech. Phys. Solids, 30-4(1982), 265.
- (39) Bourcier, R. J., ほか3名, Int. J. Fracture, 24-4(1984), 289.
- (40) 東郷・ほか2名, 材料, 37, (1988), 855.
- (41) 岸本・ほか3名, 機論, 56-524, A(1990), 957.
- (42) 岸本・ほか2名, 機論, 55-539, A(1991), 1506.
- (43) 西谷, 機論, 48-447, A(1983), 1353.
- (44) 西谷・野口, 機論, 52-477, A(1986), 1286.
- (45) 百武・西谷, 機論, 51-465, A(1985), 1493.

(46) 陳・西谷・森, 機論, 55-520, A(1989), 2416.

(47) 西谷・百武, 機論, 49-445(1983), 1071.

(48) 百武・西谷, 機論, 50-453(1984), 888.

第 2 章

小規模降伏条件下の強度評価

本章では小規模降伏条件下のき裂材，切欠き材の強度評価方法である線形き裂力学，線形切欠き力学の考え方に基づく同一の物理現象が生ずる力学的厳しさの尺度と，線形切欠き力学の適用限界について述べる。

2.1 緒言

大規模降伏条件下での機械や構造物における部材の強度を予測するためには、具体的にはまず同一材料の試験片について規定された条件の下における試験片による強度試験を行い、それに基づいて実際の部材の強度を予測することになる。その際、予測が可能となるためには、破損（降伏や破壊）を起こす原因の厳しさの程度を測る尺度が必要である。その尺度は、試験片と部材とで尺度の値を同一にした場合同じ現象が起こることを保証するものでなければならない。

本章ではまず、その尺度を弾性計算の結果のみを用いて規定する考え方である線形き裂力学および線形切欠き力学^{(1)~(10)}の物理的背景について述べ、さらに線形切欠き力学の適用限界について検討する。ここで線形切欠き力学とは、切欠きをもつ二つの部材において、切欠き半径と切欠き底の最大弾性応力を揃えれば、他の幾何学的条件とは無関係に切欠き底近傍の弾性応力分布とResponseの等価性が保証され、したがって小規模降伏条件下では弾塑性応力場が等しくなり、同一現象が生じるという考え方である。

2.2 線形き裂力学

き裂をもつ部材の強度を弾性計算と基礎的試験のみから予測するための工学的手法は線形破壊力学と呼ばれているが、それは元来、線形き裂力学と呼ぶべきものである。線形き裂力学において基本的な意味をもっているのは応力拡大係数 K である。

2.3 線形切欠き力学

切欠きをもつ部材の強度を弾性計算と基礎的試験のみから予測するための工学的手法は線形切欠き力学と呼ばれている。線形切欠き力学において基本的な意味をもっているのは最大弾性応力 σ_{max} と切欠き半径 ρ である。

ここでは、まずき裂をもつ部材および切欠きをもつ部材における力学的厳しさの尺度の物理的意味について述べる。

き裂材に関しては、すでにその尺度として応力拡大係数の有効性が明らかにされているので、ここでは切欠き材における尺度についてより詳細に検討する。

(I) き裂および切欠きによる応力場の特徴⁽¹⁾

図2-1のように、一様引張り応力を受ける無限板中に1個の円孔がある場合を考える。このときの切欠き底付近の応力分布 (x 軸上の応力分布) は次のように表される。

$$\sigma_x(x) = \sigma_\infty \{m^4 \xi^3 + m^2(m^2 - m - 3)\xi + m + 1\} / \{(m-1)(m^2-1)\} \quad (1)$$

$$K_t = 1 + 2m, \quad m = \sqrt{a/\rho},$$

$$\xi = (a+x)/\sqrt{a\rho + 2ax + x^2} \cdot \sqrt{\rho/a} \quad (2)$$

ここで K_t は応力集中係数である。き裂は $m \rightarrow \infty$ の極限として表される。

a. き裂先端付近の応力分布

き裂先端付近では、式(1),(2)において $a \gg x \gg \rho$ としてよいから、 $a \gg x \gg \rho$ および $a \gg x \gg \rho$ が成立つ。したがって式(2)より

$$\begin{aligned} \xi &= (a+x)/\sqrt{2ax} \{ \sqrt{1+(a\rho+x^2)/2ax} \} \sqrt{\rho/a} \\ &= \sqrt{\rho/2x} (1+x/a)(1+\rho/2x+x/2a)^{-1/2} \end{aligned}$$

き裂では $\rho \rightarrow 0$ となることを考慮すれば

$$\xi = \sqrt{\rho/2x} (1 + x/a)(1 + x/2a)^{-1/2} \quad (3)$$

これを式(1)に代入し, $m \rightarrow \infty$ となることおよび $x/a \ll 1$ なることを考慮すれば

$$\sigma_y(x) \cong \sigma_\infty m \xi = \sigma_\infty \sqrt{a/\rho} \sqrt{\rho/2x} \cdot (1 + 3/4 \cdot x/a - 5/32 \cdot x^2/a^2 + \dots) \quad (4)$$

$x/a \ll 1$ なので x/a , x^2/a^2 , $\dots$ の項を無視すれば, x 軸上の応力分布 $\sigma_y(x)$ は

$$\sigma_y(x) = K_I / \sqrt{2\pi x}, \quad K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \quad (5)$$

となる。式(5)は無限板中に一個のき裂があり,それが開口形(モードI形)の応力を受ける場合に,き裂先端付近の応力場が $x^{-1/2}$ の特異性をもつことを示している。このことは無限板中のき裂のみでなく有限板中のき裂や三次元き裂に対しても同様に言えることである。したがってき裂による弾性応力場は $x^{-1/2}$ の係数を代表する応力拡大係数のみによって規定されることになる。

b. 切欠き底付近の応力分布

$x \ll \rho$ のとき, 式(2)より

$$\begin{aligned} \xi &= (a+x)/\sqrt{a\rho} \{ \sqrt{1+(2ax+x^2)/(a\rho)} \} \sqrt{\rho/a} \\ &= (1+1/m^2 \cdot x/\rho) / \sqrt{1+2x/\rho + 1/m^2 \cdot x^2/\rho^2} \end{aligned} \quad (6)$$

これを式(1)に代入し整理すれば

$$\sigma_y(x) = \sigma_{max} [1 - (3+4m)/(1+2m) \cdot x/\rho + 3/2 \cdot (5+6m)/(1+2m) \cdot x^2/\rho^2 + \dots] \quad (7)$$

$$\text{ここで, } \sigma_{max} = K_1 \sigma_\infty = \sigma_\infty (1+2m) \quad (8)$$

式(7)において、 x/ρ の係数は $m:0 \sim \infty$ に対して $3 \sim 2$ の間で変化するに過ぎない(x^3/ρ^3 以下の項の係数は m が 0 に近くなると大きく変化する)。したがって、式(7)から、 a/ρ が小さいときの切欠き底付近の応力分布が切欠き深さ a にほとんど無関係に切欠き底の最大応力 σ_{max} と ρ のみによってほぼ決まることがわかる。そのことをより具体的に示したのが図2-2である。

以上では、切欠きとしてだ円孔を取り上げたが、円周切欠きをもつ丸棒の引張りや曲げにおいても、応力分布が σ_{max} と ρ のみで決まるという全く同様の関係が成立する。すなわち、切欠きによる弾性応力場は、最大弾性応力 σ_{max} と切欠き半径 ρ のみによって規定されることになる。

(II) き裂材または切欠き材同士で同一現象が起こるための条件⁽¹⁾

き裂問題において、小規模降伏条件が満たされていれば、破壊や一定量の降伏域が生じる限界の荷重は、応力拡大係数 K のみによって支配される(とくに断わらない限り、板では板厚一定として議論するものとする)。すなわち、小規模降伏条件で二つのき裂材において $K_{11} = K_{12}$ なら、同一現象が生じることになる。それは、き裂をもつ二つの部材において K_1 の値が等しいとき、小規模降伏の条件下では、き裂先端付近に塑性変形が生じた後も、両者における弾塑性応力分布は等しくなるからである。弾塑性応力分布が等しくなる理由は次の二つの事実に基づいている。

(1) K_1 が同じならば、き裂先端付近の応力分布はき裂の大きさや部材の幾何的条件に無関係にほぼ等しい[図2-3(a)]。

(2) き裂先端付近に一定の微小な塑性変形が生じたことによって付加

される応力場は、き裂の大きさや、他の幾何的条件に無関係にほぼ等しい [response の等価性, 図2-3(b)]。

切欠き問題に関しても全く同様な議論が成り立つ。すなわち、切欠き問題において、小規模降伏の条件が満たされていれば、破壊や一定量の降伏域が生じる限界の荷重は、最大弾性応力 σ_{max} と切欠き半径 ρ のみによって支配される（板材では板厚も同じとする）。このことは、二つの切欠き材において $\sigma_{max1} = \sigma_{max2}$, $\rho_1 = \rho_2$ ならば、同一現象が生じることを意味している。それは $\sigma_{max1} = \sigma_{max2}$, $\rho_1 = \rho_2$ のとき、小規模降伏条件下では、切欠き底付近に塑性変形が生じた後も、両者における弾塑性応力分布は等しくなるからである。その理由は、き裂問題にけると同様に、次の二つの事実に基づいている。

(1) $\sigma_{max1} = \sigma_{max2}$, $\rho_1 = \rho_2$ ならば、切欠き底付近の応力分布は、切欠きの深さや他の寸法に無関係に、互いにほぼ等しくなる [図2-3(a)]。

(2) $\rho_1 = \rho_2$ ならば、切欠き底付近に一定の塑性変形が生じたことによって付加される応力場は、切欠き深さや他の寸法に無関係に、互いにほぼ等しい [response の等価性, 図2-3(b)]。

き裂材同士または切欠き材同士で、それぞれ同一現象が生じるための条件を模式的に示したのが図2-4である。この図より線形き裂力学（これまでの線形破壊力学）と線形切欠き力学が極めてよく似た力学的背景をもっていることがわかる。ここで注意すべき点は、板材において response の等価性が保証されるためには、き裂材でも切欠き材でも $\rho_1 = \rho_2$ の条件のほかに板厚が一定でなければならないことである。板厚が異なれば自由表面の影響が異なることになり、response の等価性は一般には保証されなくなる。

(Ⅲ) 切欠き底に発生したき裂の応力拡大係数⁽¹⁾

切欠き半径が一定で、かつ切欠き底の最大応力が互いに等しい幾つかの切欠きの底に等しいき裂が入ったとき、応力拡大係数がそれらの切欠きでどの程度異なるかを見してみる。ここでは無限板中の楕円孔で二つの半径の比 b/a が種々異なる場合を考える。図2-5は3種の楕円 ($b/a=0.5, 1, 2$) の切欠き底に長さ c のき裂が入ったときの応力拡大係数を無次元量で表してある⁽¹¹⁾。図からわかるように、切欠き半径 ρ が一定なら切欠き深さが変わっても、切欠き底に同一長さのき裂が入ったときの F_1 の値は、 c が ρ に比べて小さい範囲で互いにほぼ等しい。このことは、き裂がないとしたときの最大応力 $K_t \sigma_\infty$ と ρ がそれぞれ互いに等しい幾つかの切欠きがあるとき、それらに同一長さの ρ に比べて小さいき裂が入れば、 K_1 の値はそれらすべての切欠きにおいて互いにほぼ等しいことを意味する。この事実からも応力場の強さを最大応力と切欠き半径で規定することの合理性が理解できる。

(Ⅳ) 切欠き底に生じる塑性域⁽¹⁾

図2-6は引張りを受ける無限板中の楕円孔の主軸端に生じる塑性域の大きさ R とそれを発生させるに必要な応力 σ_∞ との関係を、Dugdaleモデル⁽¹²⁾に基づいて計算したものである⁽¹³⁾。縦軸は降伏応力 σ_s と弾性体として計算した最大応力 $K_t \sigma_\infty$ との比 $\sigma_s / K_t \sigma_\infty$ を表している。点線は相対応力分布である。もし実線と点線が一致すれば、弾性応力分布が降伏応力をちょうど越える範囲まで塑性域が生ずることを意味する。実線が右側にきているのは、そのようにして計算される塑性域よりも広い範囲まで降伏することを意味している。

実線同士が $R/\rho = 0.5$ 付近までの範囲において b/a が変化しても互いにほぼ一致しているが、このことは切欠き底の最大応力 $K_t \sigma_\infty$ と切欠き半径 ρ が一定なら、切欠き底に生じる塑性域寸法が互いにほぼ等しいことを示すものである。このことから、前述した応力場の強さを規

定する量として最大応力と切欠き半径をとる立場の有効性がわかる。

(V) き裂材および切欠き材の破壊条件⁽¹⁾

前節に述べた事実に基づいて、き裂材および切欠き材の小規模降伏条件下におけるぜい性的破壊の限界条件を書けば次のようになる。

(a) き裂材では、周知のように、

$$K_I = K_{Ic} \quad (9)$$

(b) 切欠き材では

$$\sigma_{max} = \sigma_{maxc}(\rho) \quad (10)$$

式(10)の $\sigma_{maxc}(\rho)$ は、 K_{Ic} に相当する量で、材質によって決まる量であるが、それは切欠き半径 ρ の関数でもある。左辺の σ_{max} は弾性計算による値である。

式(9)と(10)は見掛け上異なる条件のように見えるが、物理的には共通の基盤の上に立つものである。すなわち、式(10)を切欠き底から微小な一定距離はなれた点の応力が、 ρ によって決まる限界値に達したときにぜい性的破壊が起こることを意味すると考えれば、式(9)は(10)の中に含まれることになる。

ここでは破壊の例としてぜい性破壊を取上げてその限界条件を示したが、他の破壊形式に関しても同様な関係式が存在する。すなわち、 K_I がぜい性破壊以外のき裂問題に対しても有効であるのと同様に、応力場の強さを σ_{max} と ρ でとらえる考え方も切欠き材における各種荷重条件下の破壊問題に対して有効である。

線形き裂力学と線形切欠き力学は、以上述べたことから分かるように、非常によく似ているが相違点もある。線形き裂力学と線形切欠き力学の本質的に異なる点は、後者では ρ が変化し得るために ρ を変えることによって別な現象が起こりうるということである。このことは、現象の遷

移行限界が ρ によって支配されることを意味する。切欠き材において、現象の移行限界が ρ で支配される例は、疲労における停留き裂の問題や静的破壊における延性-ぜい性移行の問題などにおいて見られる。

き裂では、つねに $\rho \cong 0$ であるので、き裂をもつ二つの部材があるとき、両者のき裂先端付近の応力分布は片方の荷重を調整することによって一致させることができる。このことは、小規模降伏の条件が満たされている限り、(板では板厚一定のもとで)、両者において同じ現象しか起こらないことを意味している。切欠きでは、 ρ が変わりうるので、切欠きをもつ二つの部材があるとき、例えば一方には停留き裂が存在するのに対し、他方にはそれが存在しえないということが起こる。逆に切欠き材でも、 ρ が一定なら、(板では板厚一定のもとで)、つねに同じ現象が起こることになる。

(VI) 線形切欠き力学の適用限界

線形切欠き力学において基本的な意味をもっているのは最大弾性応力と切欠き半径 ρ である。図2-6に示すように $K_t \sigma_{\infty}$ が σ_s より2倍程度までは $K_t \sigma_{\infty}$ と塑性域寸法とには対応関係が認められる⁽⁶⁾。しかし、それ以上大きくなった場合には、この関係は認められがたくなり、すなわち大規模降伏条件下での破壊条件は線形切欠き力学そのままではもはや評価が困難となる。

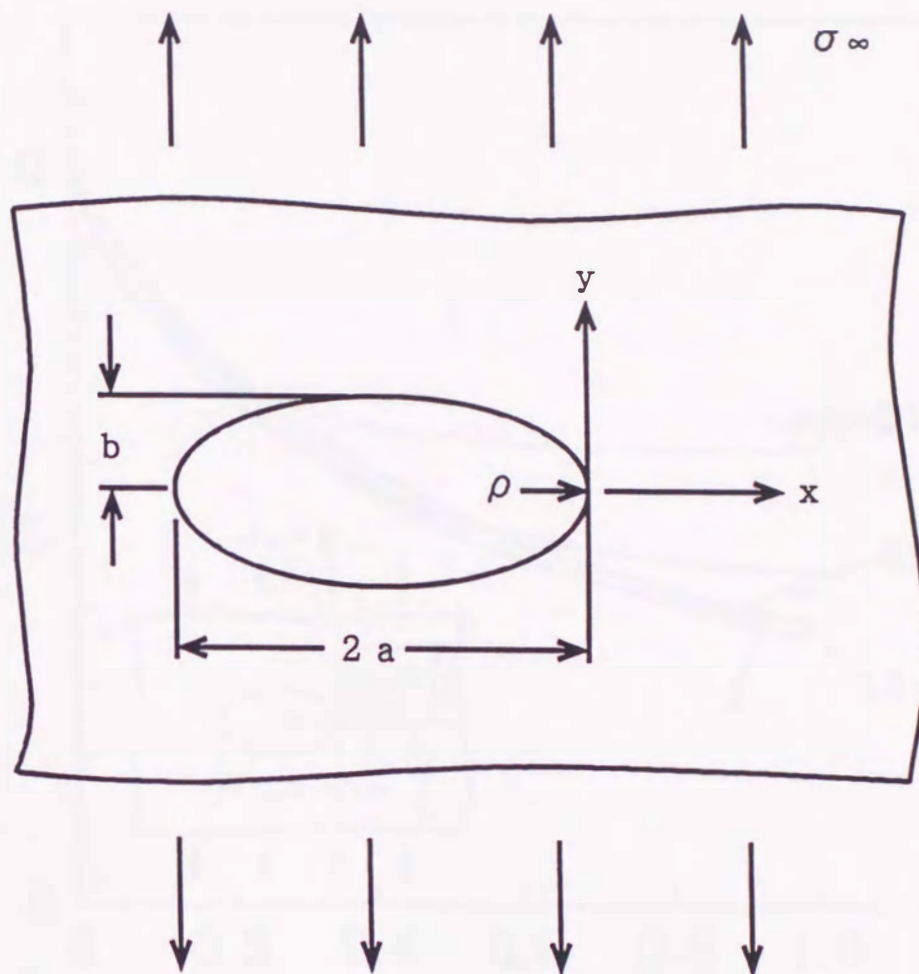


図 2-1 楕円孔の座標

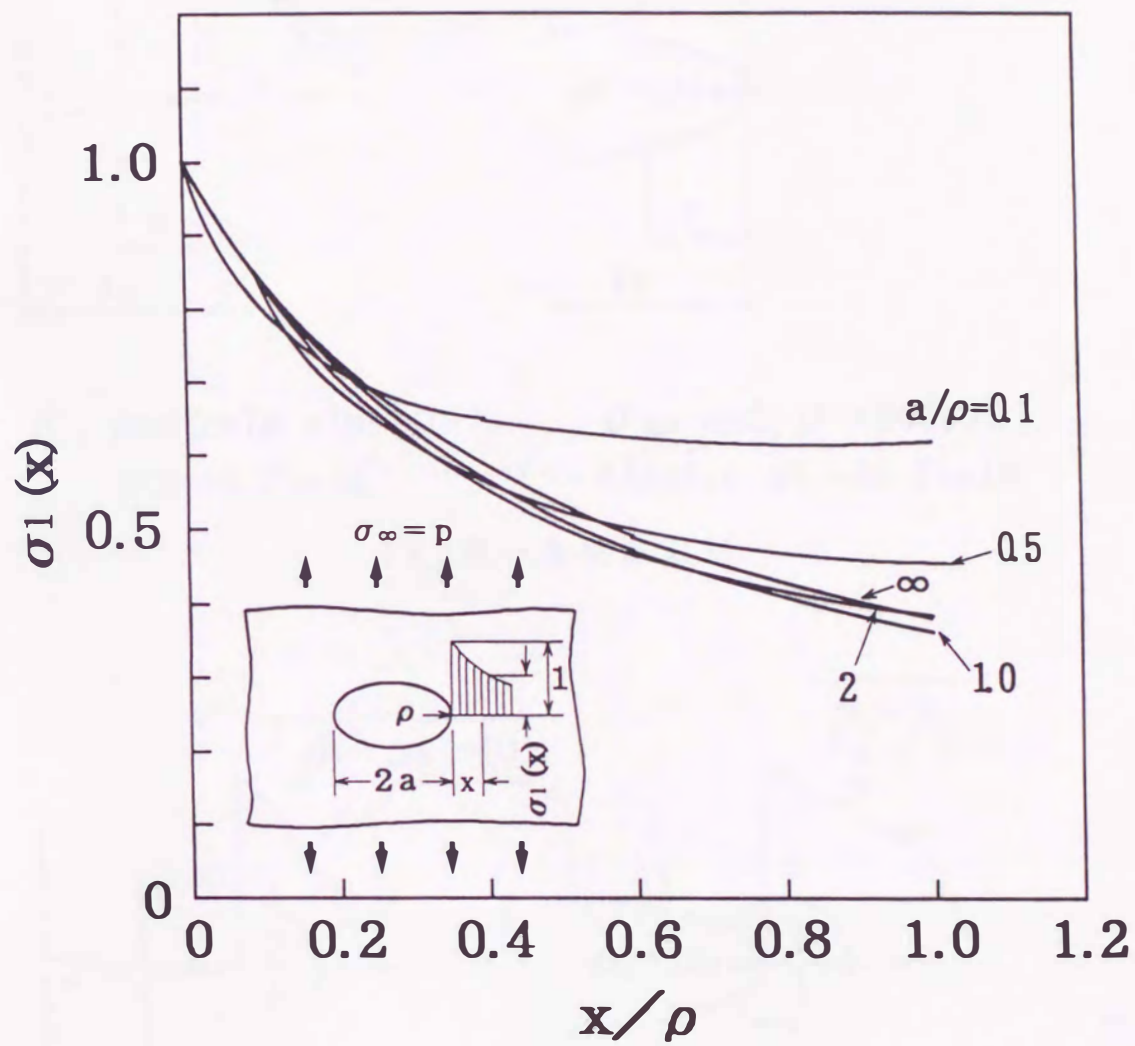
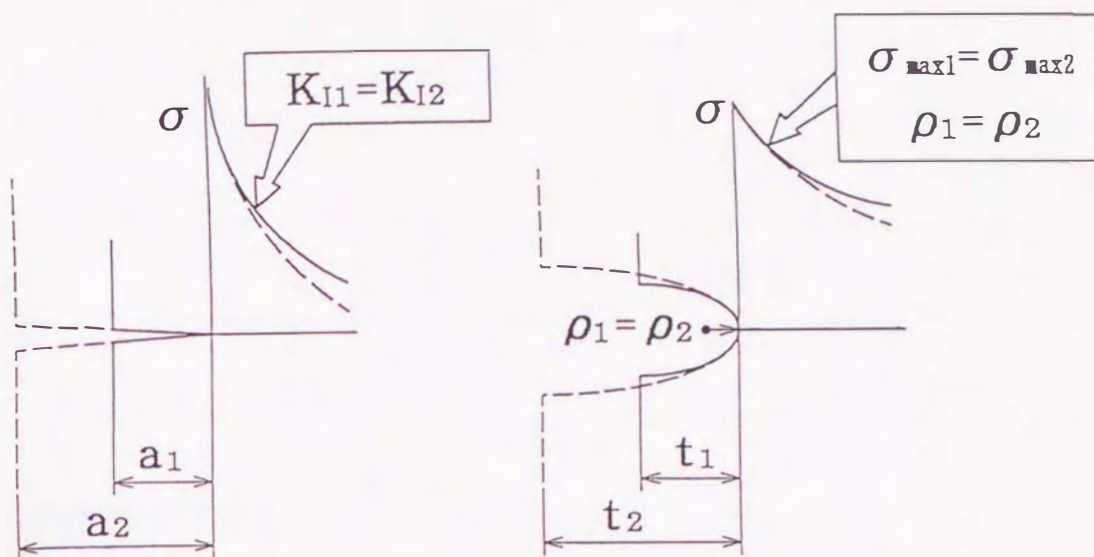


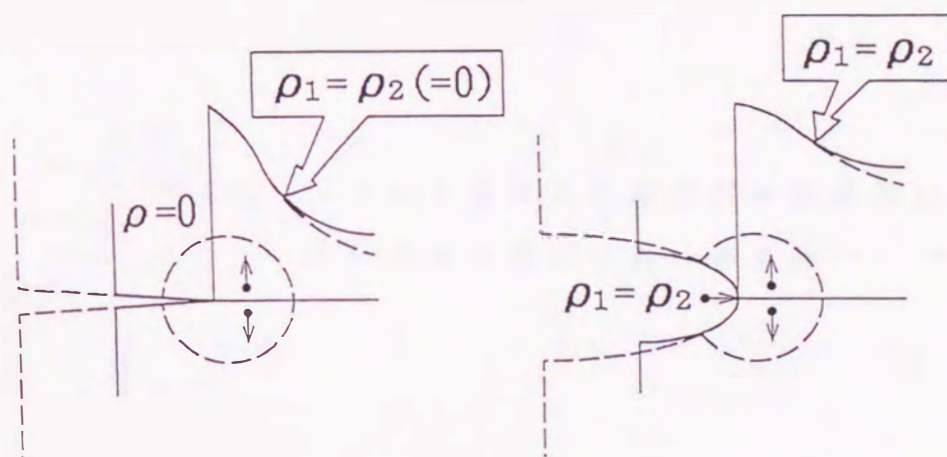
図2-2 切欠き底付近の相対応力分布



K_I controls elastic stress field

$\sigma_{\max}$ and ρ control elastic stress field

(a) 同一弾性応力場



(b) Responseの等価性

図2-3 き裂材同士および切欠き材同士における
同一弾性応力場とResponseの等価性

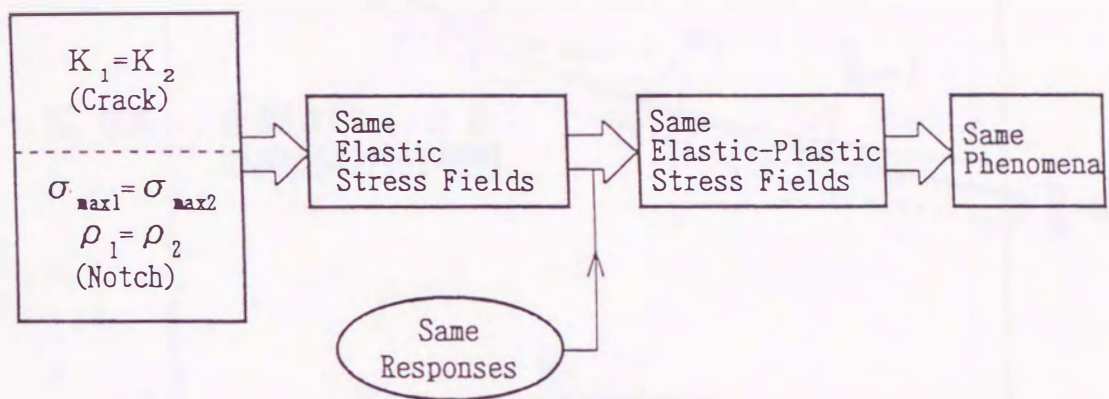


図 2-4 二つのき裂材または切欠き材において
同一現象が生ずるための条件 (1) ~ (2)

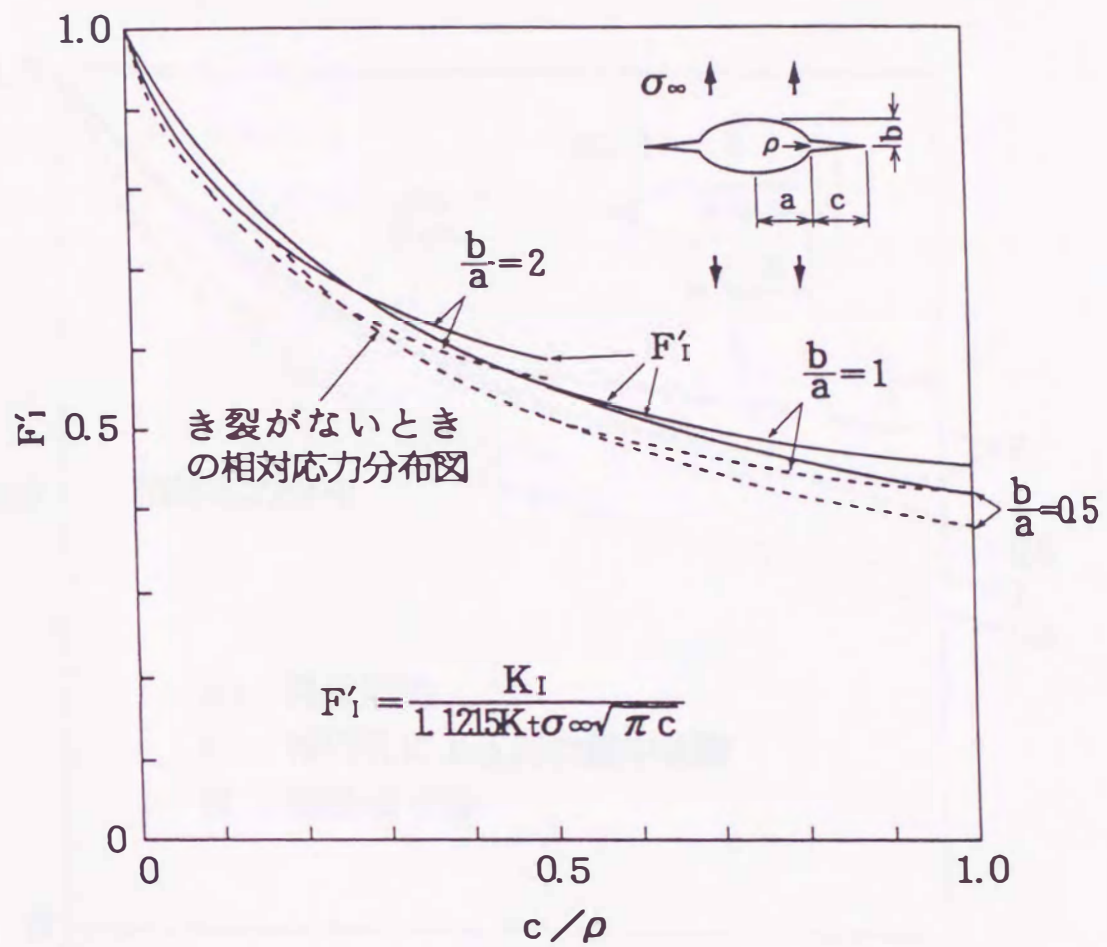


図 2-5 楕円孔の主軸端に生じたき裂による
応力拡大係数⁽¹³⁾

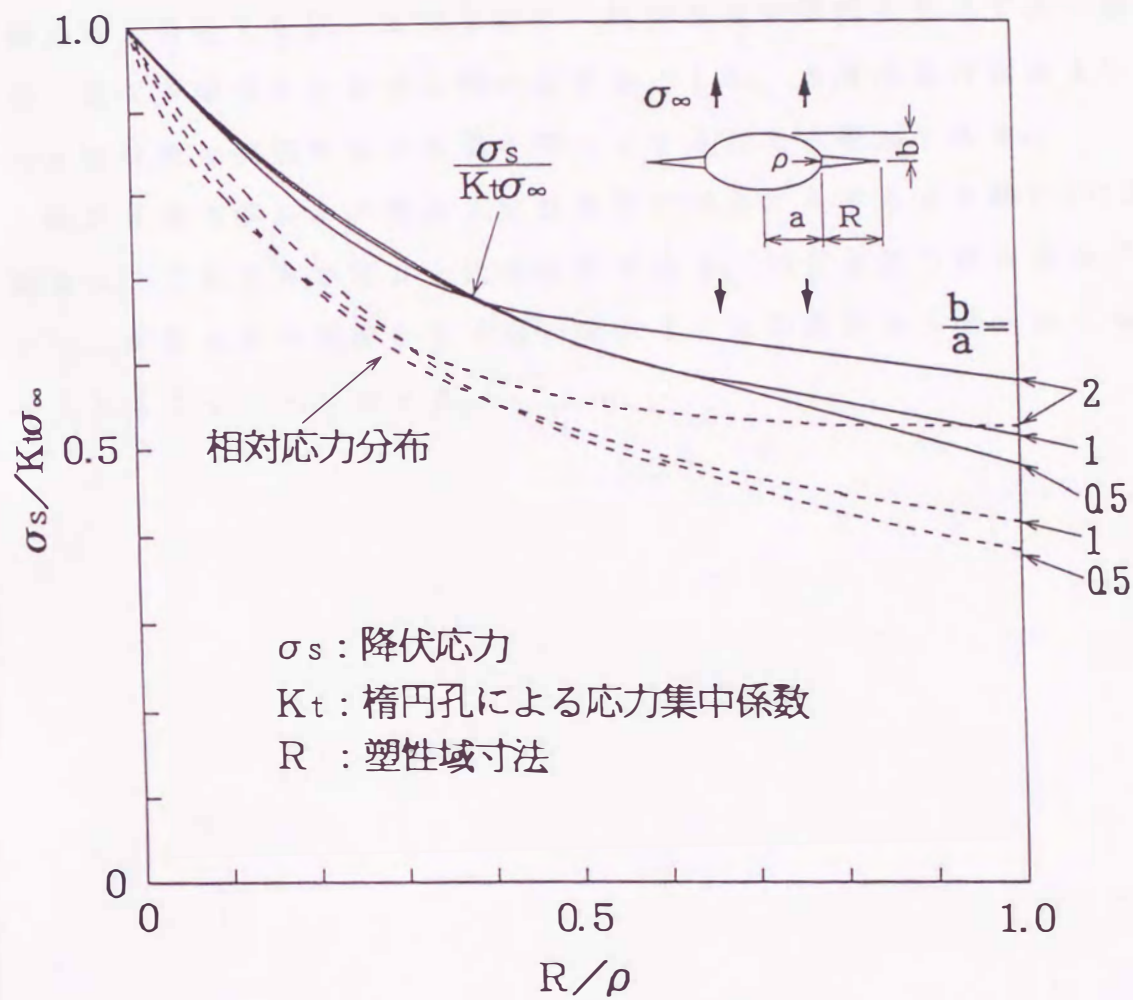


図2-6 楕円孔の穴縁に生じる塑性域⁽¹²⁾

(Dugdale⁽¹²⁾による計算値)

2.4 同一の物理現象が生ずる原因の厳しさの尺度

小規模降伏条件下のき裂材および切欠き材の強度評価である線形き裂力学および線形切欠き力学の考え方の特徴は簡便な弾性情報を尺度として弾塑性ひずみ場を表すことにある。すなわち、き裂材の問題において、応力拡大係数 K を同一にすること、切欠き材の問題において最大弾性応力と切欠き半径をそれぞれ同一とすることは、き裂先端付近あるいは切欠き底付近の弾塑性ひずみ場を同一とすることと等価である。

線形き裂力学および線形切欠き力学に共通する考え方を図2-7に表す。両者は、「切欠き半径 ρ 一定の条件下では、切欠き底の最大全ひずみ $\varepsilon_{\max}^t$ が厳しさの尺度として有効である」との原理から導かれたものであるとみなすことができる。

Small scale yielding

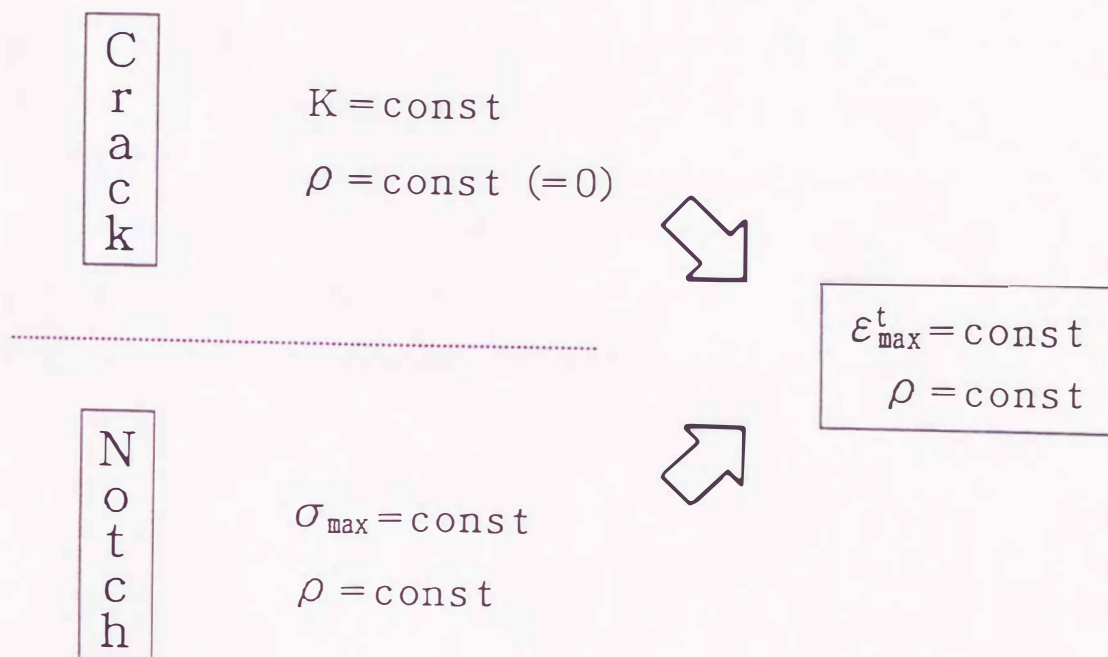


図2-7 小規模降伏条件下における厳しさの尺度

2.5 結 言

小規模降伏条件下におけるき裂材，切欠き材の強度評価法である線形き裂力学，線形切欠き力学の考え方に基づく同一の物理現象が生ずる力学的厳しさの尺度について述べ，さらに線形切欠き力学の適用限界について検討した。

2.6 参考文献

- (1) 西谷, 日本機械学会第66期全国大会特別講演, 材料力学の進展
(1988-10-19)
- (2) 西谷, 機械の研究, 41-9(1989)977.
- (3) 西谷, 機械の研究, 41-10(1989)1105.
- (4) 西谷, 機械の研究, 27-1(1975)15.
- (5) 西谷・田中・藤崎, 機論, 51-462, A(1985)421.
- (6) 西谷, 疲労強度学, オーム社(1985)pp.41-43.
- (7) 西谷・野口, 機論, 52-477, A(1986)1286.
- (8) 西谷・藤崎・田中・田中, 機論, 57-534, A(1991)238.
- (9) 西谷・田中・藤崎, 機論, 55-511, A(1989)409.
- (10) 藤崎・野田・田中・西谷, 材料, 39-447(1990)1533.
- (11) 西谷・石田, 機論, 39-317(1973)7.
- (12) Dugdale, D. S., J. Mech., Phys. Solids, 8(1960)100.
- (13) Nisitani, H., Proc. ICF3, 2-1(1973)513.

第 3 章

大規模降伏条件下の強度評価

－ 非線形き裂力学，非線形切欠き力学の提案 －

本章では大規模降伏条件下のき裂材，切欠き材の強度評価方法である非線形き裂力学，非線形切欠き力学を提案し，その有効性を検討するための計算方法と実験方法について述べる。

3.1 緒言

機械や構造物の破壊は、き裂状欠陥または切欠きによる応力集中部を起点として生じるのが普通である⁽¹⁾。したがって、部材の強度評価に関しては、き裂と切欠きの影響を合理的に予測する方法の確立が基本的課題となる。ところで、小規模降伏条件下ではき裂をもつ部材に対して、線形き裂力学⁽²⁾⁽³⁾が、また切欠きをもつ部材に対して、線形切欠き力学^{(4)~(7)}がそれぞれ有効であることがすでに十分実証されている。2章において、小規模降伏条件下における強度評価方法である線形き裂力学、線形切欠き力学は、それぞれの尺度が弾塑性応力場の等価性を保証していることを明らかにした。

一方、大規模降伏条件下でも、J積分⁽⁸⁾をはじめ多くの破壊条件^{(9)~(13)}が提案され、それぞれの有用性が示されている。しかしながら、大規模降伏条件下の破壊に関しては、小規模降伏条件下の破壊における程の成功はおさめられていない。

本章では、線形き裂力学および線形切欠き力学それぞれの拡張である、非線形き裂力学および非線形切欠き力学を提案し、その物理的背景と有効性について検討するための計算方法と実験方法について述べる。

なお、本研究ではモードIのみについて基本的な考え方を示すが、この考え方は当然他のモードについても同様に適用できる。

3.2 基本概念

線形き裂力学および線形切欠き力学は、いずれも弾性応力解析に基づいて試験片の強度から実物の強度を予測するための工学的手法とすることができる。

その予測は試験片と実物で同一弾塑性応力場、したがって同一現象が起こる条件によって保証される。線形き裂力学および線形切欠き力学の原理図は前章の図2-4に示した。両者の物理的背景は、「弾性応力場を規定することにより、小規模降伏条件下の弾塑性応力場が一意的に決まる」という事実に基づいている。

非線形き裂力学および非線形切欠き力学は、いずれも弾塑性応力解析に基づいて試験片の強度から実物の強度を予測するための工学的手法とすることができる。

具体的に言えば、次のようになる。例えば、大規模降伏条件下において、き裂または切欠きをもつ板状試験片のき裂発生時の荷重が求まっているとしよう。そのとき同一厚さで寸法の異なる板(実物)がき裂または切欠きをもっているとき、どのようにしてき裂発生時の荷重を合理的に予測すればよいか？ それに答えるのが非線形き裂力学であり、非線形切欠き力学である。

その予測は、線形き裂力学および線形切欠き力学の場合と同様、試験片と実物で同一弾塑性応力場、したがって同一現象が起こる条件によって保証される。同一弾塑性応力場が起こる条件は、複雑だと思われるが、4、5章において詳述するように実は一点の塑性ひずみと幾何学的パラメータとの二つのみ(き裂のときは一点の塑性ひずみのみ)によって規定される(図3-1)。ただし、大規模降伏が起こった後で同一弾塑性応力場を保証するためには、どうしても弾塑性応力解析を用いなければならない。それは大規模降伏後における一点の塑性ひずみを試験片と実物とで同一にするためには、弾塑性応力解析が是非とも必要となるからである。

線形き裂力学, 線形切欠き力学, 非線形き裂力学および非線形切欠き力学は, いずれも「切欠き半径 ρ 一定の条件下では, 切欠き底の最大全ひずみ $\varepsilon_{\max}^t$ が厳しさの尺度として有効である」との原理から導かれたものであるとみなすことができる。

Large scale yielding

C
r
a
c
k

$$\varepsilon_{\max, \text{FEM}}^{\text{P}} = \text{const}$$

$$\rho = \text{const} (=0)$$



$$\varepsilon_{\max}^{\text{t}} = \text{const}$$

$$\rho = \text{const}$$

N
o
t
c
h

$$\varepsilon_{\max, \text{FEM}}^{\text{P}} = \text{const}$$

$$\rho = \text{const}$$



図 3-1 大規模降伏条件下における厳しさの尺度

3.3 有限要素解析方法

大規模降伏後における一点の塑性ひずみとき裂先端および切欠き底付近の塑性ひずみ場を調べるために、有限要素法を用いた。有限要素解析の手順を図3-2に示す。本研究で使用した有限要素解析の概要について以下に説明する。

(1) 支配方程式

本有限要素解析は変位法に基づいており、剛性マトリックスを介して荷重と変位が関係づけられる。荷重－変位関係は次のように表される。

$$K u = f \quad (3-1)$$

ここで、 K は剛性マトリックス、 u は変位ベクトル、 f は荷重ベクトルである。

変位と荷重のどちらにも既知の境界条件が与えられているものとすれば、(3-1) は次のように書き直すことができる。

$$\begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (3-2)$$

ここで u_1 , f_1 , u_2 , f_2 はそれぞれ未知の変位、既知の荷重、既知の変位、未知の反力ベクトルである。

$$\varepsilon_{e1} = \beta u_{e1} \quad (3-3)$$

応力は応力－ひずみ関数 L により、次式で得られる。

$$\sigma_{e1} = L \varepsilon_{e1} \quad (3-4)$$

ここで σ_{e1} , ε_{e1} は要素内の応力とひずみ、 u_{e1} はその要素を構成する節点の変位ベクトルである。

(2) 要素剛性マトリックスと全体形

前項における全体形でのマトリックスは、要素マトリックスを集めたものである。例えば全体剛性マトリックス K は、要素剛性マトリックス K^{e1} を用いて次のように表される。

$$K = \sum_{e1} K^{e1} \quad (3-5)$$

ここで n は形全体における要素の個数である。全体剛性マトリックスは対称で、バンド化された性質を持っている。

要素剛性マトリックスは次式で作成される。

$$K^{e1} = \int_{V^{e1}} \beta^T L \beta dV^{e1} \quad (3-6)$$

ここで V^{e1} は要素の体積、 β はひずみ-節点変位関係、 L は応力-ひずみ関係であり、次式のように表される。

$$\varepsilon = \beta u \quad (3-7)$$

$$\sigma = L \varepsilon \quad (3-8)$$

一方、質量マトリックスは次式で作成される。

$$M^{e1} = \int_{V^{e1}} N^T \rho N dV^{e1} \quad (3-9)$$

ここで N は形状関数、 ρ は質量密度である。

本有限要素解析は、(3-6)、(3-9)における積分を数値積分で行っている。要素剛性マトリックスに関する積分は、完全なもの、と低次なものとの2種類がある。質量マトリックスはつねに完全に積分されている。

(3) 材料非線形

M a r c a l と K i n g ⁽¹⁴⁾により, 塑性に対する正確な有限要素解析手法が初めて明らかにされた。この方法では増分ステップの開始時に弾性域にあって, 終了時には塑性域にあるような遷移領域の材料応答を考慮している。要素内の各積分点でそれぞれ異なる材料応答が可能となるよう, 本有限要素解析では数値積分が行われている。

また, 本有限要素解析では, R i c e と T r a c y による平均剛性法⁽¹⁵⁾が使用されている。この方法では, 増分ステップの終了時の応力は降伏曲面上にあることが保証され, また無条件安定である。本有限要素解析では, フォン・ミーゼスの降伏曲面を使用している。

(4) 幾何学非線形

本有限要素解析では平面応力要素を使用しており, 幾何学非線形問題の解析ではアップディット・ラグランジェ法を用いている。

(5) 非線形方程式の計算手法

非線形問題では増分解法が用いられる。支配方程式は, 次のような増分形式で表すことができる。

$$K \cdot du = df \quad (3-10)$$

ここで du は増分変位ベクトル, df は増分荷重ベクトルである。

非線形方程式の解を求める手法として, ニュートン・ラブソン法, 修正ニュートン・ラブソン法, ひずみ修正法, シーカント法, 直接代入法などがあり, 本有限要素法解析ではニュートン・ラブソン法を使用している。本法は2次の収束性を有している。すなわち繰返し計算において相対誤差は2乗のオーダーで減少する。材料非線形性が依存する場合は収束が遅くなる可能性がある。

以下の方程式を考える。

$$I(u) = f \quad (3-11)$$

$$K(u)du = f - I(u) \quad (3-12)$$

ここで u は節点変位ベクトル, f は節点外荷重ベクトル, I は内部応力から得られる節点内力ベクトル, K は接線剛性マトリックスである。節点内力ベクトルは次式で計算される。

$$I = \int_V \beta^T \sigma dV \quad (3-13)$$

これらの方程式はニュートン・ラブソン法を使用することが適切であることを示唆している。最後に得られた近似解を $u^{(i)}$ とおく。ここで (i) は繰返し計算の数である。(3-12) は次のように表すことができる。

$$K(u^{(i)}) \delta u = f - I(u^{(i)}) \quad (3-14)$$

δu について解き, 新しい近似解が次式で得られる。

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \delta u \quad (3-15)$$

以上が繰返し計算の手順であり, これが繰返される。

ニュートン・ラブソン法では1回の繰返し計算で, 剛性マトリックス $K(u)$ の作成と分解が必要である。ニュートン・ラブソン法では繰返し計算で同じ剛性マトリックスを使用する。すなわち, (3-14) は次のようになる。

$$K(u^{(0)}) \delta u = f - I(u^{(i)}) \quad (3-16)$$

本有限要素解析では各増分ステップの初めにおいて剛性マトリックスの作成を行う。

(6) 収束コントロール

本有限要素解析でのデフォルトの収束判定方法は、最大残差荷重を最大反力と比べるものである。残差荷重が最小化されるべき不釣り合いを意味することから、この方法による判定は適切なものといえる。さらにニュートン法による計算は、荷重項がゼロである繰り返し計算を行って残差を小さくしようとするものであるから、この方法が適切であることが分かる。この方法では繰り返し計算を行わない場合でも、収束の判定が可能であるという利点が存在する。本有限要素解析での収束判定条件は $| \text{最大残差力} | / | \text{最大反力} | < 0.02$ とした。

(7) 大変形問題

幾何学非線形性は構造物の挙動を変化させる効果と、構造物の安定性を失わせる効果の2つの性質を持っている。

大変形問題は大きく2つに分けられる。第1は微小ひずみ大変形問題であり、第2は大ひずみ大変形問題である。微小ひずみ大変形問題では、応力-ひずみ関係に対する大変形の影響は無視することが出来るが、ひずみ-変位関係での非線形項を無視することはできない。一方、大ひずみ大変形問題では構成則も適切な基準状態で定義されなければならない、また釣り合い式が作られている基準状態への適切な変換を受けねばならない。

ラグランジェ法にはトータル・ラグランジェ法と、アップデート・ラグランジェ法の2つの方法がある。トータル・ラグランジェ法ではメッシュ分割の座標値は変形後も同じままであるが、アップデート・ラグランジェ法では各インクリメントの終了時点で、メッシュ分割の座標値が更新される。本有限要素解析ではアップデート・ラグランジェ法を用いている。

節点荷重を P ，仮想変位を δu とおくと仮想仕事の原理は次のように表される。

$$\begin{aligned}\delta u \cdot P &= \int_V \delta \varepsilon \cdot \sigma \, dV \\ &= \int_V \delta u \beta^T \sigma \, dV\end{aligned}\quad (3-17)$$

積分は変形前の体積 V に対して行なう。

(3-17) を増分形で表し，両辺の仮想変位を除くと，

$$\Delta P = \int_V \Delta \beta^T \sigma \, dV + \int_V \Delta \beta^T L \beta \, dV \Delta u \quad (3-18)$$

(3-18) の右辺第2項は，現在の変位に依存する項と依存しない項に分けられる。整理をすると，次のような要素剛性マトリックスが得られる。

$$K = K_1 + K_2 + K_0 \quad (3-19)$$

ここで K_1 は (3-19) の右辺第1項から得られる初期応力マトリックス， K_2 は初期変位マトリックス， K_0 は微小変位剛性マトリックスである。

要素の剛性マトリックスと節点力は通常の方法で全体系へ組み込まれて全体系の釣合式が得られる。

$$\Delta P = (K_1 + K_2 + K_0) \Delta u \quad (3-20)$$

(8) アップデート・ラグランジェ法

アップデート・ラグランジェ法を用いた場合は，要素の剛性は変形した現在の形状に対して作成される。応力とひずみの出力は，更新された形状の要素の座標系で行われる。アップデート・ラグランジェ法は，以下の2種類の解析に有効である。

- a) 回転角が大きく曲率の表現における非線形項の影響を無視できないようなシェルやはり構造の解析
- b) 塑性変形が微小とはみなせず、大ひずみ塑性問題となる解析

本有限要素解析では、アップデイト・ラグランジェ法を大変形解析に使用することができる。この場合では、各インクリメントでの初期状態が新しいラグランジェ系の基準状態として扱われる。有限の塑性ひずみを考慮する事が必要な場合は、真応力(σ)と変形速度(D)が使用される。単軸状態における変形速度の積分は対数ひずみとなるので、応力-ひずみ関係を入力する際には真応力と対数ひずみで行う。応力-ひずみ関係が工学応力(S_E)と工学ひずみ(ϵ_E)で与えられている場合には、以下の関係が成立する。

$$\text{真応力 } \sigma = P/A = P/A_0 \cdot A_0/A = A_0/A \cdot S_E \quad (3-21)$$

$$\text{対数ひずみ } \epsilon = \ln[1+u/L_0] = \ln(1+\epsilon_E) \quad (3-22)$$

非圧縮材料あるいはそれに近い材料では、次式を仮定できる。

$$A(1+\epsilon_E) = A_0 \quad (3-23)$$

以上により真応力は次のように表すことができる。

$$\sigma = (1+\epsilon_E) S_E \quad (3-24)$$

アップデイト・ラグランジェ法は、非弾性挙動(塑性、粘塑性、クリープなど)を示す構造物の解析に用いることができる。

(9) 等方性材料に対する降伏条件

$$\bar{\sigma} = \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}^{1/2} / \sqrt{2} \quad (3-25)$$

ここで、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は主応力である。主応力でなく応力成分で表すと

$$\sigma = \{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2\}$$

$$+6 \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \right)^{1/2} / \sqrt{2} \quad (3-26)$$

材料が弾性挙動を示すか塑性挙動を示すかを分ける応力の大きさが降伏応力であり、一般には単軸試験からその値は得られる。しかし構造物内の応力は一般に多軸状態であり、多軸状態下での降伏応力を表すものが降伏条件と呼ばれるものである。多軸状態下の応力をどのように扱うかによって、数多くの降伏条件が存在する。たとえばすべての応力成分に依存するものと仮定するか、せん断応力のみに依存するか、静水圧に依存すると仮定するかによって異なったものとなる。本有限要素解析ではフォン・ミーゼスの降伏条件を使用している。

フォン・ミーゼスの降伏条件

提案されている数多くの降伏条件の中で、最も良く使用されているものはフォン・ミーゼスの降伏条件である。その理由は降伏条件を与える関数が連続であることと、一般に使用されている延性材料の挙動と一致することによる。フォン・ミーゼスの降伏条件では、有効な応力（相当応力 σ ）が単軸試験で得られた降伏応力 σ_y と等しい場合に材料は降伏する。図3-3はフォン・ミーゼスとトレスカの降伏曲線を表したものである。

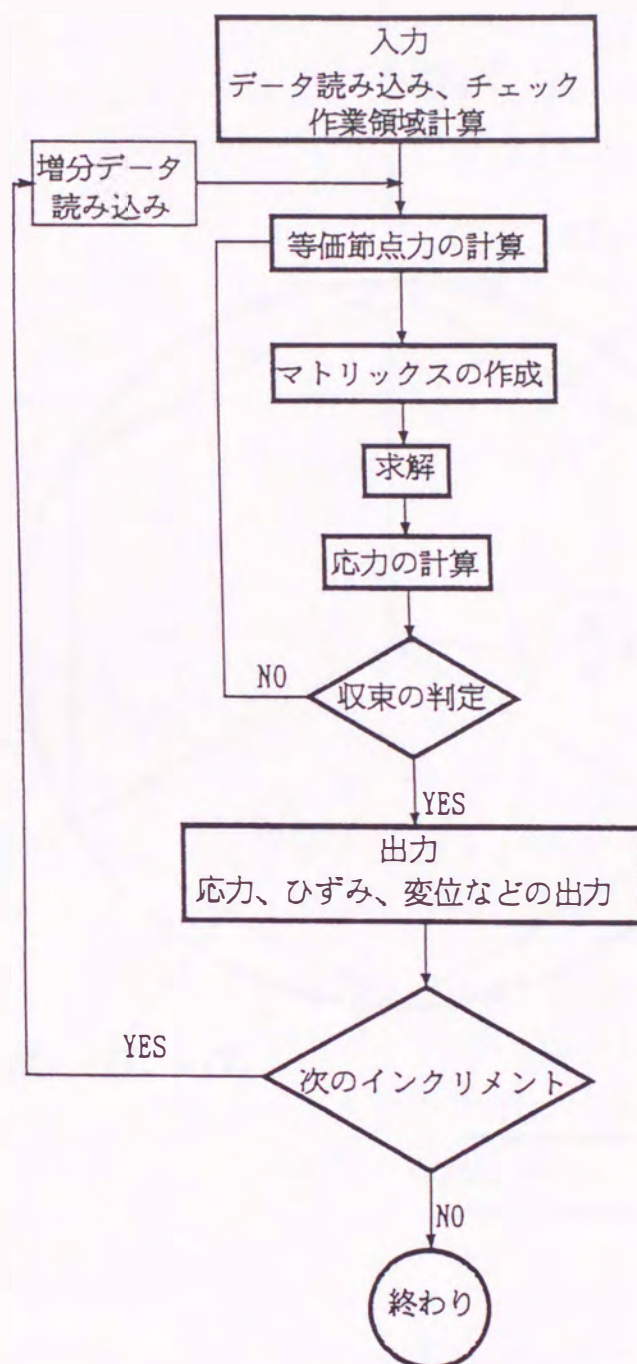


図 3-2 有限要素解析の手順

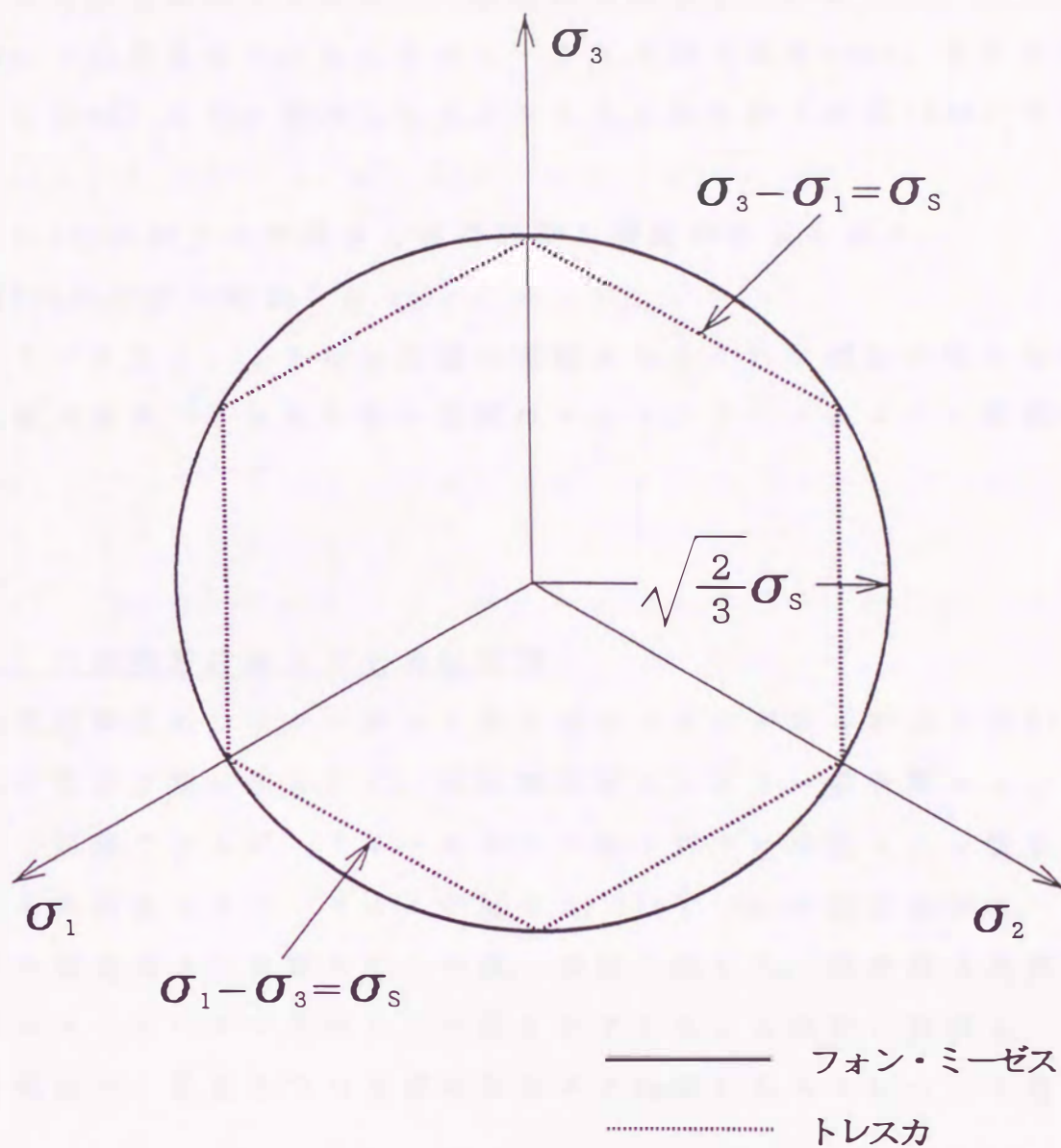


図 3-3 フォン・ミーゼスおよびトレスカの降伏曲線

3.4 実験方法

本研究では非線形切欠き力学の有効性の検討をSEMサーボパルサによる連続観察により行う。供試材は焼なまし状態(705°C, 2hr, 空冷)で納入されたTi-6Al-4V丸棒(直径24mm)および焼なまし(830°C, 1hr, 空冷)したS45C圧延丸棒(直径22mm)である。

表3-1に各材の化学成分と熱処理後の機械的性質を示す。

図3-4に各材の組織を示す。

Ti-6Al-4V材の組織は等軸 α 相とこれを囲む β 相からなる組織であり、S45C材の組織はフェライト・パーライト組織である。

(I) 引張試験片および引張試験機

引張試験片はワイヤーカットおよびマイクロドリルにより図3-5に示す形状寸法に加工した。試験部表面はエメリー紙研磨およびアルミナ研磨で仕上げ、Ti-6Al-4V材では硝酸+フッ酸水溶液による腐食により、S45C材では650°C, 1hrの真空焼鈍後、ナイトル腐食により組織をだした後、試験に供した。試験機は島津製SEMサーボパルサを用い、引張りひずみによる被害の観察は、引張り開始から破断までの全過程をビデオ録画したものについて行った。

島津SEMサーボパルサは、走査電子顕微鏡(SEM)と電気油圧式疲労試験機(サーボパルサ)とを組合わせた新しいタイプの材料評価装置であり、静的試験もしくは、動的試験中の試料表面の顕微鏡観察ができるものであり、試験中に起こっている強度の変化と中央切欠きの形状変化を連続的に把握できる⁽¹⁶⁾。

島津SEMサーボパルサは、以下に示すような多くの特長を備え

た装置となっている⁽¹⁷⁾。

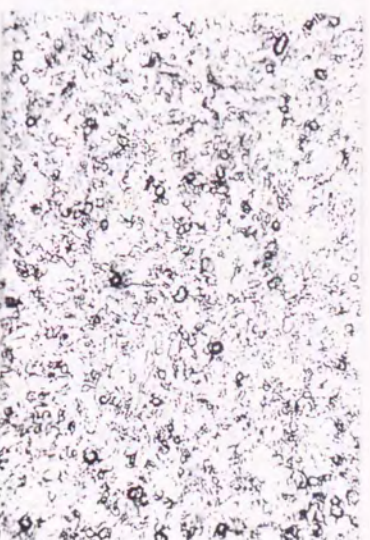
- (1) SEMと疲労試験機の組み合わせによる表面微小き裂の観察はもちろんのこと、SEM単独の使用も可能である。
- (2) 電動式XY移動ステージを備えており、試験中にき裂観察部位を自由に選択できる広い観察領域を確保している。
- (3) 防振対策が施されており、高倍率でも鮮明なSEM像が得られる。
- (4) SEM試料室内に組み込まれる負荷機構部には、真空力キャンセル機構を備えているため、正確な荷重検出が可能である。
- (5) コンパクトな加熱装置を備えており、最高800℃までの高温試験が可能である。
- (6) 疲労試験中に生ずる試験片の変形に伴い、観察部位が変動してもき裂観察像が動かないように作動するSEM像静止化機構（マッチングユニット）⁽¹⁸⁾を備えており、負荷中のき裂像を正確に追うことができる。

表 3-1 化学成分および熱処理後の機械的性質

Chemical composition (wt%)									Mechanical properties				
Ti 6Al 4V	Al	V	Fe	N	O	H	Ti	H _v	σ _{0.2}	σ _B	σ _T	φ	
									MPa			%	
	6.15	4.29	0.21	0.003	0.17	0.006	Re.	319	946	1025	1488	46	
S45C	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	H _v	σ _{s1}	σ _B	σ _T	φ
									MPa			%	
	0.45	0.25	0.79	0.10	0.10	0.09	0.03	0.18	192	370	641	1190	57



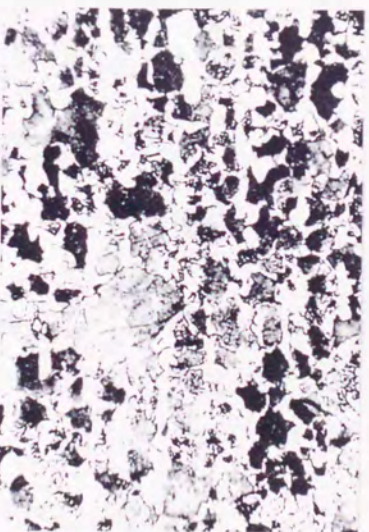
縦断面



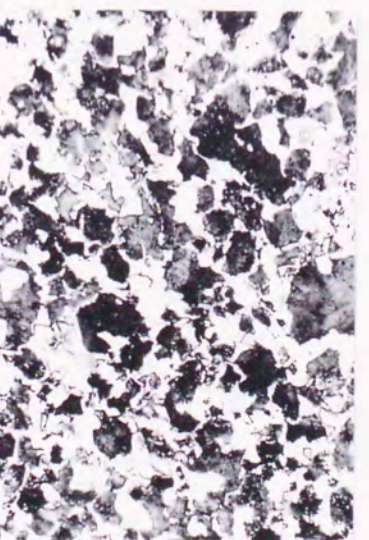
横断面

0.1mm

Ti-6Al-4V



縦断面



横断面

0.1mm

S45C

図 3-4 各材の組織

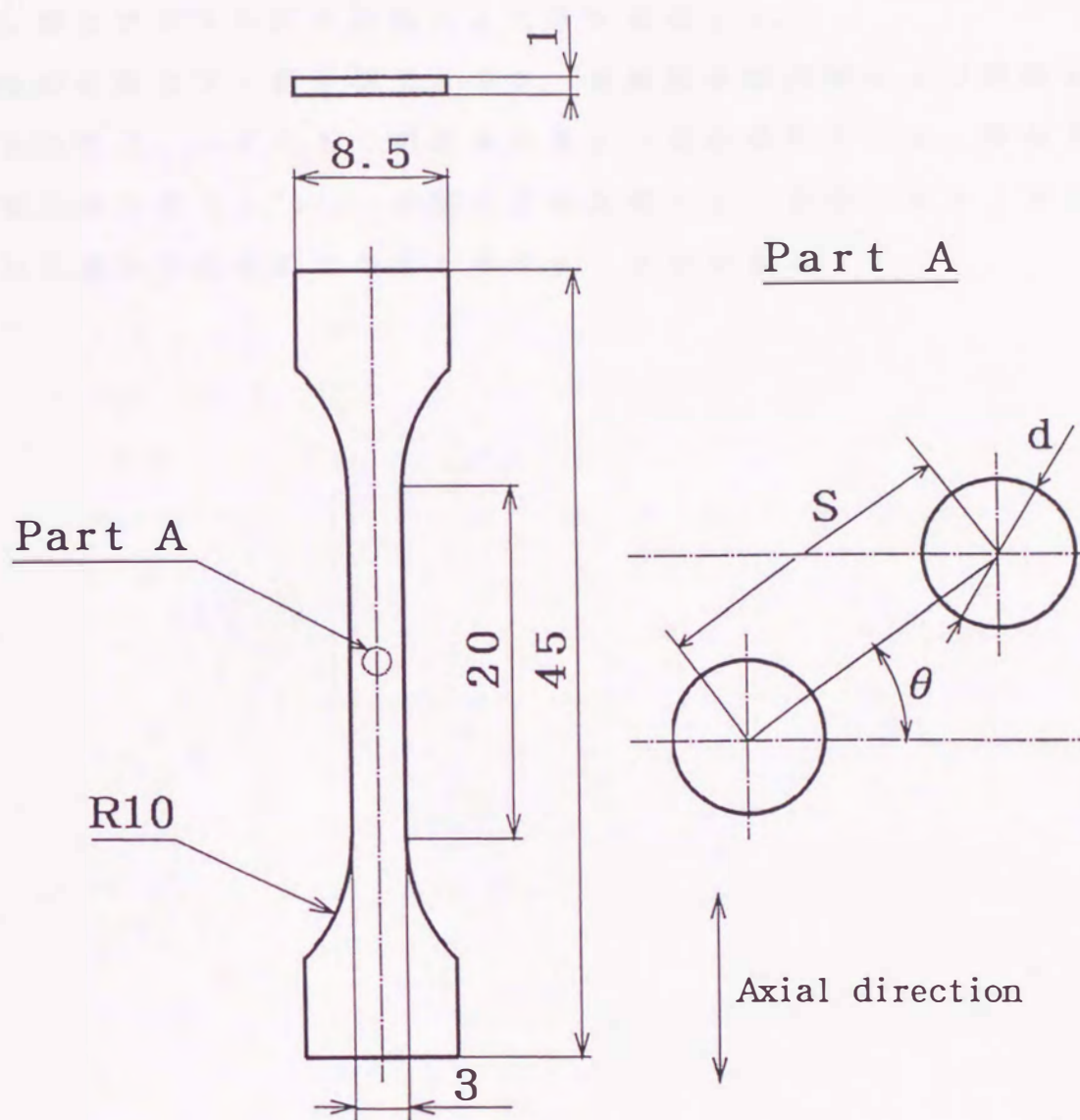


図 3-5 引張試験片の形状寸法

3.5 結 言

線形き裂力学および線形切欠き力学それぞれの拡張である、非線形き裂力学および非線形切欠き力学を提案した。

線形き裂力学、線形切欠き力学、非線形き裂力学および非線形切欠き力学は、いずれも「切欠き半径 ρ 一定の条件下では、切欠き底の最大全ひずみ $\varepsilon_{\max}$ が厳しさの尺度として有効である」との原理から導かれたものであるとみなすことができる。

3.6 参考文献

- (1) 例えば, 西田, 機械機器破損の原因と対策, (1986) 日刊工業新聞社.
- (2) Irwin, G. R., Proc. 9th Int. Congr. Appl. Mach., 8 (1957), 245.
- (3) Griffith, A. A., Proc. Roy. Soc., Series A, 221 (1921), 163.
- (4) 西谷, 機械の研究, 27-1 (1975), 15.
- (5) 西谷, 機論, 48-447, A (1983), 1353.
- (6) 西谷・野口, 機論, 52-477, A (1986), 1286.
- (7) 西谷・百武, 機論, 49-445, A (1983), 1071.
- (8) Rice, J. R., J. Appl. Mech. Vol 35 (1968), 379.
- (9) Wells, A. A., Proc. Crack Prop. Symp. College of Aeronautics. (1962), 210.
- (10) McClintock, F. A., Trans. ASME. Ser. E, 35-2 (1968), 363.
- (11) Eftis, J., Jones, D. and Liebowitz, H., Eng. Frac. Mech., 7-3 (1975) 491.
- (12) Frediani, A., Eng. Frac. Mech. 14 (1981) 289.
- (13) Varias, A. G. and Shih, C. F., J. Mech.. Phys. Sol. 41-5 (1993) 835.
- (14) Marcal, P. V., and King, I. P., Int. J. Mech, 9 (1967) 3.
- (15) Rice, J. R., and Tracy, D. M., Symp. on Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics, Urbana, Ill, (1967).
- (16) 堀川, 材料技術, 9-2 (1991) 32.
- (17) 堀川, 島津評論, 46-2・3 (1989) 73.
- (18) 堀川, 塑性と加工, 33-373 (1992) 158.