

人間－環境－社会システムにおける協調創発過程と ネットワーク互惠に関する基礎研究

小窪, 聡

<https://hdl.handle.net/2324/2236284>

出版情報 : Kyushu University, 2018, 博士 (工学) , 課程博士
バージョン :
権利関係 :



学位論文

人間－環境－社会システムにおける 協調創発過程とネットワーク互恵に 関する基礎研究

2019年1月

九州大学大学院総合理工学府

環境エネルギー工学専攻

小窪 聡

目次

第1章	序章	1
1.1	緒言	1
1.2	本論文の目的と構成	3
第2章	進化ゲーム基礎	6
2.1	ゲーム理論基礎	6
2.1.1	ゲーム理論	6
2.1.2	2×2 対称ゲーム	8
2.1.3	進化ゲーム理論	10
2.1.4	協調創発メカニズム	20
2.1.5	Németh & Takács の Populations with positive assortment model	25
2.2	ネットワーク	26
2.2.1	複雑ネットワーク	26
2.2.2	ネットワークパラメータ	27
2.2.3	ネットワークの種類	28
2.3	ネットワーク上での進化ゲーム	34
2.3.1	ネットワーク上での進化ゲーム	34
2.3.2	戦略適応方法	34
第3章	マルチエージェントシミュレーション基礎；交通流	37
3.1	緒言	37
3.1.1	はじめに	37
3.1.2	交通流モデル	37
3.1.3	研究目的	37
3.2	理論	38
3.2.1	セルオートマトン (Cellular Automaton)	38
3.2.2	Kerner の 3 相交通流理論	40
3.2.3	交通流 CA モデル	40
3.2.4	サイト状態の更新方法	42
3.2.5	境界条件	42
3.3	本論で提案および使用する交通流 CA モデル	43
3.3.1	提案モデル	43
3.3.2	提案モデルにおける開放系境界条件	45
3.4	結果と考察	46

3.4.1	提案モデルのパラメータによる影響.....	46
3.4.2	基本図の再現性の検証.....	50
3.4.3	車両粒子の減速過程の検証.....	51
3.4.4	3 相交通流理論の検証.....	52
3.4.5	時系列解析による確認.....	55
3.5	結論	61
第4章	ジレンマゲームにおける包括的ジレンマ強度の スケーリングに関する研究...62	
4.1	緒言	62
4.2	ジレンマ強さを表すスケーリングパラメータ.....	64
4.3	演繹アプローチ.....	66
4.3.1	Nowak の互惠機構における理論的整合性.....	66
4.3.2	Finite well-mixed population における理論的整合性.....	73
4.3.3	パラドクス現象の説明.....	74
4.4	数値実験アプローチ.....	78
4.4.1	シミュレーション方法.....	78
4.4.2	結果	79
4.5	結論	86
第5章	ネットワーク互惠における 離散戦略, 連続戦略, 混合戦略のダイナミクス...88	
5.1	緒言	88
5.2	モデル	89
5.2.1	離散戦略・連続戦略・混合戦略.....	89
5.2.2	シミュレーション方法.....	90
5.3	結果	90
5.3.1	BCH 領域における考察	92
5.3.2	BSH 領域における考察.....	95
5.3.3	DRG 領域と ALLPD 領域における考察	98
5.3.4	進化の初期段階における考察.....	99
5.3.5	戦略適応方法 Pairwise-Fermi での 3 戦略の比較	102
5.3.6	Chicken ゲーム領域での比較	104
5.3.7	戦略適応速度を遅くした場合における混合戦略の均衡.....	105
5.3.8	戦略の初期分布と突然変異について.....	105
5.3.9	初期分布と突然変異が連続・混合戦略の均衡点に及ぼす影響.....	107
5.4	結論	112
第6章	ネットワーク互惠の素過程に関する研究.....	114
6.1	緒言	114
6.1.1	はじめに.....	114

6.1.2	モデル	114
6.1.3	Enduring (END) 期間と Expanding (EXP) 期間.....	114
6.2	結果	115
6.2.1	Cycle グラフにおける結果.....	115
6.2.2	Lattice グラフにおける結果.....	122
6.3	結論	124
第7章	総括結論	125
7.1	結論	125
7.2	今後の展望	126

第1章

序章

1.1 緒言

地球温暖化，大気汚染，オゾン層破壊，資源の枯渇，所得格差，交通渋滞など世界を苦しめている環境問題や社会問題に対してどのような向き合えばよいだろうか．これらの問題では様々な事象が複雑に絡み合っているため，個別の事象に対して解決策を導き出したと思っけていても，想定していなかった別の問題が発生する場合や，そもそもその解決策を試行できない場合もある．例えば，オゾン層の破壊について考えてみる．オゾン層の破壊は冷蔵庫や空調機に冷媒として使用されているフロンガスが原因として起こっている．このフロンガスの前には，冷媒としてアンモニアが使用されていたが，引火性があるアンモニアにより爆発事故が頻発していた．そこで引火性もなく人体にも無害な理想的な代替冷媒としてフロンガスが開発された．結果として爆発事故を無くすことはできたが，オゾン層破壊という，人類だけではなく地球上の全ての生命に悪影響を及ぼす更に深刻な問題を引き起こしてしまった．また，別の例としては，高速道路での渋滞が挙げられる．高速道路での渋滞の主要因の一つは，前の車が減速（意図的かどうかは関係なく）した影響が，後続の車に増幅して伝えられることにある．多くの人が自車の前方車がブレーキを踏んだ場合，少なくともそれと同等もしくはそれ以上の減速を行うことを考えれば多少はイメージできるだろう．自車の後続車はそれ以上の減速をして，更にその後続車はそれ以上の減速を行う，そして，更にその後続車は…と繰り返して最終的には停止状態まで陥ってしまい渋滞が発生（創発）する．そのため，前方車の減速の影響を受けないくらい十分な車間距離を常に確保しておけば，渋滞は少なくとも緩和されるはずである．昨今，この事実は新聞テレビ雑誌などメディアに取り上げられているため広く人が知るところとなっている．しかしながら，大型連休時の交通情報を見る限りでは全く事態は改善されておらず，筆者が運転しているときも無駄に車間距離を詰めてブレーキを踏んだり，車線変更による急な割込みをしたりして，後続車の流れを乱す車を見ない日はない．

このように，今日の世界を苦しめている諸問題に対して，その問題に内在する個別の事象それぞれに目を向けているだけでは，解決できないばかりかより一層深刻な問題を発生させてしまう危険性もある．そのため，社会問題や環境問題は，相互に作用している多数の要素集合体（システム）により発生している事象とみなすべきである．この世界には，個人間，個人の集合体である社会間，個人と社会，個人や社会とそれらを取り巻く環境など，様々な相互作用で満ちている．つまり，このような要素（集合体）間，そして，異なるスケール間

での相互作用を統合的なシステムとして見なし、考察することが求められる。谷本¹は、これを「人間－環境－社会システム」と呼んでいる（図 1-1）。

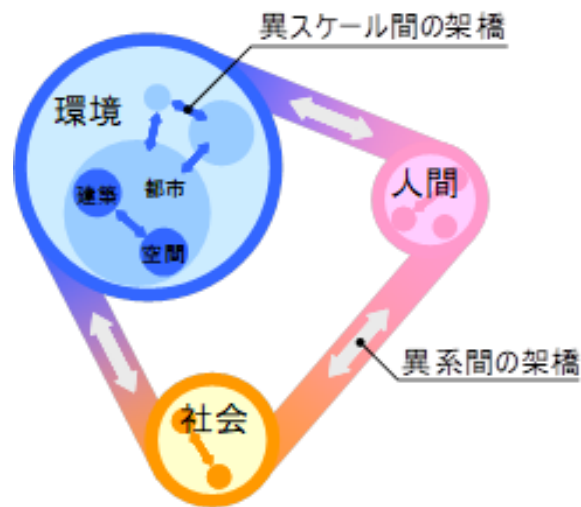


図 1-1：人間－環境－社会システムのイメージ（出典：谷本（2012）¹）

このようなアプローチは複雑系の科学として知られている。複雑系の科学では、システムの各構成要素の特性を見ただけでは予想もできないような創発現象に着目される。この創発現象の背景には、構成要素が限られた資源をめぐって互いに競争を繰り返している状況があるという²。資源の枯渇などあからさまな事象については言うまでもないが、一見、全く関係のないような事象にも当てはまる。例えば、渋滞問題であれば、限られた目的地までの道路のスペースを運転手同士で奪い合っていると考えることができる。また、複雑系の科学によりシステムを考察する場合に、無視できない重要な条件がもう一つある。それは、システムの構成要素やシステムそのものが過去の結果を記憶し、その記憶の影響を受けて以降の振る舞いが決まることである。複雑系は、支配方程式で表現することは困難であるため、各構成要素および要素間の相互作用をモデリングするマルチエージェントシミュレーションが研究手法として用いられており、これまで、交通流における渋滞や感染症の流行など多くの社会現象がモデル化され研究されてきている。

これらの複雑系の科学の特性を考慮するためには、ゲーム理論（進化ゲーム）が有効である。ゲーム理論は、複数の意思決定主体がそれぞれの意思決定に対して相互に作用している状況を取り扱うもので、上述した創発現象の背景にある状況に当てはめることができる。つまり、意思決定とは、限りある資源を他と共有する（協調する）か、他を騙したり押しのけたりしてでも多くを得ようとする（裏切る）かのどちらかを選択することに相当し、そして、自己の選択は他からの影響を受けて決定されるものであり、また、自身の存在も同様に他の意思決定へ影響を与えている。ゲーム理論を用いることで、この状況を数学的に記述することが可能になる。ゲーム理論では、全員が協調すれば全体としての最良の結果が得られる

¹ 谷本潤，谷本教授の(努力すれば)誰にでもわかる環境システムの数理解析基礎—収支式の成り立ちから時間発展、数値解析まで，九州大学出版会，2012.

² Neil Johnson, Simply complexity, Oneworld Publications, 2009.

のにも関わらず、個人の利益を優先するために他を裏切ってしまうというジレンマが存在する状況に特に注目される。さらにゲーム理論に時間発展の概念を取り入れたものを進化ゲームと呼び、進化ゲームにより、複雑系の科学のもう一つの特徴である過去の結果の反映も考慮できるようになる。そして、意思決定主体をエージェントとみなすことで、上述した社会現象のマルチエージェントシミュレーションに進化ゲームの概念を加えることが可能となる。例えば、多車線形の交通流モデルにおいて、各車両（ドライバー）の意思決定に進化ゲームの概念を組み込むことで、車線変更により誘発されるジレンマを報告したものなどがある³。

現実の社会で起きている社会問題や環境問題をシステム（複雑系）として考え、マルチエージェントシミュレーションと進化ゲームを適用することで要因を分析して具体策により解決まで導くことが、このアプローチにおける重要な目的の一つである。言い換えると、限りある資源を奪い合うようなジレンマのある状況下で、如何にして構成要素を協調させて、資源の枯渇や交通渋滞といった諸問題を解決へと導くかを明らかにすることである。

1.2 本論文の目的と構成

繰り返しになるが、本研究分野の最終的な目的は、人間－環境－社会システムにおける協調創発機構を解明し、現実の社会問題を解消することにある。しかしながら、人間－環境－社会システムは多岐にわたっているためこの目的の達成は非常に困難なもので、その解を得るにはまだまだ知見が不足しているのが現状である。そこで、本論において、不足している知見の補填、さらには、人間－環境－社会システムにおける協調創発機構の解明という目的達成の一助となるべく、局所的ではあるが本研究分野に関する一連の研究結果を報告する。研究にはマルチエージェントシミュレーションと進化ゲームを用いており、その報告テーマは大きく二つに分けられる。

一つ目が交通流におけるマルチエージェントシミュレーションについてである。本論では交通流の研究分野における主要な手法の一つであるセルオートマタに基づくマルチエージェントシミュレーションを用いている。交通流の研究では他にも、車両の挙動を非圧縮流体と見なすことにより流れ場の支配方程式を考察していく手法も主要なアプローチの一つであるが、この方法では、車線変更や加減速など交通流に多大な影響を与えるであろう構成要素（ドライバー）の意思決定を反映できずに、それに起因するジレンマを考察することができない。しかしながら、車両粒子を離散的な自己駆動粒子とみなすセルオートマタであれば、そこに進化ゲームにおける意思決定の概念を組み込むことが可能になり、考察可能な対象が大幅に広がる。このセルオートマタモデルによる交通流の研究は近年数多く報告されており、さらには、上述した通り、多車線系の交通流モデルに進化ゲームの概念を取り入れることで車線変更に起因するジレンマ構造を明らかにした研究報告などもある。しかしながら、現実の交通流を良好に再現する上で既往のセルオートマタモデルが解消すべき課題が残されており、交通流における進化ゲームを考察するのであればそれらの課題を解消し

³ Yamauchi,A., Tanimoto,J., Hagishima,A., Sagara,H.; Dilemma Game Structure Observed in Traffic Flow at a 2-to-1 Lane Junction, Physical Review E, in Press.

たより再現性に優れたモデルで考察すべきである。本論では、その点に着目して、既往モデルをベースにより良好な再現性を示すモデルを提案し、その妥当性を示す。

二つ目は、進化ゲーム（ジレンマゲームとも呼ばれる）における協調創発機構の解明である。進化ゲームを現実の具体的な事象に適用して議論を展開している文献は多くあるが、本論では基礎部分に着目している。まずは、進化ゲームにおけるジレンマ強さのスケーリング方法について、従来の定義をベースに新たな定義を提案し、その妥当性を示す。ジレンマ強さは、進化ゲームの構造そのものを決定するものといっても過言ではなく、そのスケーリングが誤っていると、そもそも何について考察しているのかが分からなくなってしまうほど重要なものである。次に、進化ゲームの戦略の定義について着目し、社会粘性のような協調創発機構が何もない状況下では見られない戦略定義による影響が、ネットワーク互惠を付加した進化ゲーム（ネットワークゲーム、または、空間ゲームとも呼ばれる。詳細は後述）においては無視できないことを示す。最後に、ネットワーク互惠に着目し、この機構により何故協調が進化するのかを、その素過程に着目して考察した結果を示す。

本論文の報告内容は、実際の社会問題を解消するという最終目的を達成するものではなく、さらには、一つ目と二つ目のテーマの関連性が薄いため統一感に乏しいかもしれない。しかしながら、各報告内容を個別に見ると、いずれも最終目的を達成するためには無視できない知見を含んでおり、本分野の更なる進展に欠かせないものである。

本論の構成は以下の通りで、各章の関係は図 1-2 のように示される。まず、第 2 章にて、進化ゲームについて、その基礎となるゲーム理論から順を追って説明する。その中で、協調的ではなく利己的に振る舞ってしまう（本論では裏切りと呼ぶ）状況を意味するジレンマの定義や、そのジレンマを克服して協調的振る舞いの創発を助長するメカニズムについて紹介する。さらにはその協調創発機構の一つであるネットワーク互惠については、本論で特に取り扱うテーマであるため、ネットワーク構造やネットワーク上での進化ゲームなど基礎部分の説明も行う。続いて、第 3 章では、進化ゲームからは一旦離れて、筆者が新たに開発した交通流におけるマルチエージェントシミュレーションモデルを紹介する。新たに開発したとはいっても、その核となる部分はベースモデルと全く同じである。しかしながら、構成要素である車両特性（動きのルール）の一部分をより現実的と思えるものに少し修正しただけで、既往モデルでは再現できなかった渋滞相（車という要素の集合体の振る舞い）の創発に結び付くことを示す。第 4 章からは進化ゲームに戻り、ゲーム理論（進化ゲーム）を論じる際に最も重要なパラメータとなるジレンマ強さのスケーリングについて触れる。まず、従来のスケーリングの定義を紹介し、問題点を提起する。さらに、その問題点を解決できる新たな定義を提案し、正当性を示す。さらに、第 5 章では、進化ゲームの意思決定における選択肢（戦略と呼ばれることが多く、本論でも戦略と呼ぶ。詳細は第 2 章に記す）の定義方法について記す。従来は戦略を離散的に定義しているが、連続的に定義することでシステムの均衡点が異なることを明らかにする。戦略の定義を離散値から連続値に変更することで均衡点も連続的な性質を帯びることは容易に想像できるだろうが、そこまで単純な変化ではない。連続性の定義の仕方や着目するジレンマの性質により、均衡点を受ける影響の性質が異なるという興味深い結果を示す。第 6 章では、協調創発機構の中でも近年特に注目を浴びているネットワーク互惠（空間型ジレンマゲームとも呼ばれる）の素過程について述べる。

ネットワーク互恵における協調創発のメカニズムについて時刻歴データに着目して考察を行い、協調が創発するためには何が重要であるかを明らかにする。

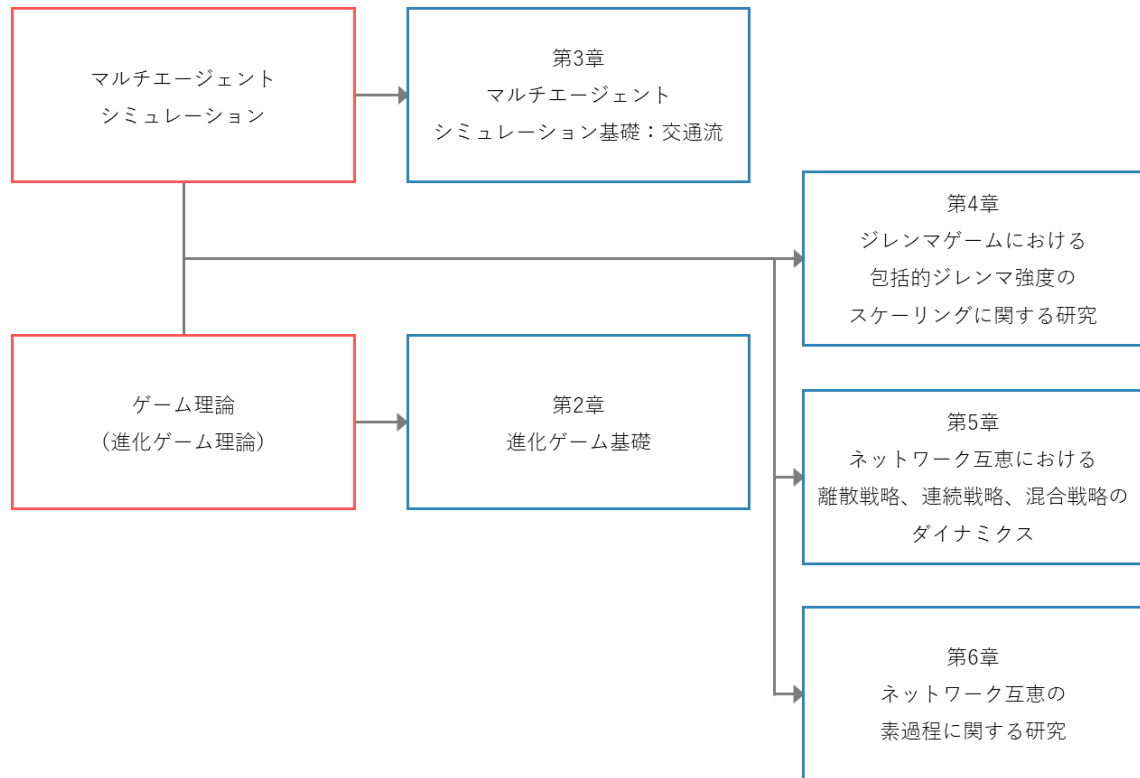


図 1-2 : 各章の関係図

第2章

進化ゲーム基礎

2.1 ゲーム理論基礎

ゲーム理論とは意思決定理論の一種であり、この理論で扱うのは、複数の意思決定者が互いの意思決定によって影響を及ぼしあう状況である。このゲーム理論は応用数学の一種として様々な分野の学問に応用されており、主に経済学で用いられている他、生物学、物理学、政治学、軍事学、環境工学などが挙げられる。このうち生物学におけるゲーム理論として非常に有名なのが1982年にJohn Maynard Smithによって提唱された進化ゲームである。この進化ゲームでは、ゲーム理論で取り扱うゲーム的状况に存在する表現型が他の表現型に依存して生存する状況を考慮することで進化のダイナミクスを表現している。進化ゲーム理論の中でも近年注目されているのが、ゲーム理論の中でも代表的なゲームクラスである囚人のジレンマにおける協調行動の創発メカニズムの研究である。この囚人のジレンマにおいては、協力し合うことが両者の合計利得を最大にするにも関わらず、個人的観点のみで合理的に行動選択をすれば裏切り行動を選択することが望ましいために裏切り合ってしまう構造を持っている。しかし、自然界では高等な知能を持たない生物であっても、このようなジレンマ的状况を克服し協調を進化させている例が多く観察されており、Nowakにより⁴、この協調行動を助長するシステムは主に五つに分類されると報告されている。

本節では、本論のメインテーマであるゲーム理論の基礎として、まずは、進化ゲームへの応用、そしてNowakによる五つの協調創発メカニズムについて記す。その後、次節にてNowakの五つの協調創発メカニズムの中の一つであるネットワーク互惠に関して、ネットワークの基礎と進化ゲームへの適用について説明する。これらは、第4章、第5章、第6章を理解する上で必要不可欠な情報となる。

2.1.1 ゲーム理論

ゲーム理論では複数の意思決定主体が存在する中で、連携的ではなく個人的な目的で合理的に意思を決定する非協力ゲームを考える。本論ではこの個体をエージェント i 、エージェント i の取る行動の根拠となるものを戦略 S_i と呼ぶ。エージェントはゲームにおいてある戦略を取ることで何らかの結果を得ることになる。この結果は一般的に利得と呼ばれる。非協力ゲームでは、各エージェントが自身の利得が最大となる戦略を取る（合理的な行動とも呼ばれる）状況を考える⁵。

現実的には対戦するエージェントの数は多数いることも考えられるが、非協力ゲームの場合対戦相手は一度に一人であることが多い。ここでエージェント1（自分）の戦略が S_1^1, S_2^1 ,

⁴ Nowak, M.A., Five Rules for the Evolution of Cooperation, Science 314, 5805, 1560–1563, 2006.

⁵ 石原英樹, 金井雅之, 進化的意思決定, 朝倉書店, 2002.

… S_m^1 の m 個, エージェント 2 (相手) の戦略が $S_1^2, S_2^2, \dots, S_n^2$ の n 個の場合 ($m \times n$ ゲームと呼ばれる) を考える. この場合お互いの取る戦略の組み合わせによって決まる利得を, 表 2-1 のように $m \times n$ 行列に表すことができる.

表 2-1 : $m \times n$ ゲームの利得表

	S_1^2	S_2^2	...	S_n^2
S_1^1	u_{11}^1, u_{11}^2	u_{12}^1, u_{12}^2	...	u_{1n}^1, u_{1n}^2
S_2^1	u_{21}^1, u_{21}^2	u_{22}^1, u_{22}^2	...	u_{2n}^1, u_{2n}^2
:	:	:	...	:
S_m^1	u_{m1}^1, u_{m1}^2	u_{m2}^1, u_{m2}^2	...	u_{mn}^1, u_{mn}^2

合理的に自分の戦略を決めようとするとき, 相手の戦略によって自分の最適戦略, つまり利得を最大にする戦略は異なり, 相手も同じ状況に置かれている. ここで, 相手が「ある戦略」をとっているときの自分の最適戦略において, 相手にとっての最適戦略が「ある戦略」であるとき, これをナッシュ均衡と呼ぶ. このナッシュ均衡はどのようなゲームに置いても必ず存在するが, 必ずしも一つとは限らない. 表 2-2 にある 3×3 ゲームにおけるナッシュ均衡の例を示した.

表 2-2 : 利得行列上でのナッシュ均衡探索

	S_1^2	S_2^2	S_3^2
S_1^1	4,4	3,1	2,3
S_2^1	1, 3	2,2	4,2
S_3^1	3,2	2,4	5,5

太字で示した数値がそれぞれの相手の戦略に対しての最大利得を示している. この例を詳しく見てみる. 例えば仮に相手が S_1^2 の戦略をとると仮定した場合, 自分は S_1^1 をとることが最適である. このことは相手にも言えるため, S_1^1, S_1^2 の組み合わせはナッシュ均衡である. 次に相手が S_2^2 の戦略をとる場合を考える. この場合, 自身は S_1^1 をとることが最適であるが, 相手からするとこの S_1^1 を取る場合 S_2^2 をとることは適当ではない. このように考えると, ナッシュ均衡であるためには同一ブロックで両方とも太字となっている場合であることがわかる. よってこの場合は S_3^1, S_3^2 の組み合わせもナッシュ均衡である.

表 2-2 を更に詳しく見てみる. 両者にとって理想的な帰結は, お互いが 5 の利得を上げることが出来る S_3^1, S_3^2 の組み合わせである. 全エージェントにとって状態 A の方が状態 B より望ましいとき, A は B よりパレート優位であるといい, B は A よりパレート劣位であるという. 更に A が全ての状態において最良の状況であるとき A はパレート最適であるといい, この例ではまさに S_3^1, S_3^2 の組み合わせがパレート最適である. しかしこの例ではこの組み合わせ以外にもナッシュ均衡が存在している. このように, パレート最適以外にも均衡を持つ状況を, 非協調ゲームではジレンマと呼ぶ. さらには, ジレンマが存在するゲーム

をジレンマゲームと呼ぶ。

2.1.2 2×2 対称ゲーム

$m \times n$ ゲームにおいて $m=2$, $n=2$ であり、さらに両者条件が同じである場合を 2×2 対称ゲームと呼ぶ。この場合の利得表を表 2-3 に示す。なお表中の戦略 C, D は夫々 Cooperation, Defection の頭文字を表す。

表 2-3 : 2×2 ゲームの利得表

	C	D
C	R,R	S,T
D	T,S	P,P

ここで R は Reward, S は Saint, T は Temptation, P は Punishment の頭文字を夫々表している。両者が同じ条件下にいる場合は、行列が対称になるため、片方のエージェントのみの利得を示すことで表 2-4 のように簡単に表すことができる。

表 2-4 : 簡易表現した 2×2 ゲームの利得表

	C	D
C	R	S
D	T	P

以後本論ではこのような表現をした場合は対称ゲームを示しているものとする。この 2×2 ゲームは非常に単純でありながらも興味深い性質を有するので、ゲーム理論の議論に頻繁に登場する。この 2×2 ゲームは大きく四つのゲームに分類することが出来る。まずはこれから四つのゲームについてそれぞれ紹介する。

2.1.2.1 Trivial (非ジレンマ) ゲーム

表 2-4 の要素 R , S , T , P において $R>T$, $S>P$ が成立している場合、Trivial (非ジレンマ) ゲームとなる。例を表 2-5 に示した。この場合ナッシュ均衡とパレート最適が一致していることがわかる。よってジレンマは存在しない。

表 2-5 : Trivial (非ジレンマ) ゲームの利得表

	C	D
C	4,4	2,3
D	3,2	1,1

2.1.2.2 Stag-Hunt (SH) ゲーム

Stag-Hunt (SH) とは、 $R>T$, $S<P$ の条件を満たしている場合のゲームである。表 2-6 はその一例である。お互いが協力する場合（以後 C-C のように表記）がパレート最適であり、これがナッシュ均衡でもあるが D-D もナッシュ均衡となっている。このゲームの合理性に関する解釈としては、当然パレート最適となるために相手が C を出すだろうと推測できる一方で、もし相手が裏切ってきたらとの懐疑心から自分が陥れられるリスクを回避しようとして D-D もナッシュ均衡になるということである。

表 2-6 : Stag-Hunt (SH) ゲームの利得表

	C	D
C	4,4	1,3
D	3,1	2,2

2.1.2.3 Chicken (CH) ゲーム

チキンゲームとは、 $R<T$, $S>P$ の条件を満たしているゲームのことである。表 2-7 に例を示す。どのチキンゲームでもナッシュ均衡が C-D, D-C の二つ存在していることがわかるが、Stag-Hunt ゲームとは異なり、合理的な戦略の議論が容易でない。Chicken ゲームの場合は相手と別の手をとることが最適となる。この時、自分の意思を相手に伝えるか、相手の意思を聞くか出来ればいいのだが、非協力ゲームではそれは認めない。そのため、確率的に戦略を選択すること（混合戦略と呼ばれる）が最適となる。この確率 x の導出は本研究とは無関係であるため割愛するが、式(2-1)の確率で C を出すことが望ましい。

$$x = \frac{S - P}{T + S - R - P} \tag{2-1}$$

このときの期待利得 E は式(2-2)となる。

$$E = \frac{TS - RP}{T + S - R - P} \tag{2-2}$$

この時、これはパレート最適の利得からすると低いことからジレンマが存在すると考えることが出来る。特に相手と異なる手を出すことで高い利得を得られることから、ギャンブル性のジレンマがあるといえる。

表 2-7 : Chicken (CH) ゲームの利得表

	C	D
C	3,3	1,4
D	4,1	0,0

2.1.2.4 Prisoner's Dilemma (PD) ゲーム

$R < T$, $S < P$, 主には更に $2R > S + T$ である場合を Prisoner's Dilemma (PD) ゲームと呼ぶ。このゲームの一例を表 2-8 に示した。このゲームではナッシュ均衡が D-D のみであり、完全にパレート最適と一致していないことがわかる。

表 2-8 : Prisoner's Dilemma (PD) ゲームの利得表

	C	D
C	3,3	1,4
D	4,1	2,2

2.1.3 進化ゲーム理論

2.1.3.1 進化

生物の進化の概念は、Darwin による進化論の登場以降、遺伝、変異、淘汰の三つの要素からなると理解されている。種は自分のコピーを後生に遺伝することで基本的に種の存続をはかるが、そのコピーは精密なものではないため、変異によってその種から派生する種が登場する。それら種の存続能力にはそれぞれ差があり、その差による競争がまさに淘汰を生む、との理解である。この進化の過程は状態の時間発展に他ならず、これを力学系ダイナミクスとして捉えた研究は無限に存在する。その一つが進化ゲームである。

2.1.3.2 ゲーム理論の進化への適用

ゲーム理論においてゲームを構成しているのはエージェント、戦略、利得のみである。このうち、エージェントは種を構成する個体に対応する。そして、戦略と利得は、進化論における淘汰で表現できる。つまり、種間競争による適応度の差は、ゲームにおける戦略間の利得差によって決められる。進化に関する議論においては適応度の定義について追求することがあるが、少なくとも共通していえるのが「殖えやすいものが殖える」という概念である。よって、取得利得が相対的な適応度の大小に相当する。ここで敢えて相対的としたのは、このゲームの帰結はエージェント間の相互作用によって生じたものであり、他の様々な要因によって最終的に決まる適応度と必ずしも一致するとは限らないからである。またゲーム理論では、ある状況における合理的行動を目的としたが、進化における種はエージェントに

とって不変であることから、戦略はエージェントそれぞれが生まれながらにして所有しているもの、例えば種や遺伝子に相当し、合理性は無視して構わないとされている^{5, 6}。

2.1.3.3 力学系ダイナミクス

上記にてゲームを構成している要素が進化に対応することになるが、進化には遺伝と変異が未だ残っている。この二つの要素を取り入れるためには、ゲーム理論に時間の概念が存在しないことから、新たに力学系ダイナミクスを導入する必要がある。これをレプリケータダイナミクスという。このレプリケータダイナミクスは利得が高いものほど殖えるという概念を、状態変化の微分方程式で表現したものである。まずはこのレプリケータダイナミクスを理解するために必要な力学系ダイナミクスを紹介する。

ある一つの種についてのダイナミクスを考えると、種の数 x は増殖率を r とすれば式(2-3)と表すことができる。

$$\dot{x} = rx \tag{2-3}$$

単純なモデルを考えるならば増殖率は出生と死亡によって変化するので、出生率を b 、死亡率を d とすれば、式(2-4)となる。

$$r = b - d \tag{2-4}$$

このモデルでは $b < d$ では絶滅、 $b = d$ では一定、 $b > d$ では無限に増殖し続けることとなる。 $b = d$ はある瞬間起こりえても、これが一定期間続くとは考えにくく不安定な状況である。また $b < d$ となって絶滅する状況は起こりえても、 $b < d$ の無限に増殖する状況は環境や自然の容量の問題から非現実であり、どこかで増殖は止まるはずである。これを表現したのがロジスティック方程式と呼ばれるもので、増殖率が式(2-5)で表される。

$$r = r_0 \left(1 - \frac{x}{K}\right) \tag{2-5}$$

ここで $x \cong 0$ の場合 $r = r_0$ となることから r_0 は個体数が少ない状況での繁殖率を表し、個体が増殖し $x = K$ に到達すると $r = 0$ となることから、 K は環境収容能力を表す。このロジスティック方程式と式(2-3)により、ある時間 t における種の個体数は式(2-6)のように表される。

⁶ Nowak, M.A., Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life, Belknap Press of Harvard University Press, 2006.

$$x(t) = \frac{Kx_0e^{rt}}{K + x_0(e^{rt} - 1)} \quad (2-6)$$

次に種が複数存在し、相互に影響を及ぼし合う場合のダイナミクスを考える。簡易的にまず二種しか存在しない場合を考える。二種 X と Y の個体数 x と y の淘汰ダイナミクスは夫々の増殖率を a と b とすれば、式(2-7)となる。

$$\dot{x} = ax, \quad \dot{y} = by \quad (2-7)$$

そして、ある時間でのそれぞれの個体数はこの方程式を解くと式(2-8)となる。

$$x(t) = x_0e^{at}, \quad y(t) = y_0e^{at} \quad (2-8)$$

ここで個体数の割合を $\rho=x/y$ とするならば式(2-9)となる。

$$\rho(t) = \rho_0e^{(a-b)t} \quad (2-9)$$

上記から、 $a>b$ ならば X はその割合を増やす一方で Y は衰退し、 $a<b$ であればその逆となる。次に全個体数の合計が一定となるような環境収容能力がある場合を考える。この場合においては両者の個体数よりもその生存の割合に興味があるため夫々の個体数の割合を x と y で表す。つまり $x+y=1$ が成立することを意味する。全体の個体数が一定であるため、増殖率が大きい方の種は増殖する、小さい方の種はその数を減らしていくことになる。つまり増殖率 a と b はその種の適応度と考えることができる。集団の平均適応度を φ とすると、夫々の淘汰ダイナミクスは式(2-10)と表せる。

$$\dot{x} = (a - \varphi)x, \quad \dot{y} = (b - \varphi)y \quad (2-10)$$

$\dot{x} + \dot{y} = 0$, $x + y = 1$ に留意して $f = ax + by$ とする。更に $x + y = 1$ の条件から y は消去できることから式(2-10)は次の式(2-11)のように書き換えられる。

$$\dot{x} = x(1 - x)(a - b) \quad (2-11)$$

これは二つの自明な均衡点 $x=0$, $x=1$ を持つ。この二点のうち安定な点は片方である。そ

れは a と b の大小によって決まり、 $a > b$ ならば \dot{x} は常に正であり、 $x=1$ が安定、逆に $a < b$ ならば $x=0$ が安定な点である。これは初期に両者がどのような存在比にあっても必ず増殖率が大きい方が生き残ることを意味する。

複数種が存在する場合にこれを拡張した場合も同様に考えられる。存在する種を $i=0, 1, \dots, n$ とし、 i 種の適応度を f_i とし、それぞれの存在比を $x_i(t)$ とする。集団の状態はベクトルで表現できて $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ となる。夫々の種の淘汰ダイナミクスは式(2-12)と表される。

$$\dot{x} = (f_i - \varphi)x_i \quad (\varphi = \sum_{i=1}^n x_i f_i) \tag{2-12}$$

φ は集団の平均適応度であるため、その種の適応度 f_i が φ よりも大きければその種は増加し、小さければ減少することを表している。

2.1.3.4 レプリケータダイナミクス

次にレプリケータダイナミクスを説明する。ゲーム理論と進化の対応は、上述の通り、エージェントは戦略を持って他のエージェントとゲームをすることで適合度に対応する利得を得ることを指す。つまり、これまでの議論から戦略を $i=0, 1, \dots, n$ とし夫々の戦略エージェント数を N_i と表すと、 i 戦略の個体数ダイナミクスは式(2-13)となる。

$$\dot{N}_i = (a + f_i)N_i \tag{2-13}$$

ここで、 a は自然増殖率、 f_i は i 戦略がゲームにより生じた増殖率を表す。進化ゲームでは a は戦略によらず一定であると仮定される。

N を総エージェント数とすれば $x_i = N_i/N$ を意味している。ここで N を左辺に移項し時間微分をとると式(2-14)が得られる。

$$\dot{N}_i = N\dot{x}_i + \dot{N}x_i \tag{2-14}$$

これから式(2-15)が導かれる。

$$N\dot{x}_i = \dot{N}_i - \dot{N}x_i = (a + f_i)N_i - (a + f)Nx_i \tag{2-15}$$

なお、 f は系全体の増殖率である。 $x_i = N_i/N$ に留意すると両辺を N で割れば最終的に式(2-16)が導かれる。

$$\dot{x}_i = (f_i - f)x_i$$

(2-16)

この式(2-16)をレプリケータダイナミクスという。利得行列を \vec{A} 、戦略 i を \vec{e}_i 、戦略分布ベクトルを $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ とすれば、式(2-17)と表すことができる。

$$\dot{x} = ({}^T\vec{e}_i \cdot \vec{A}\vec{x} - {}^T\vec{x} \cdot \vec{A}\vec{x})x_i$$

(2-17)

ここで、レプリケータダイナミクスの式(2-16)と淘汰ダイナミクス式(2-12)とは同じ形をしていることがわかる。進化ゲームにおいてはゲームによって得る利得が平均より多ければ増殖し、少なければ減衰することを意味していることがわかる。

2.1.3.5 多人数 2 戦略ゲームのレプリケータダイナミクス

表 2-4 の利得行列を用いて C 戦略のダイナミクスを考える。ここでは 2 戦略しか存在しないため、 $x_c = -x_d$ となり、片方を考えるだけで十分である。戦略ベクトルが x_c, x_d で与えられたとすると C 戦略の時間変化は式(2-17)に代入して式(2-18)となる。

$$\dot{x}_c = \left\{ (1 \ 0) \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ x_d \end{pmatrix} - (x_c \ x_d) \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ x_d \end{pmatrix} \right\} x_c$$

(2-18)

ここで $x_c + x_d = 1$ であることに留意し、これをまとめると式(2-19)となる。

$$\dot{x}_c = \{(P - S - T + R)\dot{x}_c - (P - S)\}x_c(1 - x_c)$$

(2-19)

ここで、 $0 \leq x_c \leq 1$ であることから式(2-19)において $x_c = 0, 1$ の二つの自明な均衡点があり、もう一つの均衡点 $x_c = (P - S)/(P - S - T + R)$ があることがわかる。 $P - S$ と $T - R$ の正負と三つの均衡点の安定性は一致し、これを場合分けすると最終的に 2×2 ゲームでクラス分けした条件で 4 通りに区分できる。それら 4 クラスにおける \dot{x}_c と x_c の関係、均衡点の安定性、淘汰ダイナミクスを図 2-1 に示した。

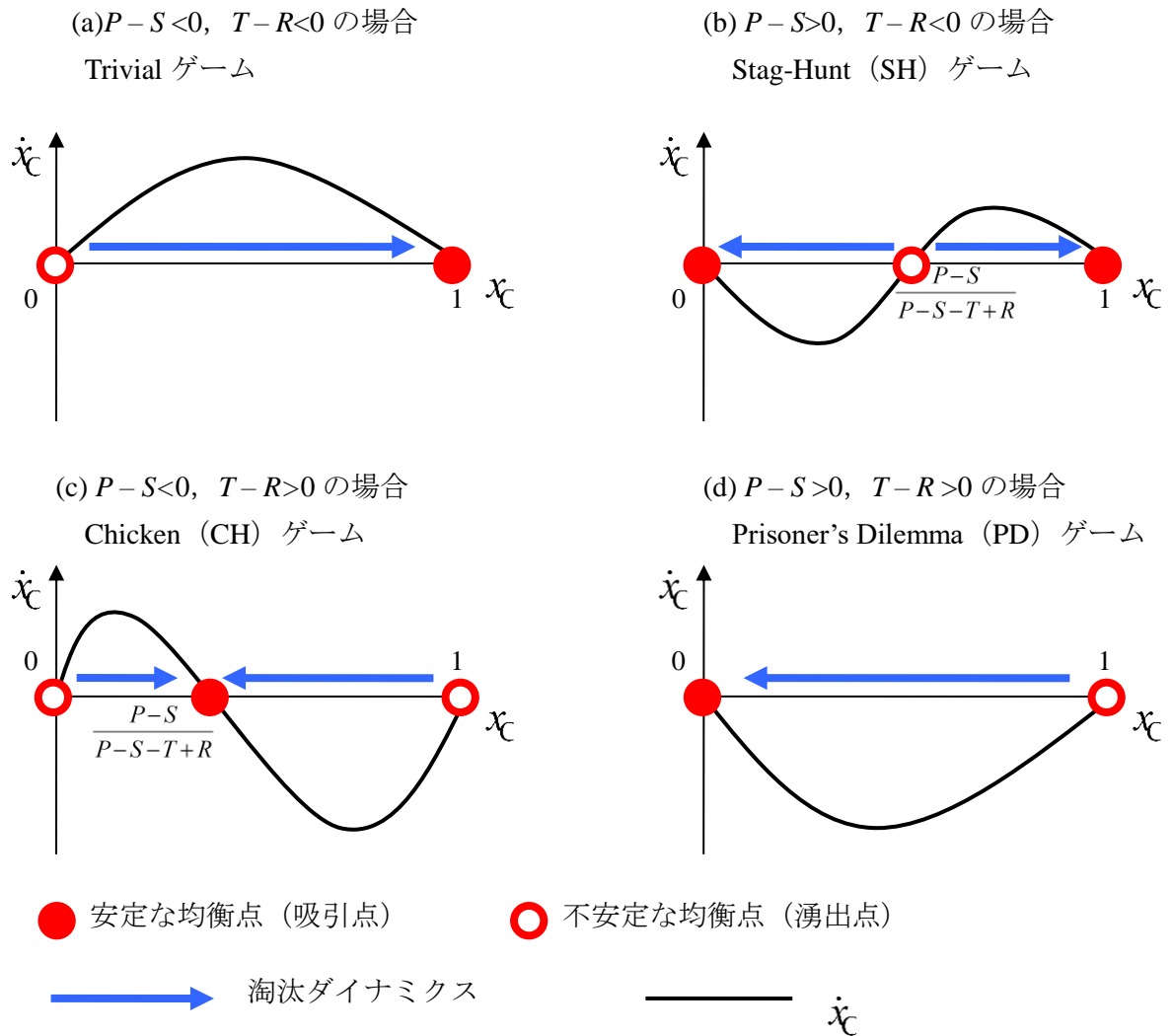


図 2-1 : 各クラスの x_C と \dot{x}_C , 均衡点の安定性, 淘汰ダイナミクスの関係図。
(a) 非ジレンマゲーム, (b) 保障ゲーム, (c) チキンゲーム, (d) PDG

図 2-1 を見ると, 2×2 ゲームの帰結から推測できるダイナミクスになっていることがわかる. Trivial ゲームでは最終的に C 戦略だけが生き残る, SH ゲームでは, 初期に D 戦略が多いと懐疑心から D 戦略を選択するエージェントが増えるが, 初期に C 戦略が多ければ安心して C を出すエージェントが増える, といったように初期値依存性を持つダイナミクスになっている. CH ゲームでは相手と違う戦略をとることが望ましいゲームであるため, 最終的には初期値に依存せずにある戦略分布に吸引される. そして PD ゲームは最終的に D 戦略だけが生き残るダイナミクスになっている.

2.1.3.6 進化的に安定な戦略 (Evolutionary stable strategy; ESS)

もう一つの重要な概念である, John Maynard Smith⁷により提唱された, 進化的に安定な戦略 (Evolutionary stable strategy; 以下, ESS) について説明する. 表 2-4 の利得構造を持った

⁷ J.メイナード・スミス, 進化とゲーム理論, 産業図書, 1985.

ゲームを例に挙げて説明する。全員が戦略 C の振る舞いをする集団において、この集団の中に戦略 D の振る舞いをする突然変異が侵入してきたとする。侵入者の D エージェントは非常に少数（割合； ε ）であると仮定すると、C エージェントの適応度（期待利得） f_C と D エージェントの適応度 f_D は、それぞれ以下の式(2-20)で示される。

$$f_C = R(1 - \varepsilon) + S\varepsilon, \quad f_D = T(1 - \varepsilon) + P\varepsilon \quad (2-20)$$

もし、C エージェントの適応度が D エージェントの適応度を上回れば ($f_C > f_D$)、淘汰によって C エージェントで構成される集団の中に D エージェントは侵入できないことになる。上の条件が満たされるとき、C 戦略は ESS と呼ばれる。C 戦略が ESS である条件は、式(2-20)と $\varepsilon \approx 0$ という仮定から式(2-21)が導かれる。

$$R > T \quad (2-21)$$

ただし、 $R = T$ の場合は、式(2-22)となる。

$$S > P \quad (2-22)$$

同様に、D 戦略が ESS であるための条件は (i) $P > S$ 、もしくは (ii) $P = S$ かつ $T > R$ が導かれる。

2.1.3.7 有限集団におけるダイナミクス

有限サイズ N の集団における均衡はレプリケータダイナミクスを適用して決定論的に論じることは出来ず、その戦略の固着確率がランダム浮動により侵入出来る確率 $1/N$ より大きいかな否かを確率的に論じる必要がある⁶。表 2-4 のような利得構造を持ったゲームを考えたととき、C エージェント数を i とすると、D エージェント数は $N-i$ となる。このとき、C エージェントが他の C エージェントとゲームを行う確率、C エージェントが D エージェントとゲームを行う確率、D エージェントが他の D エージェントとゲームを行う確率、D エージェントが C エージェントとゲームを行う確率は、それぞれ、 $(i-1)/(N-1)$ 、 $(N-i)/(N-1)$ 、 $(N-i-1)/(N-1)$ 、 $i/(N-1)$ となる。したがって C エージェントと D エージェントの期待利得はそれぞれ、式(2-23)となる。

$$F_i = \frac{R(i-1) + S(N-i)}{N-1}, \quad G_i = \frac{Ti + P(N-i-1)}{N-1} \quad (2-23)$$

ここで、 F_i と G_i はそれぞれCエージェントとDエージェントの期待利得のことであり、添字の i はCエージェント数が i の集団における期待利得であることを示している。また、CエージェントとDエージェントの適応度 f_i と g_i はそれぞれ式(2-24)となる。

$$f_i = 1 - \omega + \omega F_i, \quad g_i = 1 - \omega + \omega G_i \quad (2-24)$$

ここで、 ω は淘汰圧を表しており、 $\omega \in [0,1]$ である。 $\omega = 0$ の場合、ゲームの結果は進化ダイナミクスには何ら作用しない。つまり、C戦略とD戦略は中立の変異になる。 $\omega = 1$ の場合は、淘汰が強く、ゲームの結果がそのまま適応度となる。

ここで、各時間ステップに、適応度に比例した確率で繁殖を行う個体が1体だけ選択され、その個体の子孫はランダムに選択されたある1個体にとって代わるとの確率過程(Moran過程)を考える。Cエージェントが i 個体いる状態を変数 i とすると、状態が i から $i+1$ に動く(つまり、Cエージェント数が1増加する)確率は式(2-25)となる。

$$p_{i,i+1} = \frac{if_i}{if_i + (N-i)g_i} \frac{N-i}{N} \quad (2-25)$$

さらに、 i から $i-1$ に動く確率は、式(2-26)となる。

$$p_{i,i-1} = \frac{(N-i)g_i}{if_i + (N-i)g_i} \frac{i}{N} \quad (2-26)$$

上記二つの遷移以外には、状態が i に留まる遷移しかないため、その確率は式(2-27)となる。

$$p_{i,i} = 1 - p_{i,i+1} - p_{i,i-1} \quad (2-27)$$

当然ながら $p_{0,0} = 1$ 、 $p_{N,N} = 1$ であるため、この過程は二つの吸引状態 $i=0$ 、 $i=N$ をもつことになる。つまり、集団中の全エージェントが同じ戦略を持つような状態は、他の状態へと遷移しない安定なものといえる。

ここからC戦略とD戦略の固着確率を計算していく。状態 i から始めたときに状態 N に到達する確率を q_i とすると式(2-28)で表される。

$$q_i = p_{i,i-1}q_{i-1} + (1 - p_{i,i+1} - p_{i,i-1})q_i + p_{i,i+1}q_{i+1} \quad (2-28)$$

$1 - q_i$ は状態 i からスタートしたときに状態 0 に到達する確率を示しており、 $q_0=0$, $q_N=1$ である。ここで、式(2-29)を導入する。

$$r_i = q_i - q_{i-1} \quad (2-29)$$

$\sum_{i=1}^N r_i = (q_1 - q_0) + (q_2 - q_1) + \dots + (q_N - q_{N-1}) = q_N - q_0 = 1$ となる。 $\alpha_i = p_{i,i-1}/p_{i,i+1}$ とすると、式(2-28)と式(2-28)(2-29)から $r_{i+1} = \alpha_i r_i$ となる。したがって、 $r_1 = q_1$, $r_2 = \alpha_1 q_1$, $r_3 = \alpha_1 \alpha_2 q_1$, \dots となる。以上から、式(2-30)となる。

$$\sum_{i=1}^N r_i = q_1 + q_1 \sum_{j=1}^{N-1} \prod_{k=1}^j \alpha_k = 1 \quad (2-30)$$

これを整理すると、式(2-31)が得られる。

$$q_1 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{N-1} \prod_{k=1}^j \alpha_k} \quad (2-31)$$

さらに $q_i = q_1(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{k=1}^j \alpha_k)$ であるから、式(2-32)となる。

$$q_i = \frac{(1 + \sum_{j=1}^{i-1} \prod_{k=1}^j \alpha_k)}{1 + \sum_{j=1}^{N-1} \prod_{k=1}^j \alpha_k} \quad (2-32)$$

また、式(2-25)と式(2-26)から、式(2-33)となる。

$$\alpha_i = \frac{p_{i,i-1}}{p_{i,i+1}} = \frac{g_i}{f_i} \quad (2-33)$$

ここで、C 戦略と D 戦略の固着確率 ρ_C と ρ_D は、それぞれ q_1 と $1 - q_{N-1}$ のことに他ならないため、式(2-34)と式(2-35)が得られる。

$$\rho_C = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{i=1}^k \left(\frac{g_i}{f_i}\right)} \quad (2-34)$$

$$\rho_D = \frac{\prod_{i=1}^{N-1} \left(\frac{g_i}{f_i}\right)}{1 + \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{i=1}^k \left(\frac{g_i}{f_i}\right)} \quad (2-35)$$

さらに、両戦略の固着確率の比は式(2-36)となる。

$$\frac{\rho_D}{\rho_C} = \prod_{i=1}^{N-1} \left(\frac{g_i}{f_i}\right) \quad (2-36)$$

もし、 $\rho_D/\rho_C > 1$ ならば、D 戦略の突然変異 1 個体が個体 C の集団に固着されることは、その逆よりも起こりやすいことになる。

弱い淘汰の極限の場合を考える。式(2-34)と式(2-35)のそれぞれの $\omega \rightarrow 0$ に対する Taylor 展開より、式(2-37)を得る。

$$\rho_C \approx \frac{1}{N} \frac{1}{1 - \frac{(\alpha_C N - \beta_C)\omega}{6}}, \quad \rho_D \approx \frac{1}{N} \frac{1}{1 - \frac{(\alpha_D N - \beta_D)\omega}{6}} \quad (2-37)$$

ここで、 $\alpha_C = R + 2S - T - 2P$, $\alpha_D = P + 2T - S - 2R$, $\beta_C = 2R + S + T - 4P$, $\beta_D = 2P + T + S - 4R$ である。もし、 $\rho_C > 1/N$ ($\rho_D > 1/N$) ならば、淘汰は C (D) 戦略にとって有利にはたらし、これは、式(2-38) (式(2-39)) を満たすことになる。

$$\rho_C > \frac{1}{N} \rightarrow R(N - 2) + S(2N - 1) > T(N + 1) + P(2N - 4) \quad (2-38)$$

$$\rho_D > \frac{1}{N} \rightarrow P(N - 2) + T(2N - 1) > S(N + 1) + R(2N - 4) \quad (2-39)$$

無限集団の決定論的レプリケータダイナミクスでは、淘汰圧 ω の値は全く影響を及ぼさないが ($\omega = 0$ の時は例外)、有限集団を記述する確率過程では多大な影響を及ぼす。

2.1.4 協調創発メカニズム

2.1.4.1 Nowak の 5 種の協調創発メカニズム

Nowak⁴ は、血縁淘汰、直接互惠、間接互惠、ネットワーク互惠、群淘汰の五つの互惠メカニズムが協調創発に深く関係していると論じている（なお、本論では互惠メカニズムが何もない場合を well-mixed と呼ぶ）。Taylor & Nowak⁸ は、それぞれ幾つかの前提を設けることで、この互惠メカニズムが、表 2-4 で表される元々のゲーム構造行列を変形した利得行列で表すことに帰着されると演繹している。これは、彼らが設けた前提に立つならば、五つの互惠機構により付加された社会粘性のあるゲームの均衡点は、変形された利得行列に対するレプリケータダイナミクスの均衡点を論じることと等価であると考えてよいことを意味する。ここでは、5 種の互惠メカニズムの簡単な説明、その前提、変形後の利得行列、そして各戦略が ESS であるための条件とレプリケータダイナミクスの内部均衡点を記述する。

2.1.4.2 直接互惠

直接互惠とは、エージェントが同じ相手と対戦を繰り返す状況下では協調関係が生じ易いとの考えに基づくものである^{9, 10}。同じペアで対戦を繰り返す確率を w 、常に相手を裏切る戦略を D 戦略、そして、最初の手は協調で、その後は相手の前手を出す戦略 tit-for-tat（すなわち相手が D 裏切るまでは協調し続ける）を C 戦略とすると、直接互惠をゲームの枠組みに付加することは、元々の利得行列式である表 2-4 を式(2-40)のように変形することに帰着される⁸。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \left(\begin{array}{cc} \frac{R}{1-w} & S + \frac{wP}{1-w} \\ T + \frac{wP}{1-w} & \frac{P}{1-w} \end{array} \right) \end{array} \quad (2-40)$$

C 戦略が ESS となる条件、D 戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式(2-41)、式(2-42)、式(2-43)のように記述される。

⁸ Taylor, M., Nowak, M. A.; Transforming the dilemma, *Evolution* 61 (10), 2281-2292, 2007.

⁹ Trivers, R.; The evolution of reciprocal altruism, *Q. Rev. Biol.* 46, 35-37, 1971.

¹⁰ Trivers, R.; *Social Evolution*, Benjamin/Cummings, Menlo Park, CA. 1985.

$$w > \frac{T - R}{T - P} \quad (2-41)$$

$$P - S > 0 \quad (2-42)$$

$$x^* = \frac{\frac{P}{1-w} - (S + \frac{wP}{1-w})}{\frac{R}{1-w} + \frac{P}{(1-w)} - (T + \frac{wP}{1-w}) - (S + \frac{wP}{1-w})} \quad (2-43)$$

2.1.4.3 間接互惠

間接互惠は、reputation に基づくものであり、reputation が高い相手にほど協調的振る舞いを選択し易いと考えられるものである^{11, 12}。直接互惠では、自手は前回相手が自分に対して出した手により決定した。一方、間接互惠では、自手は相手が他のエージェントに対して出した手に依存して決定される。具体的には、間接互惠では Image Score (IS) に基づき自手を決定する¹²。相手の IS、つまり相手が前回、別 Agent に C を出したか D を出したかを正確に知る確率を q とする。常に相手を裏切る戦略を D 戦略とし、相手が C 戦略であれば C を、D 戦略であれば D を出す戦略を C 戦略とする。つまり、C 戦略は $1-q$ の確率で D 戦略にも協調することになる。この想定のもとでは、利得構造は式(2-44)への変形に帰着される⁸。

	C	D
C	R	$(1-q)S + qP$
D	$(1-q)T + qP$	P

$$(2-44)$$

C 戦略が ESS となる条件、D 戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式(2-45)、式(2-46)、式(2-47)のように記述される。

¹¹ Alexander, R.; The biology of moral systems, New York: Aldine De Gruyter, 1987.

¹² Nowak, M.A., Sigmund, K.; Evolution of indirect reciprocity by image scoring, Nature 393, 573-577, 1998.

$$q > \frac{T - R}{T - P} \tag{2-45}$$

$$P - S > 0 \tag{2-46}$$

$$x^* = \frac{P - (1 - q)S - qP}{R + P - ((1 - q)T + qP) - ((1 - q)S + qP)} \tag{2-47}$$

2.1.4.4 血縁淘汰

血縁淘汰とは、遺伝的關係を持った個体間で行われる進化ゲームにおける互惠メカニズムを考えるものである^{13, 14, 15, 16, 17}。平均血縁度が r ($0 < r < 1$) の個体間でゲームが行われるとする。この集団では、自分がゲームにより得た利得に適応度 r が乗じられたものが、相手の利得に加算される。この場合の利得構造は、式(2-48)への変形に帰着される⁸。

	C	D
C	R	$\frac{S + rT}{1 + r}$
D	$\frac{T + rS}{1 + r}$	P

$$\tag{2-48}$$

$1+r$ で除することにより、2人の合計利得（非対角要素の和）は血縁淘汰を付加する前の $S+T$ と同値になっている。C戦略が ESS となる条件、D戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式(2-49)、式(2-50)、式(2-51)のように記述される。

¹³ Hamilton, W.D.; The genetical evolution of social behaviour, J. Theor. Biol. 7, 1-16, 1964.

¹⁴ Maynard Smith, J.; Group selection and kin selection, Nature, 200, 1145-1147, 1964.

¹⁵ Queller, D.C.; Kinship, reciprocity and synergism in the evolution of social behaviour, Nature 318, 366-367, 1985.

¹⁶ Taylor, P.D., Frank, S.; How to make a kin selection model, J. Theor. Biol. 180, 27-37, 1996.

¹⁷ Foster, K.R., Wenseleers, T., Ratnieks, F.L.W.; Kin selection is the key to altruism, Trends in Ecology and Evolution 21, 57-60, 2006.

$$r < \frac{T - R}{R - S} \quad (2-49)$$

$$r < \frac{P - S}{T - P} \quad (2-50)$$

$$x^* = \frac{P - \frac{S + rT}{1 + r}}{P - \frac{S + rT}{1 + r} - \frac{T + rS}{1 + r} + R} \quad (2-51)$$

2.1.4.5 群淘汰

群淘汰は、競争は個体間だけではなく集団間でも生じるとの考えに基づいている^{18, 19}。
²⁰ 本論では、Traulsen & Nowak に倣い、個体群を m 個のグループに分け、各グループの最大サイズを n とする²¹。個体は、同じグループ内の個体とのみ 2×2 ゲームを行う。ゲームによる利得を F 、淘汰圧を ω とすると、あるエージェントの適応度は $1 - \omega - \omega F$ で表される。各時間ステップで、適応度に応じた確率で全個体群から生殖を行う個体が 1 体選ばれる。その子孫は親の個体のグループに加えられる。そのグループが最大サイズに到達すると、ある確率 p でそのグループは二つに分割され、その場合、人口爆発を防ぐためにランダムに選択されたグループが消滅する。つまり、社会全体の個体サイズの最大値は mn となる、一方、 $1-p$ の確率でそのグループは二つに分かれない。淘汰圧が小さく ($\omega \ll 1$)、 n と m が十分大きい場合、このゲームの利得構造は式(2-52)のように記述される。

	C	D
C	$(n + m)R$	$nS + mR$
D	$nT + mP$	$(n + m)P$

(2-52)

C 戦略が ESS となる条件、D 戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式(2-53)、式(2-54)、式(2-55)のように記述される。

¹⁸ Wilson, D.S.; A theory of group selection, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 72, 143-146, 1975.

¹⁹ Harpending, H., Rogers, A.; On Wright's mechanism for intergroup selection, J. Theor. Biol. 127, 51-61, 1987.

²⁰ Bowles, S.; Group competition, reproductive leveling, and the evolution of human altruism, Science 314, 1569-1572, 2006.

²¹ Traulsen, A., Nowak, M.A.; Evolution of cooperation by multilevel selection, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 103, 10952-10955, 2006.

$$\frac{m}{n+m} > \frac{T-R}{T-P} \quad (2-53)$$

$$\frac{m}{n+m} < \frac{P-S}{R-S} \quad (2-54)$$

$$x^* = \frac{(n+m)P - (nS + mR)}{(n+m)R + (n+m)P - (nT + nP) - (nS + mR)} \quad (2-55)$$

2.1.4.6 ネットワーク互恵

ネットワーク互恵とは、エージェントたちのゲーム対戦相手と戦略適応相手を限定することで協調を創発させるメカニズムである。つまり、空間構造がエージェント間の匿名性を減少させ、well-mixed な状況から社会粘性を増大させる²²。ネットワーク互恵は、理論生物学や統計物理学を中心に多くの研究が蓄積されてきた^{23, 24, 25, 26}。ここで、グラフの各頂点が C 戦略か D 戦略の個体により占められているネットワークを考える。各個体はリンクがある全隣人と表 2-4 の利得構造でゲームを行う。その合計利得を F 、淘汰圧を ω ($\omega \in [0,1]$) とすると、その個体の適応度は $1 - \omega - \omega F$ で表される。戦略適応方法は death-birth (DB)²⁷ を仮定する。この適応方法を用いる場合、戦略更新は以下の手順で行われる：全ての単位時間ステップにおいて、1 個体がランダムに選択され死亡し、その後、その個体の隣人から 1 個体が適応度に応じた確率で選ばれ繁殖する。全個体が同じ隣人数 k を持つレギュラーネットワーク（詳細は、2.2.3.2 節を参照）を考えた場合、ペア近似によって、協調率の時間変化を示す常微分方程式を得られ、その常微分方程式が利得構造を変形したレプリケータ方程式であることが示されている²⁸。つまり、次数 k ($k > 2$) のレギュラーネットワーク上でのゲームにおけるネットワーク互恵の付加は、式(2-56)の利得構造の変形に帰着される⁸。

²² Nowak, M.A., May, R.M.; Evolutionary games and spatial chaos, Nature 359, 826-829, 1992.

²³ Hassell, M.P., Comins, H.N., May, R.M.; Species coexistence and self-organizing spatial dynamics, Nature 313, 10-11, 1994.

²⁴ Skyrms, B., Pemantle, R.; A dynamic model of social network formation, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 97, 9340-9346, 2000.

²⁵ Santos, F.C., Pacheco, J.M., Lenaerts, T.; Cooperation prevails when individuals adjust their social ties, PLoS Coput Biol. 2, 1284-1291, 2006.

²⁶ Yamauchi, A.; Tanimoto, J.; Hagishima, A.; What controls network reciprocity in the prisoner's dilemma game? BioSystems 102(2-3), pp.82-87, 2010

²⁷ Ohtsuki, H., Hauert, C., Lieberman, E., Nowak, M.A.; A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks, Nature 441, 502-505, 2006.

²⁸ Ohtsuki, H., Nowak, M.A.; The replicator equation on graphs, J. Theor. Biol. 243, 86-97, 2006.

$$\begin{array}{c} C \quad D \\ \begin{pmatrix} R & S+H \\ T-H & P \end{pmatrix} \end{array}$$

(2-56)

ここで, H は式で表される.

$$H = \frac{(k+1)(R-P) - T + S}{(k+1)(k-2)}$$

(2-57)

C 戦略が ESS となる条件, D 戦略が ESS となる条件, レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式(2-58), 式(2-59), 式(2-60)のように記述される.

$$k^2(T-R) - k(T-P) + (R+P-T-S) < 0$$

(2-58)

$$k^2(P-S) - k(R-S) + (T+S-R-P) > 0$$

(2-59)

$$x^* = \frac{P - (S+H)}{R+P - (T-H) - (S+H)}$$

(2-60)

2.1.5 Németh & Takács の Populations with positive assortment model

Nowak の五種の互惠メカニズムとは異なるものをひとつ紹介する. ただし, well-mixed な集団内の匿名性を圧縮することで, 協調戦略の期待利得が裏切り戦略のそれを凌駕するように変容させる機構であるという点に関しては同じであり, Nowak の互惠メカニズムと本質的に同じものであると考えられる.

2×2 ゲームにおいて, 同戦略と対戦しやすくなる assortativity が集団内にある場合を考える²⁹. 同戦略と対戦する確率を α とすると ($\alpha = 1$ では同戦略としか対戦しない, $\alpha = 0$ ではランダムに選択された相手と対戦する), C 戦略と D 戦略の期待利得 w_C と w_D は, それぞれ式(2-61)と式(2-62)にて表される.

²⁹ Németh,A., Takács,K.; The paradox of cooperation benefits, J. Theor. Biol. 264, 301-311, 2010.

$$w_C = \alpha R + (1 - \alpha)\{xR + (1 - x)S\} \tag{2-61}$$

$$w_D = \alpha P + (1 - \alpha)\{xT + (1 - x)P\} \tag{2-62}$$

Price equation (レプリケータダイナミクスのようなものであり、本論では説明を省く) より、 C 戦略が ESS となる条件、 D 戦略が ESS となる条件、内部均衡点はそれぞれ式(2-63)、式(2-64)、式(2-65)のように記述される。

$$\alpha(T - P) > T - R \tag{2-63}$$

$$\alpha(R - S) < P - S \tag{2-64}$$

$$x^* = \frac{P - \alpha R - (1 - \alpha)S}{(1 - \alpha)(R + P - S - T)} \tag{2-65}$$

内部均衡点 x^* は、 $R-S < T-P$ かつ $(P-S)/(R-S) < (T-R)/(T-P)$ を満たすとき $[0,1]$ の範囲に存在し安定 (吸引点) となる。 $R-S > T-P$ かつ $(P-S)/(R-S) > (T-R)/(T-P)$ を満たすとき $[0,1]$ の範囲に存在し不安定 (湧出点) となる。なお、同様の条件は Nowak の互惠メカニズムにおいても存在する。

2.2 ネットワーク

2.2.1 複雑ネットワーク

ネットワークとは点と線で構成されるものであり、様々なものに当てはめることができる。例えば、ネットワークの代表例であるインターネットは、コンピュータ (点) を通信回路 (線) で結んだものである。また、駅 (点) を線路 (線) で結べば鉄道ネットワークとなる。人間関係などの実体がないものを表す際にも用いることができ、ほぼ全ての相互関係性にはネットワークが存在することになる³⁰。このようなネットワークを扱う学問として複雑

³⁰ 増田直紀, 今野紀雄, 複雑ネットワークの科学, 産業図書, 2005.

ネットワークが広く知られているが、本論ではそれに対する細かな説明は行わない。2.1.4.6で紹介したネットワーク互惠を実際に議論する際に使用するネットワークの紹介に留める。

2.2.2 ネットワークパラメータ

ここでは、本論で使用したネットワークの特徴を説明するために必要な用語の定義を、図 2-2 に示したネットワークの一例を使用して説明する。

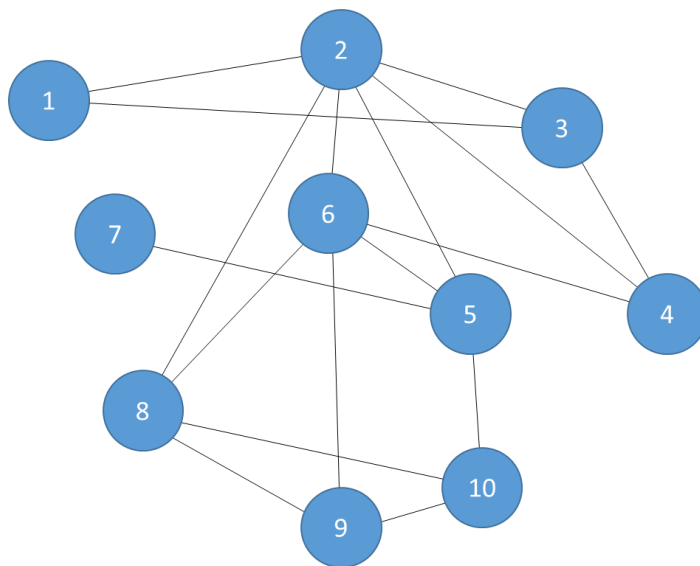


図 2-2 : ネットワークの一例

2.2.2.1 ノード

ネットワークを構成する点と線のうち点のことをノードと呼び、あるネットワークにおけるノードの数を N で表す。図 2-2 のネットワークでは $N=10$ となる。

2.2.2.2 次数 (リンク数)

あるノードが接続している他のノードの数 (線の数) を次数 (リンク数) と呼び、 k で表す。図 2-2 のネットワークにおけるノード 1 であれば $k=2$ 、全ノードの平均次数は $\langle k \rangle = 3.4$ となる。また、次数 k のノードの割合を次数分布と呼び、 $p(k)$ で表す。図 2-2 のネットワークのように、各ノードが異なる次数を有するものだけではなく、全てのノードが同一の次数を有するネットワークもある。ノードにより異なる次数を有するネットワークを議論する際には、接続されているノード同士の次数の相関関係も重要な要素である。現実のネットワークの多くは負の相関、つまり、高次数ノードと低次数ノードの接続が多い特徴を示すが、人間関係のネットワークでは正の相関を持つことがわかっている。

2.2.2.3 平均ノード間距離

ネットワーク上の任意の二つのノードを結ぶ経路を考えた場合、途中に挟むノードの数が最小となる経路におけるリンク数をノード間距離と呼ぶ。図 2-2 のノード 1 と 10 を考えた場合、ノード間距離は 3 となる。これを全ノードの組み合わせで平均したものを平均ノード間距離と呼び、 L で表す。なお、図 2-2 は $L = 1.9$ のネットワークである。

2.2.2.4 クラスタ係数

あるノード A にノード B とノード C が接続しており、そのノード B とノード C も接続しているような状態をクラスターと呼ぶ。図 2-2 のネットワークであれば、例えば、ノード 1 と 2 と 3 がクラスターを形成している。あるノードのリンクの中から二つを選ぶ組み合わせの総数に対して、そのノードが形成しているクラスターの割合をクラスター係数と呼び、 C_i で表す。図 2-2 のネットワークでは $C_1=1$ 、 $C_2=1/3$ となる。ネットワーク上の全ノードのクラスター係数を C で表すと、図 2-2 のネットワークでは $C=0.47$ となる。

2.2.3 ネットワークの種類

本節では、2.2.2 節で説明したパラメータを用いてネットワークを説明する。まず、現実のネットワークの特徴を示し。その後、本論で使用するネットワークを紹介する。

2.2.3.1 現実のネットワーク

現実のネットワークといっても上述した通り多様であるが、本論は人間—環境—社会システムにおける協調創発機構の解明を目的としているため、人間関係のネットワークについて記す。

第一に、平均ノード間距離 L (ここでは任意の 2 人の人間のつながりの間に入る知り合いの人数を意味する) はノード数 N (人数) に対して小さく、式(2-66)のような関係が成り立つと考えられている。つまり、人数 N の増加に対する L への影響は小さい。

$$L \propto \log N$$

(2-66)

第二に、クラスター係数 C については比較的大きな値を示すとされている。クラスター係数 C が大きく、さらに、上述した平均ノード間距離 L が小さい性質を持ったネットワークは、Watts と Strogatz による報告以降³¹、スモールワールドと呼ばれている。

第三に、次数 (リンク数) k については、次数分布 $p(k)$ が式(2-67)と図 2-3 で示されるような、べき関数になる性質を持つと考えられている。この性質はスケールフリー性と呼ばれる。

³¹ Watts, D. J., Strogatz, S. H., Nature, Vol. 393, 440-442, 1998.

$$p(k) \propto k^{-\gamma}$$

(2-67)

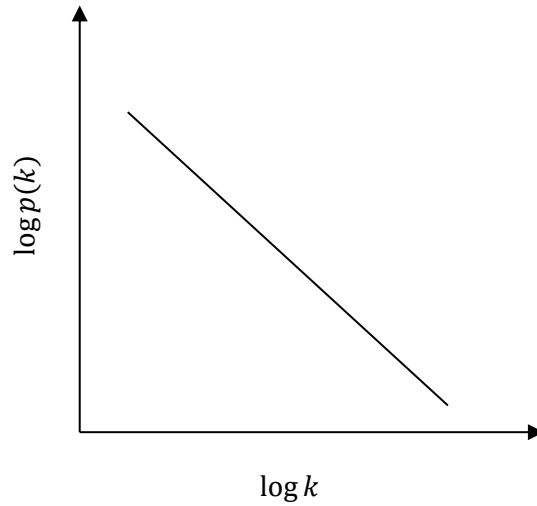


図 2-3 : スケールフリーネットワークの次数分布

現実のネットワークでは、べき数 γ は $2 \leq \gamma \leq 3$ と考えられている。つまり、リンク数が極めて大きくハブのような役割を担っている人はほんのわずかしかな存在しておらず、大部分はリンク数が小さく限られた狭い人間関係を有している人で占められていることになる。次数相関は上述の通り、正の相関を示すとされている³²。

2.2.3.2 格子 (Lattice) ネットワーク

格子 (Lattice) ネットワークは図 2-4 に示されるようなものを指し、各ノードの次数が全て同一である規則的な性質を示す。

³² Newman, M.E.J., Mixing patterns in networks, Phys. Rev. E 67, 026126, 2003.

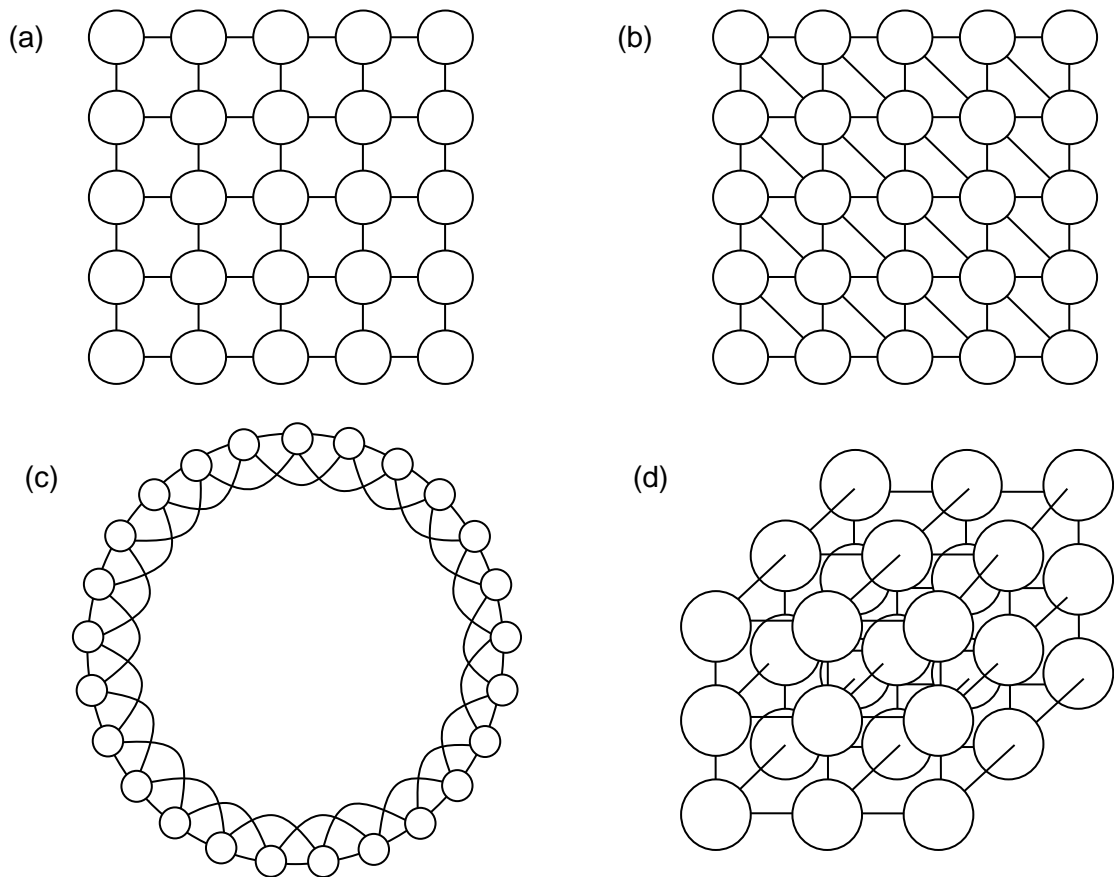


図 2-4 : 様々な格子ネットワークの例. (a) $\langle k \rangle = 4$ の二次元格子ネットワーク, (b) $\langle k \rangle = 6$ の二次元格子ネットワーク, (c) $\langle k \rangle = 4$ の一次元格子ネットワーク, (d) $\langle k \rangle = 6$ の三次元格子ネットワーク. (出典 : 山内 (2012) ³³)

平均ノード間距離は, 式(2-68)にて表される.

$$L \propto \sqrt[n]{N} \tag{2-68}$$

ここで, n は格子ネットワークの次元の数を示す. そのため, 現実の人間関係ネットワークの式(2-66)と比べると, 平均ノード間距離は大きくなる. クラスター係数は, 次数 $\langle k \rangle$ と n により決まる. 例えば $\langle k \rangle = 4$ の二次元格子ネットワークでは $C=0$ となり, $\langle k \rangle = 6$ の三角格子の場合では $C=0.4$ となる. 次数分布に関しては, 上述した通り各ノードが同じ次数を持つため $p(\langle k \rangle) = 1$ となる. 以上から, 一部の格子ネットワークのクラスター係数を除いて, 格子ネットワークと現実のネットワークには大きな乖離がある.

2.2.3.3 ランダムネットワーク

ランダムネットワークは各ノードがランダムにつながっているものである. ノード同士

³³山内敦雄, 人間-環境-社会システムにおける協調創発機構に関する研究, 九州大学大学院博士論文, 2012

がつながる確率を p とすると、平均次数 $\langle k \rangle$ は $(N-1)p$ となる。なお、ネットワーク内の全てのノードが分断されず接続するための条件は、 $p \geq \log N / N$ であることがわかっている。次数分布については、各ノードが自身を除いた $N-1$ のノードと p の確率でつながり、 $1-p$ の確率でつながらないことから式(2-69)で表される。

$$p(k) = {}_{N-1}C_k p^k (1-p)^{N-1-k} \quad (2-69)$$

ここで、ノード数 N を増やしたとしても平均次数 $\langle k \rangle$ は変化させないようにすると、 $N \rightarrow \infty$ のとき $p \rightarrow 0$ となり、この場合、次数分布は式(2-70)のようなポアソン分布で近似できることがわかっている。つまり、現実のネットワークが示すスケールフリー性とは異なる特徴を示す。

$$p(k) \cong \frac{e^{-\langle k \rangle} \langle k \rangle^k}{k!} \quad (2-70)$$

平均ノード間距離については、式(2-71)で表され、式(2-66)で示される現実のネットワークと同程度の性質を示す。

$$L \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle} \quad (2-71)$$

クラスター係数については、自身とつながっている他のノード同士がつながっているかどうかで決まるため p に相当する。よって、式(2-72)となり、 $N \rightarrow \infty$ のときは $C \rightarrow 0$ となり、現実のネットワークのクラスター係数が比較的高いこととは異なる特徴を示す。

$$C = p = \frac{\langle k \rangle}{N-1} \quad (2-72)$$

2.2.3.4 スモールワールドネットワーク

スモールワールドネットワークとは上述した Watts と Strogatz により提案されたモデルである。このネットワークは、格子ネットワークとランダムネットワークの両方の性質を併せ持つ。図 2-5 のような格子ネットワークをまず考え、その状態からある確率 p で存在するリンクをつなぎかえることで生成される。このつなぎかえにより発生した新たなリンクはショートカットと呼ばれる。確率 p の値によりネットワークの性質は大きく変わり、 $p=0$ の時は初期の格子ネットワーク、 $p=1$ の時はランダムネットワークと一致する。スモールワールドネットワークを考えるときは p を比較的小さい値に設定することが一般的であるため、

本論でも p が小さい場合を取り扱う。

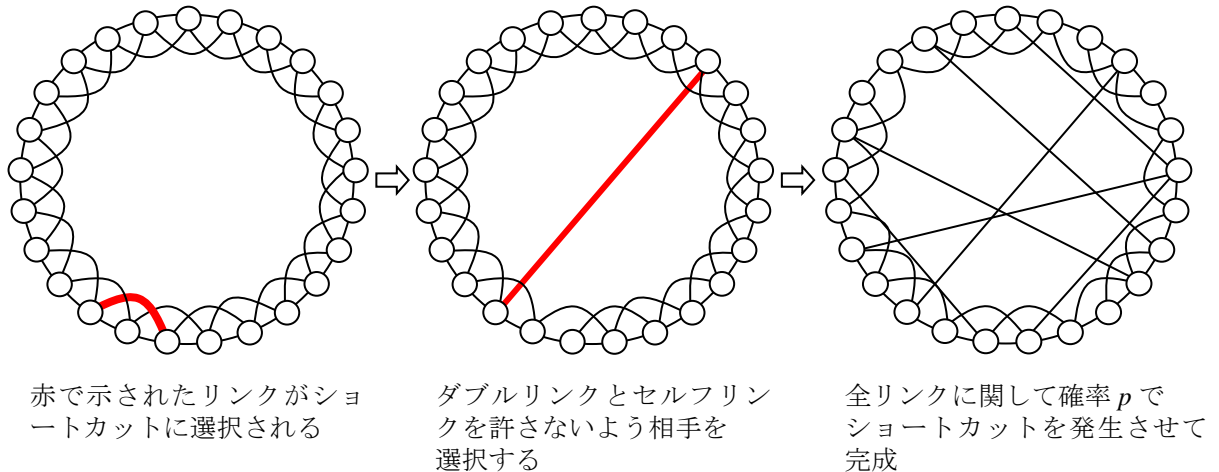


図 2-5 : スモールワールドの生成方法とスモールワールドネットワーク

(出典 : 山内 (2012) ³³)

平均ノード間距離については、ショートカットの存在により、ランダムネットワークと同様の性質を示すようになり現実のネットワークに近づく。クラスター係数についても、格子ネットワークの性質により比較的大きな値を示し、現実ネットワークに近いと考えられる。しかしながら、次数については、多少の分布はあるものの、ランダムネットワークのポアソン分布よりもスケールフリー性から離れたものとなる。なお、スモールワールドネットワークの生成方法によっては、全てのノードに同じ次数を持たせることも可能である。本論では、スモールワールドネットワーク上での進化ゲームを議論する際は、ノードにより次数が異なる場合と全ノードが同じ次数を持つ場合の両パターンどちらにも注目する。

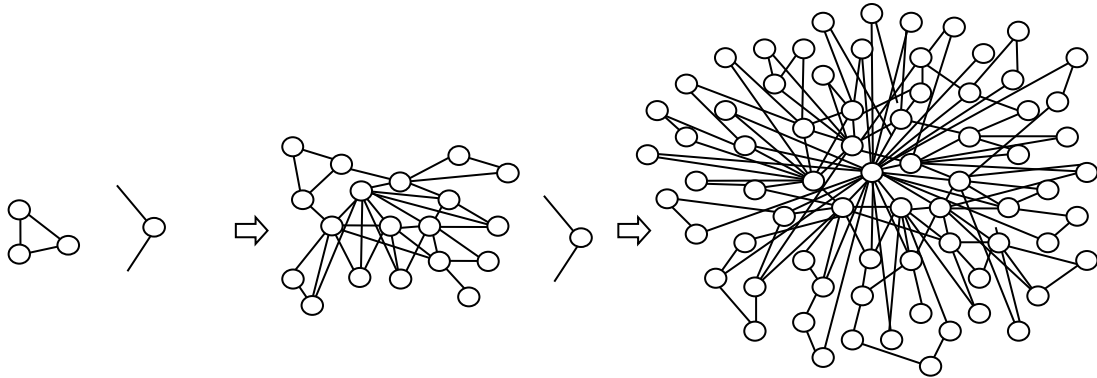
2.2.3.5 スケールフリーネットワーク

次数分布にスケールフリー性を持つものをスケールフリーネットワークと呼ぶ。本論では、このスケールフリーネットワークの生成方法として、1999年に Barabashi & Albart³⁴によって報告された Barabashi-Albart モデル (BA モデル) を使用している。まず、図 2-6 のように初期に m_0 のノードが存在し、これら各ノードが他の全てのノードとつながっている状態を考える。次に、 $\langle k \rangle / 2$ 本のリンクを持っているノードを一つずつ生成し、そのノードを既に存在する別のノードとつなぐ。このとき、つなぎ先のノードは各ノードの次数に応じて式 (2-73) で示される確率で選択されるようにする (添え字の i は任意のエージェント i を意味する)。つまり次数が大きくハブの役割を担っているノードほど高確率で接続先として選択されるため、他のノードとの次数の差が広がる。

³⁴ Barabasi, A.L., Albart, R., Emergence of scaling in random networks, Science 286, 509–512, 1999.

$$p = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$

(2-73)



$m_0=3, \langle k \rangle=4$ の場合、初期に3つのノード全てが接続されており、そこに $k=2$ のノードが新たに生成される

次数の大きいノードが高確率で優先的に接続先として選択される。

ノード数が設定した数 N に達するまで繰り返す。

図 2-6 : BA ネットワークの生成方法 (出典 : 山内 (2012) 33)

この BA モデルの次数分布はスケールフリー性を示し、ハブとなるノードが存在する。なお、式(2-67)における γ は約 3.0 となる。スケールフリー性を示すため次数相関についても述べると、このネットワークでは 0 に近い負の相関を示し、現実の人間関係のネットワークとは異なる性質を示す。なお、平均ノード間距離とクラスター係数はそれぞれ式(2-74)と式(2-75)で表され、どちらも現実のネットワークと比べると非常に小さい。

$$L \propto \frac{\log(N)}{\log \log(N)}$$

(2-74)

$$C \propto N^{-\frac{3}{4}}$$

(2-75)

2.3 ネットワーク上での進化ゲーム

2.3.1 ネットワーク上での進化ゲーム

ネットワーク上での進化ゲーム(ネットワークゲーム,または,空間ゲームとも呼ばれる)ではまず初期に基盤ネットワークを生成し,設定した協調率(エージェントの戦略値平均)になるように,エージェント(ネットワークにおけるノード)をランダムに配置する.この初期の協調率は通常0.5に設定される.各エージェントは,基本的には,第1近傍の隣人とのみ2×2ゲームを行い,全隣人との対戦によって得られた合計利得を適応度として評価する.ここで「基本的には」としたのは,例外的に,2×2ゲームでない場合^{35, 36},2×2ゲームであっても隣人以外とも対戦する場合³⁷,合計利得でないものを適応度とする場合など変則的なネットワークゲームも存在するためである.

特に合計利得を次数で除した平均をエージェントの適応度として評価するものが既往研究には複数あるが,本研究では,ネットワークゲームでのネットワークのヘテロ性の本質は,次数によってゲーム回数がエージェントごとに異なることによる合計利得の差にある,との考えからこれを採用していない.適応度が算出されると,あるプロトコルに従って戦略の適応を行う.このプロトコルもまた複数提案されているが,そのうち重要と思われるプロトコルの詳細を次節で説明する.また,戦略の適応をシンクロに行う場合とアシンクロに行う場合があり,これによりダイナミクスが大きく変わることが過去に報告されている^{37, 38, 39}.

この過程を全エージェントの戦略が均衡に達するまで行い,全エージェント数に対する協調者の割合である協調率を算出する.互惠サポート機構が何もない場合,ゲームの帰結はレプリケータダイナミクスで決まるナッシュ均衡に協調率は収束するが,空間ゲームではネットワーク構造が協調行動をサポートするため,PDゲームの領域でも協調者が生き残る場合が出てくる.2.2で述べた通り相互作用が働く状況では必ずネットワークが存在するために,ネットワーク構造を仮定した進化ゲームは,より現実を模擬していると考えられる.

2.3.2 戦略適応方法

本節では戦略適応方法を紹介する.ここで紹介するもの以外にも様々な戦略適応方法が

³⁵ Henrich, J., McElreath, R., Barr, A., Ensminger, J., Barrett, C., Bolyanatz, A., Cardenas, J.C., Gurven, M., Gwako, E., Henrich, N., Lesorogol, C., Marlowe, F., Tracer, D., Ziker, J., Costly Punishment Across Human Societies, *Science*, 312, 5781, 1767-1770, 2006.

³⁶ Ohtsuki, H., Nowak, M.A., Pacheco, J.M., Breaking the Symmetry between Interaction and Replacement in Evolutionary Dynamics on Graphs, *Phys. Rev. Lett.* 98, 108106, 2007.

³⁷ Tomassini, M., Pestelacci, E., Luthi, L., Social Dilemmas and Cooperation in Complex Networks, *International Journal of Modern Physics C* 18, 07, 1173-1185, 2007.

³⁸ Grilo, C., Correia, L., The influence of the update dynamics on the evolution of cooperation, *International Journal of Computational Intelligence Systems*. 2, 2, 104-114, 2009.

³⁹ Huberman, B.A., Glance, N.S., Evolutionary games and computer simulations, *Proc Natl Acad Sci USA*., 90(16), 7716-7718, 1993.

あるが、本論で実際に使用するものに限定して説明する。

2.3.2.1 イミテーションマックス (IM)

自分と自分の隣人のうち最大利得の戦略をコピーする。 N_i を自分の隣人とし、合計利得を Π としたとき、戦略変化は次の式(2-76)で表すことができる。

$$S_i = \begin{cases} S_i & \text{if } \Pi_i > \max\{\Pi \in N_i\} \\ S_j & \text{if } \Pi_j > \max\{\Pi \in N_i\} \end{cases} \quad (2-76)$$

2.3.2.2 ペアワイズ (PW)

自分の隣人のうち 1 人をランダムに選択し、確率的にその相手の戦略をコピーする。その確率の決め方は大きく 2 通りあり、一つは利得差をフェルミ関数で評価して決めるもので式(2-77)の確率で相手の戦略をコピーする (以下 F-PW)。なお、式(2-77)中の κ は物理学でいう温度に相当するランダム性を表すパラメータである。

$$W_{S_j \leftarrow S_i} = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{\Pi_i - \Pi_j}{\kappa}\right]} \quad (2-77)$$

もう一つは利得差を線形的に評価して決めるもので式(2-78)の確率で相手の戦略をコピーする (以下 L-PW)。分母は確率が 0~1 の範囲に収まるよう規格化するためのもので、両者の次数のうち大きいものに利得行列の要素で最大のものと最小のものとの差を掛けたものである。

$$W_{S_j \leftarrow S_i} = \frac{\Pi_j - \Pi_i}{\max(k_x, k_y) [\max(R, T, S, P) - \min(R, T, S, P)]} \quad (2-78)$$

2.3.2.3 ルーレット選択 (RS)

ルーレット選択では自分もしくは自分の隣人のうち 1 人を獲得利得に応じて確率的に選択しコピーする方法。ただしこのとき確率が負値にならないように、計算では自分と隣人のうち最低利得者の利得を全エージェントの利得から引いた利得を用い、式(2-79)で表される確率でコピーする。

$$W_{S_j \leftarrow S_i} = \frac{\Pi_j - \min_{k \in N_i} [\Pi_k]}{\sum_{j \in N_i} (\Pi_j - \min_{k \in N_i} [\Pi_k])}$$

(2-79)

2.3.2.4 Death-Birth と Birth-Death

Death-Birth と Birth-Death ではアシンクロ更新が前提となるアップデート方法で、演繹する場合によく用いられる方法である^{27, 28}。2.1.3 と第 4 章におけるネットワークゲームの演繹でも、この Death-Birth を用いた例を示している。Birth-Death では次の世代に子孫を残すエージェントを全エージェントの中から利得に応じて選択し、選ばれたエージェントの戦略を隣人のうちの 1 人にコピーさせるものである。Death-Birth では適応させるエージェントを全エージェントの中からランダムに 1 人選択し、そのエージェントの隣人のうち 1 人を利得に応じて選択してコピーする。

第3章

マルチエージェントシミュレーション基礎 ; 交通流

3.1 緒言

3.1.1 はじめに

快適な生活を送るために車は必要不可欠な存在である。しかし、車による渋滞現象は、輸送効率の低下、エネルギーの大量消費、環境悪化といった大きな社会問題を引き起こしている。これによる日本の経済損失は年間 12 兆円に及ぶといわれており、我々の生活や経済に多大な影響を及ぼしている。この問題の解決手段として、交通流の仕組みを研究し渋滞の緩和に役立てることも一つの手段である。近年、交通流のモデル化による手法が盛んに用いられており、本論のメインテーマであるゲーム理論と組み合わせることによって交通流に内在するジレンマゲームを研究しているものもある。

本章では、複雑系の科学における創発現象の一例として、筆者が新たに開発した交通流マルチエージェントシミュレーションモデルを紹介する。

3.1.2 交通流モデル

現在用いられている交通流モデルは、交通流を巨視的にモデル化する方法と、微視的にモデル化する方法に分けられる⁴⁰。車の流れを流体として見て、Burgers 方程式を適用する考え方は巨視的モデルである。微視的モデルについては、車両粒子を離散的な自己駆動粒子とみなすセルオートマタ (Cellular Automaton, CA) モデルが可塑性に富んだ代表的アプローチの一つであり、観測データと CA モデルによる数値的アプローチを併用することで、交通流動の基本的な物理機構が明らかになりつつある。例えば、高速道路など比較的単純な流れ場の実データからは、高密度化するに従い、自由流相から混雑相へ相転移し、その間にきわめて不安定で不可逆性を持つ高流動状態 (メタ安定相) が出現することが観察されるが、適切な数理モデルを適用すればこれらの相転移が良好に再現できることがわかっている⁴¹。

3.1.3 研究目的

自己駆動粒子理論を交通流問題へ適用することで、力学系システムとして観た車両流動

⁴⁰ 杉山雄規 ; 交通流の物理, ながれ 22 (95), 2003.

⁴¹ Kanai, M., Nishinari, M., Tokihiro, T.; Stochastic optimal velocity model and its long-lived metastability, PHYSICAL REVIEW E 72, #035102, 2005.

の物理機構そのものの理解は過去数年で大きな進捗を見た。しかし、未だ現実の交通流動を高精度に再現する上で CA モデルが解決すべき問題が残されている。その一つが、Kerner⁴²の言う 3 相理論（後述）、すなわち、flee flow[F], synchronized flow[S], wide moving jam[J]の再現性であり、既往の CA モデルの多くが S 相を上手く再現できていないといわれる。また、もうひとつの問題点としては、前方に低速車両などの障害物があれば、実際の車両は手前側から徐々に減速するはずだが、既往の CA モデルではあたかも先行車両に衝突することで停止するが如き非現実的減速ダイナミクスしか再現されないことが挙げられる。本論では、この非現実的急減速が高密度域で過大な stop-and-go 波の生起を促し S 相の再現性を阻害しているとの予測の元に、ランダムブレーキ効果に先行車両との速度差と車間距離に応じた強弱を加味することで、現実的で滑らかな減速仮定を再現し、このことがひいてはシンクロ流（synchronized flow, S 相）の再現性向上にも繋がることを明らかにすることを目的とする。

3.2 理論

3.2.1 セルオートマトン (Cellular Automaton)

3.2.1.1 セルオートマトン (Cellular Automaton, CA) とは

様々な物理現象や自然現象などの解析は、現象を数式で表すことができるようにモデル化してその支配方程式を導き、解を求めて解析するアプローチが主流である。しかし、この方法では、複雑系における創発現象のように解析しきれないものもあり、本章で取り上げる交通流問題もそのうちの一つである。このような現象を簡素化して考える方法としてセルオートマトン (Cellular Automaton, 以下 CA) が挙げられる。セルオートマトンとは、空間がセル構造 (格子状) によって構成されているものであり、そして、各セルの状態が離散化された時間ステップによって変化するものである。次の時間ステップの各セルの状態量は、その時間ステップにおける自身と近傍のセルの状態から何らかのルールにより決定される。

3.2.1.2 交通流への CA 適用

交通流の中で各々の車の動作は周囲の車の動作に左右されるため、交通流の状態として起こりうる様々な状況を網羅した微分方程式を立てることは困難である。そこで CA を交通流のモデル化に用いることにより、簡素化して考えられ、現実の状態を再現できる。具体的には、道路がセルで構成されているとし、それぞれのセルは車がいるかないか (車がいる状態を 1, いない状態を 0) の二つの状態をとるとする。これは同時に、1 セルには 2 台以上の車が存在し得ない (体積排除効果) という意味も含まれている。これに加えて、車の動

⁴² Kerner, B.S.; The Physics of Traffic, Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications, and Theory, Springer, 2004.

作を周囲のセルの状態との相互関係からルール化することで、交通流 CA モデルが完成する。

現実の高速道路で測定された密度 ρ と流量 q (密度と速度を掛けたもの) の関係図 (交通流の分野では基本図と呼ばれる) を図 3-1 に示した。低密度では流量は密度と比例して大きくなっている (この領域を自由相とする) が、ある密度 (臨界密度) を超えると減少傾向に転じ、渋滞相、所謂、渋滞現象に転移していることがわかる。さらにもう一つの基本図の特徴は、渋滞への相転移付近で高流動相が発生していることである。この相をメタ安定相といい、非常に不安定であり擾乱が加わることで流動効率が不可逆に低下することが知られている。交通流をモデル化する際は、この渋滞現象及びメタ安定相の再現性に留意する必要がある。

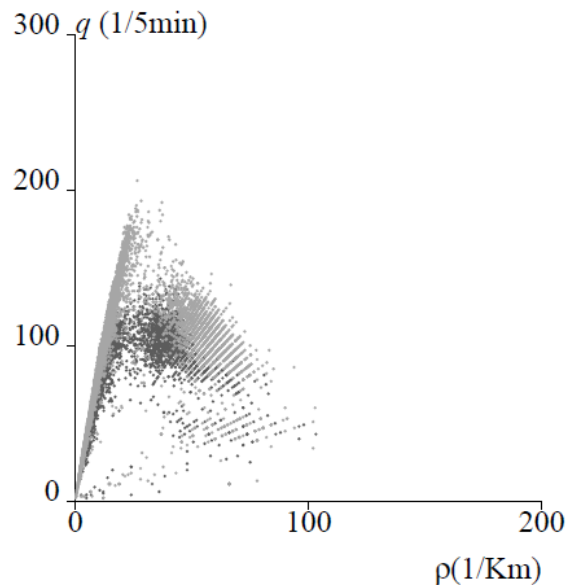


図 3-1 : 現実の交通流の基本図 (出典 : 杉山 (2003) ⁴⁰)

3.2.1.3 一次元 CA

交通流 CA についての例を示すために、まず格子が 1 列に並んだ空間を考える。独立変数として空間格子 j と整数時間 t ，従属変数として U を与え、あるセル j における時間 t でのセルの状態を U_j^t で表す。 U_j^t は 0 か 1 のどちらかの数値を持つ、つまり、車が存在するか否かを示すとす。このときセルの状態の時間変化を、その前後のセルの状態も考慮して式 (3-1) で表す。

$$U_j^{t+1} = f(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t) \tag{3-1}$$

$(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t)$ の組み合わせは $(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$ の 8 通りであり、さらに U_j^{t+1} が 0 と 1 のどちらかになることから、この関数 $f(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t)$ の場合の数は $2^8=256$ 通りとなる。ここで、 f_0 から f_7 までを $f_0 = (0, 0, 0), f_1 =$

$(0, 0, 1), \dots, f_7 = (1, 1, 1)$ で与え、 $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7)$ を 2 進数で算出した数値をそのままルール名とする。例えば、 $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7) = (0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$ は $8 + 16 + 32 + 128 = 184$ であるためルール 184 となる。このルール 184 は、前のセルが 0、つまり、車がいなければそこに進むという車の最も基本的で単純な動きを表現している。

3.2.2 Kerner の 3 相交通流理論

Kerner⁴²による実測データに基づく研究結果から、交通流は free flow (自由流) である F 相, synchronized flow (シンクロ流) である S 相, そして wide moving jam である J 相の三つの相により構成されていると考えられている。F 相は自由相の流れのことで不安定なものであるため、密度がある程度大きくなると混雑相の流れに転移する。つまり、渋滞が発生する。これは、運転手の overdeceleration と呼ばれる過剰な反応のために起こる。前方の車両が不意に減速すると、その後続車両の運転手は衝突を避けるため前方車両の減速よりも余分に減速してしまう。これを overdeceleration といい、この過剰な減速がさらに後続で連鎖的に起こるため渋滞が発生する。1994 年時点ではこの free flow の不安定さが、渋滞が発生する時の最初の相転移である、free flow から wide moving jam の相転移 (F→J 相転移) を引き起こしていると考えられていた。しかし、実際の交通流では F→J 相転移は観測されない。実際の交通流では、渋滞の発生は最初に free flow から synchronized flow への相転移 (F→S 相転移) が起こり、wide moving jam は synchronized flow からしか発生しない (S→J 相転移)。つまり、wide moving jam は F→S→J の相転移を経て発生する。初期の交通流理論やモデルでは F→S→J 相転移の説明ができなかったが、Kerner の 3 相交通流理論によって説明できるようになった。3 相のうちの 2 相, synchronized flow と wide moving jam は混雑相での流れであり、それぞれ異なる特徴を持っている。wide moving jam の特徴としては、車両密度は非常に大きく、速度は非常に小さくて時にはゼロとなる。そしてこの渋滞は上流側へ低速度で伝播していき、ボトルネックすらも突き抜ける。また、伝播するに従い渋滞部の幅は大きくなる。それに対し、synchronized flow は中程度の車両密度と速度で特徴付けられ、wide moving jam と異なり車両速度はゼロにならない。また wide moving jam のようには渋滞は発展せず、synchronized flow の下流の先頭部分はボトルネック部で解消されることが多い。

実際の交通流はこれら 3 相が併存する複雑な流れの場合が多く、さらに相の発生の仕方も様々で数多くの発生パターンが存在することがわかっている。また最近では、多車線系で行われる車線変更による 3 相理論への影響も解析されていて、無限と言ってもよいほど数多くの発生パターンがあることが示唆されている⁴³。

3.2.3 交通流 CA モデル

ここでは、本論で使用する交通流 CA モデルのベースモデルを紹介し、その後、そのモデ

⁴³ Kerner, B.S., Klenov, S.L.; Phase transitions in traffic flow on multilane roads, PHYSICAL REVIEW E 80, #056101, 2009.

ルが改善すべき点を提示する.

3.2.3.1 S-NFS モデル

本論の交通流 CA モデルのベースは酒井らによる S-NFS モデル⁴⁴である. S-NFS モデルは車両の動きの基本的な特徴を再現し, さらに, 確率性も取り入れた交通流 CA モデルであり, 基本図の良好な再現性を示すことが報告されている. S-NFS モデルにおける車両エージェントの 1 時間ステップ間の更新ルールの漸化式表現は以下となる. なお, CA モデルでは時間離散化幅 1 ステップは 1 単位時間を意味するので, 速度と距離が同次元のごとく表記される.

$$v_i^{(1)} = \min(V_{\max}, v_i^{(0)} + 1) \quad (3-2)$$

$$v_i^{(2)} = \min(v_i^{(1)}, x_{i+S}^t - x_i^{t-1} - S_i) \quad (3-3)$$

$$v_i^{(3)} = \min(v_i^{(2)}, x_{i+S}^t - x_i^t - S_i) \quad (3-4)$$

$$v_i^{(4)} = \max(0, v_i^{(3)} - 1) \quad (3-5)$$

$$v_i^{(5)} = \min(v_i^{(4)}, x_{i+1}^t - x_i^t - 1 + v_{i+1}^{(4)}) \quad (3-6)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{(5)} \quad (3-7)$$

x_i^t は時刻ステップ t における車番号 i の位置, $v_i^{(0)}$ は現在時間ステップにおける更新前の速度を意味し, $x_i^t - x_i^{t-1}$ で与えられる. 各式が車両のどのような挙動を示しているのかを以下に説明する. まず, 式(3-2)は車両の加速を意味している. V_{\max} は最高速度であり, この速度に到達するまで, 毎時間ステップ加速する. 次に, 式(3-3)はスロースタートと呼ばれるもので, 一度止まった車は次に動き出しにくいという車の慣性の効果を考慮したものである. このルールにより, 一度停止した車両は前方セルが空いていても, 1 時間ステップ待つてから

⁴⁴酒井聡士, 西成活裕, 飯田晋司, 新しい交通流セルオートマトンモデルが示す渋滞相転移, 日本応用数学会, 371- 384, 2006

動き始めるといふものになる。この式中にある S_i は見通し台数を意味しており、式(3-4)からの派生である。式(3-4)は、車両が直前のセルだけではなくさらに前方まで見て移動するようになる効果を意味する。このルールは見通し効果と呼ばれる。続いて、式(3-5)はランダムブレーキと呼ばれるもので、明確な意図の有無とは関係なく何らかの理由で車両がランダムに減速する効果を表現したものである。そして、式(3-6)は前方車両との衝突回避を意味する。最後に、式(3-7)にて式(3-2)から式(3-6)で決定された速度で車両が移動することになる。なお、上記式に加えて互いに独立な確率 p , q , r が設定されている。それぞれ、確率 $1-p$ で式(3-5)を、確率 q で式(3-3)の更新ルールを適用し、確率 r で $S_i = S$, 確率 $1-r$ で $S_i = 1$ とする。つまり、ランダムブレーキ、スロースタート、見通しの各効果は確率的に生起する。時間進行(車両の位置移動)にはパラレルアップデート(後述)を適用する。

3.2.3.2 ベースモデルの課題

S-NFS モデルのような適切な数理モデルは基本図の良好な再現性を示すことがわかっていいる。しかし、粒子の挙動や流れの状態をみると、現実の交通流動を高精度に再現する上でCAモデルが解決すべき課題が残されている。それが3相理論の再現性と非現実的減速ダイナミクスである。3相交通流理論については、これらの問題点を解決するために、様々なモデルが提案されている。例えば、ランダムブレーキルールに前方車両との速度差と車間距離を考慮したVDE-IIIモデル⁴⁵は3相理論の再現に成功している。また、加減速にブレーキライトの点滅を加味したJWモデルに前方車両との速度差により安全な車間距離を保とうとするルールを追加したモデル⁴⁶は、3相理論の再現と現実的な減速ダイナミクスの再現に成功している。これらのモデルはいずれも減速過程が従来のモデルと異なっている。このことから本論では、従来のモデルの非現実的減速ダイナミクスが3相理論の再現に影響を与えているのではないかと仮定し、モデルの変更とその検証を行っている。

3.2.4 サイト状態の更新方法

セル状態の更新方法には主にパラレルアップデート(シンクロ更新)とランダムアップデートがある。パラレルアップデートでは、系の状態つまり全車両を同時に更新させる方法で、ランダムアップデートは車両をランダムに個別にアップデートさせる方法である。

3.2.5 境界条件

境界条件には周期系境界条件と開放系境界条件とがある。周期系境界条件は、システムの両端が接続していると仮定する。それに対して開放系境界条件は、図 3-2 のように流入端

⁴⁵ Lan,L.W., Chiou,Y.C., Lin,A.-S.-, Hsu,C.-C.-; A refined cellular automaton model to rectify impractical vehicular movement behavior, Physica A 388, 3917-3930, 2009.

⁴⁶ Gao,K., Jiang,R., Wang,B.-H.-, Wu,Q.-S.-; Discontinuous transition from free flow to synchronized flow induced by short-range interaction between vehicles in a three-phase traffic flow model, Physica A 388, 3233-3243, 2009.

で確率的に車を生成し流出端で確率的に消滅させる条件である（図の例であれば確率 α で流入し，確率 β で流出する）。

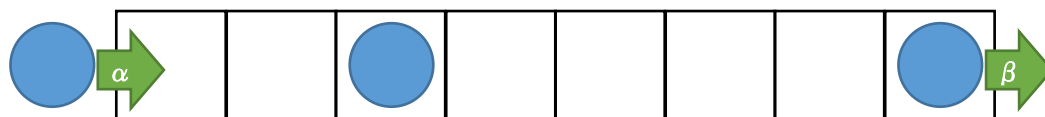


図 3-2 : CA モデルでの開放系境界条件のイメージ

3.3 本論で提案および使用する交通流 CA モデル

3.3.1 提案モデル

本論では，S-NFS モデルをベースに，一定であったランダムブレーキ確率を前方車両との速度差と車間距離を考慮して変化するものにしたモデルを提案する．以下に詳細を記述する通り，式(3-2)の加速，式(3-5)のランダムブレーキのルール変更を行う．

3.3.1.1 前方車両との速度差・車間距離を考慮したランダムブレーキ確率

S-NFS モデルの更新ルール適用前に，以下に示す前方車両との速度差・車間距離を考慮してランダムブレーキ確率を決定する．つまり式(3-5)の前に以下に示すランダムブレーキ確率を決定する諸式を挿入する．このランダムブレーキ確率の決定の諸式は VDE-III モデル⁴⁵を参考にしている．

$$\text{if } (d_i \geq D) \quad p_i = P_1 \tag{3-8}$$

$$\text{if } (d_i < D) \quad p_i = P_1 \text{ for } v_i^{(0)} < v_{i+1}^{(0)} \tag{3-9}$$

$$p_i = P_2 \text{ for } v_i^{(0)} = v_{i+1}^{(0)} \tag{3-10}$$

$$p_i = P_4 \text{ for } v_i^{(0)} > v_{i+1}^{(0)} \tag{3-11}$$

ここで、 D はモデルパラメータである閾値。 d_i と p_i はそれぞれ車両 i の前方車両との車間距離、ランダムブレーキ確率である。また、 v に付いている添え字 $i+1$ とは車両 i の 1 台前の車両を表している。車間距離で大きく二つに場合分けしており、車間距離が短い時は、前方車両との速度差の関係により更に三つにクラス分けする。 $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$ とする。つまり、ランダムブレーキの発動確率は $1-p_i$ であるため、車間距離が短く、前方車両より速いほどランダムブレーキが発動されやすい。S-NFS モデルのランダムブレーキ確率がいかなる時でも一定の値であったのに対して、前方車両との関係によりブレーキを踏む確率が変わるのは現実を考えると妥当な仮定であると考えられる。

3.3.1.2 加速の式の条件追加

S-NFS モデルの式(3-2)の加速の式では、最大速度よりも速度が小さければ必ず加速するようになっている。提案モデルでは、この式(3-2)は以下の条件を満たした時のみ適用するようになる。

$$d_i \geq D \vee v_i^{(0)} \leq v_{i+1}^{(0)} \tag{3-12}$$

この条件式によりランダムブレーキ確率が P_4 となるときは加速しないことになる。つまり、より高い確率でランダムブレーキが発動される場合は同一時間ステップ内の加速プロセスはスキップする。これにより、ランダムブレーキによる影響の強弱を追加した。車間距離が短く、しかも前方車両よりも自車のほうが速いのに加速するとは考えにくく、この仮定も妥当なものだと考えられる。

3.3.1.3 ランダムブレーキの式の条件追加

3.3.1.2 で、加速の式(3-2)に式(3-12)の条件追加をしたため、前方が空いているのにランダムブレーキにより途中で停止してしまう場合が起き得る。そこで前述の S-NFS モデルの式(3-5)のランダムブレーキは以下の条件を満たしたときだけを適用するようになる。

$$v_i^{(3)} > 1 \tag{3-13}$$

上記の条件により、ランダムブレーキによる停止が起きないようにした。ランダムブレーキで減速することはあっても、停止に至ることはないと考えられる。よってこのルールも妥当な修正である。

3.3.2 提案モデルにおける開放系境界条件

本研究では現実問題への比喩の妥当性から、システムの両端は開放系境界条件を仮定し、その方法として Nakata らの適用した開放端⁴⁷を用いる。その扱いを図 3-3 に示す。この開放系境界ルールは 1 時間ステップの処理は以下で規定される。なお、システムサイズを L とし、そのシステム内を全ての車両が同じ一方向にのみ移動する状況を考える（図 3-3 であれば左から右）。

- (1) システムの左端にセル番号 $-(V_{\max} + S), \dots, -1$ のプレシステムを用意する。システム中の最後尾の車両位置が x_i^t のとき、初期速度 V_{\max} の新規生成車両エージェントをセル番号 $x_i^t - (V_{\max} + S), \dots, x_i^t - (V_{\max} + 1)$ に各々確率 α で発生させる。これは、新規車両エージェントが速度 V_{\max} でシステムに流入できるようにする処理である。なお、新規車両エージェントの生成位置がシステム内となる場合、プレシステム内の先頭セルに生成することにする。
- (2) システムの右端にポストシステムを用意する。ポストシステム内の先頭であるセル番号 L から $L + S - 1$ のそれぞれのセルに確率 $1 - \beta$ で車両を発生させる。車両が発生した場合、この車両がシステムに蓋をすることになるためシステム内の車両はシステム外へ流出できなくなる。つまり、このルールはシステム右端部から確率 β で車を流出させることを意味する。
- (3) ポストシステムのセル番号 $L + S$ から $L + 2S - 1$ のそれぞれのセルに車両を生成する（見通し効果適用のため S 台先の車が必ず存在する状況を実現するための処理）。
- (4) セル番号 $-(V_{\max} + S), \dots, L + S - 1$ に本論で提案するモデルの更新ルールを適用する。（ただし、式(3-3)はシステム内にある車両エージェントのみ、すなわち、 $0 \leq x_i^{t-1}$ かつ $x_{i+S}^{t-1} \leq L - 1$ である場合のみに適用する）。
- (5) プレシステム、ポストシステム内、すなわちセル番号 $-(V_{\max} + S), \dots, -1, L, \dots, L + 2S - 1$ の全車両エージェントを削除する。

⁴⁷ Nakata, M., Yamauchi, A., Tanimoto, J., Hagishima, A.; Dilemma game structure hidden in traffic flow at a bottleneck due to a 2 into 1 lane junction, IES09, 2009.

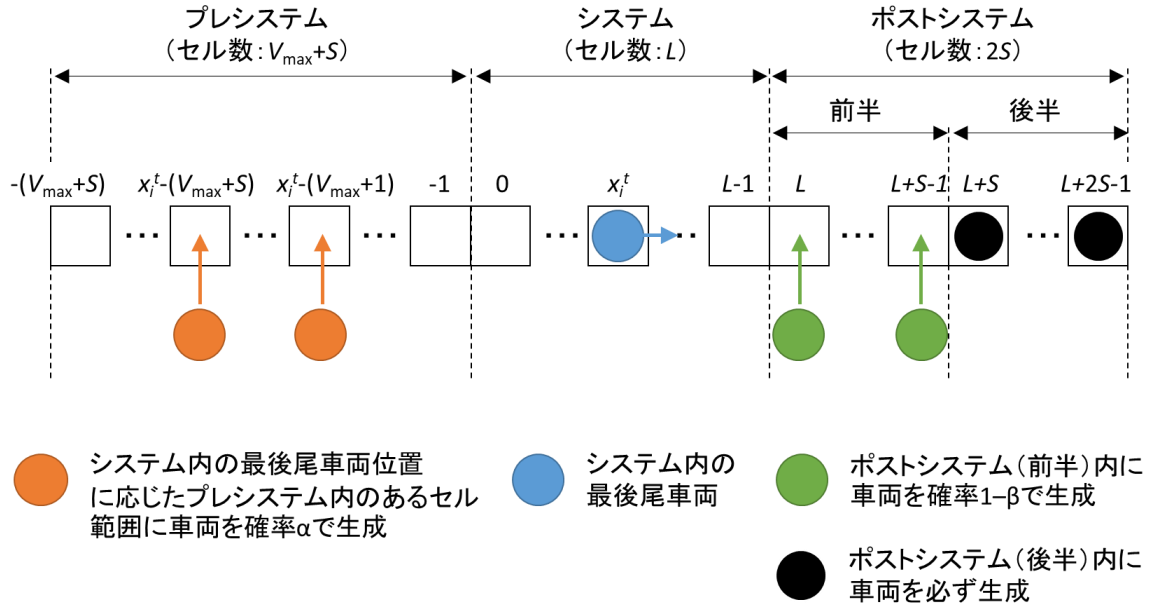


図 3-3 : 提案モデルに適用する開放系境界条件

3.4 結果と考察

3.4.1 提案モデルのパラメータによる影響

提案モデルでは、S-NFS モデルにパラメータ D , P_1 , P_2 , P_3 , P_4 を新たに導入している。ここでは、これらのパラメータの決定の仕方について述べる。

3.4.1.1 閾値 D の決定

ランダムブレーキ確率を決定する上で、基準の車間距離としている D の値は 15 とする。本研究では最高速度を 100[km/h]と仮定しており、この速度の時の安全な車間距離は一般的に 112[m]といわれている。また本研究での 1 セルの長さは 7.5[m]と仮定しているため、15 セルでの実際の長さは 105[m]となり、安全な車間距離とほぼ一緒の値になる。 $D=15$ とすることで、安全な車間距離よりも前方との車間距離が短くなった時に、ランダムブレーキが発動されやすくなるように設定した。

3.4.1.2 ランダムブレーキ確率 P_1 , P_2 の決定

ランダムブレーキ確率が P_1 , P_2 となる状況では、各車両は前方車両の影響を受けることなく自由に走行している時である。このときのランダムブレーキ確率を大きくしても、車両の減速ダイナミクスとは全く関係なく、流量を下げるだけだと考えられる。また、自由に走行している時にはブレーキもほとんど踏まないと考えられる。このため、この状況下ではラ

ランダムブレーキが発動されにくいように、それぞれ $P_1=0.999$, $P_2=0.99$ と非常に大きな値（ランダムブレーキ確率は非常に小さい）に設定した。

3.4.1.3 ランダムブレーキ確率 P_3 , P_4 の決定

ランダムブレーキ確率が P_3 , P_4 となる時は、各車両は前方車両の影響を受けて走行している時であると考えられる。このときのランダムブレーキ確率は車両の減速ダイナミクスに関係があると考え、様々な P_3 , P_4 の値を用いてシミュレーションし、その特性を調べた。ここで前出までのパラメータをそれぞれ $q=0.99$, $r=0.99$, $S=2$, $V_{max}=5$, $P_1=0.999$, $P_2=0.99$, $D=15$, $L=500$ として開放系境界条件でのシミュレーションを行った。図 3-4 は P_4 を固定して P_3 を変化させた時の基本図、図 3-5 は P_3 を固定して P_4 を変化させた時の基本図で、それぞれパラメータ P_3 , P_4 が基本図に与える影響をみることができる。図 3-4 から、 P_3 が大きくなる（つまりランダムブレーキが発動されにくくなる）につれ、流量が大きくなっていくのがわかる。しかし図 3-5 をみると、 P_4 が大きくなって流量に変化はあまり見られない。このことから、パラメータ P_3 は流量への影響は大きい、パラメータ P_4 は流量への影響が小さいといえる。

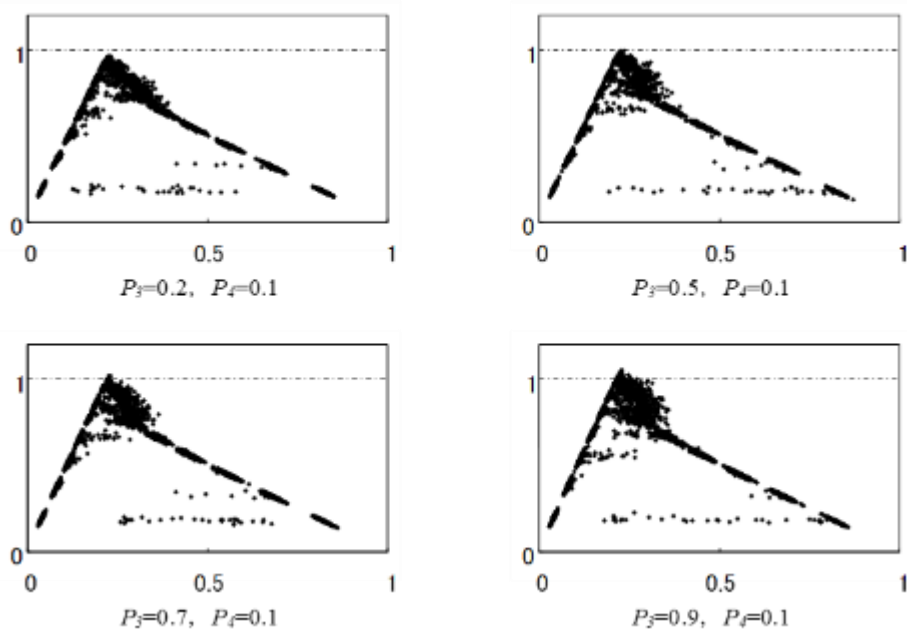


図 3-4 : 提案モデル中のパラメータ P_3 の値に応じた基本図の変化

(横軸：規格化密度, 縦軸：規格化フラックス)

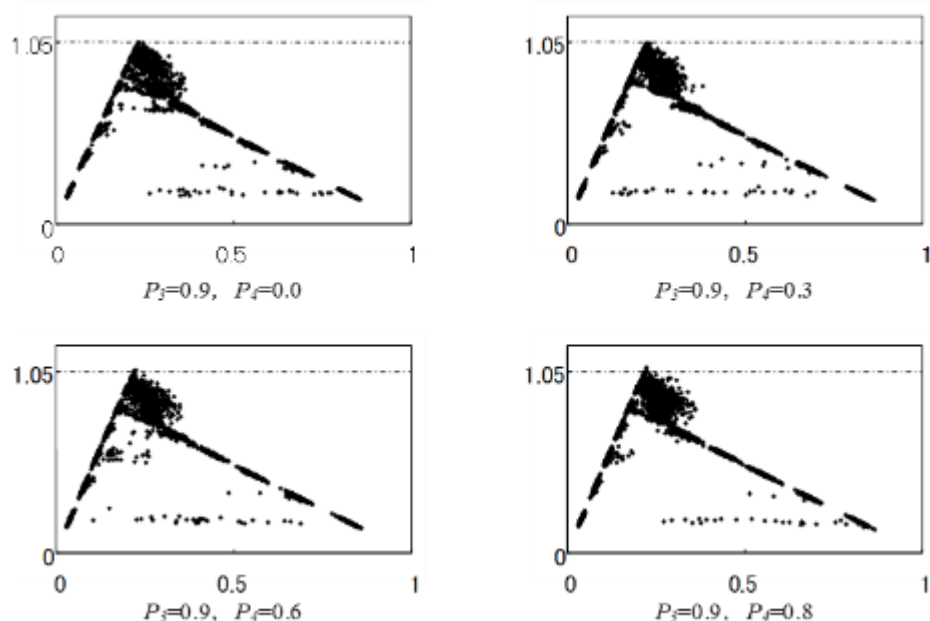


図 3-5 : 提案モデル中のパラメータ P_4 の値に応じた基本図の変化
(横軸：規格化密度, 縦軸：規格化流量)

次に, パラメータ P_3 , P_4 が, 車両が渋滞や障害物に遭遇した時の減速ダイナミクスにどのような影響を与えるのかを調べた. そこで, 開放系境界条件の流出確率 β を 0 にして, すべての車両を出口付近で堰き止めた状況でシミュレーションを行った. 他のパラメータはそのまま, システム長を $L=2500$ と十分に長くし, 車両を 1000 台流入させてその減速度合い (減速度) を測定した. 表 3-1, 表 3-2, 表 3-3 はそれぞれ 1 ステップの間に減速を 5, 4 以上, 3 以上した, 現実的には不可能なイベントの数を表している. この結果から, パラメータ P_3 は減速ダイナミクスにほとんど影響していないことがわかる. それに対し, パラメータ P_4 が小さくなる (ランダムブレーキが発動されやすくなる) につれて非現実的なイベントの回数が減っており, パラメータ P_4 の減速ダイナミクスへの影響が大きいことがわかる.

以上から, 小さな値にしても非現実的な急減速イベント回数の減少への効果がなく, 流量を下げるだけの影響しかない P_3 は, 0.98 という大きな値に設定した. それに対し, 小さな値にするほど非現実的な急減速イベント回数の減少への効果が高まり, しかもそれによる流量への影響がほとんどない P_4 は, 0.01 という小さな値に設定した.

表 3-1 : 1 ステップの間に 5 減速したイベント回数

$P_4 \setminus P_3$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1		0	1	2	1	3	1	0	1	0
0.2			1	4	2	1	2	2	6	2
0.3				5	4	4	11	3	9	5
0.4					15	21	16	11	12	19
0.5						27	37	28	30	24
0.6							41	37	51	40
0.7								71	85	70
0.8									118	132
0.9										142

表 3-2 : 1 ステップの間に 4 以上減速したイベント回数

$P_4 \setminus P_3$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0.1		2	4	3	5	3	6	4	5	9
0.2			13	10	10	17	24	21	21	17
0.3				32	32	33	36	33	53	44
0.4					64	76	73	78	73	91
0.5						142	133	126	139	131
0.6							218	203	234	181
0.7								296	282	306
0.8									376	412
0.9										463

表 3-3 : 1 ステップの間に 3 以上減速したイベント回数

$P_4 \setminus P_3$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0	1	1	6	2	4	1	4	2	9
0.1		25	38	42	46	37	37	51	51	60
0.2			69	77	84	103	113	89	113	102
0.3				138	156	158	174	180	197	203
0.4					230	271	253	256	292	295
0.5						392	371	391	400	390
0.6							549	482	542	515
0.7								661	654	669
0.8									791	772
0.9										858

3.4.2 基本図の再現性の検証

ここでは、モデルの変更により S-NFS モデルの良好な基本図の再現性が失われていないかどうかを確認する。ここで前出までのパラメータをそれぞれ $p=0.96$, $q=0.99$, $r=0.99$, $S=2$, $V_{max}=5$, $P_1=0.999$, $P_2=0.99$, $P_3=0.98$, $P_4=0.01$, $D=15$, $L=500$ として開放系境界条件でのシミュレーションを行った。以後も、システム長 L 以外はこのパラメータ設定でシミュレーションを行っている。S-NFS モデルと提案モデルによる基本図を図 3-6 に、実測データによる基本図を図 3-7 にそれぞれ示す。

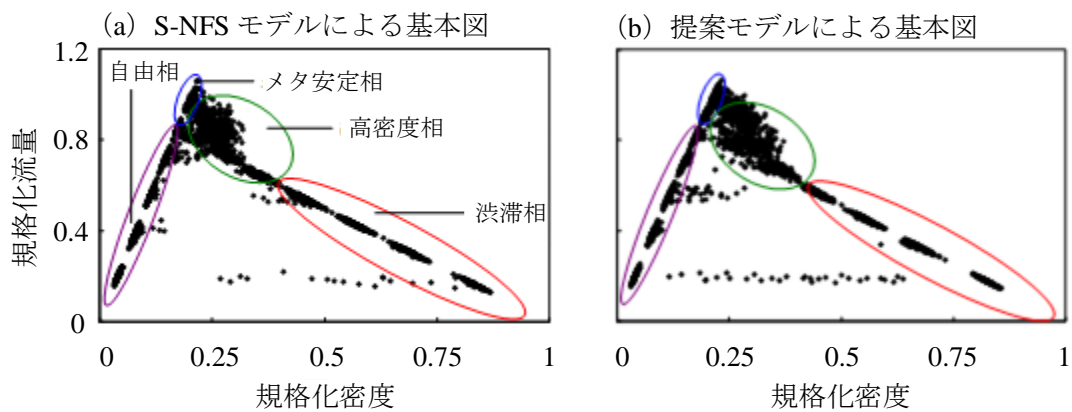


図 3-6 : S-NFS モデル (a) と提案モデル (b) の基本図

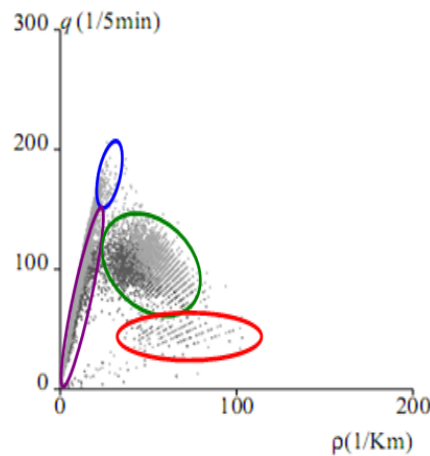


図 3-7 : 現実の交通流の基本図 (杉山 (2003) ⁴⁰を参考に作成)

一般に現実の基本図では、低密度域で現れる、密度の上昇と共にフラックスも上昇する自由流相 (図 3-6, 図 3-7 中の紫) と、臨界密度以上で存在する高密度相 (緑) と渋滞相 (赤), そして臨界密度付近にきわめて不安定ながら高流動状態が出現するメタ安定相 (青) が存在する。メタ安定は、高速道路などで非常に稠密な状態ながら高速に車両が流れる状態を表し、何らかの擾乱が付加されるとそれを契機に高密度相や渋滞相へと不可逆に相転移する力学的には不安定な相である。実験データから提案モデルで現実の基本図に見られる四つの相全てが創発しているのがわかる。本研究でのモデル改変により、S-NFS モデルの良好な再現

性は失われていない。

3.4.3 車両粒子の減速過程の検証

モデルの改良により，車両が渋滞や障害物に遭遇した時の減速ダイナミクスがどのように変化したかを示す．ここで，3.4.1 で減速度合いを測定した時と同様に，開放系境界条件の流出確率 β を0にして，すべての車両を出口付近で堰き止めた状況下でシミュレーションを行った．今回もシステム長を $L=2500$ と十分に長くし，車両を 1000 台流入させ，その減速度合い（減速度）を測定している．結果が表 3-4 で，それぞれ 1 ステップの間に減速を 5, 4 以上, 3 以上したイベント数を表している．表 3-4 から，S-NFS モデルでは半数以上の車両が，1 ステップの間に，最大速度 (=5) または 2 番目に大きな速度 (=4) から停止状態（いわば衝突に近い状況）になっていることがわかる．しかし，提案モデルでは非現実的急減速イベントは発生していない．

表 3-4 : 車両の減速度の発生イベント数

	S-NFS モデル	提案モデル
$v_i^{t-1} - v_i^t = 5$	211	0
$v_i^{t-1} - v_i^t \geq 4$	562	1
$v_i^{t-1} - v_i^t \geq 3$	929	8

次にシステム長 $L=500$ とし，出口を堰き止めた系に車両を流入させた．図 3-8 は，エピソード中の連続する数車両の軌跡を表した時空図である．1 本の線が 1 台の車両の軌跡を示している．縦軸に車両の位置，横軸に時間ステップをとっているのので，傾きがその車両の速度となる．上図が S-NFS モデルの，下図が本提案モデルによる結果である．図 3-8 から S-NFS モデルでは，渋滞末端や障害物に遭遇するまで軌跡の線の傾きに変化はなく，減速していないことがわかる．それに対し，提案モデルでは軌跡が放物線を描いており，渋滞や障害物に近づくにつれ徐々に減速していることがわかる．以上から，ランダムブレーキを修正した本提案モデルにより，これまで問題とされてきた非現実的急減速ダイナミクスが解消され，現実的な車両軌跡が再現できたと考える．

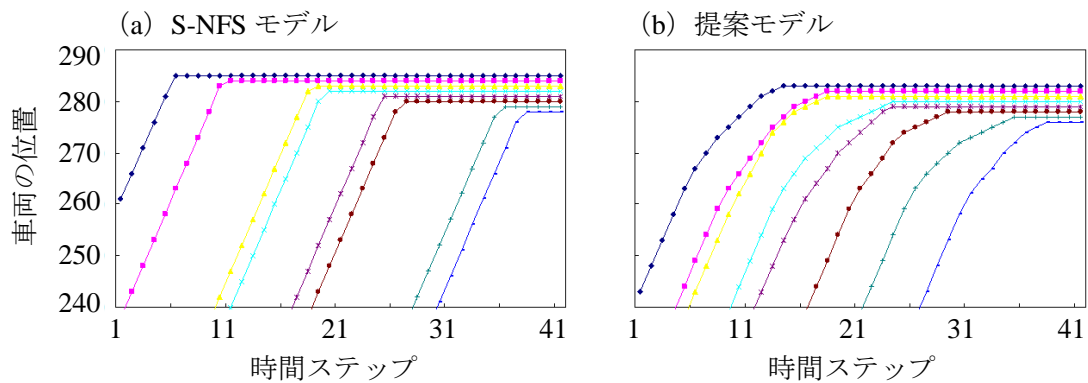


図 3-8 : S-NFS モデル (a) と提案モデル (b) の各車両の軌跡

3.4.4 3 相交通流理論の検証

提案モデルにより現実的な減速ダイナミクスが再現できることがわかった。本節では、この現実的な減速ダイナミクスの再現により、良好な 3 相交通流理論の再現性を示すようになったのかを検証していく。基本図，速度分布図，時空図を用いて S 相の再現性を検証する。

3.4.4.1 基本図による検証

3.4.2 節で提案モデルが S-NFS モデルの基本図の良好な再現性を失っていないことがわかった。しかし、提案モデルと S-NFS モデルの基本図を比較してみると、ある密度域での流量に変化が起きている。図 3-9 はこの変化が確認しやすいように図 3-6 の二つの図を一つにまとめたもので、赤プロットが S-NFS モデル、青プロットが提案モデルのものである。最大流量はほぼ同じであるのに、密度が 0.1~0.2 付近では S-NFS モデルの流量の方が大きく、密度が 0.2~0.5 付近の高密度相では提案モデルの流量の方が大きいことがわかる。まず密度 0.1~0.2 付近の領域について考察する。常にランダムブレーキ確率とその影響が一定である S-NFS モデルに対して提案モデルでは、密度がある程度大きくなると、ランダムブレーキ確率とその影響が最大となる機会が増え、その影響のため流量が小さくなったのだと考えられる。次に、密度 0.2~0.5 付近の領域について考察する。S-NFS モデルでは非現実的急減速しか再現できないため、free flow と wide moving jam の再現しかできない。そのため、混雑相に落ちると stop-and-go 波の生起により過度に流量が低下する。それに対し、緩やかな減速の再現可能な提案モデルでは synchronized flow が適切に再現されるため、特に完全に J 相に至る以前の高密度相下で妥当な流量が再現されているものと考えられる。

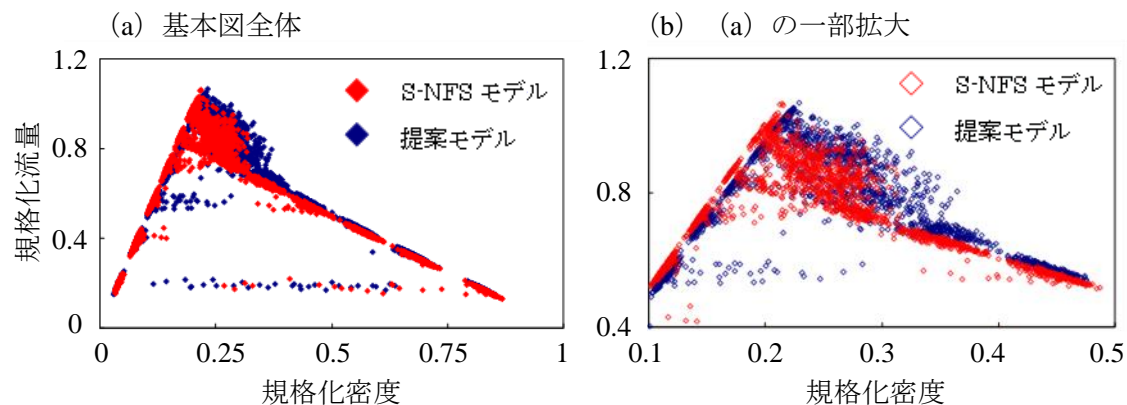


図 3-9 : S-NFS モデル (赤プロット) と提案モデル (青プロット) の比較

3.4.4.2 速度分布図による検証

図 3-10 に各密度域における速度分布を示す. 流入確率 α と流出確率 β により系の操作をしているため, 密度の操作は厳密にはできない. そのため, 図 3-10 は密度域 0.05 ごとの平均をとった値を用いて作成した. 図中の上から順に速度が 5 (赤), 4 (橙), 3 (黄), 2 (緑), 1 (水色), 0 (青) となっていて, 上図が S-NFS モデル, 下図が提案モデルによる結果である. モデルの改良により, 流量が伸びていた, 密度が 0.2~0.5 付近の領域における速度分布をみると, S-NFS モデルは最大速度 (=5) と停止状態 (=0) の粒子で多くが構成されているのに対して, 提案モデルでは多様な速度の粒子で構成されている. このことから S-NFS モデルでは stop-and-go 波, つまり J 相が, 提案モデルではシンクロ流 (S 相) が生起されていると考えられる. モデルの改良により流量が落ちていた, 密度が 0.1~0.2 付近の領域における提案モデルの速度分布は, ほとんど速度が 5 と 4 の粒子により構成されており自由相の流れとしては何の問題もないことがわかる. また, 密度が 0.6~0.8 付近と比較的高密度の領域の速度分布をみると, 最大速度 (=5) と停止状態 (=0) の粒子で多くが構成されており, J 相もきちんと生起していると考えられる. 以上から, S-NFS モデルでは F 相と J 相の 2 相のみしか再現されないのに対し, 提案モデルでは 3 相すべてが再現できているのではないかと考えられる.

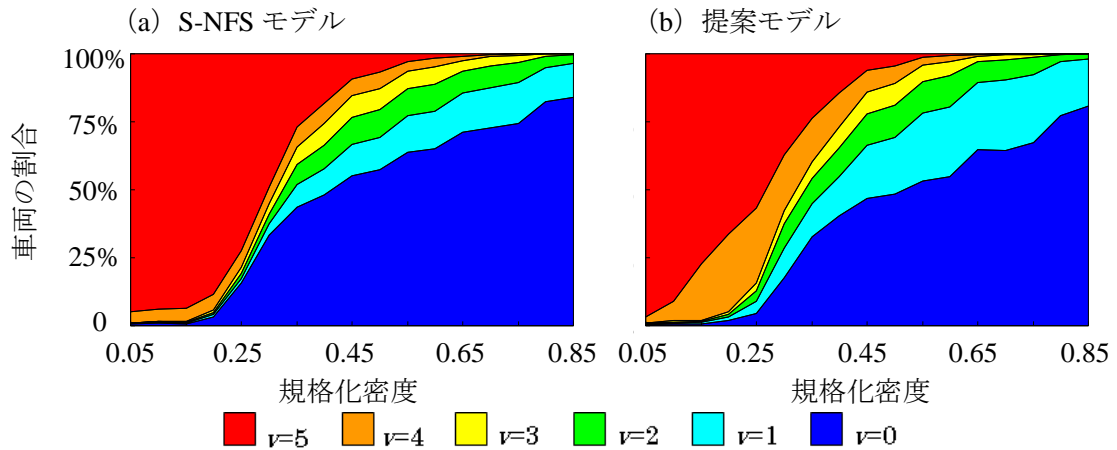


図 3-10 : S-NFS モデル (a) と提案モデル (b) の各密度域における速度分布図

3.4.4.3 時空図による検証

ここでは、3 相交通流理論の再現性を時空図により検証する。ここで用いる時空図は縦軸に時間ステップ、横軸に位置が取っており、黒いプロットが車両を表している。つまり、ある行の黒プロットの分布が、ある時間ステップの系内の車両の分布を示していることになる。図 3-11 は、基本図と速度分布図により S-NFS モデルでは J 相が、提案モデルでは S 相が生起しているだろうと考えられる、密度が 0.2~0.5 付近の領域の時空図である。S-NFS モデル (a) では、車両が最大速度で走行している free flow と、停止状態の車が大渋滞クラスターを形成する wide moving jam で構成されている。それに対して、提案モデル (b) ではクラスターのようなものが形成されているが、完全に停止してしまっている S-NFS モデルのクラスターとは異なり、低速ながら前進していることがわかる。図 3-10 の速度分布からわかるように停止している車が少なく、中程度の速度である車両が多数存在している結果に符合している。この中程度の速度を持った車両が多数存在している状態が、すなわち synchronized flow である。従って、本提案モデルにより、synchronized flow の再現に成功していることを確認できた。また、残りの 2 相の再現性を確認するために、本提案モデルの自由相 (a) と渋滞相 (b) での時空図を図 3-12 に示す。この図から、free flow, wide moving jam の再現性も良好であることがわかる。以上から提案モデルにより 3 相理論の 3 相全ての再現を確認できた。

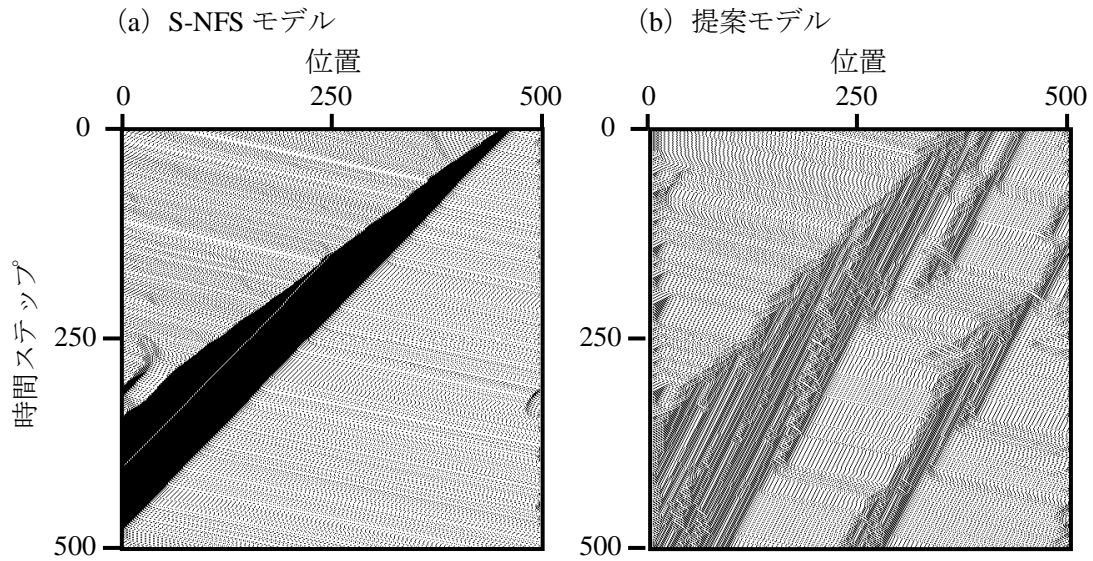


図 3-11 : 同程度の密度域での S-NFS モデル ((a) : 規格化密度 0.303, 規格化流量 0.815) と提案モデル ((b) : 規格化密度 0.308, 規格化流量 0.902) の時空図の比較

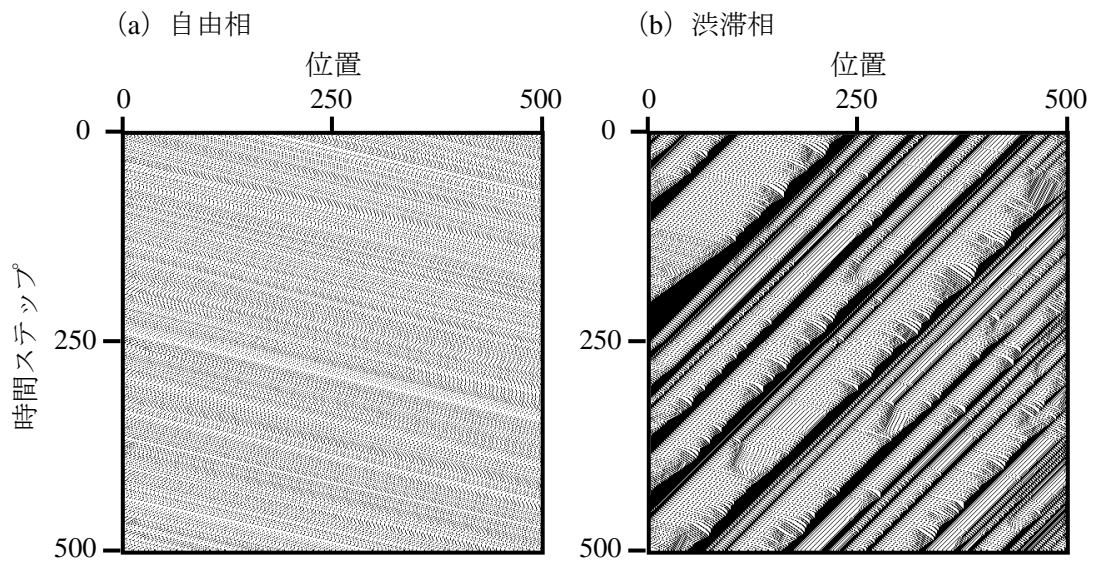


図 3-12 : 提案モデルの自由相 (上 : 規格化密度 0.196, 規格化流量 0.910) と渋滞相 (下 : 規格化密度 0.442, 規格化流量 0.573) の時空図

3.4.5 時系列解析による確認

基本図, 速度分布図, 時空図から, 本提案モデルにより 3 相理論の 3 相全ての良好な再現性が確認できた. この節では, 図 3-11 の提案モデルの時空図で観測できたクラスターが本当に S 相であるのかを確認するために時系列解析を行う. 実測データから, 局所的な平均密度, 流量, 速度の時系列データの自己相関, 局所的な平均密度と流量の時系列データの相

互相関の値は各相で異なる特徴を示すことがわかっている⁴⁸.

3.4.5.1 速度制限モデル

図 3-11, 図 3-12 から, 密度が小さい時は自由相の 1 相のみだが, 密度がある程度大きくなって混雑相になると 3 相が共存する複雑な流れ場になっていることが確認できる. このままでは, 1 相だけの時系列データを取るのが困難であるため, 系の途中に速度制限を設けてボトルネックを作り, 意図的に渋滞を発生させた. システム長を $L = 3000$ と長くし, $2500 \leq x < 2700$ の区域では各車両の最高速度が 2 となるようにした系に, 流入確率 $\alpha = 0.65$ で車両を流入させた時の時空図が図 3-13 である. ボトルネック手前をみると, S-NFS モデル (左図) では F 相と J 相で構成されているが, 提案モデルでは S 相の 1 相のみで構成されている. これにより S-NFS モデルでは生起されておらず, 提案モデルのみで生起されているクラスターだけを時系列解析できるようになったので, このクラスターが本当に S 相であるのかを時系列解析により確認する. 時系列解析はボトルネック手前 $2480 \leq x < 2500$ の 20 セルの 60 ステップ平均のデータを用いて行った.

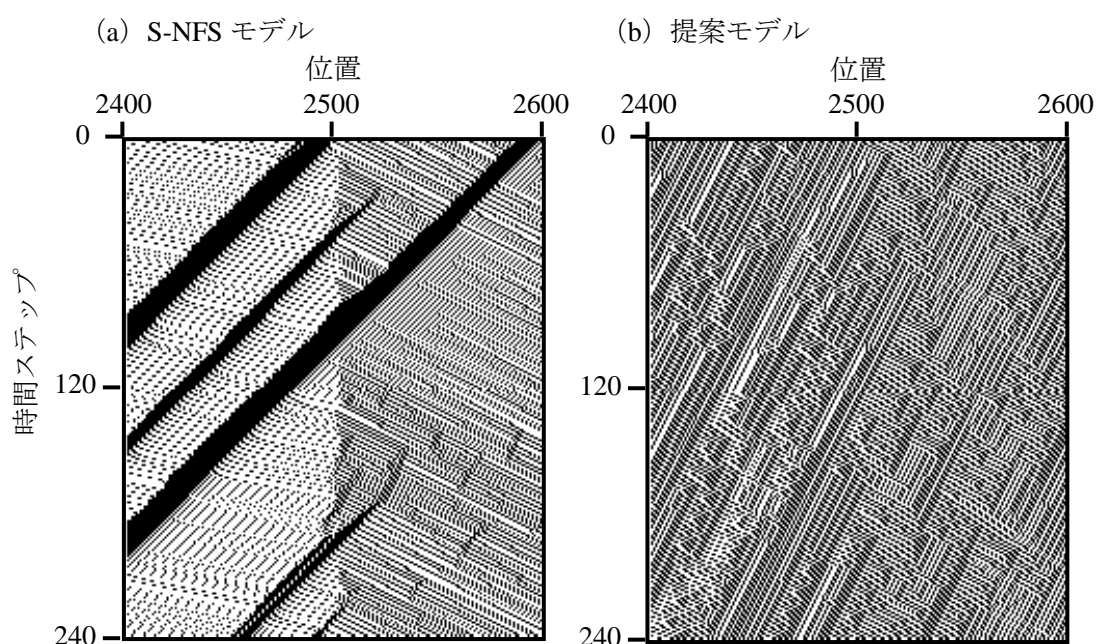


図 3-13 : 速度制限を設けた場合の S-NFS モデル (a) と提案モデル (b) の時空図

3.4.5.2 自己相関による解析

次の式(3-14)は自己相関を求める式である. $\langle \rangle$ は時系列データ x の平均を意味している.

⁴⁸ Neubert,L., Santen,L., Schadschneider,A. Schreckenberg,M.; Single-vehicle data of highway traffic: A statistical analysis, PHYSICAL REVIEW E 60, #6480, 1999.

$$a_x(\tau) = \frac{\langle x(t)x(t+\tau) \rangle - \langle x(t) \rangle^2}{\langle x^2(t) \rangle - \langle x(t) \rangle^2}$$

(3-14)

F相とS相においての、Neubertらによる実測データの1分間平均の時系列データによる自己相関を図3-14に示す⁴⁸。F相では、平均速度は短い時間スケールでは相関があるが、長い時間スケールになると相関がなくなるのに対し、平均密度と流量は長い時間スケールでも相関があることがわかっている。それに対して、S相では平均密度、流量、速度全てにおいて長い時間スケールだと相関がないことがわかっている。本提案モデルによるF相とS相の自己相関の解析結果をそれぞれ図3-15、図3-16に示す。F相では速度制限無しの系に流入確率 α を0.2から0.5まで徐々に増加させて車両を流入させた時に得られた結果を、S相では速度制限有りの系に流入確率 α を0.5から0.8まで徐々に増加させた時に得られた結果を用いている。どちらの相の結果も実測データと一致していることがわかる。図3-17、図3-18に、S-NFSモデルにおいて図3-15、図3-16と同様にシミュレーションを行った結果を示す。図3-13からS-NFSモデルの交通流はF相とJ相で構成されていてS相は生起されていないはずであるのに、図3-18の時系列データを見ると、S相の実測データの結果と同じような結果になっている。これは、S-NFSモデルではS相を再現できずF相とJ相のみで構成されているため、ある程度の時間ステップで平均した時系列データがちょうどS相と同じようなデータになるからだと考えられる。

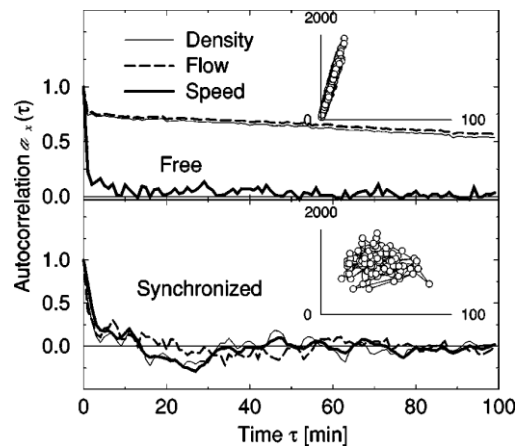


図 3-14 : 実測データによる F 相と S 相の自己相関

(出典 : Neubert,L & Santen,L (1999)⁴⁸)

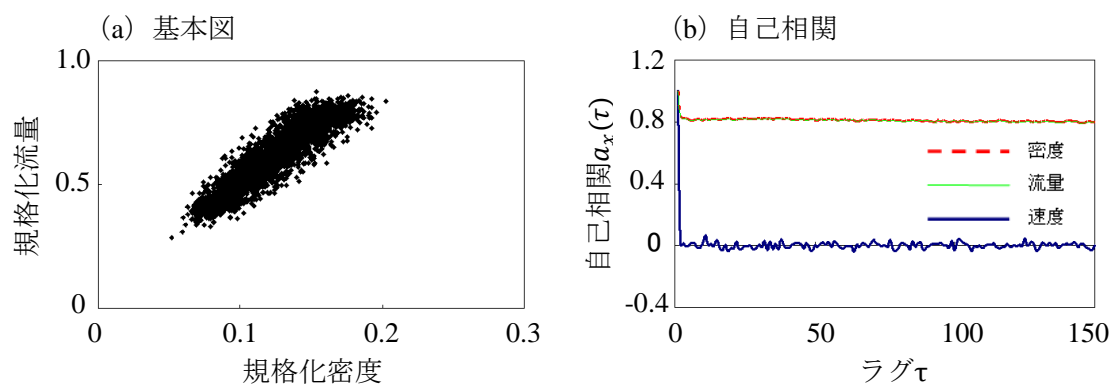


図 3-15 : 提案モデルにおいて、速度制限無し系の流入確率 α を 0.2 から 0.5 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (F 相) に得られた時系列データによる基本図 (a) と平均密度、流量、速度の自己相関 (b)

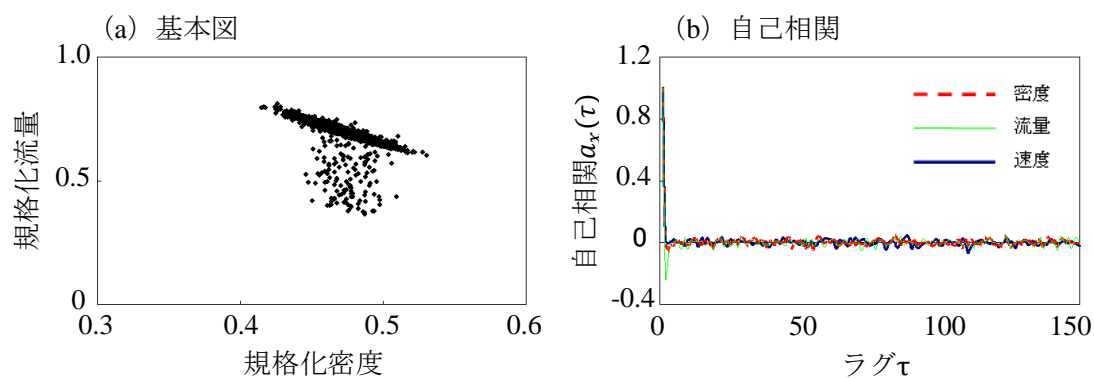


図 3-16 : 提案モデルにおいて、速度制限有り系の流入確率 α を 0.5 から 0.8 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (S 相) に得られた、時系列データによる基本図 (a) と平均密度、流量、速度の自己相関 (b)

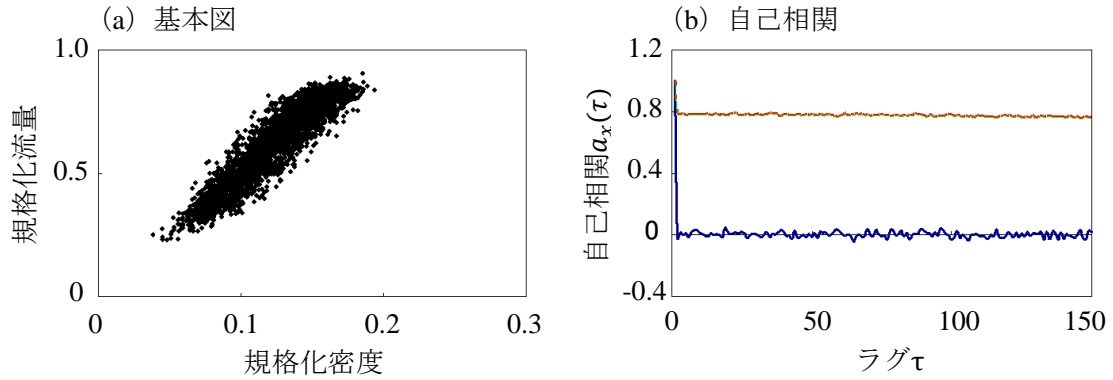


図 3-17 : S-NFS モデルにおいて、速度制限無し系の系に流入確率 α を 0.2 から 0.5 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (F 相) に得られた、時系列データによる基本図 (a) と平均密度、流量、速度の自己相関 (b)

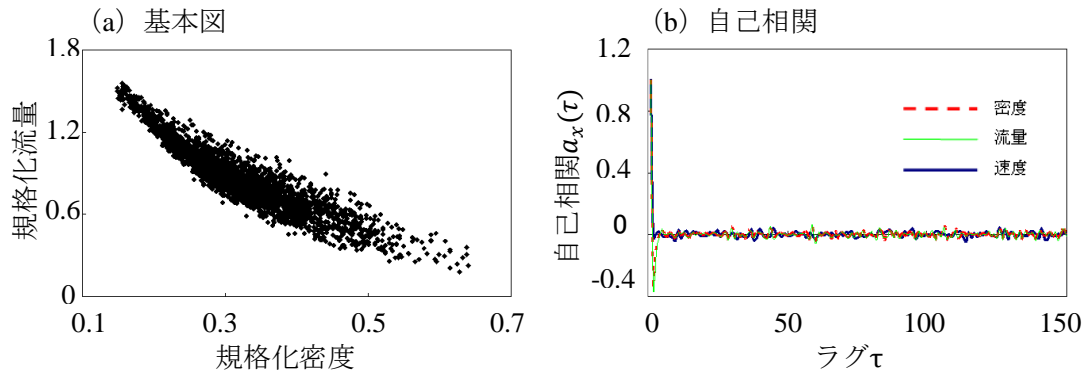


図 3-18 : S-NFS モデルにおいて、速度制限有り系の系に流入確率 α を 0.5 から 0.8 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (F 相と J 相) に得られた、時系列データによる基本図 (a) と平均密度、流量、速度の自己相関 (b)

3.4.5.3 相互相関による解析

次の式(3-15)は相互相関を求める式である。 $\langle \rangle$ は時系列データ x, y の平均を意味している。

$$c_{x,y}(\tau) = \frac{\langle x(t)y(t+\tau) \rangle - \langle x(t) \rangle \langle y(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle x^2(t) \rangle - \langle x(t) \rangle^2} \sqrt{\langle y^2(t) \rangle - \langle y(t) \rangle^2}}$$

(3-15)

図 3-19 は実測データの 1 分間平均の時系列データによる密度と流量の相互相関を示している。実測データから F 相では相関があるが、S 相では相関がないことがわかっている。3.4.5.2 で得られた時系列データを用いて求めた、提案モデルと S-NFS モデルの密度と流量の相互相関を図 3-20 にそれぞれ示す。速度制限有り系の系に流入確率 α を 0.5 から 0.8 まで

徐々に増加させながら車両を流入させた時の密度と流量の相互相関は、実測データの S 相から得られるものと同じでほとんど 0 であり、この結果と速度分布、時空図の結果から提案モデルは S 相の再現が可能であるといえる。また、この時の S-NFS モデルの密度と流量の相互相関も S 相のものと同じであるが、これは自己相関のときと同じ理由で、J 相と F 相のみが共存している流れの時系列データを 60 ステップで平均すると S 相と同じようなデータになるからだと考えられる。しかし S-NFS モデルでは S 相が再現できないことは、速度分布図と時空図を見れば明らかである。

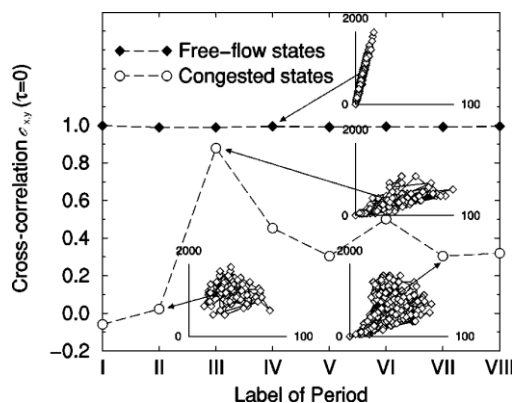


図 3-19 : 実測データによる各層の密度-流量の相互相関
(出典 : Neubert,L & Santen,L (1999)⁴⁸)

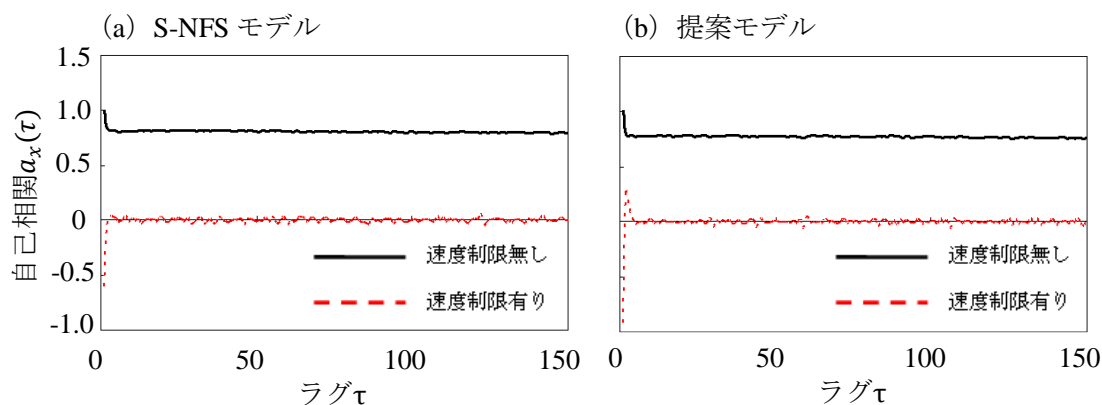


図 3-20 : 速度制限無しのに流入確率 α を 0.2 から 0.5 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (黒色実線) と、速度制限有りの系に流入確率 α を 0.5 から 0.8 まで徐々に増加させて車両を流入させた時 (赤色破線) に得られた時系列データによる提案モデル (a) と S-NFS モデル (b) の密度-流量相互相関

3.5 結論

先行車両との速度差と車間距離に応じてランダムブレーキの生起を調整するモデルを提案し、これを開放系 S-NFS モデルに埋め込み、一車線形の交通流動を解析した。その結果、S-NFS モデルの良好な再現性を失うことなく、既往の CA モデルの再現性上の欠点の一つであった滑らかな減速の再現性に関して良好な結果を得た。また、この滑らかな減速の再現により、もう一つの問題点であった 3 相交通流理論の再現性についても良好な結果が得られることを、基本図、速度分布図、時空図、時系列解析により示した。

本提案モデルを車線変更のある二車線系に拡張することも可能である。なお、二車線系においては進化ゲームを適用して一車線狭窄部におけるジレンマを考察しているもの⁴⁷がある。この点に関して、従来の CA モデルによる解析結果との比較を行うことで、モデル上の微細な差異が最終的結論に大きな予測評価上の違いをもたらし得ることを明らかにできる可能性がある。

第4章

ジレンマゲームにおける包括的ジレンマ強度の

スケーリングに関する研究

4.1 緒言

2.1.4にて述べたように、Nowak⁴は、血縁淘汰、直接互惠、間接互惠、ネットワーク互惠、群淘汰の五つの互惠メカニズムが協調創発に深く関係していると論じている。彼はいずれの互惠メカニズムも「社会粘性」を付加する仕組みであると説明しているが、これは well-mixed な集団内の匿名性を圧縮することで、協調戦略の期待利得が裏切り戦略のそれを凌駕するように変容させる機構であるということができると考える。進化ゲーム理論によるアプローチにおいては、 2×2 対称ゲームが archetype に用いられている。ゲームの利得構造は表 2-4 で定義され、 R , T , S , P の 4 パラメータにより四つのゲームクラスに分類される。この四つのジレンマクラスの分類は Tanimoto & Sagara⁴⁹による $D_g (=T-R)$ と $D_r (=P-S)$ の正負に一致する。すなわち、 $D_g > 0$ は相手を貪ろうとするギャンブル型ジレンマ、 $D_r > 0$ は相手に貪られまいとするリスク回避型ジレンマの有無を表し、それぞれの条件が単独に満たされるとき Chicken (CH), Stag-Hunt (SH) のクラスとなり、同時に満たされるとき Prisoner's Dilemma (PD), いずれも満たさないときにはジレンマのない Trivial のゲームクラスとなる。またレプリケータダイナミクスそのものと内部均衡点は、 R , T , S , P に代わって D_g と D_r だけで表式可能である。故に D_g と D_r は well-mixed な無限サイズ集団を前提にする際のジレンマの強さを表していることになる。しかし、Tanimoto⁵⁰が主張するように何らかの互惠メカニズムがある場合には、 D_g と D_r だけでゲーム構造から決まるジレンマの強さを適切に表すことが出来なくなる。図 4-1 に例として、次数 $\langle k \rangle = 8$ の格子ネットワーク上のゲームにおける均衡到達後の協調率を示す（シミュレーション方法等の詳細は 4.4 を参照）。

⁴⁹ Tanimoto, J., Sagara, H.; Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game, *BioSystems* 90 (1), 105-114, 2007.

⁵⁰ Tanimoto, J.; A simple scaling of the effectiveness of supporting mutual cooperation in donor-recipient games by various reciprocity mechanisms, *BioSystems* 96, 29-34, 2009.

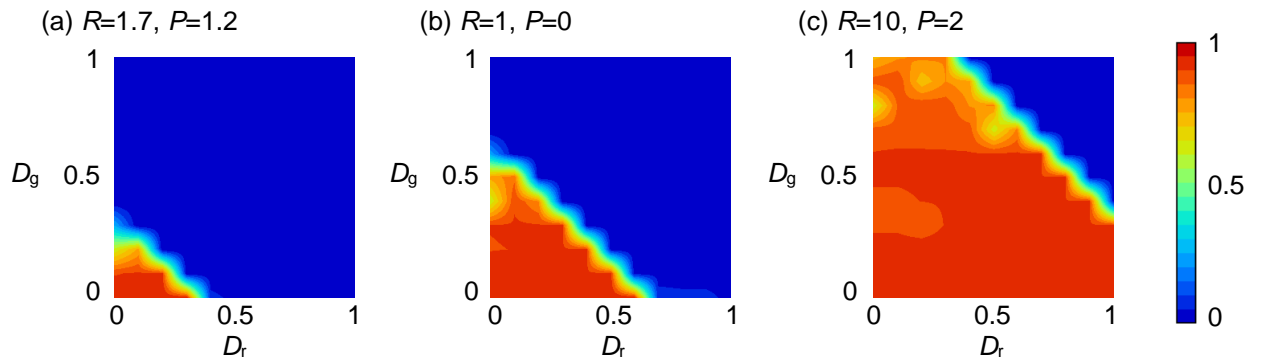


図 4-1 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における PD 全領域の平均協調率の D_g - D_r 平面図.

(a) $R=1.7$, $P=1.2$, (b) $R=1$, $P=0$, (c) $R=4$, $P=2$.

同じ D_g と D_r のゲーム構造であっても R - P の値が大きいほど高い協調率の均衡に達している。つまり、社会粘性を大きくすると何らかの互惠機構が入った進化ゲームにあっては、ジレンマの強さは well-mixed の場合には指標となり得た D_g と D_r だけでは説明出来なくなる。このことは図 4-2 から直感的に納得できるだろう。(a), (b)に示した解可能域をもつ二つの PD は同値の D_g と D_r をもつ。しかし、 D_g , D_r に対して相対的に R - P が大きくなるにつれ、漸近的に $T \rightarrow R$, $P \rightarrow S$ とみなせるようになる。これは Akiyama & Aruka⁵¹のいう Avatamsaka ゲームの状況である。その結果、(b) のゲームでは (a) のゲームに比べて、自分の利得は自手より大きく相手の手に影響されるようになり、自ら D を出すことによる利得の増加分よりも、相手に C 出してもらうことによる利得の増加分の影響の方が大きくなる。このことにより、(b) ではより互惠関係を築くインセンティブが大きくなる。以上により、何らかの互惠機構により特定の Agent との繰り返し対戦可能性が高くなる状況下では、ジレンマ強さの indicator としては R - P の大小を考慮しなければならないことが示唆される。

⁵¹ Akiyama, E., Aruka, Y.; The Effect of Agents Memory on Evolutionary Phenomena – the Avatamsaka Game and Four Types 2x2 Dilemma Games, Proc. of 9th Workshop on Economics and Heterogeneous Interacting Agents, CD-ROM, (2004).

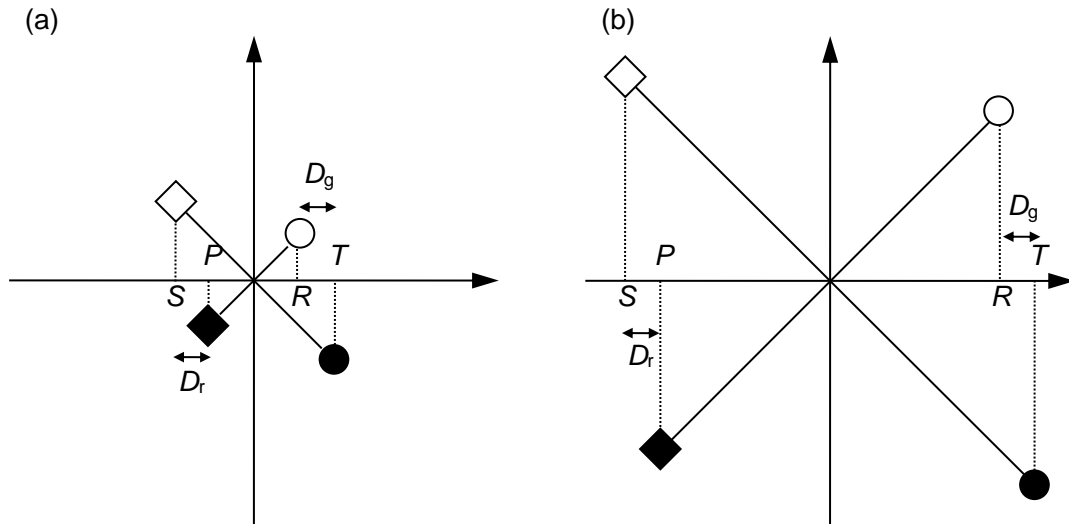


図 4-2 : 同じジレンマ強さを持った $R-P$ の異なる 2 ゲーム ;
 (a) $R-P$ が比較的小さな場合, (b) $R-P$ が比較的な大きな場合.

前出 Nowak の五つの互惠機構をめぐる議論では, $D_g=D_r$ の PD ゲームである Donor-Recipient ゲーム (DRG) を前提にしている. ゲーム構造は, 協調のためのコスト c と協調の結果もたらされる利便 (benefit) b を用いたパラメータ c/b (もしくはその逆数) でスケールアップされている. DRG では $P=0$, $R=b-c$, $S=-c$, $T=b$ だから, $c/b=D_g/(R-P+D_r)$ となって, 前パラグラフの問題点が既に考慮されていることがわかる. そのため, 血縁淘汰を含むいずれの互惠機構も c/b をパラメータにスケールアップすると, すべて同形の (analogous な) 不等式によって, 協調戦略が適応的になる範囲が示される. しかし, Nowak の表式はあくまで $D_g=D_r$ の PD である DRG を前提にした議論である.

この点に関して, Tanimoto⁵⁰ は DRG 以外の PD にも適応可能なスケールアップパラメータとして, c_c/b と c_d/b を提示している. これは, 協調戦略の対戦相手に対するコスト c_c と裏切り戦略の対戦相手に対するコスト c_d とを分離して定義することで, Nowak のスケールアップを拡張するとのアイデアである. しかし, Tanimoto の考え方は, PD を前提としたものであり, かつ理論的根拠が示されていない.

本論では, 以上の背景から, 全ての 2×2 ゲームに関して, 無限集団サイズ, well-mixed とのレプリケータダイナミクスが前提とする状況から何らかの社会粘性が付加された状況下で, 普遍的にジレンマの強さを表式するスケールアップパラメータを提示する. まず, その理論的整合性を示し, さらに, このスケールアップパラメータにより, Németh & Takács²⁹ によって報じられた利得構造と均衡点の関係に生じる「パラドクス」がパラドクスでないことを示す. 最後に, 数値実験によりその妥当性を検討する.

4.2 ジレンマ強さを表すスケールアップパラメータ

Tanimoto⁴⁹ らに倣い, ギャンブル型ジレンマ D_g , リスク回避型ジレンマ D_r を導入することで, 利得行列である表 2-4 を以下の式(4-1)で表す.

$$\begin{array}{c}
 C \quad D \\
 C \quad \left(\begin{array}{cc} R & P - D_r \\ R + D_g & P \end{array} \right) \\
 D
 \end{array}$$

(4-1)

ここで、上記二つのジレンマは夫々、相手を出し抜いて自分が高利得を上げようとの意図 (D_g)、出し抜いて相手を低利得に突き落とそうとの意図 (D_r) を表している。式(4-1)から、C 戦略が ESS となる条件、D 戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点はそれぞれ式、式、式のように記述される。

$$D_g < 0$$

(4-2)

$$D_r > 0$$

(4-3)

$$x^* = \frac{D_r}{D_r - D_g}$$

(4-4)

2.1.2 で説明した、四つのジレンマクラスの種類は $D_g (=T-R)$ と $D_r (=P-S)$ の正負に一致する。しかしながら、本論では、社会粘性がある状況下でのジレンマ強さを表すスケーリングパラメータとして、 D_g 、 D_r に代わって、 $R-P$ で正規化した新たなギャンブル型ジレンマ D_g' とリスク回避型ジレンマ D_r' を式(4-5)のように定義する。

$$D_g' = \frac{T-R}{R-P} = \frac{D_g}{R-P}, \quad D_r' = \frac{P-S}{R-P} = \frac{D_r}{R-P}$$

(4-5)

これにより利得表は次式(4-6)のように記述される。

$$\begin{array}{c}
 C \quad D \\
 C \quad \left(\begin{array}{cc} R & P - D_r' \\ R + (R-P)D_g' & P \end{array} \right) \\
 D
 \end{array}$$

(4-6)

本章では、**エラー! 参照元が見つかりません**。で述べた背景から、この新しいスケーリングパラメータ D_g' 、 D_r' の理論的整合性をまず演繹アプローチを用いて示す。その後、数値実験アプローチにより、その妥当性を検討する。

4.3 演繹アプローチ

Taylor & Nowak⁸ は、それぞれ幾つかの前提を設けることで、Nowak の 5 種の互惠機構は、式(4-1)で表される元々のゲーム構造行列を変形した利得行列で表すことに帰着されると演繹しており、これについては 2.1.4 で説明した。ここでは、4.2 節で定義した D_g' 、 D_r' が適切なジレンマパラメータたり得ていることを彼らの結果を踏まえ、五つの互惠機構ごとに演繹的に論じ、さらに、集団サイズの有限性により生じる社会粘性に関しても、 D_g' 、 D_r' の定義が整合的であることを示す。最後に、Németh & Takács²⁹ が報じた、同戦略と対戦しやすくなる assortativity がある集団において利得構造と均衡点の関係に生じるパラドクスを、 D_g' 、 D_r' により説明できることを示す。

4.3.1 Nowak の互惠機構における理論的整合性

2.1.4 で示した、Nowak の互惠機構付加により変形された利得行列は、 D_g' 、 D_r' を導入すると式(4-7)から式(4-11)のように示される。

(1) 直接互惠

$$\begin{array}{c} C \\ D \end{array} \begin{array}{cc} C & D \\ \left(\begin{array}{cc} \frac{R}{1-w} & -D_r'(R-P) + \frac{p}{1-w} \\ (R-P)D_g' + R + \frac{wP}{1-w} & \frac{P}{1-w} \end{array} \right) \end{array} \quad (4-7)$$

(2) 間接互惠

$$\begin{array}{c} C \\ D \end{array} \begin{array}{cc} C & D \\ \left(\begin{array}{cc} R & (1-q)\{P - D_r'(R-P)\} + qP \\ (1-q)\{(R-P)D_g' + R\} + qP & P \end{array} \right) \end{array} \quad (4-8)$$

(3) 血縁淘汰

$$\begin{array}{c} C \\ D \end{array} \begin{array}{cc} C & D \\ \left(\begin{array}{cc} R & \frac{(R-P)(rD_g' - D_r') + rR + P}{1+r} \\ \frac{(R-P)(D_g' - rD_r') + R + rP}{1+r} & P \end{array} \right) \end{array} \quad (4-9)$$

(4) 群淘汰

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \begin{array}{cc}
 & C & D \\
 \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \left(\begin{array}{cc}
 (n+m)R & n\{P - D'_r(R - P)\} + mR \\
 n\{(R - P)D'_g + R\} + mP & (n+m)P
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \end{array}
 \tag{4-10}$$

(5) ネットワーク互恵

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 \begin{array}{cc}
 & C & D \\
 \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \left(\begin{array}{cc}
 R & P - D'_r(R - P) + H' \\
 (R - P)D'_g + R - H' & P
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \end{array}
 \tag{4-11}$$

ここで、 H' は以下の式(4-12)で表され、 $k > 2$ である。

$$H' = H = \frac{k - D'_g - D'_r}{(k + 1)(k - 2)}
 \tag{4-12}$$

これらの式から、C戦略がESSとなる条件、D戦略がESSとなる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点は表 4-1 のようになり、 D'_g 、 D'_r およびそれぞれの互恵サポートパラメータで表せられることがわかる。

表 4-1 : Nowak の 5 種の互恵機構をそれぞれ付加した場合の、C 戦略が ESS となる条件、D 戦略が ESS となる条件、レプリケータダイナミクスの内部均衡点

	C 戦略が ESS	D 戦略が ESS	内部均衡点
直接互恵	$\frac{w}{1-w} > D'_g$	$D'_r > 0$	$x^* = \frac{(1-w)D'_r}{(1-w)(D'_r - D'_g) + w}$
間接互恵	$\frac{q}{1-q} > D'_g$	$D'_r > 0$	$x^* = \frac{(1-q)D'_r}{(1-q)(D'_r - D'_g) + q}$
血縁淘汰	$r(1 + D'_r) > D'_g$	$r(1 + D'_g) < D'_r$	$x^* = \frac{-r(D'_g + 1) + D'_r}{(1+r)(D'_r - D'_g)}$
群淘汰	$\frac{m}{n} > D'_g$	$\frac{m}{n} < D'_r$	$x^* = \frac{nD'_r - m}{n(D'_r - D'_g)}$
ネットワーク互恵	$k^2 D'_g - k(D'_g + 1) + (D'_r - D'_g) < 0$	$k^2 D'_r - k(D'_r + 1) + (D'_g - D'_r) > 0$	$x^* = \frac{(k^2 - k - 1)D'_r + D'_g - k}{(k^2 - k - 2)(D'_r - D'_g)}$

5種の互惠メカニズムに関するパラメータを、それぞれ $w=0.1, q=0.1, r=0.1, m=50, n=500$,
 そして $k=12$ とし、式(4-7)から式(4-11)の利得行列をレプリケータダイナミクスに代入して
 得られた均衡協調率を D_g - D_r 平面（上パネル）および D_g' - D_r' 平面（下パネル）に、異なる R
 $-P$ について描いた（図 4-3：直接互惠、図 4-4：間接互惠、図 4-5：血縁淘汰、図 4-7：群
 淘汰、図 4-8：ネットワーク互惠）。初期協調率は 0.5 とした。

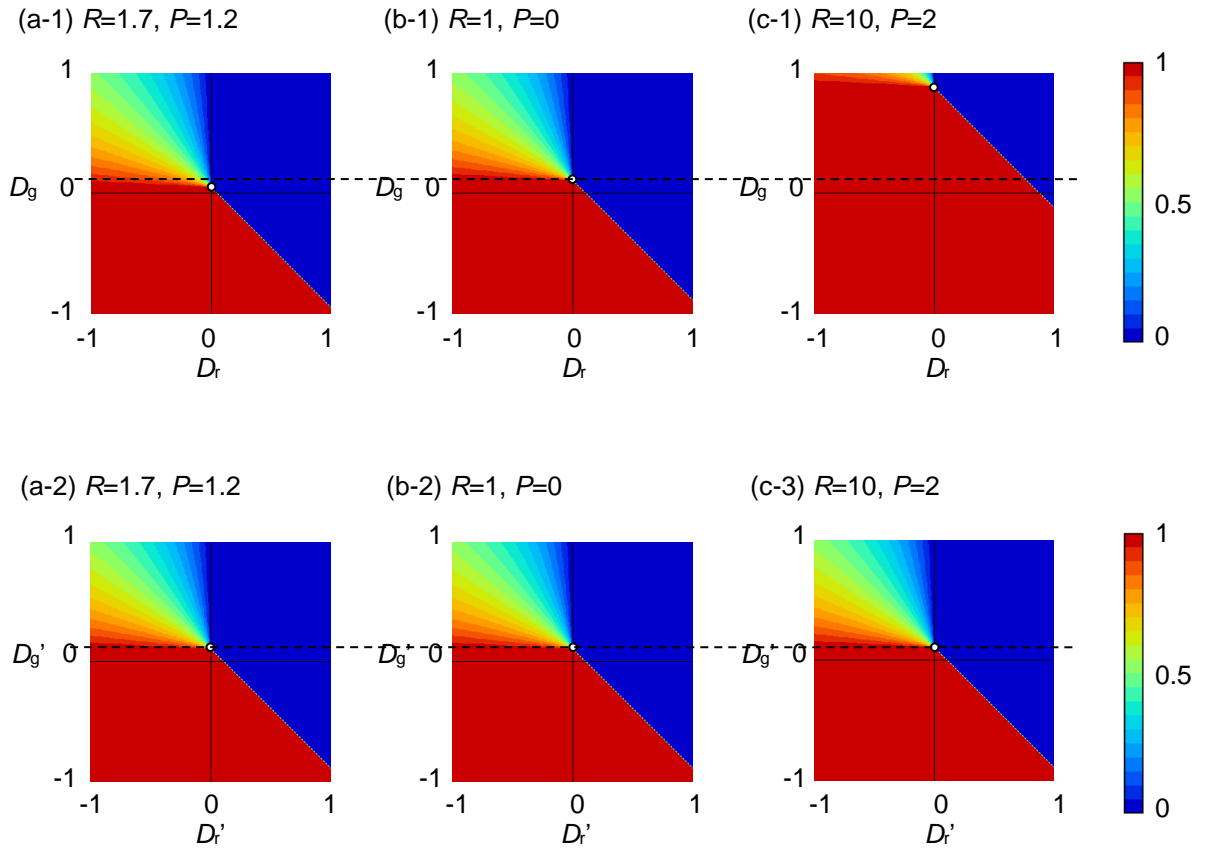


図 4-3：繰り返し対戦に基づく直接互惠における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図
 （上パネル）と D_g' - D_r' 平面図（下パネル）。繰り返し対戦確率を $w=0.1$ とし、それぞれ
 (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=10, P=2$ とした場合の結果。

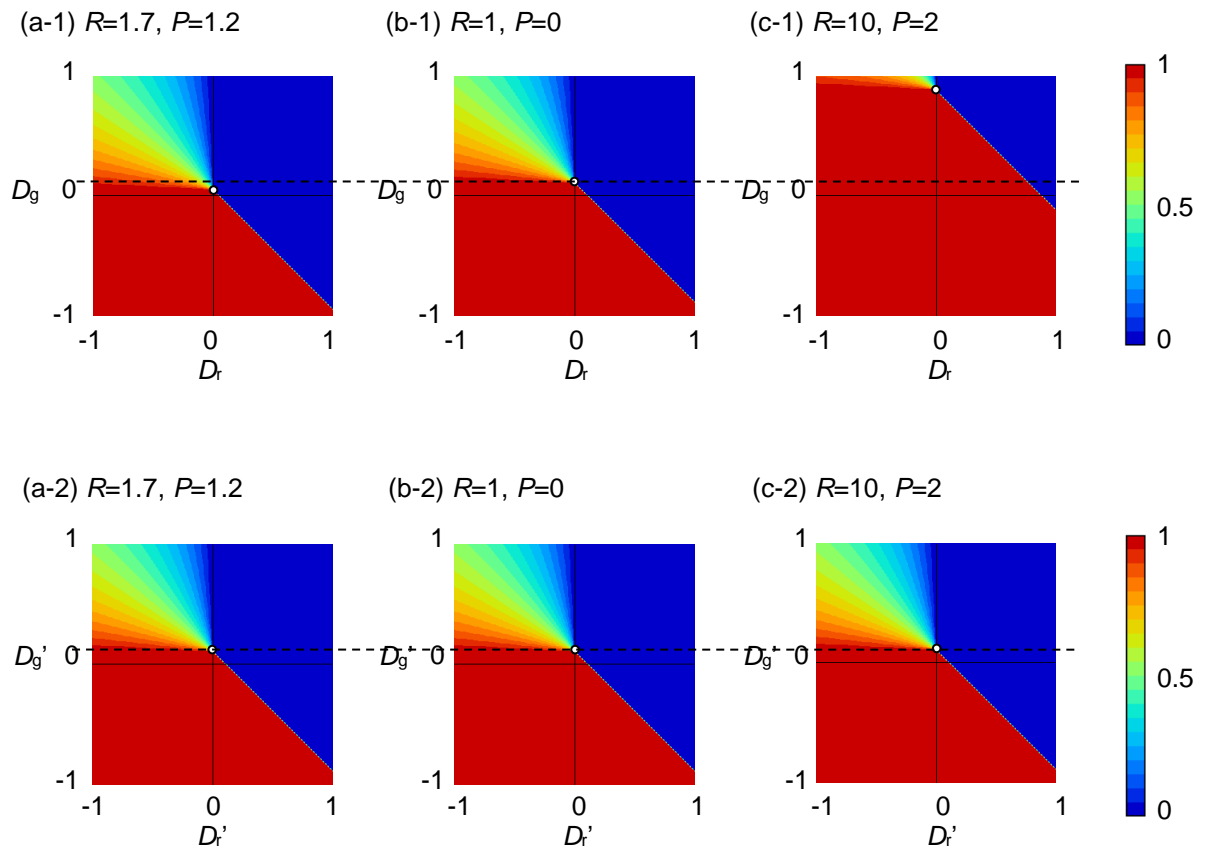


図 4-4：間接互恵における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図（上パネル）と D_g' - D_r' 平面図（下パネル）。相手の情報を手に入れられる確率を $q=0.1$ とし、それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=10, P=2$ とした場合の結果。

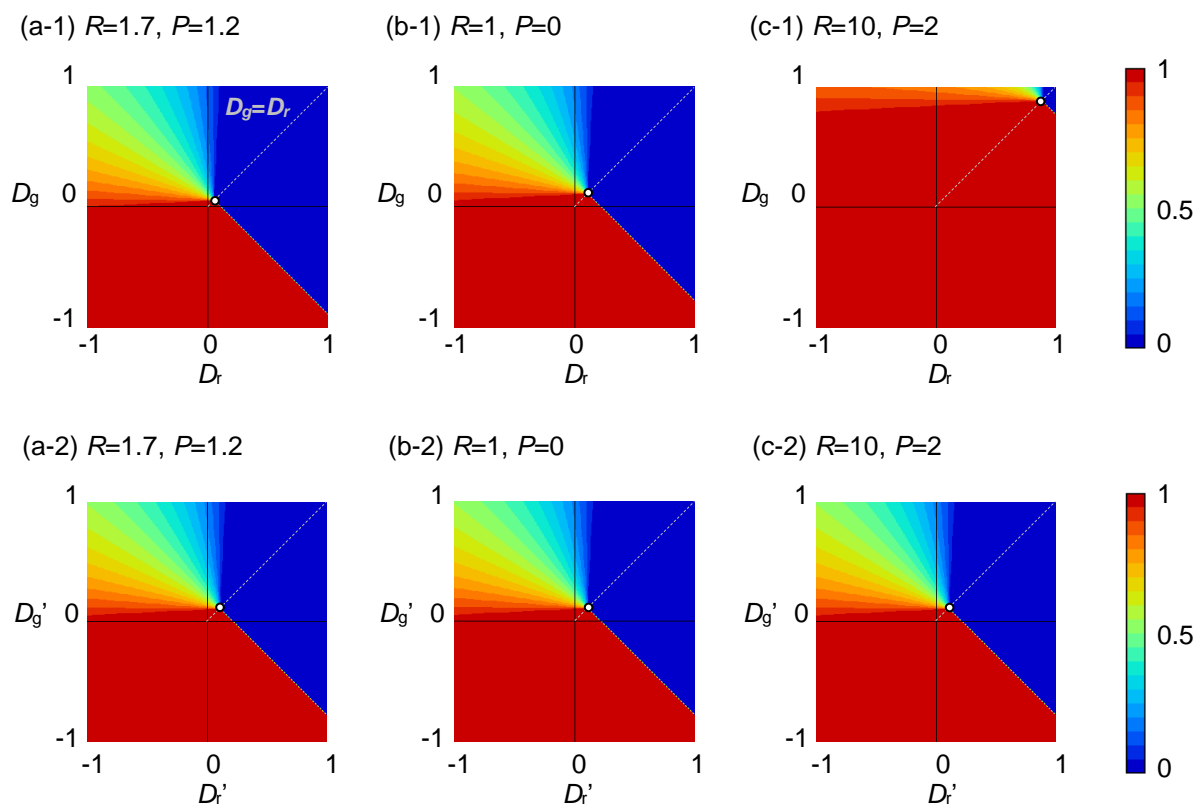


図 4-5 : 血縁淘汰における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図 (上パネル) と D_g' - D_r' 平面図 (下パネル). 個体群の平均血縁度を $r=0.1$ とし, それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=10, P=2$ とした場合の結果.

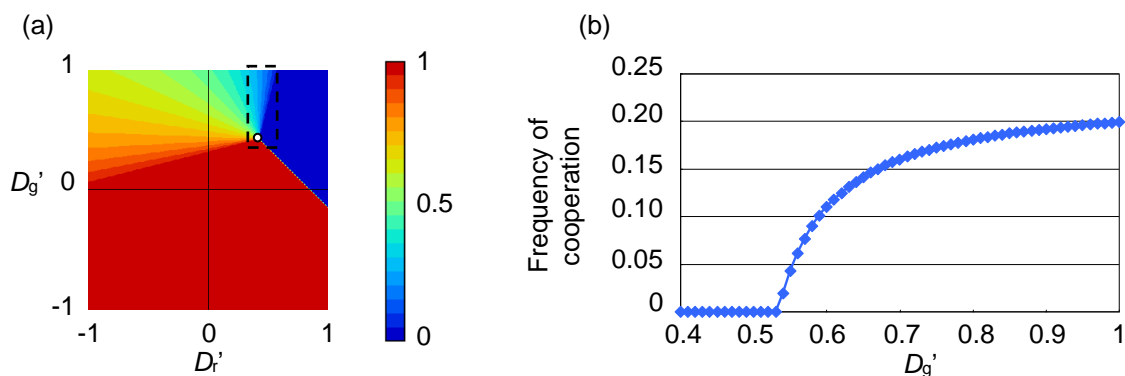


図 4-6 : 血縁淘汰における均衡到達後の平均協調率. (a) $-1 \leq D_g' \leq 1$, $-1 \leq D_r' \leq 1$ の全領域と (b) $D_r' = 0.46$, $0.4 \leq D_g' \leq 1$ の領域 ((a)の破線で囲まれた領域). 個体群の平均血縁度を $r=0.3$ とし, 軸は提案ジレンマ強さとした.

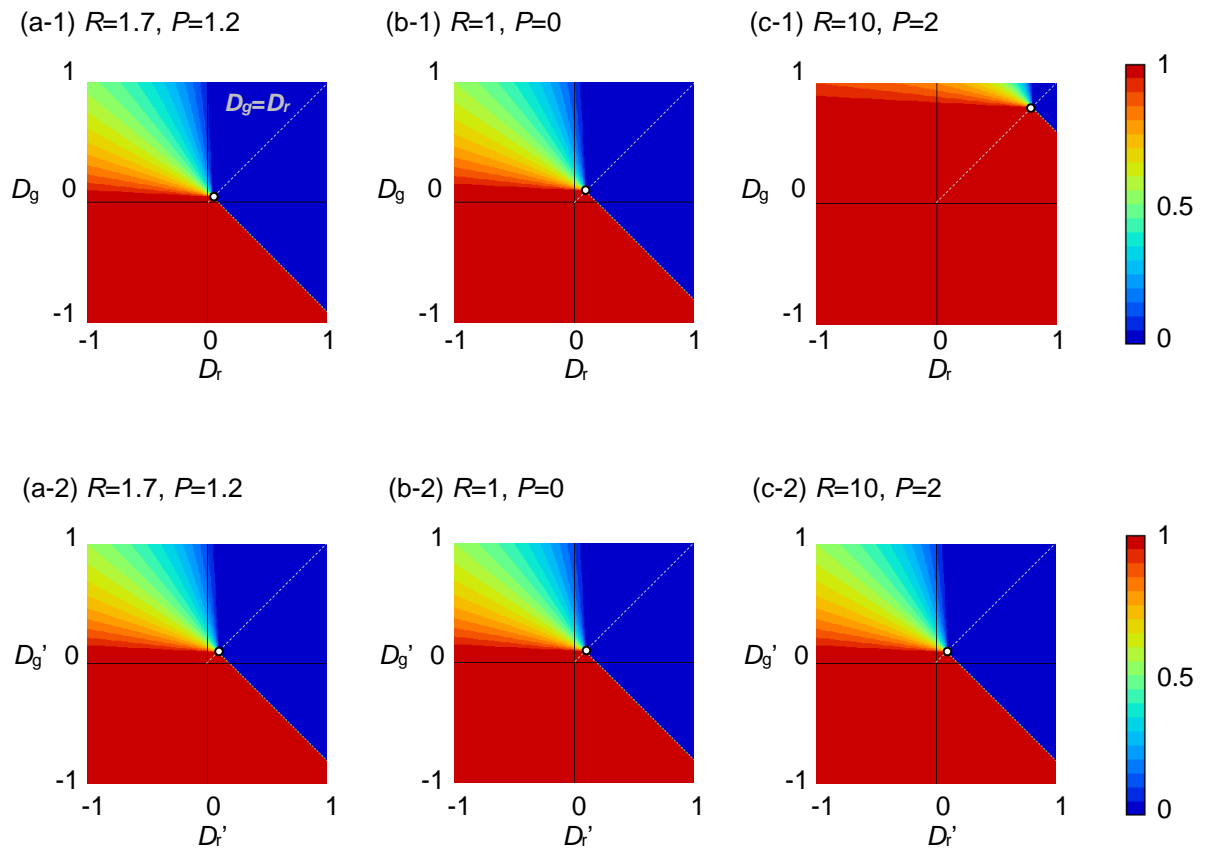


図 4-7：群淘汰における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図（上パネル）と D_g' - D_r' 平面図（下パネル）。グループの数と最大サイズを $m=50, n=500$ とし、それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=10, P=2$ とした場合の結果。

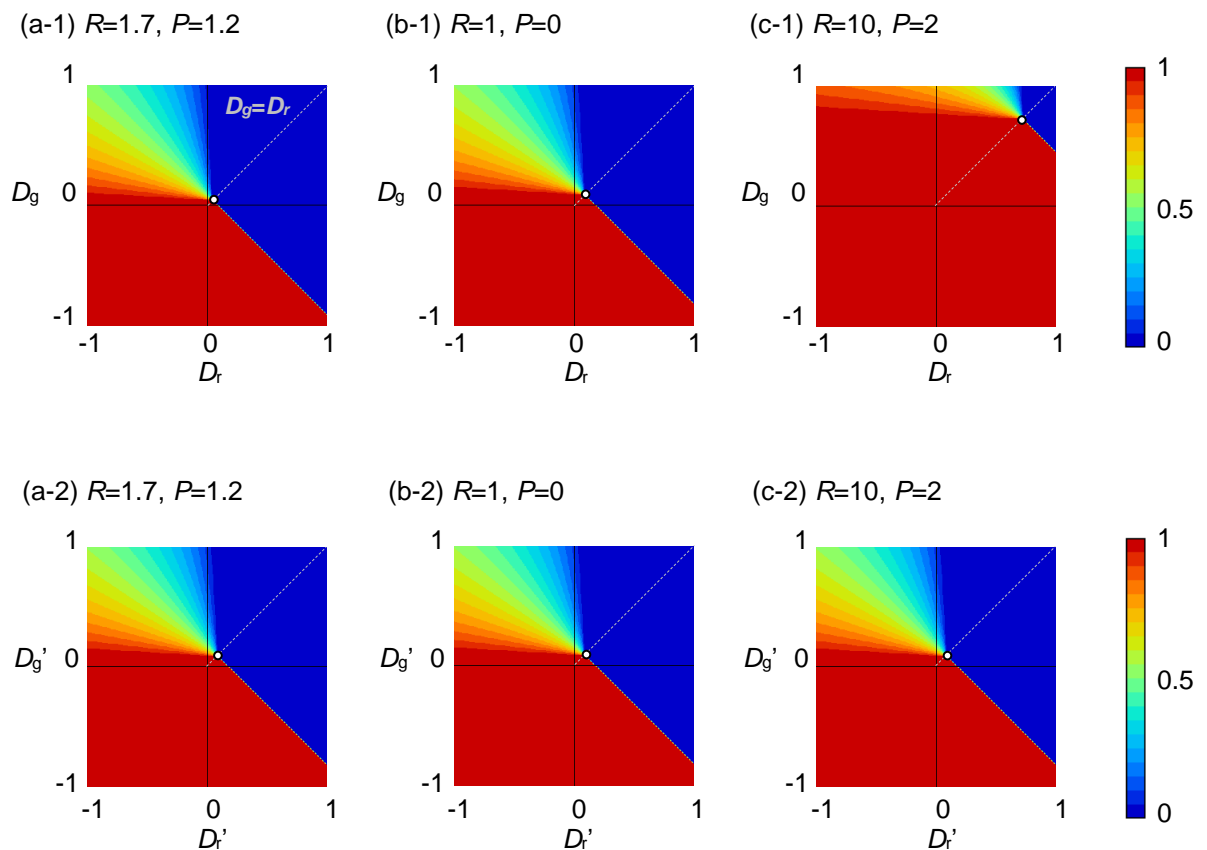


図 4-8：ネットワーク互恵における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図（上パネル）と D_g' - D_r' 平面図（下パネル）。次数 $k=12$ のレギュラーネットワークを想定し、それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=10, P=2$ とした場合の結果。

直接互恵と間接互恵の効果により、元々の第 1 象限 PD, 第 2 象限 Chicken, 第 3 象限 Trivial, 第 4 象限 SH の各 4 クラスが D_g (D_g') プラス側にシフトしていることがわかる。上方へのシフトは、PD であれば一部で SH 化により初期値に依存して協調的均衡に至り、ギャンブル型ジレンマが緩和されることを示唆する。また、血縁淘汰、群淘汰、ネットワーク互恵では、各 4 ゲームクラスが D_g (D_g') プラスかつ D_r (D_r') プラス側にシフトする。 D_g' - D_r' 相図で観れば $D_g'=D_r'$ のラインに沿って右上方へシフトし、PD であれば一部で SH 化、CH 化もしくは Trivial 化する。すなわち、ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマがともに緩和される枠組みであることが理解される。図 4-3, 図 4-4, 図 4-5, 図 4-7, 図 4-8 において、上パネルの D_g - D_r 相図では $R-P$ 大ほど上方シフトが大きい。しかし、下パネルの D_g' - D_r' 相図では、 $R-P$ の大小に依存せず図中破線で示した大きさだけ、上方にシフトしており、三つとも同一の相図となっている。このことから、 D_g' と D_r' が、 D_g と D_r に加えて $R-P$ の影響をも加味した普遍的ジレンマ強さのパラメータとなっていることがわかる。

ただし、血縁淘汰では D_g' と D_r' でスケールされたジレンマ強さが大きくなると逆に協調率が高くなる現象が生じる。図 4-6 は $r=0.3$ とした場合の D_g' - D_r' 相図と $D_r'=0.46$ における均衡協調率と D_g' の関係である。血縁淘汰モデルでは、相手の利得の一部が自分の適応

度に加算される仕組みが前提になっている。このことは、全員 D の均衡よりも、 C と D の併存平衡へと吸引する傾向を強めるだろう。なぜなら、お互いに D 出し合って P の利得を得るよりも、自分だけでも C を出して相手に T の利得を与え、その分与を得た方が（つまり、自他で $S+rT$ の利得を得た方が）、高い利得を上げられる可能性があるからである。そして、この可能性は r 、そして T （つまり、 D_g' ）が大きいほど高くなる。したがって、 D_g' が大きいほど、 C を選択するインセンティブが高くなるというパラドクスが生じるのである。また、同様の理由で、 D_r' が小さいほど協調率が低くなる現象も生じている。なお、Németh & Takács²⁹ は、同戦略と対戦しやすくなる assortativity が集団内にあると上記のようなパラドクスが生じる場合があると報じているが、この現象とは無関係である。本論のスケーリングを用いると、Németh & Takács が報じている現象がパラドクスなどではないことが解る。これについての詳細は後述する。

4.3.2 Finite well-mixed population における理論的整合性

Well-mixed な集団であってもサイズを無限に代わって有限とすることは、同じ相手との再ゲーム確率を無視出来ない有限値とすることを意味するので、Nowak の五つの互惠機構とは異なる社会粘性を付加する枠組みであると解釈される。有限サイズ N の集団における均衡はレプリケータダイナミクスを適用して決定論的に論じることは出来ず、その戦略の固着確率がランダム浮動により侵入出来る確率 $1/N$ より大きいかな否かを確率的に論じる必要がある。このことは、2.1.3 で述べた。淘汰圧 ω が小さい時、淘汰が C (D) 戦略にとって有利にはたらくための条件は、式(2-38) (式(2-39)) で表され、それに D_g と D_r を導入すると、式(4-13) (式(4-14)) と表される。

$$\rho_C > \frac{1}{N} \rightarrow D_g(N+1) + D_r(2N-1) + 3(R-P) < 0 \quad (4-13)$$

$$\rho_D > \frac{1}{N} \rightarrow D_r(N+1) + D_g(2N-1) + 3(R-P) > 0 \quad (4-14)$$

この条件式を D_g と D_r だけで記述するには $N \rightarrow \infty$ を要請し、これは前提に矛盾する。しかし、 D_g' と D_r' を適用すれば、式(4-15) (式(4-16)) とできる。

$$\rho_C > \frac{1}{N} \rightarrow D'_g(N+1) + D'_r(2N-1) + 3 < 0 \quad (4-15)$$

$$\rho_C > \frac{1}{N} \rightarrow D'_r(N+1) + D'_g(2N-1) + 3 > 0 \quad (4-16)$$

固着の可能性はサイズ N と D'_g と D'_r だけで表される不等式に帰着される。

式(4-13) (式(4-14)) を見ると、 $R-P$ の値が大きくなってジレンマが弱くなるほど、式(4-13) は満たされ難くなるため淘汰は C 戦略にとって不利に、式(4-14) は満たされやすくなるので D 戦略にとって有利に働く傾向を示している。 $R-P$ が大きくなってジレンマが弱くなると、却って D 戦略が有利になるとの言明は一見パラドクスに聞こえるが、これは、突然変異体 1 個体がそれとは異なる戦略からなる集団に取って代わることができる確率がランダム浮動因より大きいか否かと、固着確率で評価しているからである。なぜなら、 $R-P$ が大きい Avatamsaka ゲームと見なせるようなゲーム構造では、自分の利得は自手より相手の手に影響されるようになり、相手が C 戦略を出してくれるか否かが重要になる。したがって、 $R-P$ の値が大きくなるにつれ、D 戦略の集団の中に C 戦略の突然変異は侵入しづらくなり、その逆は容易になるのである。

4.3.3 パラドクス現象の説明

ここでは、Németh & Takács²⁹ が報じたパラドクスについて議論する。まず、2.1.5 で述べた Németh & Takács のモデル上で生じるパラドクスについて説明する。これに対して、本論で提示するスケーリングパラメータにより真のジレンマ強さを適用して論点を整理することで、彼らが主張するパラドクスが実はパラドクスではないことを証明する。

4.3.3.1 Németh & Takács の報じるパラドクス

Populations with positive assortment モデルに関して、Németh & Takács は、 R 、 T 、 S 、 P の 4 パラメータの二つ以上を変動させると、パラドクスが生じると報じている。 $T > R > P > S$ を満たす PD を考えた場合、式(2-63)と式(2-64)から式(4-17)と式(4-18)とする。

$$\alpha_L = \frac{P - S}{R - S} \tag{4-17}$$

$$\alpha_H = \frac{T - R}{T - P} \tag{4-18}$$

C 戦略が ESS となる条件, D 戦略が ESS となる条件はそれぞれ $\alpha_H < \alpha$, $\alpha_L > \alpha$ となる. 利得構造を固定して α を 0 から 1 まで操作した時の均衡点を図 4-9 に示す. $R - S < T - P$ の場合, $0 < \alpha < \alpha_L$ で $x=0$ に $\alpha_L < \alpha < \alpha_H$ で内部均衡点 x^* (式(2-65)) に, $\alpha_H < \alpha < 1$ で $x=1$ に吸引される (図 4-9 (a)). また, $R - S > T - P$ の場合, $0 < \alpha < \alpha_H$ で $x=0$ に, $\alpha_H < \alpha < \alpha_L$ $\alpha_H < \alpha < \alpha_L$ で $x=0$ もしくは $x=1$ に, $\alpha_L < \alpha < 1$ で $x=1$ に吸引される (図 4-9 (b)).

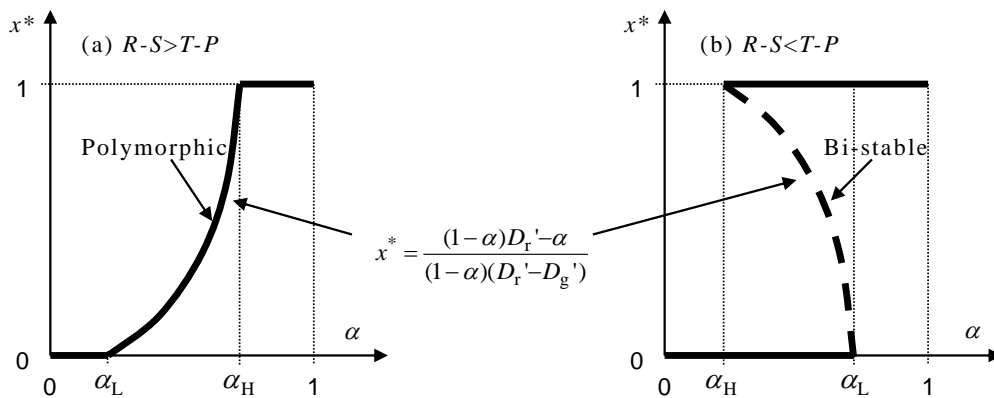


図 4-9 : $(P-S)/(R-S) < (T-R)/(T-P)$ を満たすときの均衡到達後協調率 :
 (a) $R-S < T-P$ の場合, (b) $R-S > T-P$ の場合. 破線は不安定な内部均衡点 x^* .
 (Németh & Takács (2010)²⁹ を参考に作成)

ここで, $T=7, R=3, P=1, S=0$ のゲーム A1 と, このゲームから R と T の値をそれぞれ $\Delta R = 2$ と $\Delta T = 14$ だけ変化させた $T=21, R=5, P=1, S=0$ のゲーム B1 を考える. どちらも $R - S < T - P$ を満たしており, 図 4-9 (a) のような内部均衡点 x^* が安定なゲームである. D_g および D_r をジレンマ強さのスケールパラメータと観るなら, $0 < \Delta R < \Delta T$ であれば, D_g が増加しているのだから, C を出すことによる利得の増加分よりも, D を出すことによる利得の増加分の方が大きいため, D を出すインセンティブが大きくなったように考えられる (つまりゲーム B1 はゲーム A1 よりジレンマが強く低い協調率で均衡すると考えられる). しかしながら, assortativity を表すパラメータ α の値によっては, 均衡の協調率が増加するという現象が生じる. 実際, この時 $\alpha_{H_GameA1} < \alpha_{H_GameB1}$, $\alpha_{L_GameA1} > \alpha_{L_GameB1}$ であるから, これら二つのゲームの進化的帰結は図 6-8 で示され, ゲーム A1 よりゲーム B1 の均衡の協調率が増加している領域が存在する. これを彼らはパラドクスとよんだ. このような現象は, P ,

R , S , T とどの 2 パラメータの組み合わせにおいても生じる。しかし、スケーリングパラメータ D_g' , D_r' を用いると、彼らの謂うパラドクスはパラドクスでなく当然の結果であることを次節で述べる。

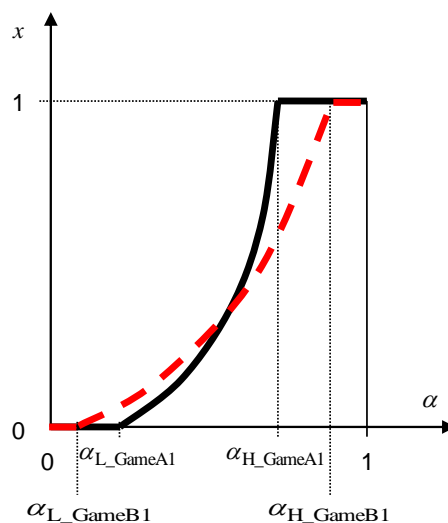


図 4-10 : PD における利得構造と均衡点の関係に生じるパラドクス。
 黒色実線と赤色破線はそれぞれ, $T=7, R=3, P=1, S=0$ のゲーム A1,
 $T=21, R=5, P=1, S=0$ のゲーム B1 の均衡到達後協調率。
 (Németh & Takács (2010) ²⁹ を参考に作成)

4.3.3.2 D_g' , D_r' によるパラドクス現象の説明

$0 < \Delta R < \Delta T$ の場合, D_g は増加する。しかし, D_g' は増加せずに減少する場合もあり得る。また, そうでなくても, D_r' は必ず減少する。実際, ゲーム A1 とゲーム B1 における D_g , D_r , D_g' , D_r' の差をみるとそれぞれ, $\Delta D_g = 12$, $\Delta D_r = 0$ であるのに対し, $\Delta D_g' = 2$, $\Delta D_r' = -1/4$ となる。 D_g' , D_r' は, ギャンブル (Chicken) 型, リスク回避 (SH) 型ジレンマを $R-P$ でスケーリングしたものであり, そもそも異なる性質のジレンマを示しているため, それらの変化量の大小を単純に比較するだけでは, ジレンマの増減を議論することができない。それゆえ $\Delta D_g' > 0 > \Delta D_r'$ かつ $|\Delta D_g'| > |\Delta D_r'|$ を満たすことが, 内部均衡点, 図 4-9 (a) の Polymorphic であれば $x=0$ の側に押し下げる, 図 4-9 (b) の Bi-stable であれば $x=1$ の方に押し上げる方向に働くことを直ちに意味しない。つまり Németh & Takács が主張するように, $0 < \Delta R < \Delta T$ であってもジレンマが強くなったとは一概には言えず, 均衡の協調率が増加しても矛盾はないことになる。これは, T , R 以外の組み合わせでも, 同じことが言える。

では, 本論が提示するジレンマ強さ表すパラメータを用いると, パラドクスが生じないことを示す。C 戦略が ESS となる条件 (式(2-63)), D 戦略が ESS となる条件 (式(2-64)), Price equation の内部均衡点 (式(2-65)) は, D_g' , D_r' を導入すると式(4-19), 式(4-20), 式(4-21) のように示される。

$$\alpha(1 + D'_g) > D'_g \tag{4-19}$$

$$\alpha(1 + D'_r) < D'_r \tag{4-20}$$

$$x^* = \frac{(1 - \alpha)D'_r - \alpha}{(1 - \alpha)(D'_r - D'_g)} \tag{4-21}$$

まず、これらの式を用いてゲームの均衡を議論する。式(4-17)と式(4-18)は D'_g , D'_r により以下のとおり式(4-22)と式(4-23)にて記述される。

$$\alpha_L = \frac{D'_r}{1 + D'_r} \tag{4-22}$$

$$\alpha_H = \frac{D'_g}{1 + D'_g} \tag{4-23}$$

ここで、ある利得構造を持ったゲーム A2 と、ゲーム A2 よりも D'_r と D'_g がともに大きい利得構造のゲーム B2 ($D'_{g_GameA2} \leq D'_{g_GameB2}$, $D'_{r_GameA2} \leq D'_{r_GameB2}$) を考える。式(4-22)と式(4-23)から、 $D'_r > -1$ かつ $D'_g > -1$ であれば、明らかに $\alpha_{L_GameA2} \leq \alpha_{L_GameB2}$, $\alpha_{H_GameA2} \leq \alpha_{H_GameB2}$ である。これら二つのゲームにおいて $D'_r < D'_g$ で x^* が安定である場合 (Polymorphic) と $D'_r > D'_g$ で x^* が不安定である場合 (Bi-stable) の進化的帰結を図 4-11 に示す。図 4-11 から、 D'_r と D'_g が大きいゲーム (ゲーム B2 ; 赤破線) ほど同値の α に対して低い協調率の均衡に到達しており、パラドクスが生じていないことがわかる。上記の方法のように考えれば、 $D'_g \leq -1$ または $D'_r \leq -1$ においても、同様にパラドクスが生じないことが導出できる。

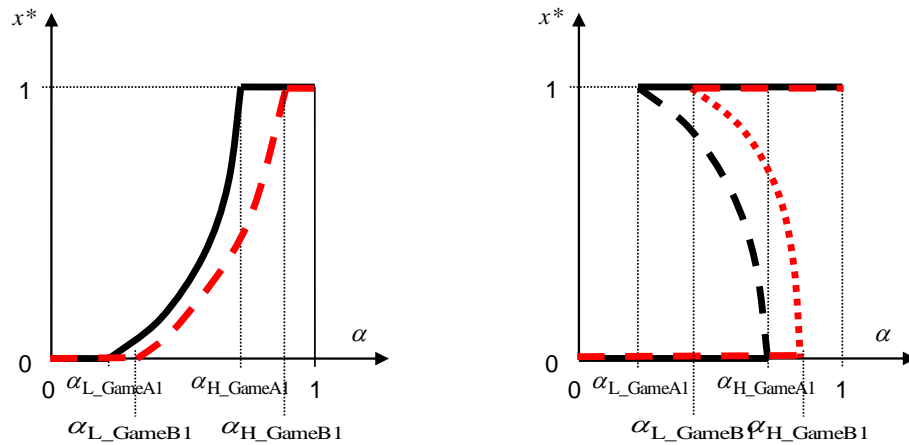


図 4-11 : ゲーム A2 とゲーム B2 の均衡到達後協調率の比較 ;

(a) $D_r' < D_g'$ の場合と (b) $D_r' > D_g'$ の場合. ゲーム B2 のジレンマはゲーム A2 のジレンマよりも強い. 黒色実線と黒色破線はそれぞれ, ゲーム A2 における安定な均衡点と不安定な均衡点を示している. また, 赤色破線と赤色点線はそれぞれ, ゲーム B2 における安定な均衡点と不安定な均衡点を示す. Németh & Takács の報じるパラドクスは生じていない.

4.4 数値実験アプローチ

前章のネットワーク互惠の演繹では, topology は regular グラフ, 適応方法は Death-Birth (DB) に限定するとの前提が設けられていた. 本章では, 数値シミュレーションにより, 提示した D_g' と D_r' が異なる $R-P$ の影響を含めたジレンマ強さのスケールパラメータたり得るのか否かをネットワーク互惠一般について検討する.

4.4.1 シミュレーション方法

$R-P$ を変えながら $0 \leq D_g \leq 1$ かつ $0 \leq D_r \leq 1$ の範囲, $0 \leq D_g' \leq 1$ かつ $0 \leq D_r' \leq 1$ の範囲にある PD の各ゲーム構造において, topology 等々の条件を変えながら, 均衡協調率を数値シミュレーションにより求める. ネットワークの topology として以下の四つを考える.

- (1) Lattice ネットワーク.
- (2) Cycle ネットワーク基盤でショートカット確率 0.2 とし次数が homogeneous なホモモールワールド (以下, Ho-SW).
- (3) 同じく Cycle ネットワーク基盤でショートカット確率 0.2 とし, 次数が heterogeneous なヘテロモールワールド (以下, He-SW).
- (4) Barabasi-Albert のアルゴリズムに基づくスケールフリーネットワーク (以下,

SF).

全ネットワークで共通条件として、集団サイズ $N=4900$ 、平均次数 $\langle k \rangle=8$ とした。全ての単位ステップ時間で、各エージェントは全隣人とゲームを行い、その合計利得と隣人の利得に応じて戦略を更新する。戦略適応方法は 2.3 に記述した IM, RS, L-PW, F-PW の四つを想定した。なお F-PW における淘汰圧の逆数を示すパラメータ κ は 0.2 とした。

あるジレンマ強さ D_g', D_r' (D_g, D_r) において 100 試行実行し、そのアンサンブル平均を解析対象とした。各エピソードでは初期に協調率 0.5 でランダムに C, D エージェントを配置する。均衡における協調率をその試行結果として算出するが、協調率が振動する場合は、上限である 10000 時間ステップの最終 100 ステップの平均協調率を擬似均衡として評価する。

4.4.2 結果

ホモネットワークである Lattice と Ho-SW の結果を図 6-10~13 に示す。図 4-12, 図 4-13 が D_g-D_r 上に、図 4-14, 図 4-15 が $D_g'-D_r'$ 上に均衡協調率をプロットした結果である。

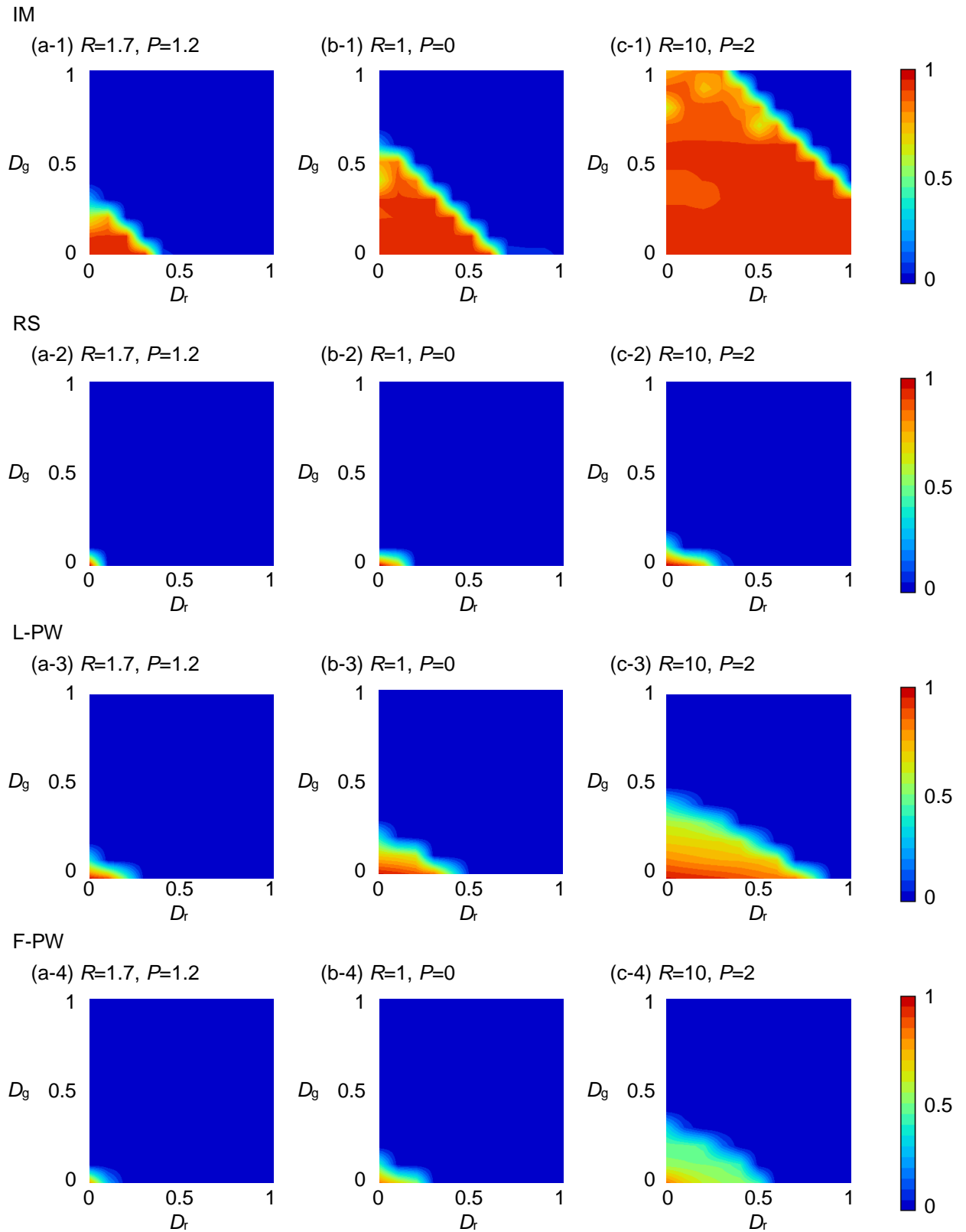


図 4-12 : Lattice における均衡到達の平均協調率. それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果を D_g - D_r 上に示している. 1 段目が IM, 2 段目が RS, 3 段目が L-PW, 4 段目が F-PW を戦略適応方法とした場合の結果.

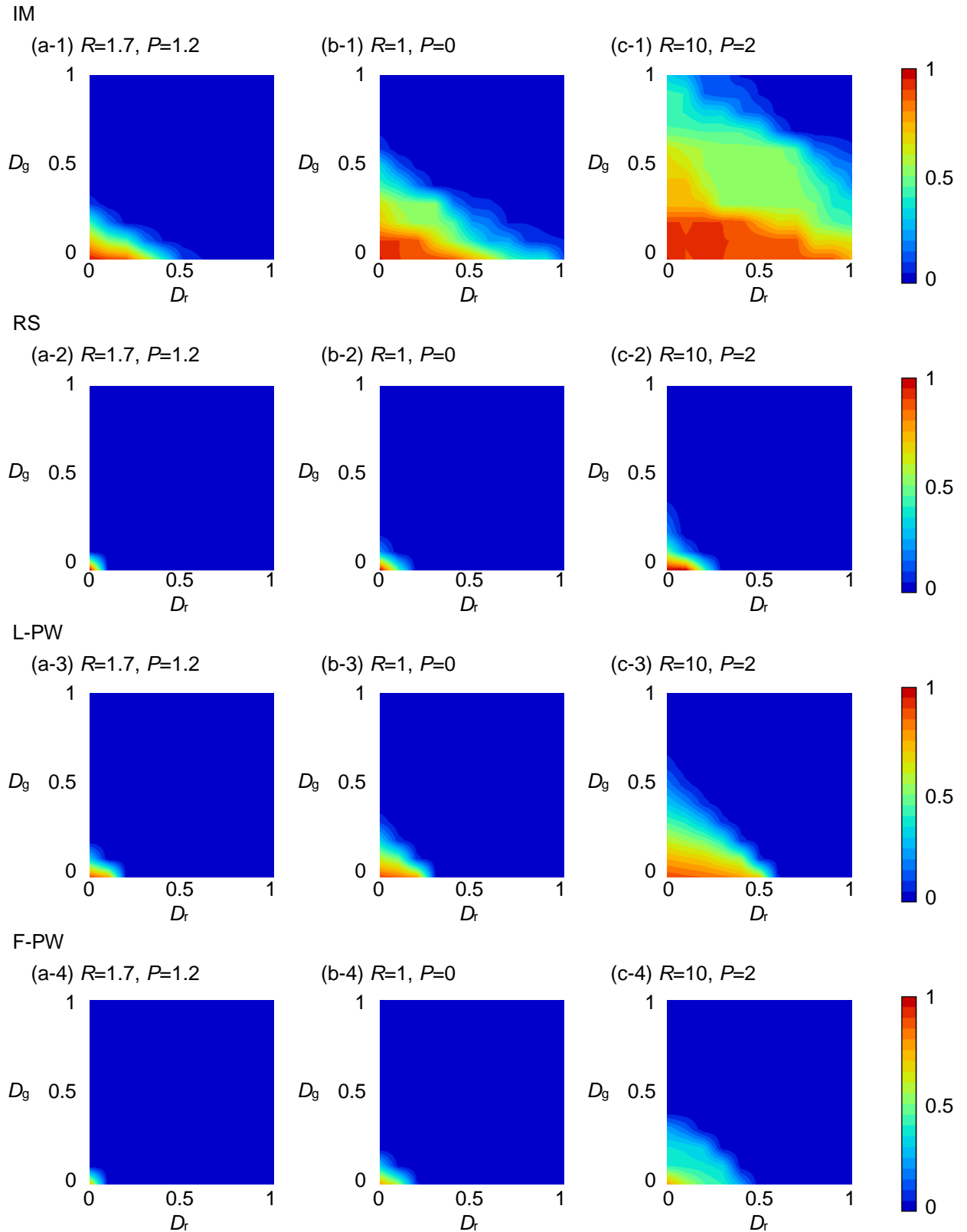


図 4-13 : Ho-SW における均衡到達の平均協調率. それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果を D_g - D_r 上に示している. 1 段目が IM, 2 段目が RS, 3 段目が L-PW, 4 段目が F-PW を戦略適応方法とした場合の結果.

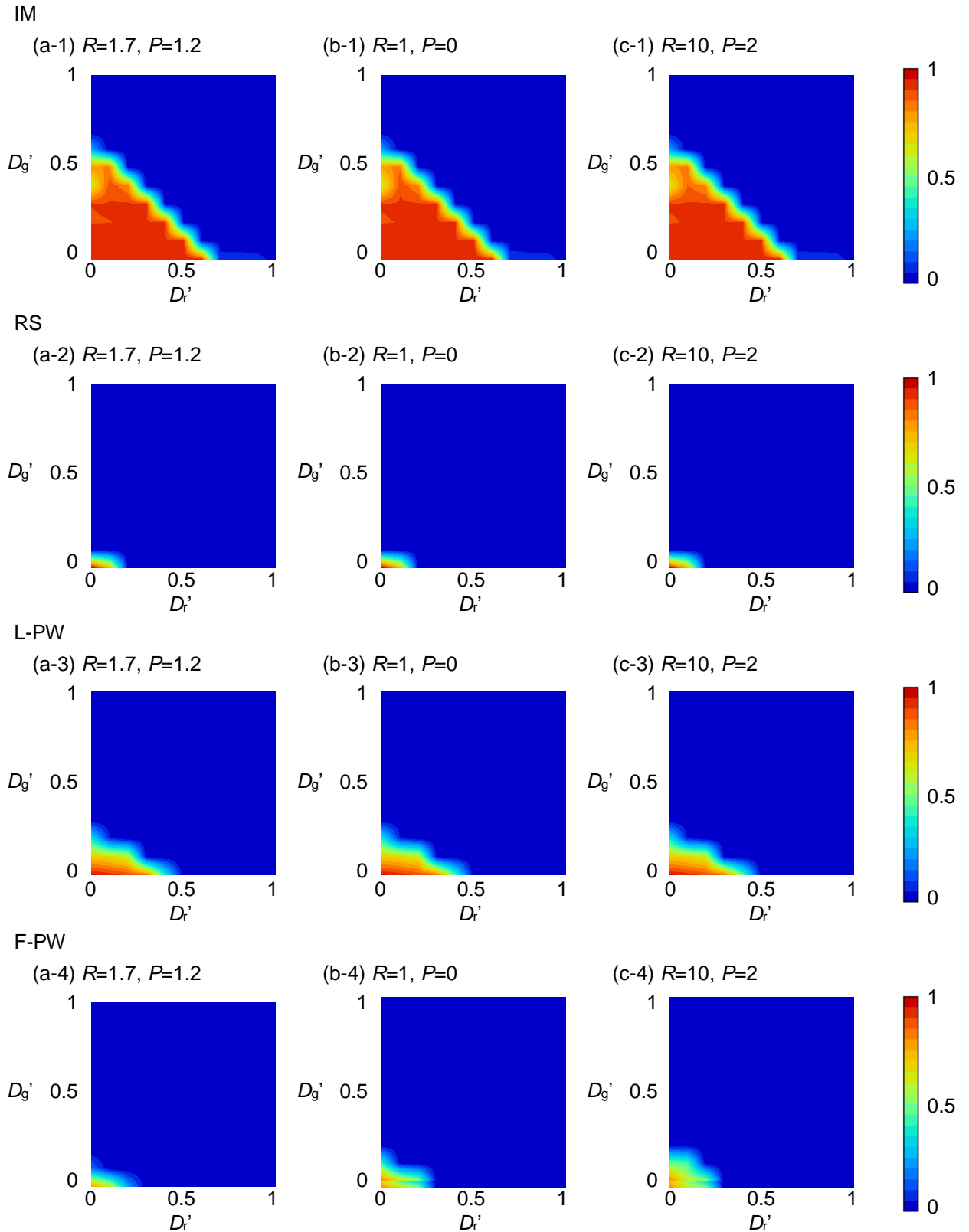


図 4-14 : Lattice における均衡到達の平均協調率. それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果を $D_g'-D_r'$ 上に示している. 1 段目が IM, 2 段目が RS, 3 段目が L-PW, 4 段目が F-PW を戦略適応方法とした場合の結果.

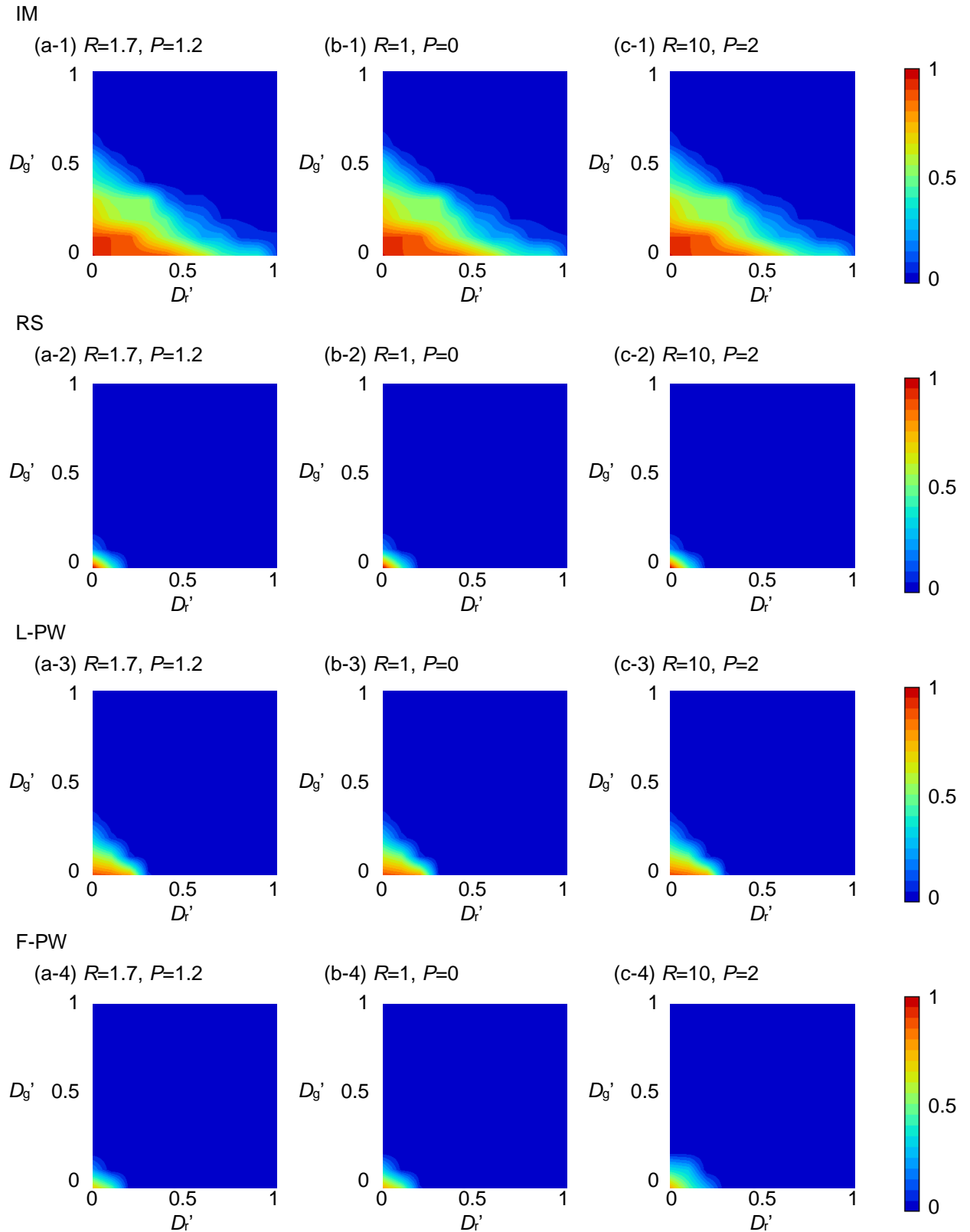


図 4-15 : Ho-SW における均衡到達の平均協調率. それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果を $D_g'-D_r'$ 上に示している. 1 段目が IM, 2 段目が RS, 3 段目が L-PW, 4 段目が F-PW を戦略適応方法とした場合の結果.

F-PW を除けば前章の理論的考察同様、 D_g-D_r 上では $R-P$ の影響が残るが、 $D_g'-D_r'$ 上では $R-P$ に依存しない各設定条件に応じた普遍的均衡協調率が描ける。よって、 D_g' および D_r' は $R-P$ の影響を考慮した普遍的ジレンマ強さ指標として有効であることが確認出来た。

F-PW では $D_g'-D_r'$ 上でも $R-P$ の値により異なる協調率を示している。これは、他の適応方法とは異なり F-PW には淘汰圧を示すパラメータが存在するためである。 $R-P$ の値が大きくなればゲームで生じる利得差の絶対値も大きくなり、F-PW における戦略適応確率に対する利得の影響が大きくなる。つまり、 $R-P$ が大きくなるということは淘汰圧が大きくなることに相当し、そのことが利いて D_g と D_r の代わりに D_g' と D_r' をスケーリングパラメータとするだけでは普遍関係が出ない。そこで、F-PW における淘汰圧を $R-P$ でスケーリング ($\kappa' = \kappa(R-P)$) し、その結果を図 4-16 に示す。

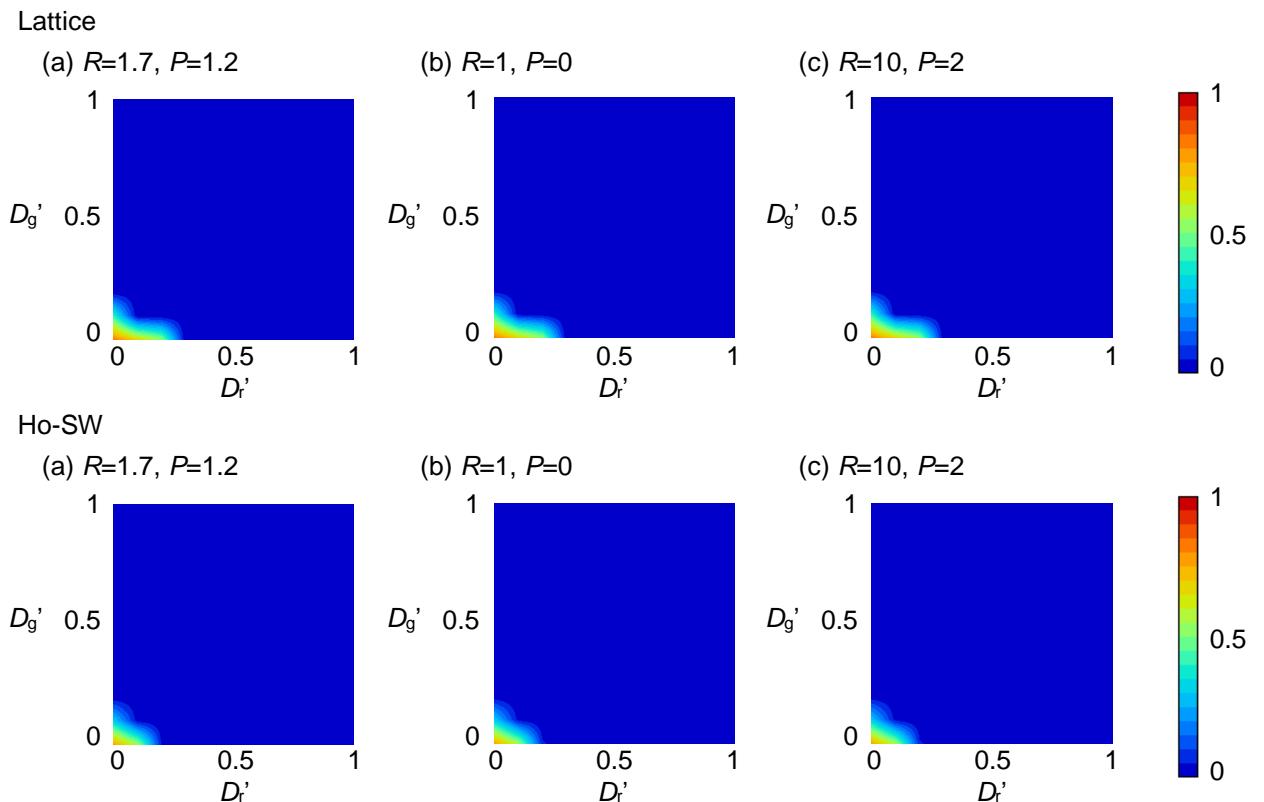


図 4-16：戦略適応方法 F-PW において淘汰圧を $R-P$ でスケーリングした場合の均衡到達後における平均協調率の $Dg'-Dr'$ 平面図。それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果。上パネルが Lattice, 下パネルが Ho-SW での結果。

$R-P$ の値に依らない普遍的な均衡協調率が得られた。ところで、F-PW と同様に利得差に応じて戦略適応確率が決定される L-PW と RS において、 D_g' と D_r' のスケーリングが有効である理由は以下の通りである。夫々の戦略適応方法を表す式(2-78)と式(2-79)をみると諒解されるように、利得差を正規化する項 (L-PW では $\max(R, T, S, P) - \min(R, T, S, P)$, RS では $\sum_{j \in N_i} (\Pi_j - \min_{k \in N_i} [\Pi_k])$) が含まれており、それらが $R-P$ の値に依存するため、結果的にうまくスケーリング出来ることになる。

次にヘテロネットワークである He-SW と SF について考察を行う。図 4-17 は D_g-D_r 上

に、図 4-18 は D_g '- D_r '上に IM の場合の均衡協調率をプロットした結果である。 D_g と D_r によるスケーリングが有効でないのは当然として、 D_g 'と D_r 'によるスケーリングであってもホモグラフの場合に比べると普遍的均衡協調率が得られているとは言い難い。特に SF でその傾向が著しい。これは、Masuda⁵²や Tanimoto & Yamauchi⁵³が報じている「ヘテロネットワークの場合にはエージェントの次数に応じてゲーム参加回数が異なる影響」と関係がある。つまり、次数分布に応じてゲーム参加回数が異なれば、利得構造中に含まれるジレンマ強さの影響はエージェント毎に違って顕れることになるため、 D_g 'と D_r 'によるスケーリングだけでは、つまりゲームのジレンマ性だけでは均衡協調率は説明出来ないことになる。

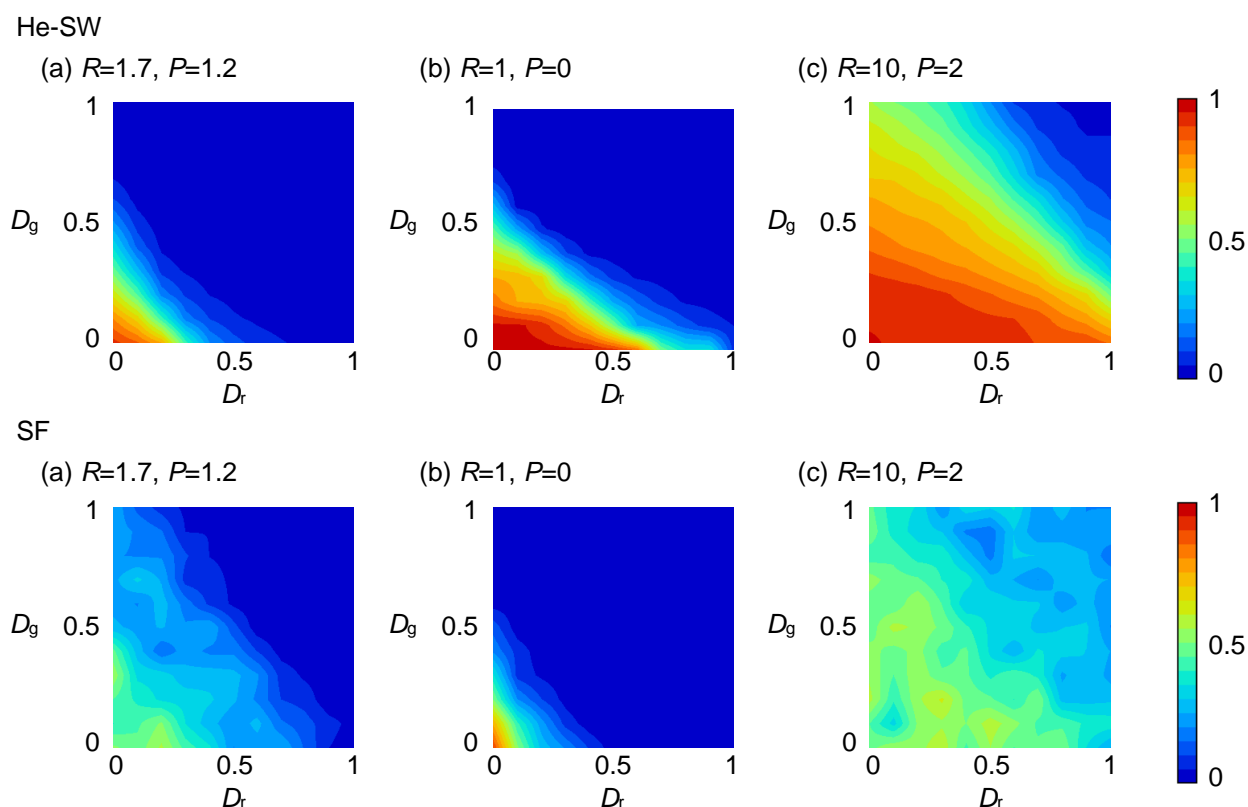


図 4-17：戦略的応方法を IM とした場合の He-SW と SF における均衡到達後の平均協調率の D_g - D_r 平面図。それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果。上パネルが He-SW, 下パネルが SF における結果。

⁵² Masuda, N.; Participation costs dismiss the advantage of heterogeneous networks in evolution of cooperation, Proc.R.Soc.B 274, 1815-1821, 2007.

⁵³ Tanimoto, J., Yamauchi, A.; Does “game participation cost” affect the advantage of heterogeneous networks for evolving cooperation?, Physica A 389, 2284-2289, 2010.

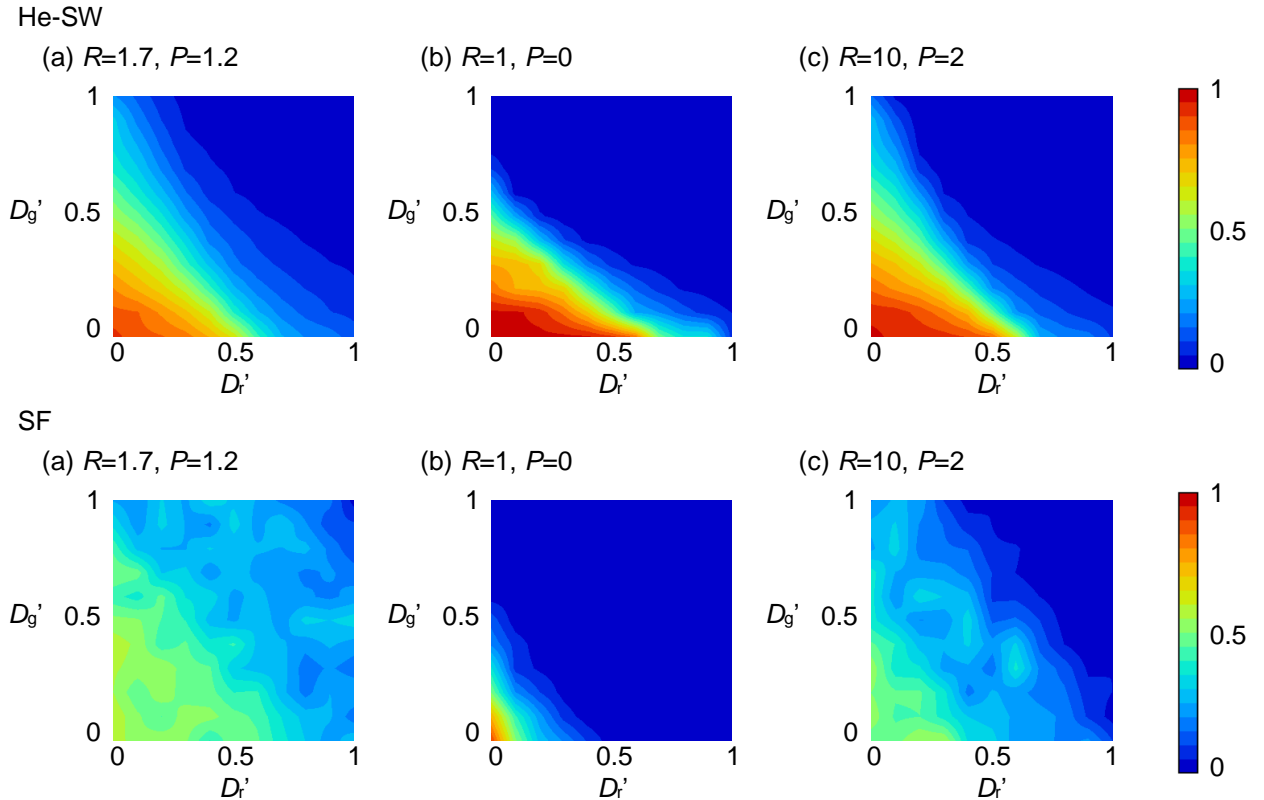


図 4-18 : 戦略的応方法 IM とした場合の He-SW と SF における均衡到達後の平均協調率の D_g' - D_r' 平面図. それぞれ (a) $R=1.7, P=1.2$, (b) $R=1, P=0$, (c) $R=4, P=2$ とした場合の結果. 上パネルが He-SW, 下パネルが SF における結果.

4.5 結論

均衡の協調率を左右するゲーム構造の影響を普遍的に表すためジレンマ強さを適切に定義することは重要である. このジレンマの強さを表すパラメータとしてギャンブル型ジレンマ $D_g = T - R$ とリスク回避型ジレンマ $D_r = P - S$ を用いることは, 無限サイズの well-mixed 集団に対しては有効であるが, 互惠機構により何らかの社会粘性が集団に付加されると普遍的パラメータたり得なくなる. そこで, 新たに $D_g' = (T - R)/(R - P)$ と $D_r' = (P - S)/(R - P)$ を定義して, これらが普遍的にジレンマ強さを表すスケーリングパラメータとして有効であることを論証した.

まずは, Taylor & Nowak⁸ の理論的知見に基づき, ネットワーク互惠を含む五つの互惠サポート効果を付加したゲームにおける協調進化の様態, すなわち協調と裏切り戦略が進化的安定となる条件, 内部均衡点が, 基本的には D_g' と D_r' だけで記述できることを示した. また, 有限集団における固着条件も同様に D_g' と D_r' だけで記述できる. さらに, Németh & Takács²⁹ が主張していた「パラドクス」が D_g' と D_r' を適用することでジレンマの大小に整合的であり, 何らパラドクスでないことを示した. これらにより, 社会粘性があるゲームにおいてゲーム構造が有するジレンマ性で決まる進化の帰結は, 基本的には D_g' と D_r' だけをゲームパラメータとして普遍的に表すことが出来ることが証された.

さらに、ネットワーク互恵について数値実験を行い、上記のことを検証するとともに、**Scale Free** など次数分布がヘテロなネットワーク上のゲームでは、ゲーム構造の影響が次数分布に応じてエージェント毎に異なってくるため、 D_g と D_r で表されるジレンマ強さだけで均衡協調率を普遍的に論じることは出来ないことを明らかにした。

第5章

ネットワーク互恵における

離散戦略，連続戦略，混合戦略のダイナミクス

5.1 緒言

1992年に空間型PD (SPD) の報告がされて以来²²，膨大な数のSPD研究，すなわちネットワーク互恵の効果に関する検討が数多行われてきた。ネットワーク互恵では，次の二つの効果が協調創発を可能にしていると考えられている：(1) ゲーム対戦相手の限定 (2) 局所的な戦略適応 (エージェントはリンク接続している隣人エージェントの戦略のみをコピーする)。これら二つの効果によって，エージェントがC戦略もしくはD戦略のどちらかしかない単純な戦略しか持ち得ない場合 (1bit 記憶) であっても，囚人のジレンマゲーム (PD) でCエージェントが生き残れるようになる。

ところで，既往研究では，エージェントは完全な協調もしくは裏切りで定義されるバイナリーな2値戦略を有する (離散戦略) とされてきたが，現実社会を考えるとこの前提は妥当とは云い難い。なぜなら，実際には完全な協調者や裏切り者はほとんど存在せず，むしろその中間の戦略を選択するエージェントが大多数だと考えられるからである。つまり，エージェントは，戦略値が $[0,1]$ の実数で定義される連続戦略もしくは混合戦略を有すると想定すべきである。

well-mixed な無限サイズ集団において，離散戦略と，連続値を許した連続戦略と混合戦略の均衡点が一致することが証明されている^{54, 55}。しかし，well-mixed な有限サイズ集団やネットワーク互恵を付加したジレンマゲームにおいては，それら3戦略の均衡点に関する議論が行われてこなかった。

この背景から，筆者らは well-mixed な有限サイズ集団とネットワーク互恵を付加したジレンマゲームにおける3戦略の均衡に注目し，それが異なることを報告した (離散戦略と連続戦略のみ注目している)⁵⁶。特にネットワーク互恵を付加したジレンマゲームにおいては，3戦略の均衡点の差異がドラスティックに異なっていることがわかっている。しかし，3戦略の均衡点の差異がどのように生じ，何故生じるか，ダイナミクスの本質を理解するには十分な検討が為されていなかった。本章では，これらの諸点を，包括的かつ体系的な数値実験により明らかにする。

⁵⁴ Vincent, T.L., Cressman, R.; An ESS Maximum Principle for Matrix Games, *Theor. Pop. Biol.* 58, 173 (2000).

⁵⁵ Day, T., Taylor, P.D.; Evolutionary dynamics and stability in discrete and continuous games, *Evol. Ecol. Res.* 5, 605 (2003)

⁵⁶ Zhong, W., Kokubo, S., Tanimoto, J.; How is the equilibrium of continuous strategy game different from that of discrete strategy game?, *BioSystems*, *In Press*, 2011.

5.2 モデル

5.2.1 離散戦略・連続戦略・混合戦略

2人2戦略ゲーム、つまり、 2×2 ゲームを原型とする。離散戦略を想定する場合、エージェントは離散手である協調 (Cooperation, C) もしくは裏切り (Defect, D) のどちらかを選択する。 2×2 ゲームの利得構造をこれまでと同様に P (Punishment, 自他の手組は D-D, 以下同様), R (Reward, C-C), S (Saint, C-D), T (Temptation, D-C) で表す。 $R=1, P=0$ で固定し D_g と D_r を導入すると、ゲーム構造は式(5-1)で表される。

$$G = \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline C & (R & S) \\ D & (T & P) \end{array} = \begin{array}{c|cc} & C & D \\ \hline C & (1 & -D_r) \\ D & (1 + D_g & 0) \end{array} \quad (5-1)$$

ここでの D_g と D_r は、第4章で導入したスケーリングパラメータのことを指しており、それぞれ $D_g = \frac{T-R}{R-P}$ と $D_r = \frac{P-S}{R-P}$ で定義されている (ただし、 $R=1, P=0$ で固定しているため $D_g = T-R, D_r = P-S$ で定義した場合も同じ値を示す)。本論では $D_g \in [0,1], D_r \in [0,1]$ の PD ゲームのクラスを主に考察対象とする (一部, Chicken ゲームのクラスも考察対象としている)。

連続戦略を想定する場合、エージェント i は $s_i \in [0,1]$ で定義される実数値を戦略として有する ($s_i=0, s_i=1$ はそれぞれ完全な C 戦略と D 戦略を表している)。本稿では、エージェント i がエージェント j とゲームを行った際に得る利得 $\pi(s_i, s_j)$ を、次式(5-2)で定義した。

$$\begin{aligned} \pi(s_i, s_j) &= (S-P)s_i + (T-P)s_j + (P-S-T+R)s_i s_j + P \\ &= -D_r s_i + (1 + D_g)s_j + (-D_g + D_r)s_i s_j \end{aligned} \quad (5-2)$$

この定義は、 P, R, S, T の四つの端点の間を単純に補間したものである。

混合戦略を想定する場合、連続戦略と同様、エージェント i は $s_i \in [0,1]$ で定義される実数値を戦略として有する。しかし、連続戦略とは異なり、各エージェントはその戦略値に基づき、確率的に離散手である C もしくは D を出す。すなわち、エージェント i は $\text{Rnd}[\] < s_i$ の場合に C を出し、それ以外は D を出す。ここで、 $\text{Rnd}[\]$ は一様分布に従う乱数を表している。

5.2.2 シミュレーション方法

全エージェント数 N を 4900 とし、平均次数 $\langle k \rangle$ が 8, 12 となるようにネットワークを生成する。ネットワーク構造は以下の 7 つを用いた：

- (1) 一次元格子グラフ (以下 Cycle)。
- (2) 二次元格子グラフ (Lattice)。
- (3) ショートカット確率として Ren らを参考に $p=0.2$ で付した次数分布のないスモールワールドグラフ (Ho-SW)。
- (4) Wattz と Strogatz が考案した次数分布がある、ショートカット確率 $p=0.2$ のスモールワールドグラフ (He-SW)。
- (5) 次数分布のないランダムグラフ (以下 RR)。
- (6) Eros と Renyi が考案したランダムグラフ (E-R)。
- (7) BA アルゴリズムにより作成したスケールフリーグラフ (SF)。

ただし、E-R は $\langle k \rangle \ln N$ の関係を満たさなければならないので、E-R のみ平均次数 12 の結果しか示していない。ある時間ステップ、各エージェントは隣人と τ 回ずつゲームを行い、その合計利得により戦略を更新する。戦略適応方法として Imitation Max (IM) と Fermi-PW (F-PW) を用いたが、主に IM を考察対象とする (F-PW に関しては一部でのみ対象としている)。また、全エージェント一斉に戦略更新を行うシンクロ更新方法を用いた。一部においてのみ $\tau > 1$ を想定するが、それ以外は $\tau = 1$ を想定した。初期協調率 (協調者の戦略比) は 0.5 とする。連続戦略と混合戦略では $s_i \in [0,1]$ の一様分布を想定している。各試行は、戦略値と利得の平均の摂動が十分小さくなり擬似均衡と見なせるまで続ける。摂動が大きく均衡に達しなかった場合は、上限である 10000 時間ステップの最終 100 ステップの平均データを算出する。PD クラス ($D_g \in [0,1]$, $D_r \in [0,1]$) においてそれぞれ 0.1 刻みの $11 \times 11 = 121$ ポイントのシミュレーションを行い、各ポイントにおいて 100 試行実行する。本稿では解析する際、以下の四つの PD 領域を定義した。

- (1) PD の全 121 ポイント (AllPD)。
- (2) $D_g = D_r$ の所謂 Donor & Recipient ゲームと呼ばれる 11 ポイント (DRG)。
- (3) $D_r = 0$ の PD と Chicken ゲームの境界ゲームにおける 11 ポイント (BCH)。
- (4) $D_g = 0$ の PD と Stag Hunt ゲームの境界ゲームにおける 11 ポイント (BSH)。

5.3 結果

図 5-1 に、離散戦略、連続戦略、混合戦略の各ジレンマ領域の平均協調率を示す。図 5-1

から、well-mixed におけるゲームでは等しいと証明されている、離散戦略、連続戦略、混合戦略の均衡が、ネットワークゲームにおいては非常に異なることがわかる。AllPD 領域と DRG 領域ではどのネットワークにおいても、離散戦略と比べ連続戦略は高協調率か同程度の協調率を示していて、混合戦略は連続戦略よりも高い協調率を示している（図 5-1 (a), (b)）。しかしながら、ギャンブル型 (Chicken 型) ジレンマのみが存在する BCH 領域とリスク回避型 (Stag Hunt 型) ジレンマのみが存在する BSH 領域の結果を比較すると、どちらのジレンマが存在するかにより、協調 enhance 効果は 3 種類の戦略で異なる性質を示していることがわかる（図 5-1 (c), (d)）。そこで、まず、BCH 領域と BSH 領域に注目して考察を行う。その際、図 5-2 に PD 全域の協調率を詳細に示している $k=8$ の Lattice を例に挙げて 3 戦略の比較を行う。

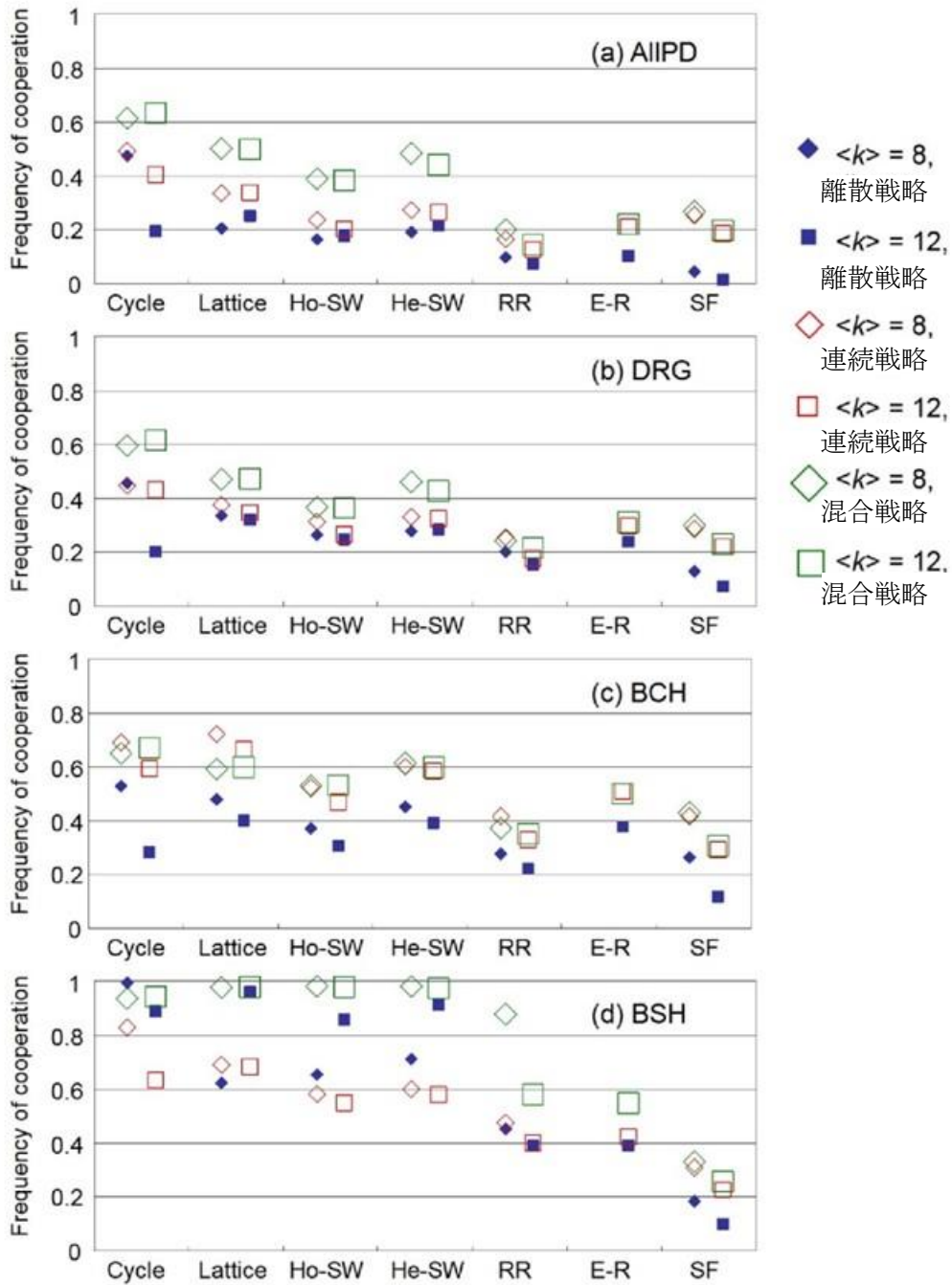


図 5-1 : 7 種のネットワークにおける, 離散戦略, 連続戦略, 混合戦略の各ジレンマ領域の平均協調率. (a) AllPD, (b) DRG, (c) BCH, (d) BSH.

5.3.1 BCH 領域における考察

まず, BCH 領域における 3 戦略の比較を行う. BCH 領域ではどのネットワークにおいても, 離散戦略に比べると, 連続戦略と混合戦略の均衡は高協調率を示している (図 5-1 (c)).

ここからは, $\langle k \rangle = 8$ の Lattice を例に挙げて考察していく. 図 5-2 の BCH 領域付近を観ると, 離散戦略では全員裏切りの均衡に到達しているジレンマが強いゲームの場合でも, 連続

戦略と混合戦略では、ある程度の協調率が保たれていることがわかる。

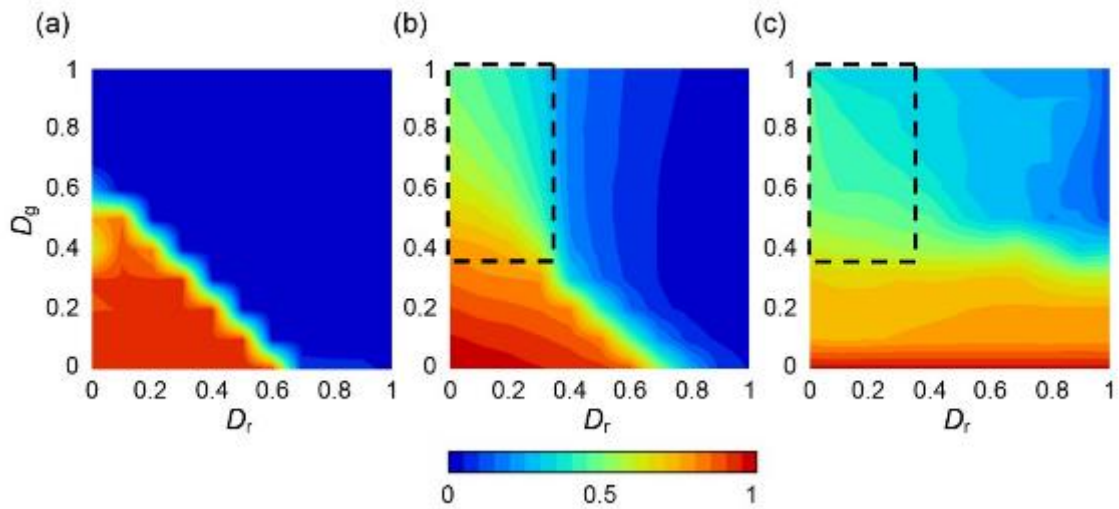


図 5-2 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における PD 全領域 ($0 \leq D_g \leq 1$, $0 \leq D_r \leq 1$) の平均協調率。

(a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略.

空間型 PD においてギャンブル型ジレンマが強くなると内部均衡に到達するようになる。そのために、完全な協調と裏切りの両極端の戦略しか存在し得ない離散戦略では、 D_g がある閾値を超えると大多数が協調戦略を選択する状態から全員が裏切り戦略を選択する状態へと崩落してしまうのに対し、中間戦略が存在する連続戦略と混合戦略では、 D_g が大きくなってもある程度の協調率が保たれると考えられる。これに関連して、 D_g が小さい BCH 領域では、連続戦略と混合戦略は離散戦略よりも低協調率の結果を示している。これは次の二つのことが原因であると考えられる。まず、初期状態における完全な協調エージェントの割合が、離散戦略に比べて連続戦略と混合戦略では少ないことが挙げられる。 $s_i > 0.9$ のエージェントを仮に「完全な協調エージェント」とするならば、初期状態において、離散戦略では完全な協調エージェントは全エージェントのほぼ 50% を占めているのに対し、連続戦略と混合戦略で 10% 程度しか存在しない（なぜなら、本研究での連続戦略と混合戦略におけるゲームの初期配置は、一様分布に従うようにしているため）。さらに、クラスターがまだ形成されていない初期状態において、完全な協調エージェントの隣人の内、戦略値が完全な協調エージェントの戦略値よりも低い（裏切りの）エージェントの割合が、離散戦略に比べて連続戦略と混合戦略では高いことである。ここでも、 $s_i > 0.9$ のエージェントを完全な協調エージェントであるとすると、離散戦略では完全な協調エージェントの隣人の内、そのエージェントよりも戦略値が低いエージェントの割合はほぼ 50% であるのに対し、連続戦略と混合戦略では 90% 程度も存在することになる。つまり、離散戦略に比べて連続戦略と混合戦略では、完全な協調エージェントは、エピソード初期からあまり存在しておらず、その上、隣人から貪られる可能性も高いので、ジレンマの弱いゲームでも初期に生き残れる可能性が離散戦略のそれより低くなってしまふ。

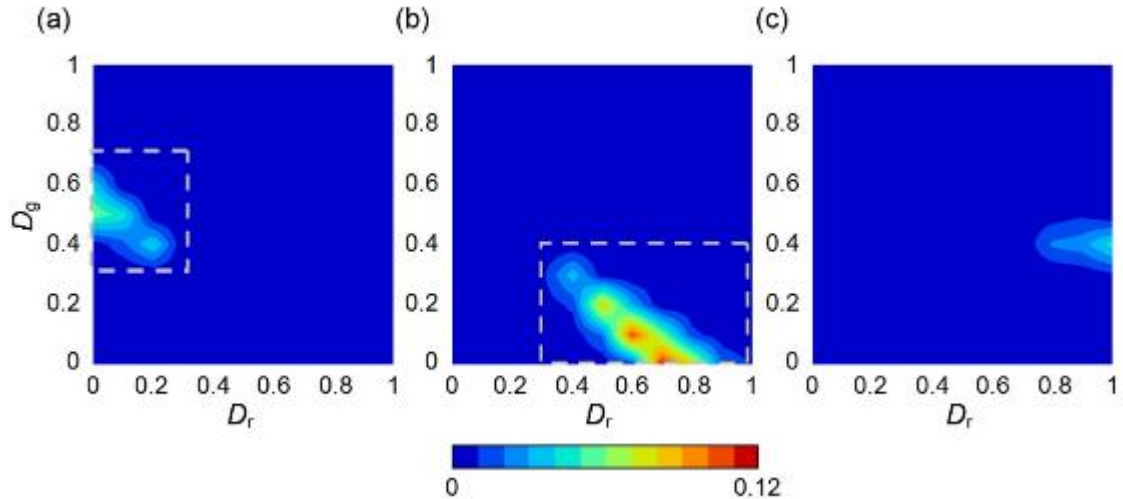


図 5-3 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における PD 全領域 ($0 \leq D_g \leq 1$, $0 \leq D_r \leq 1$) の 100 試行の協調率分散. (a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略.

図 5-3 は, 100 試行の均衡到達後における協調率の分散を示している. 離散戦略において, BCH 領域付近で高い分散値を示しているのは, そこでの均衡がほぼ全員協調か全員裏切りのどちらかの均衡に到達する bi-stable 的な性質を持つからである (図 5-3 (a)). 一方, 連続戦略と混合戦略を観ると, BCH 領域付近では協調率の分散は小さく, これら 2 戦略の BCH 領域におけるゲームでは, 試行に依らず毎回ほぼ同じ内部均衡に到達していると考えられる (図 5-3 (b), (c)). これは, 上述したように, この二つの戦略に存在する中間戦略が影響している. 図 5-4 は, 連続戦略と混合戦略の均衡到達後における戦略分布の 100 アンサンブル平均を示しており, ジレンマがごく微弱な場合を除きピークを示す戦略値は 0 と 1 の中間値であり, ジレンマが強くなるにつれて徐々に低くなっていくことがわかる.

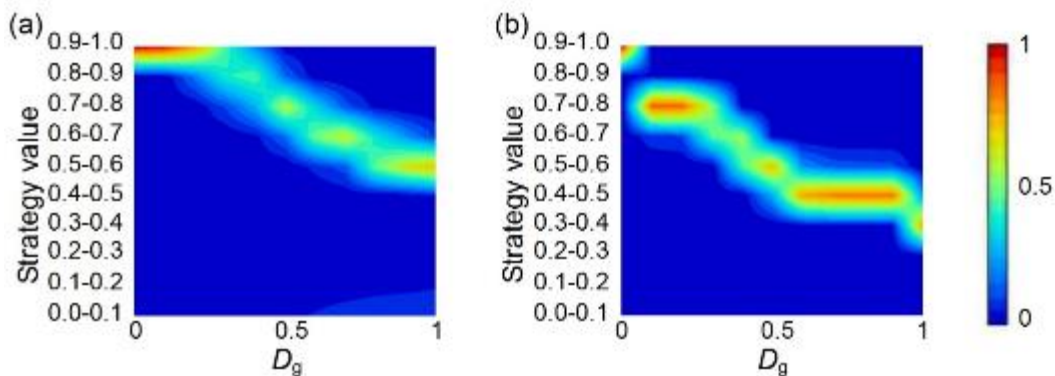


図 5-4 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における BCH 領域 ($0 \leq D_g \leq 1$, $D_r = 0$) の戦略分布図 (100 アンサンブル平均). (a) 連続戦略, (b) 混合戦略.

以上から, BCH 領域において, 離散戦略に比べ連続戦略と混合戦略の均衡が高協調率を示すのは, 連続戦略と混合戦略の 2 戦略では, エージェントが完全な協調戦略と完全な裏切

り戦略の中間の戦略を選択することが可能であるためだと言える。エージェントが完全な協調と裏切りの間の中間的戦略値を選択することで、ゲーム本来が持つ内部均衡点に到達することができるので、両極端な戦略しか存在しない離散戦略に比べると高協調率を維持することができる。これは、次のように説明することもできる。一般的に、空間型 PD で形成される協調クラスター、つまり、C クラスターが Chicken ゲームでは形成されない⁵⁷。なぜなら、両極端の戦略しか存在しない離散戦略では、ギャンブル型ジレンマを解く上で C クラスターを形成するメリットがほとんど無いからである。しかし、中間戦略が存在する連続戦略と混合戦略では、要求される内部均衡と一致する中間的な戦略値を持ったエージェントにより協調的なクラスターが形成され、そのために、ある程度の協調率が維持されるのである。

5.3.2 BSH 領域における考察

次に、BSH 領域における 3 戦略の比較を行う。離散戦略と連続戦略の均衡の差異と、離散戦略と混合戦略の均衡の差異は、それぞれ異なる性質を示している (図 5-1 (d))。そこで、離散戦略と連続戦略の比較と、離散戦略と混合戦略の比較の二つに分けて考察を行う。

まず、離散戦略と連続戦略の均衡を比較する。2 戦略の協調率の大小関係はネットワークによって異なっており、BCH 領域とは異なり、離散戦略が高協調率を示している場合の方が多い。これは、リスク回避型ジレンマが、全員協調か全員裏切りかの bi-stable 的な均衡へ到達するよう作用することに関係している。上述したように、中間戦略が存在する連続戦略では、初期に完全な協調エージェントが生き残ることは難しい。内部均衡に到達するように作用するギャンブル型ジレンマが相対的に大きい場合ならば、生き残った中間戦略により協調的クラスターが形成されることである程度の協調が維持されるだろうが、リスク回避型ジレンマが強い場合は bi-stable 的な均衡へと引き寄せられるので、中間戦略は完全な裏切り戦略によって淘汰されてしまう。$k=8$ の Lattice における、連続戦略の均衡到達後での戦略分布の 100 アンサンブル平均を示した図 5-5 から、BSH 領域では均衡到達後には中間戦略が生存していないことがわかる。結果として、離散戦略に比べて連続戦略における BSH 領域では、全員裏切りの均衡に到達する可能性が高くなる。以上から、ギャンブル型ジレンマがほとんど無く、リスク回避型ジレンマのみが存在する場合は、中間戦略の存在は、協調ではなく裏切りを促進するように作用する場合が多いのだと考えられる。

次に、連続戦略と混合戦略の均衡の違いを考察する。離散戦略と混合戦略を比較すると、混合戦略が高協調率を示す場合の方が多い (図 5-1 (d))。これは混合戦略が戦略値に応じて確率的に戦略を選択することと深く関係している。例えば、戦略値 s_i のエージェント i と戦略値 s_j のエージェント j がゲームを行うとする。離散戦略と連続戦略では、 $s_i > s_j$ の場合、必ずエージェント j の利得の方が高くなる。しかし、戦略値に応じて確率的に協調か裏切りを選択する混合戦略では、 $s_i > s_j$ の場合でも、稀にエージェント i が裏切りをエージェント j が協調を選択することにより、エージェント i の利得の方が高くなる可能性もある。混合戦

⁵⁷ Hauert, C, Doebeli, M.; Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game, Nature 428, 643–646, 2004.

略では、この「逆転勝利」により、初期に裏切り戦略からの侵略を逃れることができた協調戦略によるクラスターが他の2戦略よりも比較的多く形成されるので、BSHで高い協調率を示すのだと考えられる。これは、図5-6に示す連続戦略と混合戦略のLattice ($\langle k \rangle = 8$)における2世代目の $s_i > 0.9$ (協調的エージェント)の生存率からもわかる。

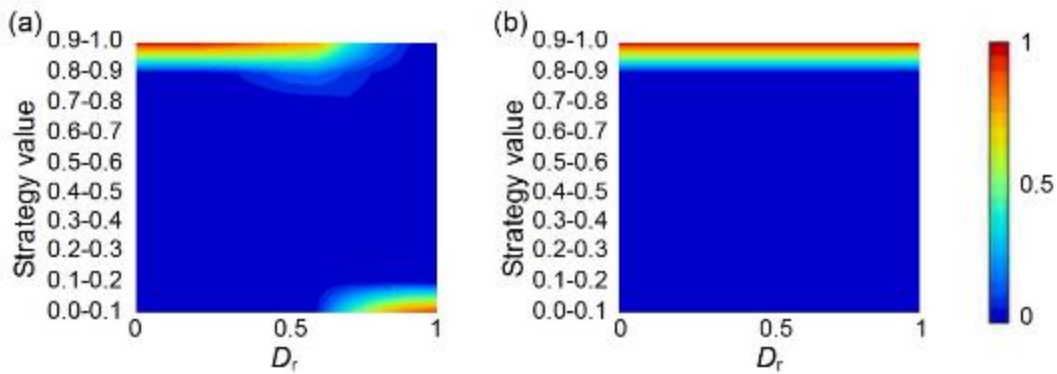


図 5-5 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における BSH 領域 ($D_g = 0$, $0 \leq D_r \leq 1$) の戦略分布図 (100 アンサンブル平均). (a) 連続戦略, (b) 混合戦略.

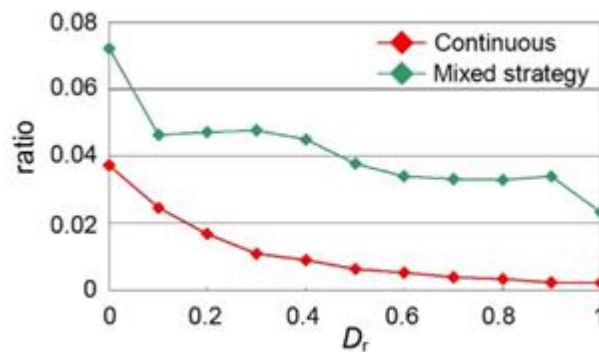


図 5-6 : 戦略値 0.9 以上のエージェントの 2 世代目における生存率. BSH 領域での結果. 赤プロットが連続戦略, 緑プロットが混合戦略の結果.

ただ、SFのBSH領域を見ると、平均次数8と12どちらにおいても、連続戦略の協調率は混合戦略とほぼ同じ値を、そして離散戦略よりも高い値を示している(図5-1(d)).そこで、 $\langle k \rangle = 8$ のSFに注目して、図5-7に全PD領域の協調率のコンター図を示す。連続戦略と混合戦略は離散戦略に比べ、ギャンブル型ジレンマとリスク回避型ジレンマどちらのジレンマが大きくなってもある程度の協調率が保たれていることがわかる。また、逆に、ジレンマが弱い場合は、連続戦略と混合戦略は離散戦略に比べ低協調率になっている。

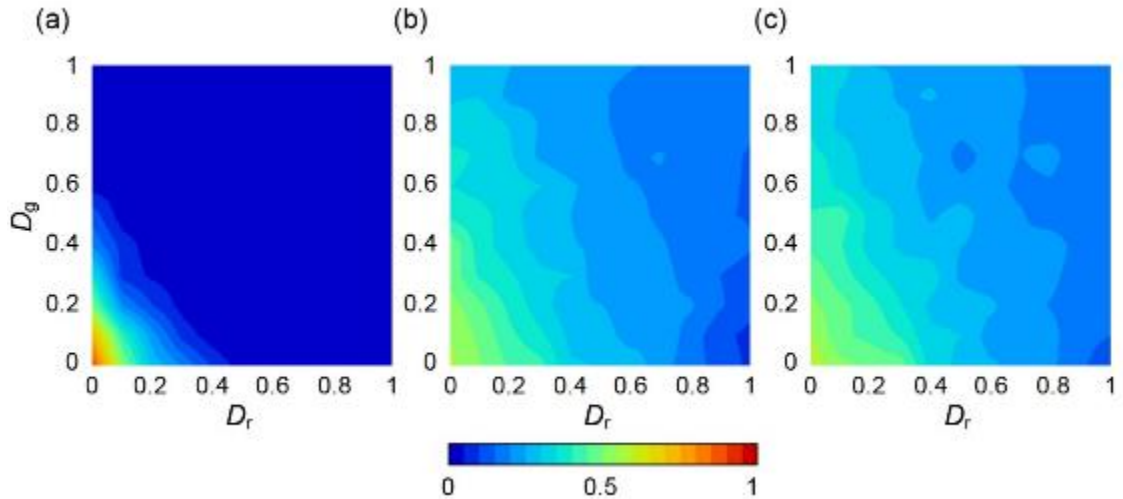


図 5-7 : $\langle k \rangle = 8$ の SF における全 PD 領域の協調率。
 (a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略.

図 5-8 の BSH 領域における試行毎の協調率と 100 アンサンブル平均協調率を見ると、均衡は bi-stable 的ではなく、様々な内部均衡に到達していることがわかる（これは図 5-3 に関する考察でも述べた）。さらに、均衡における戦略値分散を示した図 5-9 から、この内部均衡は、ある一つの戦略によりほぼ構成されていることがわかる。これは、SF には高い次数を持ったハブエージェントが存在し、戦略の伝搬はハブエージェントを通じて広がっていく、ということが原因であると考えられる。連続戦略と混合戦略ではエージェントは様々な戦略値を持った者が存在するため、初期に戦略値が相対的に高い（協調的な）エージェントがハブとなる可能性が、離散戦略に比べて極めて低い。また、もし戦略値が高いエージェントがハブになれたとしても、既述したように、離散戦略に比べると連続戦略と混合戦略では、ハブエージェントの周りはハブエージェントよりも低い戦略値のエージェントで構成されている可能性が圧倒的に高いので、クラスターが何も形成されていないエピソード初期では、戦略値が高いハブエージェントはそれよりも戦略値が低いエージェントに取って代わられてしまう。しかし、連続戦略と混合戦略では、完全な裏切りエージェントも完全な協調エージェント同様に少ないので、ハブエージェントの戦略値はそこまで低いものにならず、中間的な値になる確率が高い。結果として、SF 上の連続戦略と混合戦略によるゲームは離散戦略によるものと比べて、弱ジレンマの時には低協調率、強ジレンマの時には高協調率となるのであろう。

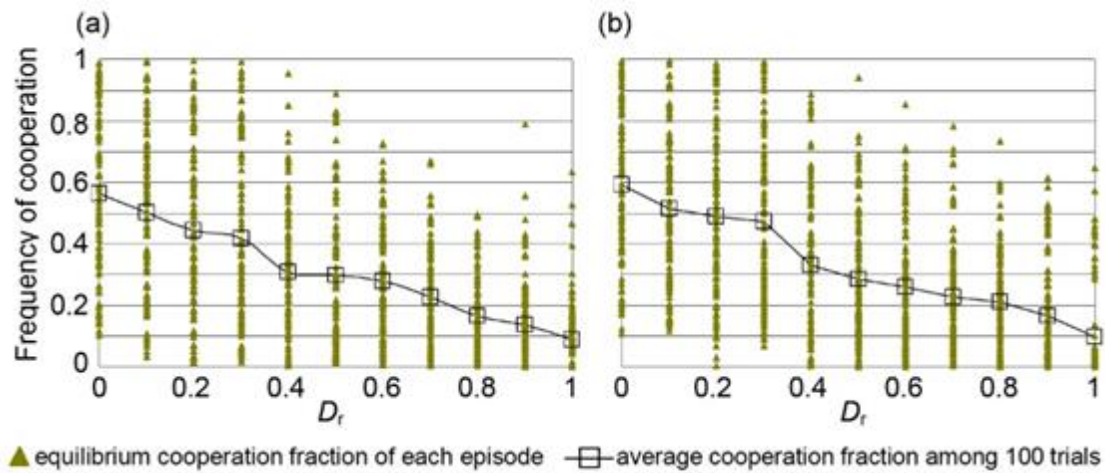


図 5-8 : $\langle k \rangle = 8$, SF の BSH 領域における, 試行毎の協調率と 100 アンサンブル平均協調率. (a) 連続戦略, (b) 混合戦略.

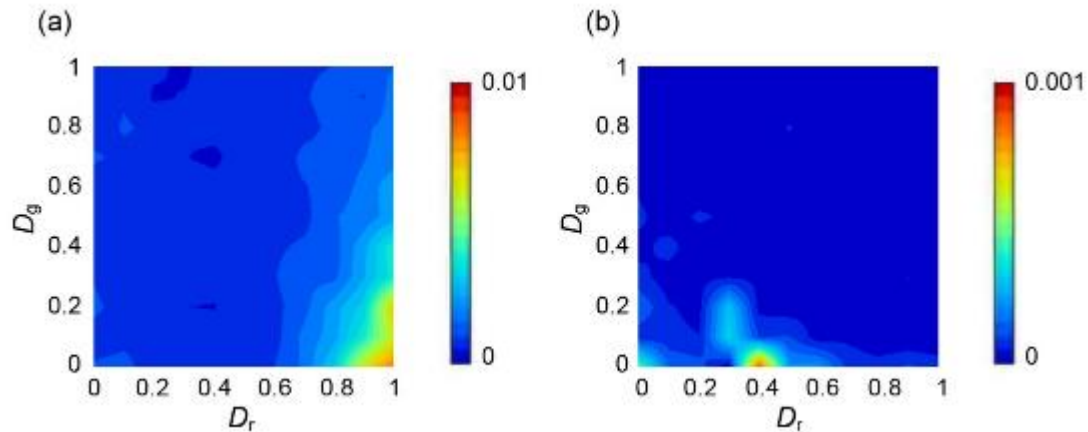


図 5-9 : $\langle k \rangle = 8$ の SF における, 均衡到達後の戦略値分散の 100 アンサンブル平均. (a) 連続戦略, (b) 混合戦略.

また, 他のネットワークに比べて RR と E-R では, 離散戦略と他の 2 戦略の均衡の差が小さい結果となっている. これは, この二つのネットワークが, 3 戦略の均衡の差異がないことが証明されている well-mixed な状況に近い性質を持っていることが原因の一つだと考えられる.

5.3.3 DRG 領域と ALLPD 領域における考察

ここでは, 5.3.1 と 5.3.2 での BCH 領域と BSH 領域での結果を踏まえて AIIPD 領域と DRG 領域の考察を行う. AIIPD 領域と DRG 領域を見ると, 離散戦略に比べ連続戦略の方が均衡到達後の協調率が高くなっており, 混合戦略は連続戦略よりも更に高い協調率を示している (図 5-1 (a), (b)). AIIPD 領域と DRG 領域では, ギャンブル型ジレンマとリスク回避

型のジレンマの二つのジレンマが存在するため、BCH 領域と BSH 領域でそれぞれ見られた離散戦略との均衡の特性差が重畳された傾向を示すと予測される。これは、 $\langle k \rangle = 8$ の Lattice での DRG 領域における戦略分布 (図 5-10) の性質が、BCH 領域と BSH 領域における戦略分布 (図 5-4, 図 5-5) が示す性質の中間を示していることからわかる。

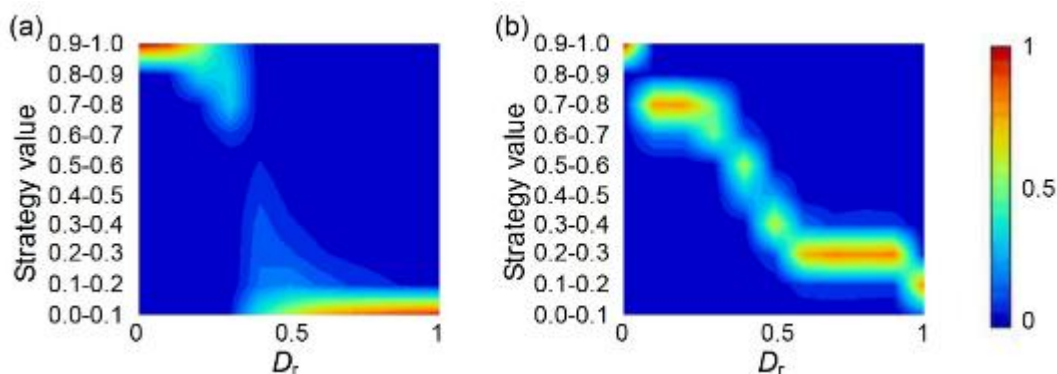


図 5-10 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における DRG 領域 ($0 \leq (D_g = D_r) \leq 1$) の戦略分布図 (100 アンサンブル平均)。(a) 連続戦略, (b) 混合戦略。

ここからまず、離散戦略と連続戦略の均衡の差異について考察する。図 5-1 (c), (d) から、BCH 領域では連続戦略の方が高協調率を、BSH 領域では離散戦略の方が高協調率を示しているが、DRG 領域と AIIPD 領域ではほとんどのネットワークで連続戦略の方が高協調率を示している。図 5-1 からは、BCH 領域での影響と BSH 領域での影響は同程度であるように見えるが、図 5-2 を見ると、連続戦略では $D_g=1$ ではまだ協調率ゼロとなっていない。つまり、BSH 領域での影響よりも BCH 領域での影響が大きいため、この二つの領域での影響が重なり合っている AIIPD 領域と DRG 領域では、離散戦略に比べ連続戦略の方が高協調率を示すのである。

次に、離散戦略・連続戦略と混合戦略の均衡の差異について考察する。離散戦略に比べ混合戦略は、BCH と BSH の両領域で高協調率を示している。そのために、AIIPD と DRG 領域で、離散戦略、そして連続戦略よりも高協調率を示すと考えられる。

5.3.4 進化の初期段階における考察

協調進化に対する「ネットワーク互惠」の本質とは、如何にして初期の裏切り戦略の協調戦略への侵襲を抑えられるか、であると考えられる。なぜなら、協調戦略が裏切り戦略により完全に侵襲されてしまうと協調が絶滅し、裏切り戦略による侵襲が最も激しい、クラスターが形成されていない初期の段階を耐え凌げば、協調はクラスター拡張により増大して併存平衡に至ると考えられるからである (これについては詳細を第 6 章にて述べる)。

そこで、なぜ連続戦略と混合戦略が離散戦略に比べ高協調率の均衡に到達するのかを、進化の初期段階に注目して考察する。ここでも、 $\langle k \rangle = 8$ の Lattice を例に挙げる。図 5-11, 図 5-12, 図 5-13 は初期の 5 ステップにおける、 $\psi_{D \rightarrow C}$, $\psi_{C \rightarrow D}$, Δp_C , そして、 p_C を示している。ここで、 $\psi_{D \rightarrow C}$ ($\psi_{C \rightarrow D}$) は、あるステップにおいて、戦略値が増加 (減少) したエージェン

ト達の増加分（減少分）の合計を全エージェント数 N で除したものである。つまり、離散戦略であれば、あるステップにおいて D (C) 戦略から C (D) 戦略へと戦略を変更したエージェントの割合に相当する。また、 p_C はあるステップにおける協調率をそれぞれ示しており、 Δp_C は $\Delta p_C = \psi_{D \rightarrow C} - \psi_{C \rightarrow D}$ のことである。したがって、 $\psi_{C \rightarrow D}$ は裏切り戦略がどれだけの強さで、そして、どれだけの速さで、協調戦略を侵略するのかを表す指標として、 $\psi_{D \rightarrow C}$ は協調戦略がどれだけの強さで、そして、どれだけの速さで、裏切り戦略に打ち勝って進化していくのかを表す指標として見なすことができる。明らかに、離散戦略に比べて連続戦略と混合戦略では、裏切り戦略の侵襲は弱く、協調戦略の進化は強い傾向を示している。このことは、夫々、いかに協調クラスターが初期の裏切り戦略からの侵襲から生き残ることができるか、いかに生き残った協調クラスターが拡張してそれなりの協調率に併存平衡に到達することができるか、を示唆している。中間戦略が存在する連続戦略と混合戦略ではこの二点、すなわち初期の D 侵襲を耐え、以降 C が増大していくことがより容易となるため、離散戦略に比べて高協調率の均衡に到達できる。

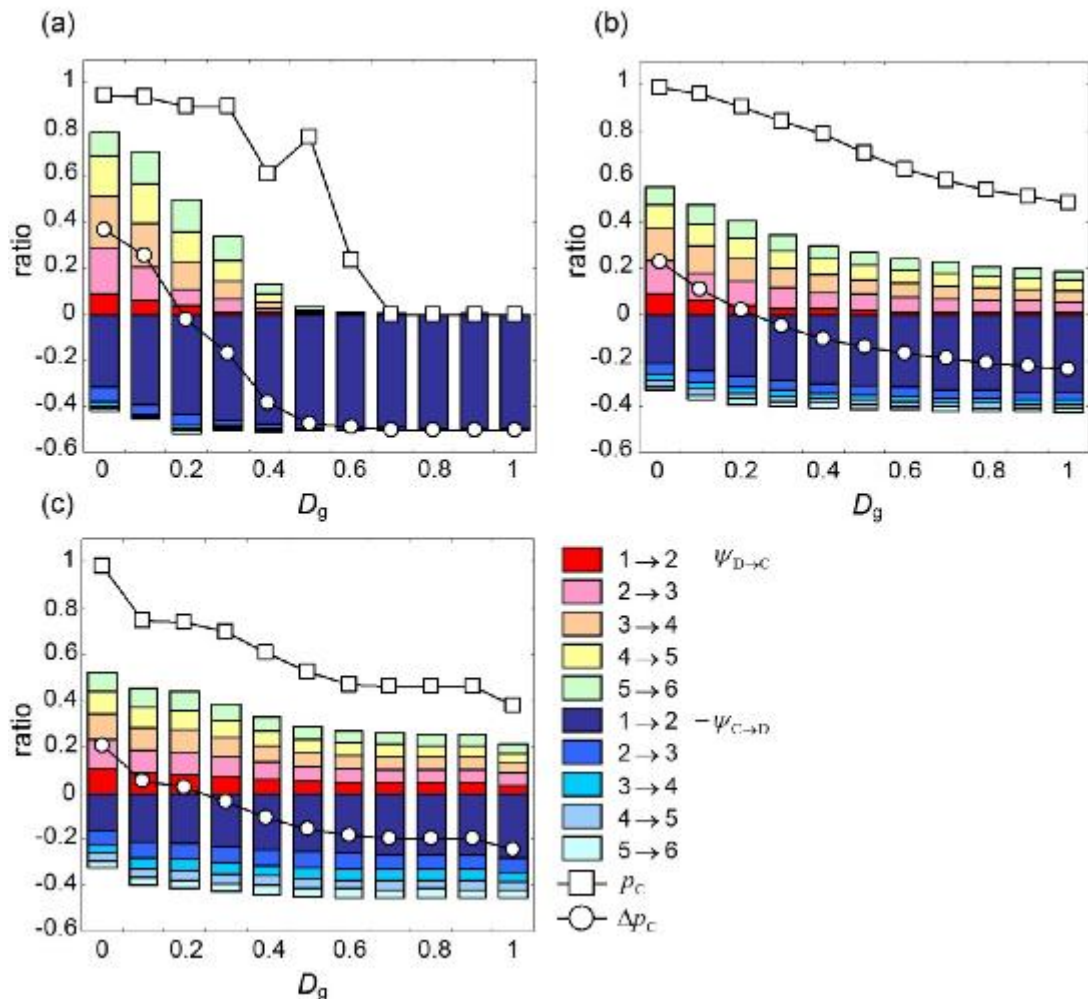


図 5-11：初期 5 ステップ間のジレンマ強さと $\psi_{D \rightarrow C}$ 、 $\psi_{C \rightarrow D}$ 、 Δp_C 、 p_C の関係。
 (a) 離散戦略，(b) 連続戦略，(c) 混合戦略。ゲーム構造は BCH 領域。

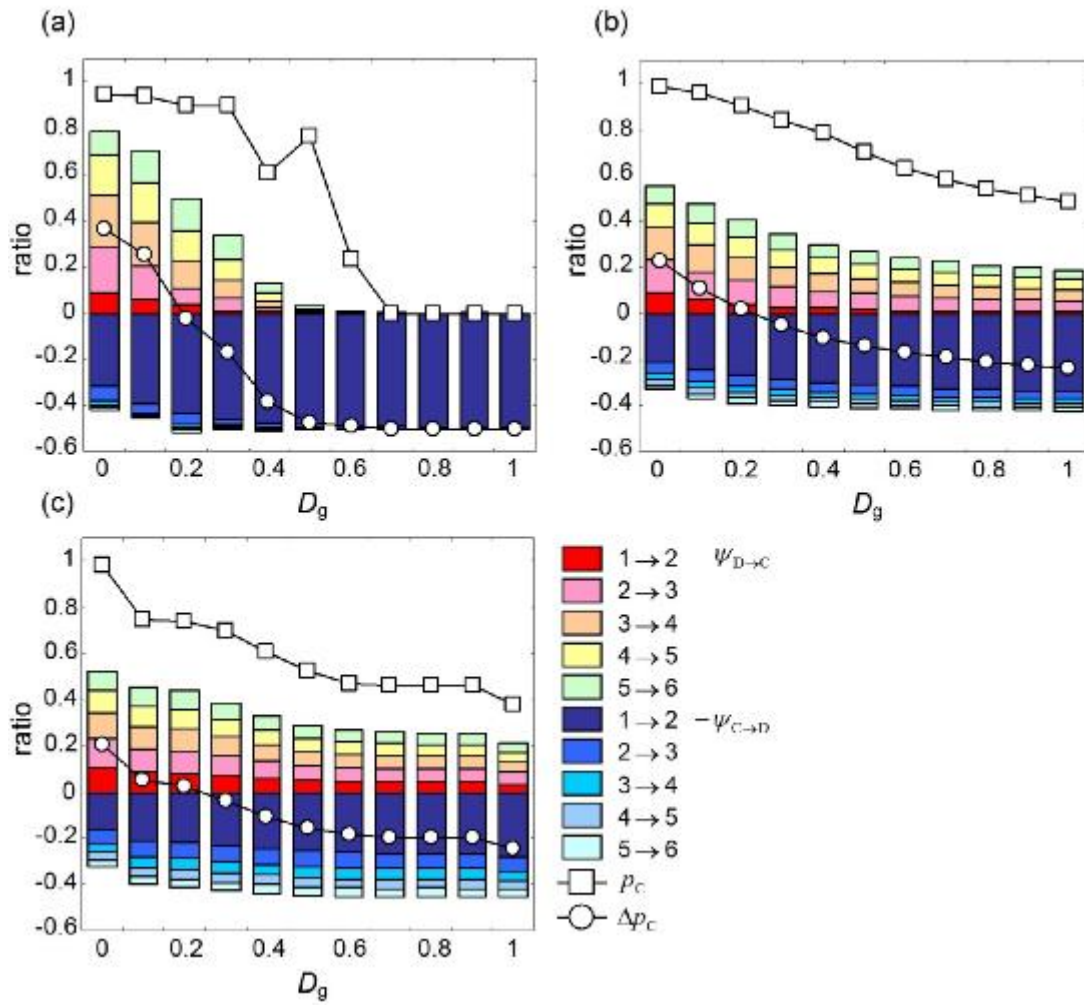


図 5-12：初期 5 ステップ間のジレンマ強さと $\psi_{D \rightarrow C}$, $\psi_{C \rightarrow D}$, Δp_C , p_C の関係.
 (a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略. ゲーム構造は BCH 領域.

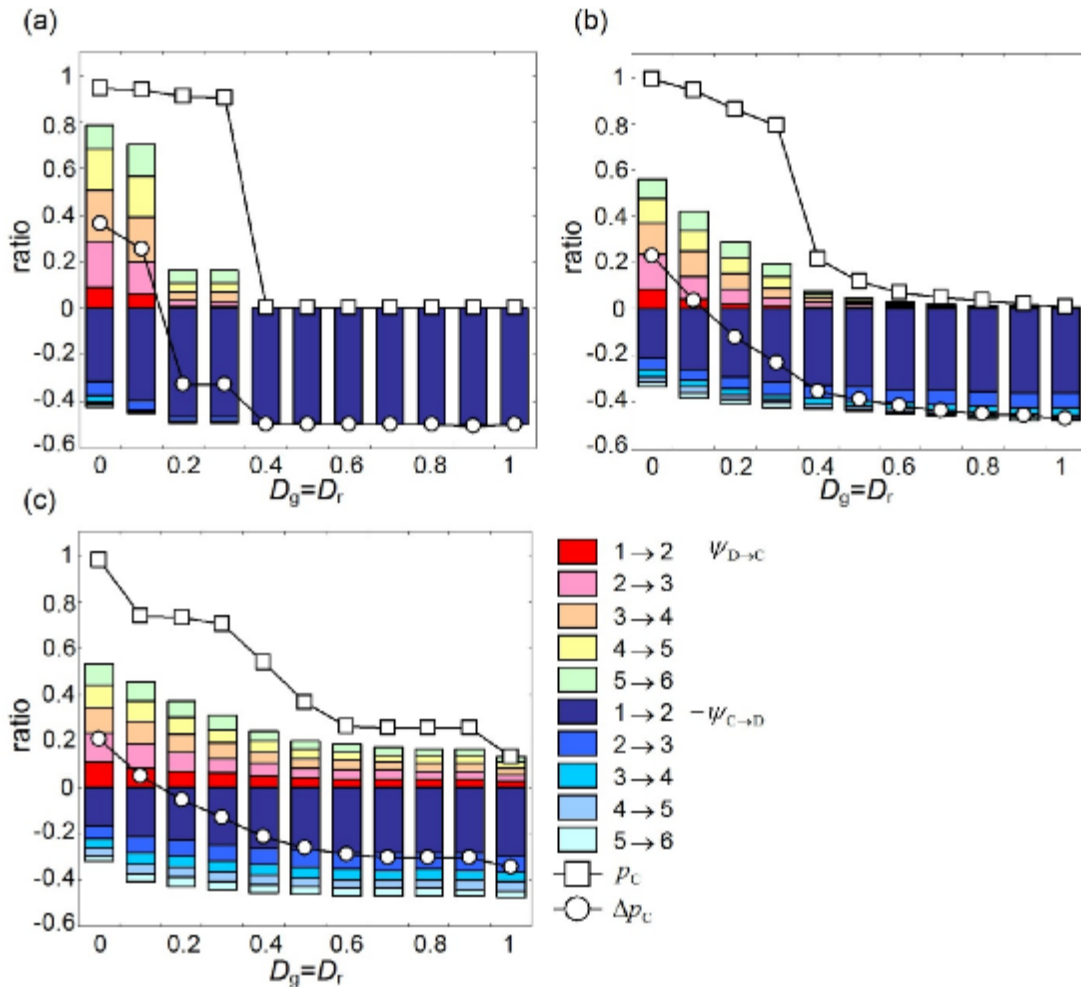


図 5-13 : 初期 5 ステップ間のジレンマ強さと $\psi_{D \rightarrow C}$, $\psi_{C \rightarrow D}$, Δp_C , p_C の関係.
 (a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略. ゲーム構造は DRG 領域.

5.3.5 戦略適応方法 Pairwise-Fermi での 3 戦略の比較

これまで戦略適応方法を IM とした場合の離散戦略, 連続戦略, 混合戦略の比較を行ってきた. ここでは, 戦略適応方法を F-PW としたときの 3 戦略の均衡の差異を調べる. 図 5-14 に離散戦略, 連続戦略, 混合戦略の各ジレンマ領域における平均協調率を示す. 図 5-14 と図 5-1 を比較すると, 戦略適応方法を F-PW とした場合は, IM とした場合ほどの 3 戦略の均衡の差異が生じないことがわかる. これは, F-PW が IM に比べ協調が enhance されないメカニズムを持っているため, 連続戦略や混合戦略であろうが協調が enhance されないからだと考えられる. Cycle や Lattice の BSH 領域と SF の BCH 領域で, 均衡の差異が見られるのは, IM の場合と同様の原因であると考えられる. つまり, 初期配置において, 連続戦略と混合戦略では離散戦略に比べて, 完全な協調戦略 ($s_i > 0.9$) が少ないことが原因である.

一般的な F-PW に関して, ネットワークに繋がった隣人中からランダム選択して Pairwise の相手を決めるのではなく, 利得に応じた重みを考慮した確率選択をすると, より大きな協調

enhance 効果が観られると報告されている^{58,59,60}. その選択方法を加味した F-PW であれば、通常のものよりも 3 戦略の均衡の差異がもっと大きく生じるかもしれない。

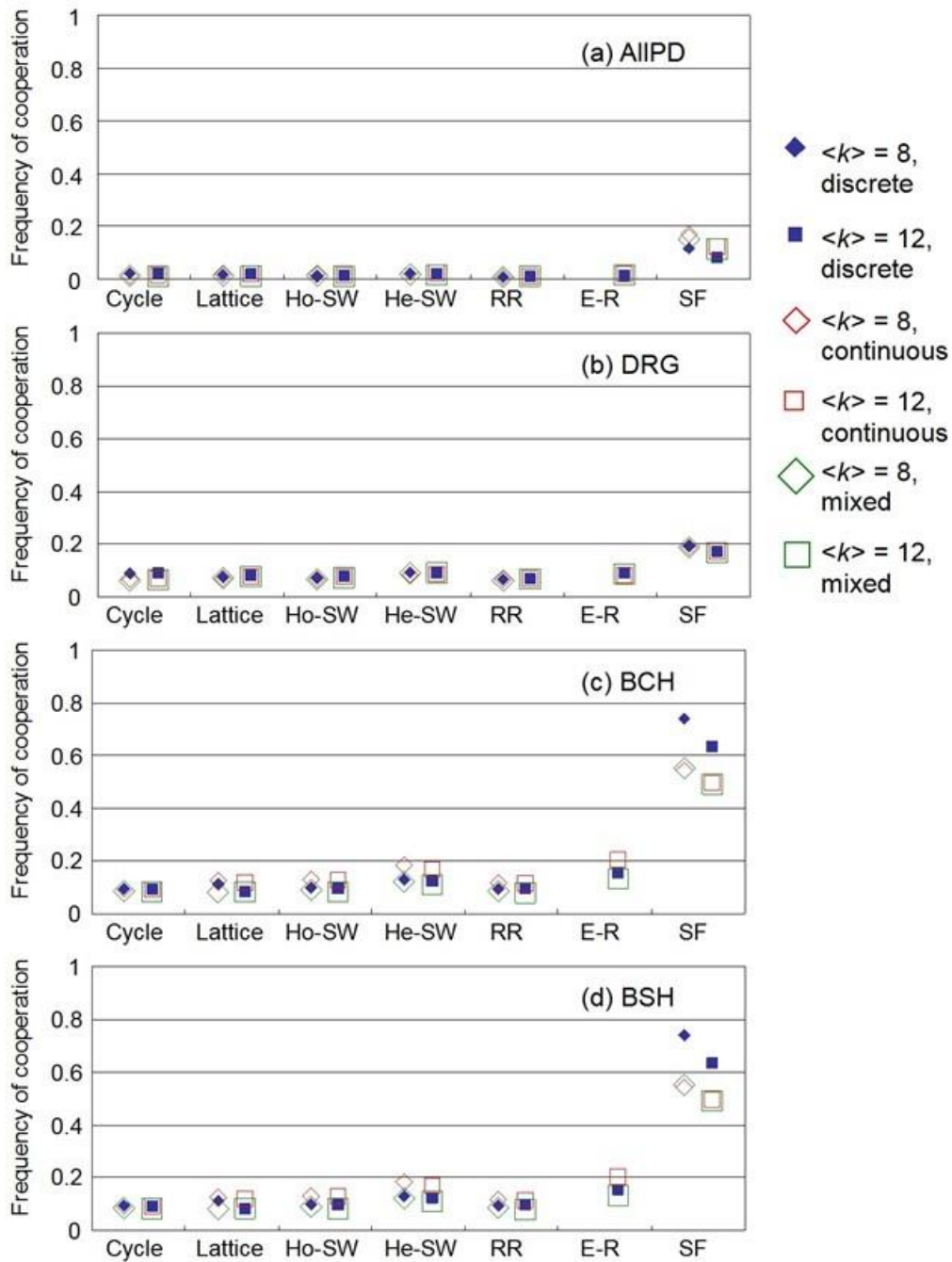


図 5-14 : 戦略適応方法を F-PW とした場合のネットワーク 7 種における離散, 連続, 混合戦略の各ジレンマ領域の平均協調率. (a) AllPD, (b) DRG, (c) BCH, (d) BSH.

⁵⁸ Wang,Z., Perc.M; Aspiring to the fittest and promoted of cooperation in the prisoner's dilemma game, Physical Review E 82, 021115, 2010.

⁵⁹ Perc,N., Wang,Z.; Heterogeneous aspiration promotes cooperation in the prisoner's dilemma game, PLOS one 5 (12), e15117, 2010.

⁶⁰ Tanimoto. J.; Nakata. M.; Hagishima. A.; Ikegaya. N.; Spatially correlated heterogeneous aspirations to enhance network reciprocity, Physica A 391, 680–685, 2012.

5.3.6 Chicken ゲーム領域での比較

この節からは、戦略適応方法として再びIMを採用する。これまで、ゲーム領域をジレンマ強さ $0 \leq D_g \leq 1$, $0 \leq D_r \leq 1$ のPDに限定して考察を行ってきた。ここでは、 $0 \leq D_g \leq 1$, $-1 \leq D_r \leq 0$ のChickenゲームについての考察を行う。Chickenゲームでは、 $S+T(=1+D_g-D_r)$ と $2R(=2)$ の大小によって、もし $S+T < 2R$ なら互いにCを出し合いRを取り合うこと (R互惠^{61, 62}) が公平なパレート最適になるゲームクラス、 $S+T > 2R$ なら交互にDとCを出し合っ T と S を取り合うこと (ST互惠) が公平なパレート最適になるゲームクラスとに分かれる。よって、均衡における互惠関係の効率を評価するのに協調率は適当でないので、図5-15に示した結果では平均利得を示している。離散戦略と連続および混合戦略は明らかに異なり、後者の平均利得は前者に比して高い。後者では平均利得2以上のR互惠より高利得を上げている領域があるが前者にはない。

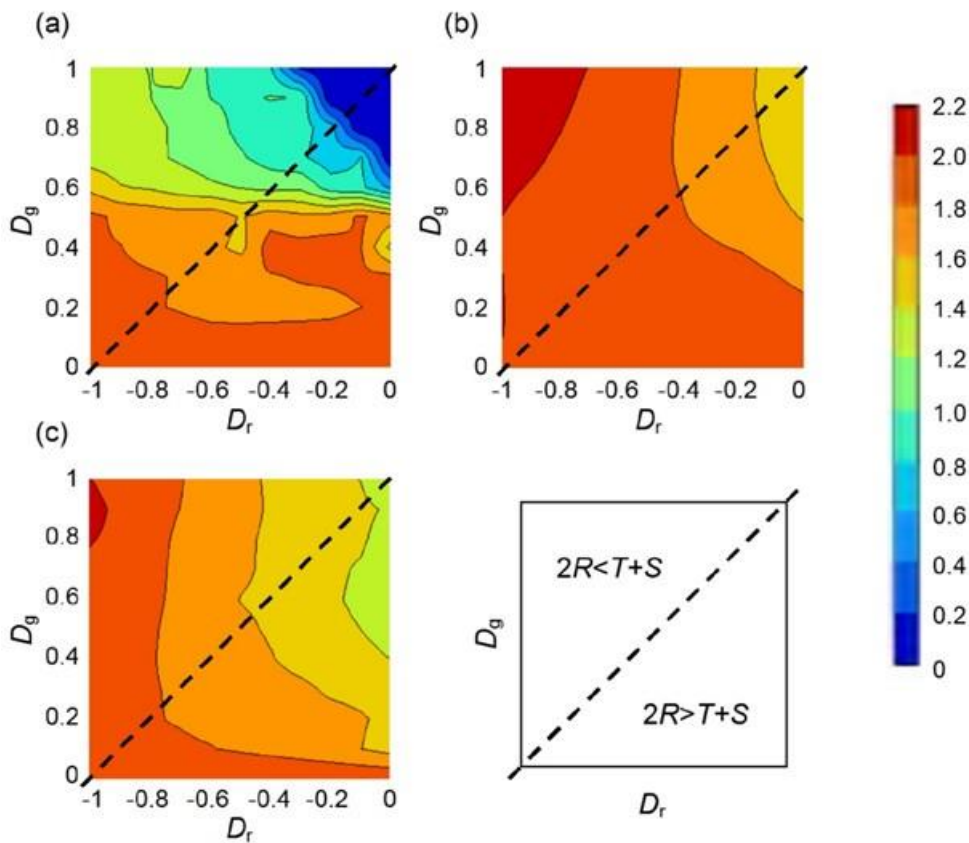


図 5-15 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における chicken game 領域 ($0 \leq D_g \leq 1$, $-1 \leq D_r \leq 0$)

の 1 ゲームで生じる合計利得の平均。(a) 離散戦略, (b) 連続戦略, (c) 混合戦略.

20 アンサンブル平均。破線より上の領域が $2R < T+S$ の領域。

⁶¹ Tanimoto, J., Sagara, H.; A study on emergence of alternating reciprocity in a 2×2 game with 2-length memory strategy, *BioSystems*, 90, 728-737, 2007.

⁶² Tanimoto, J.; Does a tag system effectively support emerging cooperation?, *BioSystems*, 247, 756-764, 2007.

5.3.7 戦略適応速度を遅くした場合における混合戦略の均衡

この節から、ゲーム領域をジレンマ強さ $0 \leq D_g \leq 1$, $0 \leq D_r \leq 1$ の PD に再び限定して考察を行う。混合戦略において戦略適応速度をコントロールして時間 τ ステップ毎に戦略適応する ($\tau > 1$ はゲーム進行に比して遅い戦略適応を意味する) としてシミュレーションを行った。図 7-16 は、混合戦略において戦略適応速度 τ をそれぞれ 10, 25, 50, 100 としたときの結果を示している。 τ が大きくなるにつれ、混合戦略の均衡は連続戦略のそれに近づいていく。混合戦略の持つ確率性が、一回の戦略適应当たりのゲーム回数の増加と共に弱まり、実際に出す手がエージェントの持つ戦略値と一致するようになるので、このような傾向を示すと考えられる。

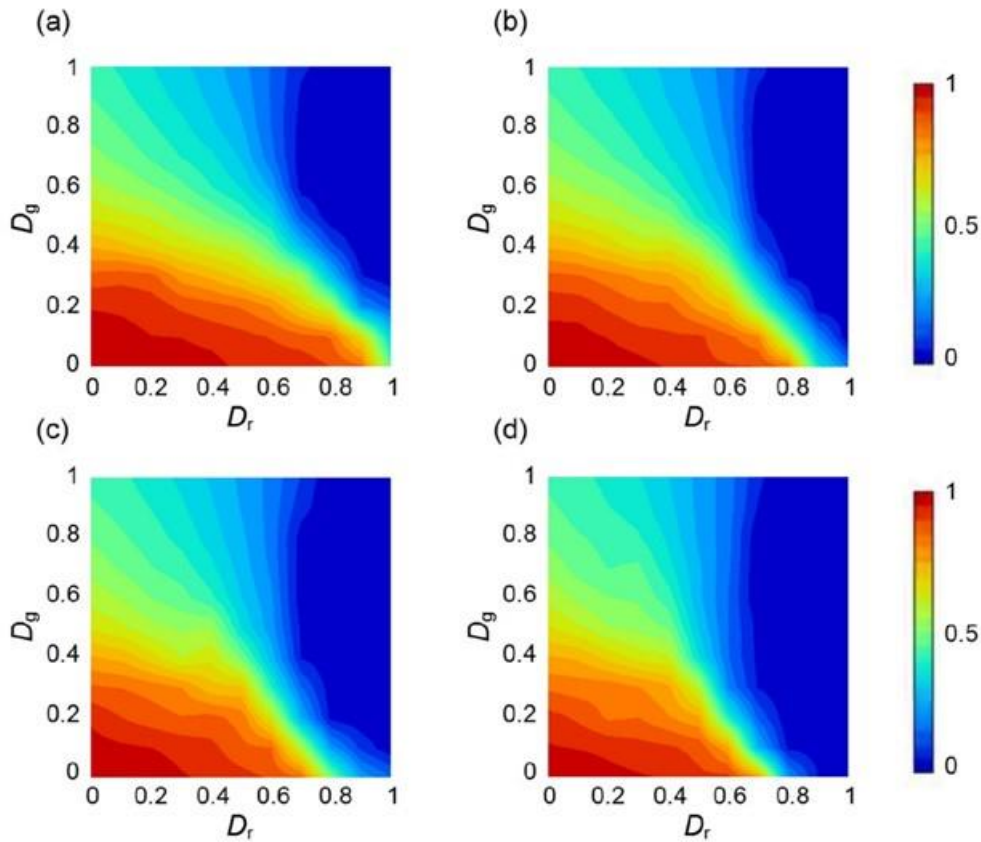


図 5-16 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice において混合戦略の戦略適応速度を (a) $\tau = 10$, (b) $\tau = 25$, (c) $\tau = 50$, (d) $\tau = 100$ とした場合の平均協調率。20 アンサンブル平均 (時間短縮のため 20 アンサンブル平均の結果を示しているが、100 アンサンブル平均の結果とそれとの差異はほとんど生じず、両者が本質的に同じであることを事前に確認している)。

5.3.8 戦略の初期分布と突然変異について

戦略の初期分布と突然変異が、連続戦略と混合戦略の均衡点に及ぼす影響について述べる。連続戦略と混合戦略の初期分布を離散戦略と同じものとし、突然変異を考慮した場合の結果を示す。突然変異イベントの生起確立は 0.1 とし、このイベントにより、隣人からコピー

一した戦略 s_j に平均 0, 分散 0.02 のガウス分布に従う乱数を加えた戦略にジャンプする⁵⁷. 図 5-17 に, 離散戦略, 連続戦略, 混合戦略の各ジレンマ領域の平均協調率を示す. 図 5-17 から, この条件においても, 3 戦略の均衡の差異が大きく生じていることが解る. しかし, 図 5-1 と図 5-17 を比較すると, 戦略の初期分布と突然変異の有無によって 3 戦略の均衡の特性差が異なる性質を示すことが解る. BCH 領域を観ると, 連続戦略の平均協調率は, 図 5-1 (c) に比べ, 図 5-17 (c) の方が低い値を示す傾向がある. また, BSH 領域では, 連続戦略の平均協調率は, 図 5-1 (d) に比べ, 図 5-17 (d) の方が高い協調率を示す傾向がある (詳細は後述する).

5.3.1 から 5.3.8 まで初期分布を一様分布とし突然変異を考慮しない場合について詳述しており, 本論では主にこの条件に注目しているが, 以下の二つの理由による. まず, 突然変異を考慮するのなら, 3 戦略とも考慮するのが公平な比較となるが, 離散戦略と連続および混合戦略とでは同じ突然変異確率を仮定してもそのインパクトを同様に保持するのは全く不可能ではないにしろ困難である. なぜなら, 離散戦略では突然変異するとなると $C \rightarrow D$ もしくは $D \rightarrow C$ が起きるが, 連続および混合戦略では突然変異前後の戦略値の差異は 1 とは成り得ない. 次に, 3 戦略で初期分布を厳密に統一するのならば, $D(0)$ か $C(1)$ のバイナリーな 2 値のみ存在する分布にしなければならない. しかし, 前記のように, 連続および混合戦略で, この設定を課すのならば, 戦略突然変異を考慮せざる得なくなり, 前項に背馳する. 以上の理由から, 本論では, 連続戦略と混合戦略の初期分布を $s_i \in [0,1]$ の一様分布に従うようにし, 突然変異は考慮しないものとした.

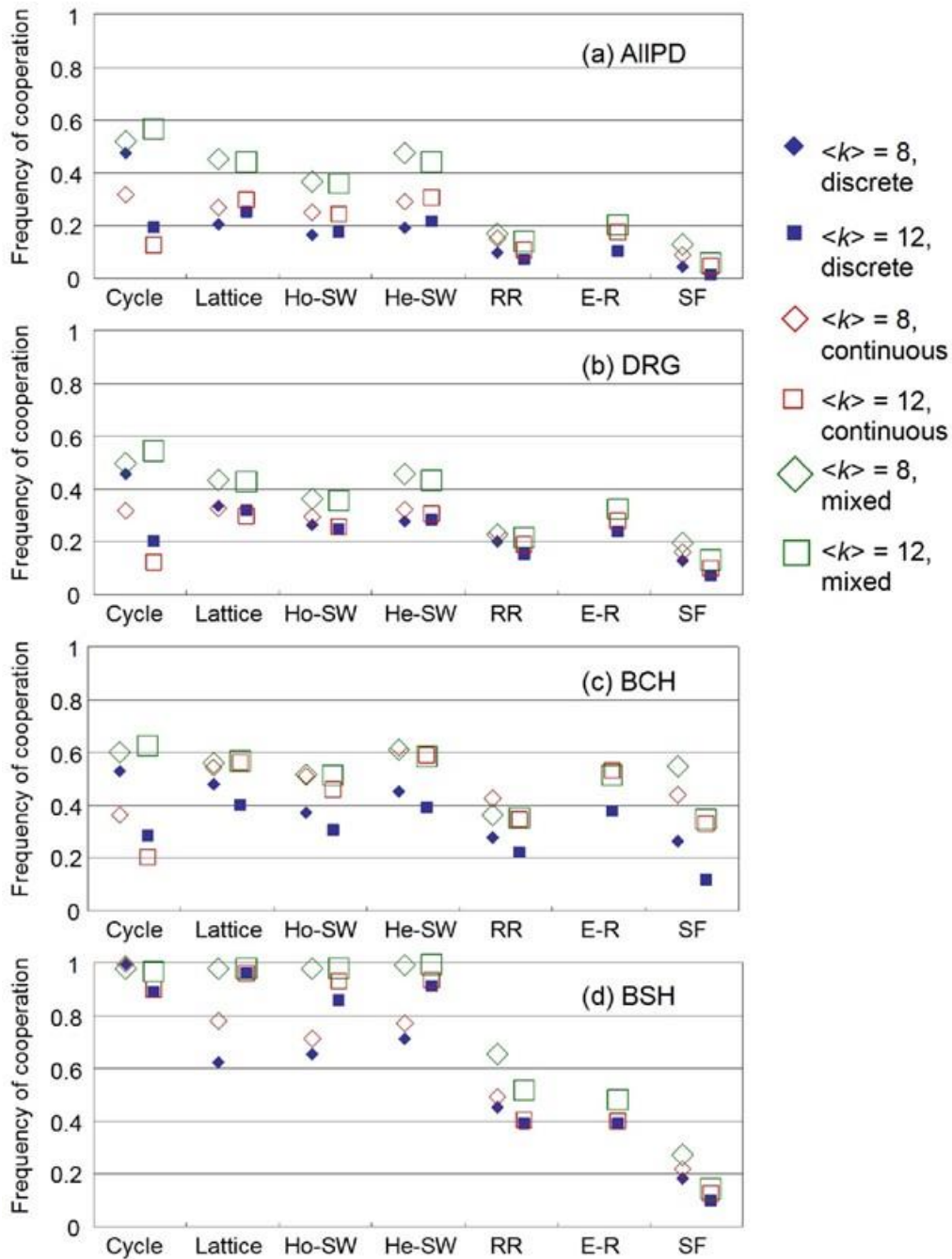


図 5-17 : 7 種のネットワークにおける, 離散戦略, 連続戦略, 混合戦略の各ジレンマ領域の平均協調率. (a) AIIPD, (b) DRG, (c) BCH, (d) BSH. 連続戦略と混合戦略の初期分布を離散戦略と同じものとし, 突然変異を考慮した場合の結果. 突然変異イベントの生起確立は 0.1 とし, このイベントにより, 隣人からコピーした戦略 s_j に平均 0, 分散 0.02 のガウス分布に従う乱数を加えた戦略にジャンプする

5.3.9 初期分布と突然変異が連続・混合戦略の均衡点に及ぼす影響

戦略の初期分布と突然変異の有無によってもたらされる, 連続戦略と混合戦略への影響

について考察を行う（つまり図 5-1 と図 5-17 の差異について考察する）．以下説明し易いように，図 5-1 と図 5-17 における条件をそれぞれ A と B とする．ここでも，BCH 領域と BSH 領域に注目して考察を行う．

まず，BCH 領域に注目して考察を行う．図 5-1 (c) と図 5-17 (c) から，突然変異と初期分布の平均協調率への影響は大略以下の三つに分類することができる：(1) 連続戦略にだけ変化があり，混合戦略には変化がない (Cycle, Lattice)，(2) 連続戦略にも混合戦略にも変化がない (Ho-SW, He-SW, RR, E-R)，(3) 連続戦略と混合戦略の両方に変化がある (SF)．最初に，連続戦略だけ変化している Cycle と Lattice に関して考察する．図 5-1 (c) に比べて図 5-17 (c) の平均協調率は低い値を示している．そこで，ここでも $\langle k \rangle = 8$ の Lattice に注目して，この原因について考察する．図 5-18 と図 5-19 に， $\langle k \rangle = 8$ の Lattice の BCH 領域のアンサンブル平均協調率と各試行の平均協調率をそれぞれ示している．条件 A と B に加えて，戦略の初期分布が $s_i \in [0,1]$ の一様分布で，突然変異イベントを考慮した条件である条件 C を追加した．念のため，如何に条件 A, B, C をまとめる．

条件 A：初期分布は $s_i \in [0,1]$ の一様分布で突然変異を考慮しない．

条件 B：初期分布はバイナリーな 2 値で突然変異を考慮する．

条件 C：初期分布は $s_i \in [0,1]$ の一様分布で突然変異を考慮する．

図 5-18 の A と C の比較から，突然変異を考慮していない場合よりも考慮した場合の方が低い協調率を示しており，さらに，突然変異を考慮した場合でも，初期分布が一様分布よりもバイナリーな 2 値であった方が低い協調率を示している（つまり，協調率を比較すると，条件 A > 条件 C > 条件 B となっている）．図 5-19 から，突然変異を考慮し初期分布をバイナリーな 2 値とした場合（条件 B）は， D_g が大きくなると，均衡は bi-stable 的な性質を示していることが解る．5.3.1 で述べたが，連続戦略と混合戦略が，BCH 領域でジレンマが強い場合でも，ある程度の協調率を維持できるのは，中間戦略がクラスターを形成するからである．しかし，初期分布をバイナリーな 2 値のみ存在するとした場合は，突然変異による中間戦略が出現する前に，裏切り戦略から協調戦略への侵襲が終わってしまい，全員裏切り合う均衡へと到達してしまう可能性がある．そのために，条件 B に比べ，条件 C は低い協調率を示しているのだと考えられる．ただ，条件 B で全員 D に吸引された試行を除いたプロットだけ観るなら，条件 B と条件 C の均衡点は一致している．また，条件 A の均衡点を観ると，試行毎にばらつきがある．このことから，突然変異イベントにより，初期分布が最終的に到達する均衡協調率の高低に影響するインパクトが弱められるため，ダイナミクス本来の均衡点（おそらく条件 C の均衡に近いものと推量される）を厳密に観察するのならば適当な突然変異を仮定する方が望ましいことがわかる（が，本論では離散，連続，混合戦略間の比較に主眼を置いたので，5.3.8 で述べたように本文では一様分布で突然変異なしを連続および混合戦略に仮定した）．一方，混合戦略では，ほとんど影響を受けていない．これは，5.3.2 で述べた，混合戦略で生じる「逆転の勝利」が関係している．この「逆転の勝利」により，均衡に達するまで長い時間を要する混合戦略では，突然変異で生じた中間戦略が全体に伝達できるようになる．この原因により，混合戦略では条件 A と条件 B にほとんど差

異が生じていないのだと考えられる。次に、初期分布と突然変異により、連続戦略も混合戦略もほとんど影響を受けていない Ho-SW, He-SW, RR, E-R について考察を行う。これら四つのネットワークは平均パス長が小さい。中間戦略が突然変異で出現した場合、平均パス長が大きい Cycle や Lattice に比べ、これら四つのネットワークでは、その中間戦略が素早く全体に伝達すると考えられる。そのため、初期分布がバイナリーな 2 値しかない場合でも、これら四つのネットワークでは、bi-stable 的な性質を示さずに毎回同じ内部均衡に到達するようになるので、図 5-1 (c) と図 5-17 (c) にあまり差異が見られないのだと考えられる。最後に、連続戦略にも混合戦略にも変化が生じている SF について考察を行う。図 5-20 に $\langle k \rangle = 8$ の SF における全 PD 領域の平均協調率を示す。図 5-20 にも、戦略の初期分布が $s_i \in [0,1]$ の一様分布で、突然変異イベントを考慮した条件、つまり条件 C を追加した。SF の場合は、突然変異の有無よりも、初期分布をどのように設定するかによる影響の方が大きい。これは、5.3.2 で述べた SF の特性、つまり、エピソード初期にハブエージェントにどの戦略が割り振られるかが重要であることと関係している。戦略の初期分布をバイナリーな 2 値のみ存在するようにすると、ハブエージェントは完全な協調者か裏切り者のどちらかのみになる。そのために、協調が進化するのか裏切りが進化する時の相図上の区別がはっきりと顕れる、離散戦略と同様な性質を持った結果を示すようになるのだと考えられる。

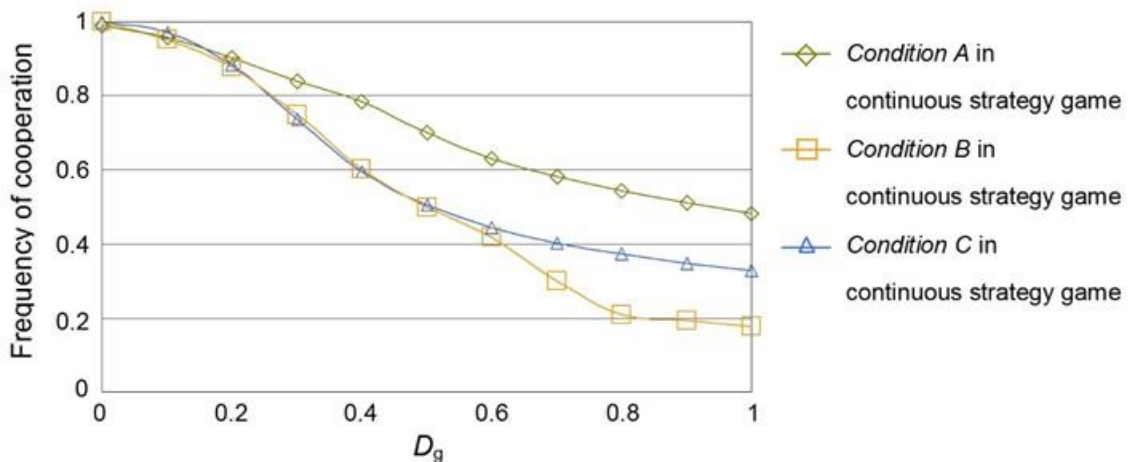


図 5-18 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice の連続戦略における BCH 領域の各試行の平均協調率。

(条件 A) 一様分布に従う初期分布, 突然変異イベント無し,

(条件 B) バイナリーな 2 値のみ存在する初期分布, 突然変異イベント有り,

(条件 C) 一様分布に従う初期分布, 突然変異イベント有り.

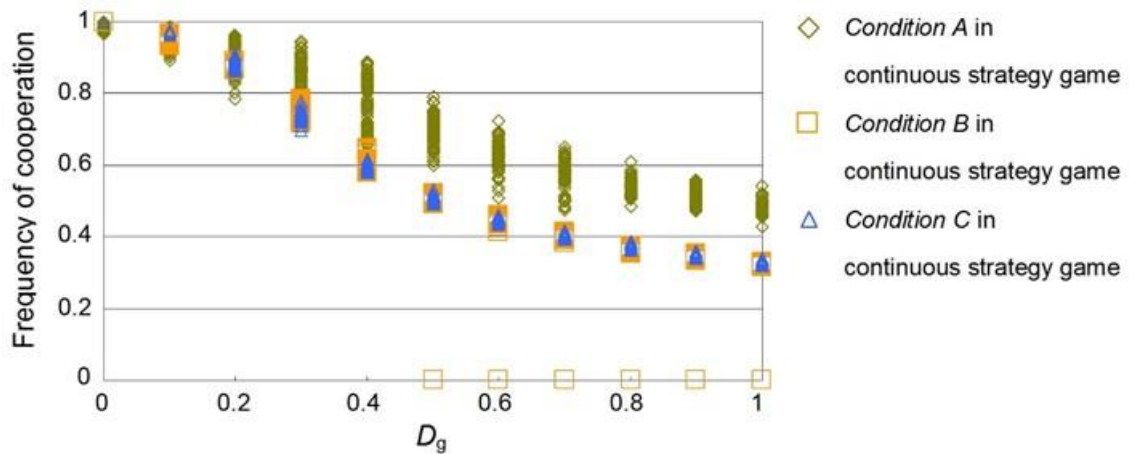


図 5-19 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice の連続戦略における BSH 領域の各試行の協調率.

(条件 A) 一様分布に従う初期分布, 突然変異イベント無し,
 (条件 B) バイナリーな 2 値のみ存在する初期分布, 突然変異イベント有り,
 (条件 C) 一様分布に従う初期分布, 突然変異無し.

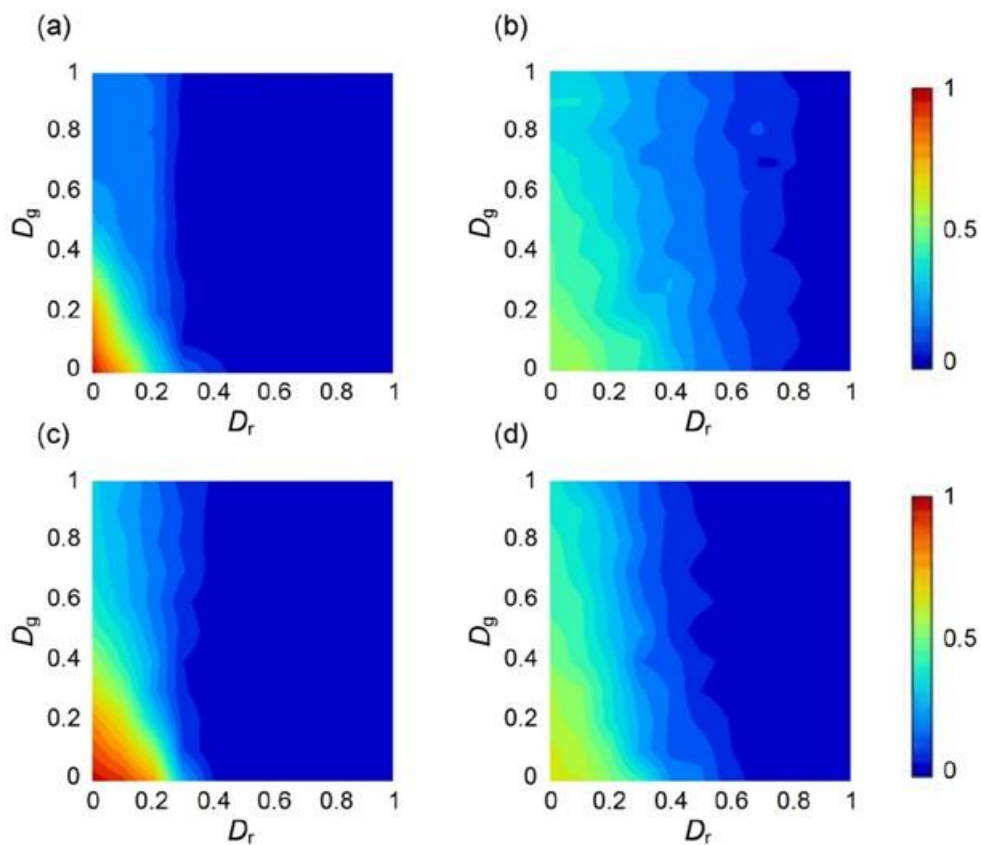


図 5-20 : $\langle k \rangle = 8$ の SF における均衡到達後の平均協調率.

(a) 条件 B における連続戦略, (b) 条件 C における連続戦略,
 (c) 条件 B における混合戦略, (d) 条件 C における混合戦略.

次に、BSH 領域に注目して考察する。BSH 領域においても、図 5-1 (d) と図 5-17 (d) から、突然変異と初期分布の平均協調率への影響は以下の三つに分類することができる：(1) 連続戦略にだけ変化がある、混合戦略には変化がない (Cycle, Lattice, Ho-SW, He-SW), (2) 連続戦略にも混合戦略にも変化がない (RR, E-R), (3) 連続戦略も混合戦略にも変化がある (SF)。まず、連続戦略だけ変化している、Cycle, Lattice, Ho-SW, He-SW に関して考察する。図 5-1 (d) に比べて、図 5-17 (d) の連続戦略の平均協調率は高い値を示している。そこで、ここでも、 $\langle k \rangle = 8$ の Lattice に注目して考える。図 5-21 に、 $\langle k \rangle = 8$ の Lattice の BCH 領域における平均協調率を示す。図 5-21 から、離散戦略よりも連続戦略の方が、そして同じ連続戦略でも突然変異を付加しない場合に比べ付加した場合の方が、協調が enhance される臨界ジレンマ強さ $D_{r,cr}$ (協調率がゼロの全員裏切り相に吸引される D_r の大きさ) が大きい。前述したように、ネットワーク上の PD で協調が enhance されるためには、初期に形成された C クラスタが D 戦略からの侵襲を耐え忍び、その後、拡大しなければならない。したがって、 $D_{r,cr}$ は、D 戦略集団中の C クラスタが拡大できる臨界ジレンマ強さとほぼ同値 (厳密には同値ではないが) と考えられる。

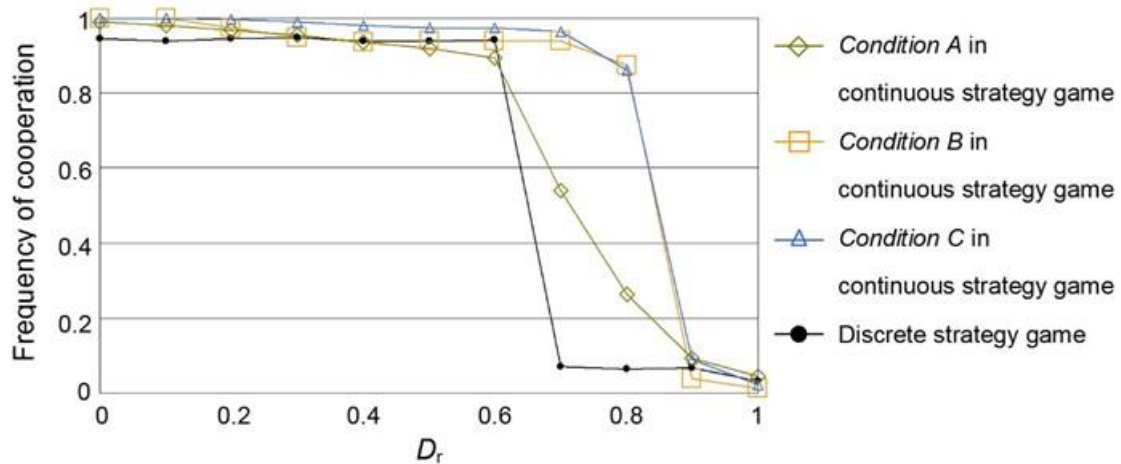


図 5-21 : $\langle k \rangle = 8$ の Lattice における BSH 領域の連続戦略と離散戦略のアンサンブル平均協調率。(条件 A) 一様分布に従う初期分布, 突然変異イベント無し, (条件 B) バイナリーな 2 値のみ存在する初期分布, 突然変異イベント有り, (条件 C) 一様分布に従う初期分布, 突然変異イベント有り。

そこで、図 5-22 に示すような、D 戦略 (赤色□) 集団中に C 戦略 (青色□) クラスタが形成された状況を考え、この C クラスタが拡大できる臨界ジレンマ強さ $D_{r,cr}$ を求めてみる。戦略適応方法が IM の場合、臨界ジレンマ強さ $D_{r,cr}$ は、図 5-22 中の Agent X ($s_X = x$) と Agent Y ($s_Y = y$) の利得の大小関係を調べることにより求められ、 $D_{r,cr} = 2 / (8 - 5(x + y))$ となる。離散戦略では常に $x + y = 1$ であるのに対し、連続戦略では $x + y > 1$ なる組み合わせも存在し得ることから、離散戦略と連続戦略における臨界ジレンマ強さ $D_{r,cr,discrete}$ と $D_{r,cr,continuous}$ の関係は図 5-21 の関係のように $D_{r,cr,discrete} < D_{r,cr,continuous}$ となることがわかる。また、同じ連続戦略でも突然変異を付加しない場合に比べ、付加した場合の $D_{r,cr,continuous}$ の方が大きい理由は以下のように考えられる。初期配置が一様分布で突然変異を付加しない場合、連続戦略の性質上、完全な協調戦略 (例えば $s_i > 0.9$) が少ないことが利いて、C クラ

スターは初期にごく少数しか存在せず、絶滅してしまう可能性が高くなる。突然変異を加えることは、初期の C クラスターのごく少数しかいない状況を緩和する方向に作用する。よって、臨界ジレンマ強さ $D_{r,cr_continuous}$ は大きくなり、図 5-21 の様な関係となる。次に、連続戦略にも混合戦略にも変化がない、RR, E-R について考察する。これら二つのネットワークは、クラスター係数が先の四つのネットワークに比べて小さい、well-mixed に近い構造を持っている。そのために、たとえ突然変異を付加していなかろうが、集団サイズ N を十分に大きくすれば、本来ダイナミクスが到達するはずの均衡点に到達できる。したがって、これら二つのネットワークは、戦略の初期分布と突然変異の有無によってほとんど影響を受けないのだと考えられる。最後に、連続戦略と混合戦略の両方に変化が生じている SF についてだが、この原因は、BCH 領域と同じものである。つまり、エピソード初期に、完全な協調者か裏切り者のどちらかが、ハブエージェントになるからである。

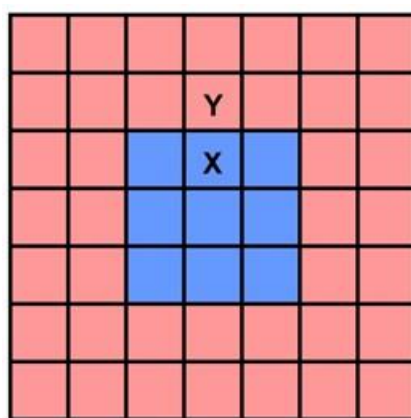


図 5-22 : 赤色□が裏切り戦略を青色の□が協調戦略を表す。
 協調戦略のクラスターが拡大するためには、エージェント X の利得の方が
 エージェント Y の利得よりも高くなければならない。

以上が、戦略の初期分布と突然変異の有無によって、連続戦略と混合戦略が影響を受ける原因である。

5.4 結論

ネットワーク上の進化ゲームにおいて、離散戦略に加えて、連続戦略、混合戦略を定義して、比較・考察を行った。その結果、well-mixed の進化ゲームでは生じないとされている均衡点の差異が、ネットワーク互恵が付加された進化ゲームでは生じることが解った。包括的かつ体系的な数値実験により、PD において、Chicken 型ジレンマの影響が大きい場合と Stag-Hunt 型ジレンマの影響が大きい場合とで、離散戦略に対する連続、混合戦略と均衡点の特性差が異なる性質を示すことを明らかにした。BCH (PD と CH の境界) においては、連続戦略と混合戦略の中間戦略がクラスターを形成することにより、離散戦略では全員裏切りの均衡に到達するジレンマが強いゲームにおいてもある程度の協調率を保つことができていた。また、BSH (PD と SH の境界) においては、混合戦略の持つ特性により生じる「逆転の勝利 (協調的な Agent と裏切りの Agent がゲームを行った場合、稀に前者のほうが高

い利得を得ること)」により、混合戦略は他の2戦略に比べ高い協調率を示していた。

さらに、基盤となる (underlying) ネットワークが SF かそれ以外かで、均衡点の特性差が異なる性質を示しており、ネットワークトポロジーも3戦略の均衡点の差異に影響を及ぼすことがわかった。このことは、SFには高い次数を持ったハブエージェントが存在し、戦略の伝搬がハブエージェントを通じて広がっていく、ということに深く関係している。つまり、SFではハブエージェントが初期にどの戦略値を有するかによる均衡への影響が大きいために、連続戦略と混合戦略の均衡は同様の性質を示すようになり、それは離散戦略の均衡とは異なるものとなるのである。

第6章

ネットワーク互恵の素過程に関する研究

6.1 緒言

6.1.1 はじめに

第5章でも述べたが、これまでにネットワーク互恵に関する数多くの研究成果が報告されている。ネットワーク互恵では、(1) ゲーム対戦相手の限定 (2) 局所的な戦略適応の二つの効果により、協調戦略が隣接の同戦略とクラスターを形成して、裏切り戦略からの搾取に対抗できるようになることが分かっている。既往研究ではこの効果をさらに増大させることを目的としたものが多いが、SPD ゲームの進化の過程で何が発生してどのように協調が創発しているのかに着目しているものはない。そこで本章では、SPD ゲームでの時刻歴データを Enduring (END) 期間と Expanding (EXP) 期間の二つに分類して考察を行う。戦略適応方法と戦略初期分布は SPD ゲームでの均衡点 (平均協調率) に多大な影響を与えるため、条件を複数用意してシミュレーションを行った。

6.1.2 モデル

利得行列は、第5章と同様に式(5-1)に従うとする。本章では、本論では $D_g \in [0,1]$, $D_r \in [0,1]$ の PD ゲームのクラスに注目する。また、ここで取り扱う戦略の種類は離散戦略のみであり、第5章で出てきた連続戦略、混合戦略は対象外である。戦略適応方法は、自他の利得の関係により自身の次ステップの戦略が決定論的に決まる IM と、確率要素が入っている PW-Fermi の二つを用意した (詳細は 2.3.2 を参照)。

6.1.3 Enduring (END) 期間と Expanding (EXP) 期間

次節以降の議論のために、図 6-1 に示す Enduring (END) 期間と Expanding (EXP) 期間の二つを定義する。協調率が 0.5 の一般的な初期条件から協調が進化するプロセスを考えたとき、明確に二つに区別することができる；一つは協調率が急激に低下する初期、もう一つは、初期に協調率がゼロにならなければ (裏切り戦略のみにならなければ) その後に協調率が増加していくプロセス。本論では、協調戦略が裏切り戦略からの侵略に耐え忍ぶ初期を END と呼び、その後の協調戦略クラスターが拡大していく期間を EXP と呼ぶ。

ネットワーク互恵がどのような効果を与えているかを分析するために、本章では、基本的な Homogeneous のネットワークである Cycle グラフと Lattice グラフに注目する。EXP 期

間、確率要素の入った戦略適応方法 PW-Fermi では、協調戦略クラスターと裏切り戦略の境界が常に不規則な輪郭を呈していて、最終的には協調戦略と裏切り戦略の共存状態で均衡に到達する。その一方で、決定論的な戦略適応方法 IM では、協調戦略クラスターと裏切り戦略の境界はスムーズな輪郭を維持したまま拡大していく。これは、PW-Fermi における協調クラスターの拡大の仕方よりも効果的なものとなる。次節に詳細を述べる。

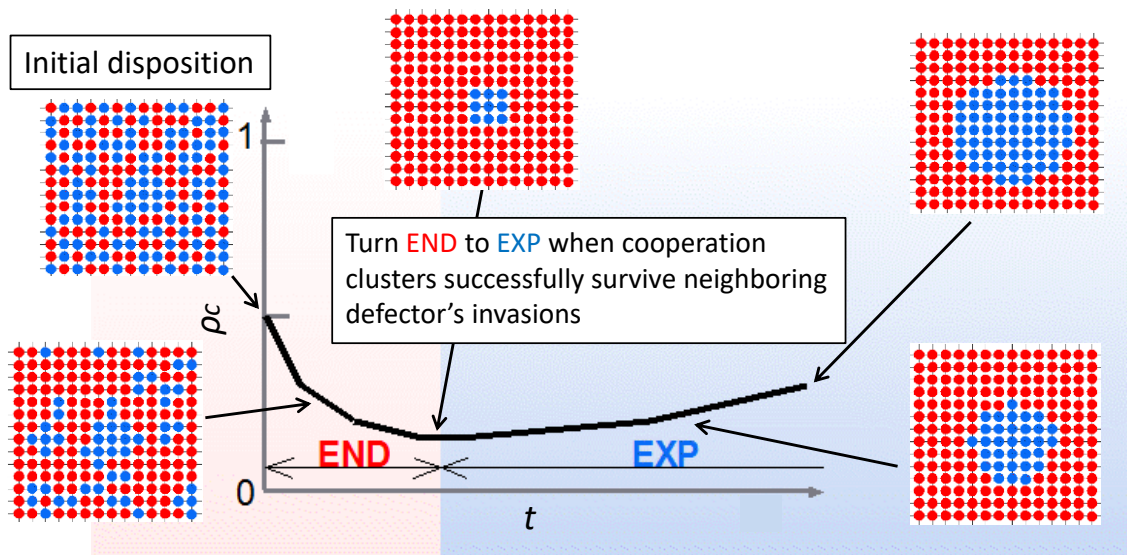


図 6-1 : SPD ゲームにおける時刻歴データの Enduring (END) 期間と Expanding (EXP) 期間による区分. END 期間 : 初期の協調戦略 (青) は直ぐに裏切り戦略 (赤) により侵略され、クラスターを形成できた数少ない協調戦略のみが生き残ることができる. EXP 期間 : 隣接した裏切り戦略を取り入れることにより協調戦略クラスターが拡大する.

6.2 結果

本章では、エージェント数 $N=100^2$ にて数値実験を行った。協調率 p_c は全 10^5 ステップ中の最後の 5000 ステップの平均としている。そして、あるジレンマ強さ D_g , D_r において 100 試行実行し、そのアンサンブル平均を解析対象とした。

6.2.1 Cycle グラフにおける結果

ここでは、Cycle グラフにおいて IM を適用した場合の結果を示す。図 6-2 は協調率 p_c とネットワーク次数 k 及び初期戦略分布の関係を示している。上側のグラフは初期協調率 $p_c = 0.5$ で協調戦略と裏切り戦略がランダムに配置された時 (ランダム配置での初期条件と呼ぶ) の結果である。また、ネットワーク互惠について更に詳しく考察するために、 $k+1$ の数の協調戦略によるクラスター (完全 C クラスターと呼ぶ。図 6-3 を参照) 以外は全て裏切り戦略という初期条件 (以下、完全 C クラスターでの初期条件と呼ぶ) においてもシミュレーションを行った。その結果が下側のグラフに示されている。

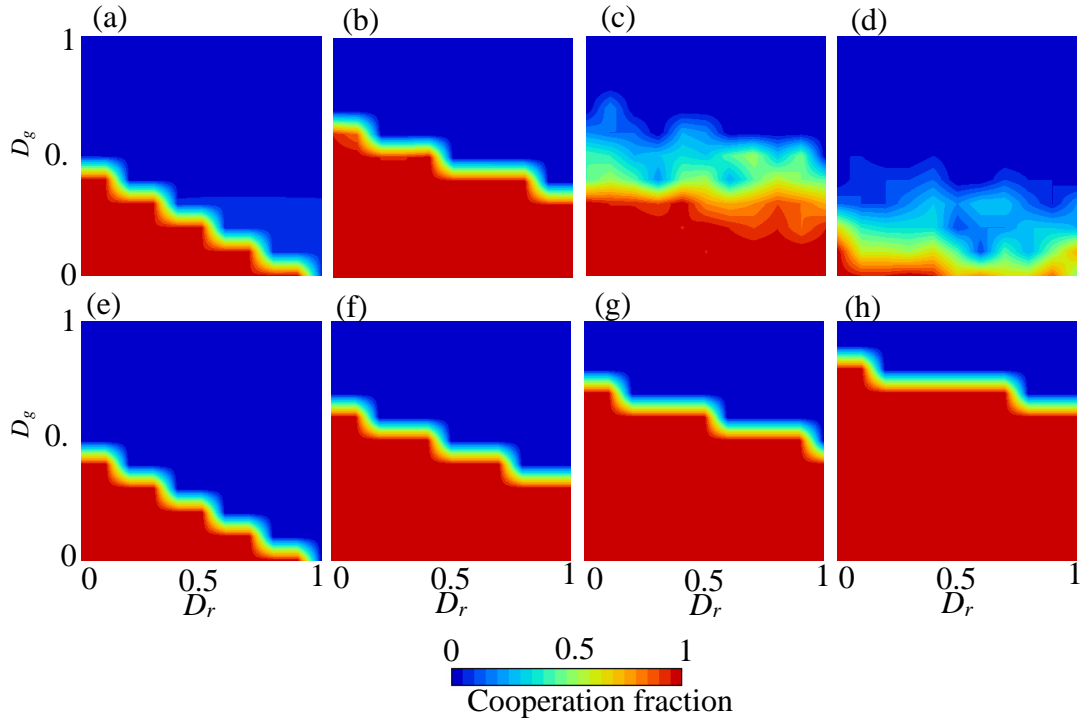


図 6-2 : Cycle グラフにおいて IM を適用した場合の平均協調率. ネットワーク次数はそれぞれ $k=4$ ((a), (e)), $k=6$ ((b), (f)), $k=8$ ((c), (g)), $k=12$ ((d), (f)). 上側の結果がランダム配置における初期条件. 下側の結果が完全 C クラスタでの初期条件.

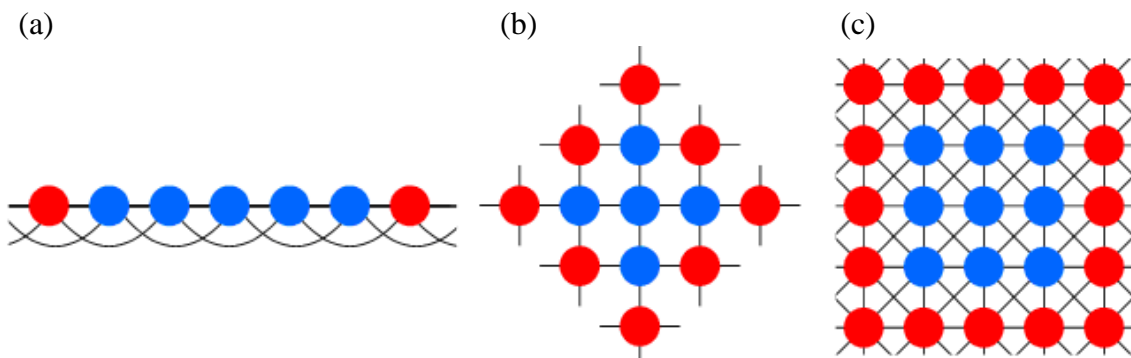


図 6-3 : 完全 C クラスタの例. (a) 次数 $k=4$ の Cycle グラフ, (b) 次数 $k=4$ の Lattice グラフ, (c) 次数 $k=8$ の Lattice グラフ. 青色ノードが協調戦略, 赤色ノードが裏切り戦略を表す.

図 6-2 からわかるように, 完全 C クラスタ条件においては初期協調率がほぼ 0 であるのにも関わらず (例えば, $k=4$ の時は初期協調率 $p_c = 5 \times 10^{-4}$ となる), ランダム配置条件の場合に比べてジレンマ強さ D_g , D_r が大きい場合でも協調が創発されている. どのように協調の進化が促進されているかを説明するためには, 図 6-4 のようにある 1 試行の時刻歴データを考える必要がある. 上で定義した END 期間と EXP 期間の観点から考えると, 完全 C クラスタ条件においては, 裏切り戦略から搾取される協調戦略が存在しないため, 最初

から EXP 期間が始まることになる (図 6-5 を参照). 完全 C クラスターの協調戦略は高い利得を持っている一方で, 裏切り戦略は搾取できる協調戦略が周囲にいないため, 利得が比較的低くなってしまう. そのため, 隣接する裏切り戦略を協調戦略に変えることができ, 結果として協調クラスターを拡大していくことが可能である. 次数が小さい場合は, ランダム配置の初期条件であっても END 期間の裏切り戦略による侵略を耐えて完全 C クラスターを形成することができる. しかしながら, 次数が大きくなるにつれ, 完全 C クラスターを形成する前の協調戦略に対する裏切り戦略の侵略が強くなるため, 完全 C クラスターを形成することが困難になる. 一方で, 次数が大きくなることは Cycle グラフのクラスター係数を高くすることに相当するため, 完全 C クラスターの初期条件では, このクラスターがより効果的に拡大できることになる. つまり, EXP 期間になる前に, 完全 C クラスターを形成できるか否かが, 最終協調率の値を決定することになる.

また, 完全 C クラスターの初期条件においてジレンマ強さを大きくしていったとき, あるジレンマ強さにおいて最終協調率が 1 から 0 まで一気に低下する (図 6-2 の下側グラフ) のに対して, ランダム配置の初期条件では, 最終協調率が 1 と 0 の中間値となる場合もあり異なる性質を示している (図 6-2 (c), (d)). この理由としては以下が考えられる. Cycle グラフにおいて IM を適用した場合, 確率の要素が含まれないため, 完全 C クラスターはジレンマ強さが小さい領域ではスムーズに拡大していくことができる. ランダム配置の初期条件では確率要素が含まれており, これが完全 C クラスターを形成できるか否かに直接関係する. つまり, 完全 C クラスターが END 期間に形成されれば協調戦略は裏切り戦略と共存することができるが, 形成されなかった場合は全て裏切り戦略の状態に吸引されることになる. この確率要素があることによる影響は次数が大きくなるほど顕著になる.

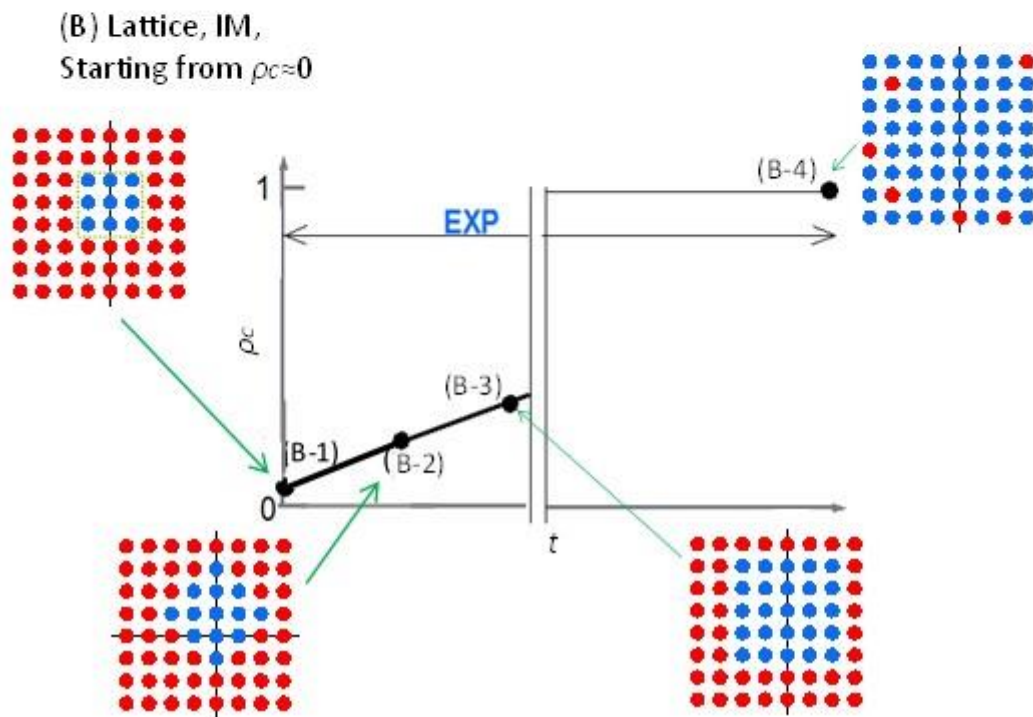
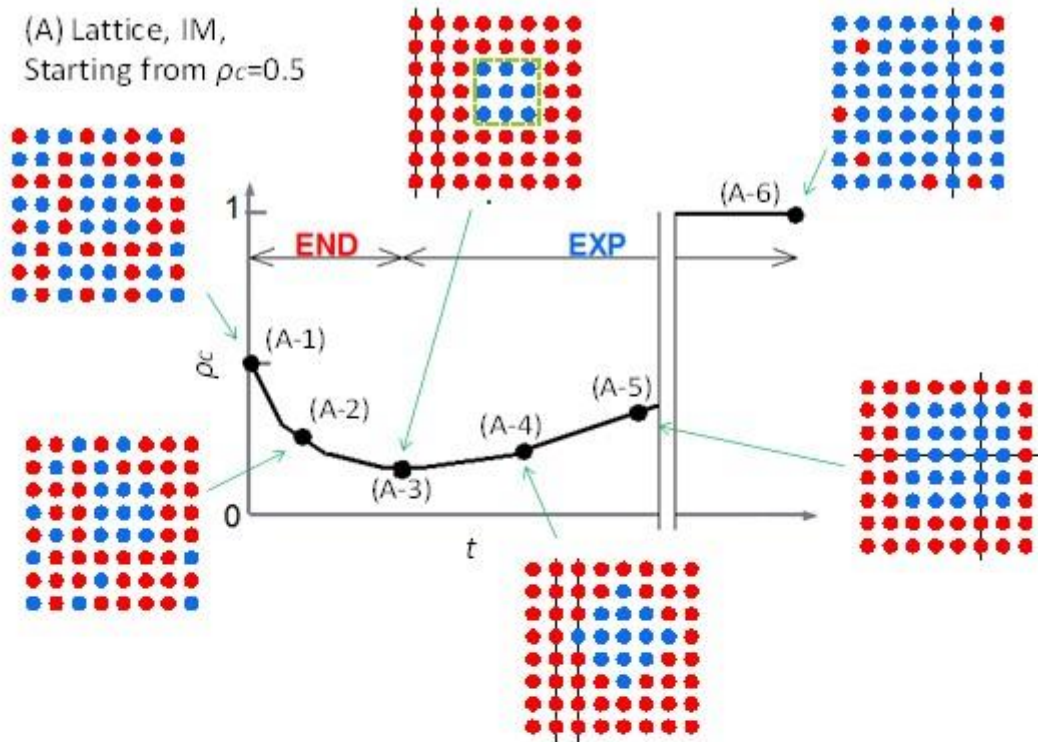


図 6-4 : Lattice グラフにおいて IM を適用した場合の END 期間と EXP 期間の例.
 (a) ランダム配置での初期条件, (b) 完全 C クラスターでの初期条件.
 青色ノードが協調戦略, 赤色ノードが裏切り戦略を示す.

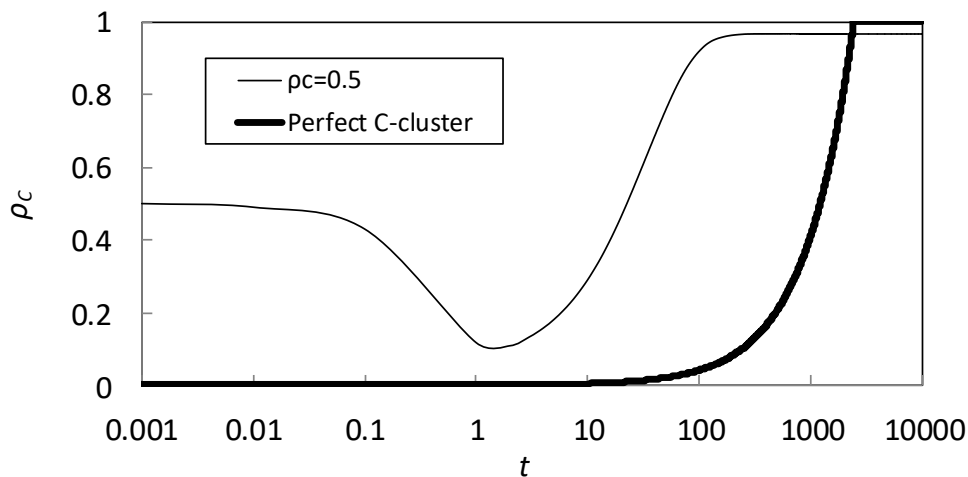


図 6-5 : $D_g = D_r = 0.3$ における協調率の時刻歴データ。

細線がランダム配置での初期条件，太線が完全 C クラスタでの初期条件。

次に，戦略適応方法として PW-Fermi を適用した場合の結果を図 6-6 に示す．図 6-2 に示した IM での結果と比較することで，確率論的な IM に比して協調がどのように進化するかを考察することができる．初期条件がどちらの場合においても，PW-Fermi ではジレンマ強さが小さい領域においても低い協調率にしかならないことがわかる．これは，PW-Fermi には確率要素が含まれているため，クラスターを形成している協調戦略も裏切り戦略に侵略されてしまい，協調クラスターが生き残るのがより困難になってしまうからである．従って，完全 C クラスタの初期条件ではランダム配置の場合に比べて協調率が低くなってしまふ．さらに，図 6-2 と図 6-6 を比較することで（特に完全 C クラスタの初期条件において），決定論的な IM ではより協調の進化に効果的であることがわかる．これは，図 6-7 に示すように二つの戦略適応ルールで協調戦略クラスターの拡大の仕方が異なることに関係している．IM では，協調戦略クラスターの境界は足並みを揃えて一斉に拡大していく．一方で，PW-Fermi では協調戦略クラスターの境界は不規則に移行する．つまり，上述した通り，協調戦略は裏切り戦略からの侵略に耐えられるような安定したクラスターを形成できないのである．

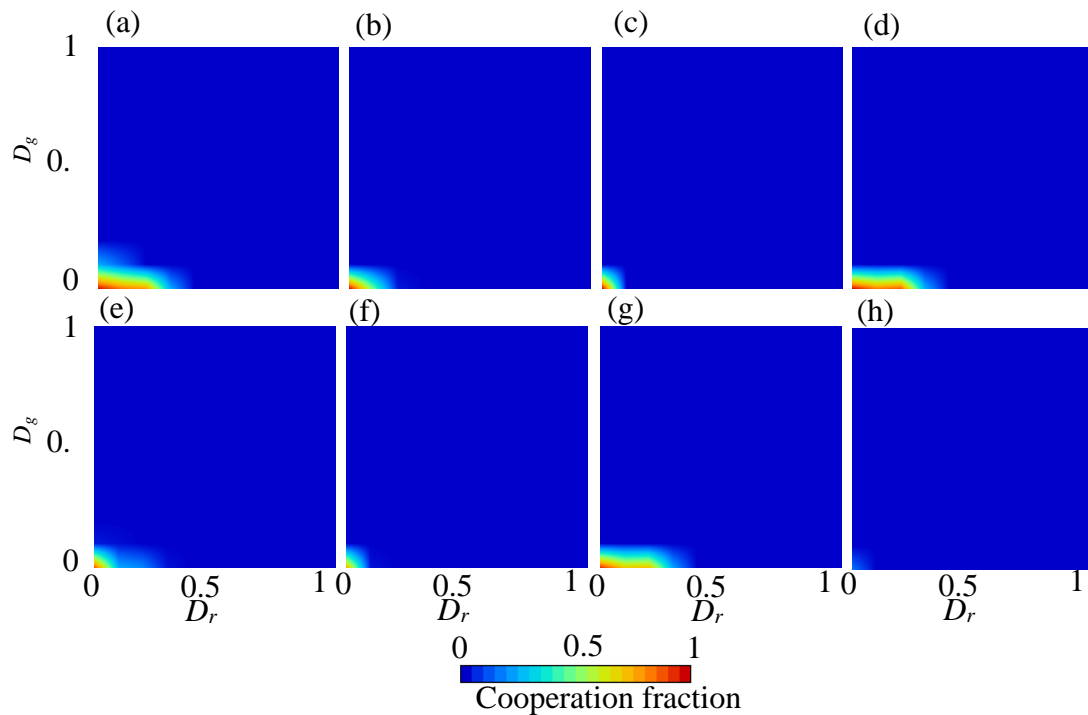


図 6-6 : Cycle グラフにおいて PW-Fermi を適用した場合の平均協調率。
 ネットワーク次数はそれぞれ $k=4$ ((a), (e)), $k=6$ ((b), (f)), $k=8$ ((c), (g)),
 $k=12$ ((d), (f)). 上側の結果がランダム配置における初期条件.
 下側の結果が完全 C クラスタでの初期条件.

これまでの結果から、最終協調率を決める重要な要素として以下の二つがあるといえる。まず一つ目は、END 期間に完全 C クラスタが如何にして形成されるか、そして、二つ目は、EXP 期間に完全 C クラスタが如何に拡大できるかである。ランダム配置に比べて完全 C クラスタでの初期条件では、協調戦略クラスタの形成が確立されている。また、EXP 期間では、足並みを揃えたスムーズなクラスタ拡大が、協調戦略が効果的に拡大していくことを可能にする。しかし、確率要素が何らかの形で導入されると（本章では、ランダム配置による初期条件もしくは Fermi-PW に相当）、協調戦略クラスタの形成及び拡大が困難になる。

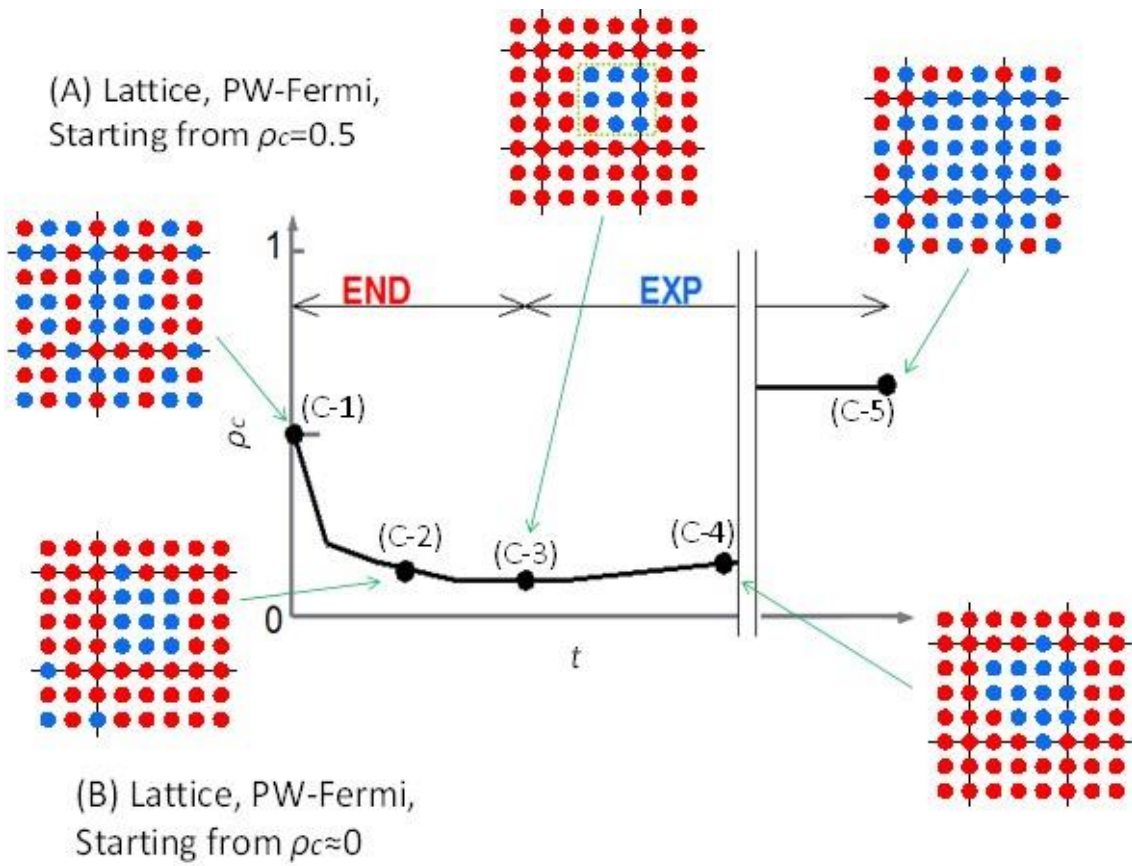


図 6-7 : Lattice グラフにおいて PW-Fermi を適用した場合の END 期間と EXP 期間の例.

(a) ランダム配置での初期条件, (b) 完全 C クラスターでの初期条件.

青色ノードが協調戦略, 赤色ノードが裏切り戦略を示す.

6.2.2 Lattice グラフにおける結果

他のネットワーク上においても上記が成り立つことを示すために、Lattice グラフにおける結果を示す。図 6-8 と図 6-9 は、それぞれ戦略適応方法として IM と PW-Fermi を適用した場合の結果である。図 6-8 (c) を除いて明らかに Cycle グラフと同じ傾向を示しており、IM では高い協調率を示している。図 6-8 (c) の IM での結果が、他と異なる傾向を示すのは、次数 $k=4$ の Lattice グラフのクラスター係数がゼロであることによる。このネットワークにおける完全 C クラスターの拡大力を増加させるには、ゲームを行うのはフォン・ノイマンの第一近傍のみ（つまり、 $k=4$ ）とし、戦略適応の対象は第二近傍まで（つまり、 $k=12$ ）とすることが有効である。その結果が図 6-10 に示されており、明らかに戦略適応方法が IM の場合の最終協調率が高くなっていることがわかる。これは、戦略適応のネットワークにおいてはクラスター係数がゼロではなくなったためである。Cycle グラフにおける結果も考慮に入れると（図 6-2 (e) と図 6-6 (e)）、完全 C クラスターの拡大は、戦略適応のネットワークにおけるクラスター係数と決定論的な戦略適応方法が大きく関係している。

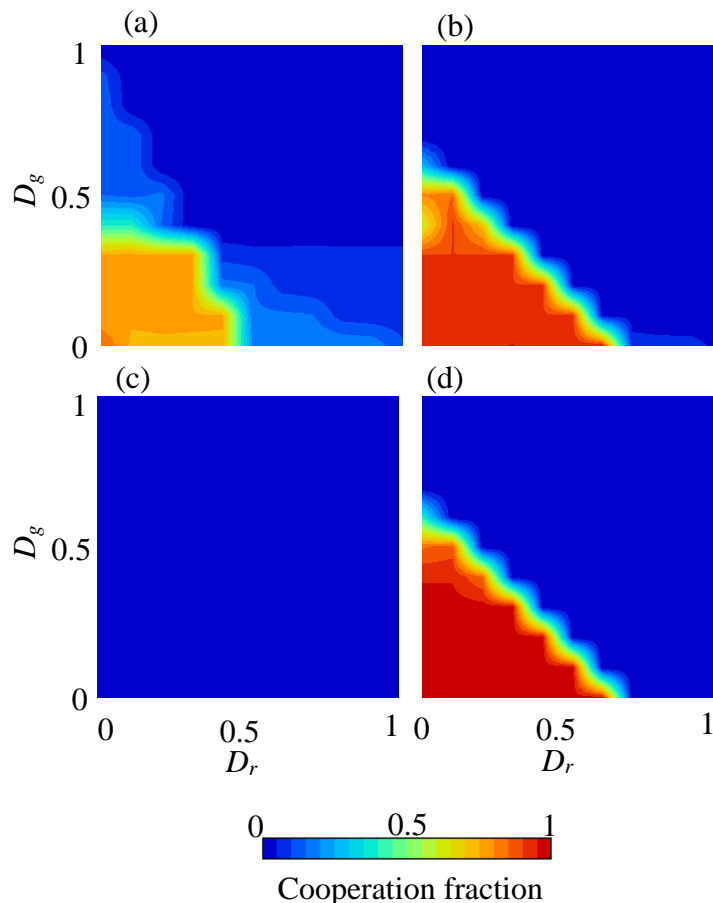


図 6-8 : Lattice グラフにおいて IM を適用した場合の平均協調率。ネットワーク次数はそれぞれ $k=4$ ((a), (c)), $k=8$ ((b), (d))。上側の結果がランダム配置における初期条件。下側の結果が完全 C クラスターでの初期条件。

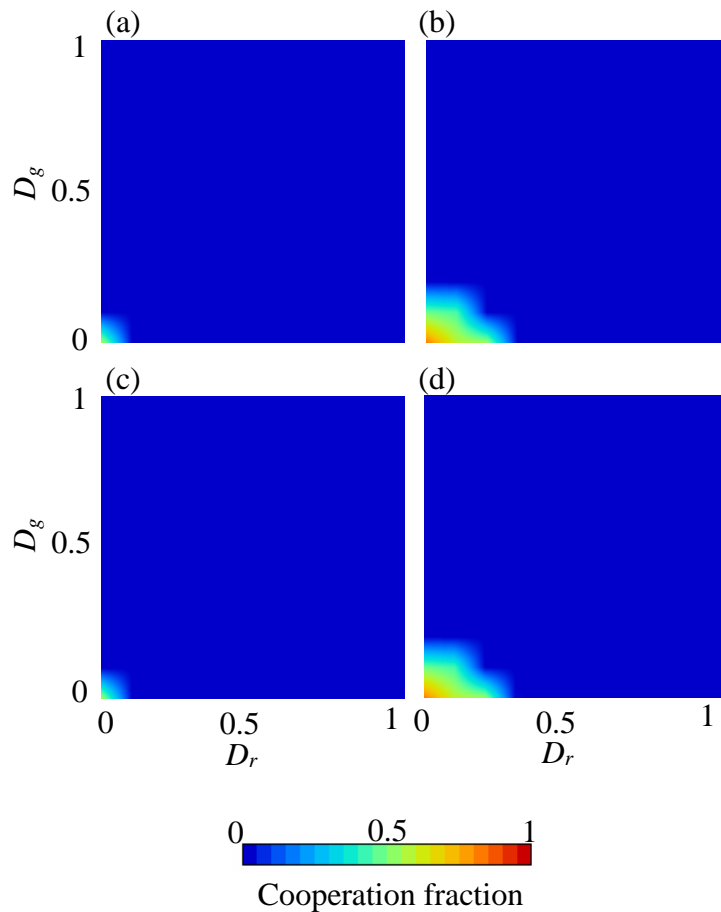


図 6-9 : Lattice グラフにおいて PW-Fermi を適用した場合の平均協調率. ネットワーク次数はそれぞれ $k=4$ ((a), (c)), $k=8$ ((b), (d)). 上側の結果がランダム配置における初期条件. 下側の結果が完全 C クラスタでの初期条件.

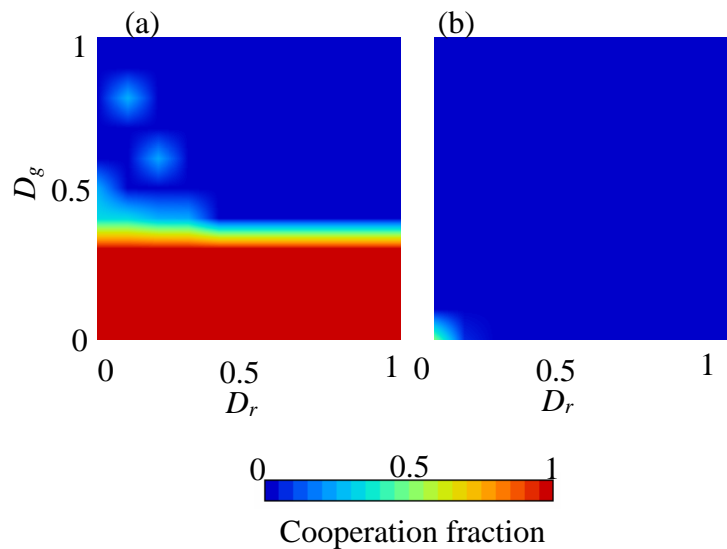


図 6-10 : Lattice グラフにおける平均協調率. (a) IM, (b) PW-Fermi. ゲームの対戦相手は次数 $k=4$, 戦略適応の相手は次数 $k=8$ とした. 完全 C クラスタでの初期条件.

6.3 結論

ネットワーク互恵に関して、END 期間と EXP 期間の二つに区分して考察を行った。END 期間は進化ゲーム初期において協調戦略が裏切り戦略からの侵略に耐える期間であり、EXP 期間は生存した協調クラスターが隣接する裏切り戦略を取り込んで拡大していく期間である。本章で示した結果から、協調の創発には、完全 C クラスターが END 期間に形成されるか否か、そして、この完全 C クラスターが EXP 期間に如何に拡大できるかが大きく関係している。決定論的な戦略適応方法である IM は EXP 期間における完全 C クラスターの拡大を助長する。確率論的な PW-Fermi では完全 C クラスターの境界が不規則に移行することにより、結果として拡大できないことになる。

また、戦略適応が遅い（ネットワーク次数が小さい）場合、協調戦略が END 期間に生き残りやすくなる。一方で、戦略適応が早い（ネットワーク次数が大きい）場合、裏切り戦略が協調戦略に変わることを助長し、EXP 期間では協調戦略にとって有利となる。これらの事実は、既往研究をさらに深掘りするのに有効であると考えられる。

第7章

総括結論

7.1 結論

人間－環境－社会システムにおける創発現象及びシステムに内在するジレンマを解明するために、マルチエージェントシミュレーションと進化ゲームを用いて行った一連の研究結果を報告した。

第1章にて、今日の社会問題は、要素（集合体）間、そして、異なるスケール間での相互作用を統合的なシステム（本書のタイトルに含まれている「人間－環境－社会システム」がそれに該当する）と見なして考察する必要がある、そのためには、マルチエージェントシミュレーションと進化ゲームの組み合わせによるアプローチが有効であることを説明した。さらには、本論のテーマが、交通流におけるマルチエージェントシミュレーション及び進化ゲームにおける協調創発機構の解明の大きく二つに分けられることを述べた。

第2章では、第3章から第6章で使用する進化ゲームについて、基礎となるゲーム理論から説明した。その中には、協調創発を解明するために重要な五つの互惠機構の説明も含まれている。さらには、近年特に注目されているネットワーク互惠で使用するネットワークの基礎についても触れている。これらは、既往文献を参考に作成したものであるため、新たな知見は示されていないが、以降の章で紹介する本論の主張を理解するために必要な情報となる。

第3章では、一つ目のテーマである交通流におけるマルチエージェントシミュレーションに関するものである。ここでは、既往の交通流 CA モデルをベースに先行車両との速度差と車間距離に応じてランダムブレーキの生起を調整するモデルを提案した。その結果として、既往モデルの良好な再現性を失うことなく、欠点であった非現実的な急減速ダイナミクスを改善できることを示した。さらには、この減速ダイナミクスの改善が及び三相交通流理論の再現性の向上にもつながることを示した。交通流モデルの改善版を提示するだけでなく、車両の減速方法といったシステムの要素の些細な動きの変化により、システム全体の挙動が大きく変わるという複雑系科学における創発現象の一例を示すことができたと考える。

第4章では、進化ゲームにおける協調創発を議論する際に最も重要なパラメータであるジレンマ強さに関して、従来の定義をベースに新たな定義を提示した。従来の定義では、ジレンマ強さを表すパラメータとして、ギャンブル型ジレンマ $D_g = T - R$ とリスク回避型ジレンマ $D_r = P - S$ を用いており、四つのジレンマクラスの分類を D_g と D_r の正負にて普遍的に説明できている。しかしながら、この従来の定義は、ジレンマの強さを表すパラメータとしては、無限サイズの well-mixed 集団に対しては有効であるが、互惠機構により何らかの社会粘性が集団に付加された場合は不備が生じる場合がある。そこで、これらを $R - P$ で正規化した新たなギャンブル型ジレンマ D_g' とリスク回避型ジレンマ D_r' を定義し、普遍的にジ

レンマ強さを表すスケーリングパラメータとして有効であることを演繹及び数値シミュレーションにて論証した。さらには、既往文献にてパラドクスとして報告されている事象が、上記定義にて説明できて、何らパラドクスではないことも示した。

第 5 章では、近年注目されているネットワーク上の進化ゲームにおける戦略の定義についての研究結果を示した。従来の離散的なバイナリーな 2 値による定義に対して、連続的に定義した場合の結果についての比較・考察を行い、その結果、well-mixed の進化ゲームでは生じないとされている均衡点の差異が、ネットワーク互惠が付加された進化ゲームでは生じることが解った。さらに、第 4 章で定義したジレンマ強さのパラメータを使用して考察することで、ギャンブル型ジレンマの影響 (D_g) が大きい場合とリスク回避型ジレンマの影響 (D_r) が大きい場合とで、離散的戦略定義と連続的戦略定義の均衡点の差異が異なる性質を示すことを明らかにした。また、連続的戦略定義においても、確率要素を含めるか否か(本論での連続戦略及び混合戦略に相当)によっても、協調進化の帰結が大きく異なることを示した。これらについて、進化の初期段階における戦略分布推移や、戦略適応方法及び戦略的適応速度、初期分布の違いなど様々な視点から論じることにより、上述した均衡点の差異が何故発生するのかを明らかにした。特に、進化の過程で何が発生しているかの時刻歴データを考察することは協調創発機構を解明する上で特に重要であるため、続く第 6 章にて注目している。

第 6 章では、ネットワーク上の進化ゲームに関して、時刻歴データを二つに区分して考察することにより、ネットワーク互惠における協調創発メカニズムに対する見解を示した。ネットワーク上の進化ゲームに関しては、初期の協調戦略が裏切り戦略からの侵略に耐える期間 (END 期間) 及び生存した協調クラスターが隣接する裏切り戦略を取り込んで拡大していく期間 (EXP) の二つに分けて考えることが有効であることを示した。さらには、戦略適応方法に確率要素が含まれているか否か、そして、ネットワークのクラスター係数の大小が、それら二つの期間における協調戦略の振る舞いに多大な影響を与えていることも明らかにした。

繰り返しになるが、報告内容は、第 3 章の交通流に関するもの、第 4 から第 6 章の進化ゲームに関するものの大きく二つに分けらる。本論におけるこの二つの直接の関係性は薄く、さらには、本研究分野全体から見ると局所的なものに過ぎないかもしれない。しかしながら、いずれの報告内容も人間-環境-社会システムを今後進展させ、実際の社会問題に内在するジレンマを解消できるような協調創発機構を解明するためには無視できない報告内容となっている。

7.2 今後の展望

上述した本論の知見は、社会の具体的な諸問題を直接解決に導くものではないが、それらを論じる上で無視できないものである。例えば、第 3 章で注目した交通流 CA モデルに関してであれば、車線変更のある二車線系において進化ゲームを適用して一車線狭窄部に内在するジレンマという具体的な問題を考察しているものがある。しかしながら、既往文献で使用されている交通流 CA モデルは、本論で述べた問題点が解決されていないものであるた

め、本論で新たに提案したモデルで再解析することにより、交通流ジレンマゲームの帰結にどのような影響を及ぼすかを考察することが可能である。また、第4章の新たなジレンマ強さの定義については、今後の研究は当然ながら、これまで報告されてきた膨大な数の既往研究の見直しにも有効である。本論では、Németh & Takácsのパラドクス現象の説明のみに留めたが、既往研究を見直せば、それ以外にも本論のジレンマ強さの定義で初めて説明できるようになる現象が見つかる可能性が高い。さらには、離散的戦略定義と連続的戦略定義の均衡点の差を明らかにした第5章については、第4章と同様に、既往研究の再考察に使用することで新たな知見を得られるかもしれない。またそれ以外にも、例えば、ギャンブル型のジレンマが強い状況下では連続戦略、リスク回避型ジレンマが強い状況下では混合戦略を採るのと同義になるような機構をシステムに取り入れることで、協調創発を助長できる可能性もある。最後に、第6章のネットワーク互恵の素過程に関する知見については、ネットワーク互恵を強める機構を考える際に、本論で提唱したEXP期間とEND期間のそれぞれについて着目することでより効果的なものを考え出すことができるだろう。

本論で新たに得られた知見が人間－環境－社会システムにおける協調創発機構の解明の一助となることを祈念し、総括とする。

謝辞

本論文は筆者が九州大学大学院総合理工学府環境エネルギー工学専攻の博士後期課程に在籍中の研究結果を求めたものである。同専攻教授である谷本潤先生には、本研究の遂行にあたって終始熱心なご指導をいただいた。ここ深謝の意を表す。同学府教授の羽田亨先生、並びに、同学府教授の萩島理先生には副査として本論文を精読いただくとともに貴重なご助言をいただいた。ここに深謝の意を表す。同学府助教の池谷直樹先生には、多くの有益なご助言をいただいた。ここに感謝の意を表す。