

# Iwasawa theory for representations of knot groups

丹下, 稜斗

<https://hdl.handle.net/2324/2236035>

---

出版情報 : Kyushu University, 2018, 博士 (数理学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 :

氏 名	丹下 稜斗		
論 文 名	Iwasawa theory for representations of knot groups (結び目群の表現に対する岩澤理論)		
論文調査委員	主 査	九州大学 教授	森下 昌紀
	副 査	名古屋工業大学 准教授	水澤 靖
	副 査	秋田大学 准教授	山口 祥司
	副 査	東京大学 准教授	北山 貴裕

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

丹下稜斗氏の博士論文は、数論的位相幾何学、特に、結び目群の表現に対する岩澤理論に関するものである。

数論と結び目理論の間に概念的な類似性があることは 1960 年代に B. Mazur により指摘され、1990 年代後半になり M. Kapranov, A. Reznikov, 森下昌紀により組織的研究が創められた。未だ基礎づける問題も多くある数学の新しい分野である。当初から古典的な岩澤理論と Alexander-Fox 理論の間に親密な並行性があることが認識され、Mazur による数論幾何的な Galois 表現に対する岩澤理論や Galois 表現の変形理論の創始において幾何的な動機付けを与えるものであった。

丹下稜斗氏の研究は、逆に、Galois 表現(やその変形)に対する岩澤理論の結び目理論における位相幾何学的な類似を構築するものである。

まず、丹下氏は、Galois 表現に付随する Selmer 群の漸近公式の類似とみられる、結び目群の表現に付随するホモロジー漸近公式を示した。これは、Fox による結び目の分岐被覆のホモロジー公式の拡張も与えている。その証明には数論的な考察や技術が用いられる興味深い研究である。

次に、丹下氏は、Galois 表現の普遍変形に対する Selmer 群や代数的 L-関数の類似とみられる、結び目群の表現の普遍変形に対するねじれ結び目加群やその位数イデアルを導入し、研究した。これらの概念は、Mazur が論説“The theme on p-adic variation (p 進変動の主題)”において 21 世紀の重要な研究指針として提起した問題を明確に定式化したものである。同氏は、具体的な結び目(特に 2 橋結び目)に対し、計算機を用いて、普遍変形、ねじれ結び目加群及び位数イデアルを計算した。これにより、初めて Mazur の問題に肯定的解決を与えたのであり、大変重要な結果である。

さらに最近では、双曲結び目のホロノミー表現に対し、Selmer 群や L 不変量の類似に関する研究も行っており、これらも双曲幾何学における Porti トーションとも関連して興味深いものである。

丹下氏の研究は、計算機を用いた具体的な計算を実行し、その結果に基づき、一般的な新しい理論を予測、構築するというスタイルで、極めて興味深い優れたものである。

以上の丹下稜斗氏の結果は、数論的位相幾何学における大変優れた価値ある業績と認められる。  
よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。