

Statistical inference for ergodic non-Gaussian stochastic differential equation models

上原, 悠槇

<https://hdl.handle.net/2324/2236333>

出版情報 : Kyushu University, 2018, 博士 (数理学), 論文博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名	上原 悠慎
論 文 名	Statistical inference for ergodic non-Gaussian stochastic differential equation models (エルゴード的非正規確率微分方程式モデルの統計的推測)
論文調査委員	主 査 九州大学 教授 増田 弘毅 副 査 九州大学 教授 西井 龍映 副 査 九州大学 教授 前園 宜彦 副 査 九州大学 准教授 廣瀬 慧

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

近年の計算機や観測技術の発展に伴うデータの大規模化は著しく、金融、工学、医療、生態学といった様々な分野において大規模高頻度データからの情報抽出が重要視されている。古くから多くの時系列データにはジャンプ（非正規型挙動）の存在が指摘されており、正規ノイズのみを用いた従属性データモデリングは不適切な統計的意思決定につながる危険性をはらんでいる。非正規確率微分方程式モデル（Lévy driven stochastic differential equation (LSDE) モデル）は、非正規な確率過程であるレヴィ過程により駆動される連続時間モデルである。観測系列の背後に仮想的な連続時間軸を設定することでデータの観測時点・頻度を自然にモデルに埋め込むことができ、その帰結として、データのサンプリング頻度が推定精度へ与える影響を定量的に解明することが可能となる。こうした背景から、LSDE モデルの高頻度観測に基づく推定理論が徐々に整備されてはいるものの、統計モデリングにおいて不可避免的に生じるモデルの誤特定の問題や、推定手法に介在するチューニングパラメータの設定の困難さ等、多くの課題が山積しているのが現状である。申請者はこれらの問題について複数の基礎的な理論結果を与えた。いずれも当該分野において先駆的であり、今後の標準となり得る研究成果である。以下で詳しく述べていく。

駆動ノイズの平均・共分散構造に着目する正規型疑似最尤推定法は、駆動ノイズの分布特性に頑健に係数パラメータを推定可能である利点を持つ、理論と実用のバランスがとれた方法である。申請者は、LSDE モデルの平均・分散要素の微小時間変動レートの差異に着目し、平均および共分散構造の推測を段階化することに成功した。さらに、付随する推定量の裾確率評価および漸近分布を明らかにし、統計的予測や様々なモデル評価基準の理論的検証のための基礎的結果も得た (Masuda and Uehara (2017, Proceedings of the Institute of Statistical Mathematics))。本結果によって推定の段階化による最適化におけるパラメータ数が削減される。実際同論文では、複数の数値実験を通じて計算時間の短縮および推定値の安定化が示されている。同論文は共著であるが、主たる貢献者は申請者であり、定理の証明および数値実験の双方を牽引して行なった。

統計モデリングにおいてはモデル誤特定のリスクが不可避免的に生じるため、モデル誤特定下での漸近推測理論の構築は、統計手法の信頼性を担保する上で重要である。誤特定モデルの推定理論は、歴史的には Berk (1966)、Huber (1967)、White (1982) から始まる。特に正規ノイズ (Wiener 過程) により駆動される確率微分方程式モデルである拡散過程モデルにおいては、連続観測に基づく

McKeague (1984)、Kutoyants (2017)や、高頻度観測に基づく Uchida and Yoshida (2011)などが先行研究として挙げられる。しかし LSDE モデルについては、いくつかの推定手法が提案されている一方で、モデル誤特定下での漸近理論はこれまで先行研究が皆無である。この問題に対して申請者は、上述の段階化した正規型疑似最尤推定法のモデル誤特定下における漸近挙動の解明に初めて成功し、確率過程推測分野で権威ある欧文誌 *Stochastic processes and their applications* に単著で採択されている (Uehara (2019+))。その中で、モデルの誤特定により生じる平均バイアスの存在が明らかとなった。拡散過程モデルの場合、付随する無限小生成作用素に基づく 2 次の微分方程式の解の正則性を用いることでバイアス項の処理が可能である。しかし、LSDE に付随する無限小生成作用素は、駆動ノイズを特徴付ける積分作用素も含んでおり、対応する方程式の解の正則性の導出が困難であるため、拡散過程モデルとは別のアプローチが必要となる。ここに理論上のボトルネックがあったが、申請者は、Feller-Markov 過程の拡張無限小生成作用素に関する拡張 Poisson 方程式の理論 (Kulik and Veretennikov (2011)) を LSDE へ応用することでバイアス処理に成功し、Masuda and Uehara (2017) とほぼ同等な確認容易な条件下で推定量の漸近分布および裾確率評価を導出した。本結果によって、LSDE 誤特定モデルの推測理論の基礎が初めて築かれた。

LSDE モデルの特殊な場合である飛躍型拡散過程モデルは、保険分野を中心とする多くの応用分野で用いられている。その連続部分のパラメータ推定は、ジャンプか否かを判定する閾値を設定し、ジャンプを含む観測差分を除去することで行われるのが主流である (Mancini(2004), Shimizu and Yoshida(2006))。しかしながら、これまで閾値の満たすべき理論的条件はいくつか得られているものの、それらはデータ数に対するオーダーを規定するのみで、実践的にはその特定は非自明で非常に困難である。この実用上の問題に対し、申請者は自己正規化残差に基づく Jarque-Bera 正規性検定に着目したジャンプ除去アルゴリズムを提案し、連続部分の推定を行う新たな手法を開発した (Masuda and Uehara (2018, arXiv preprint arXiv:1802.03945))。具体的には、Jarque-Bera 型の検定統計量によって正規性 (ジャンプなし) が棄却された時、大きさが最大の観測差分を除去し再び Jarque-Bera 正規性検定を行い、検定の棄却が止まった時点で連続部分のパラメータを推定するものである。本手法の提案により、申請者は 2017 年度統計関連学会連合大会のコンペティションセッションにおいて優秀報告賞を受賞した。上記論文では、極値理論を適用して提案推定量の理論的性質が導出されており、ここでは特に、提案推定量と連続部分のみを用いた理想的な推定量と漸近同等であることが示されている。

上記すべての結果は、確率微分方程式モデルの統計理論の分野における先駆的かつ基礎的な業績と認められる。先述の通り、上記の研究成果はいずれも当該分野において先行研究がなく、今後の標準となり得る成果である。よって、本研究者は博士 (数理学) の学位を受ける資格があるものと認める。