

## 確率システム理論による時変貯留パラメータの同定手法

平松, 和昭  
九州大学農学部排水干拓工学教室

田中, 宏平

四ヶ所, 四男美  
九州大学農学部排水干拓工学教室

瀬口, 昌洋  
佐賀大学農学部

<https://doi.org/10.15017/22230>

---

出版情報：九州大学農学部学藝雑誌. 41 (1/2), pp.21-34, 1987-02. 九州大学農学部  
バージョン：  
権利関係：

## 確率システム理論による時変貯留パラメータの同定手法

平松和昭・田中宏平\*  
四ヶ所四男美・瀬口昌洋†

九州大学農学部排水干拓工学教室  
(1986年6月24日 受理)

### Identification of Time-varying Storage Parameters by Stochastic System Theory

KAZUAKI HIRAMATSU, KOHEI TANAKA\*, SHIOMI SHIKASHO  
and MASAHIRO SEGUCHI†

Laboratory of Land-Drainage and Reclamation, Faculty of  
Agriculture, Kyushu University 46-05, Fukuoka 812

#### 序 論

山地流域の洪水流出過程は、降雨を入力、流域口での流出量を出力とし、流域をその変換場とするシステムの入出力関係としてとらえることができる。この降雨流出変換システムは、変換場を構成する山腹斜面の地形、地質、土壌、植生、土地利用形態などの空間的バラツキが、一般にきわめて大きいことに加えて、降雨入力も空間的に大きく変動するため、stochasticな色彩の強い複雑な応答特性を有する。

ところで、このような stochastic な事象を対象とする場合、その事象の何等かの平均量に注目し、それを通して現象のメカニズムを解明していこうとする方法論が常套的に用いられる。著者らも、この方法論に従い、山地小流域の洪水時の流域貯留量に注目することによつて、斜面スケールでの平均的な雨水流の挙動の把握を試みている(平松ら, 1985)。すなわち、まず、時刻  $t$  における流域貯留量  $S(t)$  と流域流出量  $Q(t)$  の関係を次式で表現する。

$$S(t) = K(t)Q(t)^{P(t)} \quad (1)$$

$$S(t) = \int_0^t r_e(t)dt - \int_0^t Q(t)dt \quad (2)$$

ここで、 $r_e(t)$  は“全流出量を生じる降雨部分”として定義にされる有効降雨量である。(1) 式の貯留方程式

に含まれる時変貯留パラメータ  $K(t)$ 、 $P(t)$  の動的変動を通して、洪水流出現象の平均的動態を探ろうとしているのである。その際、 $K(t)$ 、 $P(t)$  の動的変動に含まれる水文学的情報を分布定数系モデルを用いた数値シミュレーションにより明らかにする一方、確率システム理論による  $K(t)$ 、 $P(t)$  の動的変動の同定手法の開発を平行して行っている。このうち、後者は、著者らの一連の研究において、手法的側面できわめて重要な意味を持つが、この時変貯留パラメータの同定手法として、非線形フィルターと非線形スモザーを用いた方法を開発したので、本論文ではこれを報告する。

本論文で用いられる水文データの収集に際し、九州大学農学部付属演習林粕屋地方演習林に試験流域を設置した。また、本研究の一部は文部省科学研究費(一般研究(B)、代表者四ヶ所四男美)の援助を受けた。記して謝意を表する。

#### 状態空間での定式化

降雨流出変換システムの状態を表わす量として、流域貯留量  $S(t)$  を考え、システムの状態遷移が、(1)、(2) 式により表現できるとする。ところで、(2) 式第1項に含まれる  $r_e(t)$  は、“全流出量を生じる降雨部分”としての有効降雨量であつた。洪水流出現象を対象とする場合、流域に降つた降雨から有効降雨へと変換するメカニズムと、有効降雨から流域口流出量へと変換するメカニズムとは、まったく異質なものであり、また、ともに非常に複雑な現象である。従つて、両メ

\* 小郡市津古 1260

† 現在：佐賀大学農学部

カニズムは、本来分離して考えるべき性質のものであろう。しかし、また一方で、従来より有効降雨量の算定法として種々のものが提案されているが（角屋，1979），いずれも経験的なものが多く，物理的背景を持った算定法がほとんどないのも事実である。そこで新たに時変流入係数  $C_1(t)$  を導入し，観測降雨量  $I(t)$  より次式で有効降雨量  $r_e(t)$  を算定する。

$$r_e(t) = C_1(t)I(t) \quad (3)$$

すなわち， $C_1(t)$  も貯留パラメータと同時に，時変パラメータとして同定する。

まず，降雨量  $I(t)$  を駆動力として，状態が時間とともに変化する，いわゆる動的システムの特性を表わす微分方程式として，(1)，(2)，(3) 式より次式が得られる。

$$\frac{dS(t)}{dt} = C_1(t)I(t) - \left\{ \frac{S(t)}{K(t)} \right\}^{\frac{1}{P(t)}} \quad (4)$$

一方，このシステムより入手することができる観測情報は，システムの出力である流域流出量  $Q(t)$  に関する情報のみである。また，一般に観測は等間隔の離散時点  $t_k$  で行われるのが普通であるので，そのときの観測値を  $z(t_k)$  で表わせば， $z(t_k)$  の構造モデルは次式となる。

$$z(t_k) = \left\{ \frac{S(t_k)}{K(t_k)} \right\}^{\frac{1}{P(t_k)}} \quad (5)$$

(4)，(5) 式は，システムが deterministic に遷移し，観測できる場合であるが，現実の降雨流出変換システムでは，様々な不確定性による雑音がこれに印加されてくる。その1番目が，入力の不確定性である。入力である降雨量は，雨量観測点での点雨量より計算された面雨量が用いられる。そのため，点雨量観測誤差，面雨量算定誤差により，システムの状態遷移が乱されてくる。つまり，これらの誤差は，(4) 式に加わるシステム内擾乱となる。2番目が，システムの初期状態に関する情報不足によるもので同じく(4) 式に印加されるが，のちに述べるように，スムージングによりこの影響はほぼ解消することができる。そして，3番目が，観測の不確定性である。これは，文字通り流量観測に伴う誤差で(5) 式に印加される。一般に，細心の注意を払った水文観測でも10%程度の誤差はつきものだと言われており，この影響を正當に評価することが非常に重要となってくる。以上の不確定性を考慮することにより，(4)，(5) 式は次のような誤差項を含んだ表現になる。

$$\frac{dS(t)}{dt} = C_1(t)I(t) - \left\{ \frac{S(t)}{K(t)} \right\}^{\frac{1}{P(t)}} + w(t) \quad (6)$$

$$z(t_k) = \left\{ \frac{S(t_k)}{K(t_k)} \right\}^{\frac{1}{P(t_k)}} + v(t_k) \quad (7)$$

時変パラメータの動的変動を推定するため，決定すべきパラメータを状態量に組み込む次元拡大 (state argumentation) (椹木・片山，1967) を用い，状態量として  $\mathbf{x}(t) = [S(t)K(t)P(t)C_1(t)]^T$  を定義すると，最終的に，(8)，(9) 式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4(t)I(t) - \left\{ \frac{x_1(t)}{x_2(t)} \right\}^{\frac{1}{x_3(t)}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \\ w_4(t) \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{w}(t) \quad (8)$$

$$z(t_k) = \left\{ \frac{x_1(t_k)}{x_2(t_k)} \right\}^{\frac{1}{x_3(t_k)}} + v(t_k) \triangleq h(\mathbf{x}(t_k)) + v(t_k) \quad (9)$$

ここで，

$$\mathbf{x}(t) = [S(t)K(t)P(t)C_1(t)]^T = [x_1(t)x_2(t)x_3(t)x_4(t)]^T$$

：4次元状態ベクトル，

$\mathbf{w}(t)$ ：4次元システムノイズ，

$\mathbf{f}$ ：4次元非線形ベクトル値関数，

$I(t)$ ：観測降雨量，

$z(t_k)$ ：1次元観測信号，

$v(t_k)$ ：1次元観測ノイズ，

$h$ ：1次元非線形関数，

$(\dot{\quad})$ ： $d(\quad)/dt$ 。

(8)，(9) 式をそれぞれ状態方程式，観測方程式と見做し，問題を，この2式によつて表現される連続-離散システム (continuous-discrete system) の状態推定問題として捉えて Kalman 流の予測推定理論を適用する。

## 時変貯留パラメータの同定手法

システムの動特性，観測系，誤差及び状態量の初期値に関する事前情報のもとで，逐次的に観測値が得られ，かつ，ある前提条件のもとでの最良な状態推定を可能な限り短時間で得る必要がある場合，効果を発揮するのが Kalman フィルターである (石谷，1977)。

Kalman フィルターは、本来、機械系の予測推定理論として発表されたものであるが、日野 (1974) による水文学への応用を始めとした自然システム、あるいは社会、経済といったソフトなシステムにも適用され効果を上げている (松崎, 1977)。これに対して、本研究で対象としている問題では、すでに手もとにあるデータをバジ的に処理することになるため、実時間演算が可能なほどの高速アルゴリズムは、本来、必要としない。ところが、Kalman フィルターでは、システムを観測系を通じて測定するものとして理論が構成されており問題の設定が一般的であるため、(1), (2) 式を基本にした時変パラメータ同定問題を、そのアルゴリズムに乗せやすい。加えて、システム及び観測系に印加される誤差の特性にまで立ち入ってアルゴリズムが導かれているため、洪水流出過程のような stochastic な色彩の強い現象の解析には、非常に合理的手法と考える。

ところが、Kalman フィルターは、システムが線形系に定式化される場合を対象としており、(8), (9) 式のような非線形系には直接適用できず、その拡張理論である非線形フィルタリング理論が必要となってくる。砂原 (1976) によると、非線形フィルタリング理論は、厳密なフィルター方程式が得られるに止まり、厳密な形の動特性を有する非線形フィルターの実現は不可能である。つまり、何等かの形の仮定を導入した近似フィルターにならざるを得ないことになる。

ところで、予測推定理論におけるフィルタリングでは、Fig. 1a) に示すように、時点  $k$  までの観測情報をもとにして、時点  $k$  における状態量の最適推定値を逐次的に求めるアルゴリズムになっている。このアルゴリズムが故に高速演算が可能となるわけだが、反面、非線形系の場合、推定の時点が進むにつれて推定誤差が

大きくなる場合がある (清水ら, 1981)。また、初期時点  $k=0$  において与えられる初期値に含まれる誤差を計算初期に取り除くことが難しく、その結果、計算初期において推定誤差が大きくなってしまふ。

一方、Fig. 1b) のように、時点  $k$  までの観測情報により、時点  $k$  より以前の状態量の最適推定値を求めるアルゴリズムを、スムージング (smoothing) と呼んでいる。特に、時点  $k$  を固定し、区間  $[t_0, t_k]$  の任意の時点の状態量の最適推定値を求める問題を固定区間スムーザー (fixed interval smoother) と言う。固定区間スムーザーは、与えられたデータを繰り返し使うことができるため、使用可能な情報がフィルターより豊富であり、その結果データをバジ的に処理する際に有効な手法となる。また、固定区間全体を通じての最適推定値を計算することになるので、初期時点  $k=0$  での初期値に含まれる誤差も除去可能となる。ところがシステムが線形系ならば、固定区間スムーザーは逐次的 (後ろ向き) なアルゴリズムになるが (片山, 1983)、非線形系では、最終的には、たとえば勾配法のような反復計算を用いざるを得ない。そのため、高い精度を実現しようとする、多大の計算時間を要するという欠点を持つ。

そこで、本論文では、フィルターの持つ高速性と、スムーザーの持つ高い精度とに注目し、両手法を併用したアルゴリズムを採用した。すなわち、非線形フィルターによつて求めた推定値を、非線形スムーザーで磨き上げることにより、各々の長所が他方の短所を相補償することになり、能率的かつ高い精度の状態推定が可能になるのである。

### 1. 非線形フィルタリング

非線形系の状態推定のための近似フィルターとして数多くのアルゴリズムが提案されているが、それらは 1 次フィルターと高次フィルターとに大別される (Wishner et al., 1969)。この区別は、状態方程式や観測方程式に含まれる非線形関数がある基本軌道を中心に Taylor 展開する際に、1 次の項まで取るか、あるいはより高次の項まで考慮するかによるものである。一般的に言つてより高次まで考慮すれば、それだけ精度が向上する反面、計算が繁雑となる上、非線形関数の状態量に関する高次の微係数を計算しなければならないため、時として計算の安定性が損なわれることがある。

著者は、(8), (9) 式で表現される非線形システムに対して、かつて、正規形 2 次確率モーメントフィルター (Gaussian second order filter) と呼ばれる 2 次近似

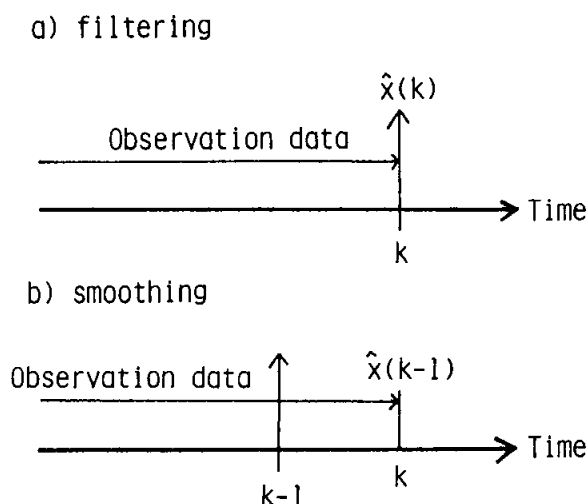


Fig. 1. Estimation problems.

フィルターの適用を試みた(平松ら, 1984). その際, フィルターの追従性をよくするため, 推定誤差の共分散行列に定期的摂動を与える方法(分散摂動法)を用いたが, 摂動の与え方が難しく, 安定性に多少の問題を残していた. そこで, 本論文では, 単段反復フィルター(Single Stage Iteration filter, 以下, SSIフィルターと称する)と呼ばれる1次近似フィルターを用いた. Wishner et al.(1969)によると, SSIフィルターは1次近似フィルターであるにもかかわらず, 各時点において推定値が任意に与えられた条件を満足するまで繰り返し計算できるアルゴリズムになっているため, 高い性能を実現できることになる.

まず, SSIフィルターの適用に先立ち, (8), (9)式で表現されるシステムに関する先験情報として, 次のものが得られているとする.

$$E\{\mathbf{x}(t_0)\} = \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (10)$$

$$E\{(\mathbf{x}_0(t) - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0(t) - \bar{\mathbf{x}}_0)^T\} = S_0 \quad (11)$$

$$E\{\mathbf{w}(t_k)\} = 0 \quad (12)$$

$$E\{\mathbf{w}(t_k)\mathbf{w}(t_j)^T\} = Q_k \delta_{k,j} \quad (13)$$

$$E\{v(t_k)\} = 0 \quad (14)$$

$$E\{v(t_k)v(t_j)\} = R_k \delta_{k,j} \quad (15)$$

ここで,

$\delta_{k,j}$ : Kronecker's delta,

$E\{\}$ : 期待値演算,

$t_0$ : 初期時点.

(12), (13)式は, システムノイズが白色ノイズであるとの仮定にもとづくものである. (8)式で表現される状態遷移系において, 系統的バイアスが生じる可能性は必ずしも否定できず, 有色ノイズとしての取り扱いが必要なのかもしれない. しかし, このような系統的バイアスはスムージングで修正することとして, フィルタリングに際しては, 考慮していない. 一方, 観測ノイズは本解析に用いている出水データの高い信頼性からして, 白色ノイズとしても差しつかえないと考え, (14), (15)式の仮定を用いている. これらを用いると, 状態量  $\mathbf{x}(t)$  の最適推定値  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$  は以下のように計算される.

1) まず,  $\hat{\mathbf{x}}_{0|0} \triangleq \bar{\mathbf{x}}_0$ ,  $S_{0|0} \triangleq S_0$  を与え,  $k=1$  とする. 次に,

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}(t)), t_{k-1} \leq t \leq t_k$$

$$\text{I. C.}) \hat{\mathbf{y}}(t_{k-1}) = \hat{\mathbf{x}}_{k-1,k-1}$$

を解いて,  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \triangleq \hat{\mathbf{y}}(t_k)$  を求める.

2)  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)} \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)} \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  とおいて  $i=1$  とする.

$$3) \dot{\hat{\mathbf{y}}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}(t)), t_{k-1} \leq t \leq t_k$$

$$\text{I. C.}) \hat{\mathbf{y}}(t_{k-1}) = \hat{\mathbf{x}}_{k-1,k}^{(i)}$$

を解いて,

$$\mathbf{g}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) \triangleq \hat{\mathbf{y}}(t_k),$$

及び

$$\hat{\mathbf{y}}(t), t_{k-1} \leq t \leq t_k$$

を求める.

$$4) \frac{d\Phi(t, t_{k-1})}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{y}(t))}{\partial \mathbf{y}(t)} \Big|_{\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t)}$$

$$\times \Phi(t, t_{k-1}), t_{k-1} \leq t \leq t_k$$

$$\text{I. C.}) \Phi(t_{k-1}, t_{k-1}) = I \text{ (単位行列)}$$

を解いて,  $\Phi_{k|k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) \triangleq \Phi(t_k, t_{k-1})$  を求める. なお, 上式中の  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  は 3) で求めた値を用いる.

$$5) \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{g}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) + \Phi_{k|k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)})(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)})$$

$$6) S_{k|k-1}^{(i)} = \Phi_{k|k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) S_{k-1|k-1} \times \Phi_{k|k-1}^T(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) + Q_k$$

$$S_{k|k}^{(i)} = \{(S_{k|k-1}^{(i)})^{-1} + H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}) R_k^{-1} H_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)})\}^{-1}$$

ここで,

$$H_k(\mathbf{x}(t_k)) = \frac{\partial h(\mathbf{x}(t))}{\partial \mathbf{x}(t)} \Big|_{\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_k)}$$

$$7) \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i+1)} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} + S_{k|k-1}^{(i)} H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}) R_k^{-1} \times \{z(t_k) - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}) - H_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}) \times (\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)})\}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i+1)} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + S_{k-1|k-1} \Phi_{k|k-1}^T(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i)}) \times (S_{k|k-1}^{(i)})^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i+1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)})$$

8) 収束条件を満足していなければ,  $i+1$  を  $i$  と読みかえて 3) へ戻る. 満足した時は,

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i+1)}, \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k} \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{(i+1)}, S_{k|k} \triangleq S_{k|k}^{(i)}$$

とした上で,  $k+1$  を  $k$  と読みかえて 2) へ戻る.

ここで,

$\hat{\mathbf{x}}_{m|n}^{(i)}$ : 時点  $n$  までの観測情報にもとづく  $\mathbf{x}(t_m)$  の  $(l-1)$  回の反復計算による最適推定値,

$t_k^-$ : 上付き添字の  $-$  (マイナス) は, 時点  $k$  における観測情報が得られていないことを明示するための記号である.

また, 8) における収束条件として, 次式を採用した.

$$\frac{|z(t_k) - h(\hat{x}_{k|k}^{(j)})|}{z(t_k)} < \varepsilon_f \quad (16)$$

すなわち、推定出力の相対誤差がある許容値に達するまで反復計算が行われる。

ところで、SSI フィルターは、最小 2 乗推定量としての最適推定値を求めるアルゴリズムになっているが、状態量が最小 2 乗の意味で最適であつても、必ずしも

(16) 式を満足するとは限らない。すなわち、(16) 式は、あくまでも便宜的に導入した収束判定条件にすぎず、(16) 式を満足するまで数限りなく反復計算を行うのも無意味である。また、SSI フィルターで求めた推定値は再び固定区間 smoother で修正することになるので、各時点の最大反復回数は 2 にとどめた。

## 2. 非線形スムージング

非線形フィルタリングによつて粗い推定値が得られると、次は、固定区間スムージングを用いてより高い精度へと磨き上げる。

ところで、(8)、(9) 式は、状態方程式が微分形式で

あり、離散時点において観測が行われる、いわゆる連続-離散システムである。従つて、固定区間 smoother の誘導に際しては、Bryson and Frazier (1963) や Sage and Ewing (1970) のように評価関数としてある汎関数を定義し、その変分を取ることにより、最適な状態量を表わすスムージング方程式を求めなければならない。一般に、このようにして得られたスムージング方程式は、(8)、(9) 式が状態量に関して非線形な方程式であるため、1 階非線形常微分方程式の 2 点境界値問題となる。そこで、予備計算において、この 2 点境界値問題に対して、準線形化方程式を導きこれを余関数法を用いて解く方法 (Roberts and Shipman, 1972)、及び Shooting 法の一つである随伴法 (Roberts and Shipman, 1972) の適用を試みたが、いずれの方法も発散して解が得られなかつた。そこで、最終的に、収束の確実な次のアルゴリズムを採用した。

まず、(8)、(9) 式を離散化することにより、離散システム (discrete system) における表現に変換する。

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k-1) + x_4(k-1)I(k) - \left\{ \frac{x_1(k-1)}{x_2(k-1)} \right\}^{1/x_3(k-1)} \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \\ w_4(k) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$z(k) = \left\{ \frac{x_1(k)}{x_2(k)} \right\}^{1/x_3(k)} + v(k) \quad (18)$$

ここで、添字  $k$  は時刻  $t_k$  における値であることを示す。ところで、後述のように、計算には、最終的に勾配法を応用したアルゴリズムを用いる。その際、状態量の値のオーダーの違いにより、評価関数の応答面の形状が極端に偏平であると、収束が著しく悪化する。

そこで、応答面をなめらかにするため、各状態量の取り得る値を規準化 (尺度変換) (平松, 1983) すると、(17)、(18) 式より、状態方程式、観測方程式はそれぞれ次式となる。

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k-1) + \frac{1}{x_1^*} \left[ x_4^* x_4(k-1) I(k) - \left\{ \frac{x_1^* x_1(k-1)}{x_2^* x_2(k-1)} \right\}^{\frac{1}{x_3^* x_3(k-1)}} \right] \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \\ w_4(k) \end{bmatrix} \\ \triangleq \mathbf{X}(\mathbf{x}(k-1)) + \mathbf{w}(k) \quad (19)$$

$$z(k) = \left\{ \frac{x_1^* x_1(k)}{x_2^* x_2(k)} \right\}^{\frac{1}{x_3^* x_3(k)}} + v(k) \triangleq Y(\mathbf{x}(k)) + v(k) \quad (20)$$

ここで、

$\mathbf{x}(k)$ : 規準化状態ベクトル、

$\mathbf{x}^*$ : 尺度変換の規準値。

尺度変換の規準値としては、フィルタリングによる最

適推定値の固定区間における平均値を用いた。すなわち、

$$x_i^* = \frac{1}{NT+1} \sum_{k=0}^{NT} x_i^{(k)}, i=1, 4 \quad (21)$$

ここで、

$x_i^{(k)}$ : フィルタリングによる時点  $k$  の最適推定値、

$NT$ : 固定区間の時点数、

スムーザーの誘導に先立つて、次の先験情報が得られているとする。

$$E\{\mathbf{x}(0)\} = \overline{\mathbf{x}(0)} \quad (22)$$

$$E\{(\mathbf{x}(0) - \overline{\mathbf{x}(0)})(\mathbf{x}(0) - \overline{\mathbf{x}(0)})^T\} = P \quad (23)$$

$$E\{\mathbf{w}(k)\} = \overline{\mathbf{w}(k)} \quad (24)$$

$$E\{(\mathbf{w}(k) - \overline{\mathbf{w}(k)})(\mathbf{w}(j) - \overline{\mathbf{w}(j)})^T\} = Q(k)\delta_{k,j} \quad (25)$$

$$E\{v(k)\} = 0 \quad (26)$$

$$E\{v(k)v(j)\} = R(k)\delta_{k,j} \quad (27)$$

(24), (25) 式、及び (26), (27) 式は、それぞれ、システムノイズ、観測ノイズに関する仮定である。スムージングでは、(24)式のように、システムノイズに含まれる系統的バイアスを  $\overline{\mathbf{w}(k)}$  として考慮している。

次に、ベイズ流最尤推定 (Bayesian maximum likelihood estimation) (Cox, 1964) の考えを用いて、次の評価関数  $J(NT)$  を導入する。

$$\begin{aligned} J(NT) = & \frac{1}{2} \|\mathbf{x}(0) - \overline{\mathbf{x}(0)}\|_{P^{-1}}^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{NT} \|z(k) - Y(\mathbf{x}(k))\|_{R(k)}^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{NT} \|\mathbf{w}(k) - \overline{\mathbf{w}(k)}\|_{Q(k)}^2 \end{aligned} \quad (28)$$

ここで、 $\|\mathbf{x}\|_A^2$  は、2次形式  $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$  を表わす。そして、(19) 式を制約条件として (28) 式に組み込み、Hamiltonian  $H(NT)$  を定義する。

$$\begin{aligned} H(NT) = & -J(NT) + \sum_{k=1}^{NT} \lambda^T(k) \\ & \times \{\mathbf{x}(k) - X(\mathbf{x}(k-1)) - \mathbf{w}(k)\} \end{aligned} \quad (29)$$

ここで、 $\lambda$  は Lagrange 乗数である。すなわち、問題は、非線形拘束条件 (19) 式のもとで、 $J(NT)$  を最小にする  $\mathbf{x}(0)$ 、 $\mathbf{w}(k)$  を求めることになる。(29) 式に対して、停留条件を用いると、結局、非線形差分方程式の2点境界値問題に帰着する。

$$\lambda^T(k) - \lambda^T(k+1) - \frac{\partial X(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)}$$

$$+ \frac{z(k) - Y(\mathbf{x}(k))}{R(k)} \frac{\partial Y(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} = 0 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \lambda^T(NT) + \frac{z(NT) - Y(\mathbf{x}(NT))}{R(NT)} \\ & \times \frac{\partial Y(\mathbf{x}(NT))}{\partial \mathbf{x}(NT)} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$(B.C) \quad \lambda(k) = -Q(k)^{-1} \{\mathbf{w}(k) - \overline{\mathbf{w}(k)}\} \quad (32)$$

$$\mathbf{x}(0) = \overline{\mathbf{x}(0)} - P \left\{ \frac{\partial X(\mathbf{x}(0))}{\partial \mathbf{x}(0)} \right\}^T \lambda(1) \quad (33)$$

これを、勾配法を応用した以下のアルゴリズムにより計算する。

1) SSI フィルターにより推定した状態量より得られる第ゼロ次近似  $\mathbf{w}^{(0)}(k)$ 、 $\mathbf{x}^{(0)}(0)$  を与え、 $\mathbf{x}^{(0)}(k)$  を計算する。

$$\mathbf{x}^{(0)}(k) = X(\mathbf{x}^{(0)}(k-1)) + \mathbf{w}^{(0)}(k), k=1, NT$$

2) 得られた  $\mathbf{x}^{(0)}(NT)$  より  $\lambda^{(0)}(NT)$  を求める。

$$\begin{aligned} \lambda^{(0)}(NT) = & - \frac{z(NT) - Y(\mathbf{x}^{(0)}(NT))}{R(NT)} \\ & \times \left. \frac{\partial Y(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(0)}(NT)} \end{aligned}$$

3)  $\lambda^{(0)}(k)$  を次式より backward に計算する。

$$\begin{aligned} \lambda^{(0)}(k) = & \left\{ \left. \frac{\partial X(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(0)}(k)} \right\}^T \lambda^{(0)}(k+1) \\ & - \frac{z(k) - Y(\mathbf{x}^{(0)}(k))}{R(k)} \left\{ \left. \frac{\partial Y(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(0)}(k)} \right\}^T, \\ & k=1, NT-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{w}(k)} = & - \{\mathbf{w}^{(0)}(k) - \overline{\mathbf{w}(k)}\}^T \\ & \times Q(k)^{-1} - \{\lambda^{(0)}(k)\}^T, k=1, NT \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{x}(0)} = & - \{\mathbf{x}^{(0)}(0) - \overline{\mathbf{x}(0)}\}^T P^{-1} \\ & - \{\lambda^{(0)}(1)\}^T \cdot \left. \frac{\partial X(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(0)}(0)} \end{aligned}$$

5) 次式より第1次近似を得る。

$$\mathbf{w}^{(1)}(k) = \mathbf{w}^{(0)}(k) + \varepsilon_1^{(0)} \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{w}(k)} \right\}^T, k=1, NT$$

$$\mathbf{x}^{(1)}(0) = \mathbf{x}^{(0)}(0) + \varepsilon_2^{(0)} \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{x}(0)} \right\}^T$$

6) 収束条件として、次式を用いる。

$$\Delta J^{(n)} = |J^{(n-1)} - J^{(n)}| < \varepsilon_s$$

満足されない時は、 $\mathbf{w}^{(1)}(k)$  を  $\mathbf{w}^{(0)}(k)$ 、 $\mathbf{x}^{(1)}(0)$  を  $\mathbf{x}^{(0)}(0)$  とそれぞれ読みかえて再び 1) に戻る。

ところで、step 5) の  $\varepsilon_1^{(0)}$ ,  $\varepsilon_2^{(0)}$  は、応答面での最急勾配方向の前進量を与えるパラメータである。これらの値は、試行の結果、最終的に次のような方法で決定した。

$$i) \quad \text{Min.}_{k,j} \left\{ \frac{|w_i^{(0)}(k)|}{|\partial H^{(0)}(NT)/\partial w_i(k)|} \right\}$$

$$\text{Min.}_j \left\{ \frac{|x_j^{(0)}(0)|}{|\partial H^{(0)}(NT)/\partial x_j(0)|} \right\}$$

を満足する  $i \in (1, 2, 3, 4)$ ,  $j \in (1, 2, 3, 4)$ ,  $k \in (1, \dots, NT)$  に対して、

$$\frac{|w_i^{(0)}(k)|}{\overline{\varepsilon_1} |\partial H^{(0)}(NT)/\partial w_i(k)|} = 1$$

$$\frac{|x_j^{(0)}(0)|}{\overline{\varepsilon_2} |\partial H^{(0)}(NT)/\partial x_j(0)|} = 1$$

となる  $\overline{\varepsilon_1}$ ,  $\overline{\varepsilon_2}$  を決定する。

$$ii) \quad \mathbf{w}'(k) = \mathbf{w}^{(0)}(k) + \frac{\overline{\varepsilon_1}}{3} \frac{m'}{10} \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{w}(k)} \right\}^T$$

$$\mathbf{x}'(0) = \mathbf{x}^{(0)}(0) + \frac{\overline{\varepsilon_2}}{3} \frac{n'}{10} \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{x}(0)} \right\}^T$$

により得られた  $\mathbf{w}'(k)$ ,  $\mathbf{x}'(0)$  で計算した  $J(NT)$  を最小にする  $m' \in (0, 1, \dots, 10)$ ,  $n' \in (0, 1, \dots, 10)$  の組を  $(m_1, n_1)$  とする。

$$iii) \quad \mathbf{w}''(k) = \mathbf{w}^{(0)}(k) + \left\{ \frac{\overline{\varepsilon_1}}{3} \frac{m_1}{10} + \frac{\overline{\varepsilon_1}}{3} \frac{m''}{50} \right\}$$

$$\times \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{w}(k)} \right\}^T, \quad k=1, NT$$

$$\mathbf{x}''(0) = \mathbf{x}^{(0)}(0) + \left\{ \frac{\overline{\varepsilon_2}}{3} \frac{n_1}{10} + \frac{\overline{\varepsilon_2}}{3} \frac{n''}{50} \right\}$$

$$\times \left\{ \frac{\partial H^{(0)}(NT)}{\partial \mathbf{x}(0)} \right\}^T$$

により得られた  $\mathbf{w}''(k)$ ,  $\mathbf{x}''(0)$  で計算した  $J(NT)$  を最小にする  $m'' \in (-4, \dots, +4)$ ,  $n'' \in (-4, \dots, +4)$  の組を  $(m_2, n_2)$  とする。

iv) 次式により  $\varepsilon_1^{(0)}$ ,  $\varepsilon_2^{(0)}$  を決定する。

$$\varepsilon_1^{(0)} = \frac{\overline{\varepsilon_1}}{3} \frac{m_1}{10} + \frac{\overline{\varepsilon_1}}{3} \frac{m_2}{50}$$

$$\varepsilon_2^{(0)} = \frac{\overline{\varepsilon_2}}{3} \frac{n_1}{10} + \frac{\overline{\varepsilon_2}}{3} \frac{n_2}{50}$$

すなわち、確実な収束性を得るため、最急勾配方向の前進量が、修正される状態量の絶対値の 1/3 を越えない範囲で最適な  $\varepsilon_1^{(0)}$ ,  $\varepsilon_2^{(0)}$  を検索した。

### 3. フィルタリングとスムージングの併用

以上の非線形フィルタリングと非線形スムージングを併用したアルゴリズムが次節では用いられる。そのアルゴリズムをまとめると次のようになる。

1) まず、対象とするデータに対して、SSI フィルターを適用し、状態量の推定値  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ ,  $k=1, NT$  を求める。ここで、 $NT$  は対象データの時点数である。ここでのフィルタリングは、状態量の粗い推定値を求めることが目的であるので、前述のように推定の各時点での反復回数は最大 2 にとどめた。

2) 次に、固定区間 smoother を適用する。適用に先立ち、まず、状態量の尺度変換を行う。そのために、

(21) 式に  $\mathbf{x}^{(1)}(k) \triangleq \hat{\mathbf{x}}_{k|k}$  を代入して尺度変換の規準値  $\mathbf{x}^*$  を計算し、この規準値で状態量を除す。

3) 規準化された状態量  $\mathbf{x}(k)$ ,  $k=0, NT$  を (19) 式に代入し、 $\mathbf{w}(k)$ ,  $k=1, NT$  を求め、これと  $\mathbf{x}(0)$  を第ゼロ次近似  $\mathbf{w}^{(0)}(k)$ ,  $\mathbf{x}^{(0)}(0)$  とし、固定区間 smoother を適用し、各状態量をより高い精度へと磨き上げる。

## 適用例と考察

洪水期間中、時変貯留パラメータがどのような変動を示しているかを明らかにするため、前節で示した非線形フィルターと非線形 smoother を併用したアルゴ

Table 1. Floods for study.

No	Date	Total rainfall (mm)	Max. 10 min. rainfall intensity (mm per 10 min.)	Peak discharge (m <sup>3</sup> /s)
Flood 1	Sep. 24-30, 1982	234.5	4.0	0.295
Flood 2	Jun. 12-14, 1983	42.0	3.0	0.006
Flood 3	Jul. 15-21, 1983	274.0	9.5	0.750

リズム (以下、本手法と称する) を、Table 1 に示す 3 個の出水に適用してみよう。これらは、Fig. 2 に示す九州大学農学部附属演習林粕屋地方演習林内に設けた御手洗水 (おちょうず) 試験流域において得られた出水データで、流域流出量、水みち流出量および林外雨量の記録を Fig. 3 に示す。

まず、計算に先立つて、フィルタリングに関して (10), (11), (13), (15) 式、スムージングに関して (22), (23), (24), (25), (27) 式を先験情報として与えねばならない。これらの先験情報の値は、計算の成否に大きく影響するため、慎重に決定しなければならない。ところが、これらは、システムの内部構造が明らかであれば、それより推定することは当然可能であるが、そうでない場合は、一般的推定法がないため、ある程度試行錯誤的に求めざるを得ない。



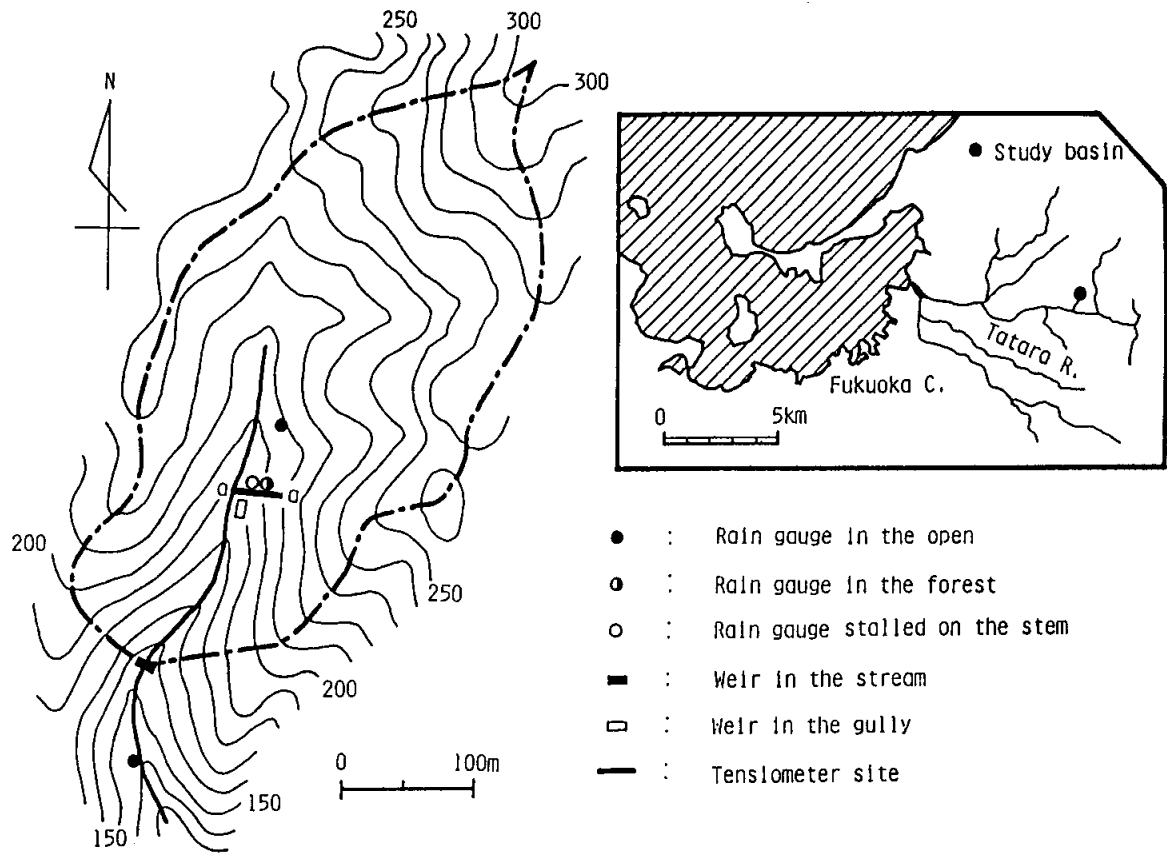


Fig. 2. Physiographical map of the Ochohzu study basin.

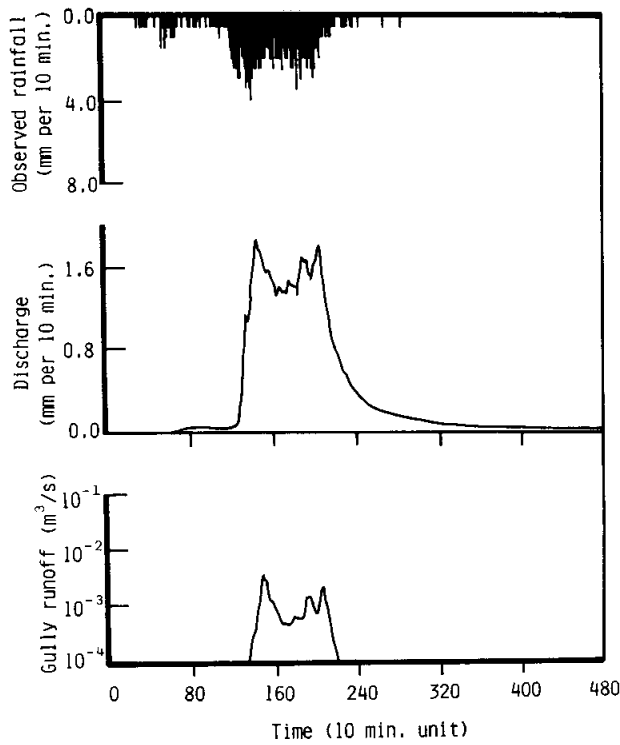


Fig. 3a. Flood for study (Flood 1).

まず、フィルタリングにおける先験情報であるが、(10)式の  $\bar{x}_0$ 、(11)式の  $S_0$ 、(13)式の  $Q_k$  は、予備計算として行つた解析的手法を用いたシミュレシヨ

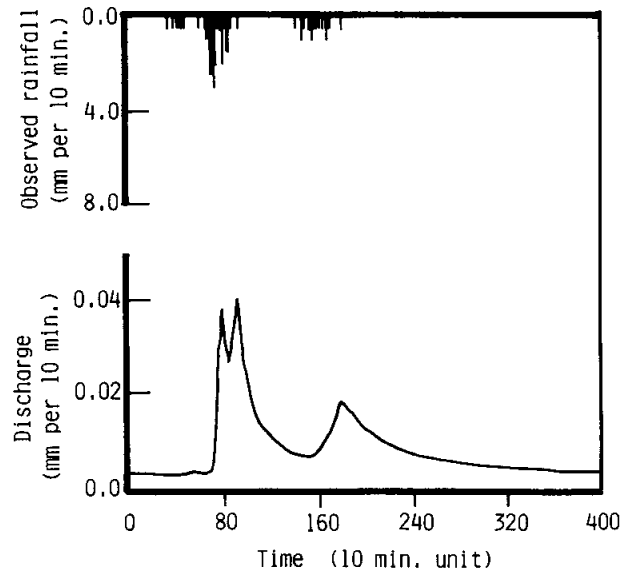


Fig. 3b. Flood for study (Flood 2, Gully runoff didn't take place).

ンの結果(平松ら, 1984)を参考にして決定した。

$$\bar{x}_0 = [27.0 \cdot z(t_0) \ 27.0 \ 1.0 \ 0.01]^T \quad (34)$$

ここで、流域貯留量に相当する第1成分は、時点  $k=0$  における観測流量  $z(t_0)$  より求められ、時変流入係数に対応する第4成分は降雨開始直後はほとんどの降



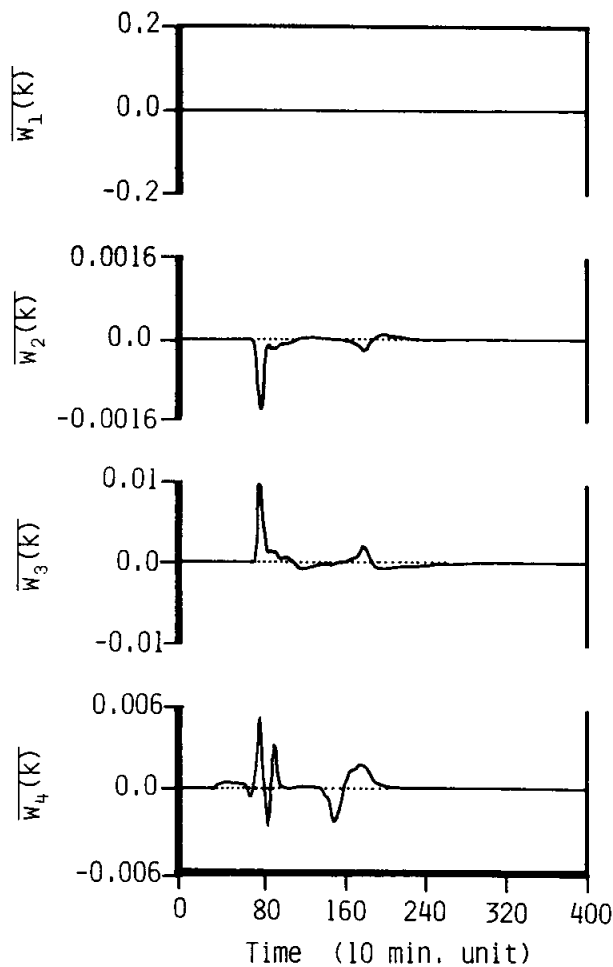


Fig. 5a. An example of the biases of system noise (Flood 2).

度変換が用いられている。従つて、実際には、以上の一連の値は尺度変換の規準値  $x^*$  によつて規準化された状態量を対象として算定されることになる。上記の値は、そのオーダーを直感的に知るため、尺度変換を行う前の状態量に戻して示している。

以上の先験情報を用いて、先に示した3個の出水に本手法を適用した結果が Fig. 6 である。同図には、SSI フィルター単独適用の場合の状態量の変動も、参考までに記入してある。また、各状態量と山腹斜面での出水特性との関係を検討するため、水みち流出の記録も併記している。時変貯留パラメータ、特に  $P(t)$  の変動は、著者らが行つた数値シミュレーション (平松ら, 1985) の結果と良く一致している。すなわち、Flood 1, Flood 3 では、洪水初期の 1.0 から、水みち流出の記録より明らかに地表面流が発生したと思われる付近で急激に減少し、0.3 から 0.4 程度の値となり、降雨終了後、水みち流が徐々に消失するにともない、再び、1.0 に漸近している。これに対して、出水規模が小さく、地表面流がほとんど生じていないと思われる

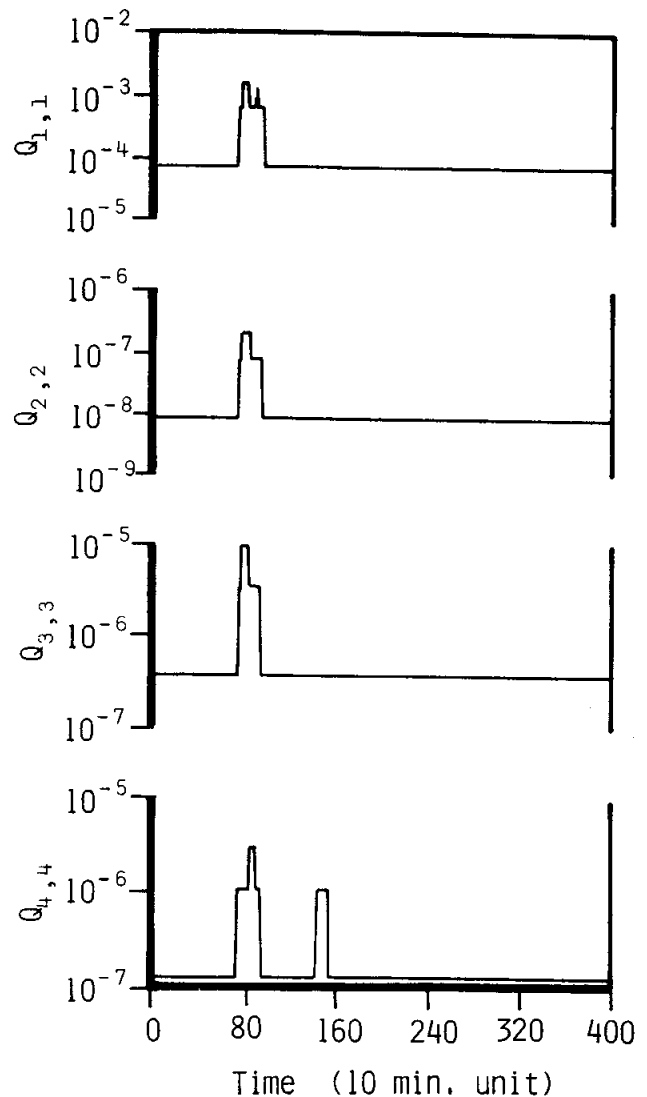


Fig. 5b. An example of diagonal elements in the covariance matrix of system noise (Flood 2).

Flood 2 では、 $P(t)$  の値は全体を通してほぼ一定でほとんど変化していない。このように、 $P(t)$  は、山腹斜面上の雨水の流下形態に敏感に呼応し、特徴ある変動を示しており、時変貯留パラメータの動的変動を通して、洪水期間中のその時々における流域平均の出水形態の逆推定が可能であることがうかがえる。

また、Fig. 7 では、本手法により推定した時変流入係数  $C_i(t)$  と観測降雨系列  $I(t)$  とを用いて、(1) 式、すなわち

$$r_e(t) = C_i(t)I(t) \quad (1)$$

により求めた有効降雨系列  $r_e(t)$ 、雨水保留量曲線 (角屋, 1979) より求めた有効降雨系列  $r'_e(t)$ 、及び観測降雨系列  $I(t)$  とを比較したものである。 $r_e(t)$  は、“基底流を含めた全流出量に寄与する降雨部分”であるのに対し、 $r'_e(t)$  は、“直接流出量に寄与する降雨部分”であり、その定義が多少異なるため単純な比較はできな

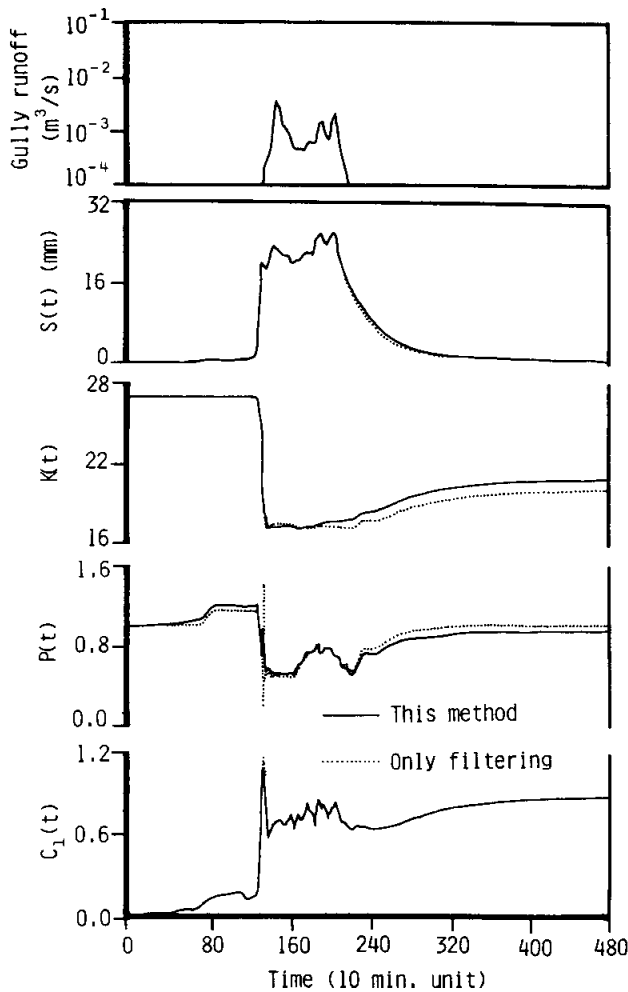


Fig. 6a. Variation of estimated state variables and gully runoff (Flood 1).

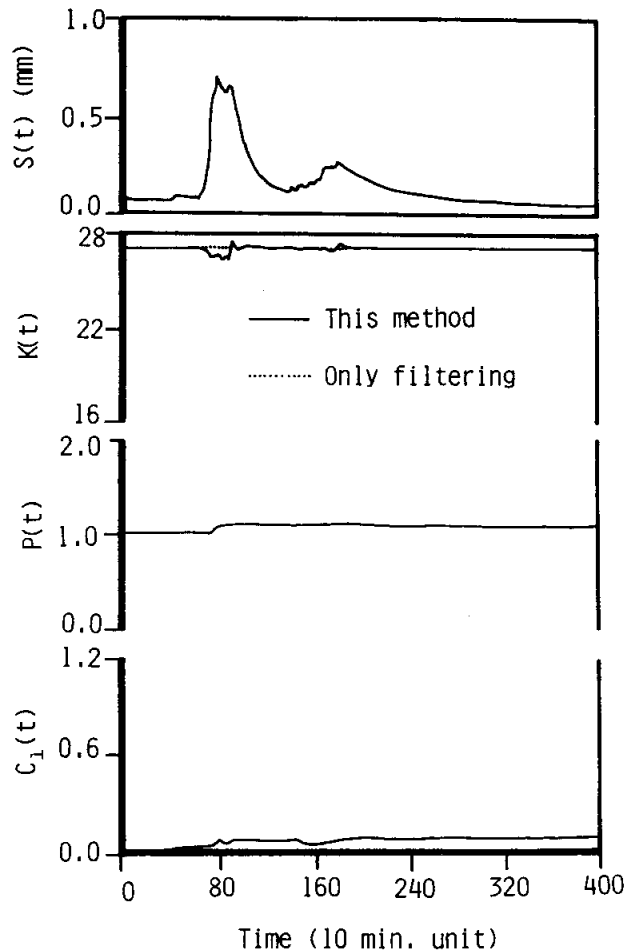


Fig. 6b. Variation of estimated state variables (Flood 2).

いが、両者はほぼ同じ変動傾向を示しており、本手法で求めた有効降雨系列は、ほぼ妥当なものとする。

一方、Table 2 には、システムの出力である流域流出量の推定精度を評価するため、次式の相対誤差を示している。

$$RE_1 = \frac{1}{NT} \sum_{k=1}^{NT} \frac{|z(t_k) - h(\hat{x}_{k|k})|}{z(t_k)} \quad (37)$$

$$RE_2 = \frac{1}{NT} \sum_{k=1}^{NT} \frac{|z(k) - Y(\hat{x}^{(1)}(k))|}{z(k)} \quad (38)$$

ここで、

$RE_1$  : SSI フィルター単独適用による出力推定誤差、

$RE_2$  : 本手法による出力推定誤差、

$NT$  : 固定区間の時点数、

$z(t_k), z(k)$  : システム出力としての流域流出量の観測値系列、

$h(\hat{x}_{k|k})$  : SSI フィルターによる出力推定値、

$Y(\hat{x}^{(1)}(k))$  : 本手法による出力推定値。

固定区間スモージーは、(28)式の評価関数  $J(NT)$  を

最小にするという評価基準であるが、 $J(NT)$  を小さくすれば、上式の相対誤差も小さくなることが期待できる。そこで、直感的でわかりやすい相対誤差により、本手法の効果を定量化してみたものである。Table 2 によると、3個の出水はともに  $RE_2$  の方が小さな値を示しており、SSI フィルター単独の場合より、固定区間スモージーを併用した方が状態推定精度が向上している。また、Fig. 8 は、流域流出量の観測値と推定値を比較したものであるが、流量低減部において固定区間スモージーを併用することによる効果が著しいことがうかがわれる。そして、その効果は、Fig. 6 に SSI フィルター単独の場合も併記することにより示したような状態量の修正となつて現れてくることになる。

以上の結果を総合すると、本手法が、非線形貯留方程式 (1) 式によつて記述されるシステムの状態推定法として非常に有効であることが明らかになった。

## 結 論

本論文では、時変貯留パラメータの同定問題を、降

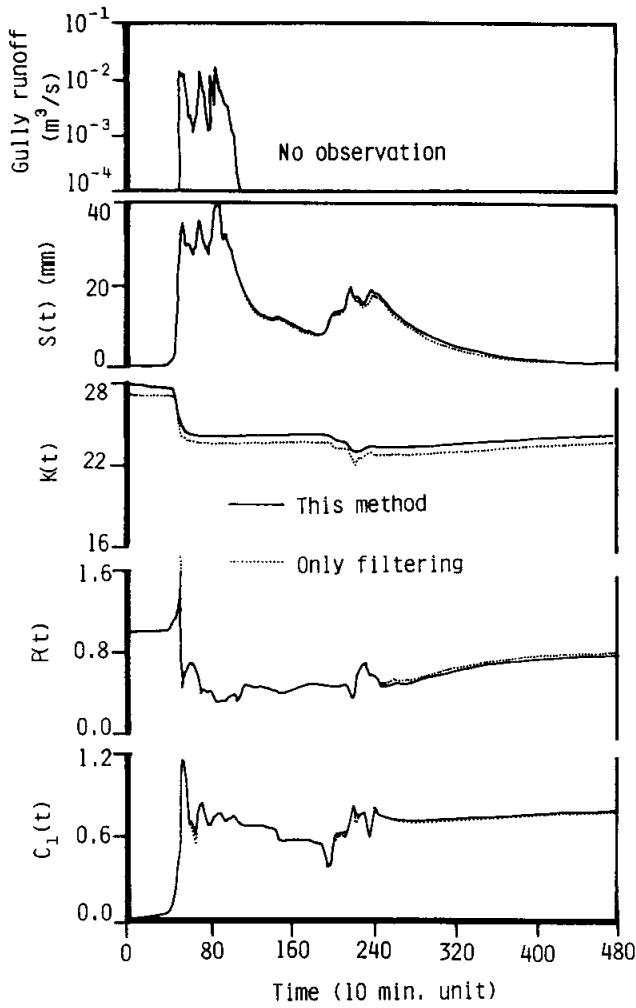


Fig. 6c. Variation of estimated state variables and gully runoff (Flood 3).

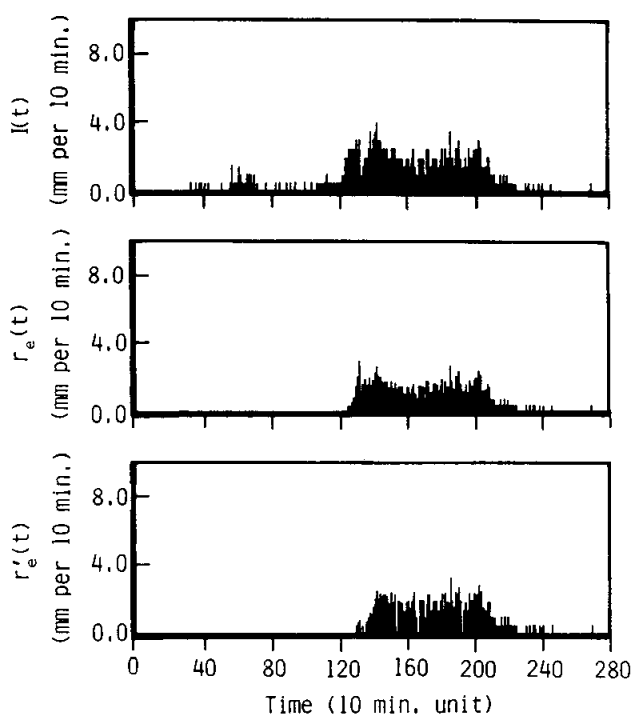


Fig. 7a. Effective rainfall sequences  $I(t)$ ,  $r_e(t)$  and  $r'_e(t)$  (Flood 1).

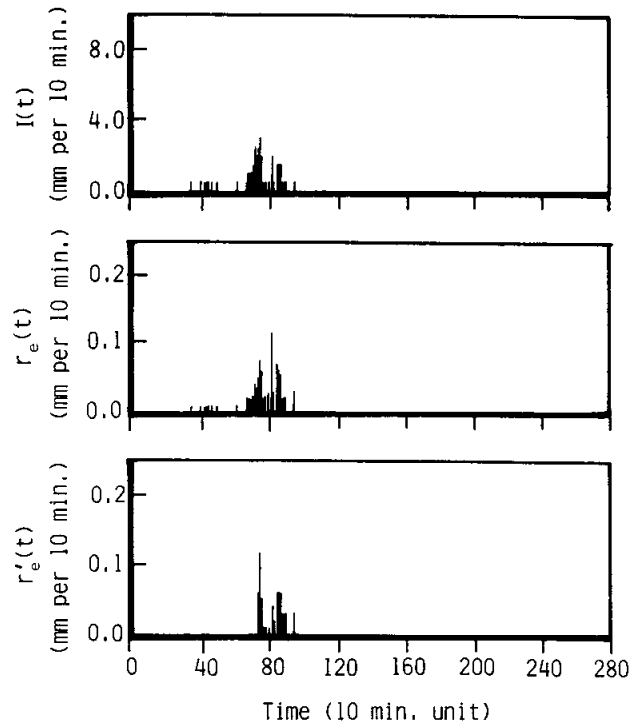


Fig. 7b. Effective rainfall sequences  $I(t)$ ,  $r_e(t)$  and  $r'_e(t)$  (Flood 2).

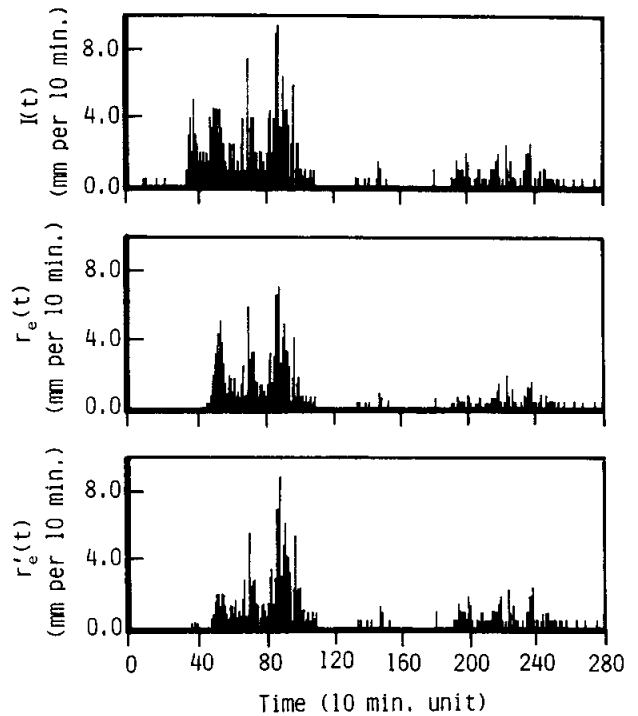


Fig. 7c. Effective rainfall sequences  $I(t)$ ,  $r_e(t)$  and  $r'_e(t)$  (Flood 3).

雨流出変換システムの状態推定問題として捉え、確率システム理論的手法を用いた同定手法を示した。

まず、降雨流出変換システムが、(1)、(2)式に従い状態が遷移するとした上で、Kalman 流の予測推定理

Table 2. Output computation errors.

	Relative error	
	Eq. (37)	Eq. (38)
Flood 1	0.157	0.063
Flood 2	0.165	0.164
Flood 3	0.102	0.028

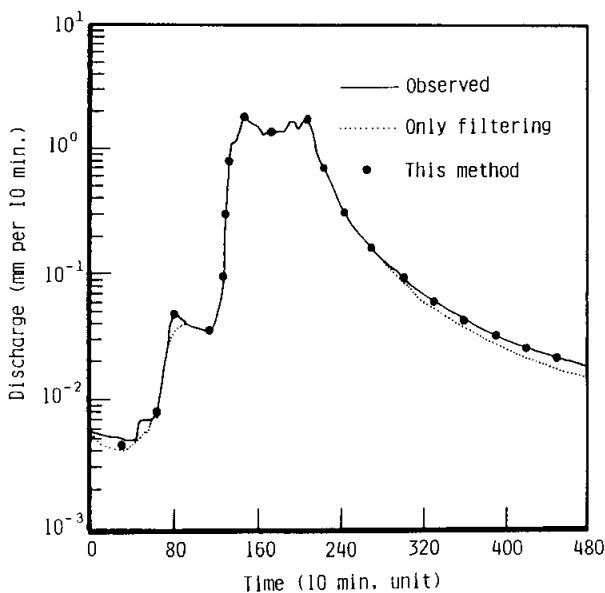


Fig. 8a. Estimated and observed hydrographs (Flood 1).

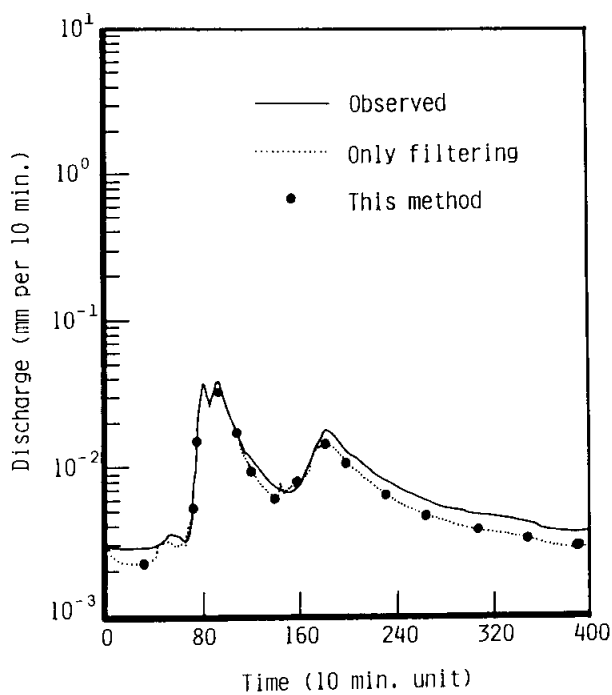


Fig. 8b. Estimated and observed hydrographs (Flood 2).

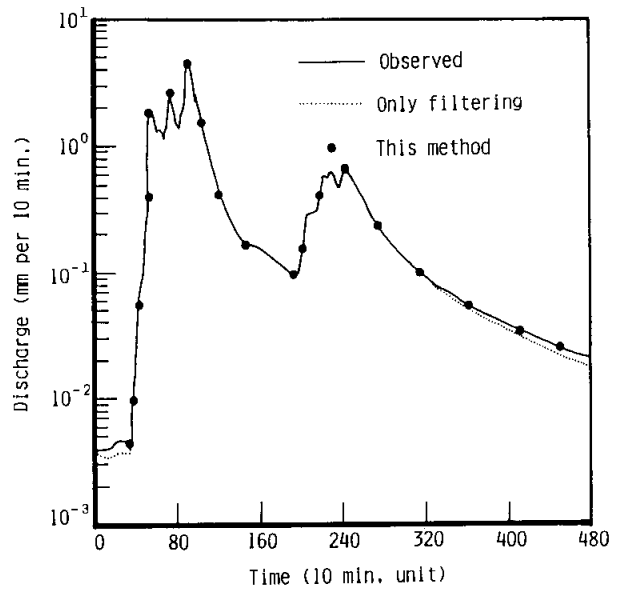


Fig. 8c. Estimated and observed hydrographs (Flood 3).

論が適用できるように再定式化を行った。そして、状態方程式 (8) 式、観測方程式 (9) 式を誘導した。

次に、(8)、(9)式が状態量に関して非線形系に記述されていることから、非線形フィルター、非線形スモウザーのそれぞれが持つ特徴を概観し、SSI フィルターと呼ばれる非線形フィルターと、非線形系で定式化した固定区間スモウザーを併用するアルゴリズムについて述べた。

このアルゴリズムを、試験流域の出水データに適用した結果、本手法は、能率的かつ高い精度の状態推定が可能であり、(1)、(2)式を基本に定義されるシステムの状態推定法として非常に有効であることが明らかとなった。

## 文 献

- Bryson, A. E. and M. Frazier 1963 Smoothing for linear and nonlinear dynamical systems. *U. S. Air Force Technical Report, ASD-TDR-63-119*: 353-364
- Cox, H. 1964 On the estimation of state variables and parameters for noisy dynamic systems. *IEEE Trans. Automat. Control, Ac-9*: 5-12
- 日野幹雄 1974 水文流出系予測へのカルマンフィルター理論の適用. 土木学会論文集, 221: 39-47
- 平松和昭 1983 山地小流域の洪水予測に関するシステム論的研究. 九州大学修士論文
- 平松和昭・田中宏平・四ヶ所四男美・瀬口昌洋 1984 山地小流域の流出機構 (II) —貯留パラメータによる出水の内部状態推定—. 農業土木学会大会講演会講演要旨集: 222-223

- 平松和昭・田中宏平・四ヶ所四男美・瀬口昌洋 1985 確率システム論による流出機構の検討, 農業土木学会九州支部シンポジウム論文集: 35-49
- 石谷 久 1977 カルマン・フィルター適用上の問題点, オペレーションズ・リサーチ, 1977年11月号: 634-639
- 角屋 睦 1979 流出解析法(その1) -1. 雨水流出現象とその計測・解析-, 農業土木学会誌, 47(10): 63-73
- 片山 徹 1983 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 東京
- 松崎功保 1977 ソフトなシステムに対するカルマン・フィルターの適用, オペレーションズ・リサーチ, 1977年11月号: 640-645
- Roberts, S. M. and J. S. Shipman 1972 *Two-point Boundary Value Problems-Shooting Methods*. American Elsevier Publishing Company (U. S. A.)
- Sage, A. P. and W. S. Ewing 1970 On filtering and smoothing algorithms for nonlinear state estimation. *Intern. J. Control*, 11(1): 1-18
- 榎木義一・片山 徹 1967 非線形制御系のパラメータ推定について, 制御工学, 11(7): 369-377
- 清水 光・三谷康夫・有本 卓 1981 琵琶湖流域貯留高の非線形状態推定による計算結果, 福山大学工学部紀要, 3: 19-26
- 砂原善文 1976 非線形波理論の展望, 計測と制御, 15(12): 923-934
- Wishner, R. P., J. A. Tabaczynski and M. Athans 1969 A comparison of three non-linear filters. *Automatica*, 5: 487-496

### Summary

We have investigated flood runoff processes on hillslope through variation in time-varying parameters of the nonlinear relationship between basin storage and discharge. This paper described a method of identification of the parameters using stochastic system theory.

Parameter argumentation was utilized in state space formulation, and a nonlinear filter and a nonlinear smoother were applied to data obtained at a small mountainous basin (catchment area 0.095 km<sup>2</sup>). It was found, by comparing the two methods, that filtering realized a speedy estimation, whereas smoothing had an accurate algorithm.

It is concluded, from the simulations, that Single Stage Iteration Filter and Fixed Interval Smoother when used together produced a marked performance in state estimation.