Q-分析と地理学 : 地域の多様性・局所性への視点

水野, 勲

https://doi.org/10.15017/2230455

出版情報：史淵. 126, pp.1-23, 1989-03-31. 九州大学文学部
バージョン：
権利関係：

Q－分析と地理学

― 地域の多様性・局所性への視点 ―

水　野　　勲

1．はじめに

「計量革命」以後，さまざまな数理的手法が地理学に導入されてきた。しかし，それらの手法のほとんどが統計学と線形代数学に関連するものであったことは，[1] もっと注目されてよい。多くの，しかも多様な数学の分野のなかで，これらの数学に計量地理学者の関心が集中したことは，何を意味するのだろうか。また，これまで関心をもたれることの少なかった他の数学は，地理学者にとって意味のないものなのだろうか。

一方，1970年代以降展開されるようになった人文主義者，ラディカルズによる実証主義地理学への批判は，ややもすると地理学において数学は必要ない，いやむしろ数学こそ人間の技術的支配を増長させる源である，という主張につながりがちである。しかし，地理学者にとって数学は，たんに一連の操作技術でしかないのだろうか。もしそうであるとするならば，そのことは，たとえば集合論の創設者カントールが「数学の本質はその自由性にある」と言ったことと，どのように結びつくだろうか。

本稿を執筆する動機は，地理学に数理的手法を導入するにあたり，上記の二つの疑問に筆者としての答えを与えておきたかったからである。換言すれば，地理的現象の多様さと，それを取り扱う数理的手法の狭さ，厳格さの間のずれに問題を感じ，数理的手法の前提を問いなおす必要があると考えたことによる。こうした問題意識は，すでにオルソン(G. Olsson) やグールド(P. Gould)によって

て表明されている。たとえばオルソンによると，従来の空間分析は現象の多義性（曖昧さ）を一義化（明確化）し，厳格な形式論理によって捉えようとしているという[(2)]。またグールドによると，多変量解析は我々の生きる多次元的世界を「破壊し，押し込む」ものだという[(3)]。両者に共通することは，従来の数理的手法が現象に対する我々の見方，知識を制約しているということであり，グレゴリー(D. Gregory)が言うように，現象の「深層構造」を捉える可能性は我々の用いる言語の構造の枠内で与えられるのである[(4)]。

筆者はすでに，集合論，トポロジー，群論といった「質的数学」の可能性について考察したが[(5)]，従来計量地理学者の関心を引くことの少なかったこれらの数学に，技術的関心によって方向づけられた認識を解放する糸口があるのではないかと考える[(6)]。本稿では，英国の数学者アトキン(R. H. Atkin)がトポロジーから考案し，グールドが近年，地理学に導入しているQ-分析 (Q-analysis)[(7)]を例に，こうした「質的数学」が地域の多様性・局所性を捉える視点をもつことを示したい。そのことは，従来の数理的手法が地域全体の規則性・共通性を強調するあまり捨象してきたものを，再認識する試みでもあるだろう。

2．Q-分析の位置づけをめぐる問題

(1) グールドは地理学にQ-分析を導入するにあたり，これは従来の数理的手法に代わる「もう一つの手法」ではなく，「新しい言語」なのであると繰り返し述べている[(8)]。しかし多くの地理学者においては，後に述べるように，Q-分析は「もう一つの手法」として受け入れられた。Q-分析の位置づけをめぐるこのような受け取りかたの違いのなかに，Q-分析を特徴づける何かがあると思われるので，まずそのことについて検討しておきたい。

アトキンがQ-分析を考案する出発点となったのは，「物理科学におけるコホモロジーから社会科学におけるq-連結性へ」[(9)]という論文である。一般に社会科学で用いられてきた数学言語は，その多くが物理科学で用いられてきたものであった。たとえば，微分学は力学的世界観を構成するためにニュートン自らがつくりあげた数学言語であり，統計学も元はといえば，力学の測定におけるガ

ウスの誤差論から端を発していて，事実，正規分布はガウス分布とも呼ばれる。しかし，アトキンが上記の論文で提出した問題は，社会科学には物理科学の場合とは異なる数学言語が必要ではないか，ということであった。

アトキンはまず,物理科学で用いられてきた数学言語の問いなおしを行った。彼によれば，物理科学の前提には，いたるところ連続で微分可能な空間であるとか，現実の空間はアプリオリに3次元空間とみなせるとか，必ずしも自明とは言えないことがらが含まれているという。ここから，不連続性や次元性の概念の，認識におけるこれまでの欠落が指摘された。アトキンは，物理科学における上記の前提が社会科学では妥当しないばかりでなく，社会科学の対象はその基本構造（次元）が流動的で変化しやすい点で，物理科学の対象と大きく異なると述べている。

(2) 一方，グールドは1970年に，観察値間の相互独立性を前提とする統計学は，地域間の相互従属性こそを取り扱う地理学者にとって，かならずしも必要でないと主張した。[10] こうした前提の問いなおしを通じて，彼はその後，地理学研究にとって有用な言葉や図，および新たな数学言語を模索していた。[11] 1970年代後半において，彼はチャップマン(G. P. Chapman)，ジョンソン(J. H. Johnson)らとともに，世界放送通信機構 I I C (International Institute of Communications)におけるテレビ番組フローの世界地図を作成するプロジェクトに取り組んだ。そのことが，さらにQ-分析のような抽象数学を必要としたとも言える。[12] なぜならば，さまざまな要素が複合した内容をもつテレビ番組を質的に「分類」し，その内容ごとに情報フローを取り扱うためには，集合論的な反省が必要だったからである。

(3) 上記のような問題意識のもとに,Q-分析は地理学に導入されてきた。しかし実際の応用においては，Q-分析を用いた地理学研究のほとんどが，多変量解析と比較してどちらがより「データに忠実な」手法かを問題とするものであった。たとえば，チャップマンはQ-分析を因子分析と比較し，[13] ビューモント(J. R. Beaumont)は主成分分析と，[14] ビューモント(C. D. Beaumont)らは正準相関分析と，[15] ギャトレル(A. C. Gatrell)は多次元尺度構成法と，[16] マッギル(S. M.

Macgill)らはクラスター分析と比較した。[17] これらの研究に共通することは，同一のデータに対してQ-分析と従来の手法を適用し，両者の結果の比較を行なうことであった。その結果これらの論者は，Q-分析がよりデータに忠実な手法であるとしている。しかしこうした結論は，いまのところ多くの地理学者の賛意を得ているものとは言い難い。そもそもQ-分析を「もう一つの手法」とみなし，それを多変量解析と比較する場合には，あらかじめ次の三つのことが検討される必要があるのではなかろうか。

第一に，Q-分析と多変量解析の目的が一致しているかどうかである。統計的手法の目的の一つは，大量データの要約，分類にある。[18] しかし後に述べるように，Q-分析による記述は，要約という目的からは程遠いとさえ言える。

第二に，しかしそれでもなおQ-分析と多変量解析の比較を行なおうとするならば，両者の概念間の対応関係が探られねばならない。とくに，手法の有効性を決める決定係数，適合度などの評価基準は，Q-分析では何に相当するかが問題である。しかしQ-分析は，そのような基準をもっていない。

第三に，「データに忠実な」手法であるかどうかを問うならば，データの数値の意味も問題となる。Q-分析で必要とされるデータが2値データ（0か1か）形式であることは，おもに比率データ，順序データなどのデータ形式を取り扱ってきた多変量解析との総体的な比較を困難なものとする。

以上の検討から，手法としてQ-分析と多変量解析とを比較することは，あまり意味がないように思われる。ただ，Q-分析を手法とみなす傾向は，グールドの紹介の仕方のなかにも含まれていた。また，アトキンの著作のなかにすでにその傾向はあった。したがって，多くの地理学者がこれを手法として取り扱うのも，理由がないわけではなかった。しかし，メルヴィル(B. Melville)が位置づけたように，[19] 地理学を含めた社会科学にQ-分析がもたらす意味は，技術論的なレベルではなく，むしろ認識論的なレベルにおいてであると思われる。

Q-分析の特徴は，第一に，その冗漫とも思われる記述の仕方である。[20] 第二に，厳格な実証主義の判断基準からすれば，Q-分析はなんら仮説をたてず，また検証もしない。こうした特徴は，従来の手法の観点からすれば重大な欠点であろ

う。しかし見方をかえれば，それらは長所でもある。たとえばスプーナー(S. Spooner)は[21]，英国の州(county)レベルの地域計画に応用されてきた因子分析が，データにみられる経験的な規則性，共通性を抽出することに重点を置くあまり，地域の多様性，局所性を記述するのに成功していないと述べている。とくに，異なる地区には異なる問題および要求があるので，そうした地域性を考慮した個別の地域政策が必要であるという。上で述べたQ-分析の特徴は，まさにそのような地域の見方に適うものと思われる。したがって，以下ではこの側面を強調しながらQ-分析の紹介をしていきたい。

3．多様性，局所性を捉えるものとしてのQ-分析[22]

(1) Q-分析とは，二つの集合間の関係の構造を記述するものである。したがって，集合と関係がQ-分析の基礎概念であると言える。ちなみにQという文字は，トポロジーでは次元を表わすのに用いられることが多い。

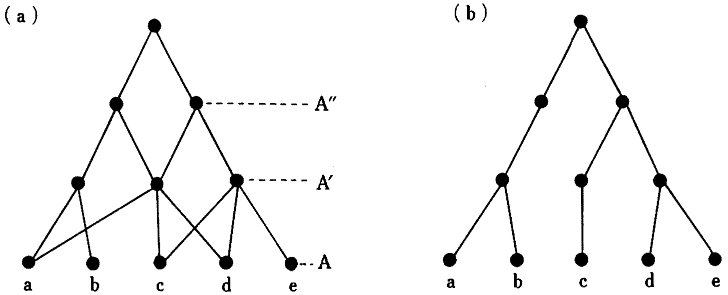
(2) 集合が要素の集まりであることは，よく知られている。しかし，それはたんなる集まりではなく，ある要素と他の要素とを結びつけるなんらかの共通の規則をもったものである。この共通の規則のことを，集合要件(membership)と言う[23]。

集合は階層的に構成することもできる。集合をその要素とする集合，つまり集合の集合を，ベキ集合(power set)と言う。たとえば，A＝｛a, b, c, d, e｝とすると，Aのいくつかの部分集合から構成されたA′＝{{ a, b }，{ a, c, d }，{ c, d, e }} は，ベキ集合である。ここで，ベキ集合の各要素となっている集合のことを，類(class)と言う。このように，類として集合の要素をまとめあげることにより，集合を分節化（差異化）したのである。もちろん，こうした作業はさらに続けることができ，新たな集合要件さえ設ければ，A″＝{{{a, b}，{a, c, d}}，{{a, c, d}，{c, d, e}}}（類によって表現すれば {{a, b, c, d}，{a, c, d, e}}）のように，分節化をより細かく行うこともできる。つまりベキ集合とは，各要素がさまざまなレベルの集合要件によって重層的に結びついているものを示している。

(3) 一方，第１図(ａ)には，先に述べたベキ集合の例を図で示した。これは，数学の束論(lattice theory)においてセミ・ラティス(semi-lattice)と呼ばれる構造を表現している。これに対して従来のほとんどの数値分類法は，そのアルゴリズムを支える認識のありかたが，第１図(ｂ)のようなツリー(tree)と呼ばれる構造をなしている。(24)

セミ・ラティスとツリーの違いは，ベキ集合の形成に際して，一つの要素が同時に二つ以上の類に属するという多義性（曖昧さ）を許すか否かである。ツリーはセミ・ラティスを許容しないが，逆にセミ・ラティスはツリーを許容するから，すべてのツリーはセミ・ラティスの特殊な例であると言える。

しかし両概念の違いは，たんに類の重なりの有無だけにあるのではない。より重要なことは，セミ・ラティスがツリーよりもはるかに複雑で安定した構造をとりうるということにある。すなわち，n個の要素からなるツリーでは($n-1$)通りの類をもちうるのに対し，セミ・ラティスではそれが(2^n-1)通りとなることである。たとえば要素の数が20個の場合，ツリーならばたかだか19通りなのが，セミ・ラティスならば百万通りあまりの類をもちうる。ツリー構造の単純さと比べれば，セミ・ラティス構造はおびただしい多様性をそのうちに秘めて



第１図　セミ・ラティスとツリー

いるのである。

(4) 次に，もう一つの基礎概念である関係について述べたい。

我々はふつう，言葉や図によって二つの集合を関連づけることがあるが，なかでも関数(function)は，操作性に富むものとして最も重要とされてきた。数学ではこの他に，写像(mapping)や関係(relation)という関連づけがある。

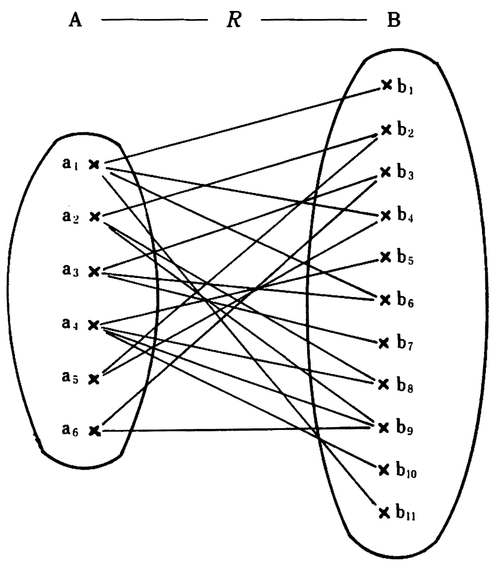
関数，写像，関係は，次の3つの基準によって区別することができる。(a)集合X，Yの要素は数量で表現されなければならないか，(b)集合XからYへの対応規則(correspondence rule)は方程式で表現されなければならないか，(c)集合XからYへの対応は一義的でなければならないか，という3点である。第1表にその結果を示した。これによれば，関数は写像に包含され，写像は関係に包含される概念であることがわかる。すなわち，これら3つの概念は，関数，写像，関係の順に，より多様な関係性を表現しうるのである。

(5) いま，二つの集合A，B間に，第2図に示されるような特定の関係が生起(incidence)しているとしよう。たとえば，$A=\{a_1, a_2, \cdots, a_6\}$ を地区の集合とし，$B=\{b_1, b_2, \cdots, b_{11}\}$ を公共施設（たとえば役所，病院，保育所，公園，図書館など）の集合とし，関係Rを地区の半数以上の住民が日常的にアクセスできるということにすれば，ARBを表現した第2図は，各地区と，日常的に利用することができる公共施設との関係を示していることになる。

Q-分析では，集合間の関係の生起を行列で表現することがある。つまり，集

第1表　関数，写像，関係の違い

	関　数	写　像	関　係
(a) 要素の表現	数　量	任　意	任　意
(b) 対応規則の表現	方程式	任　意	任　意
(c) 対応	一義的	一義的	多義的



第２図　集合A，B間の関係R

第２表　生起行列

A＼B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0

合A，B間の関係Rにおいて，生起行列$\Lambda=\{\lambda_{ij}\}$とは，

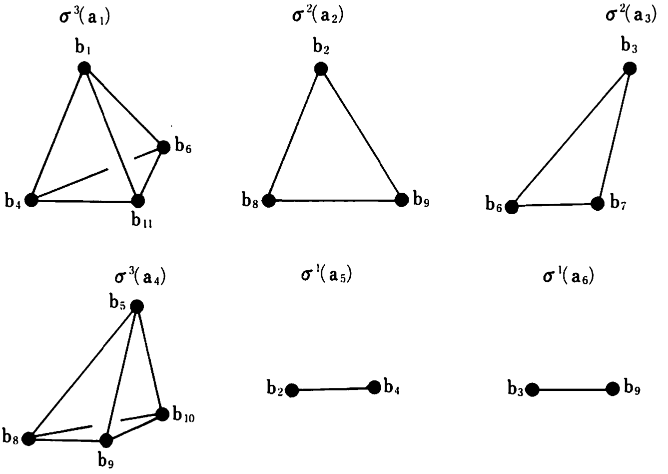
$$\lambda_{ij}=1\ (iRj\text{が生起したとき})$$
$$0\ (iRj\text{が生起していないとき})$$

と表される。第2図の関係を生起行列で表現すると，第2表のようになる。これは，従来の統計的手法でも取り扱われてきた2値データ行列である。しかしここで注意すべきことは，データ形式が同じであっても，データの意味づけはQ-分析と統計的手法では違うということである。前者はつねに次元として扱うのに対し，後者は数量としてみる。

集合Aの各要素を，集合Bとの特定の関係づけRにおいて単体(simplex)表現すると，

$$\sigma^3(a_1)=\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle$$
$$\sigma^2(a_2)=\langle b_2, b_8, b_9\rangle$$
$$\sigma^2(a_3)=\langle b_3, b_6, b_7\rangle$$
$$\sigma^3(a_4)=\langle b_5, b_8, b_9, b_{10}\rangle$$
$$\sigma^1(a_5)=\langle b_2, b_4\rangle$$
$$\sigma^1(a_6)=\langle b_3, b_9\rangle$$

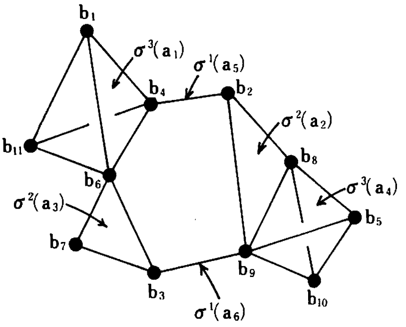
となる。単体とは，集合Aの任意の要素a_iを，それと関係する集合Bの特定の諸要素$b_{i1}, b_{i2}, \cdots, b_{ip}$の部分集合として表現したものである。集合Bの要素を点として，各単体を多面体として幾何学表現すれば，第3図のようになる。一般に(n+1)個の点からなる多面体はn次元空間にて表現することができるから，集合Bの特定の(n+1)個の要素に関係づけられた集合Aの要素a_iは，n単体(またはn次元単体)と呼ばれ，$\sigma^n(a_i)$のように表記される。$\sigma^3(a_1)$は3単体，$\sigma^2(a_2)$は2単体，………のようになる。



第３図　単体の幾何学表現

単体という概念で重要なのは，次の二つのことがらである。一つは，単体は単なる多面体ではなく，多面体を構成するさまざまな次元の幾何学的要素をその概念に内包していることである(要素の非線形的結合)。たとえば，$\sigma^3(a_1)$という３単体には，全部で$\langle b_1\rangle$, $\langle b_4\rangle$, $\langle b_6\rangle$, $\langle b_{11}\rangle$（点に対応），$\langle b_1, b_4\rangle$，$\langle b_1, b_6\rangle$，$\langle b_1, b_{11}\rangle$ $\langle b_4, b_6\rangle$, $\langle b_4, b_{11}\rangle$, $\langle b_6, b_{11}\rangle$ (線に対応)，$\langle b_1, b_4, b_6\rangle$, $\langle b_1, b_6, b_{11}\rangle$, $\langle b_4, b_6, b_{11}\rangle$ (面に対応)，$\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle$ (立体に対応) という単体が内包されている。これらの単体は$\sigma^3(a_1)$の辺単体(face)と呼ばれる。ここでの例では，地区a_1の各公共施設への住民のアクセスの仕方は，たんに$\langle b_1\rangle$や$\langle b_4\rangle$というふうに個別にあるだけでなく，$\langle b_1, b_4, b_6\rangle$のようにいくつかの施設を連携した状態でもありうるということを，この単体概念は区別して表現している。

もう一つは，単体の次元は，集合A，B間の特定の関係づけによって生起したものであって，物理科学の空間のようにアプリオリに決められているものではないということである。したがって，単体ごとにその次元が異なることもありうる（次元の局所性)。そして各単体のふるまいは，この次元性 (dimen-



第４図　複体

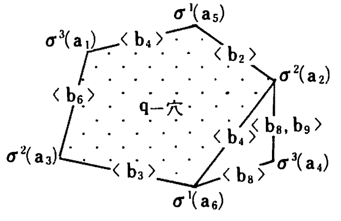
sionality)において支えられ，また制約される。たとえば，地区a_1は３次元の，地区a_2は２次元の施設空間のなかにいる。そして，地区a_1はその日常的活動を単体$\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle$の辺単体の枠内で行うことができるが，その枠以上の次元の活動はとりあえずできない。現在の次元の枠を越える活動を行おうとすれば，地区a_1の住民が，今までに存在した集合Ａ，Ｂ間の関係づけを変更する行為にでなくてはならない。

(6)　さて，第３図では単体を個別に扱ってきたが，それぞれの単体はさまざまな次元の重なりをもちながら存在している。つまり，セミ・ラティス状に単体が結合しているわけである。そうした重なり具合に注意しながら第３図の各単体を組み立てると，第４図のような複合した多面体集合体ができあがる。これが複体(simplicial complex)であり，関係Rによって集合Ａが Ｂ に関係づけられたという意味で，これを$K_B(A;R)$と表記することが多い。この複体の局所的・全体的構造を調べることにより，公共施設への近接性を媒介とした各地区間の共通性を記述することができる。複体において重要なことは，第４図からわかるように，全体を n 次元空間として一様に枠づけるのでなく，局所的な次元の存在を考慮に入れることである。第４図の複体を局所的に見ていくと，公共施設への近接性は地区ごとにかなり異質なものであることが読み取れる。

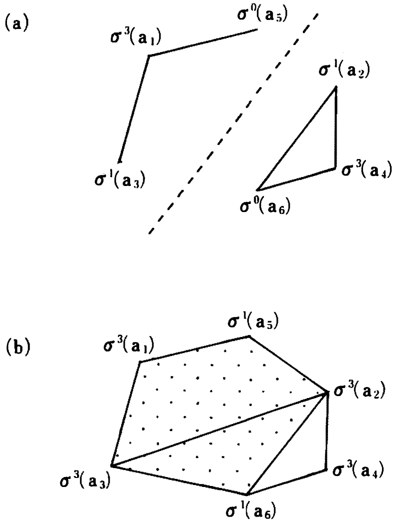
複体の構造を記述する概念として，次の三つのものがある。一つは，q -隣接(q-nearness)で，これは二つの単体が少なくともｑ次元の単体を共有すること

を言う。たとえば，$\sigma^3(a_1)$と$\sigma^2(a_3)$は0-隣接，$\sigma^2(a_2)$と$\sigma^3(a_4)$は1-隣接である。ここでの例では，地区a_1とa_3は，公共施設への近接性において0次元の共通性をもち，同様に地区a_2とa_4は，1次元の共通性をもつということである。隣接の次元が高いほど，二つの単体はさまざまな次元での共通性が生じることとなる。たとえば，地区a_2とa_4では単体$\langle b_8, b_9\rangle$を共有し，このため$\langle b_8\rangle$, $\langle b_9\rangle$および$\langle b_8, b_9\rangle$という単体レベルでの共通性がみられる。

しかし，$\sigma^3(a_1)$と$\sigma^2(a_2)$のように，直接に隣接していない単体もある。ただし



第5図　q-穴



第6図　複体の構造変化

$\sigma^3(a_1)$と$\sigma^1(a_5)$, $\sigma^1(a_5)$と$\sigma^2(a_2)$とは隣接しているから，間接的には$\sigma^3(a_1)$は$\sigma^1(a_5)$を媒介として$\sigma^3(a_2)$と結びついている。二つめの概念であるq-連結(q-connectivity)は，こうした間接的な結びつきによってできあがる単体の連結体を取り扱う。つまり，単体$\sigma(a_i)$が$\sigma(a_j)$とm-隣接であり，しかも$\sigma(a_j)$が$\sigma(a_k)$とn-隣接であるならば，mとnのうち小さい方の次元をpとすると，$\sigma(a_i)$, $\sigma(a_j)$, $\sigma(a_k)$はp-連結であると言う。この概念は，単体間がゆるやかで漸移的な共通性によって結合された状態を表現している。

このように単体間の直接・間接の連結状態を捉えるところから，複体の構造的な見方が可能となる。第4図を，単体どうしの連結状態に注目しながら簡略化すると，第5図のようになる。q-穴(q-hole)という概念は，たとえば$\sigma^3(a_1)$, $\sigma^1(a_5)$, $\sigma^2(a_2)$, $\sigma^1(a_6)$, $\sigma^2(a_3)$, $\sigma^3(a_1)$,の間にできた関係の中空のことである。このq-穴のために，たとえば地区a_2とa_3との共通性は，地区a_6を通じてか，地区a_1, a_5を通じて迂回的にあるだけである。ここで，地区a_5, a_6の住民がなんらかの理由で，それぞれ公共施設b_2, b_3へのアクセスの可能性を失ったとき，地区$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$にあった一つのゆるやかな結びつきは失われて，二つの全く異質な地区集団に分離してしまう(第6図(a))。しかし逆に，地区a_3の住民が新たに公共施設b_2へのアクセスが可能になったとき，これらの地区の集合は強い連結性をもち，したがって共通性が増す(第6図(b))。

(7) 以上で述べてきた複体の構造は次元背景 (backcloth)と呼ばれ，活動量(traffic)とは区別される。つまり，次元背景は活動の可能性と制約を表わしているが，活動量はそうした枠内で現実に行われた活動の，ある数量を表わしている。Q-分析のこのような枠組みは，時間地理学におけるプリズムとパスの対比に通じるものがある。(25)

活動量の表記は，次元背景をともなって示される。たとえば，地区a_1の住民が各公共施設を1年間に利用する回数を活動量πとすると，

$$\pi(a_1) = 20\langle b_1\rangle \oplus \cdots \oplus 60\langle b_1, b_6, b_{11}\rangle \oplus \cdots \oplus 30\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle \tag{1}$$

のように表わし，パターン多項式と呼ばれる。ここで$\oplus$は直和(direct sum)という，群論における演算の一つであって，同じ単体を背景とした数量間どうしでしか算術和を認めないものである。それは多項式の計算に似て，次元づけられた(graded)構造をもっている。上の例でいえば，たとえば施設$\langle b_1 \rangle$だけを利用する活動と，3つの施設$\langle b_1, b_6, b_{11} \rangle$を連携的に利用する活動は，互いに他へ還元することができないことを示す。

和といえば一般に，算術和(numerical sum)+，集合和(union of sets) $\cup$ がよく知られている。算術和 $a+b$ では，aとbが同一の事物の数量であることを前提とし，「全体は部分の総和である」ということを表現している。しかし集合和 $A \cup B$ では，ド・モルガンの法則で知られているように，$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ となり（Pは集合に含まれる要素の数)，「全体は部分の総和から重複部分を差し引いたものである」ことを示している。これに対して直和は，単体という関係空間における演算であって，たとえば $c_1 \langle b_1 \rangle \oplus c_2 \langle b_2 \rangle$ と，$(c_1 + c_2) \langle b_1, b_2 \rangle$ は違うものであると考える（ただし，c_1, c_2 はスカラー)。ゆえに直和は，「全体は部分の総和とは異なる（または以上の）ものである」ことの一つの表現形態である。このように，算術和，集合和，直和となるにつれ，和という演算のもつ意味が多様性をおびていくと言える。

(8) Q-分析における変化の捉えかたには，次の二つがある。一つは，次元背景が変化するもので，構造の変化と呼ばれる。もう一つは，次元背景が不変のまま，その次元背景に支えられた活動量が変化するもので，パターンの変化と呼ばれる。アトキンは，社会科学の対象では物理科学の対象と違って，この次元背景が安定していないことが多く，このためアプリオリにn次元空間の枠を設定する従来の数学言語は不適切ではないかと考えたのである。

ところで，構造の変化は複体の変化として表現されるが，パターンの変化は直和によって表現される。たとえば，式(1)で示したパターンが，次のように変化したとしよう。

$$\pi(a_1)=15\langle b_1\rangle \oplus 45\langle b_4\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus 58\langle b_1, b_6, b_{11}\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus 30\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle \quad (2)$$

このとき，パターンの変化は，式(2)から式(1)を引いて，

$$\Delta\pi(a_1)=(-5)\langle b_1\rangle \oplus 10\langle b_4\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus (-2)\langle b_1, b_6, b_{11}\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus 0\langle b_1, b_4, b_6, b_{11}\rangle \quad (3)$$

のように表現される。ここで重要なことは，繰り返すことになるが，複体の構造は特定の関係づけによって生起したものであるから，そうした関係づけを変更する行為によって構造変化の可能性が生じることである。

(9) 以上に述べてきたことをまとめると，Q-分析は集合，関係，演算などのさまざまな側面で多様化（差異化）を推し進めた数学言語と言える。換言すれば，集合とベキ集合，ツリーとセミ・ラティス，関数と関係，n次元空間と複体，共通性とq-連結性，活動量と次元背景，算術和と直和という対比を提示することによって，Q-分析の方向性がより明確になる。次章では，多変量解析との具体的な比較によって，さらにQ-分析の特徴が浮彫りになるようにしたい。ここでは議論を簡便化するため，多変量解析の中から(重)回帰分析を例に選ぶことにする。

4．Q-分析と多変量解析

(1) この章では，多変量解析をQ-分析の視点から再解釈することによって，両者の違いを明らかにしていくことにする。

(重)回帰分析のモデルは，一般に次のように定式化される。[26] p個の説明変数 $x_1, x_2, \cdots, x_p$ に関するデータから，q個の被説明変数 $y_1, y_2, \cdots, y_q$ を説明しようとする場合，物理科学や工学とは異なり，人文・社会科学ではモデルを厳密に作りあげることが困難なことが多いとされる。そこで，以下に述べるような定式化が行なわれる。

いま，被説明変数を一つにしぼると，

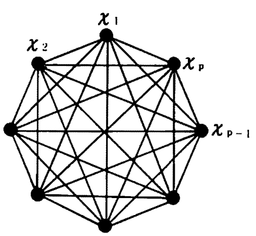
$$y = f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_p) + \varepsilon' \tag{4}$$

と書くことができる。ここで関数 f の形は一般には不明であり，ε'は残差である。式(4)ではデータ処理を行なうことはできないから，次のような連続性，一様性の前提のもとにテイラー展開することによって，式(5)のような線形関数を得る。すなわち，「$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_p$がそれぞれある基準値$m_1, m_2, \cdots\cdots, m_p$のまわりに変動し，その変域がそれほど大きくなく，関数fの形が滑らかであるならば」，fを基準値のまわりで展開し，1次の項のみとると，

$$\begin{aligned} y &= a_0 + a_1(x_1 - m_1) + a_2(x_2 - m_2) + \cdots\cdots + a_p(x_p - m_p) + \varepsilon' \\ &= a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots\cdots + a_px_p + \varepsilon \end{aligned} \tag{5}$$

となる（ここでa_0は定数，$a_1, \cdots\cdots, a_p$は偏回帰係数)。式(5)が（線形）回帰モデルである。

ここで，この回帰モデルを，Q-分析の視点から再定式化することにする。式(4)を複体で表現すれば，第7図のようになる。このことは，式(4)を設定した時点で，すでにp次元空間を一つの枠としてアプリオリに設けたということである。さらに，第7図を第4図と比較すれば明らかなように，回帰モデルでは局所的な次元の存在はないと考えられている。したがって，地域の分析に回帰モ



第7図　p次元関数の複体表現

デルを適用する場合，ある局所的な範域でしかみられない次元は重要視されず，地域差とは変数 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_p$ の変量の量的差異の組合せで表現されるもの，とみなされる。つまり式(4)では，空間全体にわたる次元の普遍化（均質化）が図られている。このことは，関数の採用から必然的に導かれることがらである。

さらに，式(5)を(1)と比較するために，いま第７図の複体で支持される活動量 π' をパターン多項式で表現すると，

$$\pi'(y)=b_1\langle x_1\rangle \oplus b_2\langle x_2\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus b_{12}\langle x_1, x_2\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus b_{12\cdots\cdots p}\langle x_1, x_2, \cdots\cdots, x_p\rangle \tag{6}$$

となる。式(6)のうち，１単体以上の次元の単体によって支えられる活動は無視しうるものと考え，

$$\pi'(y)=b_1\langle x_1\rangle \oplus b_2\langle x_2\rangle \oplus \cdots\cdots \oplus b_p\langle x_p\rangle \tag{7}$$

のように多次元項を省略すると，式(5)の形に近づく。これは，２個以上の変数が共働作用（相互作用）しあうということがないことを示している。つまり，式(7)を採用する場合には，y に対する各変数 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_p$ の影響は相互に独立的であるということである。

さらに，式(7)の直和を算術和におきかえると，式(5)の回帰モデルになる。このおきかえによって，変数間の比例的等価関係が導入される。たとえば変数 x_1 が b_2 だけ増加することと，変数 x_2 が b_1 だけ増加することとは，変数 y に対する意味において等価である。このような変数間の等価関係を保証するものとして，正規分布の普遍性が想定されているのである。

(2)　式(5)のような線形関数の採用という，一見すると些細に思われることのうちに，実は次元の普遍化，変数の相互独立性，基準量への還元が，相互に結びつきをもちながら実行されているのである。しかし，このような想定を行なわねばならない理由は，モデルの内的必然性からは導くことができない。それ

ではなぜ，線形関数が計量分析において支持を集めてきたのだろうか。

とくに新しい指摘というわけではないが，線形関数の採用は操作可能性，観察可能性，実行可能性という技術的理由によるのであろう。第一に操作可能性であるが，もし関数でなく関係を採用したら，前章でみてきたように操作性はほとんどなくなる。第二に観察可能性であるが，Q-分析のようなパターン多項式において現象を忠実に記述しようとすれば，膨大かつ複合的なデータ収集が必要になる。第三に実行可能性であるが，もし線形でなく非線形の関数を採用すると，ほとんどの場合に回帰式を得ることはできないだろう。以上に述べた困難さを回避するために，便宜的に式(5)のような線形関数を採用したのだと思われる。

研究の実践におけるそのような便宜性について，筆者は異論があるわけではない。しかしそうした便宜的な取り扱いを忘れて，線形代数以外の操作性に乏しい数学言語に意味がないという主張が行なわれるとすれば，問題があると思う。そうした主張は数学を操作技術と同一視するものであり，その認識は技術的関心によって強く方向づけられている。

(3) 第2章でもふれたが，Q-分析を多変量解析と同様の手法とみなし，それによって「データ処理」を行なおうとすることは，Q-分析の特徴を無化するに等しい。そうではなく，認識を問う形での地理学への「応用」がなされるべきではなかろうか。Q-分析と同様，トポロジーからカタストロフ理論を考案したルネ・トム(R. Thom)の次の発言は[27]，地理学研究におけるQ-分析の意義を考えるうえで示唆を与える。

「狭い意味の実証主義者のいうように，現象がどのように起こるかを記述することだけが重要なのではないと思います。それだけならば，実験をしてその結果を計算機に記憶させておけばすむことでしょう。それよりも重要なのは，現象がどうしてそのように起こるかを理解することです。それには，認識論的にかけ離れているように見える現象をも，それによって総合的に考えることができるような大きなシェーマが必要です。カタストロフ

の理論は類似(analogy)の理論であって，そうしたシェーマを与えるものなのです。」

アトキンの著書も，トムの著書と同様，アナロジーや例示に富んだ記述の仕方をとっている。このことは，こうしたトポロジー言語が，従来の手法とは異なる意義をもつことを示しているように思われる。

5．おわりに

ポアンカレによれば，「数学とは，異なるものを同じものとみなす術(アート)である」という。[28] 何を同じとみなすかは研究の目的によって異なるから，その意味で数学は自由性をもっている。多変量解析では，連続空間，線形関係，正規性などの仮定をもっており，そのことによって操作性を獲得し，大量データの中から規則性，共通性を抽出することができた。これに対して，Q-分析は，できるだけ異なるものを異なるものとして見ようとする。このことによって，操作性は失われるが，そのかわり多様性，局所性を記述する視点が得られる。以上のことから，Q-分析と多変量解析のどちらが有効かという問いはあまり意味がなく，研究者の関心が地域の規則性と個別性のどちらに向うものであるかによって，適切なものを選べばよいと言える。ただ本稿では，数学を操作技術とみなす傾向に対して，認識を問うものとしての数学の意義を提示しようとしたのである。

なお，地理学におけるQ-分析の「応用」例は本稿で引用したもの以外にも数多くあり，そこから展望を得ることは重要なことである。しかし，ここでは文献目録の形で示すにとどめ，[29] それをまとめることは別の機会にゆずりたいと思う。

註

(1)　杉浦芳夫(1984)：地理学における数理的手法の発達，地学雑誌，**93(7)**，420ページ。杉浦は，「計量革命」とは統計学的手法の地理学への導入であったと述べてい

るが，多変量解析を可能にしたものとして，筆者はこれにコンピュータと線形代数学の導入を結びつけて考えたい。

(2) Olsson, G. (1970) : Logics and social engineering, *Geogr. Analysis*, **2,** pp. 361-362.

(3) Gould, P. (1970) : Q-analysis, or a language of structure: an introduction for social scientists, geographers and planners, *Int. J. Man-Machine Stud.,* **12**, p. 179.

(4) Gregory, D. (1982) : Solid geometry : notes on the recovery of spatial structure, in Gould P.and Olsson G. (eds.) : *A Search for Commn Ground,* Pion, p. 192.

(5) 水野勲(1986)：地理学における「質的数学」の可能性：トポロジー。中村和郎，岩田修二編著，『地誌学を考える』，古今書院，104-121ページ所収。

(6) Melville, B. (1976) : Notes on the civil applications of mathematics, *Int. J. Man-Machine Stud.,* **8,** p. 502.

(7) Atkin, R. H. (1974) : *Mathematical Structure in Human Affairs*, Heinemann.
Atkin, R. H. (1981) : *Multidimensional Man,* Penguin.

(8) Gould, P. (1981) : A structural language of relations, in Graig, R. and Labovitz, M. (eds.) : *Future Trends in Geomathematics,* Pion, pp. 281-312.
Gould, P. (1982) : Is it necessary to choose ? Some technical,hermeneutic, and emancipatory thoughts on inquiry, in Gould, P. and Olsson, G. (eds.) : *A Search for Common Ground*, Pion, pp. 71-104.
Gould, P. (1983) : Reflective distantiation through a meta-methodological perspective, *Env. and Plan. B,* **10**, pp. 381-392.

(9) Atkin, R. H. (1972) : From cohomology in physics to q-connectivity in social science, *Int. J. Man-Machine Stud.,* **4**, pp. 139-167.

(10) Gould, P. (1970) : Is *statix inferens* the geographical name for a wild gooes?, *Econ. Geogr.,* **46**, pp. 439-448.

(11) Gould, P. (1976) : The language of our investigations : Part 1, graphics and

maps, *InterMedia,* **5**, pp. 13-16.

Gould, P. (1977) : The language of our investigations : Part 2, algebras, *InterMedia,* **6**, pp. 10-14.

(12) Gould, P., Johnson, J. H. and Chapman, G. P. (1984) : *The Structure of Television,* Pion.

(13) Chapman, G. P. (1981) : Q-analysis, in Wrigley, N. and Bennett, R. J. (eds.), *Quantitative Geography : A British View,* Routlege and Kegan Paul, pp. 235-247.

(14) Beaumont, J. R. (1984) : A discription of structural change in a central place system : a speculation using Q-analysis, *Int. J. Man-Machine Stud.,* **20**, pp. 567-594.

(15) Beaumont, J. R. and Beaumont, C. D. (1982) : A comparative study of the multivariate structure of towns, *Env. and Plan. B.,* **9**, pp. 63-78.

(16) Gatrell, A. C. (1981) : On the structure of urban social areas: explorations using Q-analysis, *Trans. Inst. Brit. Geogr. (NS)*, **6**, pp. 228-245.

Gatrell, A. C. (1983) : *Distance and Space : A Geographical Perspective,* Clarendon Press.

Gatrell, A. C. (1984) : The geometry of a research speciality : spatial diffusion modelling, *A. A. A. G.,* **74**, pp. 437-453.

(17) Macgill, S. M. (1983) : Cluster analysis and Q-analysis, *Int. J. Man-Machine Stud.,* **20**, pp. 595-604.

Clarke, G. P. and Macgill, S. M. (1984) : *The Changing Retail Structure in Leeds 1961-1982 : Initial Explorations with the Q-analysis Algorithm*, School of Geography, Univ. of Leeds, Working Paper No. 368.

(18) 奥野忠一ほか(1981)：『多変量解析＜改定版＞』，日科技連，1-11ページ。

(19) 前掲注(6)，pp. 509-513.

(20) 前掲注(7)，(8)参照。

(21) Spooner, R. S. (1980) : *Q-analysis and Social Indicator Studies in Planning,*

Papers in Planning Research 1, Dept. of Town Planning, Univ. of Wales Institute of Science and Technology, p.6.

(22) ここでは，前掲注(7)，(3)と次の論文を参考にした。

Griffith, H. B. (1983) : Using mathematics to simplify Q-analysis, *Env. and Plan. B.*, **10**, pp. 403-422.

(23) 要素iが集合Aに属するときiはAの元(member)と呼ばれるが，これは社会の成員(member)を抽象した概念であり，同様にして，集合要件(membership)は会員資格(membership)を抽象した概念であろう。

(24) C.アレクサンダー著，押野見邦英訳(1984)：都市はツリーではない。前田愛編『別冊国文学　テクストとしての都市』，学燈社，25-46ページ所収。Alexander, C. (1965) : A city is not a tree, *Design*, **206**, pp. 47-55.

建築学者アレクサンダー(C. Alexander)が，このツリーとセミ・ラティスの概念を用いて近代都市計画に欠けている認識を問題にして以来，これらの概念は建築学のみならず，広範な分野にまたがる問題を提起したものとして，多くの人々の関心を集めている。たとえば，次のものを参照。

廣川勝美編(1984)：『伝承の神話学』，人文書院，5-36ページ。

市川浩(1984)：『＜身＞の構造』，青土社，67-95ページ。

磯崎新(1985)：『いま，見えない都市』，大和書房，11-35ページ。

(25) 前掲注(4)，pp. 193-196.

(26) 前掲注 (18)，25-30ページ。

(27) R.トム著，彌永昌吉，宇敷重広訳(1980)：『構造安定性と形態形成＜原書第2版＞』，岩波書店，日本語版への序。

(28) 山口昌哉(1985)：『食うものと食われるものの数学』，筑摩書房，54ページ。

(29) Gaspar, J. and Gould, P. (1981) : The Cova Da Beira : an applied structural analysis of agriculture and communication, in Pred, A. (ed.) : *Space and Time in Geography : Essays Dedicated to Torsten Hägerstrand,* C. W. K. Gleerup, Lund, pp. 183-214.

Johnson, J. H. and Wanmali, S. (1981) : A Q-analysis of periodic market

systems, *Geogr. Analysis,* **13**, pp. 262-275.

Spooner, R. and Batty, M. (1981) : Networks of urban systems analysis, *Env. and plan. B.*, 8, pp. 449-475.

Plane, D. A. (1984) : A systemic demographic efficiency analysis of U. S. interstate population exchange, 1935-1980, *Econ. Geogr.*, **60**, pp. 294-312.

Gatrell, A. C. (1984) : Describing the structure of a research literature : spatial diffusion modelling in geography, *Env. and Plan. B.,* **11**, pp. 29-45.

Gould, P. and Lyew-Ayee, A. (1985) : Television in the third world : a high wind on Jamaica, in Burgess, J. and Gold, J. R. (eds.) : *Geography the Media and Popular Culture,* Croom Helm, pp. pp. 33-62.

Macgill, S. M. and Springer, T. (1986) : Q-analysis and transport : a false start ?, *Transpn. Res. B,* **4**, pp. 271-291.

また，Environment and Planning B 誌上では，1981，1983年の２回にわたり，Q-分析の方法論的議論が特集されている。そこでの議論も本稿では十分に取り入れることができなかったことを，付け加えておきたい。

（付記） 筆者にQ-分析の存在を示唆し，たえず貴重な助言をくださった杉浦芳夫助教授（東京都立大学）に，紙面を借りてお礼申し上げます。