

地形区分によるワイブル分布の適合度について (1) ： スギ幼齡林の場合

増谷, 利博
九州大学農学部林学教室

山崎, 英祐
九州大学農学部林学教室

清水, 晃
九州大学農学部林学教室

西沢, 正久
九州大学農学部林学教室

<https://doi.org/10.15017/22273>

出版情報：九州大學農學部學藝雜誌. 35 (3/4), pp.81-87, 1981-07. 九州大學農學部
バージョン：
権利関係：

地形区分によるワイブル分布の適合度について (I)

スギ幼齢林の場合

増谷利博・山崎英祐
清水晃・西沢正久

九州大学農学部林学第一教室

(1981年1月24日受理)

On the Fitness of Weibull Distribution by Classification of Topography (I)

On the Young Stands of "Sugi"

TOSHIHIRO MASUTANI, EISUKE YAMASAKI, AKIRA SHIMIZU
and MASAHISA NISHIZAWA

Laboratory of Forest Management, Faculty of Agriculture,
Kyushu University 46-03, Fukuoka 812

緒言

一般にスギ (*Cryptomeria japonica* D. Don), ヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* Sieb. et Zucc.) の人工一斉林では、樹高は尾根筋ほど低く、山腹・谷筋にいくにしたがつて高くなり、谷筋で最も高くなる。また、平均直径も樹高と同じ傾向で谷筋が最も大きい。ha 当たり本数は尾根筋ほど多く、山腹・谷筋にいくにしたがつて減少していることは経験的によく知られていることである。

直径分布については、西沢ら (1976 a, b) は林分シミュレーションに対する生長モデルの研究において、本数・最小直径限界・平均直径および直径の変動係数がわかればワイブル分布の3つのパラメーターが決まり、林分の直径階別本数が求められることを明らかにしている。また、ワイブル分布は工学における寿命分布として見いだされ、指数分布を一般化したものであり、林木の生長とは直接関係ないが分布関数としては最も柔軟性に富み、実際の林分の直径分布によく適合することも報告している。

さらに空中写真による林分構造の推定にワイブル分布を用いて直径階別本数を推定 (山崎ら, 1979, 1980) した例や樹高分布にワイブル分布をあてはめた例 (Kozak and Yang, 1978) などワイブル分布の林学

への応用に関する報告例 (阿部, 1980; Yang *et al.*, 1978; 高田・風間, 1980) は多いが、同一林分内で地形による層化を行なった場合のワイブル分布の適合度についての報告はない。

これらのことから、本研究では地形の測定が行なわれているスギ幼齢林の固定試験地の資料を用いて、直径階別本数分布にワイブル分布をあてはめ、その適合度検定を行ない、さらに地形区分による層化を行なった場合および行なわない場合の適合度についても検討を行なったのでその結果を報告する。

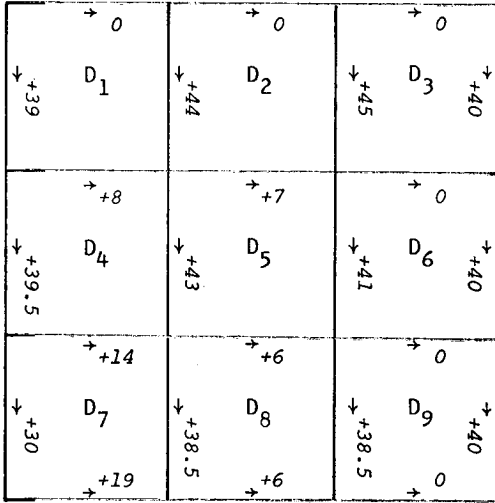
なお、検討に用いた資料は、財団法人福岡県水源の森基金の委託により森林の公益的機能研究会が水源涵養機能に関わる因子の施業による差異を見いだすことおよび暫定プロットで推定が困難な森林環境の変化などの要因を測定することを目的として、粕屋郡久山町大字猪野字峠1-1猪野財産区有林内に1980年7~9月に設定された固定試験地の測定値である。資料提供をしていただいた森林の公益的機能研究会に深く謝意を表する。

資料および方法

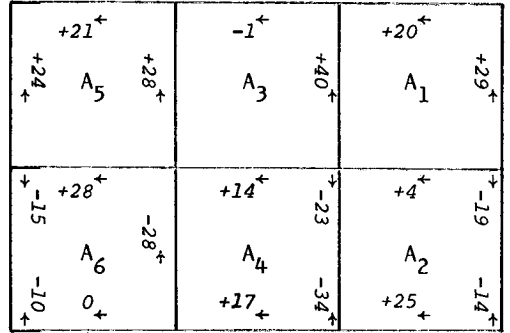
資料

固定試験地7ブロックのなかでプロットの地形区分 (竹下, 1964) が可能なものはD, A, Bの3プロッ

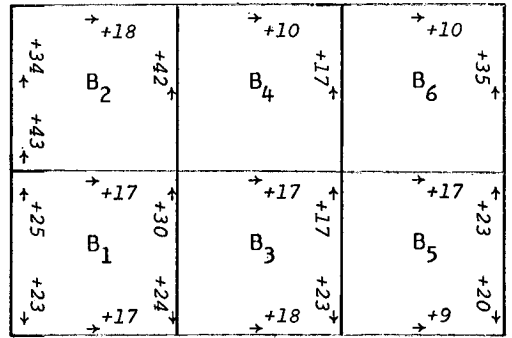
クであつたので、この3つを分析に用いた。Dは9プロット、A、Bはそれぞれ6プロットを含み、これらの各プロットの面積は15m×15mの0.0225haであり、各ブロックの地形は第1、2、3図に示す通りである。D₁、A₁などはプロット番号、矢印は傾斜方向を示し、その傾斜角は数字で示してある。プロットの境界が地形の変曲点であるわけではないが、各プロットをおよそ谷筋・山腹・尾根筋に区分すると、Dブロックでは1、2、3が谷筋、4、5、6が山腹、7、8、9が尾根筋であり、Aブロックでは2、4、



第1図. Dブロックの地形.



第2図. Aブロックの地形.



第3図. Bブロックの地形.

第1表. Dブロックのプロット一覧.

	<i>n</i>	<i>N</i>	\bar{d} (cm)	\bar{h} (m)	<i>CV_d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
D ₁	75	3333	10.9	8.3	.277	4.5	7.19	2.25
D ₂	78	3467	10.1	7.2	.233	4.5	6.30	2.55
D ₃	86	3822	9.2	6.8	.284	1.5	8.58	3.25
D ₄	88	3911	8.6	6.2	.198	4.5	4.63	2.60
D ₅	105	4667	7.4	5.5	.258	1.5	6.56	3.40
D ₆	107	4756	7.6	5.2	.263	2.5	5.76	2.75
D ₇	81	3600	9.0	5.9	.274	3.5	6.16	2.35
D ₈	82	3644	7.5	5.0	.283	3.5	4.49	1.95
D ₉	95	4222	7.4	5.0	.353	1.5	6.60	2.40
D ₁₂₃	239	3541	10.1	7.4	.274	1.5	9.47	3.45
D ₄₅₆	300	4444	7.8	5.6	.249	1.5	7.02	3.60
D ₇₈₉	258	3822	7.9	5.3	.317	1.5	7.19	2.75
D ₁₄₇	244	3615	9.4	6.8	.275	3.5	6.68	2.45
D ₂₅₈	265	3926	8.2	5.8	.296	1.5	7.51	3.00
D ₃₆₉	288	4267	8.0	5.6	.314	1.5	7.30	2.80
D ₁₋₉	797	3936	8.5	6.0	.303	1.5	7.86	2.95

6が谷筋, 1, 3, 5が山腹および尾根筋, Bブロックでは1, 3, 5が谷筋, 2, 4, 6が山腹および尾根筋である。

これらの3ブロックはすべて15年生スギ林分であり, 胸高直径は直径テープで1mm括約, 樹高は測棒により0.1m括約で毎木調査が実行されている。プロットごとの本数(n), ha当たり本数(N), 平均直径(\bar{d}), 平均樹高(\bar{h}), 直径の変動係数(CV_d)をそれぞれ第1表にDブロック, 第2表にAブロック, 第3表にBブロックに対して示してある。

本数はA, Dブロックでは山腹および尾根筋と谷筋の間に差は認められないが, Bブロックではha当たり本数で約1000本谷筋の方が少ない。平均直径・平均樹高は各ブロックともに尾根筋・山腹・谷筋へと順次大きくなる傾向が認められる。なお, 本数に顕著な差が認められないのは林齢が15年と低いためであると考えられるが, 直径・樹高は15年生にもかかわらず地形による生長の差が認められ, 直径の変動係数には地形による変化は認められないようである。

方法

1cm括約で測定した胸高直径を d , 最小直径限界を a , 各直径階別本数を $f(x)$, $x = d - a$ とすると,

平均直径 \bar{d} , x の平均 \bar{x} , 直径の分散 Sd^2 , 直径の変動係数 CV_d , x の変動係数 CV_x は次式によって求めることができる(西沢ら, 1976a)。

$$\bar{d} = \sum df(x) / \sum f(x) \tag{1}$$

$$\bar{x} = \bar{d} - a \tag{2}$$

$$Sd^2 = (\sum d^2 f(x) - (\sum df(x))^2 / \sum f(x)) / \sum f(x) \tag{3}$$

$$CV_d = Sd / \bar{d} \tag{4}$$

$$CV_x = CV_d (\bar{d} / \bar{x}) \tag{5}$$

まず, 西沢による c, Γ_1, CV_x の表(Nishizawa, 1978)を用いて, (5)式で計算した CV_x に対応する c を求める。つぎに c に対応する Γ_1 を用いて, 次式により b を求める。

$$b = \bar{x} / \Gamma_1 \tag{6}$$

このようにして, ワイブル分布の3つのパラメーター, すなわち位置のパラメーターである a , 尺度のパラメーターである b , 形のパラメーターである c を求めることができる。本数を N とすると, 直径階別本数 $\hat{f}(x)$ は,

第2表. Aブロックのプロット一覧。

	n	N	\bar{d} (cm)	\bar{h} (m)	CV_d	a	b	c
A ₁	90	4000	9.7	8.8	.293	3.5	7.04	2.35
A ₂	96	4267	11.6	11.5	.262	5.5	6.92	2.10
A ₃	83	3689	10.4	7.8	.283	2.5	8.81	2.90
A ₄	87	3867	11.6	9.6	.287	4.5	8.04	2.25
A ₅	88	3911	11.3	8.9	.263	4.5	7.69	2.45
A ₆	88	3911	12.3	10.0	.268	4.5	8.81	2.55
A ₁₃₅	261	3867	10.5	8.5	.285	2.5	8.94	2.90
A ₂₄₆	271	4015	11.9	10.4	.273	4.5	8.29	2.45
A ₁₂	186	4133	10.7	10.2	.289	3.5	8.14	2.50
A ₃₄	170	3778	11.0	8.7	.291	2.5	9.54	2.90
A ₅₆	176	3911	11.8	9.4	.269	4.5	8.25	2.45
A ₁₋₆	532	3941	11.2	9.5	.285	2.5	9.72	2.95

第3表. Bブロックのプロット一覧。

	n	N	\bar{d} (cm)	\bar{h} (m)	CV_d	a	b	c
B ₁	87	3867	11.6	9.0	.269	6.5	5.73	1.70
B ₂	102	4533	7.6	5.1	.306	1.5	6.87	2.85
B ₃	88	3911	11.2	8.9	.318	4.5	7.52	1.95
B ₄	114	5067	8.1	5.7	.289	2.5	6.25	2.55
B ₅	80	3556	12.1	9.5	.257	5.5	7.40	2.25
B ₆	110	4889	8.3	6.2	.268	2.5	6.54	2.85
B ₁₃₅	255	3778	11.6	9.2	.283	4.5	8.01	2.30
B ₂₄₆	326	4830	8.0	5.7	.288	1.5	7.28	3.10
B ₁₂	189	4200	9.5	6.9	.356	1.5	8.97	2.55
B ₃₄	202	4489	9.4	7.1	.351	2.5	7.80	2.20
B ₅₆	190	4222	9.9	7.6	.324	2.5	8.33	2.45
B ₁₋₆	581	4304	9.6	7.2	.343	1.5	9.10	2.65

$$\hat{f}(x) = w N(c/b)(x/b)^{c-1} \exp\{-(x/b)^c\} \quad (7)$$

により計算できる。ここに w は直径階の幅である。

以上の手順で各ブロックのプロットごと、地形の等高線方向による層ごと、地形に直角方向のクラスターごと、およびブロック全体でワイブル分布のパラメーターを求めた。

つぎにこれらのパラメーターから、(7)式により、各直径階別本数を求め、この直径階別本数分布と実測値の分布とに差があるかどうかの検定を行なった。t 検定が林学において用いられる場合、観測値が正規分布に従わないと不規則な結果を生ずる (Freese, 1960) おそれがあることと、標本サイズが小さい場合には χ^2 検定よりむしろ Kolmogorov-Smirnov の検定 (以下 K-S 検定) の方が検出力が優っている (Conover, 1971) ことから、K-S 検定を用いて分布の差の検定を行なった。K-S 検定では検定統計量を D_n とすると、 n , 有意水準 α に応ずる $D_{n(\alpha)}$ を K-S 検定の有意点を求める表 (Conover, 1971) から求め、 $D_n > D_{n(\alpha)}$ ならば有意差があると判定する。ここに D_n は推定値の分布関数と観測値の分布関数との差の絶対値の最大を意味する。

つぎに各プロットごとにワイブル分布により求めた直径階別理論本数を各直径階ごとに加え合わせブロック全体を推定したもの、各層ごとに求め加え合わせたもの、各クラスターごとに求め加え合わせたもの、および全体の観測値をワイブル分布にあてはめたものをそれぞれ求めた。

これらの推定値と実測値との適合度の順位は次のようにして判定した。 χ^2 の値および Freese (1960) の χ^2 式の定数を 1 とした値 $\chi^2_{\#}$ の大小で比較し、これらの値が小さいほど適合がよいこととした。 χ^2 および $\chi^2_{\#}$ の値は各直径階の実測値を μ_i , ワイブル分布による推定値を x_i とすると次の通りである。

$$\chi^2 = \sum(\mu_i - x_i)^2 / x_i \quad (8)$$

$$\chi^2_{\#} = \sum\{(x_i - \mu_i) / \mu_i\}^2 \quad (9)$$

結 果

前述のような方法で、それぞれ各プロットごと、層ごと、ブロック全体について、ワイブル分布の 3 つのパラメーターを求めた。D, A, B ブロックごとにそれぞれ第 1, 2, 3 表にパラメーター a, b, c の値が示してある。つぎにワイブル分布をあてはめ、直径階別理論本数を求め、適合度について K-S 検定の両側検定を行なった。その検定統計量 D_n, n , および 5% 有

意水準での $D_{n(\alpha)}$ (両側検定であるため $D_{n(\alpha)}$ は $D_{n(0.025)}$ である) の値をそれぞれ D, A, B ブロックごとに第 4, 5, 6 表に示している。表に示してあるように、いずれの場合にも $D_n < D_{n(0.025)}$ であり、5% 有意水準で有意差はないことから、ワイブル分布による直径階別理論本数と実測値の分布に差がないことがわかった。

つぎに各プロットごとにワイブル分布により求めた

第 4 表. D ブロックにおける K-S 検定結果.

	D_n	n	$D_{n(0.025)}$
D ₁	.0533	75	.1544
D ₂	.0769	78	.1515
D ₃	.0581	86	.1444
D ₄	.0795	88	.1427
D ₅	.0857	105	.1325
D ₆	.0374	107	.1313
D ₇	.0247	81	.1487
D ₈	.0366	82	.1478
D ₉	.0421	95	.1375
D ₁₂₃	.0167	239	.0879
D ₄₅₆	.0467	300	.0784
D ₇₈₉	.0233	258	.0846
D ₁₄₇	.0615	244	.0869
D ₂₅₈	.0302	265	.0834
D ₃₆₉	.0382	288	.0800
D ₁₋₉	.0314	797	.0481

第 5 表. A ブロックにおける K-S 検定結果.

	D_n	n	$D_{n(0.025)}$
A ₁	.0333	90	.1412
A ₂	.0521	96	.1368
A ₃	.0482	83	.1469
A ₄	.0460	87	.1436
A ₅	.0568	88	.1427
A ₆	.0568	88	.1427
A ₁₃₅	.0230	261	.0841
A ₂₄₆	.0185	271	.0825
A ₁₂	.0323	186	.0996
A ₃₄	.0294	170	.1042
A ₅₆	.0284	176	.1024
A ₁₋₆	.0188	532	.0589

第 6 表. B ブロックにおける K-S 検定結果.

	D_n	n	$D_{n(0.025)}$
B ₁	.0345	87	.1436
B ₂	.0882	102	.1345
B ₃	.0682	88	.1427
B ₄	.0614	114	.1272
B ₅	.0375	80	.1496
B ₆	.0455	110	.1295
B ₁₃₅	.0235	255	.0851
B ₂₄₆	.0399	326	.0752
B ₁₂	.0688	189	.0988
B ₃₄	.0347	202	.0956
B ₅₆	.0421	190	.0985
B ₁₋₆	.0430	581	.0563

第7表. Dブロックにおける推定方法ごとの直径階別本数.

d(cm)	D	$D_{123}+D_{456}+D_{789}$	$D_{147}+D_{258}+D_{369}$	$D_1+\dots+D_9$	$D_{(1+\dots+9)}$
2	3	1	2	1	2
3	15	10	11	8	12
4	21	28	28	25	31
5	46	55	57	56	57
6	93	86	87	91	83
7	102	111	109	116	105
8	136	124	118	127	116
9	129	117	114	118	114
10	81	96	98	94	99
11	74	69	72	64	75
12	47	44	49	41	50
13	19	28	28	27	29
14	17	16	14	15	15
15	6	8	7	8	6
16	6	3	2	3	2
17	2	1	1	2	1
18				1	

直径階別理論本数を各直径階ごとに加え合わせブロック全体を推定したものをそれぞれ $D_1+\dots+D_9$, $A_1+\dots+A_9$, $B_1+\dots+B_9$, 各層ごとに求め加え合わせたものをそれぞれ $D_{123}+D_{456}+D_{789}$, $A_{135}+A_{246}$, $B_{135}+B_{246}$, 各クラスターごとに求め加え合わせたものをそれぞれ $D_{147}+D_{258}+D_{369}$, $A_{12}+A_{34}+A_{56}$, $B_{12}+B_{34}+B_{56}$ とし, 全体をワイブル分布にあてはめて推定した理論本数をそれぞれ $D_{(1+\dots+9)}$, $A_{(1+\dots+9)}$, $B_{(1+\dots+9)}$ で表わし実測値を D, A, B とした. Dブロックについては, それぞれの直径階別の実測値と推定された理論本数が第7表に示してある.

これらの推定値と実測値との適合度の順位を判定する χ^2 および χ^2_f の値を求めたものをD, A, Bブロックごとにそれぞれ第8, 9, 10表に示す. ()内は適合度の順位を表わす. これによれば χ^2 および χ^2_f の値

の順位はBブロックの $B_{12}+B_{34}+B_{56}$ と $B_{(1+\dots+6)}$ の場合のみ順位が変わっているが, 他は同じ順位である. 3ブロックともに層ごとにワイブル分布をあてはめ推定したものを加え合わせて全体を推定した場合の χ^2 と χ^2_f の値が最も小さく, 全体の実測値をワイブル分布にあてはめたものが最も大きくなっていることがわかる. クラスターごと, プロットごとにワイブル分布をあてはめ加え合わせて全体を推定したものの χ^2 および χ^2_f の値は 前述の二推定方法の間にあり, ブロックごとに順位は異なっていることがわかる.

考 察

ワイブル分布により直径階別理論本数を求め, この直径階別本数分布と実測値の分布とに差があるかどうかについてK-S検定を行なった結果, プロットごと,

第8表. Dブロックの適合度.

	$D_{123}+D_{456}+D_{789}$	$D_{147}+D_{258}+D_{369}$	$D_1+\dots+D_9$	$D_{(1+\dots+9)}$
χ^2	17.568 (1)	19.601 (2)	22.865 (3)	23.163 (4)
χ^2_f	.622 (1)	.699 (2)	.790 (3)	.853 (4)

第9表. Aブロックの適合度.

	$A_{135}+A_{246}$	$A_{12}+A_{34}+A_{56}$	$A_1+\dots+A_9$	$A_{(1+\dots+9)}$
χ^2	9.664 (1)	13.684 (3)	10.108 (2)	14.236 (4)
χ^2_f	1.603 (1)	2.148 (3)	1.989 (2)	3.875 (4)

第10表. Bブロックの適合度.

	$B_{135}+B_{246}$	$B_{12}+B_{34}+B_{56}$	$B_1+\dots+B_9$	$B_{(1+\dots+9)}$
χ^2	18.351 (1)	30.288 (3)	25.944 (2)	51.745 (4)
χ^2_f	1.649 (1)	2.561 (4)	1.961 (2)	2.460 (3)

層ごと、クラスターごと、ブロック全体のいずれの場合にもワイブル分布はよく適合することが確かめられた。

さらに15年生の林分では地形による樹高・平均直径・ha 当たり本数などの生長差は壮齡林に比較し、かなり小さいと考えられるものの、各ブロックのプロットをおよそ谷筋・山腹・尾根筋に地形区分し、地形区分されたものを層として、層ごとにワイブル分布をあてはめ、それらを加え合わせてブロック全体の直径階別本数分布を推定するのが最も良好であること、またブロック全体にワイブル分布をあてはめると適合はよいけれども適合順位としては最も悪いことが適合度検定の結果わかった。

これらのことから、空中写真を用いて林分構造を推定する場合、とくに直径階別本数をワイブル分布により推定する(山崎ら, 1979, 1980)ときにはランダムあるいはシステムチックに判読点を落とすよりも地形あるいは写真による可能な層化、たとえば樹冠直径・樹高・本数・樹木位置の分布などによる層化を行なった方がより良好な推定値が得られることを示唆していると考えられる。また距離独立の生長モデルにワイブル分布を用いる場合にも地形による層化が可能であるような広がりのある林分で層化を行なった方がよりあてはめがよいことも示唆していると考えられるであろう。

本報では15年生スギ幼齡林において地形的に狭い広がりでの地形区分を行ないワイブル分布の適合度の検討を行なったが、今後、壮齡林およびこれよりも広い地形の広がりに対して同様な検討を行なう予定である。

要 約

15年生スギ林分で尾根筋・山腹・谷筋の地形区分がおおよそ可能である固定試験地が設定された機会を利用し、地形区分によるワイブル分布のあてはめの検討を行なった。固定試験地の3ブロックの資料は各プロット面積が0.0225 ha (15 m×15 m)であり、Dブロックには9プロット、A、Bブロックはそれぞれ6プロットを含む。等高線方向のプロットを層、等高線方向に直角なプロットをクラスターとした。

各プロットごと、層ごと、クラスターごと、ブロック全体にワイブル分布をあてはめ、適合度の検定を行なった結果、いずれの場合にもワイブル分布はよく適合することが確かめられた。

また、各ブロックごとにワイブル分布により求めた

直径階別理論本数を各直径階ごとに加え合わせブロック全体を推定したもの、各層ごとに求め加え合わせたもの、各クラスターごとに求め加え合わせたもの、全体をワイブル分布にあてはめたものをそれぞれ求め、各ブロックの実測値との適合度の順位を比較した。その結果、各層ごとにワイブル分布をあてはめ加え合わせてブロック全体を求めたものが最も良好であり、ブロック全体にワイブル分布をあてはめると適合はよいけれども適合順位としては最も悪いことがわかった。

これらのことからワイブル分布を用いるときには地形区分が可能である林分では、地形により層化を行ない、層ごとにワイブル分布をあてはめればさらに適合がよくなるということが考えられる。

文 献

- 阿部信行 1980 トドマツ人工林の施業法に関する研究(II) 道有林におけるトドマツ人工林の収穫予想表の作成. 北海道林業試験場報告, 18: 71-93
- Conover, W. J. 1971 *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley and Sons, Inc., New York
- Freese, F. 1960 Testing accuracy. *For. Sci.*, 6: 139-145
- Kozak, A. and R. C. Yang 1978 Height-diameter curves, another application of the Weibull function in forestry. *Mitt. Forstl. Versuchungsanstalt Baden-Wurtemberg, IUFRO*, 91: 171-185
- Nishizawa, M. 1978 Estimation methods of stand composition by plotless sampling. *Proc. IUFRO, Div. 4, Subject Groups S4.02 and S4.04, Bucharest, Romania*: 222-230
- 西沢正久・木梨謙吉・長 正道 1976 a 林分シミュレーションに対する生長モデルの研究(II). 九支研論, 29: 47-48
- 西沢正久・木梨謙吉・柿原道喜・長 正道 1976 b 林分シミュレーションに対する生長モデルの研究(III). 日林論, 87: 87-88
- 高田和彦・風間葉子 1980 断面積平均直径推定における括約誤差について. 日林誌, 62(6): 211-216
- 竹下敬司 1964 山地の地形形成とその林業的意義. 福岡県林業試験場時報, 17: 1-109
- 山崎英祐・西沢正久・長 正道 1979 空中写真による林分構造の推定について(I). 日林論, 90: 75-76
- 山崎英祐・西沢正久・長 正道 1980 空中写真による林分構造の推定について(II). 九支研論, 33: 17-18
- Yang, R. C., A. Kozak and J. H. G. Smith 1978 The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves. *Can. J. For. Res.*, 8: 424-431

Summary

By using Kolmogorov-Smirnov test, the difference between observed and estimated numbers of stems of diameter class by the theoretical distribution was examined. We could ascertain that Weibull distribution was good for fitness of diameter distributions in each plot, stratum, cluster and total of block respectively (Tables 4, 5 and 6).

Furthermore for the purpose of estimating the diameter distribution of the block by using Weibull distribution, we have recognized from the results of χ^2 (Eq. 8) and modified Freese's χ^2 -value (Eq. 9) that it is the best way to estimate the diameter distribution by Weibull in each topographical stratum of a block and sum up these to block.

From the result mentioned above, we suggest that for estimating the stand composition by aerial photographs, especially for estimating number of stems of diameter class by Weibull distribution, the method of estimating diameter distribution of stratified stands by topography on aerial photographs will give the better result than diameter distribution estimated from the diameter and coefficient of variation interpreted on random or systematic points of aerial photographs.