

貯水池の最大流出率を推定する方法

熊谷, 才蔵
九州大学農学部

<https://doi.org/10.15017/21151>

出版情報：九州大学農学部学藝雑誌. 12 (1), pp.115-122, 1950-11. 九州大学農学部
バージョン：
権利関係：



貯水池の最大流出率を推定する方法

熊 谷 才 藏

A method of estimating the peak outflow rate from a reservoir

Saizo Kumagai

I. 緒 言

貯水池の洪水調節機能を知る為には、洪水流が貯水池に流入する場合、貯水池からの最大流出率を推定することが必要であるが、^{1, 2} 従来の方法は貯水池の貯留量、流入率、流出率の間に成立つ所謂連続方程式を段階的に数値（或は図解）積分することによつて最大流出率を定めるという方法で、相当の時間と労力とを要する。そこで此処には流入量の mass curve から直接に最大流出率を推定する方法を考えてみた。以下先づ最大流出率の上界及び下界を見出す方法を論じ、次にその近似値を求むる方法を述べる。

II. 最大流出率の上界及び下界

z を貯水池水面の高さ、 $f(z)$ を貯水池水面の面積、 t を時間、 $Q(t)$ を流入率、 $q(z)$ を流出率とする。又 h を流出率最大の時刻、 z_h をその時の水面高、 z_0 を $t = 0$ の時の水面高とすれば

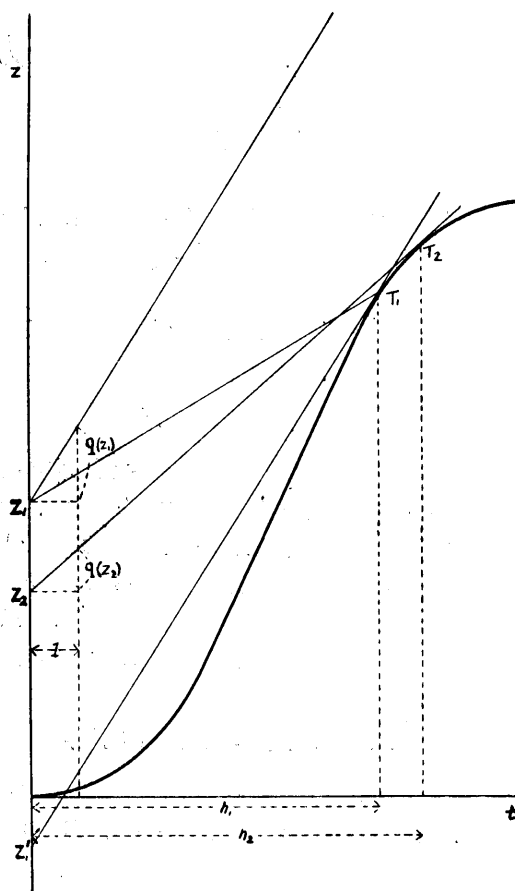
$$\left. \begin{aligned} F(z_h) - F(z_0) &= \int_0^h Q(t) dt - \int_0^h q(z) dt \\ Q(h) &= q(z_h) \end{aligned} \right\} (I)$$

但し $F'(z) = f(z)$ で $F(z_h) - F(z_0)$ は $t = 0$ から $t = h$ までの貯留量を表わす。(I) を満足する h, z_h の値を夫々 h_1, z_1 とする。

今 $\int_0^h q(z) dt$ に $hq(z_h)$ を代用すれば

$$\left. \begin{aligned} F(z_h) - F(z_0) + hq(z_h) &= \int_0^h Q(t) dt \\ Q(h) &= q(z_h) \end{aligned} \right\} (II)$$

(II) を満足する h, z_h の値を夫々 h_2, z_2 とすれば、 h_2 が流出率最大の時刻の上界を与える。(II) は図式的に次のように解くことが出来る。今時間を横軸に流入量を縦軸にとつて流入量の mass curve を書き、縦軸上に点 Z を原点からの距離が z に対応する貯留量を表わすようにとる。次に Z から角係数 $q(z)$ を持つ直線を引くとき、此が mass curve に切する場合の z と切点 T の横座標とが z_2 及び h_2 である。

Fig. 1. Relative positions of T_1 & T_2 .

第1図は此の関係を示したものであるが、切点を T_2 、対応する Z を Z_2 で表わしてある。又 T_1 、 Z_1 は夫々 h_1 、 z_1 に対応する点である。尙 Z から引いた角係数 $q(z)$ の直線を今後“流出量線”と呼ぶことにする。後に“第二流出量線”“第三流出量線”が出て来るが、その時は上の流出量線を“第一流出量線”と呼んで区別する。図から $h_2 > h_1$ であることを証明し得る。

そこで最大流出率の下界 $Q(h_2)$ を見出すには次の方法を取ればよい。先ず z の種々の値に対する Z を通つて流出量線を引く。此の流出量線図に所与の inflow mass curve を書き入れば、流出量線の一つが mass curve に切する点が T_2 で、 T_2 の横座標が h_2 である。此より $Q(h_2)$ が求まる。

次に (I) の $\int_0^h q(z) dt$ に $hq(z_0)$ を代用すれば

$$\left. \begin{aligned} F(z_h) - F(z_0) + hq(z_0) &= \int_0^h Q(t) dt \\ Q(h) &= q(z_h) \end{aligned} \right\} \text{ (III)}$$

(III) を満足する h の値を h_3 とすれば、 h_3 は流出率最大時の下界を与える。(III) を解くのに (II) を解くのに用いた流出量線図を利用する。即ち先に求めた T_2 を通つて角係数が $q(z_0)$ である直線 MN を引き、此の直線をそれ自身に平行に下方へ移動せしめる。但し M は直線と縦軸との交点、 N は曲線との交点を表わす。

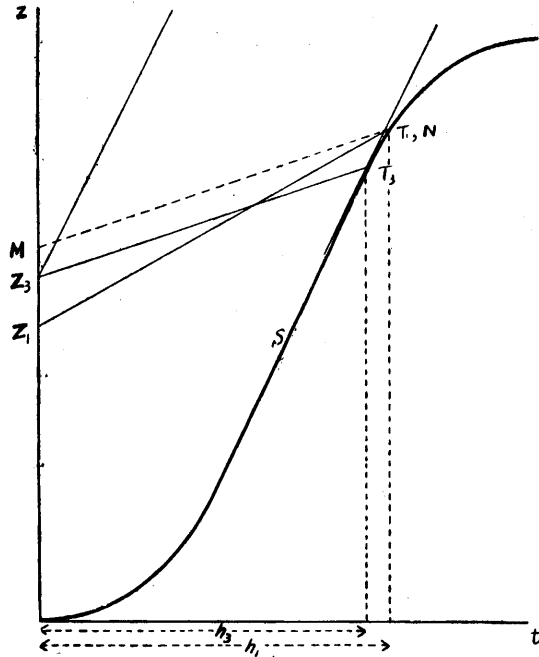


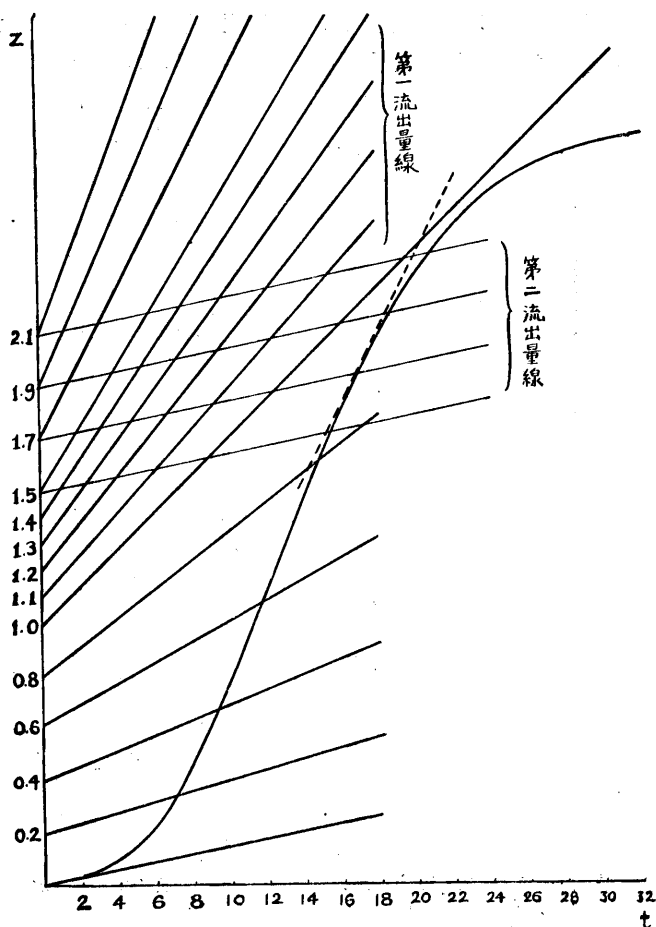
Fig. 2. Relative positions of T_1 & T_3 .

そうして M に於ける流出量線に平行に N を通つて引いた直線が丁度 curve に切つるような位置を求めれば、その場合の N の横座標が h_3 である。此の位置に於ける MN が第 2 図の $Z_3 T_3$ で、もし h_3 が存在すれば $h_3 < h_1$ であることが図に就いて証明される。従つて T_3 が mass curve の変曲点 S より上方にあれば、 $Q(h_3)$ は最大流出率の上界を与える。

第 3 図は次の data に基いて作図したものである。

t (hrs)	0	2	4	6	8	10	12	14
$Q(t)$ (m^3/sec)	20	29	60	120	200	240	250	240
16	18	20	22	24	26	28	30	32
214	178	142	110	76	50	34	24	20

$q(z) = 78z^{1.5} + 20(m^3/sec)$, $z_0 = 0$, $f(z) = 5 \times 10^6(m^2)$. 図の第一流出量線は角係数 $q(z)$ の直線、第二流出量線は角係数 $q(z_0) = 20$ の直線である。

Fig. 3. Chart for finding h_2 & h_3 .

図から $h_2=22$, $h_3=17$ を得る. 次節に述べる方法で h_1 を推定すると 20.1 となつて数値積分によつて得らるる値に一致する.

III. 最大流出率の推定

今 $q(z)$ を t の四次式で近似し, 両者の曲線が $t=0$ で二次の接触を $t=h$ で一次の接触をなすとすれば, 時間の原点を $Q(0)=q(z_0)$ なる如く選ぶと (I) は次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} F(z_h) - F(z_0) &= \int_0^h Q(t) dt - (h/5) \{3q(z_0) + 2Q(h)\} - (h^3/60) q'(z_0) Q'(0) / f(z_0) \\ Q(h) &= q(z_h) \end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

若し $q'(z_0)=0$, $f(z_0) \neq 0$, $Q'(0) \neq \pm\infty$ ならば

$$\left. \begin{aligned} F(z_h) - F(z_0) + \{0.6q(z_0) + 0.4q(z_h)\}h &= \int_0^h Q(t) dt \\ Q(h) &= q(z_h) \end{aligned} \right\} (V)$$

上の条件が成立しない場合でも、一般に (V) をもつて最大流出率の近似値を算出する式とする。

(V) を図式的に解くには、流出量線図に於て角係数が $0.6q(z_0) + 0.4q(z_h)$ である第三の流出量線と mass curve との交点を通り、対応する第一流出量線に平行に引いた直線が丁度 curve の切線になつている所を求める。この様な位置が必ず存在するとは言えないけれども、多くの場合此の方法でかなり正確な値が得られる。因みに流出量線図は一つの貯水池について一度調製しておけばよい。Mass curve は透明紙上に画いて此を流出量線図に重ね、上述の操作を行うが便利である。

第4図は流入率が時間に関して直線的に変化し、洪水継続時間、最大流入率は共に一定（従つて総流入量も一定）であるとして、三つの異つた時間流入率曲線を route した結果を示したもので、貯水池の特性並びに流入率の時間的経過は次の通りである。

$$f(z) = 5 \times 10^6 (m^3), \quad Q(t) = at + b \text{ (m}^3/\text{sec)}, \quad q(z) = 50z^2 \text{ (m}^3/\text{sec)}, \quad z_0 = 0.$$

- | | | | |
|-----|------------|-------------|--------------------------|
| (1) | $a = 20,$ | $b = 0$ | $0 \leq t \leq 12$ (hrs) |
| | $a = -15,$ | $b = 420$ | $12 \leq t \leq 28$ |
| (2) | $a = 60,$ | $b = 0$ | $0 \leq t \leq 4$ |
| | $a = -10,$ | $b = 280$ | $4 \leq t \leq 28$ |
| (3) | $a = 10,$ | $b = 0$ | $0 \leq t \leq 24$ |
| | $a = -60,$ | $b = 1,680$ | $24 \leq t \leq 28$ |

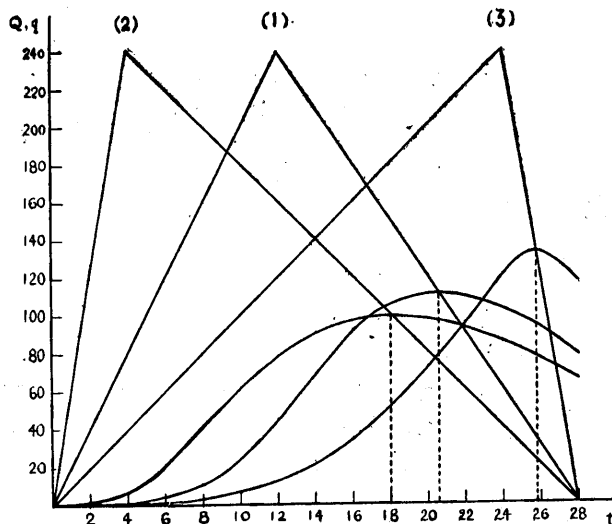


Fig. 4. Inflow curves with corresponding outflow curves.

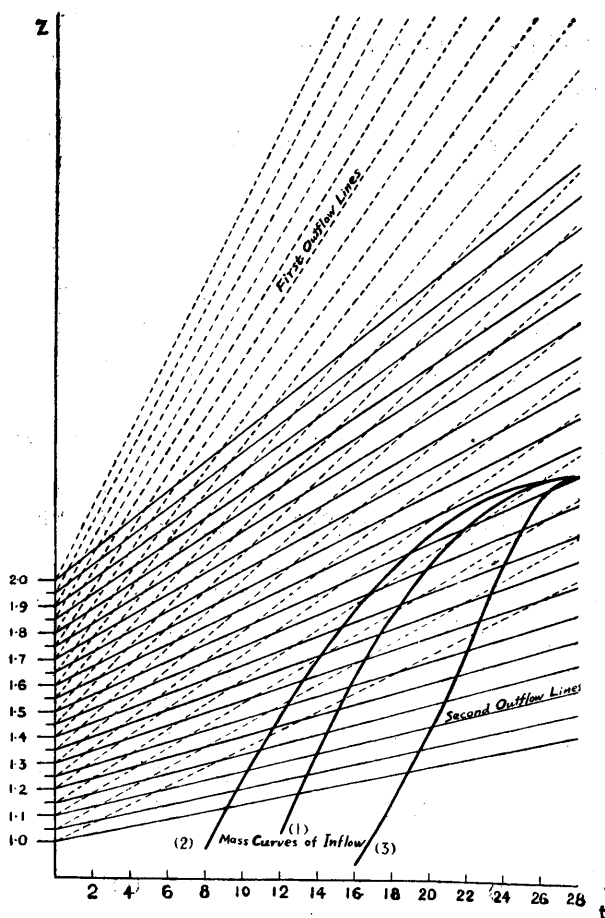


Fig. 5. Outflow-line diagram with mass curves drawn in.

以上三つの場合について本節の方法により流出率最大の時刻を求め（第5図）その時刻に於ける流入率を以て最大流出率の推定値（a）とし、此を第4図から読取られる値（b）と比較すれば次の結果を得る。

流 出 率 最 大 の 時 刻			
	(1)	(2)	(3)
(a)	20.7	17.2	26.1
(b)	20.6	18.0	25.8
最 大 流 出 率			
	(1)	(2)	(3)
(a)	109.5	108.0	114.0
(b)	111.0	100.0	132.0

最後に (IV) を適用した一例を挙げる³。

t (hrs)	0	1	2	3	4	5	6	7
Q(t) (m ³ /min)	20	62	122	180	265	302	278	240
	8	9	10	11	12			
	178	140	65	32	20			

$$q(z) = 50z^{1.5} (\text{m}^3/\text{min}), \quad q(z_0) = 20 (\text{m}^3/\text{min}), \quad f(z) = 3 \times 10^{-4} z^{0.5} (\text{m}^2)$$

本節の方法で最大流出率及びその時刻を推定すれば夫々 163 及び 8.4 を得る。此の場合 (IV) の両式から z_h を消去すれば、 $Q'(0) = (62 - 20)/1 = 42$ として

$$Q(h) = 20 + 0.15 \int_0^h Q(t) dt - 0.03h\{60 + 2Q(h)\} - 0.01575h^3$$

h の近似値 8.4 を知っているから $h = 8$, $h = 9$ の場合に上式の両辺を計算すると

h	左 辺	右 辺	左辺 - 右辺
8	178	144.30	33.70
9	140	172.77	-32.77

故に
$$h = 8 + 33.70/66.47 = 8.51$$

$$\text{最大流出率} = Q(8.5) = 159$$

$Q(t)$ を Fourier 級数で表わし、連続方程式を積分することによつて得られた値³は夫々 8.5 及び 158 である。

文 献

1. Creager, W. P., J. D. Justin and J. Hinds: Engineering for Dams, Vol. I (1946).
2. Barrows, H. K.: Floods, Their Hydrology and Control (1948).
3. 荻原貞夫：調和分析法を応用せる洪水調節池の作用に関する研究。東京帝国大学農学部演習林報告 31, 1 (1943).

R é s u m é

Given the inflow-hydrograph and characteristics of a reservoir, to estimate the maximum outflow rate. The method here proposed to solve this problem is based on the fact that at the time of maximum outflow rate the outflow rate is equal to the inflow rate. Let the equation of continuity governing the time-storage relation be:

$$f(z) dz/dt = Q(t) - q(z),$$

where z = elevation of water level in reservoir, $f(z)$ = surface area of reservoir, t = time, $Q(t)$ = inflow rate, $q(z)$ = outflow rate.

Integrating between the limits $t = 0$ and $t = h$ (the instant of maximum outflow rate) we have

$$F(z_h) - F(z_0) = \int_0^h Q(t) dt - \int_0^h q(z) dt,$$

where $F'(z) = f(z)$, and z_h, z_0 are the values of z at $t = h, t = 0$ respectively.

On the assumption that $q(z)$ is representable with sufficient closeness by a quartic in t , having 2nd-order contact with $q(z)$ at $t = 0$ and 1st-order contact at $t = h$, we get

$$\int_0^h q(z) dt = (h/5)(3q(z_0) + 2Q(h)) + (h^3/60)q'(z_0)Q'(0)/f(z_0),$$

provided $Q(0) = q(z_0)$.

Hence

$$F(z_h) - F(z_0) = \int_0^h Q(t) dt - (h/5)(3q(z_0) + 2Q(h)) - (h^3/60)q'(z_0)Q'(0)/f(z_0)$$

and

$$Q(h) = q(z_h).$$

If the last term in the first of these equations is neglected, they can conveniently be solved for h with the aid of a chart. Take a pair of rectangular axes and draw the inflow mass curve with the horizontal axis as time axis. Graduate the vertical axis so that the graduation z on it is at a distance $F(z) - F(z_0)$ from the origin, and draw through z two straight lines with angular coefficients $q(z)$ and $0.6q(z_0) + 0.4q(z)$ respectively. The former set of lines shall be called the first outflow lines and the latter set the second outflow lines. Then the abscissa of the point where one of the first outflow lines touches the mass curve gives an upper bound to the required root of the equations, while the abscissa of the point where one of the second outflow lines cuts the mass curve so that the corresponding first outflow line is parallel to the tangent to the curve at the point gives the required root (Fig. 5). In practice it will be convenient to draw the mass curve on a sheet of transparent paper and place it on the outflow-line diagram, which, for a given reservoir, can be constructed once for all. A numerical example in which is retained the term neglected in the graphical method of solution is given on p. 121.